

## СОДЕРЖАНИЕ

---

---

### АВИАЦИОННАЯ И РАКЕТНО-КОСМИЧЕСКАЯ ТЕХНИКА

---

<b>МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ОБОБЩЁННОЙ КИНЕМАТИЧЕСКОЙ СХЕМЫ КВАДРОКОПТЕРА И ЕЁ ПРОГРАММНАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ</b> <i>В. А. Зеленский, М. А. Ковалев, Д. Н. Овакимян, В. С. Кириллов</i>	7
<b>БАЛЛИСТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ МИССИИ К СПУТНИКУ ЮПИТЕРА КАЛЛИСТО С ПОСАДКОЙ НА ПОВЕРХНОСТЬ</b> <i>В. В. Ковалёв, А. Д. Марченко, Т. В. Старостина, А. Р. Шарипова</i>	21
<b>СНИЖЕНИЕ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ ЗАТРАТ БЕСПИЛОТНОГО ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА ВЕРТИКАЛЬНОГО ВЗЛЁТА И ПОСАДКИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ГИБРИДНЫХ ТЕХНИЧЕСКИХ РЕШЕНИЙ</b> <i>О. Е. Лукьянов, В. Х. Хоанг, В. А. Комаров, Д. В. Назаров, Е. И. Куркин, Х. Г. Куихада Пиокуинто, В. О. Чертыковцева</i>	38
<b>АНАЛИЗ И СОВЕРШЕНСТВОВАНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК СОЛНЕЧНОЙ БАТАРЕИ МАЛОГО КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА ТИПА «АИСТ-2»</b> <i>М. Р. Морданов, С. Л. Сафронов</i>	55
<b>ОСНОВНЫЕ ПОДХОДЫ И ОСОБЕННОСТИ ПРОЕКТИРОВАНИЯ ГИДРОМЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ САМОЛЁТА</b> <i>П. В. Петров, В. А. Целищев, В. А. Кудерко</i>	67
<b>ОПТИМИЗАЦИЯ ТРАЕКТОРНОГО ДВИЖЕНИЯ ПЕРВОЙ СТУПЕНИ АВИАЦИОННО-КОСМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ</b> <i>А. А. Храмов</i>	80
<b>ВЕРИФИКАЦИЯ МОДЕЛЕЙ РОТОРОВ АВИАЦИОННЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ ПО РЕЗУЛЬТАТАМ ВИРТУАЛЬНЫХ СТАТИЧЕСКИХ И МОДАЛЬНЫХ ИСПЫТАНИЙ</b> <i>К. В. Шапошников, С. А. Дегтярев, М. К. Леонтьев, С. В. Анисимов</i>	93
<hr/> <b>МАШИНОСТРОЕНИЕ И МАШИНОВЕДЕНИЕ</b> <hr/>	
<b>НЕЙРОСЕТЕВОЙ РЕГУЛЯТОР МАЛОЭМИССИОННОЙ КАМЕРЫ СГОРАНИЯ ГАЗОТУРБИННОЙ УСТАНОВКИ</b> <i>В. Г. Августинович, Т. А. Кузнецова, А. А. Сухарев</i>	109

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОЛНОТЫ СГОРАНИЯ, ТЕМПЕРАТУРЫ  
И ЭМИССИОННЫХ ХАРАКТЕРИСТИК В ЗАКРУЧЕННОМ ПОТОКЕ  
НА ОСНОВЕ ТЕОРИИ ТУРБУЛЕНТНОГО ГОРЕНИЯ**

*Ю. Б. Александров, Б. Г. Мингазов*

123

**ВЛИЯНИЕ ДОБАВОК HF И ER НА ФОРМИРОВАНИЕ  
МЕХАНИЧЕСКИХ СВОЙСТВ И МИКРОСТРУКТУРЫ В СПЛАВАХ  
СИСТЕМЫ AL-MG-SC-ZR**

*Е. В. Арышенский, В. Ю. Арышенский, А. А. Рагазин,  
Д. Ю. Распосиенко, Ф. В. Гречников,  
В. В. Макаров, С. В. Коновалов*

137

**НОВЫЙ ВЫСОКОПРОЧНЫЙ АЛЮМИНИЕВЫЙ СПЛАВ  
НА ОСНОВЕ ВТОРИЧНОГО СЫРЬЯ**

*М. А. Барыкин, Е. А. Наумова, Н. А. Белов,  
А. С. Финогеев, А. Н. Кошмин*

147

**ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ШИРОКОПОЛОСНЫХ  
МЕХАНИЧЕСКИХ ВОЗМУЩЕНИЙ НА КАЧЕСТВО ЗАПИСИ  
ИНТЕРФЕРОГРАММ КОЛЕБАНИЙ РАБОЧЕГО КОЛЕСА ГТД  
ПРИ ИСПОЛЬЗОВАНИИ ЦИФРОВОГО СПЕКЛ-ИНТЕРФЕРОМЕТРА  
ПАНОРАМНОГО ТИПА**

*А. В. Ивченко, А. И. Сафин*

160

**РАЗРАБОТКА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ВНУТРЕННЕЙ  
СТРУКТУРЫ ГРАНУЛИРОВАННОГО ТЕПЛОВОГО  
АККУМУЛЯТОРА ЗАПУСКА МОНОТОПЛИВНОГО  
ГАЗОГЕНЕРАТОРА**

*В. А. Зрелов, А. Ю. Лыкин*

177

**ЭФФЕКТИВНЫЙ ОБЪЁМ КОРОТКИХ УГЛЕРОДНЫХ ВОЛОКОН  
В КОМПОЗИТЕ ИЗ НАРУБЛЕННЫХ ТОНКИХ ЛЕНТ**

*В. А. Комаров, Р. Ф. Абдуллаев*

188

**ИССЛЕДОВАНИЕ МОРФОЛОГИИ ПОВЕРХНОСТИ,  
ОПТИЧЕСКИХ И ЭЛЕКТРОННЫХ СВОЙСТВ ТОНКИХ  
ПЛЁНОК Mg<sub>2</sub>Si НА Si (111)**

*Д. В. Фомин, А. В. Поляков, К. Н. Галкин, Н. Г. Галкин*

203

---

---

## CONTENTS

---

---

---

### AVIATION AND ROCKET-SPACE ENGINEERING

---

#### **MATHEMATICAL MODEL OF A GENERALIZED QUADCOPTER KINEMATIC SCHEME AND ITS SOFTWARE IMPLEMENTATION**

*V. A. Zelenskiy, M. A. Kovalev,  
D. N. Ovakimyan, V. S. Kirillov*

7

#### **BALLISTIC ANALYSIS OF A MISSION TO JUPITER'S MOON CALLISTO WITH LANDING ON THE SURFACE**

*V. V. Kovalev, A. D. Marchenko,  
T. V. Starostina, A. R. Sharipova*

21

#### **REDUCING ENERGY CONSUMPTION OF VERTICAL TAKE-OFF AND LANDING UNMANNED AERIAL VEHICLE USING HYBRID TECHNICAL SOLUTIONS**

*O. E. Lukyanov, V. H. Hoang, V. A. Komarov, D. V. Nazarov,  
E. I. Kurkin, J. G. Quijada Pioquinto, V. O. Chertykovtseva*

38

#### **ANALYSIS AND IMPROVEMENT OF CHARACTERISTICS OF POWER SUPPLY SYSTEMS FOR THE SMALL SPACE VEHICLE OF THE AIST-2 TYPE**

*M. R. Mordanov, S. L. Safronov*

55

#### **MAIN APPROACHES AND FEATURES OF THE DESIGN OF AIRCRAFT HYDRO-MECHANICAL CONTROL SYSTEMS**

*P. V. Petrov, V. A. Tselischev, V. A. Kuderko*

67

#### **OPTIMIZATION OF TRAJECTORY MOTION OF THE FIRST STAGE OF AN AEROSPACE SYSTEM**

*A. A. Khramov*

80

#### **VERIFICATION OF AERO-ENGINE NUMERICAL ROTOR MODELS BASED ON VIRTUAL STATIC STRUCTURAL AND MODAL TESTS**

*K. V. Shaposhnikov, S. A. Degtyarev,  
M. K. Leontiev, S. V. Anisimov*

93

---

### MECHANICAL ENGINEERING

---

#### **NEURAL NETWORK CONTROLLER OF A GAS TURBINE PLANT LOW EMISSION COMBUSTOR**

*V. G. Avgustinovich, T. A. Kuznetsova, A. A. Sukharev*

109

<b>DETERMINATION OF COMPLETENESS OF COMBUSTION, TEMPERATURE AND EMISSION CHARACTERISTICS IN A SWIRL FLOW BASED ON THE THEORY OF TURBULENT COMBUSTION</b>	
<i>Yu. B. Aleksandrov, B. G. Mingazov</i>	123
<b>EFFECT OF HF AND ER ADDITIONS ON THE MECHANICAL PROPERTIES AND MICROSTRUCTURE OF AL-MG-SC-ZR SYSTEM ALLOYS</b>	
<i>E. V. Aryshensky, V. Yu. Aryshensky, A. A. Ragazin, D. Yu. Rasposienko, F. V. Grechnikov, V. V. Makarov, S. V. Konovalov</i>	137
<b>NEW HIGH-STRENGTH ALUMINUM ALLOY ON THE BASIS OF SECONDARY MATERIALS</b>	
<i>M. A. Barykin, E. A. Naumova, N. A. Belov, A. S. Finogeev, A. N. Koshmin</i>	147
<b>INVESTIGATION OF THE INFLUENCE OF BROADBAND MECHANICAL DISTURBANCES ON THE QUALITY OF RECORDING INTERFERENCE PATTERNS OF GTE-WHEEL OSCILLATIONS USING A DIGITAL SPECKLE PATTERN INTERFEROMETER</b>	
<i>A. V. Ivchenko, A. I. Safin</i>	160
<b>DEVELOPMENT OF A MATHEMATICAL MODEL OF THE INTERNAL STRUCTURE OF A GRANULAR HEAT ACCUMULATOR FOR LAUNCHING A MONO-FUEL GAS GENERATOR</b>	
<i>V. A. Zrelov, A. Yu. Lykin</i>	177
<b>EFFECTIVE VOLUME OF SHORT CARBON FIBERS IN A COMPOSITE FROM CHOPPED THIN TAPES</b>	
<i>V. A. Komarov, R. F. Abdullayev</i>	188
<b>INVESTIGATION OF SURFACE MORPHOLOGY, OPTICAL AND ELECTRONIC PROPERTIES OF Mg<sub>2</sub>Si THIN FILMS ON Si (111)</b>	
<i>D. V. Fomin, A. V. Polyakov, K. N. Galkin, N. G. Galkin</i>	203

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ОБОБЩЁННОЙ КИНЕМАТИЧЕСКОЙ СХЕМЫ КВАДРОКОПТЕРА И ЕЁ ПРОГРАММНАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ

© 2024

- В. А. Зеленский** доктор технических наук, доцент, профессор кафедры радиоэлектронных систем; Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва; [zelenskiy.va@ssau.ru](mailto:zelenskiy.va@ssau.ru)
- М. А. Ковалев** доктор технических наук, доцент, профессор кафедры эксплуатации авиационной техники; Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва; [kovalev.ma@ssau.ru](mailto:kovalev.ma@ssau.ru)
- Д. Н. Овакимян** директор Центра беспилотных систем; Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва; [ovakimyan.dn@ssau.ru](mailto:ovakimyan.dn@ssau.ru)
- В. С. Кириллов** инженер Центра беспилотных систем; Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва; [vskirilov2015@yandex.ru](mailto:vskirilov2015@yandex.ru)

Представлена обобщённая кинематическая схема установки моторов квадрокоптера, описаны её основные преимущества. В соответствии со схемой разработана математическая модель кинематики квадрокоптера, выполнена реализация модели в программной среде MatLab. Представленные математические выражения используются для расчёта кинематических характеристик, таких, как значения тяги моторов и обратного воздействия моторов на корпус квадрокоптера. Сравнение полученных данных с экспериментальными характеристиками показало отклонение в 5% величины зависимости тяги от среднего значения напряжения на моторах и отклонение в 30% величины зависимости силы воздействия моторов на корпус от величины тяги.

*Беспилотный летательный аппарат; квадрокоптер; обобщённая кинематическая схема; математическая модель; графический интерфейс пользователя*

---

**Цитирование:** Зеленский В.А., Ковалев М.А., Овакимян Д.Н., Кириллов В.С. Математическая модель обобщённой кинематической схемы квадрокоптера и её программная реализация // Вестник Самарского университета. Аэрокосмическая техника, технологии и машиностроение. 2024. Т. 23, № 1. С. 7-20.  
DOI: 10.18287/2541-7533-2024-23-1-7-20

### Актуальность темы исследования

Беспилотные системы и технологии получили в последнее время широкое распространение. Быстрый рост потребности в беспилотных летательных аппаратах (БПЛА) различного назначения приводит к отставанию научного задела в части разработки систем управления БПЛА и исследования их характеристик. Математическое и имитационное моделирование позволяет рассчитать и, в некоторых случаях, спрогнозировать работу БПЛА в реальных условиях, поэтому тема статьи представляется актуальной. В работе рассматривается БПЛА типа квадрокоптер, поэтому все результаты и выводы относятся только к данному типу беспилотных летательных аппаратов.

### Постановка задачи

Поставлена задача разработать обобщённую кинематическую схему квадрокоптера, математическую модель, соответствующую разработанной схеме, программно-алгоритмическое обеспечение, предназначенное для имитации управляющих воздействий на тягу моторов квадрокоптера. Необходимо также сравнить полученные результаты моделирования для ряда характеристик квадрокоптера с экспериментальными данными.

### Математическая модель обобщённой кинематической схемы квадрокоптера

Наиболее часто применяемые на практике схемы установки моторов (пропеллеров) квадрокоптеров показаны на рис. 1. Исходя из особенностей конструкции и расположения, эти схемы получили специальные названия: Х4, I4 или Н4.

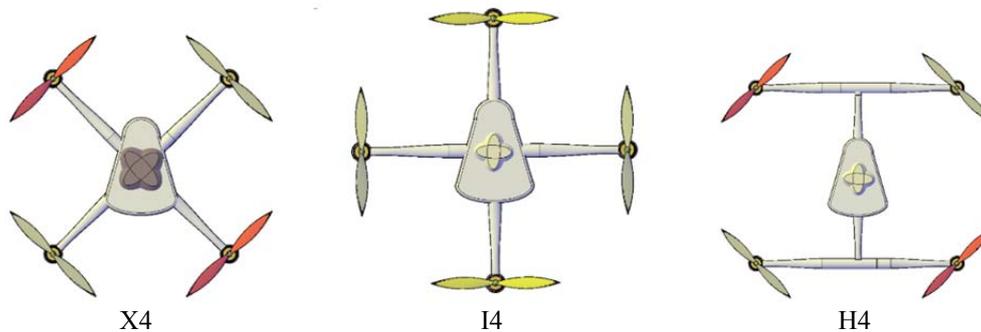


Рис. 1. Основные схемы установки пропеллеров на квадрокоптерах

Каждая из представленных на рис. 1 схем приводит к определённым особенностям построения системы управления квадрокоптера. С целью абстрагирования от упомянутых особенностей в настоящей работе предложена обобщённая кинематическая схема, представленная на рис. 2.

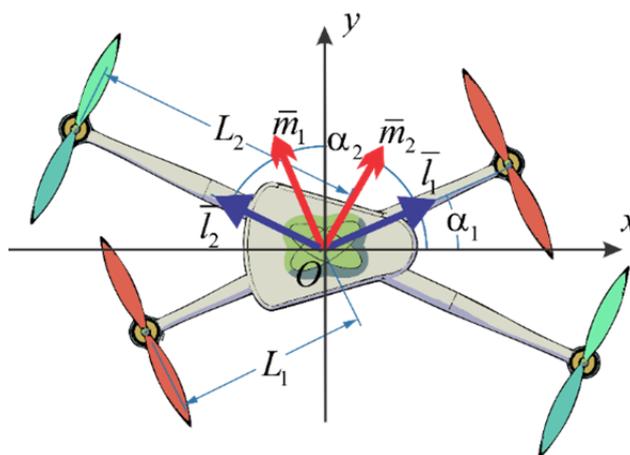


Рис. 2. Обобщённая кинематическая схема установки моторов (пропеллеров) на квадрокоптере

Для определённости примем, что на плоскости  $OXYZ$  направление полёта квадрокоптера задаётся осью  $OX$ . Вращающиеся в одинаковом направлении пары моторов 1-2 и 3-4 расположены, соответственно, на одинаковом расстоянии  $L_1$  и  $L_2$  относительно начала координат  $O$  и их расположение направлено вдоль осей  $OL_1$  и  $OL_2$ . Штанги квадрокоптера образуют с положительным направлением оси  $OX$  углы  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  при этом  $\alpha_1 > \alpha_2$ . Единичные векторы осей  $OL_1$  и  $OL_2$  обозначены через  $\bar{l}_1$  и  $\bar{l}_2$ , где

$$\bar{l}_1 = \begin{bmatrix} \cos(\alpha_1) \\ \sin(\alpha_1) \end{bmatrix}, \bar{l}_2 = \begin{bmatrix} \cos(\alpha_2) \\ \sin(\alpha_2) \end{bmatrix}. \quad (1)$$

Матрица перехода  $R_{BL}$  от осей  $OXY$  к осям  $OL_1L_2$ , которые связаны с осями расположения пропеллеров, имеет следующий вид:

$$R_{BL} = [\bar{l}_1 \quad \bar{l}_2] = \begin{bmatrix} \cos(\alpha_1) & \cos(\alpha_2) \\ \sin(\alpha_1) & \sin(\alpha_2) \end{bmatrix}, \quad (2)$$

где  $\det(R_{BL}) = \sin(\alpha_2 - \alpha_1)$ .

В частном случае, если  $L_1 = L_2 = L$ ,  $\alpha_1 = 45^\circ$ ,  $\alpha_2 = 135^\circ$ , то показанная на рис. 2 кинематическая схема соответствует стандартной схеме X4, представленной на рис. 1, а при  $\alpha_1 = 0^\circ$ ,  $\alpha_2 = 90^\circ$  – схеме I4 на рис. 1. В случае, когда оси  $OL_1$  и  $OL_2$  взаимно ортогональны, матрица  $R_{BL}$  (2) становится ортогональной, а её детерминант равен единице.

Что касается схемы H4 на рис. 1, то она совпадает с представленной на рис. 2 обобщённой кинематической схемой при выполнении следующих условий:

$$L_1 = L_2 = \sqrt{L_X^2 + L_Y^2}, \quad (3)$$

$$\alpha_1 = \tan^{-1}\left(\frac{L_X}{L_Y}\right), \alpha_2 = 180^\circ - \alpha_1.$$

Принимая во внимание, что пропеллеры установлены непосредственно на осях моторов, можно приближённо считать, что в режиме установившихся движений вращающий момент  $\tau_i$   $i$ -го мотора, создаваемый тягой  $T_i$ , определяется соотношением:

$$\tau_i = k_\psi T_i, i = 1, 2, 3, 4 \quad (4)$$

где постоянный коэффициент  $k_\psi = \text{const}$  является конструктивным параметром.

Общая подъёмная сила (тяга)  $u_z$  вдоль вертикальной оси  $OZ$  квадрокоптера определяется суммарной тягой всех четырёх моторов и не зависит от расстояний  $L_1$ ,  $L_2$  и углов  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$ :

$$u_z = T_1 + T_2 + T_3 + T_4. \quad (5)$$

Аналогично, учитывая уравнение (4), вращающий момент относительно оси рыскания  $OZ$  определяется следующим уравнением:

$$u_\psi = -(\tau_1 - \tau_2 + \tau_3 - \tau_4) = -k_\psi (T_1 - T_2 + T_3 - T_4) \quad (6)$$

где знак минус указывает, что вращающий момент  $\tau_i$ , вызванный вращением  $i$ -го пропеллера, действует на корпус квадрокоптера в обратном направлении.

Таким образом, общая подъёмная тяга  $u_z$  и суммарный вращающий момент  $u_\psi$  вокруг оси рыскания  $OZ$  не зависят от выбора кинематической схемы установки моторов.

Что касается моментов  $u_\phi$  и  $u_\theta$  относительно осей  $OX$  и  $OY$ , то они создаются за счёт разности тяг противоположно действующих моментов, при этом моменты  $\bar{M}_1$  и  $\bar{M}_2$  каждой пары находятся в плоскости  $OXY$  и определяются следующими соотношениями:

$$\bar{M}_1 = M_1 \bar{m}_1, M_1 = -(T_1 - T_3) L_1, \quad (7)$$

$$\bar{M}_2 = M_2 \bar{m}_2, M_2 = -(T_2 - T_4) L_2, \quad (8)$$

где векторы  $\bar{m}_1$  и  $\bar{m}_2$  проходят через центр осей координат и направлены перпендикулярно к направлениям установки моторов (на рис. 2 эти векторы показаны утолщёнными линиями). Векторы  $\bar{m}_1$  и  $\bar{m}_2$  имеют следующий вид:

$$\bar{m}_1 = \begin{bmatrix} -\sin(\alpha_1) \\ \cos(\alpha_1) \end{bmatrix}, \bar{m}_2 = \begin{bmatrix} \sin(\alpha_2) \\ -\cos(\alpha_2) \end{bmatrix}. \quad (9)$$

Управляющие моменты  $u_\phi$  и  $u_\theta$  в координатной плоскости  $OXY$  определяются как суммарные векторы:

$$\bar{M}_{XY} = \begin{bmatrix} u_\phi \\ u_\theta \end{bmatrix} = \bar{M}_1 + \bar{M}_2 = -(T_1 - T_3) L_1 \bar{m}_1 + M_2 = (T_2 - T_4) L_2 \bar{m}_2 \quad (10)$$

Подставив в (10) выражения (9), получим для компонент  $u_\phi$  и  $u_\theta$  вектора управляющих моментов  $\bar{M}_{XY}$  следующие выражения:

$$u_\phi = (T_1 - T_3) L_1 \sin(\alpha_1) + (T_2 - T_4) L_2 \sin(\alpha_2), \quad (11)$$

$$u_\theta = -(T_1 - T_3) L_1 \cos(\alpha_1) - (T_2 - T_4) L_2 \cos(\alpha_2). \quad (12)$$

Таким образом, выше представлены аналитические выражения для подъёмной силы (5), а также управляющих моментов рыскания  $u_\psi$  (6), крена  $u_\varphi$  (11) и тангажа  $u_\theta$  (12), выраженные через тяги  $T_1, T_2, T_3, T_4$  и показанные на рис. 2 кинематические параметры  $(\alpha_1, \alpha_2, L_1, L_2)$ , которые связаны с геометрией установки моторов (пропеллеров).

Рассмотрим векторы управляющих моментов  $\bar{U} = [u_z, u_\varphi, u_\theta, u_\psi]^T$  и тяг  $\bar{T} = [T_1, T_2, T_3, T_4]^T$ . Их взаимосвязь можно записать в матричном виде:

$$\bar{U} = D_M \bar{T}, \quad (13)$$

где матрица  $D_M$  имеет следующий вид:

$$D_M = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ L_1 \sin(\alpha_1) & L_2 \sin(\alpha_2) & -L_1 \sin(\alpha_1) & -L_2 \sin(\alpha_2) \\ -L_1 \cos(\alpha_1) & L_2 \cos(\alpha_2) & L_1 \cos(\alpha_1) & L_2 \cos(\alpha_2) \\ -k_\psi & k_\psi & -k_\psi & k_\psi \end{bmatrix}, \quad (14)$$

а её детерминант равен

$$\det(D_M) = -8L_1L_2k_\psi \sin(\alpha_1 - \alpha_2) \quad (15)$$

Из выражения (12) следует, что связь между тягами  $T_1, T_2, T_3, T_4$  и требуемыми моментами  $u_z, u_\varphi, u_\theta, u_\psi$  определяется следующей матрицей:

$$K_D = D_M^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{4} & \frac{\cos(\alpha_2)}{2L_1 \sin(\alpha_1 - \alpha_2)} & \frac{\sin(\alpha_2)}{2L_1 \sin(\alpha_1 - \alpha_2)} & -\frac{1}{4k_\psi} \\ \frac{1}{4} & -\frac{\cos(\alpha_1)}{2L_2 \sin(\alpha_1 - \alpha_2)} & -\frac{\sin(\alpha_1)}{2L_2 \sin(\alpha_1 - \alpha_2)} & \frac{1}{4k_\psi} \\ \frac{1}{4} & -\frac{\cos(\alpha_2)}{2L_1 \sin(\alpha_1 - \alpha_2)} & -\frac{\sin(\alpha_2)}{2L_1 \sin(\alpha_1 - \alpha_2)} & -\frac{1}{4k_\psi} \\ \frac{1}{4} & \frac{\cos(\alpha_1)}{2L_2 \sin(\alpha_1 - \alpha_2)} & \frac{\sin(\alpha_1)}{2L_2 \sin(\alpha_1 - \alpha_2)} & \frac{1}{4k_\psi} \end{bmatrix}. \quad (16)$$

Если  $\alpha_1 = 0^\circ, \alpha_2 = 90^\circ$  и  $L_1 = L_2 = L$ , то матрицы  $D_M$  (14) и  $K_D$  (16) примут следующий вид:

$$D_M = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & L & 0 & -L \\ -L & 0 & L & 0 \\ -k_\psi & k_\psi & -k_\psi & k_\psi \end{bmatrix}, \quad (17)$$

$$K_D = \begin{bmatrix} \frac{1}{4} & 0 & -\frac{1}{2L} & -\frac{1}{4k_\psi} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{2L} & 0 & \frac{1}{4k_\psi} \\ \frac{1}{4} & 0 & \frac{1}{2L} & -\frac{1}{4k_\psi} \\ \frac{1}{4} & -\frac{1}{2L} & 0 & \frac{1}{4k_\psi} \end{bmatrix}. \quad (18)$$

Если  $\alpha_1 = 45^\circ$ ,  $\alpha_2 = 135^\circ$ , то из (13) и (16) получим:

$$D_M = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ \frac{\sqrt{2}L}{2} & \frac{\sqrt{2}L}{2} & -\frac{\sqrt{2}L}{2} & -\frac{\sqrt{2}L}{2} \\ -\frac{\sqrt{2}L}{2} & \frac{\sqrt{2}L}{2} & \frac{\sqrt{2}L}{2} & -\frac{\sqrt{2}L}{2} \\ -k_\psi & k_\psi & -k_\psi & k_\psi \end{bmatrix}, \quad (19)$$

$$K_D = \begin{bmatrix} \frac{1}{4} & \frac{\sqrt{2}}{4L} & -\frac{\sqrt{2}}{4L} & -\frac{1}{4k_\psi} \\ \frac{1}{4} & \frac{\sqrt{2}}{4L} & \frac{\sqrt{2}}{4L} & \frac{1}{4k_\psi} \\ \frac{1}{4} & -\frac{\sqrt{2}}{4L} & \frac{\sqrt{2}}{4L} & -\frac{1}{4k_\psi} \\ \frac{1}{4} & -\frac{\sqrt{2}}{4L} & -\frac{\sqrt{2}}{4L} & \frac{1}{4k_\psi} \end{bmatrix}. \quad (20)$$

Представленные в данном разделе математические выражения были использованы для реализации модели квадрокоптера в программной среде и предназначены для расчёта его кинематических характеристик, например, значений тяги моторов и обратного воздействия моторов на корпус квадрокоптера вокруг оси рыскания.

### **Программная реализация обобщённой кинематической схемы квадрокоптера**

Реализация имитационной модели квадрокоптера с использованием разработанной обобщённой кинематической схемы выполнена в среде Matlab. Разработан графический интерфейс пользователя (ГИП). Основное окно ввода исходных данных, определяющих режимы работы квадрокоптера, показано на рис. 3.

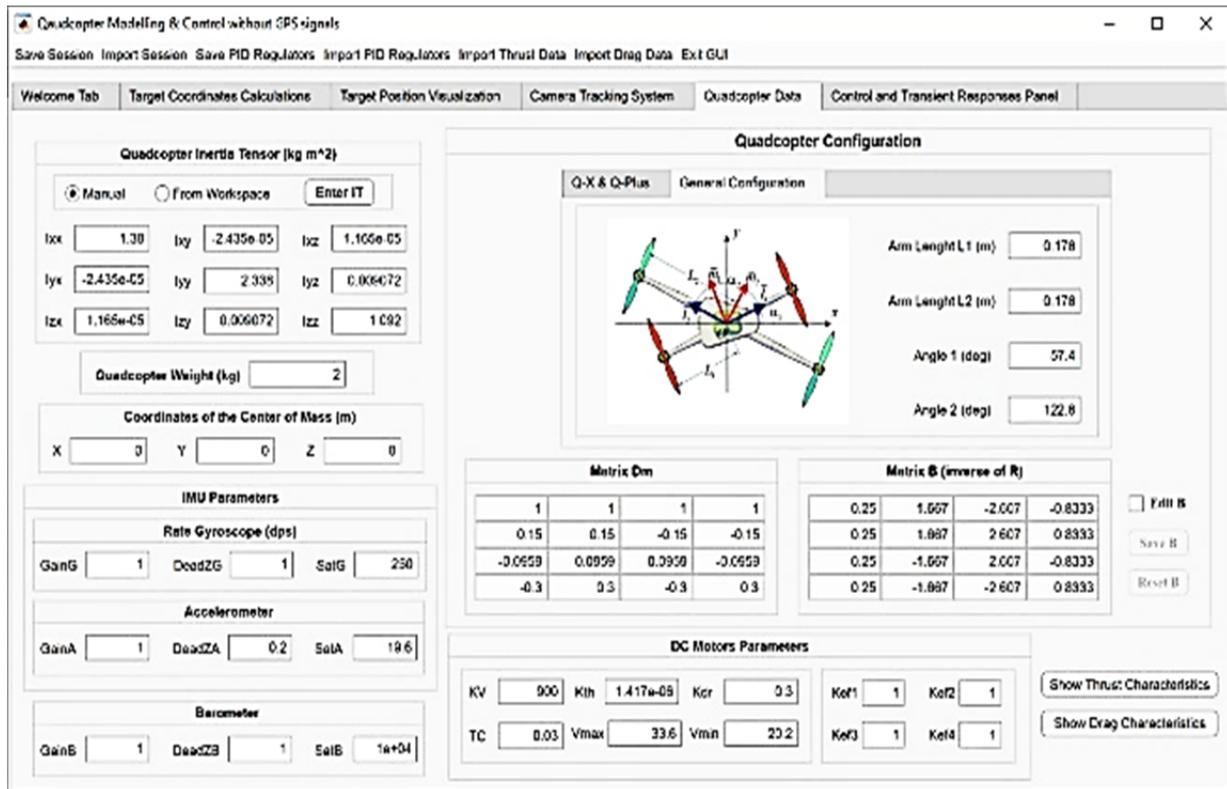


Рис. 3. Основное окно ввода исходных данных

Панель Quadcopter Inertia Tensor в левой верхней части ГИП на рис. 3 предназначена для ввода  $3 \times 3$  симметричного положительно определённого тензора инерции квадрокоптера с учётом всех установленных на нём устройств и элементов (камер, моторов, пропеллеров, аккумуляторов и т.д.). Пользователь может вводить данные в соответствующие окна вручную из рабочего пространства Workspace системы MATLAB, куда эти данные вводятся заранее, или же с жёсткого диска, используя кнопку Import Session на панели меню. При этом производится автоматический контроль корректности введённых данных, а именно, соблюдение условия симметричности и положительной определённости матрицы (тензора) инерции.

В окно следующей панели (ниже панели Quadcopter Weight) вводится расчётный или полученный экспериментальным путём вес квадрокоптера, а ещё ниже расположена панель ввода координат центра масс (Coordinates of the Center of Mass).

Следующая панель IMU Parameters предназначена для ввода паспортных данных скоростных гироскопов (Rate Gyroscopes) и акселерометров (Accelerometers), входящих в состав всех IMU (Inertial Measurement Unit) основных используемых на практике автопилотов БПЛА (Pixhawk, Betaflight, и т.д.). Входными данными гироскопов и акселерометров являются чувствительность или коэффициент передачи (GainG, GainA – Gains), мёртвая зона или зона нечувствительности (DeadZG, DeadZA – Dead Zones) и уровень насыщения выходного сигнала датчика (SatG, SatA – Saturations).

Кроме того, в панель Barometer вводятся аналогичные паспортные данные (GainB, DeadZB, SatB) барометра или любого другого устройства, используемого для определения высоты квадрокоптера.

В правой верхней части ГИП (рис. 3) размещена панель Quadcopter Configuration выбора конфигурации квадрокоптера, т.е. выбора кинематической схемы установки моторов и пропеллеров. Панель Quadcopter Configuration имеет две страницы: General

Configuration (рис. 3), соответствующая обобщённой кинематической схеме на рис. 2, а также страницу Q-X & Q-Plus (рис. 4) стандартных кинематических схем, выбор между которыми производится переключателями (radio-buttons) Q-Plus и Q-X.

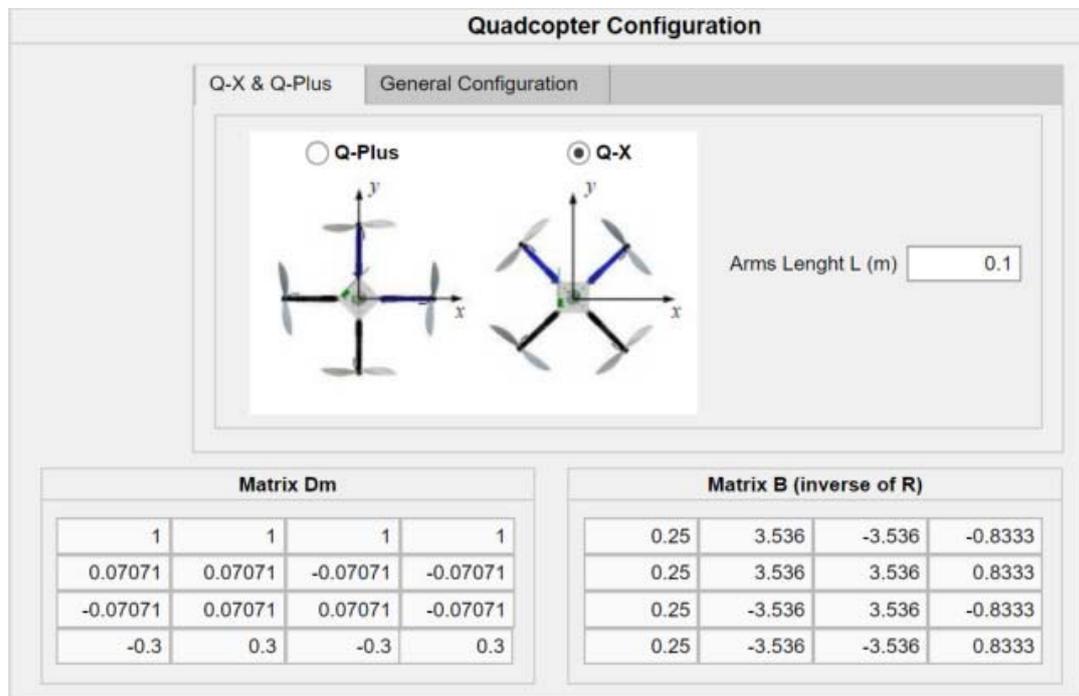


Рис. 4. Панель графического интерфейса пользователя для выбора стандартных кинематических схем установки моторов и пропеллеров

Вводимыми данными на панели Quadcopter Configuration являются углы  $\alpha_1$  (Angle 1) и  $\alpha_2$  (Angle 2) расположения пропеллеров и их расстояния  $L_1$  и  $L_2$  (Arm Length L1 Length L2) до центра масс (для обобщённой кинематической схемы на рис. 3), или же просто длина штанги  $L$  (Arms Length L) для стандартных схем. При вводе указанных данных производится автоматический расчёт матриц  $D_M$  и  $K_D$  по формулам (13) – (20) естественных (кинематических) и искусственных (компенсирующих) взаимных связей между каналами управления квадрокоптера. Эти данные выводятся в окна панелей Matrix Dm и Matrix B.

Ниже панели Quadcopter Configuration находится панель DC Motors Parameters ввода параметров моторов (двигателей постоянного тока). Входными данными здесь являются коэффициент передачи KV, электромеханическая постоянная времени TC (Time Constant), коэффициент тяги  $T_t$  пропеллеров Kth (Thrust Coefficient), коэффициент  $k_\psi$  обратного воздействия моторов на корпус квадрокоптера вокруг оси рыскания Z (drag coefficient), максимальное  $V_{max}$  и минимальное  $V_{min}$  значения напряжений на входах моторов. Коэффициенты  $Kef1$ ,  $Kef2$ ,  $Kef3$  и  $Kef4$  учитывают частичную потерю эффективности моторов, в том числе в случае полного отказа одного из моторов. Эти коэффициенты могут находиться в пределах

$$0 < Kef(i) \leq 1, i = 1, 2, 3, 4. \quad (21)$$

Особое внимание при разработке ГИП UAV\_GUI было уделено вопросу учёта тяги  $T_i$  пропеллеров. Дело в том, что используемая в большинстве научных статей и разработках эмпирическая формула

$$T_i = c_T \Omega_i^2, \quad (22)$$

согласно которой каждый  $i$ -й ротор производит тягу  $T_i$ , теоретически пропорциональную квадрату угловой скорости  $\Omega_i$  и действующую вдоль вертикально оси  $z_B$ , связанной с корпусом БПЛА, весьма далека от реально существующей на практике зависимости. В результате линеаризации относительно какой-либо фиксированной рабочей точки получаем приближённую линейную зависимость

$$T_i \approx c_i \Omega_i, \quad (23)$$

которая справедлива только при очень малых отклонениях угловой скорости от рабочей точки.

С другой стороны, при использовании на практике всех известных автопилотов устанавливаются нижние и верхние границы  $V_{\max}$  и  $V_{\min}$  напряжений на входах моторов, что вообще исключает возможность линеаризации. Например, при взлёте БПЛА напряжение на моторы подаётся не с нуля, а со значения  $V_{\min}$ , т.е. изменение напряжения носит релейный характер.

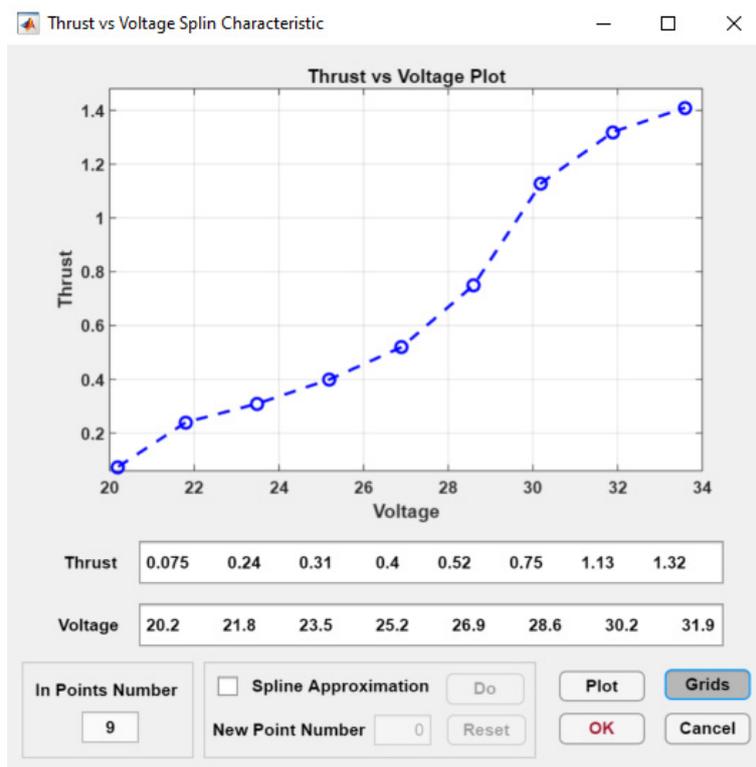
Поэтому в ГИП предусмотрена возможность применения как теоретической зависимости, так и экспериментально полученных данных для тяги моторов с пропеллерами в зависимости от входного напряжения. Кроме того, имеется возможность ввода в интерфейс экспериментальной зависимости обратного воздействия моторов на корпус квадрокоптера вокруг оси рыскания  $Z$  от тяги пропеллеров.

Для ввода в интерфейс экспериментальных данных зависимости тяги моторов от входных напряжений предназначена кнопка Import Thrust Data на панели меню ГИП. При нажатии на эту кнопку, выпадает меню с двумя возможными вариантами ввода данных (рис. 5, а):

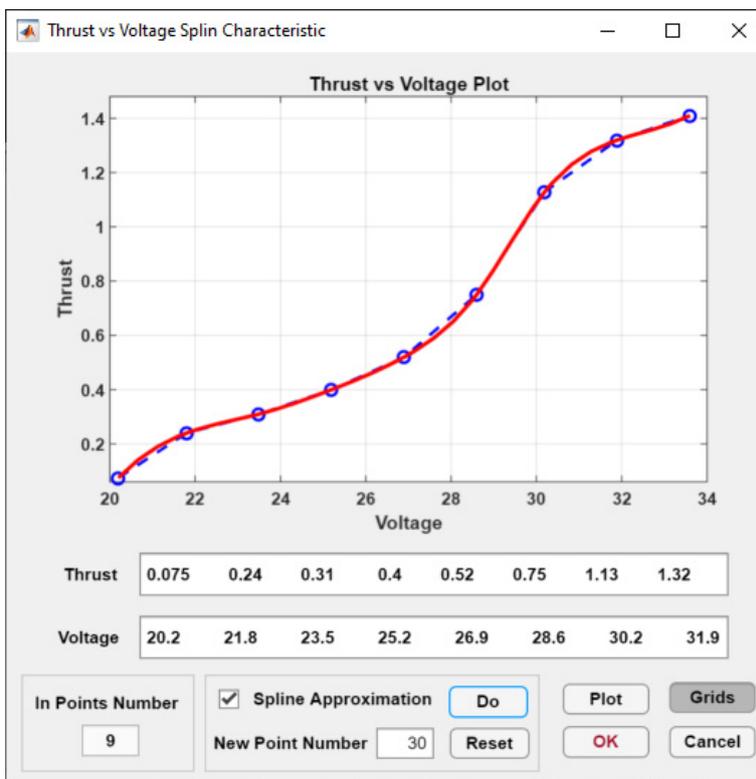
1. From Workspace
2. From Mat-file.

Предполагается, что экспериментальные данные заранее введены в рабочее пространство Workspace или же записаны в некотором файле в памяти компьютера. Эти данные имеют формат матрицы размера  $2 \times n$ , где  $n$  – количество пар данных (пар напряжение – тяга). При выборе желаемого варианта ввода данных из двух возможных вспомогательная программа анализирует все переменные в Workspace или памяти компьютера и выводит в специальное окно список файлов, данные которых соответствуют требуемому формату.

Выбор требуемого файла из списка приводит к вызову окна (рис. 5, а), на котором дан график (пунктирная линия) экспериментальной зависимости тяги моторов (Thrust) от входного напряжения (Voltage). В данном окне показаны также численные значения дискретных экспериментальных данных (окна Thrust и Voltage) и их число (Input Points Number). Имеется также панель Spline Approximation. Её использование даёт возможность ввести желаемое число дополнительных точек в пределах заданного интервала изменения напряжений (окно New Points Number) и, нажав кнопку Do, осуществить сплайн-аппроксимацию экспериментальной кривой с учётом новых точек (сплошная кривая на рис. 5, б).



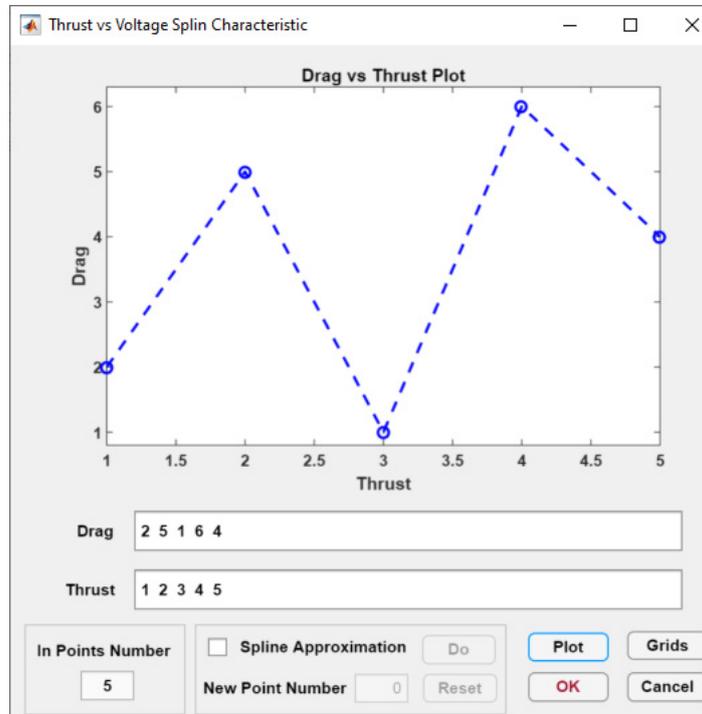
а



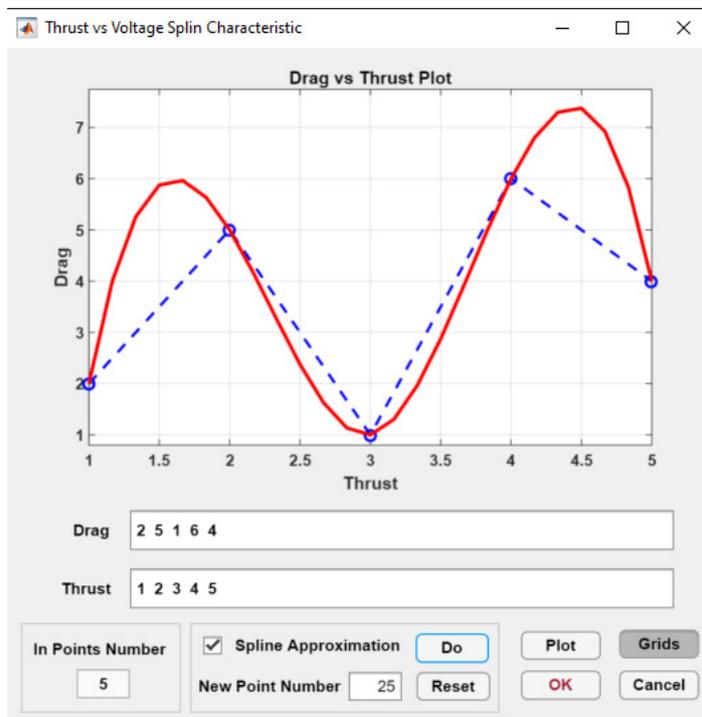
б

Рис. 5. Окна ввода экспериментальных значений зависимости тяги пропеллеров от средних значений напряжений на входах моторов: а – экспериментальные данные; б – сплайн-аппроксимация

Нажатие кнопки ОК в окнах приводит к закрытию этих окон и вводу исходных или скорректированных экспериментальных данных в рабочие алгоритмы ГИП. Аналогичная процедура предусмотрена для ввода экспериментальных данных зависимости обратного воздействия моторов на корпус квадрокоптера от тяги (рис. 6 а, б).



а



б

Рис. 6. Окна ввода экспериментальных значений зависимости обратного воздействия моторов на корпус квадрокоптера от тяги:  
а – экспериментальные данные; б – сплайн-аппроксимация

## **Основные результаты и перспективы развития работы**

Разработана обобщённая кинематическая схема квадрокоптера, её математическая модель, программно-алгоритмическое обеспечение, предназначенное для имитации управляющих воздействий на тягу моторов квадрокоптера. Приведены сравнительные данные модельных и экспериментальных результатов. Сравнение полученных данных с экспериментальными характеристиками показало отклонение в 5% величины зависимости тяги от среднего значения напряжения на моторах и отклонение в 30% величины зависимости силы воздействия моторов на корпус от величины тяги.

Развитие работы видится в совершенствовании математической модели обобщённой кинематической схемы квадрокоптера с учётом внешних эксплуатационных факторов, в частности, ветровых возмущений.

Статья подготовлена в процессе выполнения НИОКР «Разработка и изготовление автопилота для управления беспилотным летательным аппаратом вертикального взлёта», соглашение ПИАШ/20-П-2023 (28/23Б) от 01.05.2023 г.

## **Библиографический список**

1. Ковалев М.А., Зеленский В.А., Овакимян Д.Н., Старостина Т.В. Принцип автономной навигации беспилотного летательного аппарата на основе данных дистанционного зондирования Земли // Сборник трудов по материалам VIII Международной конференции и молодежной школы «Информационные технологии и нанотехнологии (ИТНТ-2022)» (23-27 мая 2022 г., Самара, Россия). Т. 2. Самара: Издательство Самарского университета, 2022.
2. Алхаддад М. Моделирование и управление ориентацией квадрокоптера с использованием линейного квадратического регулятора // Материалы XII Международной научно-практической конференции «Актуальные проблемы авиации и космонавтики» (11-15 апреля 2016 г., Красноярск). Т. 1. Красноярск: СибГАУ, 2016. С. 883-886.
3. Кузнецов А.Г. Автоматизация процесса посадки малогабаритных беспилотных летательных аппаратов в особых условиях // Труды МАИ. 2011. № 45.
4. Saied M., Knaiber M., Mazeh H., Shraim H., Francis C. BFA fuzzy logic based control allocation for fault-tolerant control of multirotor UAVs // The Aeronautical Journal. 2019. V. 123, Iss. 1267. P. 1356-1373. DOI: 10.1017/aer.2019.58
5. Савельев В.М., Антонов Д.А. Выставка бесплатформенной инерциальной навигационной системы беспилотного летательного аппарата на подвижном основании // Труды МАИ. 2011. № 45.
6. Сухомлинов Д.В., Медведь А.Н. О комплексировании данных в информационно-управляющей системе летательного аппарата // Двигатель. 2014. № 5 (95). С. 38-41.
7. Долгий О.В., Жих А.И., Гришечко В.А. Комплексирование сигналов датчиков в навигационных системах на базе инерциальных элементов // Научные горизонты. 2019. № 4 (20). С. 193-198.
8. Лосев В.В., Корнилов А.В. Комплексирование измерительной информации инерциального блока и системы воздушных сигналов, входящих в состав интегрированной системы резервных приборов // Вестник Волжской государственной академии водного транспорта. 2017. № 52. С. 31-39.
9. Yu G., Morel J.-M., ASIFT: An algorithm for fully affine invariant comparison // Image Processing On Line. 2011. V. 1. P. 11-38. DOI: 10.5201/ipol.2011.my-asift

10. Gasparyan O.N., Darbinyan H.G., Simonyan T.A. The control of quadcopters based on the feedback linearization method // Proceedings of NPUA. Information Technologies, Electronics, Radio Engineering. 2020. No. 2. P. 44-54.

11. Yol A., Delabarre B., Dame A., Dartois J.-E., Marchand E. Vision-based absolute localization for unmanned aerial vehicles, intelligent robots and systems // IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (September, 14-18, 2014, Chicago, IL, USA). 2014. DOI: 10.1109/iros.2014.6943040

12. Buslaev A., Seferbekov S., Iglovikov V., Shvets A. Fully convolutional network for automatic road extraction from satellite imagery // IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition Workshops (June, 18-22, 2018, Salt Lake City, UT, USA). 2018. DOI: 10.1109/cvprw.2018.00035

13. Fowers S.G. Stabilization and control of a quad-rotor micro-UAV using vision sensors. Dissertations. Brigham Young University, 2008.

14. Saeedi M., Trentini M., Seto M., Li H. Multiple-robot simultaneous localization and mapping: A review // Journal of Field Robotics. 2016. V. 33, Iss. 1. P. 3-46. DOI: 10.1002/rob.21620

## MATHEMATICAL MODEL OF A GENERALIZED QUADCOPTER KINEMATIC SCHEME AND ITS SOFTWARE IMPLEMENTATION

© 2024

**V. A. Zelenskiy** Doctor of Science (Engineering), Associate Professor,  
Professor of the Department of Radio Electronic Systems;  
Samara National Research University, Samara, Russian Federation;  
[zelenskiy.va@ssau.ru](mailto:zelenskiy.va@ssau.ru)

**M. A. Kovalev** Doctor of Science (Engineering), Associate Professor,  
Professor of the Department of Aircraft Maintenance;  
Samara National Research University, Samara, Russian Federation;  
[kovalev.ma@ssau.ru](mailto:kovalev.ma@ssau.ru)

**D. N. Ovakimyan** Director of the Center for Unmanned Systems;  
Samara National Research University, Samara, Russian Federation;  
[ovakimyan.dn@ssau.ru](mailto:ovakimyan.dn@ssau.ru)

**V. S. Kirillov** Laboratory Assistant, Researcher; Center for Unmanned Systems;  
Samara National Research University, Samara, Russian Federation;  
[vskirillov2015@yandex.ru](mailto:vskirillov2015@yandex.ru)

A generalized kinematic scheme of the installation of quadcopter motors is presented and its main advantages are described. In accordance with the scheme, a mathematical model of the kinematics of the quadcopter was developed. The model was implemented in the MatLab software environment. The presented mathematical expressions are used to calculate kinematic characteristics, such as the values of the thrust of the motors and the reverse effect of the motors on the body of the quadcopter. The comparison of the obtained data with the experimental characteristics showed a 5% deviation of the magnitude of the dependence of the thrust on the average value of the voltage on the motors and a 30% deviation of the magnitude of the dependence of the motor action on the thrust magnitude.

*Unmanned aerial vehicle; quadcopter; generalized kinematic scheme; mathematical model; graphical user interface*

---

*Citation:* Zelenskiy V.A., Kovalev M.A., Ovakimyan D.N., Kirillov V.S. Mathematical model of a generalized quadcopter kinematic scheme and its software implementation. *Vestnik of Samara University. Aerospace and Mechanical Engineering*. 2024. V. 23, no. 1. P. 7-20. DOI: 10.18287/2541-7533-2024-23-1-7-20

## References

1. Kovalev M.A., Zelenskiy V.A., Ovakimyan D.N., Starostina T.V. UAV's autonomous navigation principle based on Earth remote sensing data. *Proceedings of the 8th IEEE International Conference on Information Technology and Nano-technology, ITNT 2022 (May, 23-27, 2022, Samara, Russian Federation)*. DOI: 10.1109/ITNT55410.2022.9848603
2. Alhaddad M. Modeling and attitude control of a quadcopter using linear quadratic regulator. *Materialy XII Mezhdunarodnoy nauchno-prakticheskoy konferentsii «Aktual'nye Problemy Aviatsii i Kosmonavтики» (April, 15-16, 2016, Krasnoyarsk)*. V. 1. Krasnoyarsk: Siberian State Aerospace University Publ., 2016. P. 883-886. (In Russ.)
3. Kuznetsov A.G. Automation of process of landing of the small-sized unmanned aerial vehicle in special situations. *Trudy MAI*. 2011. No. 45. (In Russ.)
4. Saied M., Knaiber M., Mazeh H., Shraim H., Francis C. BFA fuzzy logic based control allocation for fault-tolerant control of multirotor UAVs. *The Aeronautical Journal*. 2019. V. 123, Iss. 1267. P. 1356-1373. DOI: 10.1017/aer.2019.58
5. Savelyev V.M., Antonov D.A. Strapdown inertial navigation system in-flight alignment for unmanned aircraft on the moving base. *Trudy MAI*. 2011. No. 45. (In Russ.)
6. Sukhomlinov D.V., Medved A.N. Data integration in the aircraft information control system. *Engine*. 2014. No. 5 (95). P. 38-41. (In Russ.)
7. Dolgiy O.V., Zhih A.I., Grishchenko V.A. Sensor fusion in navigation systems based on inertial elements. *Scientific Horizons*. 2019. No. 4 (20). P. 193-198. (In Russ.)
8. Losev V.V., Kornilov A.V. A fusion of the measurement data from the inertial unit and the air data computer system being a part of the integrated standby instrument system. *Bulletin of the Volga State Academy of Water Transport*. 2017. No. 52. P. 31-39. (In Russ.)
9. Yu G., Morel J.-M., ASIFT: An algorithm for fully affine invariant comparison. *Image Processing On Line*. 2011. V. 1. P. 11-38. DOI: 10.5201/ipol.2011.my-asift
10. Gasparyan O.N., Darbinyan H.G., Simonyan T.A. The control of quadcopters based on the feedback linearization method. *Proceedings of NPUA. Information Technologies, Electronics, Radio Engineering*. 2020. No. 2. P. 44-54.
11. Yol A., Delabarre B., Dame A., Dartois J.-E., Marchand E. Vision-based absolute localization for unmanned aerial vehicles, intelligent robots and systems. *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (September, 14-18, 2014, Chicago, IL, USA)*. 2014. DOI: 10.1109/iros.2014.6943040
12. Buslaev A., Seferbekov S., Igloukov V., Shvets A. Fully convolutional network for automatic road extraction from satellite imagery. *IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition Workshops (June, 18-22, 2018, Salt Lake City, UT, USA)*. 2018. DOI: 10.1109/cvprw.2018.00035
13. Fowers S.G. Stabilization and control of a quad-rotor micro-UAV using vision sensors. Dissertations. Brigham Young University, 2008.
14. Saeedi M., Trentini M., Seto M., Li H. Multiple-robot simultaneous localization and mapping: A review. *Journal of Field Robotics*. 2016. V. 33, Iss. 1. P. 3-46. DOI: 10.1002/rob.21620

## БАЛЛИСТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ МИССИИ К СПУТНИКУ ЮПИТЕРА КАЛЛИСТО С ПОСАДКОЙ НА ПОВЕРХНОСТЬ

© 2024

**В. В. Ковалёв** аспирант кафедры динамики полёта и систем управления;  
Самарский национальный исследовательский университет  
имени академика С.П. Королёва;  
[vadkovalev97@mail.ru](mailto:vadkovalev97@mail.ru)

**А. Д. Марченко** аспирант кафедры динамики полёта и систем управления;  
Самарский национальный исследовательский университет  
имени академика С.П. Королёва;  
[anzhela\\_marchenko\\_97@mail.ru](mailto:anzhela_marchenko_97@mail.ru)

**Т. В. Старостина** студент института авиационной и ракетно-космической техники;  
Самарский национальный исследовательский университет  
имени академика С.П. Королёва;  
[samara-tanya2000@mail.ru](mailto:samara-tanya2000@mail.ru)

**А. Р. Шарипова** аспирант кафедры динамики полёта и систем управления;  
Самарский национальный исследовательский университет  
имени академика С.П. Королёва;  
[Sharipovaaliya2016@yandex.ru](mailto:Sharipovaaliya2016@yandex.ru)

Представлены результаты исследования, на основании которых был разработан комплекс математических моделей для баллистического анализа миссии по отправке малого космического аппарата к спутнику Юпитера Каллисто и его посадки на поверхность спутника. В данной миссии предлагается применить гравитационный манёвр около Земли и аэродинамический манёвр около Юпитера для снижения затрат рабочего тела космического аппарата. Оценена минимальная необходимая тяга двигателей и длительность манёвра для мягкой посадки космического аппарата с заданной массой на спутник. Была найдена оптимальная дата старта для возможности запуска космического аппарата с помощью ракеты-носителя «Союз-2» среднего класса. Моделирование движения проводилось численно, в математическом пакете Mathcad построены все необходимые для анализа движения графические зависимости.

*Космический аппарат; межпланетный перелёт; гравитационный манёвр; математическое моделирование; кусочно-коническая аппроксимация; спутник Юпитера Каллисто; посадка на поверхность*

---

**Цитирование:** Ковалёв В.В., Марченко А.Д., Старостина Т.В., Шарипова А.Р. Баллистический анализ миссии к спутнику Юпитера Каллисто с посадкой на поверхность // Вестник Самарского университета. Аэрокосмическая техника, технологии и машиностроение. 2024. Т. 23, № 1. С. 21-37. DOI: 10.18287/2541-7533-2024-23-1-21-37

### Введение

На сегодняшний день важной задачей является исследование Солнечной системы, в частности, исследование системы Юпитера. Примером таких исследований являются результаты, полученные от космических аппаратов (КА) «Вояджер-1» и «Вояджер-2» [1], «Пионер-10» и «Пионер-11» [2], «Галилео» [3], «Юнона» [4] и др.

Достижение системы Юпитера требует использования как ракет-носителей для обеспечения выхода КА на опорную орбиту вокруг Земли, так и собственных маршевых двигателей КА для обеспечения необходимых манёвров в сфере действия планеты назначения. Полёты «напрямую» к далёким областям Солнечной системы требует огромных энергетических затрат и, следовательно, огромных затрат топлива. В качестве альтернативы для экономии топлива можно воспользоваться гравитационными манёврами (ГМ) [5]. Такой манёвр заключается в применении гравитации промежуточного небесного тела в качестве источника энергии, необходимой аппарату для измене-

ния скорости. Такие манёвры применялись для реализации всех вышеперечисленных миссий [1 – 4].

При совершении межпланетных перелётов к Юпитеру основной проблемой является большая величина потребной характеристической скорости, необходимой как для осуществления перелёта, так и для формирования требуемой орбиты в сфере действия Юпитера. Для изменения скорости КА с помощью маршевых двигателей требуются большие запасы рабочего тела. Снизить затраты топлива можно за счёт использования аэродинамического манёвра (АМ) в плотной юпитерианской атмосфере. Таким образом, применение ГМ и АМ позволит снизить затраты топлива при совершении перелёта к Юпитеру.

Целью настоящего исследования является баллистический анализ миссии по отправке малого космического аппарата на спутник Юпитера Каллисто с применением ГМ около Земли и аэродинамического манёвра около Юпитера, а также осуществления посадки на поверхность спутника. Исследование проводилось на базе международной молодёжной группы Самарского университета по проектированию малого космического аппарата для исследования Каллисто [6].

Каллисто – второй по размеру спутник Юпитера, третий по размеру в Солнечной системе, является одним из четырёх галилеевых спутников и самый удалённый среди них от планеты. Размер спутника близок к размеру Меркурия. Поверхность спутника покрыта смесью камня и льда. Предполагается, что под поверхностью спутника содержится солёный океан. За счёт своей удалённости от Юпитера и нахождения вне его радиационных поясов, Каллисто выбран как один из кандидатов для возможной колонизации в будущем [7]. В 2003 году в работе «Human Outer Planets Exploration» [8], проведённой группой учёных из НАСА, Каллисто выбран одной из целей для пилотируемого полёта. Каллисто обладает разреженной атмосферой, которая должна учитываться при расчёте посадки на поверхность [9].

Характеристики орбиты Каллисто относительно Юпитера и её физические параметры приведены в табл. 1 [8].

Таблица 1. Характеристики орбиты Каллисто относительно Юпитера и её физические параметры

Характеристика	Значение
Наклонение, град	0,192
Большая полуось, км	1 882 700
Эксцентриситет	0,0074
Перицентр, км	1 869 000
Апоцентр, км	1 897 000
Гравитационный параметр, $\text{м}^3/\text{с}^2$	$\mu_{Cal} = 7,17487 \cdot 10^{12}$
Средний радиус поверхности, км	$R_{Cal} = 2410,3$

## Баллистическая схема перелёта и математические модели движения

### Описание схемы перелёта

Была разработана следующая баллистическая схема миссии. Ракета-носитель выводит КА на гелиоцентрическую траекторию Земля-Земля, рассчитанную для осуществления наиболее эффективного гравитационного манёвра. За счёт выполнения ГМ и дополнительного импульса от бортовой двигательной установки (ДУ) КА будет осуществлять перелёт к системе Юпитера. Далее аппарат за счёт аэродинамического манёвра (торможение в атмосфере Юпитера) выводится на юпитероцентрическую орбиту Каллисто и с помощью собственной ДУ формирует требуемую для проведения исследе-

дований орбиту. Затем от КА отделяется посадочный модуль, который осуществляет посадку на поверхность Каллисто.

При расчётах применялась теория сфер действия, позволяющая разделить весь перелёт на несколько участков (решаемых в рамках задачи двух тел). Таким образом, рассматривая перелёт с момента выхода космического аппарата из сферы действия Земли, баллистический расчёт проводился для следующих участков перелёта:

- 1) геоцентрический участок выведения КА;
- 2) гелиоцентрический участок 1 (перелёт Земля – Земля);
- 3) геоцентрический участок гравитационного манёвра;
- 4) гелиоцентрический участок 2 (перелёт Земля – Юпитер);
- 5) планетоцентрический участок движения в сфере действия Юпитера, включающий аэродинамический манёвр;
- 6) участок формирования орбиты вокруг Каллисто;
- 7) участок движения в атмосфере Каллисто для осуществления мягкой посадки на его поверхность.

При рассмотрении гелиоцентрических участков полагаем, что сферы действия планет «свёрнуты» в точку. Поэтому координаты КА в момент подлёта к планетам и отлёта от них будут соответствовать координатам соответствующих планет. В вычислениях рассматривается пространственная задача, что подразумевает учёт наклонения и долготы восходящего узла орбит рассматриваемых в вычислениях небесных тел. В качестве основной плоскости выбрана плоскость эклиптики. Положение небесных тел на заданный момент времени определялось с помощью базы данных эфемерид небесных тел, получаемых из системы Horizons Лаборатории реактивного движения [10].

### Гелиоцентрический участок 1 (перелёт Земля – Земля)

На данном участке рассматривается перелёт КА с момента выхода из сферы действия Земли и перехода на орбиту возвращения до момента входа в сферу действия Земли для осуществления ГМ (рис. 1). Предполагается, что это выведение осуществляется с помощью разгонного блока (или последней ступени ракеты-носителя).

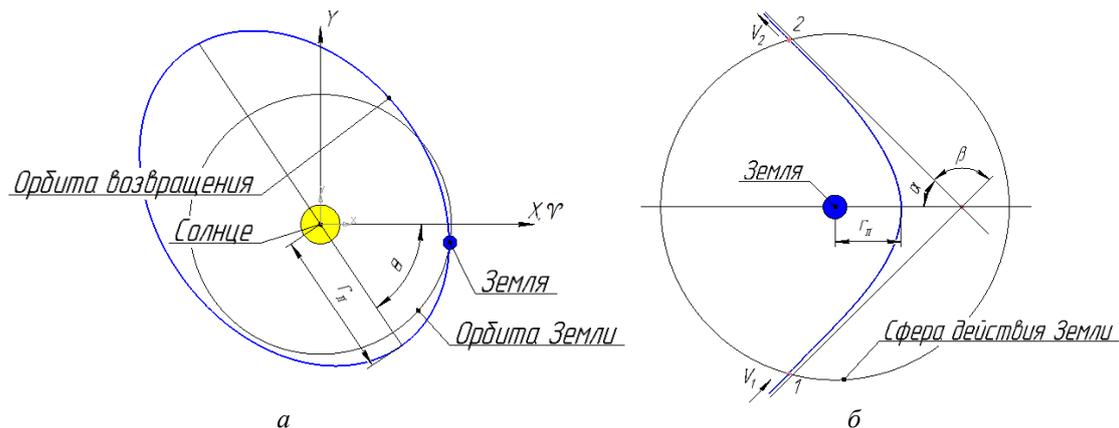


Рис. 1. Схематичное отображение гелиоцентрического участка 1 (а) и схематичное отображение геоцентрического участка (б):

- 1, 2 – точки входа и выхода из сферы действия Земли соответственно;  
 $V_1, V_2$  – скорости космического аппарата при прохождении точек 1 и 2 соответственно;  
 $\alpha$  – угол полураствора конуса;  $\beta$  – угол отклонения вектора скорости аппарата после совершения гравитационного манёвра

Для осуществления ГМ период движения КА должен совпадать с периодом обращения Земли вокруг Солнца, то есть большая полуось траектории гелиоцентрического участка 1 должна быть равна 1 а.е. Для определения параметров орбиты соответствующих наиболее эффективному ГМ КА будем изменять эксцентриситет орбиты  $e_{req}$ , являющийся регулируемым параметром при моделировании этого участка.

### Геоцентрический участок гравитационного манёвра

На данном участке рассматривается гравитационный манёвр КА около Земли (рис. 1, б). Здесь в качестве регулируемого параметра выступает радиус перицентра гиперболической орбиты КА  $r_{\pi}$ , поскольку от него зависит величина отклонения вектора скорости, что влияет на результирующую траекторию полёта к Юпитеру. В расчётах учитывается время, за которое происходит полёт аппарата на геоцентрическом участке и изменение углового положения Земли за время осуществления ГМ:

$$\delta u = \frac{t_{\theta}}{T_E} 2\pi, \quad (1)$$

где  $t_{\theta}$  – время перелёта КА на геоцентрическом участке;  $T_E$  – период обращения Земли.

### Гелиоцентрический участок 2 (перелёт Земля – Юпитер)

Данный участок рассматривает перелёт КА с момента завершения гравитационного манёвра (второго выхода из сферы действия Земли) до момента достижения сферы действия Юпитера (рис. 2).

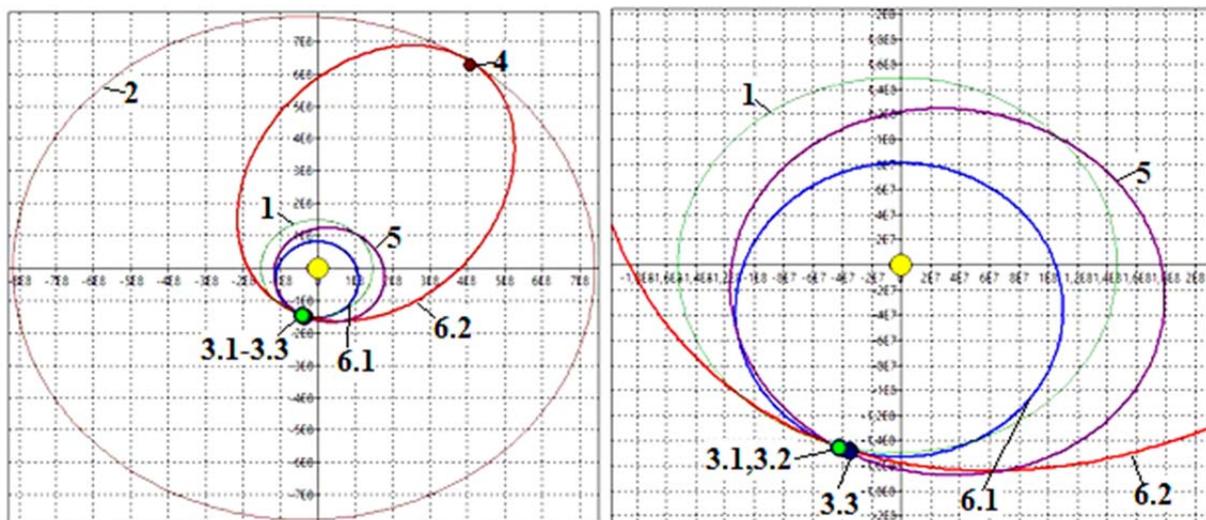


Рис. 2. Схематичное отображение траекторий КА:

1, 2 – орбита Земли и Юпитера соответственно; 3.1-3.3 – положения Земли в момент старта, возвращения аппарата и после завершения гравитационного манёвра соответственно; 4 – положение Юпитера на момент подлёта космического аппарата; 5 – траектория перелёта Земля – Земля; 6.1, 6.2 – результирующие орбиты при пролёте с внутренней или с внешней стороны Земли соответственно

В качестве регулируемой величины на этом участке выступает характеристическая скорость  $\Delta V_\varphi$  от дополнительного импульса, который обеспечивается бортовой двигательной установкой КА и даётся в момент выхода аппарата из сферы действия Земли. Для получения наибольшей эффективности от дополнительного импульса необходимо, чтобы направление скорости от этого импульса совпадало с направлением движения КА после совершения гравитационного манёвра. Поэтому применяются следующие формулы:

$$\Delta \mathbf{V}_{\varphi par} = \left| \Delta \mathbf{V}_{\varphi par} \right| \frac{\mathbf{V}_{AGA}}{|\mathbf{V}_{AGA}|},$$

$$\left| \Delta \mathbf{V}_{\varphi par} \right| = \left| \Delta \mathbf{V}_\varphi \right|, \quad (2)$$

$$\mathbf{V}_{AGA} = M(\beta) \mathbf{V} + \mathbf{V}_{E_\delta u},$$

$$M(\beta) = \begin{pmatrix} \cos(\beta) & -\sin(\beta) & 0 \\ \sin(\beta) & \cos(\beta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (3)$$

где  $\Delta \mathbf{V}_{\varphi par}$  – скорость от дополнительного импульса бортовой ДУ КА;  $\mathbf{V}_{AGA}$  – вектор скорости КА после осуществления гравитационного манёвра;  $M(\beta)$  – матрица поворота, определяющая поворот вектора скорости КА на угол  $\beta$  после совершения гравитационного манёвра (рис. 1, б);  $\mathbf{V}$  – вектор скорости КА до совершения гравитационного манёвра;  $\mathbf{V}_{E_\delta u}$  – вектор скорости Земли после совершения аппаратом гравитационного манёвра.

### ***Планетоцентрический участок движения в сфере действия Юпитера, включающий аэродинамический манёвр***

На данном участке рассматривается движение в сфере действия Юпитера с осуществлением аэродинамического манёвра. Для расчёта участка требуется знать скорость КА в момент входа в сферу действия Юпитера  $V_{2\infty}$ . Далее рассчитывается движение в атмосфере Юпитера и параметры отлётной траектории, а также величина характеристической скорости, сообщаемой КА при последующих манёврах, формирующих окончательную орбиту относительно Каллисто. При расчёте аэродинамического манёвра учитываются ограничения на величину максимальной перегрузки, температуру поверхности КА, а также безопасную высоту полёта над поверхностью планеты  $h_{БЕЗ}$ . Модель движения КА в атмосфере планеты в траекторной системе координат имеет следующий вид [11]:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= -C\rho(h)V^2 - g(h)\sin(\theta), \\ \dot{\theta} &= K_{эф} C\rho(h)V^2 + \left( \frac{V}{R_{пл} + h} - \frac{g(h)}{V} \right) \cos(\theta), \\ \dot{h} &= V \sin(\theta), \\ \dot{L} &= V \frac{R_{пл}}{R_{пл} + h} \cos(\theta). \end{aligned} \quad (4)$$

Здесь  $V$  – модуль скорости КА;  $\theta$  – угол наклона траектории;  $h$  – высота КА над поверхностью планеты;  $L$  – дальность полёта;  $\rho$  – плотность атмосферы на высоте  $h$ ;  $C$  – баллистический коэффициент КА;  $g(h) = \frac{g_0 R_{\text{ПЛ}}^2}{(R_{\text{ПЛ}} + h)^2}$  – ускорение свободного падения на высоте  $h$ ;  $R_{\text{ПЛ}}$  – радиус планеты;  $K_{\text{эф}}$  – эффективное аэродинамическое качество КА;  $g_0 = 3,71 \cdot 10^{-3}$  км/с<sup>2</sup> – ускорение свободного падения на расстоянии  $R_{\text{ПЛ}} = 69911$  км от центра Юпитера.

Перегрузка  $n$  аппарата вычисляется по формуле:

$$n = \frac{\rho V^2}{2g_0 P_x} \sqrt{1 + K_{\text{эф}}^2}, \quad (5)$$

где  $P_x$  – приведённая нагрузка на лобовую поверхность КА.

Температура КА рассчитывается по методике, предложенной в работе [12]:

$$T = \sqrt[4]{\frac{q_{\text{конв}} + q_{\text{рад}}}{\sigma \varepsilon}}, \quad (6)$$

$$q_{\text{конв}} = \frac{A_k}{\sqrt{R_k}} \left( \frac{\rho}{\rho_0} \right)^n \left( \frac{V}{V_1} \right)^m, \quad q_{\text{рад}} = A_p \left( \frac{\rho}{\rho_0} \right)^2 \left( \frac{V}{10^4} \right)^{14} R_k, \quad (7)$$

где  $q_{\text{конв}}$  – конвективный тепловой поток;  $q_{\text{рад}}$  – радиационный тепловой поток;  $\sigma = 5,6696 \cdot 10^{-12}$  Вт · см<sup>-2</sup> · град<sup>-4</sup> – постоянная Стефана-Больцмана;  $\varepsilon$  – коэффициент, характеризующий излучательную способность материала теплозащитного покрытия (берётся обычно равным 0,85...0,9);  $R_k$  – радиус кривизны поверхности КА в соответствующей критической точке;  $V_1$  – значение первой космической скорости на поверхности планеты;  $A_p, A_k, n, m$  – некоторые постоянные, зависящие от характеристик теплового воздействия в пограничном слое и от кинетических свойств газа  $A_k = 1,291 \cdot 10^5$  Дж/м<sup>3/2</sup> · ч,  $A_p = 3,035 \cdot 10^7$  Вт/м<sup>2</sup>,  $n = 0,5$ ,  $m = 3$  для Юпитера [13;14].

КА входит в атмосферу Юпитера по гиперболической траектории. Чтобы выйти на заданную орбиту спутника Юпитера Каллисто, необходимо погасить избыток гиперболической скорости в сфере действия Юпитера в точке перигентра. Скорость в точке перигентра:

$$V_{\pi} = \sqrt{V_{2\infty}^2 + V_{\text{осв}}^2}, \quad (8)$$

где  $V_{2\infty}$  – избыток гиперболической скорости на границе сферы действия Юпитера в системе координат, определяемый гелиоцентрическим участком движения;  $V_{\text{осв}}$  – вторая космическая скорость Юпитера на высоте перигентра.

Потребный импульс скорости при переходе на эллиптическую орбиту с радиусом апоцентра  $r_a$ , равным радиусу орбиты Каллисто, в районе перигентра орбиты определяется по формуле:

$$\Delta V_{\text{торм}} = V_{\pi} - V_{\alpha}, \quad (9)$$

где  $V_{\alpha} = \sqrt{\frac{2\mu r_{\pi}}{(r_{\pi} + r_{\alpha})r_{\alpha}}}$  – необходимая скорость на орбите Юпитера;

$\mu = 126686534 \cdot 10^9 \text{ м}^3/\text{с}^2$  – гравитационный параметр Юпитера;  $r_{\pi}$  – радиус перицентра переходной орбиты.

При моделировании движения КА использовалась уточнённая модель атмосферы Юпитера [15]. Плотность атмосферы Юпитера (рис. 3) зависит от высоты  $h$ , на которой давление окружающего газа  $p = 1$  бар, а плотность  $\rho = \rho_0 = 15,2 \text{ кг/м}^3$ . Данная высота принимается за нулевой уровень. На высотах, где  $p > 1$  бар, атмосфера Юпитера изотермична, а распределение давления и плотности аппроксимируется экспоненциальной зависимостью.

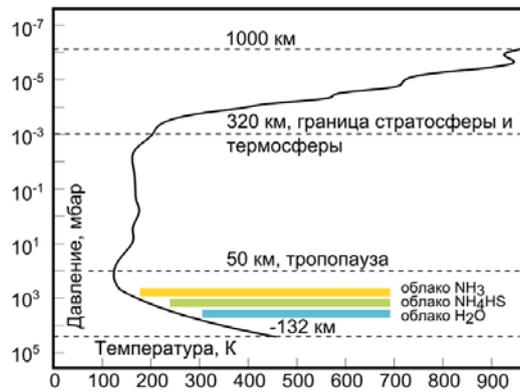


Рис. 3. Изменение параметров атмосферы Юпитера в зависимости от высоты

На высотах, где  $p < 1$  бар,  $h > 0$  плотность меняется по закону:

$$\rho = \rho_0 e^{-\frac{h-h_0}{\Delta}}, \quad (10)$$

где  $\Delta = 23500 \text{ м}$  – масштаб неоднородности атмосферы;  $h_0 = 50000 \text{ м}$ . В расчётах принималось, что условная граница атмосферы находится на высоте 450 км.

### Участок движения в атмосфере Каллисто для осуществления мягкой посадки на поверхность

Выбранная баллистическая схема миссии предполагает, что от исследовательского КА после прибытия на орбиту Каллисто будут отделены два спускаемых аппарата (СА). Основной орбитальный модуль будет использоваться для передачи информации на Землю, а также для картографирования поверхности и изучения космического пространства вблизи Каллисто. Два идентичных спускаемых аппарата предназначены для спуска на поверхность с целью проведения исследований непосредственно на поверхности.

СА (рис. 4) содержит верхний отсек с научной и обслуживающей аппаратурой и нижний отсек с двигательной установкой и заполненными баками. ДУ с суммарной тягой  $P = 80 \text{ Н}$  включает в себя четыре двигателя с тягой 20 Н каждый со скоростью истечения рабочего тела  $c = 2865 \text{ м/с}$ . В соответствии с задачами миссии определена мас-

са научных приборов посадочного модуля, составившая 6,47 кг. Общая масса заправленного СА составила 40 кг.

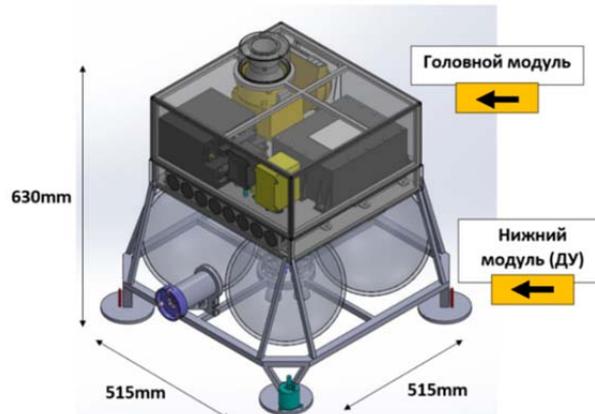


Рис. 4. Спускаемый аппарат

Предполагается, что КА, достигнув сферы действия Юпитера и выполнив все манёвры, переходит на низкую круговую полярную орбиту вокруг Каллисто. Такая орбита позволяет за короткое время осмотреть всю поверхность спутника с близкого расстояния и выбрать место посадки с учётом рельефа местности и перспектив проведения исследований.

Для посадки с круговой орбиты требуются два импульса двигательной установки. Обозначим  $t_0$ ,  $t_1$  – время, за которое космический аппарат совершает гравитационный разворот;  $t_2$  – длительность пассивного вертикального движения;  $t_3$  – длительность активного вертикального движения. Первый импульс от  $t_0 = 0$  до  $t_1$  уменьшает орбитальную скорость, и КА совершает гравитационный разворот, то есть переходит от горизонтального полёта относительно поверхности Каллисто к вертикальному спуску. Второй импульс от  $t_1 + t_2$  до  $t_1 + t_2 + t_3$  обеспечивает равенство нулю высоты и скорости полёта в момент посадки. В течение времени от  $t_1$  до  $t_1 + t_2$  двигатель КА выключен.

Таким образом, нужно определить три времени включения двигателя, чтобы выполнить три условия мягкой посадки для высоты  $h$ , скорости  $V$  и угла траектории полёта  $\theta$  в момент конечного времени  $t_1 + t_2 + t_3$ :

$$\begin{aligned} h(t_1 + t_2 + t_3) &= 0, \\ V(t_1 + t_2 + t_3) &= 0, \\ \theta(t_1 + t_2 + t_3) &= -\frac{\pi}{2}. \end{aligned} \quad (11)$$

Движение СА рассматривается при следующих допущениях:

1. На СА действуют сила тяжести, сопротивление атмосферы Каллисто и сила тяги ДУ; изменение массы КА учитывается.
2. Гравитационное поле Каллисто считается однородным и центральным, гравитационный параметр  $\mu_{Cal} = 7,17487 \cdot 10^{12} \text{ м}^3 / \text{с}^2$  [9].
3. Каллисто - это сфера с радиусом  $R_{Cal} = 2410,3 \text{ км}$  [10].
4. Влияние атмосферы Каллисто не учитывается на этапе гравитационного разворота. На этапе вертикальной посадки плотность атмосферы Каллисто рассчитывается в соответствии с данными работы [10].

На этапе гравитационного разворота рассматривается движение спускаемого аппарата в плоскости орбиты ожидания в скоростной системе координат:

$$\begin{aligned}\frac{dh}{dt} &= V \sin(\theta), \\ \frac{dL}{dt} &= V \cos(\theta) \frac{R_{Cal}}{R_{Cal} + h}, \\ \frac{dV}{dt} &= -\frac{P}{m_0 - \frac{P}{c}t} - \frac{\mu_{Cal}}{(R_{Cal} + h)^2} \sin(\theta), \\ \frac{d\theta}{dt} &= \frac{\mu_{Cal}}{(R_{Cal} + h)^2} \cos(\theta) + \frac{V \cos(\theta)}{R_{Cal} + h}.\end{aligned}\tag{12}$$

Здесь  $h$  – высота СА над поверхностью;  $L$  – дальность полёта;  $V$  – скорость;  $\theta$  – угол траектории полёта;  $P$  и  $c$  – тяга и скорость истечения продуктов сгорания из сопла ДУ;  $m_0$  – начальная масса СА.

Метод гравитационного разворота является простейшим методом управления, при котором система управления ориентирует вектор тяги двигателя в противоположном направлении относительно вектора скорости. Доказано, что расход топлива при таком управлении близок к минимальному. В конце участка торможения скорость КА стремится к нулю, а ориентация продольной оси космического аппарата из-за действия гравитационного ускорения переходит в вертикальное положение.

После выполнения этих условий начинается этап вертикальной посадки. Уравнения движения КА на вертикальном участке посадки имеют следующий вид:

$$\begin{aligned}\frac{dh}{dt} &= -V, \\ \frac{dV}{dt} &= -\frac{P\delta}{m_1 - \frac{P}{c}\delta t} + \frac{\mu_{Cal}}{(R_{Cal} + h)^2} - \sigma \frac{\rho(h)V^2}{2}.\end{aligned}\tag{13}$$

Здесь  $m_1$  – масса СА в конце этапа гравитационного разворота;  $\delta$  – функция включения-выключения двигателей СА,  $\delta = 1$  на втором участке вертикального спуска, когда двигатель включён.

Траектория вертикального спуска начинается с пассивного участка, где КА разгоняется под действием силы тяжести, и активного участка, где торможение происходит под воздействием тяги двигательной установки. При отсутствии атмосферы продолжительность пассивной и активной секций может быть рассчитана аналитически, как решение системы уравнений:

$$\begin{aligned}V_1 + \frac{\mu_{Cal}}{R_{Cal}^2}(t_2 + t_3) + c \ln\left(1 - \frac{P}{cm_1}t_3\right) &= 0, \\ h_1 - V_1(t_2 + t_3) - \frac{\mu_{Cal}}{2R_{Cal}^2}(t_2 + t_3)^2 - \frac{c^2 m_1}{P} \left( \left( \frac{P}{cm_1}t_3 - 1 \right) \left( \ln\left(1 - \frac{P}{cm_1}t_3\right) - 1 \right) - 1 \right) &= 0.\end{aligned}\tag{14}$$

Здесь  $h$  – высота СА над поверхностью;  $m_1$  – масса СА в конце этапа гравитационного разворота;  $V$  – скорость;  $R_{Cal}$  – радиус спутника;  $\mu_{Cal}$  – гравитационный параметр спутника;  $\delta$  – функция включения-выключения двигателей СА;  $P, c$  – тяга и скорость истечения рабочего тела, соответствующие спускаемому аппарату;  $\rho$  – плотность атмосферы спутника;  $\sigma$  – баллистический коэффициент СА,  $\delta = 1$  на втором участке вертикального спуска, когда двигатель включён.

Однако, если учитывать влияние слабой атмосферы Каллисто, следует уточнить продолжительность периодов включения-выключения двигателей. Это уточнение не может быть выполнено аналитически, мы решили задачу определения двух управляющих параметров и одновременного выполнения двух оставшихся граничных условий. При этом в качестве начальных приближений использовались значения, полученные по формулам (14).

## Результаты расчётов

### Расчёт гелиоцентрического движения с гравитационным манёвром

Для КА со стартовой массой на границе сферы действия Земли и проектными характеристиками, представленными в табл. 2, в результате расчётов была определена траектория перелёта к системе Юпитера, в которую входят ранее описанные два гелиоцентрических и один геоцентрический с представленными в табл. 3 характеристиками. На рис. 5 показана результирующая орбита перелёта к Юпитеру (получается при пролёте с внутренней стороны Земли).

Таблица 2. Характеристики космического аппарата

Характеристика	Значение
Длина (с учётом солнечных батарей), м	1,65×1,7×1,4
Тяга (основной ДУ), Н	415
Тяга (дополнительной ДУ), Н	4×10
Масса, кг	500
Масса (топлива), кг	93
Баллистический коэффициент, м <sup>2</sup> /кг	0,018

Таблица 3. Характеристики гелиоцентрического перелёта

Дата старта:	01.09.2023
Время перелёта по траектории Земля – Земля, сут.	108,008
Расход рабочего тела при перелёте по траектории Земля – Земля, кг	281609,872
Время перелёта при совершении ГМ, сут.	2,404
Расход рабочего тела при совершении ГМ, кг	1,916
Время перелёта к системе Юпитера, сут.	1047,938
Расход рабочего тела при подлёте к системе Юпитера, кг	162,19
Эксцентриситет орбиты возвращения по траектории Земля – Земля	0,322
Перицентрическое расстояние от Земли при совершении ГМ, км	1005
Необходимая характеристическая скорость от ракеты-носителя, км/с	14,365
Дополнительный импульс скорости разгона от бортовой двигательной установки, км/с	0,001
Результирующая скорость КА после совершения ГМ, км/с	38,497
Скорость КА (планетоцентрическая) на момент входа в сферу действия Юпитера, км/с	5,453

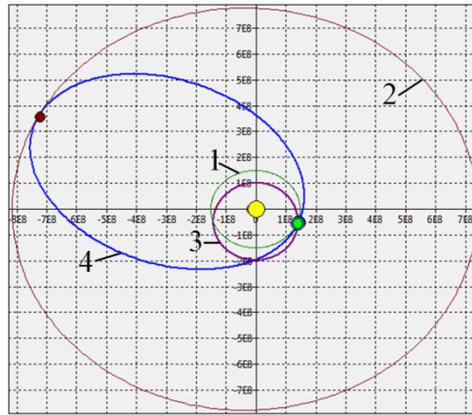


Рис. 5. Траектория гелиоцентрического движения КА к системе Юпитера:  
1 – зелёным цветом обозначена орбита Земли; 2 – красным цветом – орбита Юпитера;  
3 – фиолетовым цветом – траектория перелёта Земля – Земля; 4 – синим цветом – орбита перелёта к системе Юпитера после совершения гравитационного манёвра

### Выбор ракеты-носителя

На основании заданной стартовой массы КА (500 кг) и требуемой характеристической скорости (14,365 км/с) для выведения аппарата с опорной орбиты на орбиту возвращения к Земле с заданным эксцентриситетом (0,322), можно подобрать ракету-носитель (РН) обеспечивающую выведение с наименьшими затратами. Для этого, исходя из известных данных [16 – 21], вычисляем располагаемую характеристическую скорость (табл. 4) каждой ракеты-носителя по следующей формуле:

$$V_R = \sum_{i=1}^n P_{y\partial i} \ln(z_i), \quad (15)$$

где  $n$  – количество ступеней ракеты с учётом использования разгонного блока;  $P_{y\partial i}$  – удельная тяга двигательной установки  $i$ -й ступени;  $z_i$  – число Циолковского  $i$ -й ступени.

Таблица 4. Располагаемые характеристические скорости рассматриваемых ракет-носителей

Наименование ракеты-носителя	Тип ракеты-носителя	Величина располагаемой характеристической скорости, км/с
Союз-2.1а	Трёхступенчатая, среднего класса	14,603
Союз-2.1б	Трёхступенчатая, среднего класса	15,035
Союз-СТ-А	Трёхступенчатая, среднего класса	14,603
Союз-СТ-Б	Трёхступенчатая, среднего класса	15,011
Союз-2.1в	Двухступенчатая, лёгкого класса	11,686
Рокот	Трёхступенчатая, лёгкого класса	10,508
Ангара 1.2	Двухступенчатая, лёгкого класса	11,587

На основании полученных результатов можно сделать вывод, что из рассматриваемых ракет-носителей, представленных в табл. 4, для найденной даты старта возможно применение ракет-носителей «Союз-2.1а» и «Союз-СТ-А» среднего класса.

### Движение в сфере действия Юпитера и аэродинамический манёвр

При совершении межпланетных перелётов к Юпитеру основной проблемой является большая величина потребной характеристической скорости, необходимой для формирования требуемой орбиты в сфере действия Юпитера. Это приводит к большим потребным запасам рабочего тела для двигателей КА, которые к тому же требуется ещё доставить в систему Юпитера. Снизить затраты топлива можно за счёт использования аэродинамического манёвра в плотной Юпитерианской атмосфере.

В качестве начальных условий для моделирования аэродинамического манёвра использовались следующие значения:

$$V(0) = V_{\pi} = 60450 \text{ м/с}, \theta(0) = \theta_0, h(0) = h_0 = 450000 \text{ м}, L(0) = 0 \text{ м.} \quad (16)$$

Угол входа в атмосферу  $\theta_0$  подбирался для перехода КА на орбиту Каллисто, начальная скорость КА входа в атмосферу рассчитывалась в соответствии со скоростью гелиоцентрического движения на границе сферы действия Юпитера.

В результате расчёта аэродинамического манёвра торможения (рис. 6, 7) было выявлено, что для перехода КА на орбиту Каллисто требуется войти в атмосферу Юпитера с углом входа  $\theta = -0,345^\circ$ .

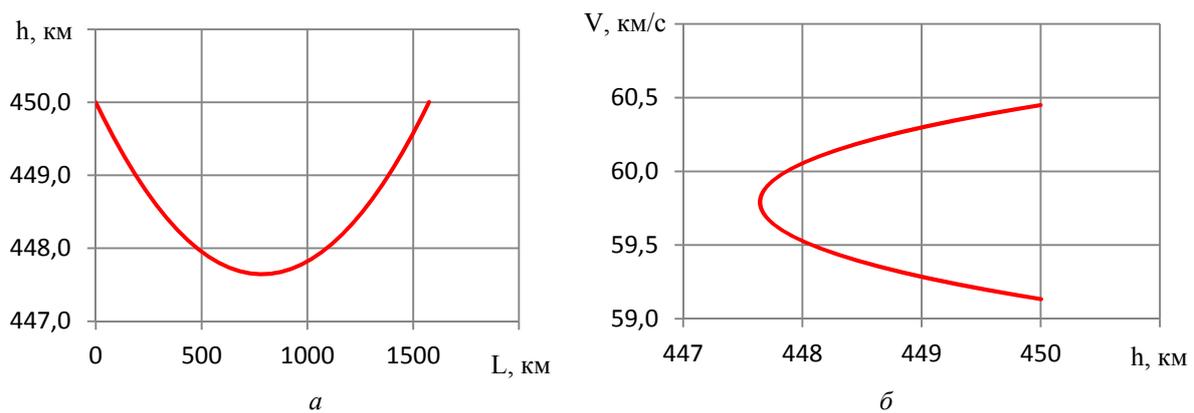


Рис. 6. Траектория манёвра (а), изменение скорости от высоты полёта (б)

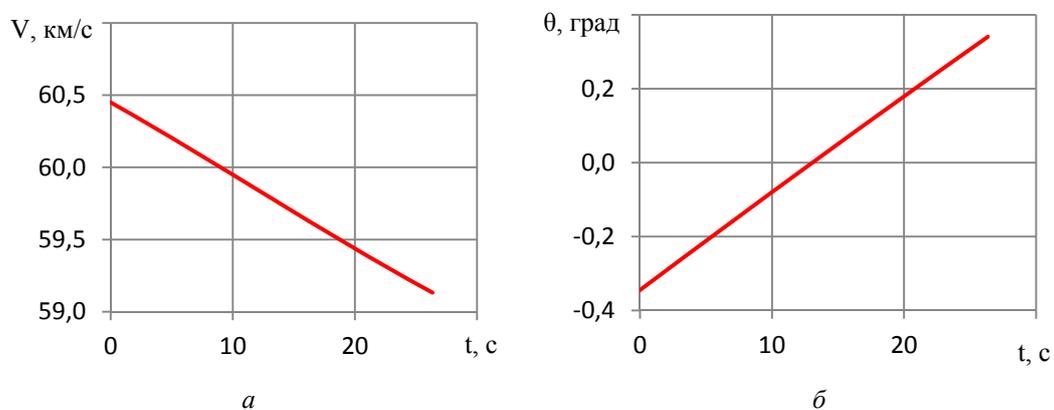


Рис. 7. Изменение скорости (а), изменение угла наклона траектории (б)

При применении аэродинамического манёвра торможения в верхних слоях атмосферы на КА действуют перегрузки, значения которых могут превышать предельно допустимые. Кроме того, при движении в атмосфере существенно повышается температура поверхности КА, что может привести к выходу из строя целевой аппаратуры. Поэтому при моделировании манёвра проводился контроль выполнения ограничений по температуре нагрева поверхности КА и максимальным перегрузкам.

После завершения аэродинамического манёвра КА переходит на орбиту с апоцентром, равным радиусу орбиты Каллисто относительно Юпитера. Для перехода на заданную орбиту относительно Каллисто требуется использовать собственную ДУ КА. Необходимый импульс скорости равен 0,629 км/с.

### Результаты моделирования мягкой посадки на поверхность Каллисто

Для расчёта посадки КА на спутник Юпитера Каллисто с минимальными энергетическими затратами был разработан программный комплекс. Участок гравитационного разворота рассчитывался для следующих начальных условий: высота орбиты  $h = 700$  км, скорость СА равна круговой скорости на этой орбите  $V = 1,519$  км/с, начальный угол наклона траектории  $\theta = -0,1^\circ$ . Длительность гравитационного разворота составила 610,4 с. Результаты моделирования представлены на рис. 8.

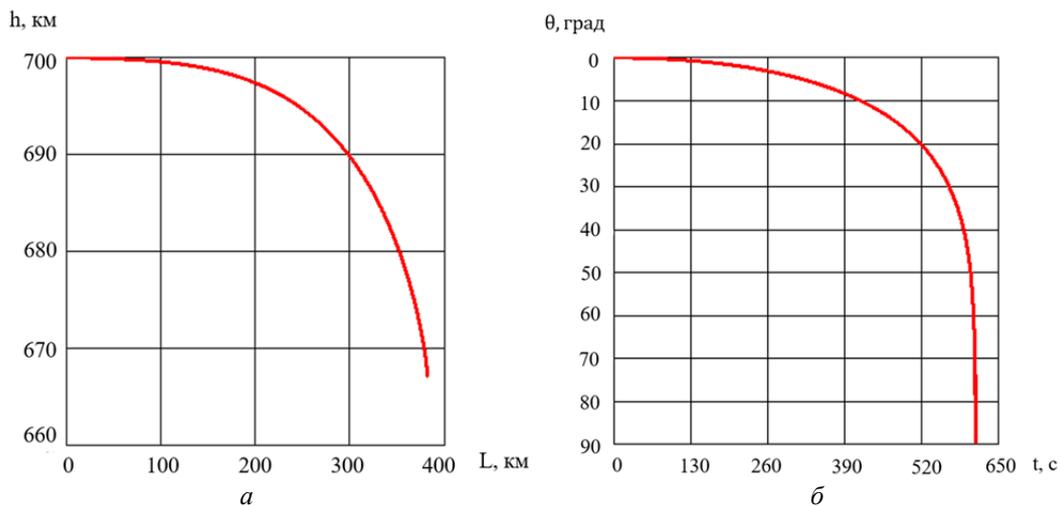


Рис. 8. Траектория движения (а) и изменение угла наклона траектории (б) на участке гравитационного разворота

В процессе выполнения гравитационного разворота высота СА снижается до  $h_1 = 667,1$  км, а скорость достигает  $V_1 = 0,257$  м/с. На выполнение манёвра расходуется 17,047 кг рабочего тела ДУ, то есть после гравитационного разворота масса СА составляет  $m_1 = 22,953$  кг. Эти данные являются начальными условиями для этапа вертикального спуска. Система уравнений (14) позволяет получить начальные приближения длительности участков пассивного движения и включения ДУ 869,1 с и 332,5 с. После уточнения, с учётом тормозящего воздействия атмосферы Каллисто, продолжительность отрезков составила 1124,2 с и 322,6 с.

На рис. 9 показаны результаты моделирования участка вертикального спуска. На обоих рисунках сплошной линией показана пассивная траектория, пунктирной линией показана зона торможения перед посадкой. На рис. 9, а показана зависимость измене-

ния высоты спуска СА от времени для двух случаев. Пунктирная линия соответствует условию спуска с учётом атмосферы Каллисто, а сплошная линия без учёта атмосферы. На рис. 9, б показаны графики зависимости высоты от скорости для двух случаев. Хотя длины секций изменились незначительно, можно отметить, что если бы коррекция не была проведена, условия мягкой посадки не были бы соблюдены.

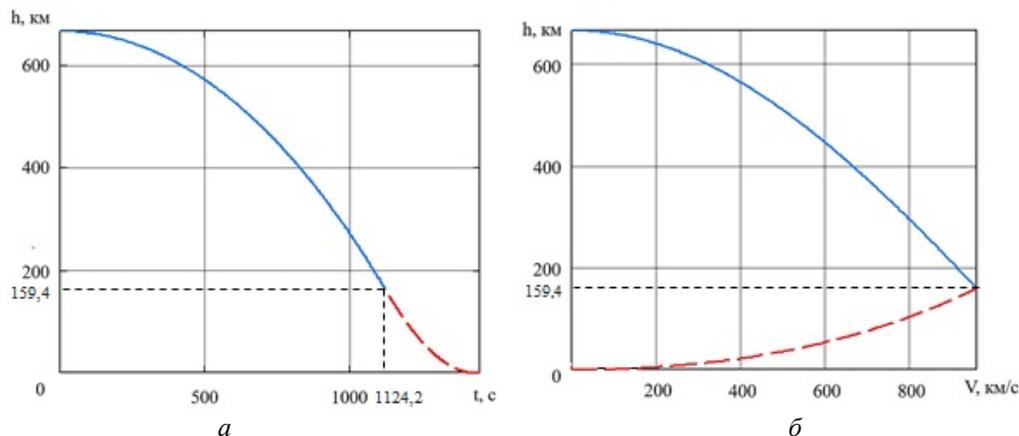


Рис. 9. График зависимости изменения высоты спуска спускаемого аппарата от времени (а) и высоты от скорости (б) на участке вертикального спуска

Кроме того, максимальная скорость спускаемого аппарата на траектории снизилась с 1056 м/с до 987 м/с. После вертикального спуска масса космического аппарата составит 13,64 кг. Для осуществления всего спуска потребовалось 26,36 кг рабочего тела.

### Заключение

Представлены результаты баллистического анализа миссии по отправке малого космического аппарата к спутнику Юпитера Каллисто с применением гравитационного манёвра около Земли и аэродинамического манёвра около Юпитера, и его посадки на поверхность спутника. Был разработан комплекс математических моделей для баллистического анализа данной миссии. Оценена минимальная необходимая тяга двигателей и длительность манёвра для мягкой посадки космического аппарата с заданной массой на спутник. Была определена возможность запуска космического аппарата с помощью ракет-носителей «Союз-2» среднего класса.

### Библиографический список

1. Voyager. Mission overview. <https://voyager.jpl.nasa.gov/mission/>
2. The Pioneer missions. <https://ntrs.nasa.gov/citations/20020060778>
3. Galileo. <https://solarsystem.nasa.gov/missions/galileo/in-depth/>
4. Juno overview. [https://web.archive.org/web/20180907181255/https://www.nasa.gov/mission\\_pages/juno/overview/index.html](https://web.archive.org/web/20180907181255/https://www.nasa.gov/mission_pages/juno/overview/index.html)
5. Левантовский В.И. Механика космического полёта в элементарном изложении. М.: Наука, 1980. 512 с.
6. Лукьянов С.В., Ковалёв В.В., Иванов Д.П., Галинсога Х., Бай В., Цай Ш. Выбор научной аппаратуры малого космического аппарата для исследования спутника Юпитера – Каллисто // Сборник трудов XXIV Всероссийского семинара по управлению

движением и навигации летательных аппаратов «Управление движением и навигация летательных аппаратов» (17-18 июня 2021 г., Самара). Самара: Издательство Самарского университета, 2022. С. 84-88.

7. Callisto. <https://solarsystem.nasa.gov/moons/jupiter-moons/callisto/in-depth/>
8. Troutman P.A., Bethke K., Stillwagen F., Caldwell Darrell L.Jr., Manvi R., Strickland C., Krizan Sh.A. Revolutionary concepts for human outer planet exploration (HOPE) // AIP Conference Proceedings. 2003. V. 654. P. 821-828. DOI: 10.1063/1.1541373
9. Planetary satellite mean orbital parameters. <https://ssd.jpl.nasa.gov/sats/elem/>
10. Horizons system. <https://ssd.jpl.nasa.gov/horizons/app.html#/>
11. Шалыгин А.С., Санников В.А., Петрова И.Л. Навигация и наведение космических аппаратов: учеб. пособие. СПб: Издательство Балтийского государственного технического университета, 2008. 142 с.
12. Иванов Н.М., Мартынов А.И. Движение космических летательных аппаратов в атмосферах планет. М.: Наука, 1985. 384 с.
13. Иванов Н.М., Мартынов А.И., Соколов Н.Л. Оптимальное управление КА в атмосфере Юпитера // Космические исследования. 1979. Т. 17, № 3. С. 348-365.
14. Sieff A., Kirk D.B., Knight T.C.D., Young R.E., Mihalov J.D., Young L.A., Milos F.S., Schubert G., Blanchard R.C., Atkinson D. Thermal structure of Jupiter's atmosphere near the edge of a 5- $\mu$ m hot spot in the north equatorial belt // Journal of Geophysical Research: Planets. 1998. V. 103, Iss. 10. P. 22857-22889. DOI: 10.1029/98JE01766
15. Орлов Д.А. Методика многокритериальной оптимизации управления движением космического аппарата при спуске в атмосфере планеты. Дис. ... канд. техн. наук. Москва, 2021. 128 с.
16. Ракета-носитель «Союз-2.1в». <https://www.roscosmos.ru/20067/>
17. Ракета-носитель «Рокот». <http://www.khrunichev.ru/main.php?id=43>
18. Ракета-носитель «Союз-2». <https://www.roscosmos.ru/468/>
19. Семейство ракет-носителей «Ангара». <http://www.khrunichev.ru/main.php?id=44>
20. Универсальный разгонный блок «Фрегат». <https://www.laspace.ru/company/products/launch-vehicles/fregat/>
21. «Бриз-КМ». <http://www.khrunichev.ru/main.php?id=50>

## BALLISTIC ANALYSIS OF A MISSION TO JUPITER'S MOON CALLISTO WITH LANDING ON THE SURFACE

© 2024

- V. V. Kovalev** Postgraduate Student of the Department of Flight Dynamics and Control Systems;  
Samara National Research University, Samara, Russian Federation;  
[vadkovalev97@mail.ru](mailto:vadkovalev97@mail.ru)
- A. D. Marchenko** Postgraduate Student of the Department of Flight Dynamics and Control Systems;  
Samara National Research University, Samara, Russian Federation;  
[anzhela\\_marchenko\\_97@mail.ru](mailto:anzhela_marchenko_97@mail.ru)
- T. V. Starostina** Student of the Institute of Aeronautical and Space Rocket Engineering;  
Samara National Research University, Samara, Russian Federation;  
[samara-tanya2000@mail.ru](mailto:samara-tanya2000@mail.ru)
- A. R. Sharipova** Postgraduate Student of the Department of Flight Dynamics and Control Systems;  
Samara National Research University, Samara, Russian Federation;  
[Sharipovaaliya2016@yandex.ru](mailto:Sharipovaaliya2016@yandex.ru)

The article presents the results of a study on the basis of which a set of mathematical models was developed for ballistic analysis of a mission to send a small spacecraft to the satellite of Jupiter, Callisto and its landing on the surface of the satellite. In this mission, it is proposed to use a gravity assist maneuver around the Earth and an aerodynamic maneuver near Jupiter to reduce the cost of the working fluid of the spacecraft. The minimum required thrust of the engines and the duration of the soft landing maneuver of a spacecraft with a given mass on the satellite are estimated. The optimal launch date was found for the possibility of launching a spacecraft using a medium-lift Soyuz-2 launch vehicle. The simulation of the movement was carried out numerically, in the Mathcad mathematical package, all the dependence diagrams necessary for the analysis of the movement were constructed.

*Spacecraft; interplanetary flight; gravity assist; mathematical modeling; piecewise conical approximation; Jupiter's moon Callisto; landing on the surface*

---

**Citation:** Kovalev V.V., Marchenko A.D., Starostina T.V., Sharipova A.R. Ballistic analysis of a mission to Jupiter's moon Callisto with landing on the surface. *Vestnik of Samara University. Aerospace and Mechanical Engineering*. 2024. V. 23, no. 1. P. 21-37. DOI: 10.18287/2541-7533-2024-23-1-21-37

## References

1. Voyager. Mission overview. Available at: <https://voyager.jpl.nasa.gov/mission/>
2. The Pioneer missions. Available at: <https://ntrs.nasa.gov/citations/20020060778>
3. Galileo. Available at: <https://solarsystem.nasa.gov/missions/galileo/in-depth/>
4. Juno Overview. Available at:  
[https://web.archive.org/web/20180907181255/https://www.nasa.gov/mission\\_pages/juno/overview/index.html](https://web.archive.org/web/20180907181255/https://www.nasa.gov/mission_pages/juno/overview/index.html)
5. Levantovskiy V.I. *Mekhanika kosmicheskogo poleta v elementarnom izlozhenii* [Mechanics of space flight in an elementary presentation]. Moscow: Nauka Publ., 1980. 512 p.
6. Luk'yanov S.V., Kovalev V.V., Ivanov D.P., Galinsoga Kh., Bay V., Tsay Sh. Vybor nauchnoy apparatury malogo kosmicheskogo apparata dlya issledovaniya sputnika Yupitera – Kallisto. *Sbornik trudov XXIV Vserossiyskogo seminara po upravleniyu dvizheniem i navigatsii letatel'nykh apparatov «Upravlenie Dvizheniem i Navigatsiya Letatel'nykh Apparatov» (June, 17-18, 2021, Samara)*. Samara: Samara University Publ., 2022. P. 84-88. (In Russ.)
7. Callisto. Available at: <https://solarsystem.nasa.gov/moons/jupiter-moons/callisto/in-depth/>
8. Troutman P.A., Bethke K., Stillwagen F., Caldwell Darrell L.Jr., Manvi R., Strickland C., Krizan Sh.A. Revolutionary concepts for human outer planet exploration (HOPE). *AIP Conference Proceedings*. 2003. V. 654. P. 821-828. DOI: 10.1063/1.1541373
9. Planetary satellite mean orbital parameters. Available at: <https://ssd.jpl.nasa.gov/sats/elem/>
10. Horizons system. Available at: <https://ssd.jpl.nasa.gov/horizons/app.html#/>
11. Shalygin A.S., Sannikov V.A., Petrova I.L. *Navigatsiya i navedenie kosmicheskikh apparatov: ucheb. posobie* [Navigation and guidance of spacecraft] Saint Petersburg: Baltic State Technical University Publ., 2008. 142 p.
12. Ivanov N.M., Martynov A.I. *Dvizhenie kosmicheskikh letatel'nykh apparatov v atmosferakh planet* [Motion of spacecraft in the atmospheres of planets] Moscow: Nauka Publ., 1985. 384 p.
13. Ivanov N.M., Martynov A.I., Sokolov N.L. Optimal spacecraft control in Jupiter's atmosphere. *Kosmicheskie Issledovaniya*. 1980. V. 17, no. 3. P. 348-365. (In Russ.)
14. Sieff A., Kirk D.B., Knight T.C.D., Young R.E., Mihalov J.D., Young L.A., Milos F.S., Schubert G., Blanchard R.C., Atkinson D. Thermal structure of Jupiter's atmosphere near the edge of a 5- $\mu$ m hot spot in the north equatorial belt. *Journal of*

*Geophysical Research: Planets*. 1998. V. 103, Iss. 10. P. 22857-22889.  
DOI: 10.1029/98JE01766

15. Orlov D.A. *Metodika mnogokriterial'noy optimizatsii upravleniya dvizheniem kosmicheskogo apparata pri spuske v atmosfere planety. Dis. ... kand. tekhn. nauk* [A technique for multi-criteria optimization of spacecraft motion control during descent in a planet's atmosphere. Dissertation for the Candidate Degree (Engineering)]. Moscow, 2021. 128 p.

16. *Raketa-nositel' «Soyuz-2.1v»* [Soyuz-2.1v launch vehicle]. Available at: <https://www.roscosmos.ru/20067/>

17. *Raketa-nositel' «Rokot»* [Rokot launch vehicle]. Available at: <http://www.khrunichev.ru/main.php?id=43>

18. *Raketa-nositel' «Soyuz-2»* [Soyuz-2 launch vehicle]. Available at: <https://www.roscosmos.ru/468/>

19. *Semeystvo raket-nositeley «Angara»* [Family of Angara launch vehicles]. Available at: <http://www.khrunichev.ru/main.php?id=44>

20. *Universal'nyy razgonnyy blok «Fregat»* [Fregat universal upper stage]. Available at: <https://www.laspace.ru/company/products/launch-vehicles/fregat/>

21. *«Briz-KM»* [Briz-KM]. Available at: <http://www.khrunichev.ru/main.php?id=50>

## СНИЖЕНИЕ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ ЗАТРАТ БЕСПИЛОТНОГО ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА ВЕРТИКАЛЬНОГО ВЗЛЁТА И ПОСАДКИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ГИБРИДНЫХ ТЕХНИЧЕСКИХ РЕШЕНИЙ

© 2024

- О. Е. Лукьянов** кандидат технических наук, доцент кафедры конструкции и проектирования летательных аппаратов; Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва; [lukyanov.oe@ssau.ru](mailto:lukyanov.oe@ssau.ru)
- В. Х. Хоанг** аспирант кафедры конструкции и проектирования летательных аппаратов; Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва; [hunghoang2508@gmail.com](mailto:hunghoang2508@gmail.com)
- В. А. Комаров** доктор технических наук, профессор, директор научно-образовательного центра авиационных конструкций НОЦ-202; Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва; [vkomarov@ssau.ru](mailto:vkomarov@ssau.ru)
- Д. В. Назаров** кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры конструкции и проектирования летательных аппаратов; Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва; [dvn69@mail.ru](mailto:dvn69@mail.ru)
- Е. И. Куркин** кандидат технических наук, доцент кафедры конструкции и проектирования летательных аппаратов; Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва; [kurkin.ei@ssau.ru](mailto:kurkin.ei@ssau.ru)
- Х. Г. Куихада Пиокуинто** аспирант кафедры конструкции и проектирования летательных аппаратов; Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва; [hosekihada@yandex.ru](mailto:hosekihada@yandex.ru)
- В. О. Чертыковцева** аспирант кафедры конструкции и проектирования летательных аппаратов; Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва; [chertykovceva.vo@ssau.ru](mailto:chertykovceva.vo@ssau.ru)

Рассматриваются возможности повышения энергетической эффективности и снижения взлётной массы беспилотного летательного аппарата самолётного типа вертикального взлёта и посадки средне-тяжёлой категории. Предложен новый тип беспилотного летательного аппарата с гибридной силовой установкой, его аэродинамическая схема, способ реализации вертикального взлёта/посадки и крейсерского режима полёта, позволяющие снизить взлётный вес летательного аппарата, вес маршевой силовой установки по сравнению с существующими беспилотными летательными аппаратами подобного класса, выполненными по известным ранее техническим решениям. Предложена методика оптимизации параметров технического облика с учётом особенностей реализации вертикального взлёта. Произведены расчёты характеристик беспилотного летательного аппарата вертикального взлёта и посадки существующих типов и нового гибридного типа. Даны количественные оценки улучшения характеристик за счёт новых предлагаемых технических решений.

*Беспилотный летательный аппарат; концептуальное проектирование; оптимизация; конструкция; вертикальный взлёт; аэродинамическая схема; параметры; гибридная силовая установка*

---

**Цитирование:** Лукьянов О.Е., Хоанг В.Х., Комаров В.А., Назаров Д.В., Куркин Е.И., Куихада Пиокуинто Х.Г., Чертыковцева В.О. Снижение энергетических затрат беспилотного летательного аппарата вертикального взлёта и посадки с использованием гибридных технических решений // Вестник Самарского университета. Аэрокосмическая техника, технологии и машиностроение. 2024. Т. 23, № 1. С. 38-54. DOI: 10.18287/2541-7533-2024-23-1-38-54

## Введение

Маркетинговые исследования рынка беспилотных авиационных систем выявляют формирующуюся в последнее время нишу транспортных беспилотных летательных аппаратов (БПЛА) вертикального взлёта и посадки, способных перевозить 100...150 кг полезной нагрузки на дальность от 300 км [1]. В качестве перевозимой полезной нагрузки рассматриваются грузы различного назначения, включая почтовые отправления, продукты питания и воду, корреспонденцию, запчасти машин и механизмов, топливо, строительные материалы и инструменты, медикаменты и медицинское оборудование, геодезическое и геологическое оборудование, оборудование для поиска и добычи полезных ископаемых, оснащение для проведения поисково-спасательных работ и работ по пожаротушению и так далее вплоть до перевозок в перспективе пациентов до медицинских учреждений на неотложное лечение. Интерес к практическому использованию таких аппаратов в России изъявляют такие компании, как Газпром, РЖД, Сбербанк, Транснефть и другие.

На мировой арене уже появляются подобные летательные аппараты похожей грузоподъёмности как в пилотируемом варианте, так и беспилотном, предполагаемые для использования в качестве аэротакси на одного – трёх пассажиров в пределах города или соседних населённых пунктов (AAT Volocopter – Германия; XPeng – Китай; Joby – США; Jetson – Швеция). Подобные проекты существуют и в России: ООО «Транспорт будущего» (входит в ГК «ЭФКО») при поддержке правительства Самарской области собирается развивать в регионе логистический бизнес с использованием БПЛА вертикального взлёта и посадки с грузоподъёмностью 150 кг. Согласно универсальной российской классификации такие БПЛА относятся к средне-тяжёлой и тяжёлой категории [2].

Следует отметить при этом, что заложенные технические решения при реализации этих аппаратов, а именно мультироторная схема с винтами малого диаметра и электрическая силовая установка, обеспечивают дальность полёта только до 15...20 км (или 0,25...0,5 ч полёта) и не позволяют увеличить дальность полёта таких БПЛА ещё на более чем 5...10 км. Данное обстоятельство существенно ограничивает коммерческое применение таких аппаратов и даёт возможность использовать данные аппараты только в очень узкой нише рынка: развлечение, демонстрация технологий, шоу и показательные полёты, спортивные соревнования. Одной из ключевых сложностей реализации рассмотренных летательных аппаратов – это обеспечение возможности вертикального взлёта и посадки, накладывающая значительные требования к энергопотреблению силовой установки и сложная система автоматического управления, обеспечивающая требуемую устойчивость и управляемость аппарата на всех режимах полёта, включая переходные. Усложнение задачи реализации данных БПЛА происходит за счёт требований по большой грузоподъёмности и дальности полёта при низком аэродинамическом качестве мультироторной схемы, требующих в совокупности существенного увеличения массы энергоносителя. В этой связи разработка БПЛА подобной грузоподъёмности с дальностью полёта несколько сот километров видится именно по самолётному типу с сохранением возможности вертикального взлёта и посадки.

Проведённый авторами настоящей работы анализ характеристик более чем ста существующих БПЛА самолётного типа вертикального взлёта и посадки (СВВП) показал, что:

- большинство таких аппаратов приходится на категорию мини-БПЛА и лёгких БПЛА (согласно [2]), летающих на дальности 10...50 и 10...400 км с максимальной взлётной массой 40...60 кг;
- БПЛА СВВП представлены в основном двумя-тремя схемами реализации вертикального взлёта и посадки – конвертируемой схемой (~20% от общего количества),

схемой с комбинированной силовой установкой (~70%) и семейством так называемых «тейлситеров»;

- БПЛА средне-тяжёлой и тяжёлой категории немногочисленны, они оснащаются двигателями внутреннего сгорания, ГТД или гибридными силовыми установками с полным или частичным преобразованием тепловой энергии в электрическую. Ближайшие прототипы подобного класса БПЛА (в скобках указывается масса полезной нагрузки): ATLIS ( $m_{п.н.} = 270$  кг), Elroy Air ( $m_{п.н.} = 360$  кг), Sabrewing Rhaegal ( $m_{п.н.} = 450$  кг), Bell Eagle Eye ( $m_{п.н.} = 90$  кг).

Основная сложность создания БПЛА СВВП с достаточно большой дальностью полёта заключается в необходимости повышения энерговооружённости, требующей установки тяжёлой силовой установки и увеличения массы энергоносителя, а также усложнения аэродинамической схемы летательного аппарата и применения других схемных решений, связанных с технической организацией вертикального взлёта.

Целью работы является поиск оптимального технического решения для эффективной реализации БПЛА СВВП средне-тяжёлой и тяжёлой категории, включающего в себя выбор типа летательного аппарата, его аэродинамической схемы, схемы реализации вертикального взлёта и посадки, а также типа силовой установки с комплексным учётом весового и энергетического баланса.

### Постановка задачи

Необходимо осуществить выбор основных параметров технического облика БПЛА СВВП для удовлетворения следующим требованиям:

- транспортировка груза массой до 150 кг (почта, материалы, оборудование, медицинские грузы, пр.);
- дальность действия до 300 км;
- возможность вертикального взлёта и посадки с неподготовленных площадок;
- вертикальная скорость при взлёте не менее 1 м/с до достижения высоты не менее 25 м;
- градиент набора высоты до крейсерской высоты не менее 3°;
- возможность размещения груза на стандартном поддоне размерами 1,2 м × 0,8 м, высотой до 0,8 м;
- максимальная мощность двигателя внутреннего сгорания в случае его использования в качестве силовой установки не более 115 л.с. в модификации без наддува топливовоздушной смеси;
- обеспечение приемлемых характеристик устойчивости и управляемости на всех режимах полёта;
- широкий допустимый диапазон центровок.

### Возможные схемы беспилотных летательных аппаратов вертикального взлёта и посадки с учётом способа реализации вертикального взлёта

В результате анализа существующих БПЛА-прототипов выделено более десятка возможных вариантов реализации БПЛА СВВП с учётом применения различных аэродинамических схем, типов двигателей и движителей. Из них выбраны две эффективные схемы БПЛА СВВП, которые будут далее подробнее рассмотрены: комбинированная схема (рис. 1) и конвертируемая схема (рис. 2). Комбинированная схема БПЛА СВВП оснащается отдельной силовой установкой для вертикального взлёта, и отдельной – для крейсерского полёта. В данной работе такая схема рассматривается в исполнении с

маршевым двигателем внутреннего сгорания и электрическими подъёмными двигателями. К преимуществам данной схемы следует отнести высокую кратковременную мощность подъёмной электрической силовой установки для взлёта при её относительно небольшой массе.

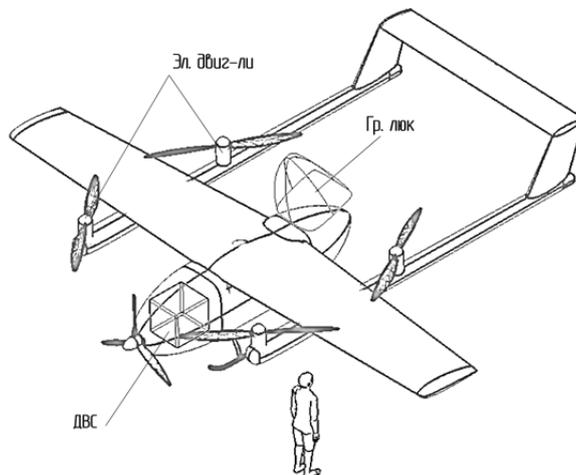


Рис. 1. Комбинированная схема

Однако в крейсерском полёте подъёмная силовая установка (электродвигатели, контроллеры двигателей, аккумуляторные батареи, силовые электрокабели) не используется и является «мёртвым грузом», создающим при этом дополнительное аэродинамическое сопротивление от неиспользуемых выходящих в поток несущих винтов. В результате летательный аппарат получается переразмеренным с большим значением коэффициента роста массы.

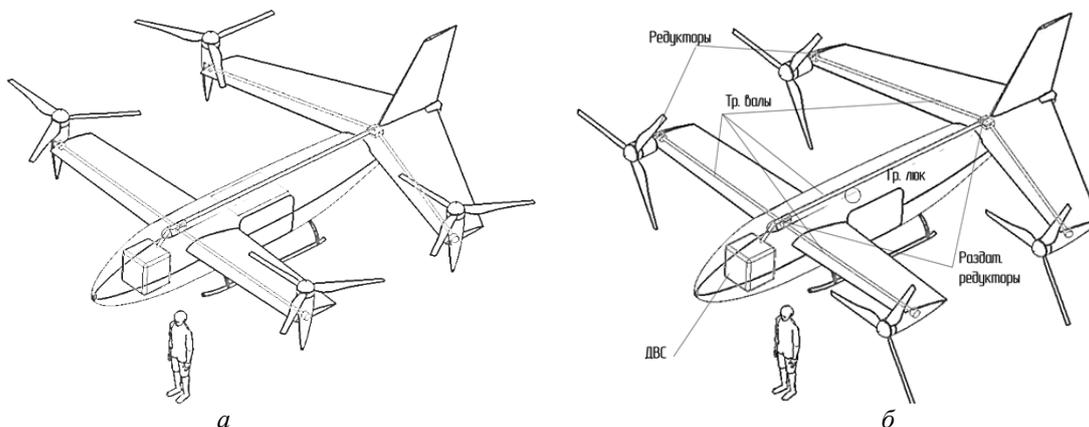


Рис. 2. Конвертируемая схема:  
а – взлётно-посадочная конфигурация; б – полётная конфигурация

Конвертируемая схема использует одну и ту же силовую установку как для взлёта, так и для маршевого режима за счёт изменения вектора тяги. В рассматриваемой размерности БПЛА целесообразнее всего такой БПЛА оснастить двигателем внутреннего сгорания, который приводит в действие через трансмиссию винтовые движители. С целью упрощения системы управления и расширения диапазона центровок в этой схеме используются четыре винтовых движителя, которые являются одновременно несущими винтами при вертикальном взлёте и маршевыми винтами при крейсерском по-

лёт. Переход от взлётно-посадочной конфигурации к крейсерской и обратно осуществляется за счёт изменения вектора тяги двигателей. При этом выбор параметров воздушных винтов осуществляется по компромиссу между требованиями вертикального взлёта и крейсерского режима полёта, что снижает энергетическую эффективность силовой установки. В результате требуется увеличение мощности винтомоторной группы, а передача крутящего момента на значительное расстояние с изменением направления требует довольно сложную трансмиссию установки. Данные обстоятельства в совокупности приводят к переразмериванию летательного аппарата и увеличению коэффициента роста массы.

### **Предлагаемая гибридная схема беспилотного летательного аппарата вертикального взлёта и посадки**

В предлагаемой схеме создания подъёмной силы результат достигается за счёт использования для вертикального взлёта двух приводных несущих воздушных винтов большого диаметра, требующих относительной небольшой энерговооружённости БПЛА, приводимых во вращение двигателем внутреннего сгорания через трансмиссию, и электродвигателями, подающими недостающую для вертикального взлёта мощность. В крейсерском горизонтальном полёте несущие винты отключаются от трансмиссии и находятся в режиме авторотации, снимая тем самым часть подъёмной силы с крыла, что делает его компактнее. Неиспользуемая в крейсерском полёте на несущие винты мощность двигателя внутреннего сгорания полностью передаётся на вал маршевого толкающего воздушного винта. Посадка может осуществляться на парашютировании с авторотирующими несущими винтами.

Для обеспечения продольной балансировки и устойчивости по тангажу беспилотного летательного аппарата в крейсерском полёте авторотирующие винты устанавливаются несколько позади центра масс так, чтобы вектор равнодействующей аэродинамической силы, возникающей на винтах, не создавал большой продольный момент с учётом того, что в крейсерском полёте ось вращения авторотирующих несущих винтов отклоняется назад. В таком случае на режиме вертикального взлёта, когда несущие винты приводятся от двигателей, может возникать пикирующий момент. Для обеспечения балансировки, а также требуемых характеристик устойчивости и управляемости на взлётно-посадочных и переходных режимах применяются два рулевых винта, располагаемые впереди и приводимые в действие электродвигателями. Рулевые винты позволяют управлять БПЛА на режиме висения и переходных режимах по тангажу, крену и рысканию путём изменения частоты их вращения.

В качестве движителя БПЛА на крейсерском режиме полёта используется толкающий воздушный винт, приводимый во вращение от ДВС через трансмиссию.

Реализация предложенной концепции летательного аппарата предлагается по аэродинамической схеме «утка» с горизонтальным оперением, расположенным впереди крыла. В таком случае при балансировке БПЛА в продольном канале рулевые винты будут создавать положительную подъёмную силу.

На крейсерском режиме полёта рулевые винты могут быть установлены по потоку и зафиксированы с целью минимизации лобового сопротивления.

Компоновка летательного аппарата по схеме «утка» позволяет удобно располагать полезную нагрузку, не оказывая влияния на положение центра масс, что позволяет эксплуатировать аппарат при различных вариантах загрузки или без груза на перегоночную дальность. Доступ в грузовой отсек осуществляется через люк, располагаемый на борту фюзеляжа между крылом и горизонтальным оперением. Основные проекции предлагаемой гибридной схемы БПЛА представлены на рис. 3. Схема функционирования БПЛА показана на рис. 4.

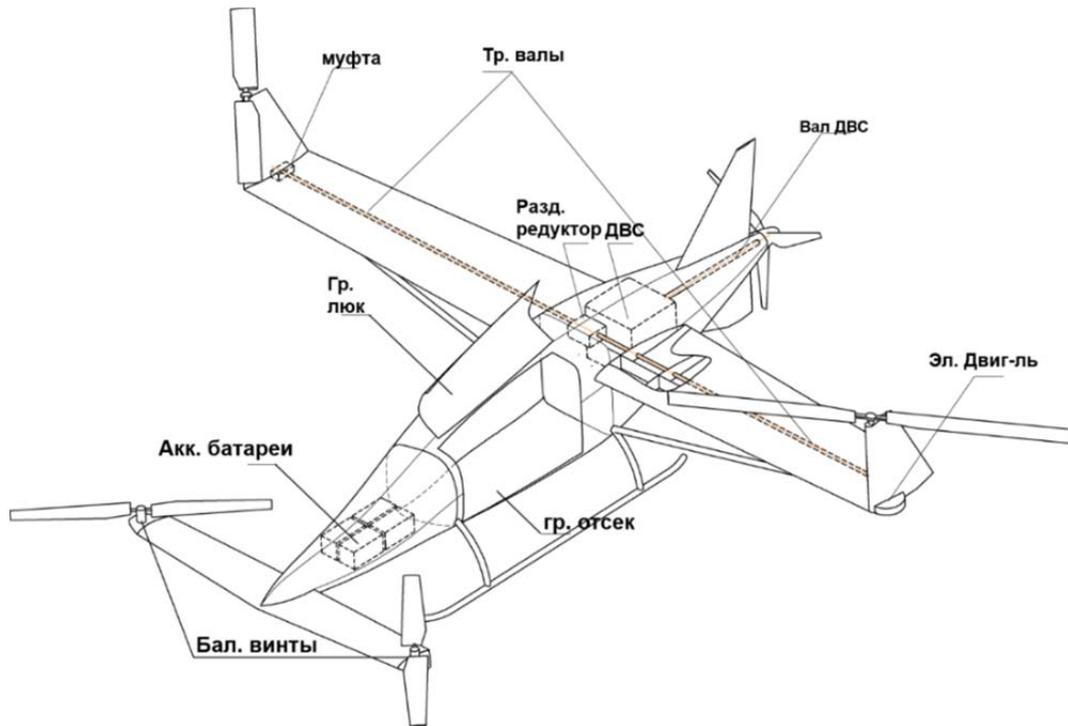


Рис. 3. Общий вид предлагаемой гибридной схемы

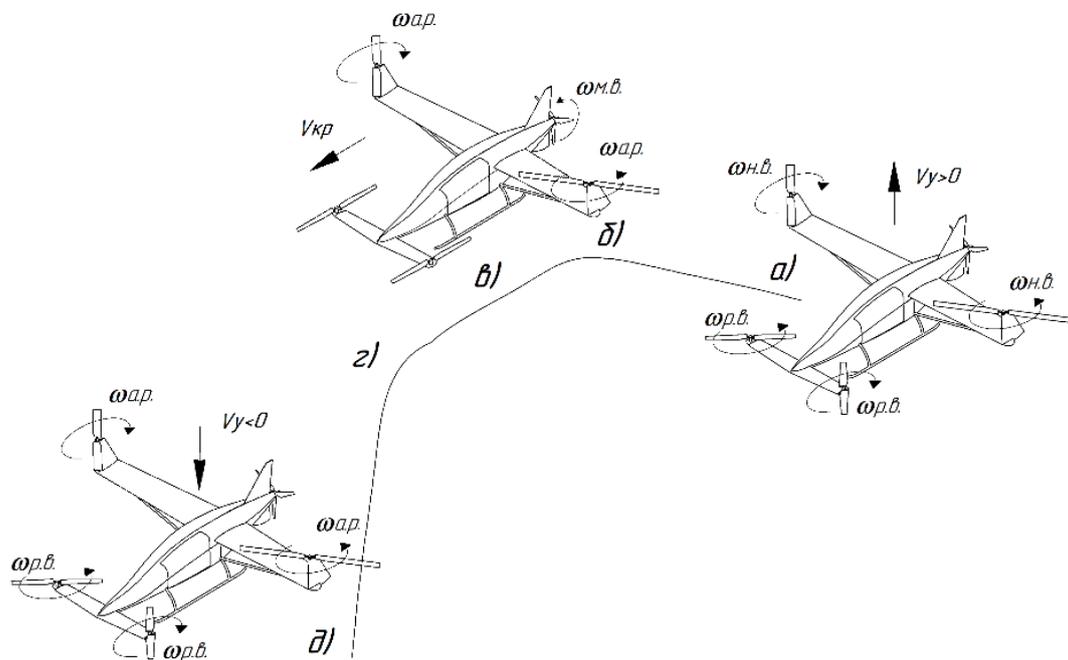


Рис. 4. Схема функционирования беспилотного летательного аппарата:  
а – вертикальный взлёт; б – переход «взлёт – крейсерский полёт»; в – крейсерский полёт;  
г – переход «крейсерский полёт – снижение»; д – вертикальная посадка

## Методика выбора параметров облика беспилотного летательного аппарата и определения его ключевых технических характеристик с учётом особенностей схем реализации вертикального взлёта

Для оценки перспективных вариантов БПЛА с учётом их выполнения по трём предлагаемым схемам и выбора наилучшего варианта разработана методика, базирующаяся на алгоритме, предложенном в [3], с существенными доработками, заключающимися в:

- возможности рассматривать различные аэродинамические схемы БПЛА с одной или с двумя несущими поверхностями (летающее крыло, нормальная схема, утка, тандем);
- возможности расчёта массы конструкции средних и крупноразмерных БПЛА;
- возможности рассмотрения различных типов силовой установки и их комбинации;
- учёте энергетических затрат силовой установки и массы энергоносителя на совершение вертикального взлёта-посадки и других режимов полёта;
- выборе параметров воздушных винтов;
- поддержке параллельных вычислений.

Исходные данные, сохраняющиеся при оптимизации постоянными: масса полезной нагрузки  $m_{п.н.} = 150$  кг; дальность полёта  $L = 330$  км; высота полёта  $H = 1500$  м; сечение грузовой кабины  $0,85 \times 0,85$  м; скороподъёмность при вертикальном взлёте  $V_y = 1$  м/с; градиент набора высоты  $\Theta = 5^\circ$ ; время вертикального взлёта и посадки 4 мин.

Формулировка задачи определения параметров БПЛА по одной из выбранных схем осуществляется в терминах нелинейного программирования, для решения которой используется дифференциальный эволюционный алгоритм со штрафными функциями [4 – 6]: необходимо минимизировать значение целевой функции  $f(X) \rightarrow \min$  при ограничениях  $g_i(X) \leq 0$ ,  $h_j(X) = 0$ , и постоянных значениях массы полезной нагрузки  $m_{п.н.}$  и дальности полёта  $L$ . В качестве ограничений в виде равенства выступает условие равновесия БПЛА с заданным запасом статической устойчивости:  $h_1(X) = m_z(X) = 0$ ;  $h_2(X) = c_{ya}^{бал}(X) - c_{ya}(X) = 0$ . В качестве ограничений в виде неравенства выступает ограничение на максимальное значение коэффициента подъёмной силы:  $g_1(X) = c_{ya}(X) \leq c_{ya}^{max}$ ; ограничение на величину коэффициента статического момента горизонтального оперения:  $g_2(X) = A_{го}(X)$ ;  $A_{го}^{min} < A_{го}(X) < A_{го}^{max}$ ; ограничение на подъёмную силу несущих винтов:  $g_3(X) = P_y > m_0 g$ .

В выражениях:  $m_z$  – коэффициент продольного момента;  $c_{ya}$  – коэффициент подъёмной силы;  $c_{ya}^{бал}$  – коэффициент подъёмной силы в состоянии равновесия;  $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$  – вектор проектных переменных.

В качестве целевой функции выбрана взлётная масса летательного аппарата  $m_0$ , вычисляемая на основе уравнения существования самолёта:

$$m_0 = \frac{m_{\text{п.н.}}}{1 - \bar{m}_{\text{акк}} - \bar{m}_{\text{топ}} - \bar{m}_{\text{сy}} - \bar{m}_{\text{конс}} - \bar{m}_{\text{об}} - \bar{m}_{\text{ш}}},$$

где:  $m_{\text{п.н.}}$  – масса полезной нагрузки;  $\bar{m}_{\text{акк}}$  – относительная масса аккумуляторных батарей;  $\bar{m}_{\text{топ}}$  – относительная масса топлива;  $\bar{m}_{\text{сy}}$  – относительная масса силовой установки;  $\bar{m}_{\text{конс}}$  – относительная масса конструкции;  $\bar{m}_{\text{об}}$  – относительная масса оборудования и  $\bar{m}_{\text{ш}}$  – относительная масса шасси.

Уравнение существования является универсальным критерием-свёрткой показателей весового и энергетического баланса. Масса силовой установки включает в себя массы двигателей, трансмиссии, контроллеров управления двигателями, воздушных винтов. Масса двигателей (электро- и ДВС) и аккумуляторных батарей прямо пропорциональна потребной энерговооружённости БПЛА на энергетически наиболее затратном режиме взлёта. Масса топлива определяется с учётом потребной энерговооружённости на всех режимах полёта и их продолжительности. Оценка массы конструкции БПЛА (крыла, оперения, фюзеляжа, шасси) и бортовых систем, системы управления и трансмиссий проведена с помощью весовых формул [7 – 11].

Масса силовой установки:

$$\bar{m}_{\text{сy}} = k \bar{N} \gamma, \quad (1)$$

где:  $k$  – учитывает увеличение массы силовой установки за счёт систем;  $\bar{N}$  – энерговооружённость БПЛА на исследуемом режиме;  $\gamma$  – удельный вес двигателя.

Формула (1) используется как для двигателя внутреннего сгорания, так и электродвигателя. Отличие заключается в разных коэффициентах  $k$  (обязка для ДВС или контроллер электродвигателя) и удельном весе двигателя  $\gamma$ .

Масса топлива:

$$\bar{m}_{\text{топ}} = \bar{N} C_e t, \quad (2)$$

где:  $\bar{N}$  – энерговооружённость на исследуемом режиме, кВт/даН;  $C_e$  – удельный расход топлива, кг/кВт·ч;  $t$  – время полёта, ч.

Масса аккумуляторных батарей

$$\bar{m}_{\text{акк}} = \frac{g \bar{N} t}{E \eta_{\text{сy}} C_{\text{з.б}}}, \quad (3)$$

где:  $\eta_{\text{сy}}$  – КПД силовой установки;  $C_{\text{з.б}}$  – состояние заряда аккумулятора;  $E$  – удельная энергоёмкость аккумулятора, кг/кВт·ч;  $g$  – ускорение свободного падения, м/с<sup>2</sup>.

Потребная энерговооружённость для крейсерского режима полёта и режима набора высоты определяется по соотношению:

$$\bar{N} = \frac{V (\cos \theta + K \sin \theta)}{\eta_{\text{в}} (K \cos \alpha + \sin \alpha)}, \quad (4)$$

а энергетический баланс для вертикального взлёта обеспечивается выражением:

$$\bar{N}_{\text{0вз}} = \frac{1}{\eta_{\text{в}}} \left( \frac{V_y}{2} + \sqrt{\left( \frac{V_y}{2} \right)^2 + \frac{P_{\text{н.в}}}{2\rho}} \right), \quad (5)$$

где:  $\alpha$  – угол атаки летательного аппарата;  $\theta$  – угол наклона траектории;  $K$  – аэродинамическое качество летательного аппарата;  $V$  – скорость полёта;  $V_y$  – скороподъёмность;  $p_0^{h.b.}$  – удельная нагрузка на несущие винты;  $\eta_b$  – КПД воздушного винта.

Принципиальная схема алгоритма расчёта по предлагаемой методике представлена на рис. 5. В схеме цикл 1 отвечает за минимизацию целевой функции, цикл 2 – за прямой расчёт целевой функции и функции ограничений. Циклы под номерами 3.1-3.4 служат для решения оптимизационной задачи балансировки (подбор угла установки стабилизирующей поверхности и угла атаки) и вычисления потребной энергетики для каждого из этапов полёта, включая вертикальный взлёт/посадку, набор высоты, снижение и крейсерский полёт. В алгоритме предусмотрен цикл оптимизации геометрических и кинематических параметров воздушных винтов, в основе которого используется метод изолированного сечения лопасти [12; 13]. При этом, в зависимости от схемы БПЛА СВВП, могут быть рассмотрены как однорежимные, так и двухрежимные винты для комбинированной или конвертируемой схем соответственно.

В расчётах аэродинамических характеристик для решения задачи балансировки, оценки аэродинамического качества и обеспечения энергетического баланса БПЛА используется метод дискретных вихрей в линейной стационарной постановке [14; 15].

Алгоритм реализован в виде программного обеспечения [16] на языке Python с межплатформенной связкой открытого программного кода AVL [17; 18], служащего для расчёта аэродинамических характеристик.

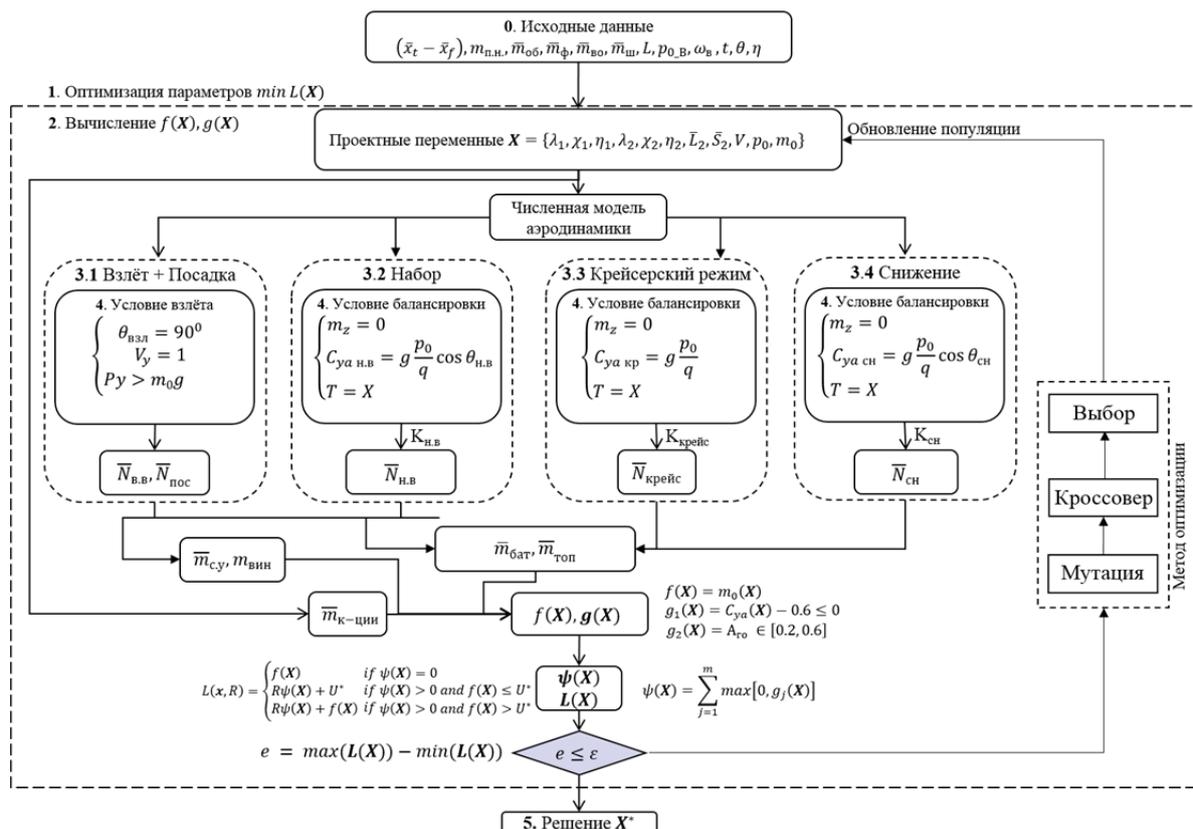


Рис. 5. Алгоритмическая схема программы оптимизации

### Результаты оптимизации параметров трёх схем

С использованием изложенного алгоритма выполнена оптимизация параметров облика и воздушных винтов БПЛА СВВП трёх рассматриваемых схем. При этом рассматривалось 15 геометрических и функциональных проектных переменных, описывающих аэродинамическую компоновку БПЛА, и по 4 геометрических и кинематических переменных для задания каждого из воздушных винтов: удлинение передней  $\lambda_1$  и задней  $\lambda_2$  несущей поверхностей, сужения  $\eta_1$  и  $\eta_2$ , стреловидности  $\chi_1$  и  $\chi_2$ , углы установки  $\delta_1$  и  $\delta_2$ , плечо горизонтального оперения  $L_{ГО}$ , относительная площадь задней несущей поверхности  $\bar{S}_2$ , удельная нагрузка на несущую систему  $p_0$ , скорость крейсерского полёта  $V$ , угол атаки  $\alpha$ , соотношение мощности электродвигателей к мощности ДВС для взлёта  $\kappa = N_0^{\text{эл}} / N_0^{\text{ДВС}}$ , удельная нагрузка на ометаемую площадь винта  $p_0^{\text{н.в.}}$ , диаметр винтов, частота вращения винтов, геометрическая крутка лопасти, угол установки лопасти.

В табл. 1 – 4 приведены результаты оптимизации проектных переменных и производных от них величин, включая массы основных частей БПЛА, ряд лётно-технических и энергетических характеристик, геометрических и кинематических характеристик БПЛА и воздушных винтов.

Таблица 1. Массовая сводка БПЛА трёх схем

№	Параметр		Комбинированная схема	Конвертируемая схема	Гибридная схема
1.	Взлётная масса, кг	$m_0$	1020	1072	761
2.	Масса воздушных винтов, кг, (относительная масса)	$m_{\text{винт}}$	34 (0,033)	51 (0,048)	49(0,65)
3.	Масса топлива, кг, (относительная масса)	$\bar{m}_T$	39 (0,038)	42 (0,039)	43 (0,058)
4.	Масса аккумулятора, кг, (относительная масса)	$\bar{m}_{\text{акк.бат}}$	155 (0,151)	–	47 (0,063)
5.	Масса электрической силовой уставной, кг, (относительная масса)	$\bar{m}_{\text{су}}^{\text{вз}}$	73 (0,071)	–	16 (0,02)
6.	Масса контроллеров эл. двигателей, кг, (относительная масса)	$\bar{m}_{\text{су}}^{\text{контр}}$	31 (0,03)	–	11 (0,015)
7.	Масса трансмиссии, кг, (относительная масса)	$\bar{m}_{\text{тр}}$	–	120(0,112)	66 (0,087)
8.	Масса конструкции, кг, (относительная масса)	$\bar{m}_k$	284 (0,28)	301 (0,281)	198 (0,26)
9.	Масса ДВС, кг, (относительная масса)	$\bar{m}_{\text{ДВС}}$	153 (0,15)	288(0,269)	102 (0,132)
10.	Масса оборудования, кг, (относительная масса)	$\bar{m}_{\text{об}}$	102 (0,1)	107 (0,1)	76,1 (0,1)

Таблица 2. Энергетические и аэродинамические характеристики БПЛА трёх схем

№	Параметр		Комбинир. схема	Конвертир. схема	Гибридная схема	
1.	Крейсерская скорость полёта, м/с	$V$	52	53	50	
2.	Скорость при наборе высоты, м/с	$V_{\text{наб}}$	45	45	45	
3.	Удельная нагрузка на несущие поверхности, кг/м <sup>2</sup>	$P_0$	70	70	60	
4.	Удельная нагрузка на несущие винты, кг/м <sup>2</sup>	$P_0^{\text{н.в.}}$	65	40	30 (5)	
5.	Энерговооружённость для набора высоты, кВт/кг	$\bar{N}_{\text{наб}}$	0,127	0,245	0,104	
6.	Энерговооружённость для взлёта, кВт/кг	$\bar{N}_{0\text{вз}}$	0,215	0,245	Нес ДВС	0,111
					Нес Эл	0,043
					Бал Эл	0,018
7.	Соотношение мощности электродвигателей к ДВС для взлёта	$N_0^{\text{эл}} / N_0^{\text{ДВС}}$	–	–	0,547	
8.	Энерговооружённость для крейсерского полёта, кВт/кг	$\bar{N}$	0,0715	0,077	0,081	
9.	Мощность электрической силовой установки, кВт	$N_{\text{эл}}$	219	–	46	
10.	Макс. мощность ДВС, кВт	$N_{\text{ДВС}}$	130	262	84	
11.	Коэф. подъёмн. силы на крейсерском режиме	$c_{ya}$	0,45	0,46	0,4	
12.	Крейсерское аэродинамическое качество	$K$	10,7	11,7	9,4	
13.	Относительное положение ц.м.	$\bar{x}_{\text{ц.м}}$	0,48	1,63	–0,63	
14.	Крейсерский угол атаки	$\alpha^\circ$	5	4,5	4,1	

Таблица 3. Геометрические характеристики БПЛА трёх схем

	Параметр		Комбинир. схема	Конвертир. схема	Гибридная схема
1.	Удлинение передней несущей поверхности	$\lambda_1$	6,5	6	6,2
2.	Стреловидность, град	$\chi_1$	2	3	2
3.	Сужение	$\eta_1$	1,5	1,3	1,3
4.	Угол установки, град	$\delta_1$	+2	+2	+2
5.	Удлинение задней несущей поверхности	$\lambda_2$	6	5	5,7
6.	Стреловидность, град	$\chi_2$	0	–15	3
7.	Сужение	$\eta_2$	1	1,5	1,4
8.	Угол установки, град	$\delta_2$	–0,25	1,25	0,9
9.	Плечо горизонтального оперения, м	$L_{\text{ГО}}$	3,8	4,1	3,8
10.	Относительная площадь задней несущей поверхности	$\bar{S}_2$	0,2	1,2	5
11.	Суммарная площадь несущих поверхностей, м <sup>2</sup>	$S_\Sigma$	13,8	14,2	9,8
12.	Наибольший размах несущей поверхности, м	$l$	8,7	6,2	6,8
13.	Длина, м	$L$	7,4	7,9	7,5
14.	Высота, м	$H$	2,1	2,6	2,4

Таблица 4. Геометрические и кинематические характеристики винтов БПЛА трёх схем

	Параметр		Комбинир. схема	Конвертир. схема	Гибридная схема
1.	Диаметр несущих винтов, м	$D_{вз}$	2,2	2,7	3,4/1,5
2.	Диаметр маршевого винта, м	$D_{кр}$	1,7		1,5
3.	Частота вращения несущего винта, об/мин	$n_{вз}$	1475	1245	932(280)/2164
4.	Частота вращения маршевого винта, об/мин	$n_{кр}$	2513		3092
5.	Шаг несущего винта, град	$\varphi_{вз}^{07}$	16	18,8	9,8(1,5)/5,2
6.	Крутка несущего винта, град	$\varphi_{вз}$	-5	-10	-5,6/-18
7.	Шаг маршевого винта, град	$\varphi_{кр}^{07}$	27	21	22,6
8.	Крутка маршевого винта, град	$\varphi_{кр}$	-35	-10	-24
9.	КПД несущего винта	$\eta_{вз}$	0,74	0,55	0,66/0,62
10.	КПД маршевого винта	$\eta_{кр}$	0,68	0,59	0,78

*Примечание.* Полученный набор значений проектных переменных практически весь находится на поверхности ограничений за исключением удельной нагрузки на крыло, оптимальное значение которой находится алгоритмически внутри диапазона ограничений как компромисс между аэродинамическим совершенством и массой конструкции. В связи с продемонстрированной высокой точностью работы алгоритма поиска экстремума полученные значения по энергетике и взлётной массе в рассмотренных примерах можно считать предельными. Поэтому в дальнейших практических расчётах целесообразно использовать критические интегральные показатели с определённым коэффициентом безопасности порядка 10-15%.

Некоторые основные результаты оптимизации (табл. 1, 2) представлены на рис. 6 в виде гистограмм. Анализ полученных данных показывает, что использование предложенной гибридной схемы позволяет снизить потребную мощность двигателя внутреннего сгорания на 68%, массу силовой установки на 60% и взлётную массу аппарата в целом на 25% при сокращении общих габаритных размеров летательного аппарата на 20% (табл. 3) по сравнению с двумя рассмотренными схемами.

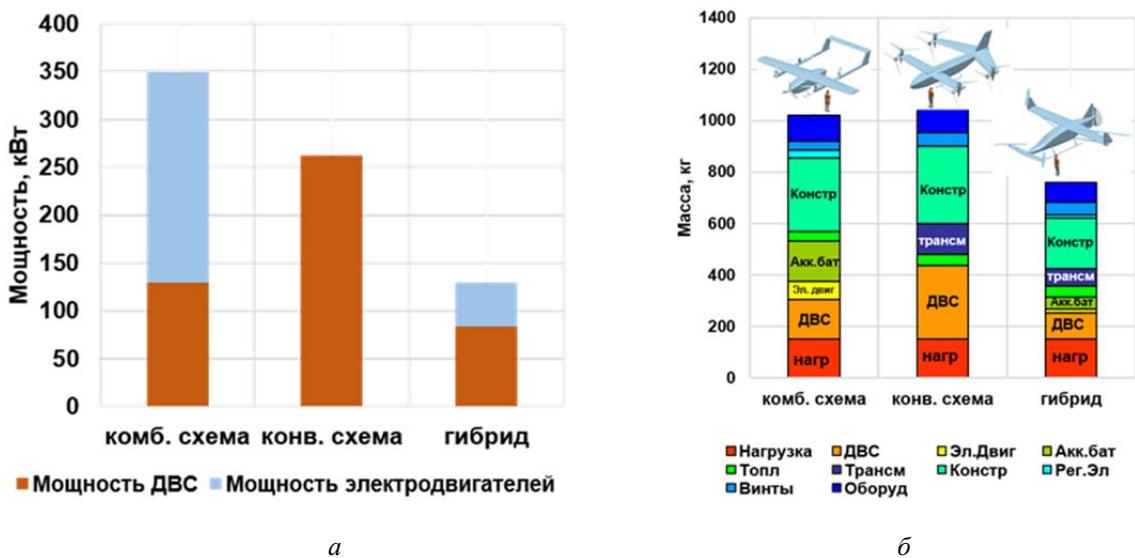


Рис. 6. Сравнительные гистограммы характеристик беспилотных летательных аппаратов, выполненных по трём схемам: а – распределение потребной мощности; б – распределение масс основных частей беспилотного летательного аппарата

Данные по несущим винтам и балансирующим винтам (табл. 4) для гибридной схемы (удельная нагрузка, диаметр, частота вращения, шаг, КПД) приведены в одной клетке через косую черту, а в скобках указываются характеристики винта при режиме авторотации. Общий вид каждой из схем показан на рис. 7 в едином масштабе.

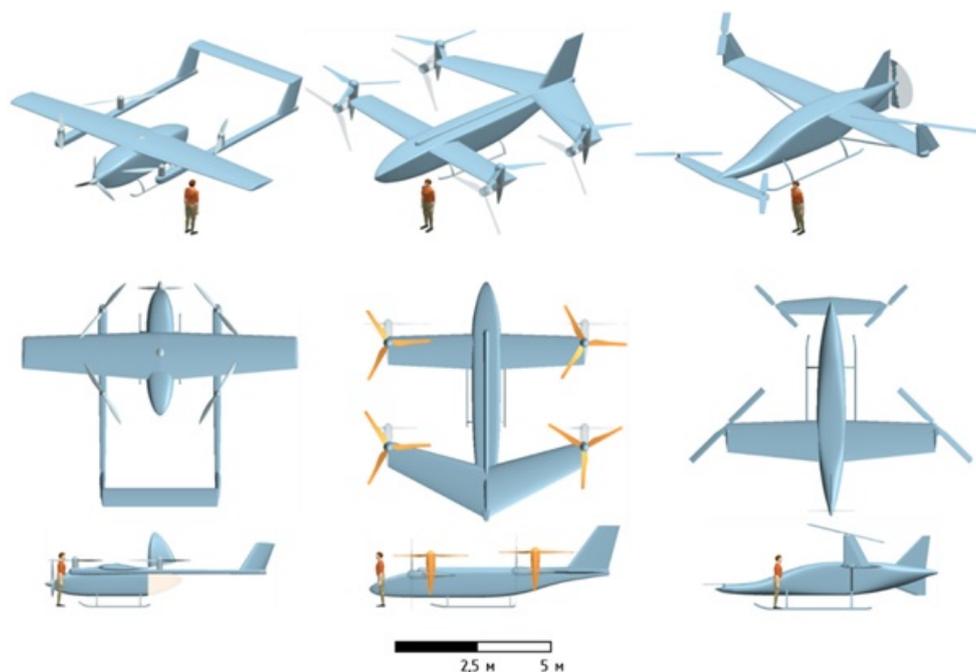


Рис. 7. Полученный облик беспилотного летательного аппарата в случае выполнения по: а – комбинированной схеме; б – конвертируемой схеме; в – гибридной схеме

В табл. 5 приводятся сравнительные характеристики БПЛА предлагаемой гибридной схемы и вертолётов подобной размерности. Для БПЛА предлагаемой гибридной схемы приводятся характеристики в расчёте на 800 км полёта.

Таблица 5. Сравнительные характеристики БПЛА предлагаемой схемы и вертолётов

№	Характеристика				
		Беркут-ВЛ	Robinson R22	Skyline SL-222	Предлагаемый БПЛА
1.	Взлётная масса, кг	780	635	637	813
2.	Масса нагрузки, кг	210	150	140	150
3.	Дальность полёта, км	380	385	380	800
4.	Скорость полёта, км/ч	170	170	160	165
5.	Мощность с/у, кВт	114	84	66	84+46=130
6.	Энерговооружённость, кВт/кг	0,147	0,14	0,1	0,16
7.	Расход топлива, л/ч	35	33	26	27
8.	Диаметр несущего винта, м	6,5	8	8	2×3,4 м
9.	Размах крыла, м	—	—	—	6,8
10.	Длина, м	5,1	8,7	9	7,5

## Заключение

Анализ результатов проведённых исследований показывает, что реализация БПЛА по заданным требованиям возможна во всех трёх рассмотренных схемах. Комбинированная схема функционирует на пределе своих возможностей: более 1/4 взлётной массы БПЛА расходуется на режим вертикального взлёта и посадки, затрачивающих 3,5% от всего полётного времени, которая в крейсерском полёте является «мёртвым» грузом и источником дополнительного аэродинамического сопротивления. Данное обстоятельство «переразмеривает» аппарат и требует более мощной маршевой силовой установки для совершения набора высоты и крейсерского полёта. Дальнейшее увеличение полезной нагрузки и/или дальности полёта в данной схеме трудно реализуемо и экономически нецелесообразно.

БПЛА конвертируемой схемы с примерно такой же взлётной массой, как и БПЛА предыдущей схемы, имеет значительный потенциал для дальнейшего увеличения массы полезной нагрузки и дальности полёта, где возможно получить большие конкурентные преимущества. Однако для рассматриваемой размерности БПЛА по данной схеме значительную массу (около 15% от взлётной) занимает трансмиссия и приводные механизмы конвертации схемы. Двухрежимные воздушные винты обладают пониженным КПД на всех режимах в силу компромисса требований. Эта схема целесообразна для больших дальностей полёта и масс полезной нагрузки.

Предлагаемый БПЛА гибридной схемы сбалансировано использует преимущества электрической силовой установки и двигателя внутреннего сгорания на режиме взлёта, что позволяет достичь снижения потребной мощности, массы и габаритов ДВС, и использовать электрическую силовую установку небольшой массы. Предлагаемая схема БПЛА по своей сути является гибридной как по типу летательного аппарата, сочетающего в себе признаки самолёта схемы «утка», квадрокоптера и автожира, так и по типу силовой установки, сочетающей в себе преимущества использования ДВС и электродвигателей на различных режимах. Малая удельная нагрузка на несущий винт позволяет снизить потребную энергетiku БПЛА на режиме вертикального взлёта, а перевод несущих винтов на крейсерском режиме полёта в авторотацию и их использование для создания подъёмной силы разгружает крыло, уменьшая его размер и даёт возможность не искать сложные технические решения по уборке несущего винта из потока. В совокупности предлагаемые технические решения позволяют снизить взлётный вес летательного аппарата по сравнению с конкурирующими схемами на 25%. Гибридная схема является преимущественной для реализации, включает в себя множество технических новаций, не реализованных ранее. БПЛА, выполненные по подобной схеме, могут иметь широкий спектр применения вплоть до использования в качестве аэротакси как в беспилотном, так и в пилотируемом варианте.

Исследования выполнены при поддержке программы развития Самарского университета на 2021-2030 годы «Приоритет 2030», номер соглашения № ПР-НУ/2.1-08-2023.

## Библиографический список

1. Чугунова С.В., Шеметова О.В. Исследование рынка беспилотных летательных аппаратов России // Сб. материалов III Международной научно-практической конференции творческой молодёжи «Актуальные проблемы авиации и космонавтики» (10-14 апреля 2017 г., Красноярск). Т. 3. Красноярск: Сибирский государственный аэрокосмический университет, 2017. С. 148-150.

2. Классификация БПЛА. <https://lasercomponents.ru/blog/klassifikacziya-bpla/>
3. Espinosa Barcenas O.U., Quijada Pioquinto J.G., Kurkina E., Lukyanov O. Multidisciplinary analysis and optimization method for conceptually designing of electric flying-wing unmanned aerial vehicles // *Drones*. 2022. V. 6, Iss. 10. DOI: 10.3390/drones6100307
4. Viktorin A., Senkerik R., Pluhacek M., Kadavy T., Jasek R. A lightweight SHADE-based algorithm for global optimization – liteSHADE // *Lecture Notes in Electrical Engineering*. 2020. V. 554. P. 197-206. DOI: 10.1007/978-3-030-14907-9\_20
5. Pioquinto J.G.Q., Shakhov V.G. Improving the evolutionary aerodynamic optimization with Bezier-PARSEC parameterization using population size reduction methods // Тезисы 20-й Международной конференции «Авиация и космонавтика» (22-26 ноября 2021 г., Москва). М.: Издательство «Перо», 2021. С. 12.
6. Ali M.M., Zhu W.X. A penalty function-based differential evolution algorithm for constrained global optimization // *Computational Optimization and Applications*. 2013. V. 54. P. 707-739. DOI: 10.1007/s10589-012-9498-3
7. Бадягин А.А., Мухамедов Ф.А. Проектирование лёгких самолётов. М.: Машиностроение, 1978. 208 с.
8. Torenbeek E. *Advanced aircraft design: Conceptual design, analysis and optimization of subsonic civil airplanes*. Hoboken, New Jersey: John Wiley & Sons, 2013. 436 p.
9. Братухин И.П. Проектирование и конструкции вертолётов. М.: Оборонгиз, 1955. 360 с.
10. Raymer D. *Aircraft design: A conceptual approach*. American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2018. 1062 p. DOI: 10.2514/4.104909
11. Roskam J. *Airplane design. Part I: Preliminary sizing of airplanes*. Design, Analysis and Research Corporation, 2015. 222 p.
12. Wald Q.R. The aerodynamics of propellers // *Progress in Aerospace Sciences*. 2006. V. 42, Iss. 2. P. 85-128. DOI: 10.1016/j.paerosci.2006.04.001
13. Sedelnikov A., Kurkin E.I., Quijada Pioquinto J.G., Lukyanov O., Nazarov D., Chertykovtseva V., Kurkina E., Hoang V.H. Algorithm for propeller optimization based on differential evolution // *Computation*. 2024. V. 12, Iss. 3. DOI: 10.3390/computation12030052
14. Белоцерковский С.М. Тонкая несущая поверхность в дозвуковом потоке газа. М.: Наука, 1965. 244 с.
15. Katz J., Plotkin A. *Low-speed aerodynamics: From wing theory to panel methods*. McGraw-Hill, 1991. 656 p.
16. Лукьянов О.Е., Куркин Е.И., Куихада Пиокуинто Х.Г., Хоанг В.Х. Программа многодисциплинарной оптимизации беспилотных летательных аппаратов вертикального взлёта и посадки с винтовым движителем «МОБЛА 2.0»: свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2024610971; опублик. 16.01.2024.
17. Budziak K. *Aerodynamic analysis with athena vortex lattice (AVL)*. Hamburg University of Applied Sciences, 2015. 72 p.
18. AVL overview. <https://web.mit.edu/drela/Public/web/avl/>

## REDUCING ENERGY CONSUMPTION OF VERTICAL TAKE-OFF AND LANDING UNMANNED AERIAL VEHICLE USING HYBRID TECHNICAL SOLUTIONS

© 2024

- O. E. Lukyanov** Candidate of Science (Engineering), Associate Professor of the Department of Aircraft Construction and Design; Samara National Research University, Samara, Russian Federation; [lukyanov.oe@ssau.ru](mailto:lukyanov.oe@ssau.ru)
- V. H. Hoang** Postgraduate Student of the Department of Aircraft Construction and Design; Samara National Research University, Samara, Russian Federation; [hunghoang2508@gmail.com](mailto:hunghoang2508@gmail.com)
- V. A. Komarov** Doctor of Science (Engineering), Professor, Director of Research and Education Center for Aircraft Structures (REC-202); Samara National Research University, Samara, Russian Federation; [vkomarov@ssau.ru](mailto:vkomarov@ssau.ru)
- D. V. Nazarov** Candidate of Science (Engineering), Associate Professor of the Department of Aircraft Construction and Design; Samara National Research University, Samara, Russian Federation; [dvn69@mail.ru](mailto:dvn69@mail.ru)
- E. I. Kurkin** Candidate of Science (Engineering), Associate Professor of the Department of Aircraft Construction and Design; Samara National Research University, Samara, Russian Federation; [kurkin.ei@ssau.ru](mailto:kurkin.ei@ssau.ru)
- J. G. Quijada Pioquinto** Postgraduate Student of the Department of Aircraft Construction and Design; Samara National Research University, Samara, Russian Federation; [hosekihada@yandex.ru](mailto:hosekihada@yandex.ru)
- V. O. Chertykovtseva** Postgraduate Student of the Department of Aircraft Construction and Design; Samara National Research University, Samara, Russian Federation; [chertykovtseva.vo@ssau.ru](mailto:chertykovtseva.vo@ssau.ru)

The paper describes possibilities of increasing the energy efficiency and reducing the takeoff weight of unmanned medium-heavy vertical takeoff and landing aerial vehicles of the airplane type. The authors propose a new hybrid type of unmanned aerial vehicle with a hybrid propulsion system, its aerodynamic design, method of realization of vertical takeoff/landing and cruising mode of flight which make it possible to reduce the takeoff weight of the aircraft, the weight of the basic propulsion system and the mass growth factor in comparison with the existing unmanned aerial vehicle of similar class, made according to the previously known technical solutions. The authors propose a methodology for optimizing the parameters of the configuration of the unmanned aerial vehicle considering the peculiarities of the implementation of vertical takeoff. The paper presents calculations of characteristics of vertical takeoff and landing unmanned aerial vehicles of existing types and the new hybrid type. The authors give quantitative estimates of improving unmanned aerial vehicle characteristics due to the new proposed technical solutions.

*Unmanned aerial vehicle; conceptual design; optimization; design; vertical takeoff; aerodynamic design; parameters; hybrid power plant*

---

**Citation:** Lukyanov O.E., Hoang V.H., Komarov V.A., Nazarov D.V., Kurkin E.I., Quijada Pioquinto J.G., Chertykovtseva V.O. Reducing energy consumption of vertical take-off and landing unmanned aerial vehicle using hybrid technical solutions. *Vestnik of Samara University. Aerospace and Mechanical Engineering*. 2024. V. 23, no. 1. P. 38-54. DOI: 10.18287/2541-7533-2024-23-1-38-54

### References

1. Chugunova S.V., Shemetova O.V. Research of the market of unmanned aerial vehicles of Russia. *Sb. materialov III Mezhdunarodnoy nauchno-prakticheskoy konferentsii tvorcheskoy molodezhi «Aktual'nye Problemy Aviatsii i Kosmonavtiki» (April, 10-14, 2017,*

Krasnoyarsk). V. 3. Krasnoyarsk: Siberian State Aerospace University Publ., 2017. P. 148-150. (In Russ.)

2. *Classifikatsiya BPLA* [Classification of UAVs]. Available at: <https://lasercomponents.ru/blog/klassifikacziya-bpla/>

3. Espinosa Barcenas O.U., Quijada Pioquinto J.G., Kurkina E., Lukyanov O. Multidisciplinary analysis and optimization method for conceptually designing of electric flying-wing unmanned aerial vehicles. *Drones*. 2022. V. 6, Iss. 10. DOI: 10.3390/drones6100307

4. Viktorin A., Senkerik R., Pluhacek M., Kadavy T., Jasek R. A lightweight SHADE-based algorithm for global optimization – liteSHADE. *Lecture Notes in Electrical Engineering*. 2020. V. 554. P. 197-206. DOI: 10.1007/978-3-030-14907-9\_20

5. Pioquinto J.G.Q., Shakhov V.G. Improving the evolutionary aerodynamic optimization with Bezier-PARSEC parameterization using population size reduction methods. *Proceedings of the 20th International Conference «Aviation and Cosmonautics» (November, 22-26, 2021, Moscow)*. Moscow: Pero Publ., 2021. P. 12. (In Russ.)

6. Ali M.M., Zhu W.X. A penalty function-based differential evolution algorithm for constrained global optimization. *Computational Optimization and Applications*. 2013. V. 54. P. 707-739. DOI: 10.1007/s10589-012-9498-3

7. Badyagin A.A., Mukhamedov F.A. *Proektirovanie legkikh samoletov* [Design of light aircraft]. Moscow: Mashinostroenie Publ., 1978. 208 p.

8. Torenbeek E. *Advanced aircraft design: Conceptual design, analysis and optimization of subsonic civil airplanes*. Hoboken, New Jersey: John Wiley & Sons, 2013. 436 p.

9. Bratukhin I.P. *Proektirovanie i konstruksii vertoletov* [Helicopter design and structures]. Moscow: Oborongiz Publ., 1955. 360 p.

10. Raymer D. *Aircraft design: A conceptual approach*. American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2018. 1062 p. DOI: 10.2514/4.104909

11. Roskam J. *Airplane design. Part I: Preliminary sizing of airplanes*. Design, Analysis and Research Corporation, 2015. 222 p.

12. Wald Q.R. The aerodynamics of propellers. *Progress in Aerospace Sciences*. 2006. V. 42, Iss. 2. P. 85-128. DOI: 10.1016/j.paerosci.2006.04.001

13. Sedelnikov A., Kurkin E.I., Quijada Pioquinto J.G., Lukyanov O., Nazarov D., Chertykovtseva V., Kurkina E., Hoang V.H. Algorithm for propeller optimization based on differential evolution. *Computation*. 2024. V. 12, Iss. 3. DOI: 10.3390/computation12030052

14. Belotserkovskiy S.M. *Tonkaya nesushchaya poverkhnost' v dozvukovom potoke gaza* [Thin lifting surface in subsonic gas flow]. Moscow: Nauka Publ., 1965. 244 p.

15. Katz J., Plotkin A. *Low-speed aerodynamics: From wing theory to panel methods*. McGraw-Hill, 1991. 656 p.

16. Luk'yanov O.E., Kurkin E.I., Kuikhada Piokuinto Kh.G., Khoang V.Kh. *Programma mnogodistsiplinarnoy optimizatsii bespilotnykh letatel'nykh apparatov vertikal'nogo vzleta i posadki s vintovym dvizhitelem «MOBLA 2.0»* [Code of multidisciplinary optimization of unmanned aerial vehicles of vertical takeoff and landing with a helical propeller «MOBLA 2.0»]. Certificate of state registration of a computer program, no. 2024610971, 2024. (Publ. 16.01.2024)

17. Budziak K. *Aerodynamic analysis with athena vortex lattice (AVL)*. Hamburg University of Applied Sciences, 2015. 72 p.

18. AVL overview. Available at: <https://web.mit.edu/drela/Public/web/avl/>

## АНАЛИЗ И СОВЕРШЕНСТВОВАНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК СОЛНЕЧНОЙ БАТАРЕИ МАЛОГО КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА ТИПА «АИСТ-2»

© 2024

**М. Р. Морданов** инженер;  
Самарский национальный исследовательский университет  
имени академика С.П. Королёва;  
[mordanovmarsel@gmail.com](mailto:mordanovmarsel@gmail.com)

**С. Л. Сафронов** кандидат технических наук, доцент кафедры космического  
машиностроения  
Самарский национальный исследовательский университет  
имени академика С.П. Королёва;  
[safronov@ssau.ru](mailto:safronov@ssau.ru)

Предложена система электропитания, предназначенная для обеспечения электроэнергией систем космического аппарата. Она обеспечивает сохранение конструктивных характеристик солнечной батареи прототипа и позволяет устанавливать средства обеспечения теплового режима фотоэлектрической батареи с сохранением стоимости производства солнечной батареи прототипа. Рассмотрены различные виды концентраторов солнечной энергии: концентраторы в виде отдельных выпуклых линейных линз Френеля, концентраторы «Flexible Array Concentrator Technology», концентраторы типа «Stretched Lens Array». Представлена методика повышения характеристик солнечной батареи космического аппарата. В методику входит расчет различных видов концентраторов, типов фотоэлектрических преобразователей и видов каркасов солнечной батареи. В качестве примера реализации методики разработана конструкция панелей солнечной батареи. Приведена сравнительная таблица характеристик солнечной батареи до и после модернизации.

*Малый космический аппарат; система электропитания; концентраторы солнечной энергии; мощность солнечной батареи; система обеспечения теплового режима*

---

**Цитирование:** Морданов М.Р., Дементьев О.В., Сафронов С.Л. Анализ и совершенствование характеристик солнечной батареи малого космического аппарата типа «АИСТ-2» // Вестник Самарского университета. Аэрокосмическая техника, технологии и машиностроение. 2024. Т. 23, № 1. С. 55-66. DOI: 10.18287/2541-7533-2024-23-1-55-66

### Введение

Современные космические аппараты (КА) предъявляют повышенные требования к энергоэффективности системы электропитания (СЭП) в широком диапазоне температур. Ключевым элементом СЭП является солнечная батарея (СБ). СБ предназначена для выработки большой удельной мощности при минимальной массе. Увеличение эффективности СБ позволяет увеличить энерговооруженность КА при сохранении массогабаритных характеристик [1].

Состав и устройство СБ и её элементов определяют эффективность выработки энергии. Для генерации электрической энергии в настоящее время используются фотоэлектрические преобразователи (ФЭП) на основе кремния (Si), теллурида кадмия (CdTe), арсенида галлия (GaAs), а также многопереходные солнечные элементы.

Многопереходные солнечные элементы – это солнечные элементы с несколькими p-n переходами, изготовленные из различных полупроводниковых материалов. P-n-переход каждого материала будет вырабатывать электрический ток в ответ на разные длины волн света. Использование нескольких полупроводниковых материалов обеспечивает поглощение более широкого диапазона длин волн, повышая эффективность преобразования солнечного света в электрическую энергию [2].

ФЭП с одним переходом имеют максимальную теоретическую эффективность 33,16%. Теоретически бесконечное количество переходов будет иметь предельную эффективность 86,8% при высококонцентрированном солнечном свете.

Одним из способов повышения характеристик СБ является увеличение интенсивности светового потока на ФЭП. Для увеличения интенсивности светового потока используются концентраторы, обеспечивающие фокусировку солнечного света в полосу или круг на поверхности ФЭП, поскольку ток и напряжение в элементах ФЭП возрастают с увеличением интенсивности светового потока. Это способствует уменьшению необходимой площади ФЭП.

Существует множество типов концентраторов, основные типы – это фокусирующие и отражающие концентраторы. Фокусирующие концентраторы представляют собой конструкцию с линзой, которая фокусирует поток. Отражающие концентраторы представляют конструкцию с зеркальной поверхностью, которая переотражает световой поток.

Фотоэлектрические преобразователи на основе соединений «А<sup>3</sup>В<sup>5</sup>» для преобразования концентрированного излучения, с помощью фотоэлектрических преобразователей для концентрированного излучения (КФЭП), нашли своё применение для питания КА в дальнем космосе, где ослаблено солнечное излучение.

Применение концентраторов повышает КПД солнечной батареи, однако усложняет конструкцию СБ, так как требует ориентации на Солнце с точностью до 2° [3].

На рис. 1 показана зависимость коэффициента преобразования энергии  $\gamma$  от угла  $\alpha$  ориентации для обычной панели (кривая 1) и панели с концентратором (кривая 2) [4].

Концентрация солнечного излучения на ФЭП приводит к их повышенному ультрафиолетовому облучению и значительному нагреву. При увеличении коэффициента концентрации светового потока до  $k = 1,75$  температура преобразователя может увеличиться до 100°C (табл. 1) [4].

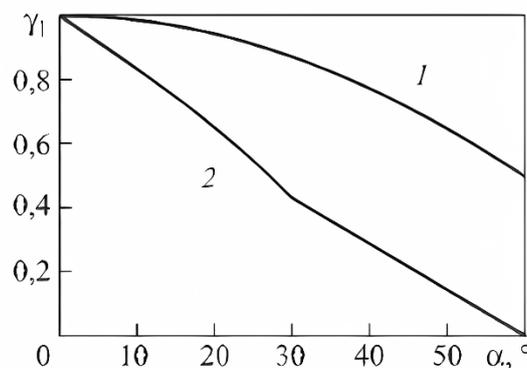


Рис. 1. Зависимость коэффициента преобразования энергии  $\gamma$  от угла ориентации панели  $\alpha$  для обычной (1) и с концентратором (2)

Таблица 1. Зависимость КПД фотоэлектрических преобразователей от температуры

Тип ФЭП	Базовый режим $T = 28^{\circ}\text{C}$	$k = 1,0$ $T = 58^{\circ}\text{C}$	$k = 1,75$ $T = 100^{\circ}\text{C}$
Si	13,5	11,9	9,7
Si с повышенным КПД	16,0	14,2	11,6
С двойным p-n переходом	22,0	20,7	18,8
С тройным p-n переходом	25,0	23,3	20,9

На рис. 2 для ФЭП на основе AlGaAs гетероструктур представлена зависимость КПД ( $\eta$ ) ФЭП от температуры ( $T$ ) [5].

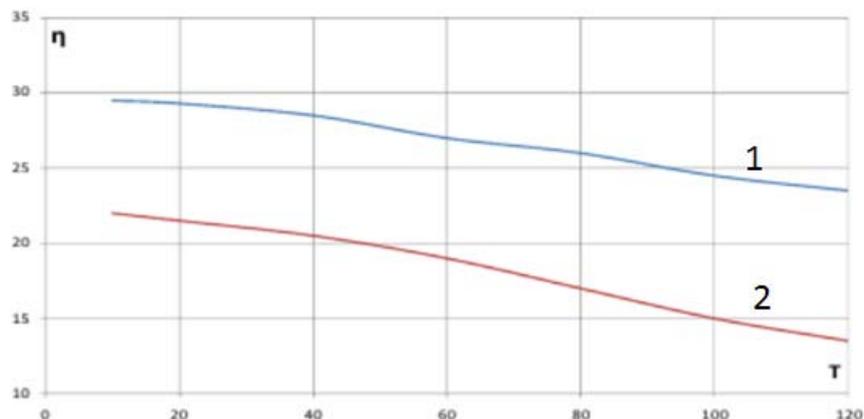


Рис. 2. Зависимость КПД ( $\eta$ ) фотоэлектрических преобразователей на основе кремния от температуры ( $T$ ) фотоэлектрических преобразователей для коэффициента концентрации  $k = 1000$  (1) и неконцентрированного (2) потока [5]

СБ с концентраторами позволяют улучшить радиационную стойкость и, как следствие, повысить удельный энергоём. Вместе с тем СБ с концентраторами не нашли широкого применения ввиду следующих недостатков:

- имеют большую сложность исполнения по сравнению с плоскими СБ;
- имеют сравнительно большую массу по сравнению с плоскими СБ;
- чрезмерный нагрев ФЭП, вследствие чего необходимо применение систем охлаждения.

Рассмотрим некоторые конструкции солнечных концентраторов.

Модули с концентраторами в виде отдельных выпуклых линейных линз Френеля представлены на рис. 3.

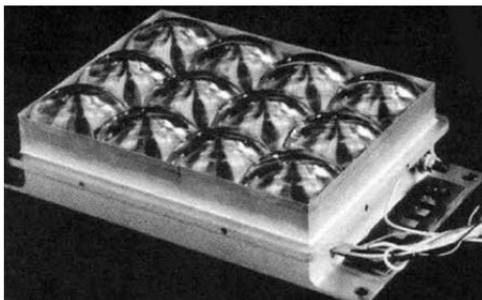


Рис. 3. Модуль с концентраторами в виде отдельных выпуклых линз Френеля

В концентраторах типа «Stretched Lens Array» («SLA») используется продольно упругий материал линзы. Он натягивается между арками, которые складываются при транспортировке (рис. 4).

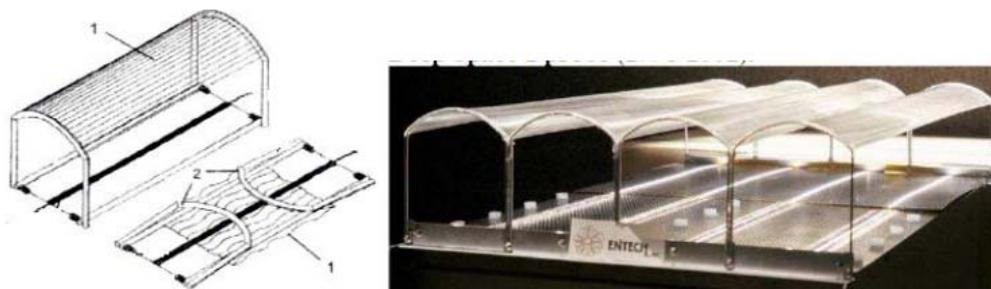


Рис. 4. Общий вид концентратора «Stretched Lens Array»,  
1 – линза; 2 – арка

Концентраторы Flexible Array Concentrator Technology («ФАСТ») являются легкими высокоэффективными отражающими концентраторами и имеют значительно меньшую стоимость. «ФАСТ» – отражатель, который может использоваться как на гибких панелях при скручивании, так и на плоских панелях СБ (рис. 5).

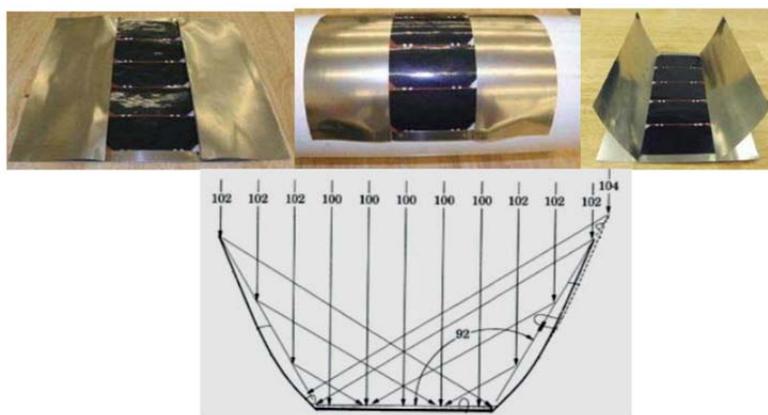


Рис. 5. Концентраторы «Flexible Array Concentrator Technology»

Существуют СБ, выполненные по каркасной схеме. Такая схема более применима для размещения концентраторов на основе жёстких линейных линз Френеля (рис. 6).



Рис. 6. Фрагменты каркаса солнечной батареи

Различные виды каркаса и удельная масса СБ, построенной на этих каркасах, показаны в табл. 2 [4].

Таблица 2. Удельная масса солнечной батареи при использовании различных каркасов [4]

Тип каркаса СБ	Удельная масса, кг/м <sup>2</sup>	
	На основе кремния	На основе многокаскадных GaAs ФЭП
Сетка	1,55	1,88
Струна	1,45	1,55
Сотопанель	1,63	1,69
Металл	1,63	1,69

### Постановка задачи

Необходимо разработать СЭП малого космического аппарата (МКА) типа «АИСТ-2Д» на основе метода концентрации солнечной энергии при помощи концентраторов. Разработанная СЭП должна обеспечивать:

- среднесуточную мощность питания бортовой аппаратуры не менее 285 Вт для орбиты высотой 480 км и наклоном 97,272°;
- сохранение конструктивных характеристик СБ прототипа;
- возможность размещения средств обеспечения теплового режима батареи фотоэлектрической (БФ);
- сохранение стоимости производства СБ прототипа.

### Исходные данные

МКА «АИСТ-2Д» большую часть витка находится в солнечной ориентации. Солнечная ориентация предполагает направление солнечных батарей на Солнце. На участке работы целевой аппаратуры и в сеансе связи МКА с наземным комплексом управления и приёма информации дистанционного зондирования Земли должна обеспечиваться заданная ориентация МКА в орбитальной системе координат (ОСК).

Максимальная суммарная продолжительность съёмки оптико-электронной аппаратурой на каждом витке орбиты составляет не более 14 минут.

Мощность СБ в конце целевого функционирования МКА при нормальной ориентации на Солнце ( $\cos \alpha = 1$ ) составляет не менее 1040 Вт в конце срока активного существования (САС). Среднесуточное значение  $\cos \alpha = 0,39$ .

### Построение кривой мощности

ФЭП в открытом космосе подвергаются воздействию тяжелых заряженных частиц естественных радиационных поясов Земли. Облучение негативно влияет на ФЭП, разрушая их структуру и ухудшая характеристики. Так, эквивалентный поток за 5 лет САС по существующим оценкам составит величину около  $10^{14}$  частиц/см<sup>2</sup>. Для расчётов принимаем коэффициент деградации,  $k_{rp} = 0,95$  [6]. Потери за счёт ухудшения прозрачности защитного покрытия прямо пропорциональны его толщине. При толщине стекла 0,12 мм суммарное ухудшение прозрачности за счёт воздействия ультрафиолета не превысит 2%, соответственно коэффициент деградации по току за счёт воздействия ультрафиолетового излучения равен  $k_{uv} = 0,98$  [7].

При эксплуатации КА подвергается воздействию солнечных и галактических космических лучей, а также магнитосферной плазмы. В результате этих воздействий наблюдается электростатическое накопление потенциалов на диэлектрических поверх-

ностях КА и потери за 5 лет от электростатических накоплений составляют  $k_{el} = 0,997$  [8].

ФЭП в процессе полёта будут подвергаться воздействию метеорного вещества. Повреждающее воздействие заключается в ухудшении прозрачности защитного стекла, но частичное повреждение площади ФЭП и наличие на нём даже нескольких трещин не приводит к существенному уменьшению тока. Деграция батареи фотоэлектрической за 5 лет составит  $k_{mm} = 0,995$  [6]. Общий коэффициент деграции ФЭП за 5 лет составит:

$$k_d = k_{rp} k_{uv} k_{el} k_{mm} = 0,95 \cdot 0,98 \cdot 0,997 \cdot 0,995 = 0,92.$$

Средний коэффициент деграции ФЭП за 1 год составит:

$$k_d^{\text{год}} = 1 - \frac{1 - k_d}{5} = 1 - \frac{1 - 0,92}{5} = 0,984.$$

Общий коэффициент деграции ФЭП за 3 года составит:

$$k_d^3 \text{ года} = 1 - 3(1 - k_d^{\text{год}}) = 1 - 3(1 - 0,984) = 0,952.$$

Построим график падения мощности БФ для МКА «АИСТ-2Д» с учётом деграции для эксплуатации в течение не менее 3 лет. Значение мощности БФ на конец срока активного существования составляет  $P_{\text{БФ}} = 1040$  Вт. Значение мощности БФ на начало  $T_{\text{АС}}$  с учётом коэффициента деграции БФ за три года и с учётом усреднённого коэффициента деграции в 1,6% должно составлять:

$$P_{\text{БФ}}^{\text{нач}} = \frac{P_{\text{БФ}}}{k_d^3 \text{ года}} = \frac{1040}{0,952} = 1092,4 \text{ Вт}.$$

До истечения САС СБ вырабатывает больше электроэнергии, чем нужно бортовой аппаратуре. Излишки электроэнергии можно использовать для повышения длительности съёмки на виток. Программа работы целевой аппаратуры после окончания САС изменится ввиду дефицита мощности. Уменьшатся интервалы съёмки и сеансы передачи информации на наземный комплекс управления. График зависимости длительности съёмки на витке в зависимости от мощности СБ представлен на рис. 7.

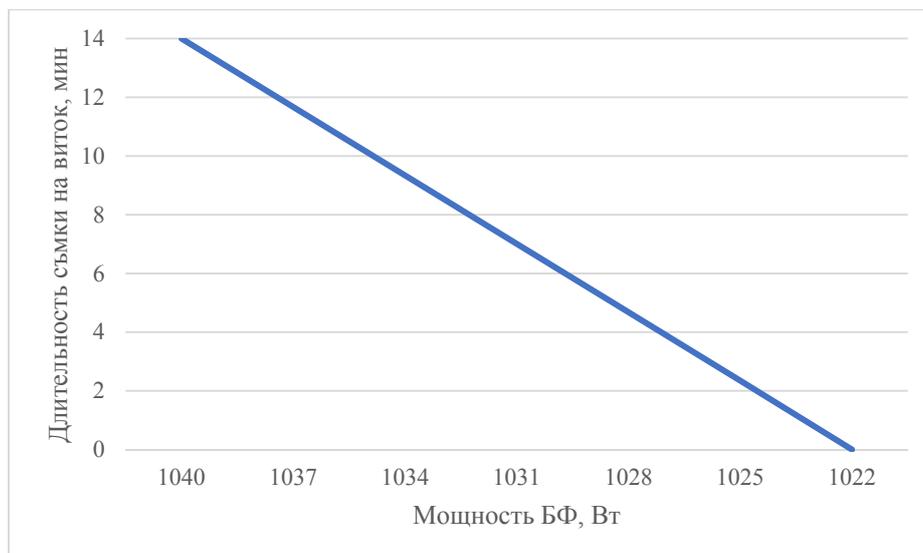


Рис. 7. Зависимость длительности съёмки от мощности солнечной батареи

## Методика выбора проектных параметров солнечной батареи

Блок-схема алгоритма выбора проектных параметров системы электропитания представлена на рис. 8. Методика включает в себя:

1. Задание характеристик СБ МКА прототипа, ввод характеристик: удельной массы СБ ( $M_{СБ\text{уд}}$ ), площади ( $S_{СБ}$ ), вырабатываемой мощности СБ ( $P_{БФ}$ ), среднесуточной мощности потребления БА ( $P_{\text{ср.сут}}$ ), собственного потребления СЭП, количества ФЭП, массовых и геометрических ограничений, требований по укладке и разворачиванию СБ, количества панелей.

2. Формирование набора исходных данных для расчёта (формирование ограничений для дальнейшего расчёта, а также базовых данных для расчёта в зависимости от орбиты КА).

3. Выбор конструкции каркаса СБ: типа каркаса, геометрических характеристик каркаса, количества ячеек, материала изготовления, способа установки элементов ФЭП, способа установки концентраторов. Проводится расчёт прочности, основываясь на нём выбираются варианты.

4. Выбор концентраторов: подбор материала линзы, геометрических и оптических параметров, коэффициента концентрации светового потока ( $k$ ). Проводится расчёт энергобаланса КА, на его основе выбираются варианты.

5. Подбор КФЭП с максимальным КПД в зависимости от светового пятна и интенсивности выбранных концентраторов, на основе которого выбираются варианты.

6. Расчёт параметров модернизированной СЭП в зависимости от типа каркаса, параметров концентраторов и КФЭП, возможности создания СБ с требуемыми характеристиками.

7. В случае невозможности создания СБ с требуемыми характеристиками вводятся рекомендации по изменению исходных данных и ограничений.

8. Задание новых геометрических, конструктивных и технологических ограничений и ввод новых рассчитанных параметров.

9. Формирование множества решений многокритериальной задачи. Лицо, принимающее решение, анализирует возможные варианты для дальнейшего проектирования.

10. Конструирование модернизированной СБ по полученным характеристикам, разработка конструкции.

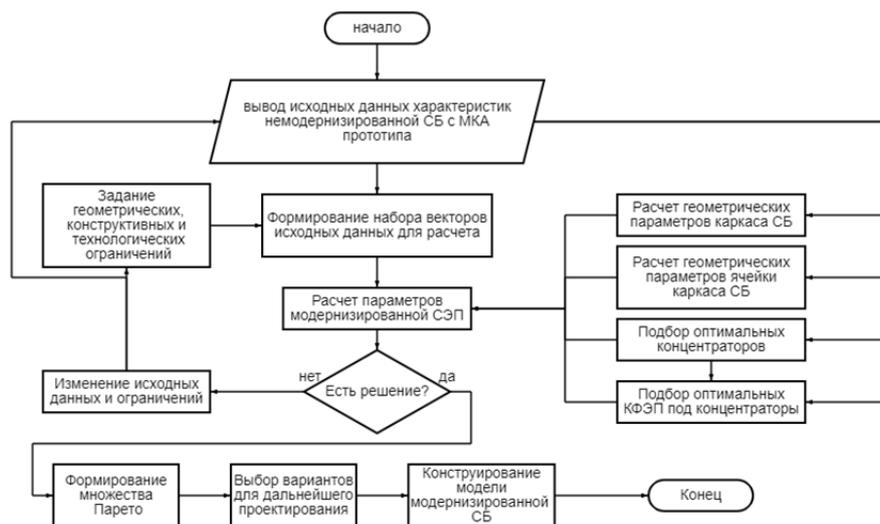


Рис. 8. Блок-схема алгоритма выбора проектных параметров системы электропитания

### Модель солнечных концентраторов

В качестве солнечных концентраторов были выбраны тонкие линейные линзы Френеля с концентрированием солнечного света в полосу. Данный тип концентратора сочетает в себе высокий коэффициент концентрации, простоту производства и приемлемую удельную массу. Такие концентраторы позволяют повысить удельный энергоём с  $1 \text{ м}^2$  ФЭП, тем самым уменьшив количество дорогостоящих GaAs элементов. Схематично концентратор в виде линейной линзы Френеля в разрезе представлен на рис. 9.

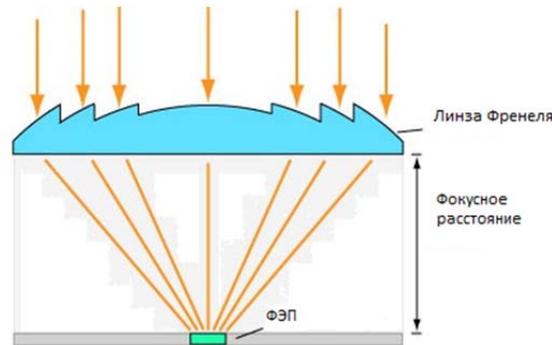


Рис. 9. Солнечный концентратор в виде линзы Френеля

Для построения солнечной батареи с концентраторами были выбраны линейные концентраторы Френеля с коэффициентом концентрации  $k = 6$ . При размере концентратора  $60 \times 100 \text{ мм}$  и площади  $S_{\text{л}} = 6000 \text{ мм}^2$  площадь солнечного пятна составит:

$$S_{\text{сп}} = \frac{S_{\text{л}}}{k} = \frac{6000}{6} = 1000 \text{ мм}^2.$$

У концентратора в виде линзы Френеля с солнечным пятном в виде прямоугольника солнечное пятно будет иметь размеры  $10 \times 100 \text{ мм}$ . Для солнечной батареи с такими концентраторами были выбраны КФЭП Concentrator Triple Junction Solar Cell 3C42 [8] с размерами  $10 \times 10 \text{ мм}$ . КПД таких преобразователей находится в пределах от 30 до 38,8%. Проведём расчёт массы СБ:

$$M_{\text{СБ}} = M_{\text{уд\_каркас}} S_{\text{СБ}} + M_{\text{уд\_конц}} S_{\text{СБ}} + M_{\text{уд\_ФЭП}} S_{\text{ФЭП}},$$

где  $M_{\text{СБ}}$  – масса СБ;  $M_{\text{уд\_каркас}}$  – удельная масса каркаса,  $M_{\text{уд\_каркас}} = 3,7 \text{ кг/м}^2$  [9];  $M_{\text{уд\_конц}}$  – удельная масса концентратора в виде линз Френеля,  $M_{\text{уд\_конц}} = 0,313 \text{ кг/м}^2$  [9];  $M_{\text{уд\_ФЭП}}$  – удельная масса ФЭП,  $M_{\text{уд\_ФЭП}} = 0,75 \text{ кг/м}^2$  [9];  $S_{\text{СБ}}$  – площадь СБ;  $S_{\text{ФЭП}}$  – площадь ФЭП.

В табл. 3 представлены характеристики СБ в зависимости от параметров концентраторов и параметров каркаса.

Таблица 3. Характеристики солнечной батареи

Коэфф. концентрации	4	5	6	7	8
Площадь ФЭП, $\text{м}^2$	0,537	0,430	0,358	0,307	0,268
Площадь СБ, $\text{м}^2$	2,36	2,36	2,36	2,36	2,36
Масса СБ, кг	13,09	10,89	8,72	7,84	6,96
Размеры ячейки, мм	45×110	55×110	65×110	75×110	85×110

### Разработка конструкции

Конструкция СБ разрабатывалась по следующим критериям: максимальная мощность, простота изготовления. Ограничением послужило сохранение исходной площади СБ, как на МКА прототипе. Разработанный каркас СБ состоит из ячеек, размер которых подбирался на основе размеров концентраторов в виде линейных линз Френеля. На рис. 10 – 14 представлена разработанная конструкция СБ. Размеры каркаса 990×780×45 мм в соответствии с габаритными размерами МКА прототипа, однако из-за установки концентраторов толщина СБ увеличилась, размер ячейки составляет 65×110 мм. Суммарная площадь СБ, состоящей из 2 панелей по 3 створки в каждой, составляет  $S_{СБ} = 4,63 \text{ м}^2$ .

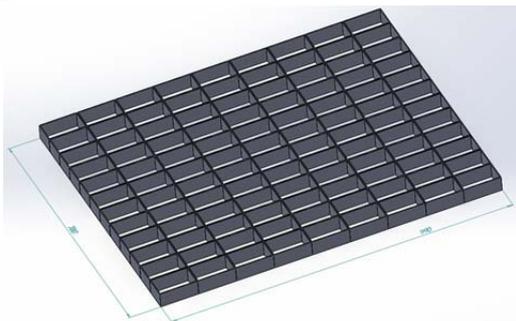


Рис. 10. Каркас панели солнечной батареи

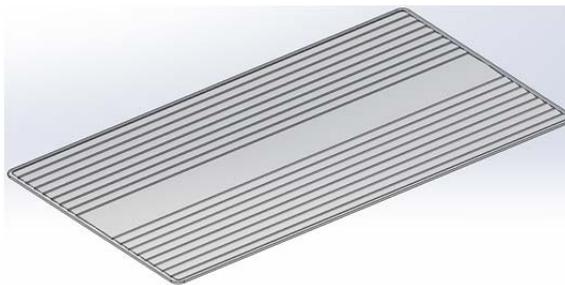


Рис. 11. Модель линейного концентратора Френеля

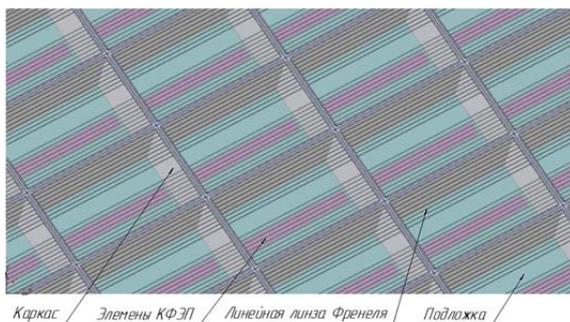


Рис. 12. Внешний вид наклеенных линз Френеля и наклеенных на подложку элементов фотоэлектрических преобразователей



Рис. 13. Внешний вид разложенной консоли крыла солнечной батареи

Вследствие утолщения БФ необходимо переработать узлы крепления БФ, в результате чего толщина пакета в сложенном состоянии увеличивается до 150 мм (рис. 14).

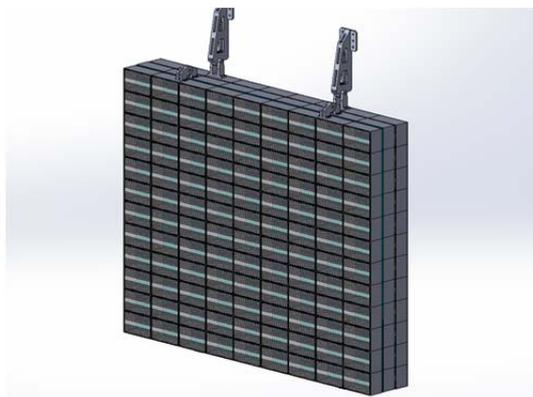


Рис. 14. Внешний вид пакета солнечной батареи

Сравнение характеристик СБ до и после модернизации представлены в табл. 4, расчёт мощности СБ вёлся с учётом КПД КФЭП Concentrator Triple Junction Solar Cell 3С42, равного 30%, неуказанные характеристики остались без изменений.

Таблица 4. Сравнение характеристик солнечной батареи

Характеристика	СБ до модернизации	СБ после модернизации
Мощность на конец САС, Вт	1040	1595
Площадь СБ, м <sup>2</sup>	4,72	4,63
Площадь ФЭП, м <sup>2</sup>	4,48	0,716
Масса СБ, кг	8	17,82
Толщина пакета, мм	102	150

Как видно из табл. 4, мощность СБ увеличилась на 53%, что позволит использовать излишки мощности на увеличение решаемых целевых и дополнительных задач.

Из расчёта стоимости 1 м<sup>2</sup> ФЭП, равного 5 млн. руб., стоимости 1 м<sup>2</sup> КФЭП Concentrator Triple Junction Solar Cell 3С42, равного 8 млн. руб., стоимости 1 м<sup>2</sup> линейных линз Френеля, равного 0,35 млн. руб. и стоимости вывода на орбиту 1 кг груза равного 0,25 млн. руб., можно сделать вывод, что разработанная СБ позволяет уменьшить её стоимость и, как следствие, стоимость КА.

### Заключение

Разработана методика выбора проектных параметров системы электропитания малого космического аппарата. В методику входит расчёт различных видов концентраторов, типов ФЭП, видов каркасов солнечной батареи. В качестве примера реализации методики разработана конструкция панелей солнечной батареи, подобраны солнечные концентраторы в виде отдельных линейных линз Френеля. Приведена сравнительная таблица солнечной батареи до и после модернизации. Достоинством разработанной солнечной батареи является существенное уменьшение площади фотоэлектрических преобразователей при незначительном увеличении массы и незначительном изменении конструкции существующей солнечной батареи космического аппарата.

### Библиографический список

1. Галиновский А.Л., Денисов А.В., Гаврилова Е.А., Денисова М.А., Чертов В.Г., Еремин С.А. Проектирование каркасов солнечных батарей интегрального типа из углепластика для космического аппарата // Известия высших учебных заведений. Машиностроение. 2019. № 12 (717). С. 49-60. DOI: 10.18698/0536-1044-2019-12-49-60
2. Green M.A. Third generation photovoltaics: Advanced solar energy conversion. Springer, 2003. 65 p. DOI: 10.1007/b137807
3. Байбородов А.А., Васильева Т.С., Волков М.В., Кузнецов А.Д., Двирный В.В. Солнечные батареи с концентраторами светового потока // Сборник трудов Международной молодёжной научной конференции «XIV Королевские чтения» (3-5 октября 2017 г., Самара). Т. 1. Самара: Издательство Самарского университета, 2017. С. 8-13.
4. Казанцев Ю.М., Кремзуков Ю.А. Автоматизированная система контроля энергопреобразующей аппаратуры системы электропитания космического аппарата // Известия Томского политехнического университета. 2009. Т. 314, № 4. С. 138-141.

5. Таран А.А., Воронин С.М. Эффективность фотоэлектрических преобразователей в концентрированном солнечном излучении // Вестник аграрной науки Дона. 2011. № 3 (15). С. 35-40.

6. Белан Н.В. Бортовые энергосистемы космических аппаратов на основе солнечных и химических батарей. Харьков: Харьковский авиационный институт, 1992. 191 с.

7. Дыбля А.Ю., Кузина Т.А., Самойлов В.В. Расчёт солнечных батарей космических аппаратов спутниковой системы связи на низкой круговой орбите // Инновационная наука. 2020. № 4. С. 28-31.

8. Слыщенко Е.В., Наумова А.А., Лебедев А.А., Генали М.А., Вагапова Н.Т., Жалнин Б.В. Обзор современных фотоэлектрических преобразователей космического назначения на основе соединений АПВВ // Сибирский журнал науки и технологий. 2018. Т. 19, № 2. С. 308-324. DOI: 10.31772/2587-6066-2018-19-2-308-324

9. Рябцева М.В., Лебедев А.А., Наумова А.А., Болотин А.М., Вагапова Н.Т., Черенков П.Г. Анализ конструкций перспективных солнечных батарей космических аппаратов // Инженерный журнал: наука и инновации. 2022. № 3 (123). DOI: 10.18698/2308-6033-2022-3-2162

## ANALYSIS AND IMPROVEMENT OF CHARACTERISTICS OF POWER SUPPLY SYSTEMS FOR THE SMALL SPACE VEHICLE OF THE AIST-2 TYPE

© 2024

**M. R. Mordanov** Engineer;  
Samara National Research University, Samara, Russian Federation;  
[mordanovmarsel@gmail.com](mailto:mordanovmarsel@gmail.com)

**S. L. Safronov** Candidate of Science (Engineering), Associate Professor  
of the Department of Space Engineering;  
Samara National Research University, Samara, Russian Federation;  
[safronov@ssau.ru](mailto:safronov@ssau.ru)

The power supply system being created is intended to provide electricity to spacecraft systems. It ensures that the design characteristics of the solar battery of the prototype are preserved and makes it possible to install means to support the thermal conditions of the photovoltaic battery while maintaining the cost of production of the prototype solar battery. Various types of solar energy concentrators are considered: concentrators in the form of individual convex linear Fresnel lenses, Flexible Array Concentrator Technology concentrators, Stretched Lens Array concentrators. A method for improving the characteristics of the spacecraft solar system is presented. The methodology includes the calculation of various types of concentrators, types of photovoltaic converters and types of solar battery frames. As an example of the implementation of the methodology, the design of solar battery panels was developed. A comparative table of the solar battery before and after modernization is provided.

*Small spacecraft; power supply system; solar energy concentrators; solar battery power; thermal management system*

---

*Citation:* Mordanov M.R., Safronov S.L. Analysis and improvement of characteristics of power supply systems for the small space vehicle of the AIST-2 type. *Vestnik of Samara University. Aerospace and Mechanical Engineering*. 2024. V. 23, no. 1. P. 55-66. DOI: 10.18287/2541-7533-2024-23-1-55-66

### References

1. Galinovsky A.L., Denisov A.V., Gavrilova E.A., Denisova M.A., Chertov V.G., Eremin S.A. Designing frames of integrated cfrp solar panels for spacecraft. *Proceedings of*

*Higher Educational Institutions. Machine Building*. 2019. No. 12 (717). P. 49-60. (In Russ.). DOI: 10.18698/0536-1044-2019-12-49-60

2. Green M.A. Third generation photovoltaics: Advanced solar energy conversion. Springer, 2003. 65 p. DOI: 10.1007/b137807

3. Bayborodov A.A., Vasil'eva T.S., Volkov M.V., Kuznetsov A.D., Dvirnyy V.V. Solnechnye batarei s kontsentratorami svetovogo potoka. *Sbornik trudov Mezhdunarodnoy molodezhnoy nauchnoy konferentsii «XIV Korolevskie Chteniya» (October, 3-5, 2017, Samara)*. V. 1. Samara: Samara University Publ., 2017. P. 8-13. (In Russ.)

4. Kazantsev Yu.M., Kremzukov Yu.A. Automated control system of energy-transducing equipment of spacecraft power-supply system. *Bulletin of the Tomsk Polytechnic University*. 2009. V. 314, no. 4. P. 138-141. (In Russ.)

5. Taran A.A., Voronin S.M. Photoelectric transformer efficiency in solar emission. *Don Agrarian Science Bulletin*. 2011. No. 3 (15). P. 35-40. (In Russ.)

6. Belan N.V. *Bortovye energosistemy kosmicheskikh apparatov na osnove solnechnykh i khimicheskikh batarey* [Onboard power systems of spacecraft based on solar and chemical batteries]. Kharkov: Kharkov Aviation Institute Publ., 1992. 191 p.

7. Dyblya A.Yu., Kuzina T.A., Samoylov V.V. Calculation of solar batteries for spacecraft of a satellite communication system in low circular orbit. *Innovative Science*. 2020. No. 4. P. 28-31. (In Russ.)

8. Slyshchenko E.V., Naumova A.A., Lebedev A.A., Genali M.A., Vagapova N.T., Zhalnin B.V. The review of modern solar cells for space application based on AIII BV materials. *Siberian Journal of Science and Technology*. 2018. V. 19, no. 2. P. 308-324. (In Russ.). DOI: 10.31772/2587-6066-2018-19-2-308-324

9. Ryabtseva M.V., Lebedev A.A., Naumova A.A., Bolotin A.M., Vagapova N.T., Cherenkov P.G. Analysis of promising spacecraft solar cell designs. *Engineering Journal: Science and Innovation*. 2022. No. 3 (123). (In Russ.). DOI: 10.18698/2308-6033-2022-3-2162

## ОСНОВНЫЕ ПОДХОДЫ И ОСОБЕННОСТИ ПРОЕКТИРОВАНИЯ ГИДРОМЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ САМОЛЁТА

© 2024

- П. В. Петров** кандидат технических наук, доцент кафедры прикладной гидромеханики; Уфимский университет науки и технологий; [pgl.petrov@mail.ru](mailto:pgl.petrov@mail.ru)
- В. А. Целищев** доктор технических наук, профессор кафедры прикладной гидромеханики; Уфимский университет науки и технологий; [pgl.ugatu@mail.ru](mailto:pgl.ugatu@mail.ru)
- Д. А. Кудерко** кандидат технических наук, директор центра проектирования; АО «Технодинамика»; [dm\\_kuderko@mail.ru](mailto:dm_kuderko@mail.ru)

Изложены основные подходы и определена концепция при моделировании гидромеханических систем регулирования летательного аппарата. Подчёркнуты преимущества и важность вычислительного эксперимента с помощью виртуального стенда на этапе конструктивной параметрической отладки элементов сложных гидравлических систем. Характеристики, полученные по результатам вычислительного эксперимента, позволяют определить уровень адекватности моделей и впоследствии выбрать наиболее оптимальные конструктивные и эксплуатационные параметры.

*Электрогидравлический следящий привод; экспериментальное исследование; вычислительный эксперимент; система управления; летательный аппарат; диагностическое моделирование; нелинейные явления; устройства гидроавтоматики*

---

*Цитирование:* Петров П.В., Целищев В.А., Кудерко Д.А. Основные подходы и особенности проектирования гидромеханических систем управления самолёта // Вестник Самарского университета. Аэрокосмическая техника, технологии и машиностроение. 2024. Т. 23, № 1. С. 67-79. DOI: 10.18287/2541-7533-2024-23-1-67-79

---

### Введение

Дальнейшее развитие и повышение технических и эксплуатационных показателей качества работы гидромеханических систем управления летательного аппарата во многом будут определяться уровнем совершенства его основных функциональных систем. Стремление снизить массогабаритные и, соответственно, взлётные характеристики летательного аппарата, а также одновременно с этим попытаться уменьшить стоимость и объёмы технического обслуживания и ремонта, привели в последние годы к значительным изменениям в конструкции основных функциональных систем [1], переходу к меньшему количеству централизованных гидравлических систем летательного аппарата, появлению новых типов рулевых приводов и т.д. [2].

С изменением уровня развития техники будут меняться и сами системы, и области их применения. Новый этап развития систем автоматического регулирования (САР) характеризуется резким усложнением законов управления, что обусловлено стремлением получить из системы максимум полезных свойств [3]. В свою очередь, это приводит к увеличению времени на разработку новых систем, повышению стоимости всех видов работ и создаваемых устройств.

Для сокращения затрат, связанных с разработкой, модернизацией и выпуском новой техники в первую очередь необходимо проводить масштабные исследования их характеристик как в теории, так и на практике. Анализ полученных результатов при исследовании позволяет выработать методологию проектирования таких сложных объектов. Наукоёмкость данного направления прежде всего обусловлена тем, что

большинство физических процессов, которые происходят в гидравлических системах, не до конца изучены.

Современные гидромеханические системы управления летательного аппарата представляют собой сложные комплексы, включающие информационно-измерительную часть, исполнительные приводы, рабочие органы, подсистемы топлива и маслопитания, энергоснабжения, каналы связи с внешними системами и пр. Анализ систем в совокупности всех контуров представляет собой сложную проблему, и их изучение начинается с рассмотрения простейших одноконтурных систем с использованием существенных допущений (линейность характеристик и сосредоточенность параметров) [4; 5].

Основной трудностью при проектировании гидромеханических систем управления летательного аппарата нового поколения является отсутствие современных методологических основ автоматизированного проектирования.

В последнее время в дополнение к существующим аналитическим методам исследований приходит компьютерное моделирование [6 – 8]. Этот метод является наиболее подходящим для описания сложных по своей природе систем [9]. Вычислительные эксперименты приводят к получению обобщённых характеристик исследуемых систем [10 – 12].

Формирование теории расчёта современных систем гидроавтоматики и возможности компьютерного моделирования и численного решения нелинейных задач имеют свои проблемы (разнообразие и сложность структуры технических объектов, множественность связей, неопределённость некоторых физических процессов и конструктивных особенностей, большое количество противоречивых требований, многопараметричность и т.д.). В результате моделирования для проектировочных расчётов могут быть получены числовые значения конструктивных и режимных параметров.

### **Подход к проектированию гидромеханических систем управления летательного аппарата**

Перед тем как приступить непосредственно к процедуре моделирования гидромеханической системы, необходимо сделать её математическое описание с высокой степенью детализации и учётом нелинейного характера характеристик. Далее прорабатывается линейная модель, с помощью которой совместно с системой управления отрабатывается работа всей системы в целом. Когда для данной гидромеханической системы будет установлена цель, можно будет приступить к фактическому процессу проектирования. Обобщённый процесс проектирования и анализа гидромеханической системы показан на рис. 1.

До недавнего времени работоспособность системы не проверялась численно из-за отсутствия математических моделей, основная доля временных и финансовых затрат уходила на доводочные работы. Эксплуатационные характеристики достигались с помощью лабораторных и полевых испытаний, с использованием прототипа системы. В некоторых случаях затраты именно на этап доводки и отладки системы могли достигать до 80% от её конечной стоимости.

При разработке технических систем в целом и особенно гидромеханических систем необходимо иметь детальные представления о процессах и явлениях, протекающих в реальных статических и динамических состояниях системы. Кроме того, практически каждая система оснащена большим количеством гидромеханических регуляторов, по которым требуется отдельно проводить подробное конструктивное исследование, так как их динамические характеристики сильно влияют на работоспособность и основные показатели качества гидравлической системы летательного аппарата в целом.



Рис. 1. Процесс проектирования и анализа гидромеханических систем

Для обоснованного выбора устройств гидроавтоматики необходимо использовать модели, отличающиеся уровнем сложности [13]. Как показывает практика, выполнять многоэтапный выбор параметров крайне затруднительно. Получить оптимальные параметры можно только с применением компьютерного моделирования [14].

Основная проблема разработки модели гидромеханических систем заключается в большом количестве технических параметров элементов систем, выбор которых значительно влияет на получение результатов исследования. При моделировании необходимо согласовать взаимную работу механической, гидравлической, электрической и электронной подсистем общей системы управления. В этом случае тестовое моделирование и вычислительный эксперимент будут особенно полезны, они значительно дешевле и быстрее, чем натурные экспериментальные исследования.

Уровень развития программного обеспечения для математического моделирования на данный момент позволяет проводить вычислительный эксперимент даже для очень сложных систем [15].

### Идеализация технического объекта и составление расчётной схемы

Идеализацию и составление расчётной схемы технического объекта проведём на примере электрогидравлического следящего привода (ЭГСП), входящего в состав практически любой гидромеханической системы управления летательного аппарата.

Ключевым устройством, определяющим в значительной мере статические и динамические характеристики ЭГСП, является электрогидроусилитель (ЭГУ), расчётную схему которого часто представляют в виде условных изображений (рис. 2): две гори-

горизонтальные линии над и под ЭГУ означают, что это не трёхпозиционный, а многопозиционный (пропорциональный) распределитель, а наклонные стрелки на пропорциональных магнитах показывают на наличие позиционной обратной связи от поршня.

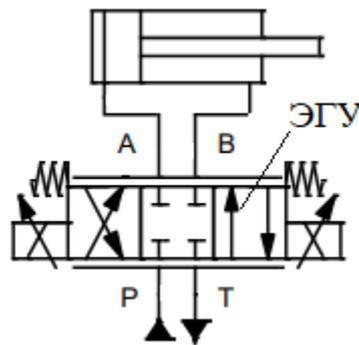


Рис. 2. Схема электрогидроусилителя в условных изображениях

Основное назначение ЭГУ – распределять рабочую жидкость по полостям гидроцилиндра. Расход  $Q$  через одну дросселирующую щель определяется по формуле

$$Q = \mu b(x - k_{oc}\Delta y) \sqrt{\frac{2}{\rho \Delta p}} \quad (1)$$

где  $\mu$  – коэффициент расхода дросселя;  $b$  – ширина щели распределительного окна дросселя;  $x$  – начальное положение золотника;  $\Delta y$  – величина смещения поршня гидроцилиндра;  $k_{oc}$  – коэффициент обратной связи ЭГСП;  $\rho$  – плотность рабочей жидкости;  $\Delta p$  – перепад давления в полостях гидроусилителя.

Одновременно работающих щелей может быть несколько. Конфигурации, конструкции и режимы работы ЭГУ бывают разные, поэтому для описания расхода на продвижение поршня в каждом конкретном случае приходится использовать различные формулы, что затрудняет разработку расчётной схемы. В таких случаях используются конструктивные схемы (рис. 3), где помимо принципа действия показаны и некоторые конструктивные элементы. На основании её можно составить нужную в данном случае расчётную схему (рис. 4).

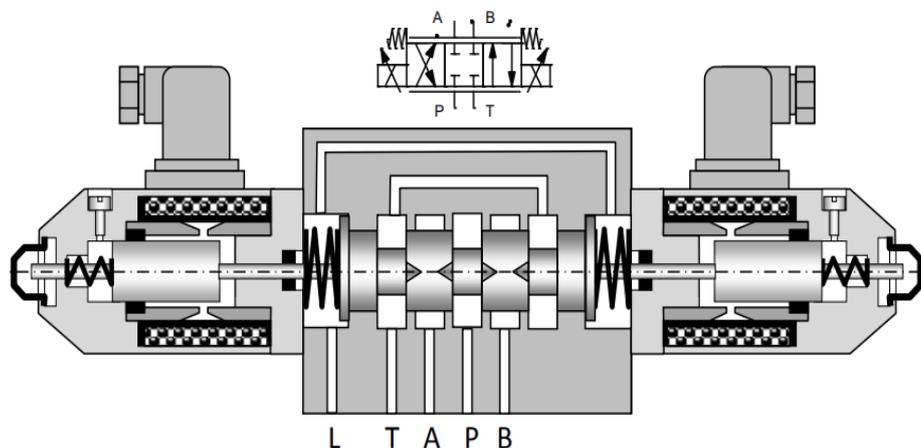


Рис. 3. Конструктивная схема электрогидроусилителя

Расчётную схему гидравлической части привода (рис. 1) представим в виде последовательно соединённых регулируемых ( $bz$  – площадь дросселирующих щелей) и нерегулируемых ( $f$  – эффективная площадь внутренних каналов) дросселей и соответствующих междроссельных объёмов; давления  $p_1$  и  $p_2$  в полостях цилиндра, а  $p_{11}$  и  $p_{22}$  – в междроссельных объёмах.

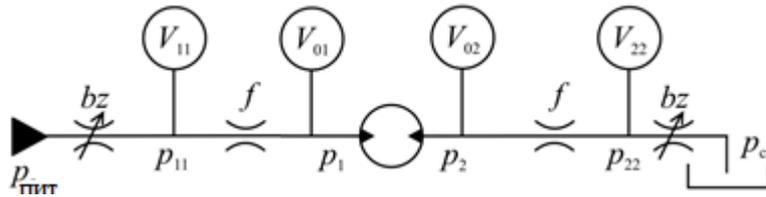


Рис. 4. Вариант расчётной схемы электрогидравлического следящего привода с учётом внутренних сопротивлений гидрораспределителя

Из-за насыщения и вращательного движения жидкости во внутренних каналах распределителя давления в междроссельных объёмах  $p_{11}$  и  $p_{22}$  могут существенно уменьшиться, могут появиться кавитационные явления и сформироваться двухфазная жидкость, что, в свою очередь, может привести к уменьшению жёсткости жидкости. Поэтому значения модуля упругости  $B$  жидкости в междроссельных объёмах будем принимать меньшими по сравнению с их значениями  $E$  в полостях цилиндра.

Одна и та же конструктивная схема может привести к различным расчётным схемам, в зависимости от того, исследование какого явления является приоритетным. Следует также отметить, что на последующих этапах проектирования могут потребоваться более сложные конструктивные схемы.

### Составление уравнений и численная реализация математической модели технического объекта

Когда идеализация технического объекта выполнена, и составлена расчётная схема, можно переходить к составлению уравнений. Следует использовать модели, в наибольшей степени отображающие физические законы, например в виде законов сохранения в дифференциальной или интегро-дифференциальной форме. В большинстве случаев наиболее радикальным и единственно доступным средством исследования, позволяющим получить максимум информации, является численное решение [16].

В рассматриваемом примере ограничимся простой математической моделью электрогидравлического следящего привода (рис. 5) (идеальный безынерционный электрогидроусилитель, сосредоточенные параметры, все элементы привода статически согласованы, насосная станция неограниченной мощности, отсутствует насыщение в электрических и гидравлических усилителях). Примем следующие допущения: насыщение в электрическом и гидравлическом усилителях отсутствует, вязкое трение – линейно; электрогидроусилитель безынерционный; параметры сосредоточенные; золотник идеальный (перекрытие и радиальный зазор отсутствуют, щели симметричны); коэффициенты расхода щелей равны и постоянны; потери в трубопроводах отсутствуют; давление питания поддерживается постоянным, а давление на сливе равно нулю; кинематика обратной связи и неподвижные соединения абсолютно жёсткие; люфт в подвижных соединениях отсутствует; рабочая жидкость неразрывна и невесома; модуль упругости постоянный.

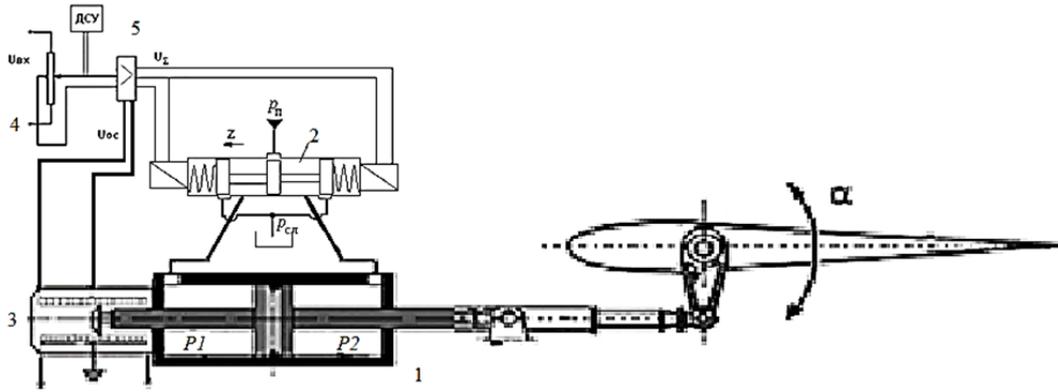


Рис. 5. Принципиальная схема электрогидравлического следящего привода:  
 1 – гидроцилиндр; 2 – электрогидроусилитель; 3 – датчик положения;  
 4 – устройство сравнения; 5 – усилитель

При сделанных допущениях математическая модель имеет следующий вид:  
 Уравнения неразрывности для напорной и сливной полостей:

$$\left\{ \begin{array}{l} \mu b Z_{щ}(z, y) \sqrt{\frac{2}{\rho} (p_{п} - p_1)} = \dot{y} S + \frac{V_{01} - S y}{E} \dot{p}_1 \\ \dot{y} S = \mu b Z_{щ}(z, y) \sqrt{\frac{2}{\rho} (p_2 - p_{сл})} + \frac{V_{02} - S y}{E} \dot{p}_2 \end{array} \right. \quad (2)$$

где  $\mu$  – коэффициент расхода;  $b$  – длина щели золотника;  $\rho$  – плотность рабочей жидкости;  $p_{п}, p_1, p_2, p_{сл}$  – соответственно, давление питания в системе, давления в левой и правой полостях силового гидроцилиндра, давление слива;  $\dot{y}$  – скорость перемещения поршня;  $S$  – эффективная площадь поршня;  $V_{01}, V_{02}$  – объёмы левой и правой полостей гидроцилиндра;  $y$  – перемещение поршня;  $E$  – модуль объёмной упругости жидкости.

Ширина щели управляющего золотника электрогидравлического следящего привода определяется по формуле:

$$Z_{щ}(z, y) = \frac{K_{FJ}}{c_{эмп}} (J - k_{oc} y), \quad (3)$$

где  $K_{FJ}$  – коэффициент усиления по току;  $c_{эмп}$  – жёсткость пружины электромеханического преобразователя;  $J$  – величина тока управления;  $k_{oc}$  – коэффициент обратной связи электрогидравлического следящего привода.

В данном случае расход жидкости, проходящий через дросселирующие щели, равен сумме расходов на продвижение поршня и расход сжатия.

Уравнение движения для подвижной части привода:

$$m \ddot{y} = (p_1 - p_2) S - k_v \dot{y} - R(t, y, \dots), \quad (4)$$

где  $m$  – масса подвижных частей привода;  $S$  – эффективная площадь поршня;  $k_v$  – коэффициент вязкого трения;  $R$  – нагрузка.

Здесь разность движущей силы и сил сопротивления (сила вязкого трения и внешняя сила, зависящая от времени, положения и др.) равна произведению массы на ускорение.

По результатам численного интегрирования уравнений (2), (4) при различных значениях давления питания, были построены переходные характеристики (рис. 6).

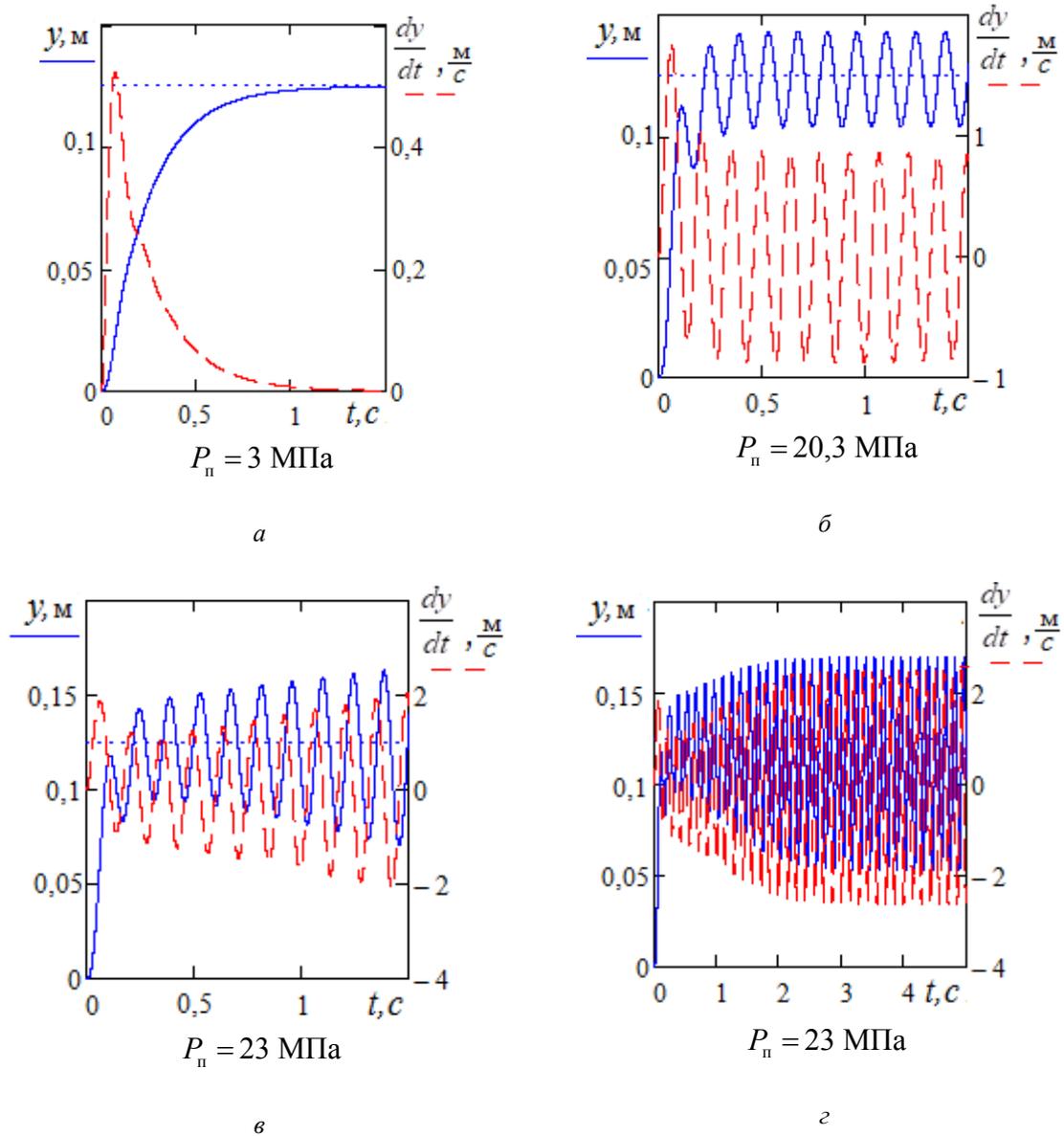


Рис. 6. Графики переходных процессов электрогидравлического следящего привода при разных значениях давления питания

Анализируя полученные результаты (рис. 6), можно отметить, что при давлениях до 20 МПа привод ведёт себя достаточно устойчиво, но уже при давлении питания  $P_n = 20,3 \text{ МПа}$  наблюдается граница устойчивости работы привода (рис. 6, б), при этом с ростом давления амплитуда автоколебаний растёт практически линейно и период колебаний примерно равен

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{c_{гд}}}, \quad (5)$$

где  $m$  – масса подвижных частей привода;  $c_{гд} = \frac{2 E S^2}{V}$  – гидродинамическая жёсткость привода;  $V$  – объём рабочей жидкости в приводе.

При дальнейшем увеличении давления питания привод становится неустойчивым (рис. 6, в). Однако амплитуда колебаний не растёт бесконечно, со временем (примерно после второй секунды) устанавливается некоторая амплитуда установившихся автоколебаний (рис. 6, г), при принятых исходных данных и при достижении определённых масс ( $m \approx 95$  кг) и давления питания ( $p \approx 23$  МПа) устанавливаются регулярные, почти гармонические колебания (будем называть их автоколебаниями), амплитуда которых мало изменяется при изменении массы и имеет слабо выраженный максимум ( $m \approx 125$  кг). С ростом давления амплитуда автоколебаний растёт практически линейно, амплитуда автоколебаний также зависит от ряда других параметров. Например, существенное влияние на форму и период колебаний оказывают силы сухого трения. Характер этих изменений существенно зависит от значений сил сухого трения покоя и движения, особенно сильное влияние величина трения движения оказывает на период колебаний.

Для объяснения результатов численного эксперимента обратимся к принципиальным схемам развития автоколебаний (рис. 6). При возникновении колебаний поршня вследствие действия материальной обратной связи (в некоторых случаях такого рода связь отсутствует, но механизм обратной связи может сформироваться по скрытым каналам) возникают колебания ширины дросселирующих щелей и, следовательно, количества впрыскиваемой в напорную полость (или сливаемой из противоположной полости) жидкости. Изменение количества движения жидкости не приведёт к мгновенному изменению импульса силы и соответствующего изменения параметров движения поршня: требуется время, во-первых, для повышения давления в полости и, во-вторых, для преобразования приращения гидравлической мощности в импульс силы, приложенной к поршню. Это время примерно равно гидравлической постоянной времени  $T_{гп}$ , которая определяется по формуле:

$$T_{гп} = \frac{S}{\mu b \sqrt{\frac{p_n}{\rho}}}. \quad (6)$$

Таким образом, на поршень будет периодически (но не обязательно гармонически) действовать сила со сдвигом фазы, появление которого можно объяснить следующим образом: если нагрузка мала, то первое уравнение системы (2) примет вид:

$$\mu b \frac{K_{FJ}}{c_{эмп}} (J - k_{oc} y) \sqrt{\frac{p_n}{\rho}} = \dot{y} S. \quad (7)$$

Вводя безразмерные переменные, преобразуем уравнение к виду

$$\frac{\bar{T}}{\bar{k}_{oc}} \bar{\dot{y}} + \bar{y} = \bar{k} \bar{J}, \quad (8)$$

где  $\bar{T}_{\text{гн}} = \frac{T_{\text{гн}}}{T}$  – относительная гидравлическая постоянная времени гидропривода ( $T$  – масштаб времени, можно принять равным 1 секунде);  $\bar{k} = \frac{1}{k_{\text{oc}}}$  – коэффициент передачи;

$\bar{k}_{\text{oc}} = k_{\text{oc}} \frac{y_{\text{max}}}{J_{\text{max}}}$  ( $y_{\text{max}}$  и  $J_{\text{max}}$  – максимальное перемещение поршня и максимальный ток управления соответственно).

Применение обобщённых переменных значительно облегчает проведение численного эксперимента, так как число обобщённых величин значительно меньше числа первоначальных аргументов задачи, а их значения имеют один порядок. Но самое существенное достоинство перехода к обобщённым переменным – возможность построения обобщённых характеристик, которые строились путём обработки результатов численных экспериментов в виде критериальных зависимостей  $\xi = \xi(\bar{Sh})$

на границах одинакового качества регулирования, где  $\bar{Sh} = \frac{\bar{T}_m \bar{k}_{\text{oc}}}{\bar{T}_{\text{гн}}}$  – приведённое число

Струхаля;  $\bar{T}_m = \frac{T_m}{T}$  – относительная механическая постоянная времени привода;

$T_m = \sqrt{\frac{m}{c_{\text{гд}}}}$  механическая постоянная времени.

Линейное уравнение первого порядка преобразуем по Лапласу и определим передаточную функцию

$$\bar{W}(\bar{p}) = \frac{\bar{y}(\bar{p})}{\bar{J}(\bar{p})} = \frac{\bar{k}}{\bar{T}\bar{p} + 1}, \quad (9)$$

с учётом которой амплитуда  $\bar{M}(\bar{\omega})$  и фаза  $\bar{\varphi}$  будут рассчитываться по соответствующим формулам (10) и (11).

$$\bar{M}(\bar{\omega}) = \frac{\bar{k}}{\sqrt{(\bar{T}\bar{\omega})^2 + 1}}, \quad (10)$$

$$\bar{\varphi} = -\arctg(\bar{T}\bar{\omega}) = -\arctg\left(\frac{\bar{T}_m}{\bar{k}_{\text{oc}}}\bar{\omega}\right). \quad (11)$$

На характерной частоте  $\bar{\omega} = \frac{1}{T_m}$  сдвиг по фазе будет определяться как

$\bar{\varphi} = -\arctg\left(\frac{\bar{T}_{\text{гн}}}{\bar{k}_{\text{oc}}\bar{T}_m}\right) = \frac{1}{\bar{Sh}}$ . Тогда становится понятно, почему устойчивость привода и

амплитуда автоколебаний зависят от комплекса  $\bar{Sh}$  (число Струхаля): чем больше гидравлическая постоянная по отношению к механической (и, следовательно, сдвиг по фазе большой, а модуль мал), тем слабее усиление колебаний поршня за счёт притока жидкости. Если же  $T_{\text{гн}} \leq T_m \bar{k}_{\text{oc}}$ , то всё большая часть энергии впрыскиваемой жидкости

идет на поддержание колебаний. Для наиболее благоприятных условий существования автоколебаний в приводе необходимо, чтобы импульс силы подводился в момент прохождения поршня через среднее положение, когда скорость его наибольшая. Если импульс подводится в среднем положении поршня (фаза импульса – 0), то площадь индикаторной диаграммы (зависимость силы от перемещения поршня) и, следовательно, работа сил давления, идущая на поддержание автоколебаний, будут максимальными; если импульс сообщается в крайнем положении (фаза импульса  $90^\circ$ ), то контур индикаторной диаграммы вырождается в линию, а это значит, что колебательная энергия не вкладывается; импульс сообщается посередине размаха (фаза импульса  $45^\circ$ ) – промежуточный; при фазе свыше  $90^\circ$  направление обхода индикаторной диаграммы меняется и давление тормозит поршень. На рис. 7, а показано влияние гидравлической постоянной времени на сдвиг фазы  $\varphi = \Delta t \omega \approx \frac{\Delta t}{T_m}$ ; способ определения значения временной задержки для различных значений  $T_{гн}$  показан на рис. 7, б.

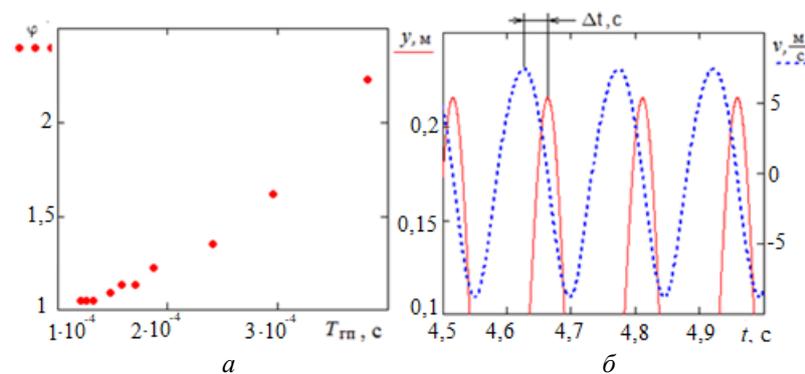


Рис. 7. Сдвиг фазы в зависимости от гидравлической постоянной времени

## Выводы

Рассмотренная модель силового привода является приближённой: фактически отсутствует электрогидроусилитель (который может быть источником автоколебаний или, напротив, стабилизировать привод), допущение об идеальной сжимаемости и неразрывности жидкости в полостях допустимо лишь при очень малых амплитудах колебаний, утечки и перетечки в зазорах и уплотнениях существенно демпфируют привод, амплитуда колебаний скорости жидкости в трубопроводах будет больше, чем в цилиндре, пропорционально соотношению квадрата диаметров, в усилительно-преобразующих устройствах привода имеется насыщение расходной характеристики и другие нелинейные элементы, давление питания и слива могут быть переменными, зависимости потерь на трение могут иметь нелинейный характер, существенное влияние на характеристики автоколебаний может оказать упругость конструкции и трубопроводов и пр.

Вместе с тем можно отметить, что помимо устойчивости, к основным показателям, характеризующим совершенство нелинейной динамической модели гидромеханических систем управления самолёта как объекта управления, можно также отнести следующие:

- точность воспроизведения динамических характеристик во всём диапазоне режимов работы и условий эксплуатации;
- возможность использования модели для анализа и синтеза сложных нелинейных систем как статических, так и на переходных режимах.

### Библиографический список

1. Кудерко Д.А., Целищев В.А., Целищев Д.В. Перспективы развития приводов рулевых поверхностей гражданского самолёта // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Аэрокосмическая техника. 2021. № 67. С. 70-84. DOI: 10.15593/2224-9982/2021.67.07
2. Mozaryn J., Winnicki A., Suski D. Modeling of electro-hydraulic servo-drive for advanced control system design // Springer Proceedings in Mathematics & Statistics. 2022. V. 362. P. 183-191. DOI: 10.1007/978-3-030-77306-9\_16
3. Kuznetsov V.E., Dinh Khanh N., Lukichev A.N., Filatov D.M. Hybrid steering system's Pid-based adaptive control // Proceedings of the 2021 IEEE Conference of Russian Young Researchers in Electrical and Electronic Engineering, ElConRus 2021 (January, 26-28, 2021, Moscow). DOI: 10.1109/ElConRus51938.2021.9396303
4. Гимадиев А.Г., Крючков А.Н., Прокофьев А.Б. Автоматика и регулирование авиационных двигателей и энергетических установок. Ч. 1. Самара: Самарский государственный аэрокосмический университет, 2002. 139 с.
5. Попов Д.Н. Динамика и регулирование гидро- и пневмосистем. М.: Машиностроение, 1987. 464 с.
6. Abbasov I.B. Computer modeling in the aerospace industry. Hoboken: Wiley-Scrivener, 2020. 282 p.
7. Задирака В.К. Использование резервов вычислительной оптимизации для решения сложных задач // Кибернетика и системный анализ. 2019. № 1. С. 51-67.
8. Jin Z.-L., Zhou Q., Zhao W.-Z. Dynamics modeling and performance analysis for electro hydraulic braking system // Beijing Ligong Daxue Xuebao. 2018. V. 38, Iss. 7. P. 117-122. DOI: 10.15918/j.tbit1001-0645.2018.1.026
9. Петров П.В., Целищев В.А. Основы алгоритмического моделирования нелинейных гидромеханических устройств: учеб. пособие. Уфа: УГАТУ, 2012. 136 с.
10. Петров П.В., Чернов Д.Д. Необходимость исследования нелинейных гидромеханических систем в обобщённых параметрах // Справочник. Инженерный журнал. 2019. № 4 (265). С. 28-33. DOI: 10.14489/hb.2019.04.pp.028-033
11. Машков М.А., Матросов А.В., Сунарчин Р.А. Обобщённые характеристики электрогидравлического следящего привода // Материалы научного форума с международным участием «Неделя науки СПбПУ». Институт энергетики и транспортных систем (30 ноября - 05 декабря 2015 г., Санкт-Петербург). Ч. 1. Санкт-Петербург: Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, 2015. С. 91-93.
12. Гимранов Э.Г., Сунарчин Р.А., Хасанова Л.М. Обобщённые динамические характеристики математических моделей гидроагрегатов // Вестник Пермского государственного технического университета. Аэрокосмическая техника. 2000. № 5. С. 99-106.
13. Gareev A., Gimadiev A., Popelnyuk I., Stadnik D., Sverbilov V. Simulation of electro-hydraulic systems taking into account typical faults // BATH/ASME 2020 Symposium on Fluid Power and Motion Control, FPMC 2020 (September, 9-11, 2020, Virtual, Online). DOI: 10.1115/FPMC2020-2792
14. Петров П.В., Целищев В.А. Основы автоматизированного проектирования гидромеханических устройств. Уфа: РИК УГАТУ, 2019. 241 с.
15. Коткин Г.Л., Попов Л.К., Черкасский В.С. Компьютерное моделирование физических процессов с использованием MATLAB: учеб. пособие. М.: Издательство Юрайт, 2022. 202 с.
16. Петров П.В., Целищев В.А. Численное моделирование работы систем автоматического управления авиационного газотурбинного двигателя на

установившихся и переходных режимах // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Аэрокосмическая техника. 2019. № 57. С. 7-16. DOI: 10.15593/2224-9982/2019.57.01

## MAIN APPROACHES AND FEATURES OF THE DESIGN OF AIRCRAFT HYDRO-MECHANICAL CONTROL SYSTEMS

© 2024

- P. V. Petrov** Candidate of Science (Engineering), Associate Professor of the Department of Applied Hydromechanics;  
Ufa University of Science and Technology, Ufa, Russian Federation;  
[pvl.petrov@mail.ru](mailto:pvl.petrov@mail.ru)
- V. A. Tselishev** Doctor of Science (Engineering), Professor, Head of Department of Applied Hydromechanics;  
Ufa University of Science and Technology, Ufa, Russian Federation;  
[pvl.ugatu@mail.ru](mailto:pvl.ugatu@mail.ru)
- D. A. Kuderko** Candidate of Science (Engineering),  
Head of R and D Center “Technodinamika”; Ufa, Russian Federation;  
[dm\\_kuderko@mail.ru](mailto:dm_kuderko@mail.ru)

The main purpose of the article is to identify the main approaches and define the concept when modeling the hydro-mechanical control systems of an aircraft. The advantages and importance of a computational experiment with the aid of a virtual test bed at the stage of constructive parametric debugging of the elements of complex hydraulic systems are emphasized. The characteristics obtained from the results of the computational experiment will allow us to determine the level of adequacy of the models and subsequently choose the most optimal design and operational parameters.

*Electro-hydraulic servo drive; experimental research; numerical simulation; computational experiment; control system; aircraft; diagnostic modeling; nonlinear phenomena; hydraulic automation devices*

---

*Citation:* Petrov P.V., Tselishev V.A., Kuderko D.A. Main approaches and features of the design of aircraft hydro-mechanical control systems. *Vestnik of Samara University. Aerospace and Mechanical Engineering*. 2024. V. 23, no. 1. P. 67-79. DOI: 10.18287/2541-7533-2024-23-1-67-79

### References

1. Kuderko D.A., Tselishev V.A., Tselishev D.V. Prospects for development of flight control surfaces actuators of civil aircraft. *PNRPU Aerospace Engineering Bulletin*. 2021. No. 67. P. 70-84. (In Russ.). DOI: 10.15593/2224-9982/2021.67.07
2. Mozaryn J., Winnicki A., Suski D. Modeling of electro-hydraulic servo-drive for advanced control system design. *Springer Proceedings in Mathematics & Statistics*. 2022. V. 362. P. 183-191. DOI: 10.1007/978-3-030-77306-9\_16
3. Kuznetsov V.E., Dinh Khanh N., Lukichev A.N., Filatov D.M. Hybrid steering system's Pid-based adaptive control. *Proceedings of the 2021 IEEE Conference of Russian Young Researchers in Electrical and Electronic Engineering, ElConRus 2021 (January, 26-28, 2021, Moscow)*. DOI: 10.1109/ElConRus51938.2021.9396303
4. Gimadiev A.G., Kryuchkov A.N., Prokofev A.B. *Avtomatika i regulirovanie aviatsionnykh dvigateley i energeticheskikh ustanovok* [Automation and control of aircraft engines and power plants]. Part 1. Samara: Samara State Aerospace University Publ., 2002. 139 p.
5. Popov D.N. *Dinamika i regulirovanie gidro- i pnevmosistem* [Dynamics and control of hydraulic and pneumatic systems]. Moscow: Mashinostroenie Publ., 1987. 464 p.

6. Abbasov I.B. Computer modeling in the aerospace industry. Hoboken: Wiley-Scrivener, 2020. 282 p.
7. Zadiraka V.K. Using reserves of computing optimization to solve complex problems. *Cybernetics and Systems Analysis*. 2019. V. 55, no. 1. P. 40-54. DOI: 10.1007/s10559-019-00111-0
8. Jin Z.-L., Zhou Q., Zhao W.-Z. Dynamics modeling and performance analysis for electro hydraulic braking system. *Beijing Ligong Daxue Xuebao*. 2018. V. 38, Iss. 7. P. 117-122. DOI: 10.15918/j.tbit1001-0645.2018.1.026
9. Petrov P.V., Tselishchev V.A. *Osnovy algoritmicheskogo modelirovaniya nelineynykh gidromekhanicheskikh ustroystv: ucheb. posobie* [Fundamentals of algorithmic modeling of nonlinear hydro-mechanical devices: study guide]. Ufa: Ufa State Aviation Technical University Publ., 2012. 136 p.
10. Petrov P.V., Chernov D.D. Necessity of research of nonlinear hydro-mechanical systems in generalized parameters. *Handbook. An Engineering Journal*. 2019. No. 4 (265). P. 28-33. (In Russ.). DOI: 10.14489/hb.2019.04.pp.028-033
11. Mashkov M.A., Matrosov A.V., Sunarchin R.A. Obobshchennye kharakteristiki elektrogidravlicheskogo sledyashchego privoda. *Materialy Nauchnogo Foruma s Mezhdunarodnym Uchastiem «Nedelya Nauki SPbPU»*. Institut Energetiki I Transportnykh Sistem (November 30 - December 05, 2015, Saint-Petersburg). Part 1. St. Petersburg: Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University Publ., 2015. P. 91-93. (In Russ.)
12. Gimranov E.G., Sunarchin R.A., Khasanova L.M. Generalized dynamic characteristics of mathematical models of hydraulic units. *Bulletin of Perm State Technical University. Aerospace Engineering*. 2000. No. 5. P. 99-106. (In Russ.)
13. Gareev A., Gimadiev A., Popelnyuk I., Stadnik D., Sverbilov V. Simulation of electro-hydraulic systems taking into account typical faults. *BATH/ASME 2020 Symposium on Fluid Power and Motion Control, FPMC 2020 (September, 9-11, 2020, Virtual, Online)*. DOI: 10.1115/FPMC2020-2792
14. Petrov P.V., Tselishchev V.A. *Osnovy avtomatizirovannogo proektirovaniya gidromekhanicheskikh ustroystv* [Fundamentals of computer-aided design of hydro-mechanical devices]. Ufa: RIK UGATU Publ., 2019. 241 p.
15. Kotkin G.L., Popov L.K., Cherkasskiy V.S. *Komp'yuternoe modelirovanie fizicheskikh protsessov s ispol'zovaniem MATLAB: ucheb. posobie* [Computer modeling of physical processes using MATLAB: study guide]. Moscow: Yurayt Publ., 2020. 202 p.
16. Petrov P.V., Tselischev V.A. Numerical study of SAR CCD for steady-state and transient modes. *PNRPU Aerospace Engineering Bulletin*. 2019. No. 57. P. 7-16. (In Russ.). DOI: 10.15593/2224-9982/2019.57.01

## ОПТИМИЗАЦИЯ ТРАЕКТОРНОГО ДВИЖЕНИЯ ПЕРВОЙ СТУПЕНИ АВИАЦИОННО-КОСМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

© 2024

**А. А. Храмов** кандидат технических наук, доцент кафедры динамики полёта и систем управления;  
Самарский национальный исследовательский университет  
имени академика С.П. Королёва;  
[khramov@ssau.ru](mailto:khramov@ssau.ru)

Рассматриваются задачи оптимизации траекторного движения первой ступени авиационно-космической системы по критерию максимума конечной массы. Управлением является угол атаки и тяга двигателей. Оптимизация управления проводится на участке траектории от точки приведения первой ступени в район запуска до достижения требуемых для отделения космической ступени параметров движения. Для определения оптимальных программ управления используется принцип максимума Понтрягина. Решение задачи без ограничений на режимы движения проведено на примере разгона и набора высоты первой ступени авиационно-космической системы RASCAL. Предложена методика определения приближённо-оптимального управления в задаче с ограничением на высотный диапазон работы двигателей с раздельной оптимизацией активного и пассивного участков и поиском оптимальной точки их сопряжения. Обсуждаются изменения программы управления, траектории движения и затрат топлива при ограничении максимальной высоты полёта на активном участке.

*Воздушный старт; авиационно-космическая система; оптимальное управление; тяга двигателя; угол атаки; принцип максимума Понтрягина*

---

**Цитирование:** Храмов А.А. Оптимизация траекторного движения первой ступени авиационно-космической системы // Вестник Самарского университета. Аэрокосмическая техника, технологии и машиностроение. 2024. Т. 23, № 1. С. 80-92. DOI: 10.18287/2541-7533-2024-23-1-80-92

### Введение

На протяжении уже нескольких десятилетий в качестве перспективных средств выведения космических аппаратов на околоземную орбиту рассматриваются многоразовые авиационно-космические системы (АКС), различные концепции которых существуют как в России, так и за рубежом [1 – 3]. АКС включает самолёт-носитель, задача которого заключается в доставке космической ступени на заданную высоту с заданной скоростью и углом наклона траектории. Космическая ступень после отделения выводит полезную нагрузку на околоземную орбиту. Среди преимуществ использования АКС можно выделить снижение стоимости запуска полезной нагрузки за счёт энергетически выгодных траекторий выведения, расширение возможных географических координат точек старта, что обеспечит широкий диапазон наклонений орбит. Использование в составе космической ступени крылатого аэрокосмического аппарата позволит реализовать его многоразовое применение.

Возможность выведения космических аппаратов с использованием АКС делает актуальной задачу оптимизации движения самолёта-носителя, в качестве которого может использоваться либо модернизированный дозвуковой или сверхзвуковой самолёт, либо специально созданный аппарат [3]. Задача оптимизации может заключаться в максимизации конечной массы при наборе заданной высоты и скорости с заданным углом наклона траектории. Так как полёт самолёта-носителя проходит на трансатмосферных высотах с достижением сверхзвуковых и гиперзвуковых скоростей, то при оптимизации движения необходимо учитывать ограничения на высотно-скоростной диапазон работы его двигателей.

Результаты решения задач оптимизации траекторного движения летательных аппаратов (ЛА) в атмосфере обобщены и систематизированы в работе [3]. Отдельные результаты получены сотрудниками Самарского университета. В работах [4; 5] проводится оптимизация разгона ЛА до гиперзвуковых скоростей в предположении, что двигатель самолёта-разгонщика работает без выключений. Оптимизация пассивного движения ЛА при наборе высоты проведено в работах [6 – 8].

В общем случае траектория полёта первой ступени АКС может включать как активные, так и пассивные участки. В данной работе, являющейся продолжением исследований [6; 7], рассматривается задача оптимизации траектории полёта первой ступени АКС RASCAL [1; 2] до достижения требуемых для отделения космической ступени параметров движения при минимальных затратах топлива. Оптимизационные расчёты начинаются с точки приведения АКС в район запуска с заданными параметрами.

### Постановка задачи

**Модель движения.** Рассматривается движение ЛА под действием силы тяготения Земли, форма которой принимается сферической, аэродинамической силы и силы тяги двигателей (на активных участках траектории). Математическая модель движения в траекторной системе координат без учёта сил инерции имеет вид [9]:

$$\begin{aligned} \frac{dV}{dt} &= -\sigma_x \rho V^2 - g \sin \theta + \frac{P}{m} \cos \alpha, & \frac{dR}{dt} &= V \sin \theta, \\ \frac{d\theta}{dt} &= \sigma_y \rho V + \left( \frac{V}{R} - \frac{g}{V} \right) \cos \theta + \frac{P}{Vm} \sin \alpha, & \frac{dm}{dt} &= -\beta, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $V$  – скорость ЛА относительно Земли;  $\theta$  – угол наклона траектории;  $R$  – величина радиус-вектора ЛА;  $m$  – масса ЛА;  $\rho$  – плотность атмосферы;  $g = \mu / R^2$  – гравитационное ускорение;  $\mu = 398600,44 \text{ км}^3/\text{с}^2$  – гравитационная постоянная Земли,  $\beta = \frac{P}{I_{yd} g_0}$  – секундный массовый расход,  $P$  – сила тяги двигателей,  $I_{yd}$  – удельный импульс тяги;  $g_0 = 9,80665 \text{ м}/\text{с}^2$  – среднее гравитационное ускорение на поверхности Земли;  $\alpha$  – угол атаки;  $\sigma_x = \frac{c_{xa} S}{2m}$  – баллистический коэффициент;  $\sigma_y = \frac{c_{ya} S}{2m}$  – коэффициент планирования;  $c_{xa}$ ,  $c_{ya}$  – коэффициенты лобового сопротивления и подъёмной силы;  $S$  – характерная площадь ЛА.

Плотность атмосферы задаётся экспоненциальным законом:

$$\rho = \rho_0 \exp(-\beta_h h),$$

где  $h = R - R_{cp}$  – текущая высота полёта ЛА;  $R_{cp} = 6371,22 \text{ км}$  – средний радиус Земли;  $\rho_0 = 1,225 \text{ кг}/\text{м}^3$  – плотность атмосферы у поверхности Земли;  $\beta_h = 0,141 \cdot 10^{-3} \text{ м}^{-1}$  – логарифмический градиент плотности атмосферы.

**Граничные условия движения.** Для определения оптимальной траектории должны быть заданы начальные условия движения ЛА в момент времени  $t_0$ :

$$t_0 = 0, V = V_0, \theta = \theta_0, R = R_0, m = m_0. \quad (2)$$

В конечный момент времени  $t_k$  аппарат должен достичь заданных значений скорости полёта, угла наклона траектории и высоты:

$$t = t_k, V = V_k, \theta = \theta_k, h = h_k. \quad (3)$$

**Управление.** Параметрами управления траекторным движением ЛА являются угол атаки  $\alpha$  и тяга двигателей  $P$ . На угол атаки  $\alpha$  вводятся ограничения:

$$\alpha_{\min} \leq \alpha \leq \alpha_{\max}, \quad (4)$$

где  $\alpha_{\min}, \alpha_{\max}$  – минимальный и максимальный углы атаки.

**Аэродинамические характеристики.** Коэффициенты подъёмной силы и лобового сопротивления представляются соотношениями, соответствующими квадратичной поляре:

$$c_{ya} = c_{ya \min} + c_{ya}^{\alpha} \alpha, \\ c_{xa} = c_{xa0} + A c_{ya}^2.$$

Здесь  $c_{ya}^{\alpha} = \frac{c_{ya \max} - c_{ya \min}}{\alpha_{\max} - \alpha_{\min}}$  – производная коэффициента подъёмной силы по углу атаки;

$c_{ya \min}$  и  $c_{ya \max}$  – коэффициенты подъёмной силы, соответствующие минимальному  $\alpha_{\min}$  и максимальному  $\alpha_{\max}$  углам атаки;  $c_{xa0}$  – коэффициент лобового сопротивления при нулевом угле атаки,  $A$  – коэффициент отвала поляры.

Аэродинамические характеристики зависят от числа Маха  $M = \frac{V}{a}$ , где  $a$  – скорость звука в текущей точке траектории, связанная с температурой атмосферы  $T_a$  соотношением:

$$a = 20,046796 \sqrt{T_a}.$$

Температура атмосферы  $T_a$  определяется согласно ГОСТ 4401-81 [10].

Для определения аэродинамических характеристик использовались зависимости, приведённые в [2]. Коэффициенты  $c_{ya \min}, c_{ya \max}, c_{xa0}$  и  $A$  представлены в табл. 1. Значения коэффициентов между табличными числами Маха определяются линейной интерполяцией.

Таблица 1. Аэродинамические характеристики АКС RASCAL

$M$	0,8	1,2	2	2,4	3	4
$c_{ya \min}$	0,046667	0,066667	0	0	0	0
$c_{ya \max}$	1,38	1,2	0,87	0,68	0,52	0,42
$c_{xa0}$	0,02	0,042	0,05	0,04	0,013	0,013
$A$	0,25205	0,32083	0,36332	0,55147	0,69157	0,85034

**Высотно-скоростные характеристики двигательной установки.** На рассматриваемый ЛА установлены четыре двухконтурных турбореактивных двигателя (ТРДД) Pratt and Whitney F-100 со статической тягой на форсажном режиме работы 129 кН каждый. Суммарная тяга и удельный импульс двигателей аппроксимировались (рис. 1) в соответствии с данными работ [1; 2] полиномами четвертой и третьей степени числа Маха, соответственно; коэффициенты полиномов принимались в виде линейных функций высоты полёта:

$$P(h, M) = \sum_{i=0}^4 \sum_{j=0}^1 p_{i,j} h^j M^i, \quad I_{уд}(h, M) = \sum_{i=0}^3 \sum_{j=0}^1 I_{i,j} h^j M^i. \quad (5)$$

Для расширения высотно-скоростного диапазона работы ТРДД используется система дополнительной подачи кислорода и охлаждения двигателей МІРСС (Mass Injection Pre-Compressor Cooling), включающая баки с водой и жидким кислородом для впрыскивания в канал воздухозаборника. Поступающий воздух охлаждается водой и жидким кислородом, что позволяет двигателю работать при скоростях движения, превышающих проектные пределы обычных ТРДД (до 4 чисел Маха). Кроме того, вода и жидкий кислород увеличивают плотность входящего потока, расширяя высотный диапазон работы двигателя до 26,8 км.

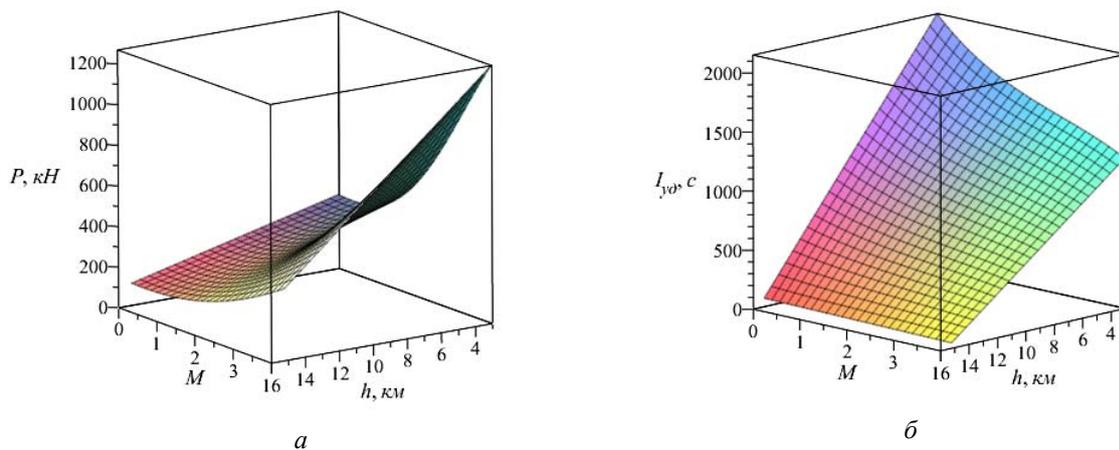


Рис. 1. Зависимости тяги (а) и удельного импульса (б) от числа Маха и высоты полёта

Для моделирования работы МІРСС вводятся понятия кажущейся высоты и кажущегося числа Маха [2]. Для перехода от действительных к кажущимся параметрам используются зависимости, представленные на рис. 2.

Дополнительный массовый расход воды и жидкого кислорода системы МІРСС определяется согласно [2] относительно расхода топлива двигателей при статической тяге на уровне моря (рис. 3).

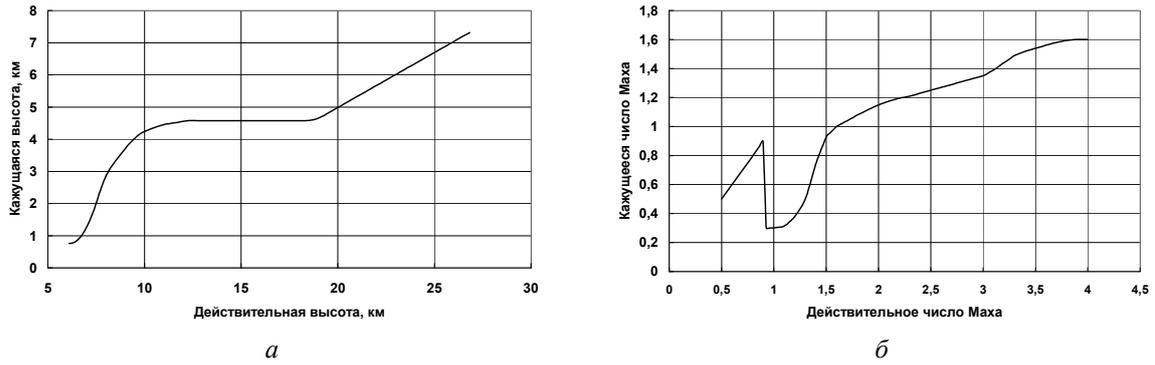


Рис. 2. Модели работы системы MIPCC по высоте (а) и числу Маха (б)

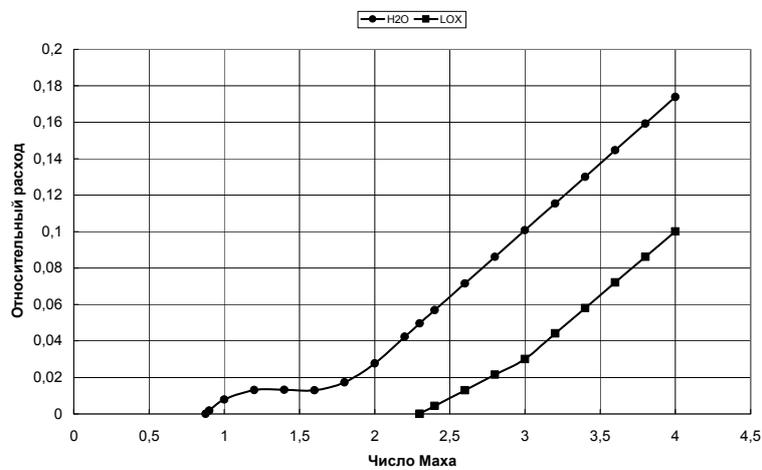


Рис. 3. Относительный расход воды ( $H_2O$ ) и жидкого кислорода ( $LOX$ ) системы MIPCC в зависимости от числа Маха

**Постановка задачи оптимизации.** Требуется найти оптимальные программы изменения угла атаки  $\alpha(t)$  и тяги двигателей  $P(t)$  при заданном ограничении (4), обеспечивающие достижение заданных конечных условий движения (3) с максимальной конечной массой ЛА.

### Задача оптимизации

В соответствии с принципом максимума Понтрягина [11] оптимальное управление для принятого критерия должно обеспечивать минимум функции Гамильтона системы (1) в каждой точке траектории:

$$\begin{aligned}
 H = & \psi_V \frac{dV}{dt} + \psi_\theta \frac{d\theta}{dt} + \psi_R \frac{dR}{dt} + \psi_m \frac{dm}{dt} = -\psi_V \left( \frac{c_{xa} S}{2m} \rho V^2 + \frac{\mu}{R^2} \sin \theta - \frac{P}{m} \cos \alpha \right) + \\
 & + \psi_\theta \left( \frac{c_{ya} S}{2m} \rho V + \left( \frac{V}{R} - \frac{\mu}{VR^2} \right) \cos \theta + \frac{P}{Vm} \sin \alpha \right) + \psi_R V \sin \theta - \psi_m \beta,
 \end{aligned} \tag{6}$$

где  $\psi_V, \psi_\theta, \psi_R, \psi_m$  – сопряжённые множители.

Программы оптимального управления определим из необходимых условий экстремума гамильтониана по искомым параметрам управления. Для угла атаки можно записать:

$$\frac{\partial H}{\partial \alpha} = -\frac{\psi_V}{m} \left( \frac{S}{2} \rho V^2 \frac{\partial c_{xa}}{\partial \alpha} + P \sin \alpha \right) + \frac{\psi_\theta}{m} \left( \frac{S}{2} \rho V \frac{\partial c_{ya}}{\partial \alpha} + \frac{P}{V} \cos \alpha \right) = 0,$$

где  $\frac{\partial c_{xa}}{\partial \alpha} = 2Ac_{ya}^\alpha (c_{yamin} + c_{ya}^\alpha \alpha)$ ,  $\frac{\partial c_{ya}}{\partial \alpha} = c_{ya}^\alpha$ ,

откуда:

$$a \cos \alpha_{opt} - b \sin \alpha_{opt} - c \alpha_{opt} + d = 0. \quad (7)$$

Здесь  $a = \psi_\theta \frac{P}{V}$ ,  $b = \psi_V P$ ,  $c = \psi_V S \rho V^2 A (c_{ya}^\alpha)^2$ ,  $d = \frac{S}{2} \rho V c_{ya}^\alpha (\psi_\theta - 2\psi_V V A c_{yamin})$ .

На активных участках траектории для определения угла атаки необходимо решить трансцендентное уравнение (7), а на пассивных участках угол атаки определяется в явном виде:

$$c_{ya\ opt} = \left( \frac{\psi_\theta}{2A(M)V\psi_V} - c_{yamin} \right) / c_{ya}^\alpha. \quad (8)$$

Оптимальное значение тяги двигателей является релейной функцией:

$$\left. \begin{aligned} P_{opt} &= P_{\max}, & \text{при } \frac{\psi_V}{m} \cos \alpha + \frac{\psi_\theta}{Vm} \sin \alpha - \frac{\psi_m}{I_{уд}g_0} < 0 \\ P_{opt} &= 0, & \text{при } \frac{\psi_V}{m} \cos \alpha + \frac{\psi_\theta}{Vm} \sin \alpha - \frac{\psi_m}{I_{уд}g_0} > 0 \end{aligned} \right\}, \quad (9)$$

где  $P_{\max}$  – максимальная тяга двигателей, определяемая согласно (5).

Сопряжённая система уравнений записывается в виде:

$$\begin{aligned} \frac{d\psi_V}{dt} &= -\frac{\partial H}{\partial V} = \psi_V \frac{S}{2m} \rho \left[ \frac{\partial c_{xa}}{\partial V} V^2 + 2Vc_{xa} \right] - \psi_\theta \left[ \frac{S}{2m} \rho \left( \frac{\partial c_{ya}}{\partial V} V + c_{ya} \right) + \left( \frac{1}{R} + \frac{\mu}{V^2 R^2} \right) \cos \theta \right] - \\ &- \psi_R \sin \theta + \frac{P}{m} \left[ \psi_V \sin \alpha \frac{\partial \alpha}{\partial V} - \frac{\psi_\theta}{V^2} \left( V \cos \alpha \frac{\partial \alpha}{\partial V} - \sin \alpha \right) \right] - \frac{\psi_V V^2 \cos \alpha + \psi_\theta \sin \alpha}{mV} \frac{\partial P}{\partial V} + \psi_m \frac{\partial \beta}{\partial V}, \\ \frac{d\psi_\theta}{dt} &= -\frac{\partial H}{\partial \theta} = \left( \frac{\mu}{R^2} \psi_V - V\psi_R \right) \cos \theta + \psi_\theta \left( \frac{V}{R} - \frac{\mu}{VR^2} \right) \sin \theta, \end{aligned} \quad (10)$$

$$\frac{d\psi_R}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial R} = -2\psi_V \frac{\mu}{R^3} \sin \theta - \psi_\theta \left( 2 \frac{\mu}{VR^3} - \frac{V}{R^2} \right) \cos \theta - \frac{\psi_V V^2 \cos \alpha + \psi_\theta \sin \alpha}{mV} \frac{\partial P}{\partial h} + \psi_m \frac{\partial \beta}{\partial h} +$$

$$+ \frac{S}{2m} V \left[ \psi_V V \left( \frac{\partial \rho}{\partial h} c_{xa} + \rho \frac{\partial c_{xa}}{\partial h} \right) - \psi_\theta \left( \frac{\partial \rho}{\partial h} c_{ya} + \rho \frac{\partial c_{ya}}{\partial h} \right) \right] + \frac{P}{m} \frac{\partial \alpha}{\partial h} \left[ \psi_V \sin \alpha - \frac{\psi_\theta}{V} \cos \alpha \right],$$

$$\frac{d\psi_m}{dt} = \frac{1}{m^2} \left[ \psi_V \left( P \cos \alpha - \frac{c_{xa} S}{2} \rho V^2 \right) + \psi_\theta \left( \frac{P}{V} \sin \alpha + \frac{c_{ya} S}{2} \rho V \right) \right].$$

Производные аэродинамических коэффициентов и угла атаки по скорости и высоте полёта, входящие в систему (10), при пассивном движении рассчитываются по соотношениям, приведённым в [7]. На активных участках траектории указанные производные, как и производные тяги и массового расхода по скорости и высоте, рассчитываются численно методом центральных разностей.

Системы уравнений (1) и (10) с управлением (7 – 9) определяют семейство оптимальных траекторий.

Рассмотрим граничные условия, которым должна удовлетворять искомая экстремаль. В начальной точке траектории значения фазовых переменных зафиксированы (2), в конечной точке заданы только скорость, угол наклона траектории и высота полёта (3), а время движения и масса ЛА (функционал) являются свободными. Тогда согласно работе [11] для конечного момента времени запишем:

$$t = t_k = \text{var}, V = V_k, \theta = \theta_k, h = h_k, \psi_m = -1, H = 0. \quad (11)$$

Расчёт траектории полёта заканчивается при условии достижения требуемой высоты  $h = h_k$ , которое используется для выхода из интегрирования.

Задача оптимизации заключается в определении начальных значений сопряжённых множителей  $\psi_{V0}, \psi_{\theta0}, \psi_{R0}, \psi_{m0}$ , обеспечивающих выполнение граничных условий (2) и (11). Невязками краевой задачи являются отклонения параметров  $V(t_k), \theta(t_k), H(t_k), \psi_m(t_k)$  от требуемых значений в конечный момент времени.

### Результаты решения задачи

Решение задачи оптимизации траекторного движения проведено на примере разгона и последующего набора высоты первой ступени АКС RASCAL [1; 2]. Краевая задача решалась модифицированным методом Ньютона [12].

Согласно [2] начальная масса ЛА равна 33385 кг, характерная площадь – 251 м<sup>2</sup>, граничные условия движения представлены в табл. 2.

Таблица 2. Граничные условия

$t$	$M$	$\theta, \text{град.}$	$h, \text{м}$
$t_0$	0,813	0	15000
$t_k$	2	20	63160

Ограничения на управление по углу атаки:  $\alpha_{\min} = 0, \alpha_{\max} = 20^0$ .

На рис. 4, 5 показаны зависимости параметров оптимальной траектории и параметров управления от времени. Пунктирной линией показан момент выключения двигателей.

Траектория содержит активный участок разгона и пассивный участок набора высоты за счёт набранной кинетической энергии (рис. 4). На активном участке реализуется манёвр «горка» с последующим рикошетированием. Полученная рикошетирующая траектория характерна для оптимального движения при разгоне ЛА в атмосфере до сверхзвуковых скоростей [3]. В конце активного участка длительностью 154 секунды ЛА достигает высоты 34,5 км с наклоном траектории 48,9 градуса при скорости 3,2 числа Маха. Затраты топлива составили 3709 кг, воды – 242 кг, жидкого кислорода – 71 кг. Пассивный участок характеризуется искривлением траектории под действием силы тяжести с уменьшением угла наклона траектории и скорости до заданных конечных значений.

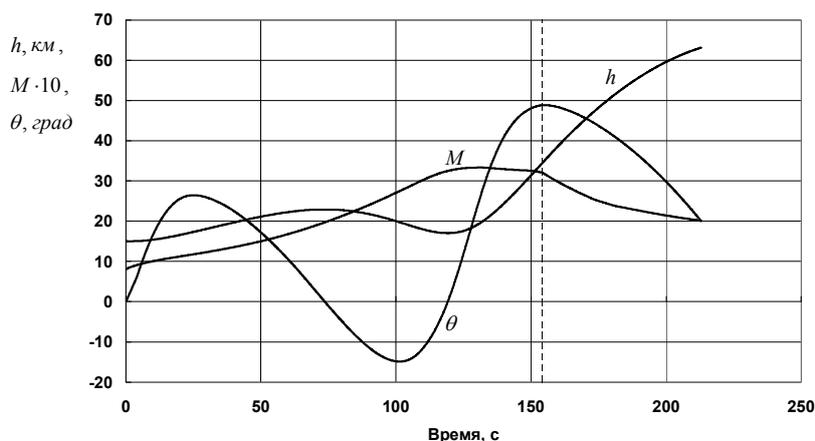


Рис. 4. Зависимости параметров оптимальной траектории от времени

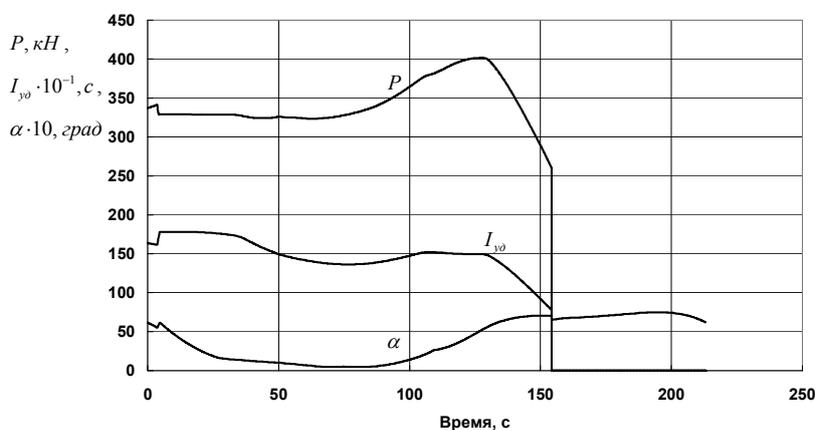


Рис. 5. Зависимости параметров управления и удельного импульса от времени

Программа управления по углу атаки (рис. 5) определяет аэродинамическую силу, действующую на ЛА и влияющую на траекторию полёта, от параметров которой, в свою очередь, зависят сила тяги и удельный импульс двигателей. На начальном участке движения угол атаки значителен, что обеспечивает достаточную подъёмную силу для набора высоты. Далее угол атаки уменьшается, снижая аэродинамическое сопротивление и обеспечивая разгон ЛА, и принимает минимальные значения, близкие к нулю при выходе на «горку». Увеличение угла атаки после схода с «горки» способствует большему рикошетирующему эффекту. Увеличение силы лобового сопротивления при этом компенсируется увеличением тяги вследствие уменьшения высоты и увеличения ско-

рости, а также действием силы тяжести. Далее следует пассивный участок набора высоты с практически постоянным углом атаки.

Характер зависимостей тяги и удельного импульса двигателей определяется изменением высоты и скорости (числа Маха) ЛА (рис. 5). На начальном участке скачкообразно изменяются тяга и удельный импульс вследствие включения системы МРСС при достижении  $M = 0,9$  и переходу к кажущимся параметрам (рис. 2). Далее при выходе на «горку» с увеличением высоты и скорости тяга двигателей практически не меняется, так как их влияние на тягу (рис. 1) компенсируются, а удельный импульс уменьшается. После схода с «горки» с уменьшением высоты и увеличением скорости тяга существенно растёт и достигает максимума в области рикошета, обеспечивая максимальную скорость полёта. Вместе с дальнейшим интенсивным набором высоты и уменьшением скорости тяга, как и удельный импульс, существенно уменьшаются.

### Определение приближённо-оптимального управления с учётом высотно-скоростного диапазона работы двигательной установки

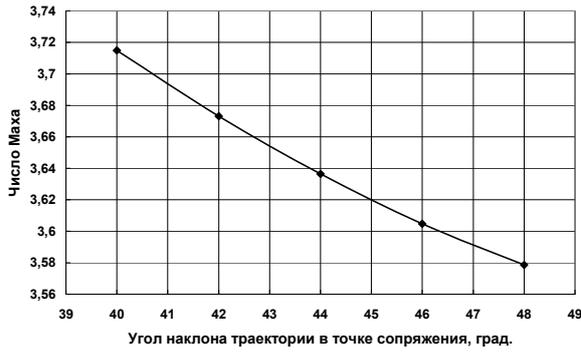
Согласно [1; 2] высотно-скоростной диапазон работы двигательной установки первой ступени системы RASCAL ограничивается высотой 26,8 км и числом Маха 4 единицы. На оптимальной траектории скорость не превышает указанного ограничения, однако работа двигательной установки до высоты  $\sim 35$  км (рис. 4) невозможна.

Для учёта указанного ограничения при построении траектории движения предлагается следующий подход. Движение ЛА разделяется на два участка с точкой сопряжения  $C$ , траектории которых оптимизируются отдельно: участок разгона ( $P = P_{\max}$ ), ограниченный высотой 26,8 км, и пассивный участок набора высоты ( $P = 0$ ) до достижения заданных конечных условий (3). В качестве критерия оптимальности участка разгона принимается максимум конечной массы ЛА, пассивного участка – минимум начальной скорости, обеспечивающий выполнение конечных условий движения.

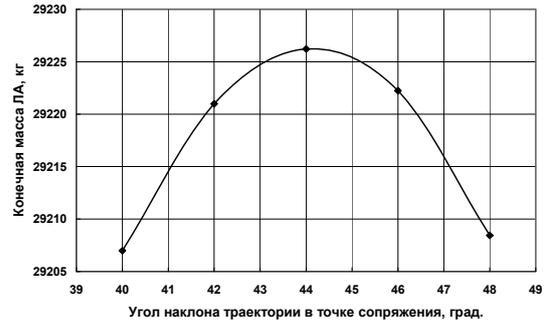
При оптимизации участка разгона необходимо знать скорость и угол наклона траектории в конце данного участка, т.е. в точке сопряжения  $C$ . Для их определения решается серия задач оптимизации пассивного участка в обратном направлении – от конечной точки траектории до достижения точки сопряжения с различными значениями угла наклона траектории  $\theta_C$ . Полученные значения числа Маха  $M_C$  соответствуют минимальной скорости при заданном  $\theta_C$ , необходимой для обеспечения конечных условий движения. При этом считается, что масса ЛА на пассивном участке равна массе, полученной при решении задачи оптимизации без ограничений, равной 29363 кг.

По результатам оптимизации пассивного участка на рис. 6, а приведена зависимость числа Маха  $M_C$  от угла наклона траектории  $\theta_C$  в точке сопряжения. На рис. 6, б приведена зависимость конечной массы ЛА от  $\theta_C$ , полученная по результатам оптимизации участка разгона. Максимальная масса ЛА обеспечивается при  $\theta_C = 44^\circ$ ,  $M_C = 3,636$  и составляет 29226 кг. Таким образом, проектное ограничение высотного диапазона работы двигательной установки снижает конечную массу ЛА на 137 кг.

Для сравнения параметров траектории и управления в задаче без ограничения (цифра «1») и в задаче с ограничением (цифра «2») на рис. 7 приведены зависимости указанных характеристик от времени. На начальном участке движения параметры траекторий практически не отличаются вследствие близости программ управления по углу атаки (рис. 7, а – з). В обеих программах управления угол атаки уменьшается, обеспечивая разгон ЛА вследствие снижения лобового сопротивления. При этом из-за уменьшения подъёмной силы интенсивность набора высоты с течением времени снижается.

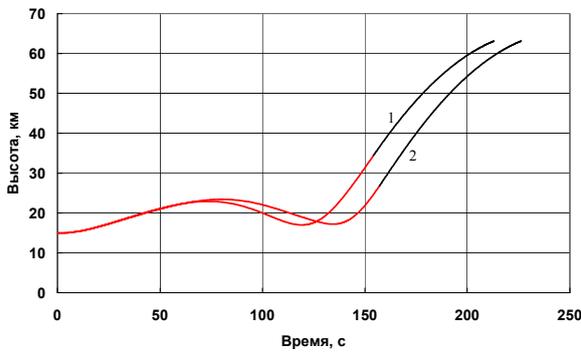


а

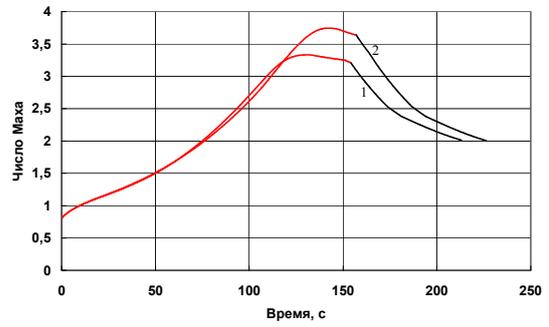


б

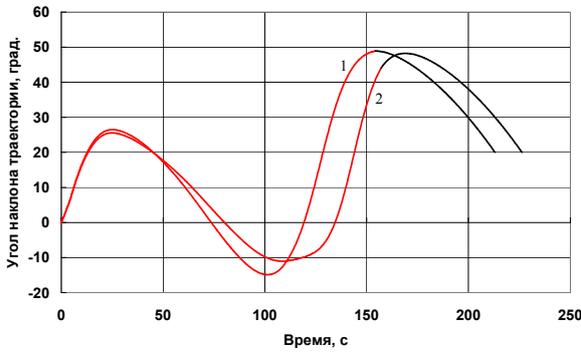
Рис. 6. Зависимости скорости (а), конечной массы ЛА (б) от угла наклона траектории в точке сопряжения



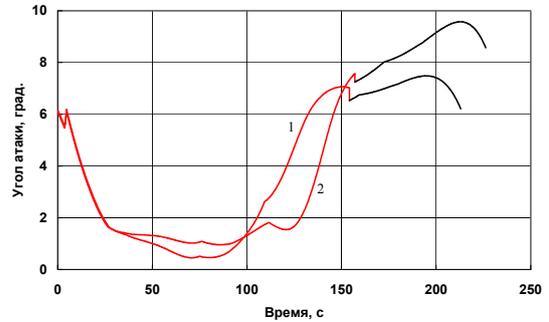
а



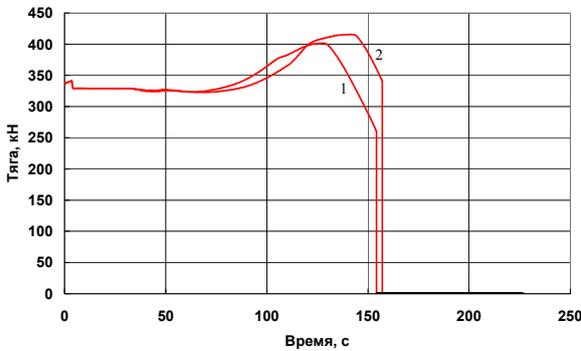
б



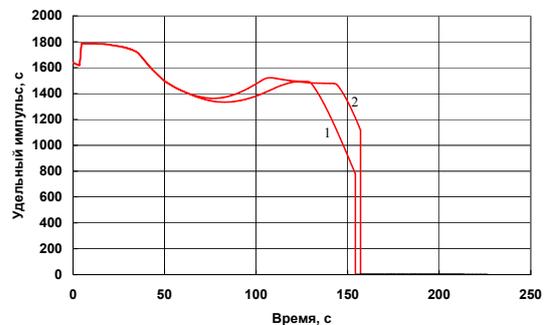
в



г



д



е

Рис. 7. Зависимости параметров траектории и управления от времени

Отличия траекторий начинают проявляться в области выхода на «горку». Ограничение максимальной высоты, на которой возможна работа двигателей, требует большей продолжительности участка разгона ЛА в более плотных слоях атмосферы с большей тягой (рис. 7, д) для обеспечения требуемой скорости в начале последующего пассивного участка набора высоты. Это позволит выйти в конечный момент времени на заданную высоту с заданной скоростью. Глубины погружения при рикошете для обеих траекторий близки (около 17 км), однако рикошетирование траектории в задаче с ограничением наступает позднее; полёт с малыми углами атаки более продолжителен. Большая длительность активного участка в задаче с ограничением обуславливает увеличение расхода топлива, а также компонентов системы МРСС и снижение конечной массы ЛА.

### **Заключение**

С использованием принципа максимума Понтрягина проведена оптимизация траекторного движения первой ступени авиационно-космической системы RASCAL по критерию максимума конечной массы без учёта ограничений на режимы движения. Для учёта ограничения на высотный диапазон работы двигательной установки предложена методика определения приближённо-оптимального управления с отдельной оптимизацией активного и пассивного участков траектории и поиска оптимальной точки их сопряжения. Проведена оптимизация движения с учётом данного ограничения.

Полученные траектории содержат активный участок разгона и пассивный участок набора высоты за счёт приобретённой кинетической энергии. Рикошетирующий характер траекторий свидетельствует об эффективном использовании аэродинамических свойств ЛА при движении в плотных слоях атмосферы, позволяющем сократить затраты топлива.

Показано, что ограничение на высоту полёта, обусловленное возможностью работы двигателей самолёта-носителя системы RASCAL, приводит к увеличению затрат топлива и компонентов системы МРСС на 3,4% относительно соответствующих затрат в задаче без ограничений.

Посвящается светлой памяти учителя, доктора технических наук, профессора Балакина Виктора Леонидовича.

### **Библиографический список**

1. Young D.A., Olds J.R. Responsive access small cargo affordable launch (RASCAL) independent performance evaluation // A Collection of Technical Papers – 13th AIAA/CIRA International Space Planes and Hypersonic Systems and Technologies Conference (May, 16-20, 2005, Capua, Italy). 2005. V. 1. P. 346-368. DOI: 10.2514/6.2005-3241
2. Young D. Responsive access small cargo affordable launch (RASCAL) independent performance evaluation. 2004. 54 p.  
<https://www.yumpu.com/en/document/view/11944862/responsive-access-small-cargo-affordable-launch-rascal->
3. Бузулук В.И. Оптимизация траекторий движения аэрокосмических летательных аппаратов. М.: ЦАГИ, 2008. 476 с.
4. Балакин В.Л., Крикунов М.М. Анализ программ управления и траекторий движения гиперзвукового самолёта при наборе высоты // Вестник Самарского университета. Аэрокосмическая техника, технологии и машиностроение. 2018. Т. 17, № 4. С. 18-26. DOI: 10.18287/2541-7533-2018-17-4-18-26

5. Балакин В.Л., Крикунов М.М. Анализ программ управления и траекторий набора высоты гиперзвуковой первой ступени авиационно-космической системы // Вестник Самарского университета. Аэрокосмическая техника, технологии и машиностроение. 2019. Т. 18, № 1. С. 18-29. DOI: 10.18287/2541-7533-2019-18-1-18-29
6. Балакин В.Л., Ишков С.А., Храмов А.А. Оптимизация трансатмосферного движения летательного аппарата на основе метода последовательной линеаризации // Вестник Самарского университета. Аэрокосмическая техника, технологии и машиностроение. 2017. Т. 16, № 3. С. 17-26. DOI: 10.18287/2541-7533-2017-16-3-17-26
7. Балакин В.Л., Ишков С.А., Храмов А.А. Оптимизация трансатмосферного движения летательного аппарата на основе метода принципа максимума Понтрягина // Вестник Самарского университета. Аэрокосмическая техника, технологии и машиностроение. 2018. Т. 17, № 1. С. 7-19. DOI: 10.18287/2541-7533-2018-17-1-7-19
8. Потапов В.И. Программы управления и траектории движения сверхзвуковой первой ступени авиационно-космической системы // Вестник Самарского государственного аэрокосмического университета имени академика С.П. Королёва (национального исследовательского университета). 2010. № 1 (21). С. 75-83. DOI: 10.18287/2541-7533-2010-0-1(21)-75-83
9. Лазарев Ю.Н. Управление траекториями аэрокосмических аппаратов. Самара: Самарский научный центр РАН, 2007. 274 с.
10. ГОСТ 4401-81. Атмосфера стандартная. Параметры. М.: Издательство стандартов, 1981. 180 с.
11. Понтрягин Л.С., Болтянский В.Г., Гамкредидзе Р.В., Мищенко Е.Ф. Математическая теория оптимальных процессов. М.: Наука, 1983. 393 с.
12. Салмин В.В., Ишков С.А., Старинова О.Л. Методы решения вариационных задач механики космического полёта с малой тягой. Самара: Самарский научный центр РАН, 2006. 162 с.

## OPTIMIZATION OF TRAJECTORY MOTION OF THE FIRST STAGE OF AN AEROSPACE SYSTEM

© 2024

**A. A. Khramov** Candidate of Science (Engineering), Associate Professor of the Department of Flight Dynamics and Control Systems;  
Samara National Research University, Samara, Russian Federation;  
[khramov@ssau.ru](mailto:khramov@ssau.ru)

The problems of optimizing the trajectory motion of the first stage of an aerospace system according to the criterion of the maximum of the final mass are considered. The control is the angle of attack and thrust of the engines. Control optimization is carried out on the trajectory section from the point of bringing the first stage to the launch area until the motion parameters required for separation of the space stage are reached. The Pontryagin's maximum principle is used to determine optimal control programs. The solution of the problem without restrictions on the modes of motion is carried out using the example of acceleration and climb of the first stage of the RASCAL aerospace system. A method is proposed for determining approximate optimal control in a problem with a limitation on the altitude range of the engines with separate optimization of the active and passive sections and the search for the optimal point of their coupling. Changes in control program, trajectory, and fuel consumption are discussed when limiting the maximum flight altitude in the active section.

*Air launch; aerospace system; optimal control; engine thrust; angle of attack; Pontryagin's maximum principle*

---

*Citation:* Khramov A.A. Optimization of trajectory motion of the first stage of an aerospace system. *Vestnik of Samara University. Aerospace and Mechanical Engineering*. 2024. V. 23, no. 1. P. 80-92. DOI: 10.18287/2541-7533-2024-23-1-80-92

## References

1. Young D.A., Olds J.R. Responsive access small cargo affordable launch (RASCAL) independent performance evaluation. *A Collection of Technical Papers – 13th AIAA/CIRA International Space Planes and Hypersonic Systems and Technologies Conference (May, 16-20, 2005, Capua, Italy)*. 2005. V. 1. P. 346-368. DOI: 10.2514/6.2005-3241
2. Young D. Responsive access small cargo affordable launch (RASCAL) independent performance evaluation. 2004. 54 p. Available at: <https://www.yumpu.com/en/document/view/11944862/responsive-access-small-cargoaffordable-launch-rascal->
3. Buzuluk V.I. *Optimizatsiya traektoriy dvizheniya aerokosmicheskikh letatel'nykh apparatov* [Optimization of aerospace vehicle flight paths]. Moscow: Central Aerohydrodynamic Institute Publ., 2008. 476 p.
4. Balakin V.L., Krikunov M.M. Analysis of control programs and flight paths of a hypersonic vehicle in climb. *Vestnik of Samara University. Aerospace and Mechanical Engineering*. 2018. V. 17, no. 4. P. 18-26. (In Russ.). DOI: 10.18287/2541-7533-2018-17-4-18-26
5. Balakin V.L., Krikunov M.M. Analysis of control programs and climb paths of the hypersonic first stage of an aerospace system. *Vestnik of Samara University. Aerospace and Mechanical Engineering*. 2019. V. 18, no. 1. P. 18-29. (In Russ.). DOI: 10.18287/2541-7533-2019-18-1-18-29.
6. Balakin V.L., Ishkov S.A., Khramov A.A. Optimization of space vehicle trans-atmospheric motion by using the method of sequential linearization. *Vestnik of Samara University. Aerospace and Mechanical Engineering*. 2017. V. 16, no. 3. P. 17-26. (In Russ.). DOI: 10.18287/2541-7533-2017-16-3-17-26
7. Balakin V.L., Ishkov S.A., Khramov A.A. Optimizing a vehicle trans-atmospheric motion using Pontryagin's maximum principle. *Vestnik of Samara University. Aerospace and Mechanical Engineering*. 2018. V. 17, no. 1. P. 7-19. (In Russ.). DOI: 10.18287/2541-7533-2018-17-1-7-19
8. Potapov V.I. Control programs and motion trajectories of supersonic first stage of an aerospace system. *Vestnik of the Samara State Aerospace University*. 2010. No. 1 (21). P. 75-83. (In Russ.). DOI: 10.18287/2541-7533-2010-0-1(21)-75-83
9. Lazarev Yu.N. *Upravlenie traektoriyami aerokosmicheskikh apparatov* [Control of aerospace vehicles]. Samara: Samarskiy Nauchnyy Tsentr RAN Publ., 2007. 274 p.
10. GOST 4401-81. Standart atmosphere. Parameters. Moscow: Izdatel'stvo Standartov Publ., 1981. 180 p. (In Russ.)
11. Pontryagin L.S., Boltyanskiy V.G., Gamkrelidze R.V., Mishchenko E.F. *Matematicheskaya teoriya optimal'nykh protsessov* [Mathematical theory of optimal processes]. Moscow: Nauka Publ., 1983. 393 p.
12. Salmin V.V., Ishkov S.A., Starinova O.L. *Metody resheniya variatsionnykh zadach mekhaniki kosmicheskogo poleta s maloy tyagoy* [Methods of solving variational problems of low-thrust mission mechanics]. Samara: Samarskiy Nauchnyy Tsentr RAN Publ., 2006. 162 p.

## ВЕРИФИКАЦИЯ МОДЕЛЕЙ РОТОРОВ АВИАЦИОННЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ ПО РЕЗУЛЬТАТАМ ВИРТУАЛЬНЫХ СТАТИЧЕСКИХ И МОДАЛЬНЫХ ИСПЫТАНИЙ

© 2024

- К. В. Шапошников** инженер-исследователь, PhD инженерно-консультационного центра по роторной динамике турбомашин; ООО «Альфа-Транзит», Москва; [kvshaposhnikov@alfatran.com](mailto:kvshaposhnikov@alfatran.com)
- С. А. Дегтярев** руководитель направления инженерно-консультационного центра по роторной динамике турбомашин; ООО «Альфа-Транзит», Москва; [degs@alfatran.com](mailto:degs@alfatran.com)
- М. К. Леонтьев** доктор технических наук, профессор кафедры 203 «Конструкция и проектирование двигателей»; Московский авиационный институт; [lemk@alfatran.com](mailto:lemk@alfatran.com)
- С. В. Анисимов** заместитель руководителя отдела силовых установок; Московский филиал ООО «Авиакомпания Волга-Днепр»; [sanisimov2013@yandex.ru](mailto:sanisimov2013@yandex.ru)

Предложена методика формирования расчётной модели ротора и методика её верификации по результатам виртуальных статических и модальных испытаний. Апробация методики была произведена на модели ротора низкого давления авиационного двигателя большой степени двухконтурности, построенной в программной системе для расчётов динамики роторов DYNAMICS R4. Уточнённая на основе результатов виртуальных статических испытаний, модель основной силовой линии ротора продемонстрировала хорошее согласование по частотам и формам с результатами конечно-элементной модели, полученными в ходе виртуального модального эксперимента.

*Авиационный двигатель; верификация модели; статические испытания; модальные испытания; виртуальные испытания; собственные частоты; динамика роторов; моделирование; программная система DYNAMICS R4*

---

**Цитирование:** Шапошников К.В., Дегтярев С.А., Леонтьев М.К., Анисимов С.В. Верификация моделей роторов авиационных двигателей по результатам виртуальных статических и модальных испытаний // Вестник Самарского университета. Аэрокосмическая техника, технологии и машиностроение. 2024. Т. 23, № 1. С. 93-108. DOI: 10.18287/2541-7533-2024-23-1-93-108

### Введение

В настоящее время в отечественном авиадвигателестроении активно ведётся внедрение технологии цифровых двойников, применять которую предполагается на всех стадиях жизненного цикла изделия. Само понятие цифрового двойника впервые было предложено Майклом Гривсом [1]. Основные положения концепции распространения цифровых двойников на Российских предприятиях в настоящий момент регламентируются стандартом ГОСТ Р 57700.37-2021 [2]. Внедрение технологии цифровых двойников на стадии разработки изделия должно помочь существенно сократить количество проводимых испытаний опытного образца путём их замены на цифровые или виртуальные, проводимые на испытательных стендах и полигонах. Проведение виртуальных испытаний позволяет определить количественные и качественные характеристики свойств объекта испытаний как результата исследования свойств его цифровой модели, и в целом повысить результативность и информативность самих экспериментальных испытаний, а также лучше подготовиться к ним.

Одно из направлений в исследованиях авиационных двигателей связано с решением задач роторной динамики, для которых обычно используются специализированные программные системы, изначально созданные для таких задач. Эти программы позволяют строить модели двигателя, включая его основные подсистемы (роторы, корпуса, подвеску), на базе имеющихся в их библиотеке типовых элементов (балок, оболочек, точечных инерционных элементов, упругих связей и т.д.). Полученные таким образом расчётные модели принято обозначать как стержневые [3]. Использование стержневых моделей позволяет решать как линейные, так и нелинейные задачи, а также позволяет существенно увеличить скорость расчётов и получение результатов. Применение конечно-элементных (КЭ) моделей, построенных на базе реальной твердотельной геометрии для решения задач динамики двигателя, является более трудоёмким и требует значительного времени как на создание самих моделей, так и на их расчёт. Применение специализированных пакетов для создания стержневых моделей двигателя позволяет более эффективно строить и рассчитывать такие модели, что особенно важно на этапе проектирования двигателя, когда постоянно требуется уточнять модель. Однако отдельные трудности при создании упрощённых расчётных схем двигателя может вызывать определение жёсткостей элементов и соединений расчётной схемы. Стоит отметить, что построение стержневых моделей роторов и корпусов двигателя методически не всегда осуществимо при помощи элементов типа балка или оболочка, поэтому при формировании модели в неё также добавляют локальные податливости, которые рассчитываются аналитически по соответствующим рекомендациям или численно с использованием КЭ систем общего назначения. Податливости наиболее часто употребляемых элементов расчётных схем роторов и корпусов двигателя можно найти в [3]. Затруднения с аналитическим определением локальных податливостей могут возникать из-за сложности конструктивных форм элементов подсистем двигателя и наличия в них значительного числа соединений. Поэтому при создании любой модели возникает проблема её верификации. Начинать верификацию модели двигателя лучше всего с моделей его роторов. Уточнять жёсткость деталей и соединений сложной конструкции можно, опираясь на результаты экспериментальных статических испытаний. Однако проведение таких испытаний даже для простых конструкций занимает немало времени и требует длительной подготовки. Поскольку геометрические размеры деталей и узлов роторов авиационных двигателей сильно разнятся, то зачастую для проведения экспериментальных статических испытаний под разные изделия требуется проектировать отдельные установки со своей оснасткой под каждый испытуемый узел. Поэтому первичную верификацию жёсткостей элементов модели ротора, подготовленной для расчётов динамики, можно осуществлять, опираясь на результаты виртуальных статических испытаний, проведённых с использованием их твердотельных КЭ моделей.

Последующую верификацию модели ротора двигателя можно проводить, используя методы модального анализа [4]. Для того, чтобы отделить влияние опор от влияния геометрии роторов на собственные частоты и формы колебаний и сосредоточиться на уточнении жёсткостей деталей и узлов соединений, модель ротора обычно верифицируют без опор и без учёта вращения, имитируя свободное её опирание. Получаемые для такой модели формы колебаний в специальной литературе, посвящённой модальным испытаниям, принято обозначать как “free-free” [5]. Точность моделей в данном случае оценивается по тому, как модель воспроизводит частоты и формы колебаний в сравнении с результатами модальных испытаний. Примеры верификаций расчётных моделей роторов по результатам модальных испытаний можно найти в работах [5 – 12]. При отсутствии экспериментальных данных или при невозможности провести модальные испытания по причине отсутствия объекта испытаний, например на этапе конструкторской проработки геометрии ротора, первичную верификацию расчётной модели ротора

можно также проводить, опираясь на результаты расчётов собственных частот и форм колебаний его твердотельной КЭ модели. Данные результаты представляют собой виртуальные испытания, а программный пакет, где построена КЭ модель с заданными граничными условиями – виртуальный испытательный стенд. Примеры первичной верификации расчётных моделей по результатам расчётов КЭ модели можно найти в работах [8; 9]. При этом для КЭ модели также может требоваться верификация по результатам экспериментальных модальных испытаний в связи с необходимостью уточнения жёсткости контактных соединений в модели ротора. Отметим, что верификация КЭ моделей также регламентируется, например стандартом ГОСТ Р 57700.10-2018 [13].

Целью настоящей работы является описание и апробация методики верификации численных моделей роторов авиационных двигателей на примере верификации модели ротора низкого давления (НД) авиационного двигателя с большой степенью двухконтурности, построенной в программной системе DYNAMICS R4 по результатам виртуальных статических и модальных испытаний, проведённых для его твердотельной КЭ модели.

### **Формирование расчётной модели ротора**

В настоящий момент существует большое количество работ как отечественных [3; 14 – 18], так и зарубежных авторов [7; 19 – 23], посвящённых проблемам моделирования в области динамики роторов. Базовые этапы создания расчётных моделей и главные виды расчётов, необходимые при проектировании турбомашин, в практике зарубежных производителей представлены в практическом руководстве API RP 684 [24]. Основной принцип создания моделей роторов для расчётов динамики заключается в упрощении расчётной схемы ротора до схемы его основной силовой линии и её последующей дискретизации на конечное число элементов, используя типовые элементы. В программной системе для расчётов динамики роторов DYNAMICS R4 типовые элементы представлены различными видами балок, оболочками, точечными массами и различными видами соединений. Математическое описание типовых элементов можно найти в [15]. Ротор делится на участки, которые могут быть описаны типовыми элементами. Границами таких участков являются места внезапного изменения диаметров ротора, места расположения его дисков, полумуфт, насадных элементов и опор. Все элементы конструкции, не влияющие на жёсткость основной силовой линии ротора, например скругления, галтели, фаски, шпоночные пазы и т.д., опускаются. Для удобства проверки массовых и инерционных характеристик элементов модели на соответствие значениям по чертежам её представляют в виде сборки, состоящей из подсистем, соответствующих основным сборным модулям каждого ротора. Последовательность подготовки модели ротора в DYNAMICS R4, представленная в виде блок-схемы, показана на рис. 1.

Вследствие ограничений формы типовых элементов (цилиндрические / конические) и сложности конструкции силовых схем роторов авиационных двигателей, при создании их расчётных схем иногда приходится прибегать к многоуровневой системе моделирования такой схемы. При этом схема разделяется на отдельные силовые уровни-подсистемы (цапфы ротора, обода барабана, силовые пояса соединений дисков и др.), связи между которыми моделируют фланцевые, хиртовые, сварные, шлицевые и прочие соединения.

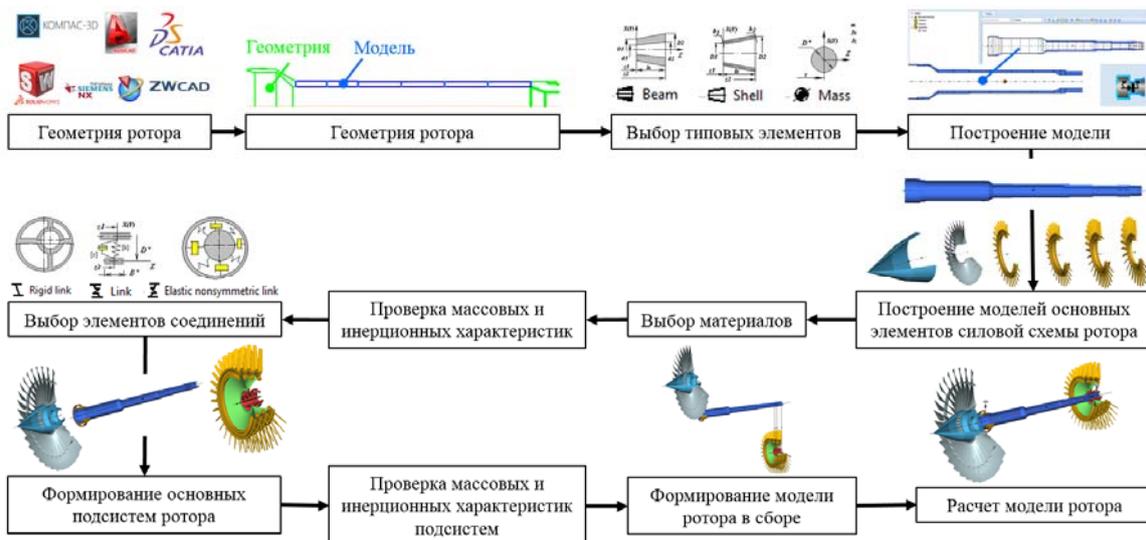


Рис. 1. Подготовка модели ротора в DYNAMICS R4

Для упрощения расчётной схемы и сокращения числа соединений несколько подсистем объединяют в одну. Для сокращения числа элементов в модели и упрощения расчётной схемы ротора для моделирования «насадных» деталей, не влияющих на жёсткость ротора, применяют биметаллические балочные элементы. При этом материалы основного уровня настраивают на материалы основной силовой линии ротора с учётом их рабочих температур, а материалы второго уровня – на материалы «насадной» детали.

### Методика расчёта

Математическое описание всех элементов и подсистем в модели ротора представлено соответствующими матрицами масс и инерции, жёсткости и демпфирования. Из них формируется уравнение движения, которое в общем виде может быть записано в виде выражения:

$$[M]\{\ddot{q}\} + [C]\{\dot{q}\} + [K]\{q\} = \{Q\}, \quad (1)$$

где  $[M]$  – матрица масс и инерции;  $[C]$  – матрица демпфирования и гироскопических эффектов;  $[K]$  – матрица жёсткости;  $\{Q\}$  – вектор внешних сил;  $\{q\}$  – вектор перемещений.

Для определения жёсткости элементов модели ротора уравнение движения преобразуют к виду:

$$[K]\{q\} = \{F\}, \quad (2)$$

где  $\{F\}$  – вектор статической нагрузки.

Для оценки собственных частот и форм колебаний модели ротора уравнение движения представляют в виде уравнения свободных колебаний:

$$[M]\{\ddot{q}\} + [K]\{q\} = 0. \quad (3)$$

Для решения уравнения свободных колебаний поведение ротора при колебаниях принимается упругим, а ожидаемый отклик элементов его конструкции предполагается гармоническим:

$$\{q\} = \{\varphi_i\} \cos(\omega_i t), \quad (4)$$

где  $\{\varphi_i\}$  – собственный вектор, определяющий форму колебаний  $i$ -ой собственной частоты ротора  $\omega_i$ .

Для нахождения собственных частот и форм колебаний ротора уравнение (4) подставляют в уравнение (3), преобразуя уравнение свободных колебаний к виду:

$$([K] - \omega_i^2 [M])\{\varphi_i\} = 0. \quad (5)$$

### Описание модели

Рассмотрим конечно-элементную модель ротора НД авиационного двигателя с большой степенью двухконтурности, построенную в DYNAMICS R4 (рис. 2, а). Модель структурирована в виде сборки, состоящей из трёх основных подсистем, которые представляют собой основные модули ротора: диск вентилятора с обтекателем, вал вентилятора с опорой и ротор турбины вентилятора с опорой (рис. 2, б).

В качестве контактных элементов во всех соединениях каждой из подсистем и в соединениях между подсистемами использованы жёсткие связи. Для создания модели использованы типовые балочные элементы. Моделирование переходной втулки, установленной на валу вентилятора, выполнено с использованием биметаллической балки, материалы внутреннего слоя которой настроены на материалы вала вентилятора, а внешнего – на характеристики материалов переходной втулки. Для диска вентилятора использован титановый сплав, вал вентилятора выполнен из жаропрочной стали, а для элементов ротора турбины вентилятора использован жаропрочный сплав на никелевой основе. Для моделирования лопаток ступеней вентилятора и турбины использован типовой элемент – сосредоточенная масса с заданными инерционными параметрами (масса, полярный и диаметральный моменты инерции) для пакета лопаток каждой из ступеней.

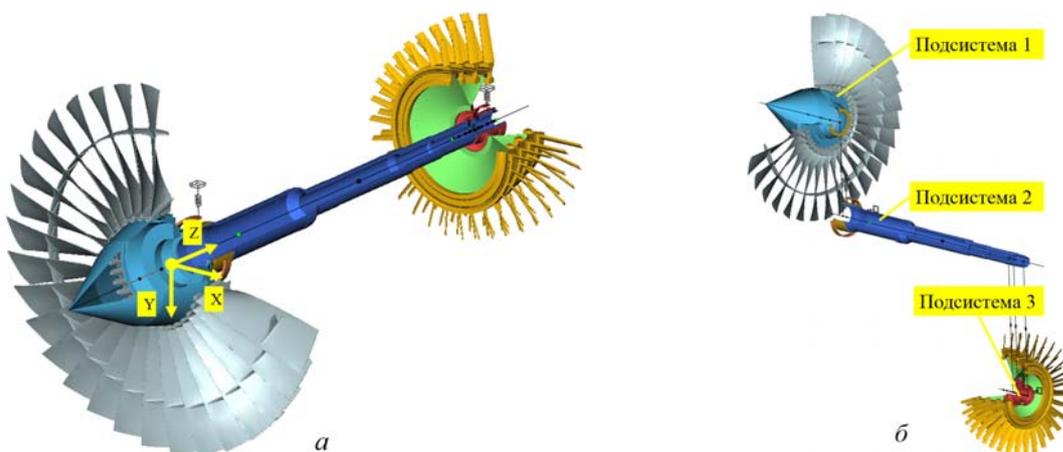


Рис. 2. Модель ротора низкого давления авиационного двигателя в DYNAMICS R4: а – трёхмерное представление; б – структура модели

Моделирование участков перехода фланцевых соединений каждого из дисков турбины в их полотно произведено с использованием известного правила «45 градусов» [22; 24]. Согласно данному правилу при переходе с меньшего диаметра на больший считается, что материал выше линии, проведённой под 45 градусов от меньшего диаметра ротора к большему, работает только как масса, не влияя на изгибную жёсткость ротора.

Перед проведением верификации балочная модель ротора НД была дополнительно проверена на наличие тонкостенных и податливых элементов конструкции, влияющих на изгибную жёсткость ротора, для моделирования которых в соответствии с [3] рекомендуется использовать элементы типа оболочка. После проведённого анализа элементы цапфы диска вентилятора, а также элементы ротора турбины НД (элементы конуса вала турбины, проставки дисков первой и четвертой ступеней, тонкостенные участки фланцев дисков всех ступеней) были переведены с балочных элементов на элементы типа оболочка (рис. 3).

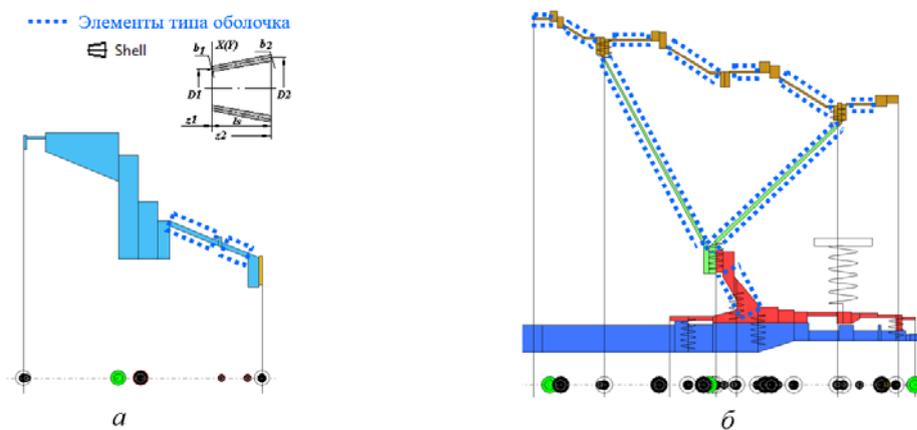


Рис. 3. Элементы модели ротора низкого давления, переведённые на элементы типа оболочка:  
а – элементы диска вентилятора; б – элементы ротора турбины низкого давления

Для проведения верификации расчётной модели ротора НД авиационного двигателя по результатам виртуальных модальных испытаний из полной модели ротора в DYNAMICS R4 выделена модель его основной силовой линии без лопаток. В то же время подготовлена твердотельная КЭ модель основной силовой линии ротора. КЭ модель построена в лицензионной версии программного пакета общего назначения ANSYS, используемого в Московском авиационном институте. В КЭ модели приняты следующие допущения: для всех фланцевых соединений использован линейный контакт типа Bonded, подразумевающий полную склейку двух контактирующих объектов и работу их как единого целого без разделения; количество болтов и степень их затяжки в каждом фланцевом соединении не учитывается. Для увеличения скорости расчётов КЭ модель строилась с использованием методов циклической симметрии, для чего из ротора был выделен сектор в 10 градусов (1/36 ротора). Общий вид моделей показан на рис. 4.

При проведении расчётов модели рассматривались в том температурном состоянии, которое соответствовало температуре во время проведения натуральных модальных испытаний ( $T = 20^\circ\text{C}$ ). В качестве граничных условий при проведении виртуальных модальных испытаний рассматривалось свободное опирание каждого ротора. Расчётная КЭ модель строилась с использованием структурированной гексаэдрической сетки конечных элементов (рис. 5).

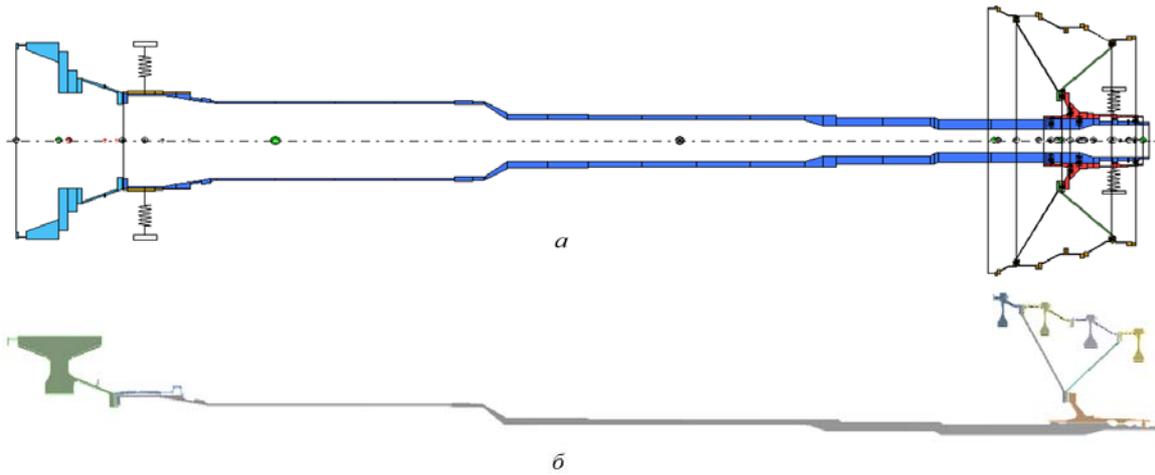


Рис. 4. Модель основной силовой линии ротора низкого давления:  
а – стержневая модель в DYNAMICS R4; б – твердотельная конечно-элементная модель в ANSYS

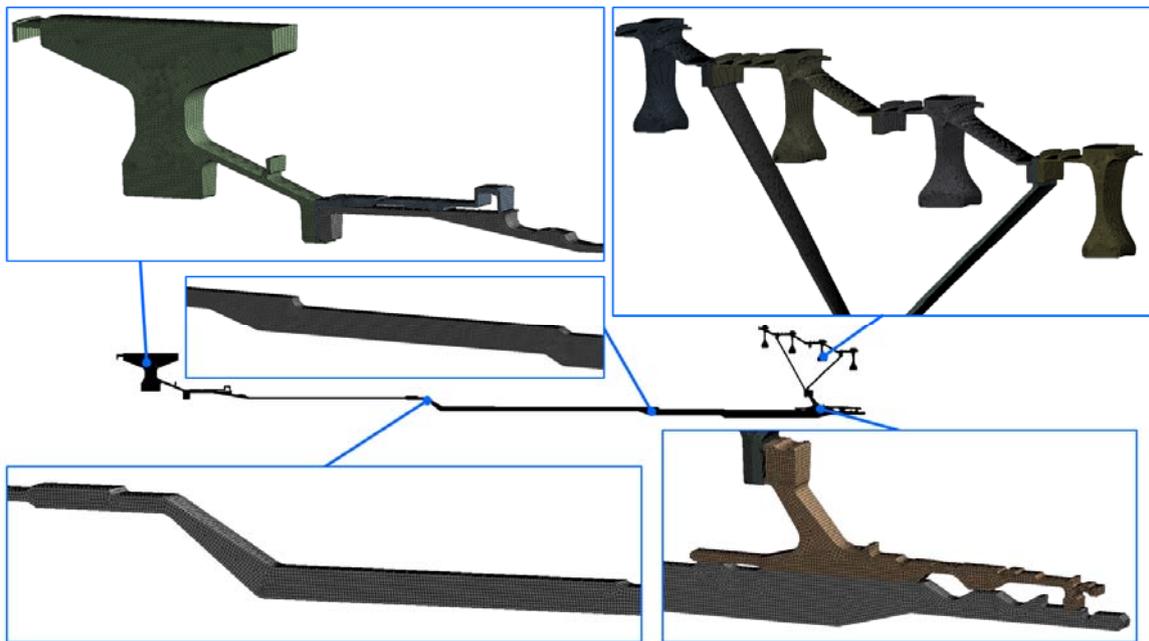


Рис. 5. Расчётная сетка твердотельной конечно-элементной модели  
основной силовой линии ротора низкого давления

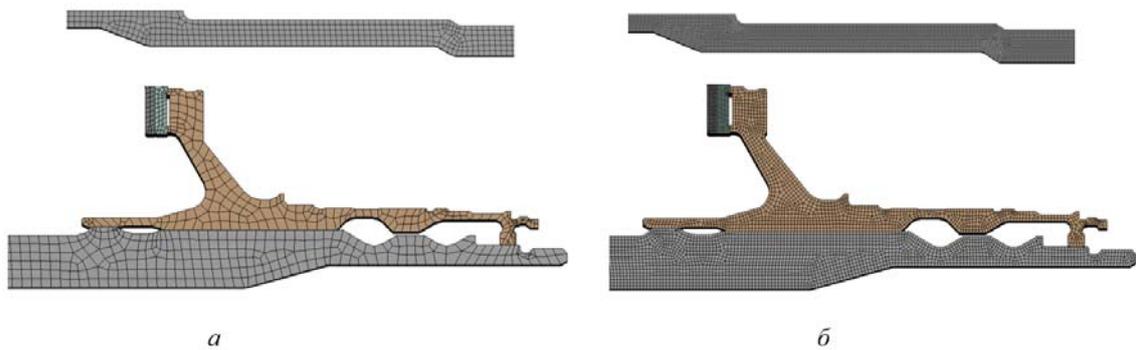


Рис. 6. Сравнение расчётных сеток на деталях твердотельной конечно-элементной модели основной силовой линии ротора низкого давления: а – сетка 1, 35 896 эл.; б – сетка 5, 461 208 эл.

Для исследования сеточной независимости результатов расчётов КЭ модели в соответствии с [13] проведена серия расчётов с разным количеством элементов в сетке. Исследовано семь вариантов расчётных сеток. Сравнение общего вида расчётных сеток с малым (сетка 1) и более подробным разбиением (сетка 5) на основных деталях КЭ модели представлено на рис. 6. Деление модели на части с более грубой сеткой, например на ступицах дисков, не проводилось. Увеличение числа элементов в модели приводит к снижению её собственных частот (рис. 7, а). Результаты представлены в виде зависимости частотного отношения (собственная частота  $\omega_n$   $n$ -ой порядковой формы к частоте вращения ротора  $\Omega$  на максимальном режиме) от количества элементов в расчётной сетке. Расчёты показали, что модель с относительно малым числом элементов демонстрирует значимое отличие по собственным частотам первых двух форм ( $\Delta_1 = 6,8\%$ ;  $\Delta_2 4,1\%$ ) в сравнении с результатами, полученными для модели с наибольшим рассмотренным числом элементов, а модель с числом элементов в сетке 461 208 демонстрирует отличие по всем формам менее 1%. Увеличение элементов в сетке в количестве более 500 тыс. не приводит к существенному влиянию на первые четыре порядковые (free-free) формы изгибных колебаний (увеличение числа элементов в два раза приводит к снижению частот в среднем не более чем на 0,2%), поэтому последующие расчёты проводились на модели с сеткой 5 с числом элементов в сетке 461 208 (соответствует 16 603 488 элементам на модели без циклической симметрии). Данная модель рассматривалась как с линейными (Hex8), так и с квадратичными (Hex20) гексаэдрическими элементами.

Оценка качества расчётной сетки КЭ модели проводилась с использованием доступного в программном пакете ANSYS инструментария и такого метрического показателя сетки, как качество элементов (element quality), который характеризует отношение объёма элемента к сумме длин его сторон (рис. 7, б). Значение данного показателя равно единице свидетельствует о наилучшем качестве сетки. Большая часть элементов в модели имеет показатель качества сетки более 0,8, что свидетельствует о её приемлемом качестве для проведения последующих расчётов.

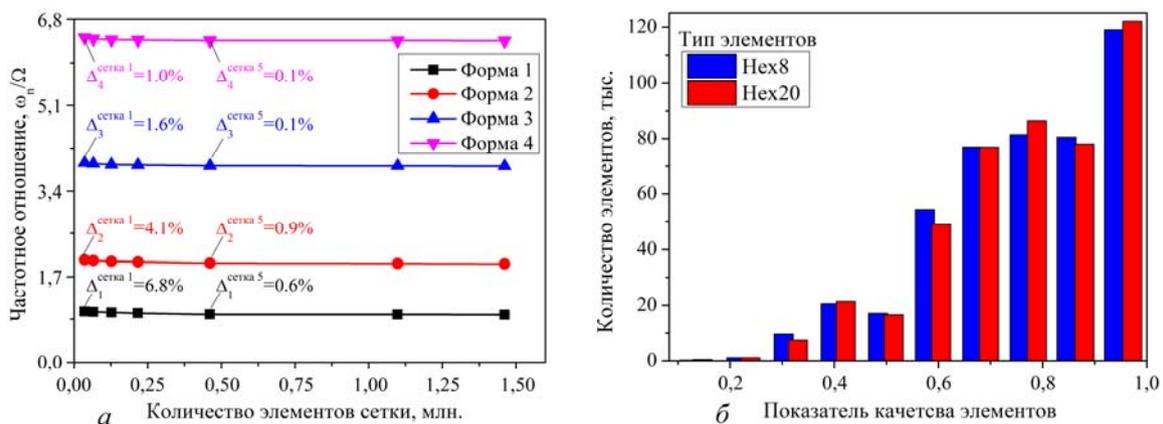


Рис. 7. Результаты расчётов твердотельной конечно-элементной модели основной силовой линии ротора низкого давления:  
 а – зависимость собственных частот от количества элементов сетки;  
 б – показатели качества элементов выбранной расчётной сетки (сетка 5)

## Результаты расчётов

Элементы конуса вала турбины НД и проставки дисков первой и четвертой ступеней турбины имеют большие углы наклона (рис. 3), поэтому даже их перевод на элементы типа оболочка может быть недостаточным для правильного воспроизведения их жёсткостей в модели. Уточнить значения жёсткостей элементов ротора со сложной геометрией можно используя результаты виртуальных статических испытаний, проведённых с использованием их КЭ моделей.

Для определения жёсткости элементов модели ротора НД из модели его основной силовой линии были выделены модели вала турбины НД и проставок ступеней дисков, для которых подготовлены отдельные модели в DYNAMICS R4 и аналогичные полные твердотельные КЭ модели в ANSYS для проведения виртуальных статических испытаний (рис. 8). В каждом случае слева представлена твердотельная КЭ модель, а справа – её аналог в DYNAMICS R4. Размеры элементов расчётной сетки каждой из КЭ моделей соответствуют полной КЭ модели основной силовой линии ротора. Все КЭ модели для проведения виртуальных статических испытаний построены без использования циклической симметрии, а ориентация системы координат соответствует принятой в DYNAMICS R4. Общая схема закрепления и нагружения модели представлена на рис. 8, з.

Для определения податливости конструкции и уточнения стержневой модели плоскости нагружения и закрепления КЭ модели при расчётах выбирают по фланцам и задают недеформируемыми (податливости, связанные с овализацией фланцев, принимаются незначительными по сравнению с податливостью участков между ними). Для получения матрицы податливости в твердотельной модели и её аналоге в DYNAMICS R4 модели поочередно нагружают единичными силами и моментами, измеряя перемещения и повороты по всем осям. Для получения матриц жёсткости моделей полученные матрицы податливости инвертируются.

Виртуальные статические испытания, проведённые на специально подготовленных моделях, показали, что радиальные коэффициенты жёсткости КЭ модели вала турбины НД и её аналога в DYNAMICS R4 практически идентичны, а моментные коэффициенты жёсткости модели в DYNAMICS R4 превосходят результаты КЭ модели в 2 раза (рис. 9, а). Размерность радиальных коэффициентов жёсткости в таблицах представлена в Н/м, а моментных – в Н·м/рад.

Поскольку модель вала турбины, подготовленная для виртуальных статических испытаний в DYNAMICS R4, состоит из нескольких подсистем и их связей соединений, её эквивалентная жёсткость может быть оценена выражением вида:

$$\frac{1}{K_{\text{эkv}}} = \frac{1}{K_1} + \frac{1}{K_2} + \frac{1}{K_3} + \frac{1}{K_4 + K_5 + K_6} + \frac{1}{K_7}, \quad (6)$$

где  $K_1, K_3, K_7$  – жёсткости подсистем;  $K_2, K_4, K_5, K_6$  – жёсткие связи соединений.

Полученная по результатам виртуальных статических испытаний матрица жёсткости КЭ модели также является эквивалентной и включает жёсткости всех входящих в неё подсистем и соединений. Однако, приняв во внимание, что наиболее податливым элементом в рассмотренной конструкции является конус вала турбины, полученные для КЭ модели коэффициенты матрицы жёсткости по угловым степеням свободы могут быть использованы в соединении  $K_2$ , что позволяет преобразовать исходное жёсткое соединение в упругую связь. Другим способом уточнения модели вала турбины в НД является использование в сечении модели  $K_2$  элемента шарнир с моментной жёстко-

стью, эквивалентной КЭ модели. Преимуществом данного способа является простота использования, а недостатком – невозможность учесть перекрёстные коэффициенты моментных жёсткостей в матрицах.

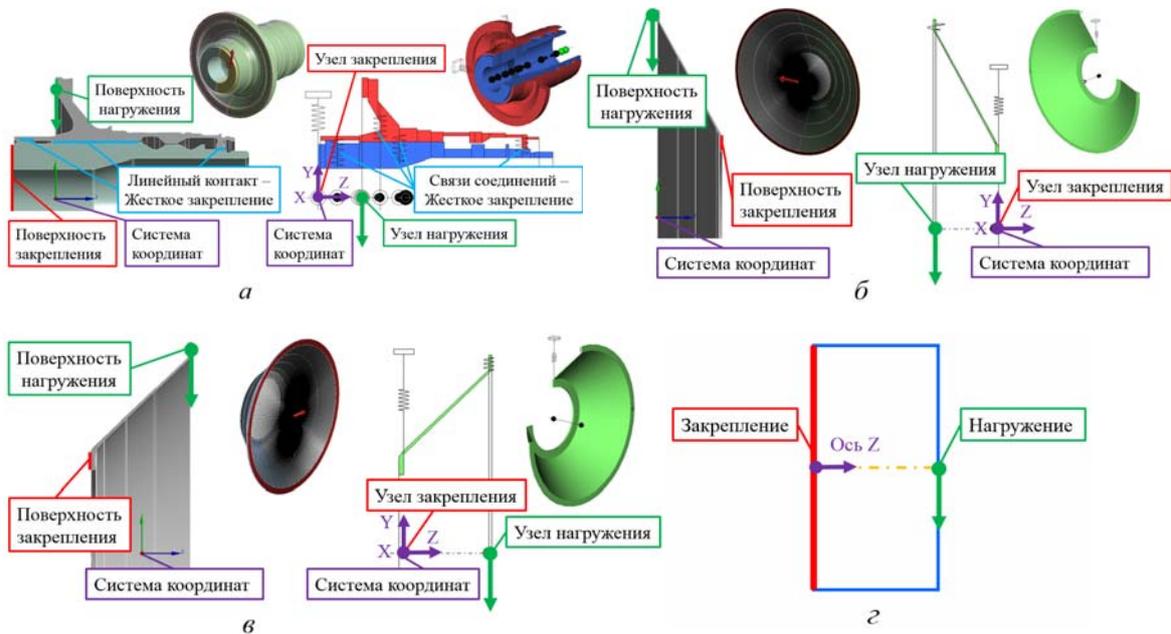


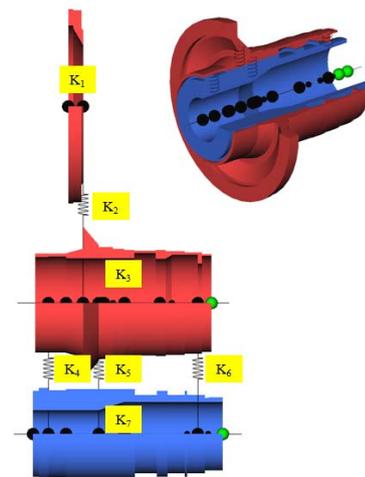
Рис. 8. Модели элементов ротора низкого давления для проведения виртуальных статических испытаний:

а – модели вала турбины низкого давления; б – модели проставки диска первой ступени турбины низкого давления; в – модели проставки диска четвёртой ступени турбины низкого давления; г – общая схема нагружения и закрепления модели

Коэф.	КЭ модель					
	ut_x [м]	ut_y [м]	ut_z [м]	ur_x [рад]	ur_y [рад]	ur_z [рад]
K <sub>xx</sub> [Н]	3,67E+09	0	0	0	8,17E+07	0
K <sub>yy</sub> [Н]	0	3,67E+09	0	-8,17E+07	0	0
K <sub>zz</sub> [Н]	0	0	6,06E+09	0	0	0
M <sub>xx</sub> [Н м]	0	-8,17E+07	0	2,26E+07	0	0
M <sub>yy</sub> [Н м]	8,17E+07	0	0	0	2,26E+07	0
M <sub>zz</sub> [Н м]	0	0	0	0	0	3,46E+07

Коэф.	Модель DYNAMICS R4					
	ut_x [м]	ut_y [м]	ut_z [м]	ur_x [рад]	ur_y [рад]	ur_z [рад]
K <sub>xx</sub> [Н]	3,82E+09	0	0	0	2,77E+07	0
K <sub>yy</sub> [Н]	0	3,82E+09	0	-2,77E+07	0	0
K <sub>zz</sub> [Н]	0	0	1,66E+10	0	0	0
M <sub>xx</sub> [Н м]	0	-2,77E+07	0	4,52E+07	0	0
M <sub>yy</sub> [Н м]	2,77E+07	0	0	0	4,52E+07	0
M <sub>zz</sub> [Н м]	0	0	0	0	0	4,13E+07

а



б

Рис. 9. Модель вала турбины низкого давления:

а – сравнение матриц жёсткости моделей; б – структура модели в DYNAMICS R4

По итогам виртуальных статических испытаний в DYNAMICS R4 матрицы жёсткости, полученные для проставок дисков первой и четвертой ступеней турбины НД, показали хорошее согласование с результатами аналогичных КЭ моделей, подтвердив правильность выбранного для них способа моделирования. Уточнённая балочно-оболочечная модель вала турбины НД была интегрирована в модель основной силовой линии ротора в DYNAMICS R4.

Последующая верификация расчётной модели ротора проводилась по результатам виртуальных модальных испытаний, проведённых для КЭ модели его основной силовой линии. При моделировании испытаний обе модели рассматривались без вращения и без опор. Изгибные формы колебаний (free-free) КЭ модели (Hex8) и уточнённой модели основной силовой линии ротора в DYNAMICS R4 для первых четырёх порядковых форм представлены в виде картин перемещений на рис. 10. Формы колебаний для КЭ модели с квадратичными гексаэдрическими элементами идентичны результатам модели с линейными элементами, однако ввиду ограничений объёма в настоящей статье они не приводятся.

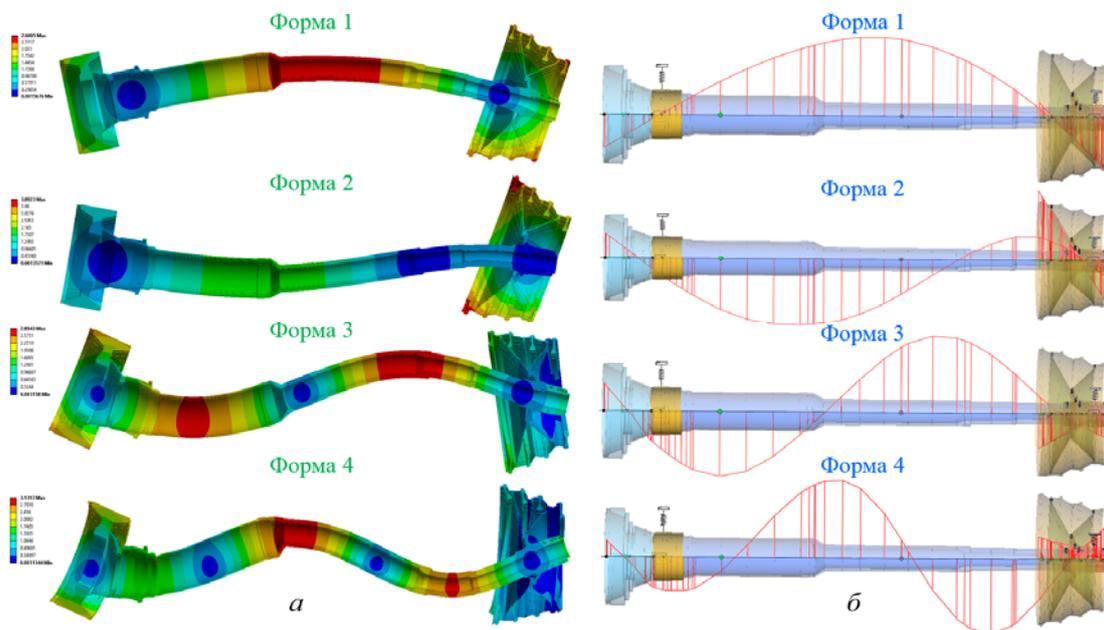


Рис. 10. Формы изгибных колебаний основной силовой линии ротора низкого давления по результатам виртуальных модальных испытаний: а – КЭ модель (Hex8); б – уточнённая модель в DYNAMICS R4

Анализ результатов показывает, что формы изгибных колебаний (free-free) уточнённой модели основной силовой линии ротора в DYNAMICS R4 достаточно хорошо согласуются с результатами расчётов КЭ модели, полученными в ходе виртуальных модальных испытаний. Балочно-оболочечная модель воспроизводит по положению и количеству узловых точек и точек пучности каждую из рассмотренных форм твердотельной КЭ модели.

Сравнение собственных частот КЭ моделей и модели в DYNAMICS R4 представлено на рис. 11. Из полученных результатов видно, что наблюдается достаточно высокая сходимость собственных частот уточнённой балочно-оболочечной модели с результатами твердотельных моделей по первым двум формам, а уровень рассогласования результатов по третьей и четвертой порядковым формам не превышает 7%, что, по мнению известных зарубежных отраслевых экспертов, является приемлемым результатом с точки зрения качества подготовки расчётных моделей для последующего решения задач в области динамики роторов [6].

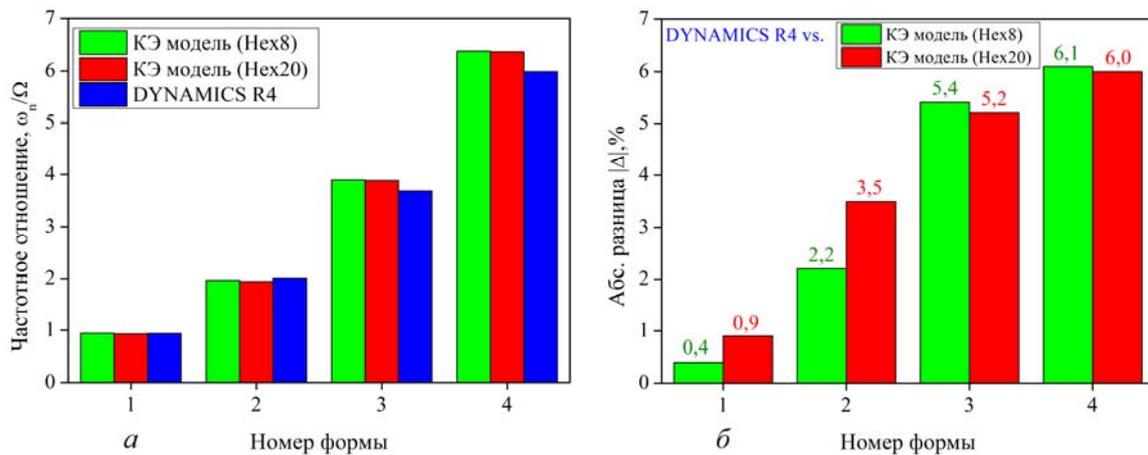


Рис. 11. Результаты расчётов:  
 а – сравнение собственных частот моделей; б – согласование результатов

Стоит отметить, что, помимо хорошего согласования результатов расчётов по собственным частотам и формам изгибных колебаний с твердотельными моделями, уточнённая балочно-оболочечная модель в DYNAMICS R4 также демонстрирует высокую скорость расчёта, многократно опережая аналогичные КЭ модели (рис. 12). Быстрота и высокая точность расчёта модели являются значительным преимуществом, особенно на этапе проектирования двигателя, когда приходится постоянно уточнять и пересчитывать модели его роторов и корпусов.

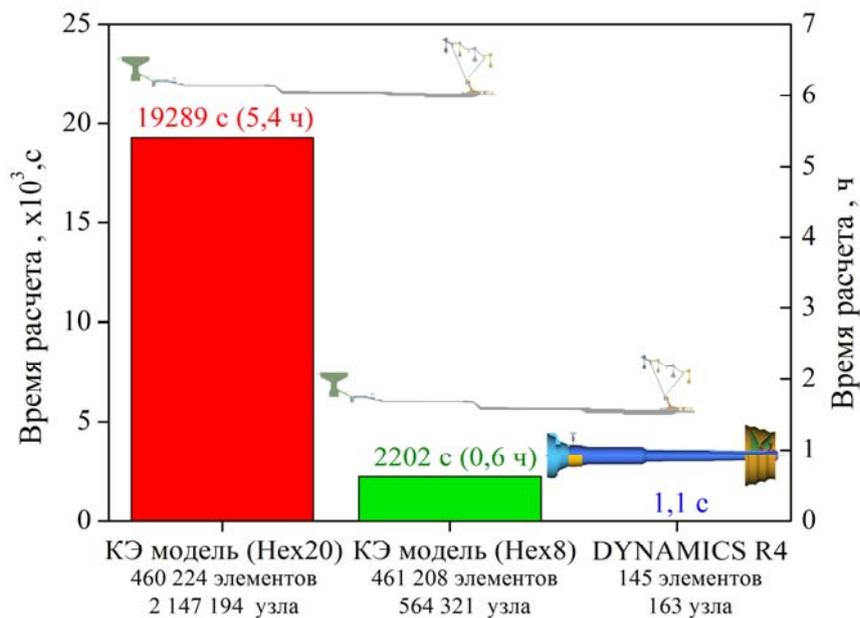


Рис. 1. Статистика времени расчёта собственных частот моделей

Рассмотренные КЭ модели могут быть рассчитаны значительно быстрее, если построение КЭ моделей было бы произведено с использованием суперэлементов. Вместе с тем использование данного подхода при виртуальных модальных испытаниях может быть нерациональным, поскольку подготовка суперэлементов потребует провести предварительные расчёты по оценке их форм и частот, которые необходимо учесть для

каждого суперэлемента с целью сохранения необходимой точности всей модели в сравнении с исходной полной моделью в заданном частотном диапазоне.

Если после проведения верификации по результатам виртуальных модальных испытаний потребовалось уточнение стержневой модели основной силовой линии ротора, в полную модель ротора вносят скорректированные податливости в виде упругих шарниров. Верифицированную полную модель ротора устанавливают на опоры, предварительно проверив, что свойства всех материалов элементов модели настроены на температурное состояние на рабочем режиме. Сформированную таким образом модель ротора на опорах интегрируют уже в полную модель двигателя, на которой проводят последующие расчёты, связанные с решением задач роторной динамики.

### Заключение

В работе предложена методика формирования расчётной модели ротора для решения задач роторной динамики. Рассмотрен пример создания конечно-элементной модели ротора НД авиационного двигателя большой степени двухконтурности. Продемонстрирован метод уточнения жёсткости сложных элементов конструкции ротора, используя виртуальные статические испытания на специально подготовленных твердотельных КЭ моделях. Показан принцип верификации расчётной модели по результатам виртуальных модальных испытаний. Апробация методики на модели основной силовой линии ротора НД показала, что уточнённая конечно-элементная расчётная модель ротора в DYNAMICS R4 демонстрирует хорошее согласование по частотам и формам колебаний с результатами КЭ модели, полученными в ходе виртуального модального эксперимента.

### Библиографический список

1. Grieves M.W. Product lifecycle management: the new paradigm for enterprises // International Journal of Product Development. 2005. V. 2, Iss. 1-2. P. 71-84. DOI: 10.1504/IJPD.2005.006669
2. ГОСТ Р 57700.37-2021. Компьютерные модели и моделирование. Цифровые двойники изделий. Общие положения. М.: Российский институт стандартизации, 2021. 11 с.
3. Вибрации в технике. Справочник: в 6 т. Т. 3. Колебания машин, конструкций и их элементов / под ред. Ф.М. Диментберга, К.С. Колесникова. М.: Машиностроение, 1980. 544 с.
4. Шапошников К.В., Леонтьев М.К. Верификация численных моделей роторов авиационных двигателей для решения задач роторной динамики // Тезисы 21-ой Международной конференции «Авиация и космонавтика» (21-25 ноября 2022 г., Москва, Россия). М.: Издательство «Перо», 2022. С. 178-179.
5. Vance J.M., Murphy B.T., Tripp H.A. Critical speeds of turbomachinery: computer predictions vs. experimental measurements – Part I: The rotor mass—elastic model // Journal of Vibration and Acoustics. 1987. V. 109, Iss. 1. P. 1-7. DOI: 10.1115/1.3269389
6. Vance J.M., Murphy B.T., Tripp H.A. Critical speeds of turbomachinery: computer predictions vs. experimental measurements – Part II: Effect of tilt-pad bearings and foundation dynamics // Journal of Vibration and Acoustics. 1987. V. 109, Iss. 1. P. 8-14. DOI: 10.1115/1.3269401
7. Vance J.M. Rotordynamics of turbomachinery. John Wiley & Sons, 1991. 400 p.
8. Пирогова Н.С., Тараненко П.А. Расчётно-экспериментальный анализ собственных и критических частот и форм высокооборотного ротора

микрогазотурбинной установки // Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия: Машиностроение. 2015. Т. 15, № 3. С. 37-47.

9. Shaposhnikov K., Gao C. Problems of rotordynamic modeling for built-up gas turbine rotors with central tie rod shaft // Mechanisms and Machine Science. 2019. V. 62. P. 250-264. DOI: 10.1007/978-3-319-99270-9\_18

10. Kim Y.C., Lee A.-S., Lee D.H., Ha J.W., Han S.S. Design of the scale reduced rotors to simulate the full-size large gas turbines and their rotordynamic characteristics // Proceedings of International Gas Turbine Congress, IGTC-2019 (November, 17-22, 2019, Tokyo, Japan)

11. Kim Y.C., Han S.S., Kim Y.C. Verification of rotordynamic design using 1/5 scaled model rotor of 270 MW-class gas turbine center-tied rotor // International Journal of Precision Engineering and Manufacturing. 2021. V. 22. P. 271-285. DOI:10.1007/s12541-020-00405-w

12. Liu J., Fei Q., Wu S., Tang Z., Liao S., Zhang D. An efficient dynamic modeling technique for a central tie rod rotor // International Journal of Aerospace Engineering. 2021. V. 2021. DOI: 10.1155/2021/6618828

13. ГОСТ Р 57700.10-2018. Численное моделирование физических процессов. Определение напряжённо-деформированного состояния. Верификация и валидация численных моделей сложных элементов конструкций в упругой области. М.: Стандартинформ, 2018. 12 с.

14. Диментберг Ф.М. Изгибные колебания вращающихся валов. М.: Издательство Академии Наук СССР, 1959. 248 с.

15. Хронин Д.В. Теория и расчёт колебаний в двигателях летательных аппаратов. М.: Машиностроение, 1970. 412 с.

16. Динамика авиационных газотурбинных двигателей / под ред. И.А. Биргера, Б.Ф. Шорра. М.: Машиностроение, 1981. 232 с.

17. Костюк А.Г. Динамика и прочность турбомашин. М.: Издательский дом МЭИ, 2007. 476 с.

18. Нихамкин М.А. Вибрационные процессы в газотурбинных двигателях. Пермь: Изд-во Пермского национального исследовательского политехнического университета, 2011. 117 с.

19. Childs D. Turbomachinery rotordynamics: phenomena, modeling and analysis. New York: John Wiley & Sons, 1993. 476 p.

20. Lalanne M., Ferraris G. Rotordynamics prediction in engineering. Hoboken: Wiley, 1998. 272 p.

21. Adams M.L. Rotating machinery vibration: from analysis to troubleshooting. CRC Press, 2010. 476 p.

22. Vance J., Zeidan F., Murphy B. Machinery vibration and rotordynamics. New York: John Wiley & Sons, 2010. 416 p.

23. Friswell M.I., Penny J.E., Garvey S.D., Lees A.W. Dynamics of rotating machines. Cambridge: Cambridge university press, 2010. 526 p.

24. API RP 684. Paragraphs rotodynamic tutorial: Lateral critical speeds, unbalance response, stability, train torsionals and rotor balancing. Washington: American Petroleum Institute, 2005. 320 p.

## VERIFICATION OF AERO-ENGINE NUMERICAL ROTOR MODELS BASED ON VIRTUAL STATIC STRUCTURAL AND MODAL TESTS

© 2024

- K. V. Shaposhnikov** Research-Engineer, PhD, Engineering and Consulting Center on Rotordynamics; Alfa-Tranzit Co., Ltd., Moscow, Russian Federation; [kvshaposhnikov@alfatran.com](mailto:kvshaposhnikov@alfatran.com)
- S. A. Degtyarev** Development Team Leader, Engineering and Consulting Center on Rotordynamics; Alfa-Tranzit Co., Ltd., Moscow, Russian Federation; [degs@alfatran.com](mailto:degs@alfatran.com)
- M. K. Leontiev** Doctor of Science (Engineering), Professor of Department 203 of Construction and Design of Engines; Moscow Aviation Institute, Moscow, Russian Federation; [lemk@alfatran.com](mailto:lemk@alfatran.com)
- S. V. Anisimov** Deputy Head of the Power Plant Department; Volga-Dnepr Airlines, Moscow branch, LLC, Moscow, Russian Federation; [sanisimov2013@yandex.ru](mailto:sanisimov2013@yandex.ru)

A method for developing a numerical rotor model and its further verification based on the results of virtual static structural and modal tests was proposed. Approbation of the method was performed on a model of a low pressure rotor of a high-bypass turbofan engine constructed in a software system for rotor dynamics simulation DYNAMICS R4. Refined on the basis of the results of virtual static structural tests, the model of the rotor main force action line showed good agreement in frequencies and mode shapes with the results of a finite element model, obtained during a virtual modal test.

*Aero engine; model verification; static structural tests; modal tests; virtual experiment; natural frequencies; rotor dynamics; modeling; DYNAMICS R4 software system*

---

**Citation:** Shaposhnikov K.V., Degtyarev S.A., Leontiev M.K., Anisimov S.V. Verification of aero-engine numerical rotor models based on virtual static structural and modal tests. *Vestnik of Samara University. Aerospace and Mechanical Engineering*. 2024. V. 23, no. 1. P. 93-108. DOI: 10.18287/2541-7533-2024-23-1-93-108

---

### References

1. Grieves M.W. Product lifecycle management: the new paradigm for enterprises. *International Journal of Product Development*. 2005. V. 2, Iss. 1-2. P. 71-84. DOI: 10.1504/IJPD.2005.006669
2. GOST R 57700.37-2021. Computer models and simulation. Digital twins of products. General provisions. Moscow: Rossiyskiy Institut Standartizatsii Publ., 2021. 11 p. (In Russ.)
3. *Vibratsii v tekhnike. Spravochnik: v 6 t. T. 3. Kolebaniya mashin, konstruksiy i ikh elementov / pod red. F.M. Dimentberga, K.S. Kolesnikova* [Vibrations in engineering. Reference book in 6 volumes. V. 3 Oscillations of machines, structures and their elements]. Moscow: Mashinostroenie Publ., 1980. 544 p.
4. Shaposhnikov K.V., Leontyev M.K. Verification of aero engine numerical rotor models for solving rotordynamics problems. *Abstracts of 21st International Conference «Aviation and Cosmonautics» (AviaSpace2022) (November, 21-25, 2022, Moscow, Russia)*. Moscow: Pero Publ., 2022. P. 178-179. (In Russ.)
5. Vance J.M., Murphy B.T., Tripp H.A. Critical speeds of turbomachinery: computer predictions vs. experimental measurements – Part I: The rotor mass-elastic model. *Journal of Vibration and Acoustics*. 1987. V. 109, Iss. 1. P. 1-7. DOI: 10.1115/1.3269389
6. Vance J.M., Murphy B.T., Tripp H.A. Critical speeds of turbomachinery: computer predictions vs. experimental measurements – Part II: Effect of tilt-pad bearings and foundation dynamics. *Journal of Vibration and Acoustics*. 1987. V. 109, Iss. 1. P. 8-14. DOI: 10.1115/1.3269401

7. Vance J.M. Rotordynamics of turbomachinery. John Wiley & Sons, 1991. 400 p.
8. Pirogova N.S., Taranenko P.A. Calculated-experimental analysis of the natural and critical frequencies and mode shapes high-speed of rotors micro gas turbine unit. *Bulletin of the South Ural State University. Series: Mechanical Engineering Industry*. 2015. V. 15, no. 3. P. 37-47. (In Russ.)
9. Shaposhnikov K., Gao C. Problems of rotordynamic modeling for built-up gas turbine rotors with central tie rod shaft. *Mechanisms and Machine Science*. 2019. V. 62. P. 250-264. DOI: 10.1007/978-3-319-99270-9\_18
10. Kim Y.C., Lee A.-S., Lee D.H., Ha J.W., Han S.S. Design of the scale reduced rotors to simulate the full-size large gas turbines and their rotordynamic characteristics. *Proceedings of International Gas Turbine Congress, IGTC-2019 (November, 17-22, 2019, Tokyo, Japan)*
11. Kim Y.C., Han S.S., Kim Y.C. Verification of rotordynamic design using 1/5 scaled model rotor of 270 MW-class gas turbine center-tied rotor. *International Journal of Precision Engineering and Manufacturing*. 2021. V. 22. P. 271-285. DOI:10.1007/s12541-020-00405-w
12. Liu J., Fei Q., Wu S., Tang Z., Liao S., Zhang D. An efficient dynamic modeling technique for a central tie rod rotor. *International Journal of Aerospace Engineering*. 2021. V. 2021. DOI: 10.1155/2021/6618828
13. GOST R 57700.10-2018. Numerical modeling of physical processes. Determination of stress-strain state. Verification and validation of numerical models of complex structural elements in the elastic region. Moscow: Standartinform Publ., 2018. 12 p. (In Russ.)
14. Dimentberg F.M. *Izhibnye kolebaniya vrashchayushchikhsya valov* [Flexural vibrations of rotary shafts]. Moscow: Akademiya Nauk SSSR Publ., 1959. 248 p.
15. Khronin D.V. *Teoriya i raschet kolebaniy v dvigatelyakh letatel'nykh apparatov* [Theory and computation of vibrations in aircraft engines]. Moscow: Mashinostroenie Publ., 1970. 412 p.
16. *Dinamika aviatsionnykh gazoturbinnnykh dvigateley / pod red. I.A. Birgera, B.F. Shorra* [Dynamics of aviation gas turbine engines]. Moscow: Mashinostroenie Publ., 1981. 232 p.
17. Kostyuk A.G. *Dinamika i prochnost' turbomashin* [Dynamics and strength of turbo-machines]. Moscow: Izdatel'skiy Dom MEI Publ., 2007. 476 p.
18. Nikhamkin M.A. *Vibratsionnye protsessy v gazoturbinnnykh dvigatelyakh* [Vibratory processes in gas turbine engines]. Perm: Perm National Research Polytechnic University Publ., 2011. 117 p.
19. Childs D. Turbomachinery rotordynamics: phenomena, modeling and analysis. New York: John Wiley & Sons, 1993. 476 p.
20. Lalanne M., Ferraris G. Rotordynamics prediction in engineering. Hoboken: Wiley, 1998. 272 p.
21. Adams M.L. Rotating machinery vibration: from analysis to troubleshooting. CRC Press, 2010. 476 p.
22. Vance J., Zeidan F., Murphy B. Machinery vibration and rotordynamics. New York: John Wiley & Sons, 2010. 416 p.
23. Friswell M.I., Penny J.E., Garvey S.D., Lees A.W. Dynamics of rotating machines. Cambridge: Cambridge University Press, 2010. 526 p.
24. API RP 684. Paragraphs rotodynamic tutorial: Lateral critical speeds, unbalance response, stability, train torsionals and rotor balancing. Washington: American Petroleum Institute, 2005. 320 p.

## НЕЙРОСЕТЕВОЙ РЕГУЛЯТОР МАЛОЭМИССИОННОЙ КАМЕРЫ СГОРАНИЯ ГАЗОТУРБИННОЙ УСТАНОВКИ

© 2024

**В. Г. Августинович** доктор технических наук, профессор;  
Пермский национальный исследовательский политехнический  
университет;  
[kanc@pstu.ru](mailto:kanc@pstu.ru)

**Т. А. Кузнецова** кандидат технических наук, доцент;  
Пермский национальный исследовательский политехнический  
университет;  
[tatianaakuznetsova@gmail.com](mailto:tatianaakuznetsova@gmail.com)

**А. А. Сухарев** аспирант;  
Пермский национальный исследовательский политехнический  
университет;  
инженер отдела расчётно-экспериментальных работ  
и проектирования САУ;  
АО «ОДК-Авиадвигатель», г. Пермь;  
[aasukharev95@yandex.ru](mailto:aasukharev95@yandex.ru)

Одним из важнейших узлов газотурбинного двигателя является камера сгорания, которая является основным источником вредных выбросов. Проведенное исследование посвящено разработке и апробации системы автоматического управления эмиссией вредных веществ и пульсациями давления в газовых трубах для газотурбинной установки мощностью 16 МВт на основе ПИ-регулятора со встроенной нейросетевой математической моделью малоэмиссионной камеры сгорания. Разработаны алгоритмы нейросетевого регулятора эмиссии оксидов азота и оксида углерода в атмосферу, а также пульсаций давления в жаровых трубах малоэмиссионной камеры сгорания. Алгоритмы реализованы в графической среде программирования и интегрированы в систему автоматического управления газотурбинной установкой, реализованной на программно-аппаратной платформе PXI NI. Произведена проверка работоспособности регулятора эмиссии при стендовых испытаниях на имитаторе газотурбинной установки с нейросетевой моделью малоэмиссионной камеры сгорания, выполняющей функции виртуального датчика эмиссии. Определены погрешности прогноза эмиссии оксидов азота и углерода, пульсаций давления в жаровых трубах малоэмиссионной камеры сгорания. Доказана нормальность распределения ошибки разработанной модели эмиссии оксидов азота. Сделан вывод о перспективности применения нейронных сетей для разработки адаптивной системы управления эмиссией и пульсациями давления в жаровых трубах малоэмиссионной камеры сгорания газотурбинной установки.

*Газотурбинная установка; малоэмиссионная камера сгорания; выбросы вредных веществ; встроенная модель; нейросетевой регулятор*

---

**Цитирование:** Августинович В.Г., Кузнецова Т.А., Сухарев А.А. Нейросетевой регулятор малоэмиссионной камеры сгорания газотурбинной установки // Вестник Самарского университета. Аэрокосмическая техника, технологии и машиностроение. 2024. Т. 23, № 1. С. 109-122. DOI: 10.18287/2541-7533-2024-23-1-109-122

### Введение

Выполнение важного требования снижения вредных выбросов в атмосферу из промышленных газотурбинных установок (ГТУ) следующего поколения может быть обеспечено применением малоэмиссионной камеры сгорания (МЭКС) с «бедным» фронтом.

МЭКС является одной из критических подсистем современных ГТУ с точки зрения возникновения аварийных режимов работы. Это связано с узостью имеющего диапазона устойчивых режимов работы МЭКС. Диапазон рабочих режимов ограничен, с

одной стороны, нормируемым уровнем эмиссии вредных веществ в атмосферу, а с другой – неприемлемыми в эксплуатации режимами срыва пламени или виброгорения (термоакустическими автоколебаниями). Все это определяет актуальность создания системы автоматического управления (САУ) эмиссией [1], надёжность которой во многом зависит от валидности входной информации о состоянии ГТУ в условиях, когда прямые измерения физических величин в процессе эксплуатации не всегда доступны.

Одним из современных трендов обеспечения адаптивности цифровых систем автоматического управления к изменению характеристик ГТУ в условиях априорной информационно неопределённости является создание алгоритмической избыточности для получения дополнительной информации о состоянии объекта управления. Это достигается с помощью применения встроенной математической модели (ВММ), работающей в реальном времени [2].

В связи с тем, что для симуляций в real-time необходимо соблюдать требования высокой компактности и быстродействия, применение математических моделей высокого уровня, характеризующихся сложностью алгоритмов и большим объёмом необходимой исходной информации, неприемлемо. Общим мировым трендом моделирования процессов в сложных существенно стохастических системах (к которым относится МЭКС) является использование технологии искусственного интеллекта (ИИ), которая позволяет повысить адаптивные свойства ВММ к изменению состояния идентифицируемого объекта. Возможный способ решения проблемы – создание моделей подсистем двигателя на основе нейронных сетей [3; 4].

В предлагаемом исследовании разработана и апробирована САУ МЭКС со встроенной нейросетевой моделью, позволяющей прогнозировать уровень выбросов оксидов азота и углерода в атмосферу, а также пульсаций давления в жаровых трубах камеры сгорания.

### **Методы решения задачи управления**

В настоящем исследовании решается задача разработки регулятора эмиссии для малоэмиссионной камеры сгорания, используемой в газотурбинной установке мощностью 16 МВт (ГТУ-16). В состав регулятора входит встроенная нейросетевая математическая модель уровня эмиссии и удвоенной амплитуды пульсаций давления в жаровых трубах МЭКС.

Управление МЭКС осуществляется путём распределения топлива с целью обеспечения заданного уровня вредных выбросов (оксидов азота  $NO_x \leq 50 \text{ мг/м}^3$  и оксида углерода  $CO \leq 100 \text{ мг/м}^3$ ) и пульсаций давления ( $2A_{RAV} < 0,2 \text{ кгс/см}^2$ ). Управляющим сигналом является расход топлива через пилотный контур или доля топлива в пилотной горелке (PFR – pilot fuel ratio).

В представленной работе САУ МЭКС строится на основе пропорционально-интегрального регулятора (ПИ-регулятора) [5; 6], как наиболее распространённого на практике для управления любыми процессами. С развитием новых методов регулирования, таких как нечёткая логика или нейронные сети, ПИ-регулятор не уступил своего доминирующего положения, так как является простым в настройке и обладает понятным для специалистов принципом работы [7].

### **Описание ПИ-регулятора эмиссии**

Пропорциональный регулятор с введением в закон регулирования интеграла (ПИ-регулятор) в общем случае вырабатывает сигнал управления, пропорциональный сумме отклонения и интеграла от регулируемой величины:

$$u = k_{\text{п}} \left( \Delta y + \frac{1}{T_{\text{и}}} \int_0^t \Delta y dt \right) = k_{\text{п}} \left( \Delta y + k_{\text{и}} \int_0^t \Delta y dt \right), \quad (1)$$

где  $u$  – управляющий сигнал или выходной сигнал ПИ-регулятора;  $y$  – расчётный уровень эмиссии или выходной сигнал САУ эмиссии;  $\Delta y$  – ошибка регулирования или отклонение контролируемой величины;  $k_{\text{п}}$  – коэффициент пропорциональности;  $T_{\text{и}}$  – постоянная времени, характеризующая степень введения интеграла в закон управления, называемая временем действия интеграла (временем изодрома);  $k_{\text{и}} = 1/T_{\text{и}}$  – коэффициент усиления интегратора.

В нашем случае  $u = \text{PFR}$  – доля топлива в пилотной горелке;  $y = \text{NO}_x\_model$  – уровень выбросов, рассчитанный с использованием нейросетевой модели;  $\Delta y = \Delta \text{NO}_x = (\text{NO}_x\_set - \text{NO}_x\_model)$  – контролируемое отклонение  $\text{NO}_x$  от заданного значения.

Передаточная функция ПИ-регулятора имеет вид [8]:

$$W_{\text{ПИ}}(p) = \frac{k_{\text{п}} k_{\text{и}} \left( \frac{1}{k_{\text{и}}} + 1 \right)}{p} = \frac{k(T_{\text{и}} + 1)}{p}, \quad (2)$$

где:  $k$  – коэффициент усиления разомкнутого контура ПИ-регулятора эмиссией,  $p$  – операторная переменная.

Структурная схема САУ выбросов  $\text{NO}_x$  представлена на рис. 1. САУ строится путём охвата последовательного соединения ПИ-регулятора и объекта управления единичной отрицательной обратной связью. В качестве объекта управления используется встроенная нейросетевая модель МЭКС.

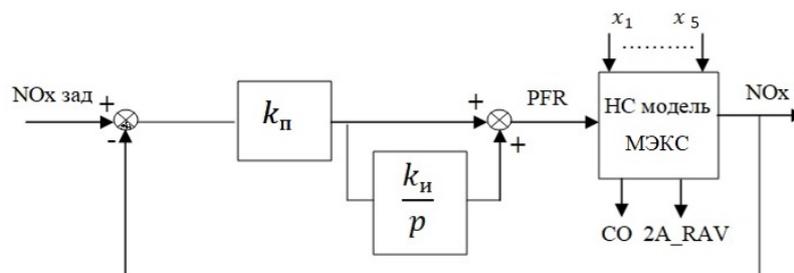


Рис. 1. Структурная схема системы автоматического управления эмиссии  $\text{NO}_x$  со встроенной нейросетевой моделью малоэмиссионной камеры сгорания

На схеме, представленной на рис. 1,  $x_1 \dots x_5$  – входные сигналы нейросетевой модели МЭКС, поступающие из системы автоматического управления ГТУ, характеризующие текущее состояние двигателя и внешних условий работы. Выходными сигналами нейросетевой модели являются:

- выбросы эмиссии: концентрация оксидов азота  $\text{NO}_x$  и оксидов углерода  $\text{CO}$  ( $\text{мг/м}^3$ );
- двойная амплитуда пульсаций давления в одной из жаровых труб  $2A\_RAV$  ( $\text{кгс/с}^2$ ).

### Подходы к повышению качества управления и устойчивости системы автоматического управления

Качество управления складывается из точности управления и быстродействия САУ. Устойчивость определяется обеспечиваемым запасом устойчивости по амплитуде и фазе. Все эти характеристики зависят от величин коэффициентов ПИ-регулятора: коэффициента пропорциональности и коэффициента усиления интегратора [5].

Управление в пропорциональном канале с коэффициентом усиления  $k_{\Pi}$  основано на законе пропорционального регулирования, при котором относительное изменение сигнала управления (выходного сигнала регулятора) пропорционально относительному отклонению регулируемой величины (ошибке управления). Увеличение  $k_{\Pi}$  ведёт к увеличению быстродействия САУ. Однако при определённых величинах пропорционального коэффициента  $k_{\Pi}$  появляется дополнительная ошибка статики (точность САУ падает). Уменьшение ошибки можно достичь дальнейшим увеличением  $k_{\Pi}$ , однако при этом снижается запас устойчивости системы, поскольку с ростом  $k_{\Pi}$  увеличивается усиление на частоте, что приводит к нежелательным видам переходных процессов.

Интегральный канал с коэффициентом усиления  $k_{\Pi}$  вводят для устранения статической ошибки в установившихся режимах. Интегрирующее звено (интегратор) выдаёт сигнал, пропорциональный накопленной ошибке, поэтому переходный процесс несколько замедляется (быстродействие САУ падает). Однако при ступенчатом изменении задающего сигнала и ступенчатом возмущении (помехи) обеспечивается нулевая ошибка в статике. Поскольку усиление интегратора на всем диапазоне частот не может уменьшиться, увеличивается и динамическая точность регулирования. Интегратор вносит дополнительный сдвиг фаз только в области низких частот, что увеличивает запас устойчивости замкнутой системы. Оба фактора дают дополнительные степени свободы при оптимизации качества регулирования.

При допущении, что МЭКС отображается идеальным интегрирующим звеном с математическим ожиданием коэффициента усиления  $\overline{k_{\text{КС}}}$ , передаточная функция разомкнутой САУ может быть записана в виде:

$$W_{\text{РС}}(p) = \frac{k_{\Pi} k_{\Sigma} \overline{k_{\text{КС}}} \left( \frac{1}{k_{\Pi}} + 1 \right)}{p^2} = \frac{k_{\Sigma} (T_{\Pi} + 1)}{p}. \quad (3)$$

Коэффициенты  $k_{\Pi}$ ,  $k_{\Sigma}$  регулятора выбираются из условий обеспечения необходимого запаса устойчивости САУ по амплитуде и фазе и заданного быстродействия системы. Расчёт коэффициентов усиления производился при заданных частоте среза  $\omega_c = 10$  рад/с и запасе устойчивости в фазе  $\Delta\theta = 60^\circ$ , необходимых для устойчивой работы регулятора эмиссии совместно с системой управления параметрами двигателя, имеющей в промышленных реализациях более низкую частоту среза.

Коэффициенты усиления пропорциональной и интегральной частей регулятора могут быть определены графически по желаемым логарифмическим амплитудно-частотным (ЛАЧХ) и фазо-частотным характеристикам (ЛФЧХ), приведённым на рис. 2, обеспечивающим необходимый запас устойчивости по амплитуде и фазе [8].

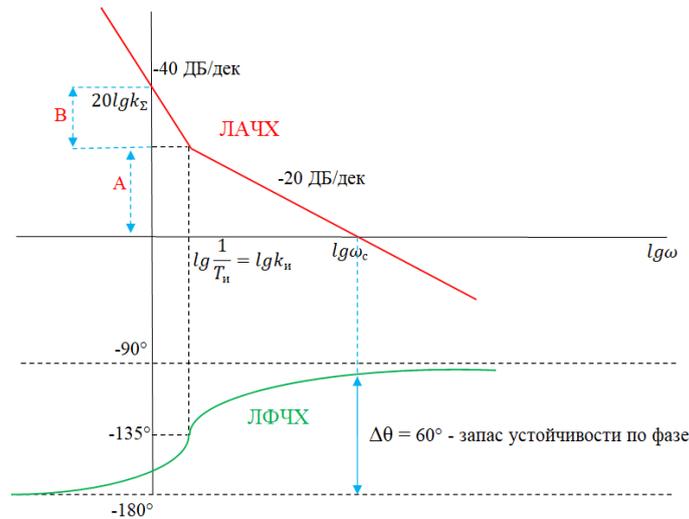


Рис. 2. Желаемые логарифмические амплитудно-частотные и фазо-частотные характеристики разомкнутой системы автоматического управления эмиссией

Коэффициент пропорциональной части регулятора может быть получен из желаемой ЛАЧХ:

$$k_n = \frac{\omega_c}{k_{kc}} \quad (4)$$

Коэффициент интегральной части регулятора может быть получен из желаемой ЛФЧХ (рис. 3), исходя из желаемого запаса устойчивости в фазе  $\Delta\theta = 60^\circ$ :

$$k_{и} = \frac{\omega_c}{tg 60^\circ} \quad (5)$$

### Разработка и практическая проверка точности нейросетевой встроенной математической модели малоэмиссионной камеры сгорания

Рассматриваемая камера сгорания ГТУ-16 является малоэмиссионной и относится к противоточному типу с двенадцатью выносными жаровыми трубами с организацией горения «бедной» предварительно перемешанной смеси. Выпускается камера в нескольких вариантах сборок.

Предложенная авторами методика разработки нейросетевой модели малоэмиссионной камеры сгорания подробно изложена в [9]. Основой разработки является полученный массив данных натуральных испытаний для одного из вариантов (сборки) промышленной камеры сгорания ГТУ-16, описывающий изменение 21 параметра камеры сгорания при различных условиях эксплуатации.

Выбор входных параметров нейросетевой модели велся с помощью разработанного программного обеспечения на Python (v3.6.9) [10], реализующего алгоритмы корреляционного анализа массива экспериментальных данных [11].

Расчёт корреляции входных  $x_i$  и выходных  $y_i$  данных проводился на основе определения простого коэффициента корреляции Пирсона [12]:

$$r = \frac{1}{n\sigma_x\sigma_y} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}), \sigma_x = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}, \sigma_y = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}. \quad (6)$$

Анализ величины коэффициентов корреляции между входами и выходами моделей эмиссии и пульсаций давления для выбранного варианта сборки камеры сгорания ГТУ-16 приведён на рис. 3.

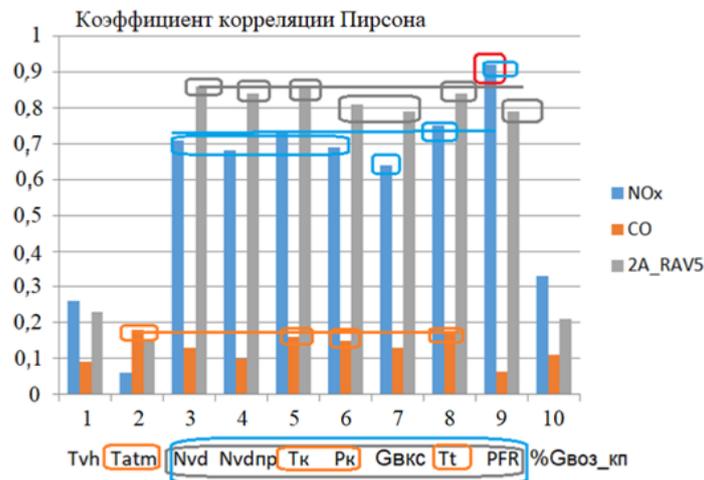


Рис. 3. Анализ величины коэффициентов корреляции между входами и выходами выбранного варианта сборки камеры сгорания ГТУ-16

Входные параметры при исследовании:  $T_{vh}$  – входная температура ( $^{\circ}\text{C}$ ),  $T_{atm}$  – температура атмосферы ( $^{\circ}\text{C}$ ),  $N_{vd}$  – частота вращения ротора высокого давления (обороты газогенератора) (об/мин),  $N_{vdnp}$  – приведённая по входной температуре воздуха частота вращения ротора высокого давления (обороты газогенератора) (об/мин),  $T_k$  – температура за компрессором высокого давления ( $^{\circ}\text{C}$ ),  $P_k$  – давление за компрессором высокого давления ( $\text{кг}/\text{см}^2$ ),  $G_{вкс}$  – расход воздуха через камеру сгорания ( $\text{кг}/\text{с}$ ),  $T_t$  – температура за турбиной ( $^{\circ}\text{C}$ ), PFR – доля топлива в пилотной горелке (%),  $G_{воз\_кп}$  – приведённый расход воздуха через камеру сгорания (%).

Как показало проведённое исследование, каждый вариант (сборка) камеры сгорания имеет индивидуальный портрет в виде матрицы коэффициентов корреляции с некоторыми общими свойствами, а именно ожидаемым сильным влиянием PFR на уровень эмиссии оксидов азота (чем выше уровень PFR, тем выше эмиссия) и пульсации давления (чем выше уровень PFR, тем меньше амплитуда пульсаций давления).

Оптимальный набор координат вектора входа для нейросетевой модели эмиссии  $\text{NO}_x$  имеет размерность шесть  $X \{x_1, \dots, x_6\}$  и включает:  $N_{vd}$ ,  $N_{vdnp}$ ,  $T_k$ ,  $P_k$ ,  $T_t$ , PFR. Оптимальный набор координат вектора входа для нейросетевых моделей эмиссии CO и пульсаций давления имеет размерность семь  $X \{x_1, \dots, x_7\}$  и кроме перечисленных включает в себя параметр  $G_{вкс}$ .

Анализ репрезентативности массива экспериментальных данных с целью формирования обучающей выборки для нейронной сети вёлся в соответствии с методикой, описанной в [13]. Расчёт параметров сети (число слоёв, число нейронов скрытого слоя) вёлся в соответствии с формулами, приведёнными в [14]. Подходы к выбору алгорит-

мов обучения и оптимизации весовых коэффициентов нейросетевой модели сформулированы в [15]. В качестве функции активации был выбран гиперболический тангенс. В качестве обучающего алгоритма выбран алгоритм обратного распространения ошибки. В качестве алгоритма оптимизации для моделей эмиссии  $\text{NO}_x$  и пульсаций давления в жаровых трубах выбрана оптимизация Левенберга-Марквардта. Для модели эмиссии CO выбрана Байесовская оптимизация.

Моделирование, обучение и тестирование нейронной сети велось в графической среде программирования с интерфейсом для разработки моделей нейронных сетей.

Точность разработанной нейросетевой модели  $\text{NO}_x$  оценивалась на наборе экспериментальных данных параметров двигателя, полученных при наружной температуре воздуха  $+7^\circ\text{C}$  и  $-15^\circ\text{C}$ , в которых отсутствовали данные об эмиссии. Результаты оценки в виде распределения относительной ошибки модели по PFR показаны на рис. 4.

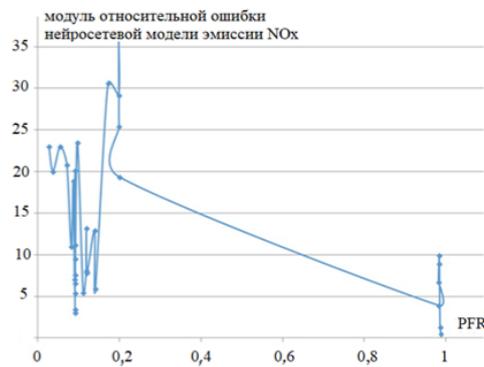


Рис. 4. Распределение относительной ошибки разработанной модели эмиссии  $\text{NO}_x$  по PFR

Показатели точности разработанных нейросетевых моделей вредных выбросов и пульсаций давления для рассмотренной сборки МЭКС мощностью 16 МВт на обучающей и тестовой выборках приведены в табл. 1.

Таблица 1. Показатели точности разработанных нейросетевых моделей

Нейросетевая модель	Характеристики			
	Количество нейронов в скрытом слое	Количество входов	Средне-квадратическая ошибка (mse)	$\bar{\epsilon}$ среднее значение (обучающая и контрольная выборки)
$\text{NO}_x$	11	6	12,5965	8,4122
CO	15	7	4,57062	3,195
2A_RAV	13	7	$5,9 \cdot 10^{-6}$	9,989351

Произведена проверка нормальности распределения модуля относительной ошибки разработанной оптимальной нейросетевой модели эмиссии  $\text{NO}_x$  по критерию Пирсона  $\chi^2$  [16]. При выбранном уровне значимости критерия  $q=0,01(1\%)$  и числе степеней свободы  $k=3$  оценена граница критической области  $P\{\chi_n^2 < \chi^2 < \chi_b^2\} = q$ . В рассматриваемом случае было получено:

$$\{\chi_n^2 = 0,115\} < \{\chi^2 = 11,11423\} < \{\chi_b^2 = 11,345\}.$$

Это доказывает истинность принятой гипотезы о нормальности распределения ошибки построенной нейросетевой модели.

**Разработка и практическая проверка точности  
 нейросетевого регулятора эмиссии и пульсаций давления  
 с нейросетевой встроенной математической моделью  
 малоэмиссионной камеры сгорания**

**Расчёт коэффициентов ПИ-регулятора эмиссии NO<sub>x</sub>  
 с нейросетевой ВММ МЭКС ГТУ-16 МВт выбранного варианта сборки**

В соответствии с формулой (5) для заданной частоты среза коэффициент интегральной части равен  $k_{\text{и}} = 5,774$ . В соответствии с формулой (4) для расчёта  $k_{\text{п}}$  необходимо оценить коэффициент усиления  $\bar{k}_{\text{кс}}$  МЭКС по уровню эмиссии NO<sub>x</sub>. Оценка проводилась для рассматриваемого в исследовании варианта сборки камеры сгорания по экспериментальным данным (выборка  $N = 577$  строк) для различных диапазонов изменения сигнала управления (PFR). Результаты расчётов  $\bar{k}_{\text{кс}}$  и  $k_{\text{п}}$  приведены в табл. 2.

Таблица 2. Результаты оценки среднего значения коэффициента усиления камеры сгорания на различных диапазонах изменения PFR и величина коэффициента пропорциональной части ПИ-регулятора

Коэффициент усиления $\bar{k}_{\text{кс}}$	Характеристики			Коэффициент $k_{\text{п}}$
	Размерность данных	NO <sub>x</sub> , мг/м <sup>3</sup>	PFR	
439,6014	$n_1 = 299$	< 50	0,024 < PFR < 0,211	0,0228
1616,907	$n_2 = 278$	> 50	0,001 < PFR < 0,988	0,0062
1065,68	$n_3 = 577$	28 < NO <sub>x</sub> < 286	0,001 < PFR < 0,988	0,0094

Видно, что на различных диапазонах изменения PFR коэффициент усиления МЭКС  $\bar{k}_{\text{кс}}$  может изменяться в 3-4 раза, что усложняет расчёт ПИ-регулятора. В этой связи была предпринята попытка экспериментально оценить  $\bar{k}_{\text{кс}}$  с помощью переходной характеристики  $h(t)$ , связанной с передаточной функцией через преобразование Лапласа [17; 18]:

$$W_{\text{кс}}(p) = pL(h(t)). \tag{7}$$

Известно, что переходная характеристика – это реакция системы на единичное ступенчатое возмущение [19]. Было принято в первом приближении считать камеру сгорания идеальным интегрирующим звеном, для которого  $h(t)$  представляет линейную возрастающую функцию с коэффициентом наклона  $k_{\text{кс}}$ . Для построения  $h(t)$  необходимо недоступный на данном этапе эксперимент на реальной камере сгорания. Однако с помощью нейросетевой модели коэффициент усиления МЭКС можно приблизительно оценить. Для этого на вход ВММ подавалось значение PFR = 1 при различных прочих (пяти) входных сигналах ( $N_{\text{vd}}$ ,  $N_{\text{vd пр}}$ ,  $T_{\text{к}}$ ,  $P_{\text{к}}$ ,  $T_{\text{т}}$ ).

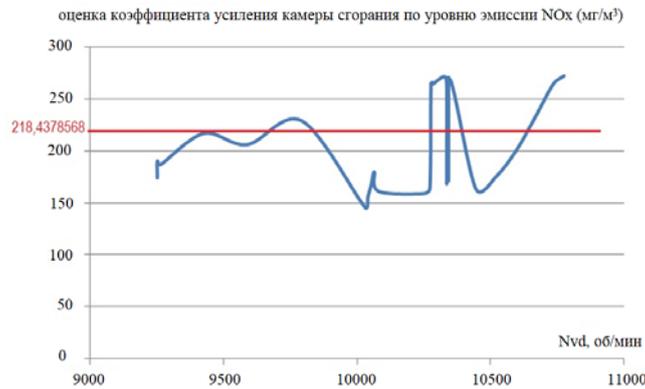


Рис. 5. Экспериментальная оценка коэффициента усиления малоэмиссионной камеры сгорания по уровню эмиссии  $NO_x$

Результаты оценки коэффициента усиления камеры сгорания по уровню эмиссии  $NO_x$  ( $mg/m^3$ ) при различной частоте вращения ротора высокого давления (оборотах газогенератора) приведены на рис. 5. Получено среднее значение  $\bar{k}_{kc} = 218,4379$ , которому соответствует  $k_{\Pi} = 0,0458$ .

#### Практическая проверка нейросетевого регулятора эмиссии $NO_x$

Эффективность работы регулятора эмиссии  $NO_x$  и нейросетевой модели МЭКС, выполняющей функции виртуального датчика эмиссии, была проверена в ходе стендовых испытаний на безмоторном стенде АО «ОДК-Авиадвигатель» [20].

Безмоторный стенд выполнял роль имитатора штатной САУ и был реализован на аналогичной программно-аппаратной платформе с контроллером PXI NI. При испытаниях на безмоторном стенде выполнена состыковка модели штатной САУ с моделью ГТУ-16. При этом модель ГТУ-16 была предварительно идентифицирована по тем же данным, по которым выполнялась разработка нейросетевой модели МЭКС.

По полученным данным испытаний регулятора эмиссии  $NO_x$  со встроенной нейросетевой моделью камеры сгорания в составе стендовой модели САУ при  $T_{vh}$  в диапазоне от  $-17^{\circ}C$  до  $+32^{\circ}C$  при  $N_{vd}$  в диапазоне от 9600 об/мин до 11 100 об/мин был проведён анализ точности нейросетевой модели эмиссии  $NO_x$  на безмоторном стенде, результаты которого представлены в табл. 4.

Таблица 4. Проверка точности нейросетевой модели эмиссии  $NO_x$  на безмоторном стенде

Относительная погрешность, %						
$\varepsilon_{T_{vh}}$	$\varepsilon_{N_{vd}}$	$\varepsilon_{N_{vd\text{ пр}}}$	$\varepsilon_{T_k}$	$\varepsilon_{P_k}$	$\varepsilon_{T_t}$	$\varepsilon_{NO_x}$
-0,126	-0,028	-0,028	0,075	-0,241	0,005	3,938
0	0	0	0,051	0,391	0,02	22,410
0	0	0	0,138	0	-0,095	-2,682
0	0	-0,010	-0,008	-0,930	-0,053	1,058
0	-0,030	-0,019	-0,008	-0,141	-0,017	-1,647
0	0	0,010	0,026	0,196	0,070	0,646
0	-0,021	-0,010	-0,077	-0,079	0,019	0,533

На рис. 6 приведена зависимость относительной ошибки (%) нейросетевой модели  $\text{NO}_x$  от расхода топлива через пилотный контур PFR, измеренному с помощью расходомерных устройств на топливных коллекторах МЭКС (по Фишеру).

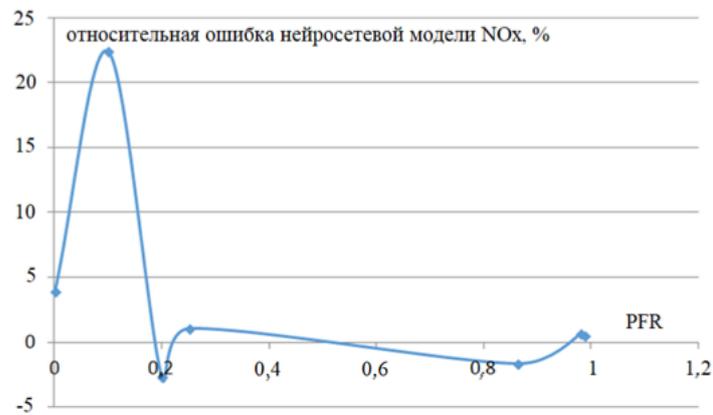


Рис. 6. Зависимость относительной ошибки нейросетевой модели  $\text{NO}_x$  от PFR (по Фишеру)

Результаты стендовых испытаний САУ с нейросетевым регулятором эмиссии в составе имитатора газотурбинной установки ГТУ-16 (при отрицательной ошибке регулирования) приведены на рис 7. В ходе регулирования ошибка стремится к нулю.

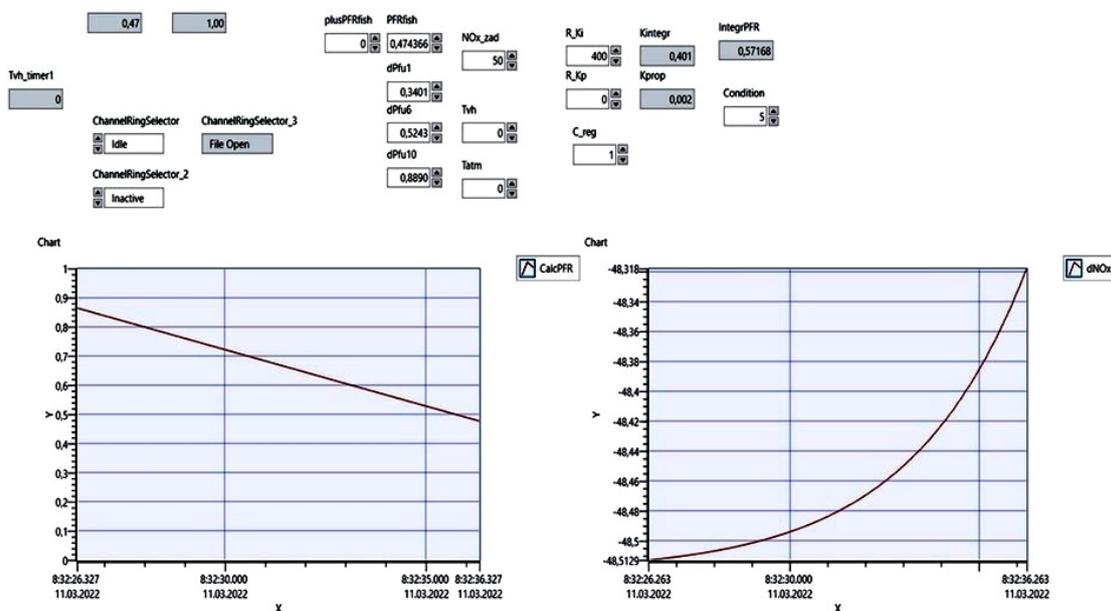


Рис. 7. Результаты стендовых испытаний системы автоматического управления с нейросетевым регулятором эмиссии в составе имитатора газотурбинной установки ГТУ-16

## Заключение

Полученные результаты соответствуют заданным целевым показателям погрешности для разрабатываемых моделей. А именно, интегральный показатель выбросов оксидов азота  $\text{EINO}_x$  и оксида углерода  $\text{EICO}$  не превышает 10%. Значения ошибки модели прогнозирования величины двойной амплитуды пульсаций давления в жаровых трубах МЭКС не превышают 20%.

Результаты стендовых испытаний САУ с нейросетевым регулятором эмиссии в составе имитатора газотурбинной установки ГТУ-16 показали, что ошибка регулирования стремится к нулю. Таким образом, использование нейронных сетей для разработки адаптивных систем управления эмиссией малоэмиссионных камер сгорания газотурбинных установок возможно и перспективно.

### Библиографический список

1. Августинovich В.Г., Кузнецова Т.А., Нугуманов А.Д. Разработка нейронных систем мониторинга и управления эмиссией вредных веществ для газотурбинных газоперекачивающих агрегатов и электростанций // Известия Томского политехнического университета. Инжиниринг георесурсов. 2019. Т. 330, № 8. С. 7-17. DOI: 10.18799/24131830/2019/8/2207
2. Malloy D.J., Webb A.T., Kidman D.S. F-22/F119 propulsion system ground and flight test analysis using modeling and simulation techniques // Proceedings of the ASME Turbo Expo 2002: Power for Land, Sea, and Air (June, 3-6, 2002, Amsterdam, Netherlands). V. 1. DOI: 10.1115/GT2002-30001
3. Lauer M., Farber J., Reib F., Masalme J.E. Model based prediction of off-design operation condition NOx emission from dle gas turbine combustors // Proceedings of the ASME Turbo Expo 2017: Turbomachinery Technical Conference and Exposition (June, 26-30, 2017, Charlotte, North Carolina, USA). V. 4A. DOI: 10.1115/GT2017-63063
4. Lamont W.G., Roa M., Lucht R. Application of artificial neural networks for the prediction of pollutant emissions and outlet temperature in fuel staged gas turbine combustion rig // Proceedings of the ASME Turbo Expo 2014: Turbine Technical Conference and Exposition (June, 16-20, 2014, Düsseldorf, Germany). V. 4A. DOI: 10.1115/GT2014-25030
5. Бесекерский В.А., Попов Е.П. Теория систем автоматического управления. СПб: Профессия, 2003. 752 с.
6. Ang K.H., Chong G., Li Y. PID control system analysis, design, and technology // IEEE Transactions on Control Systems Technology. 2005. V. 13, Iss. 4. P. 559-576. DOI: 10.1109/TCST.2005.847331
7. Kuznetsova T.A., Naborshchikov A.A. Optimal automatic control of NOx emissions from combustion chambers of gas turbine aeroengine based on the Bellman method // AIP Conference Proceedings. 2023. V. 2700. DOI: 10.1063/5.0137228
8. Теория автоматического регулирования. Кн. 1. Математическое описание, анализ устойчивости и качества систем автоматического регулирования / под ред. В.В. Солодовникова. М.: Машиностроение, 1967. 770 с.
9. Кузнецова Т.А., Репп П.В. Гибридная нейросетевая модель вредных выбросов в атмосферу из промышленной газотурбинной установки // Сборник трудов по материалам VII Международной конференции и молодёжной школы «Информационные технологии и нанотехнологии (ИТНТ-2021)» (20-24 сентября 2021 г., Самара). Т. 3. Самара: Издательство Самарского университета, 2021.
10. Лутц М. Программирование на Python. Т. II. СПб.: Символ-Плюс, 2011. 992 с.
11. Бендат Дж., Пирсол А. Применения корреляционного и спектрального анализа. М.: Мир, 1983. 312 с.
12. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика. М.: Высшая школа, 2004. 479 с.
13. Kuznetsova T.A. Some features of quality improvement of a neural network identifying a aeroengine low-emission combustion chamber // Proceedings of the 3rd International Conference on Control Systems, Mathematical Modeling, Automation and Energy Efficiency, SUMMA 2021 (November, 10-12, 2021, Lipetsk, Russian Federation). V. 3. P. 44-50. DOI: 10.1109/SUMMA53307.2021.9632262

14. Ясницкий Л.Н. Интеллектуальные системы. М.: Лаборатория знаний, 2016. 221 с.
15. Kuznetsova T.A., Repp P.V., Fofanov V.O. Aeroengine NOx-emissions automatic control based on neural network model // Proceedings of ITNT 2022 - 8th IEEE International Conference on Information Technology and Nanotechnology (May, 23-27, 2022, Samara, Russian Federation). DOI: 10.1109/ITNT55410.2022.9848526
16. Рабинович С.Г. Погрешности измерений. Л.: Энергия, 1978. 262 с.
17. Сиберт У.М. Цепи, сигналы, системы. Ч. 1. М.: Мир, 1988. 336 с.
18. Теория автоматического управления / под ред. А.В. Нетушила. М.: Высшая школа, 1976. 400 с.
19. Сиберт У.М. Цепи, сигналы, системы. Ч. 2. М.: Мир, 1988. 358 с.
20. Kuznetsova T.A., Sukharev A.A. The neural network controller for the dry low emission combustor of gas-turbine power plants // Proceedings of 2023 IEEE International Russian Smart Industry Conference (SmartIndustryCon) (March, 27-31, 2023, Sochi, Russia) DOI: 10.1109/SmartIndustryCon57312.2023.10110733

## NEURAL NETWORK CONTROLLER OF A GAS TURBINE PLANT LOW EMISSION COMBUSTOR

© 2024

- V. G. Avgustinovich** Doctor of Science (Engineering), Professor;  
Perm National Research Polytechnic University, Perm, Russian Federation;  
[avgustinovicv3@gmail.com](mailto:avgustinovicv3@gmail.com)
- T. A. Kuznetsova** Candidate of Science (Engineering), Associate Professor;  
Perm National Research Polytechnic University, Perm, Russian Federation;  
[tatianaakuznetsova@gmail.com](mailto:tatianaakuznetsova@gmail.com)
- A. A. Sukharev** Postgraduate Student;  
Perm National Research Polytechnic University, Perm, Russian Federation;  
Engineer of the Department of Computation and Experimental Works  
and Design of ACS (Automated Control Systems);  
JSC "ODK – Aviadvigatel", Perm, Russian Federation;  
[aasukharev95@yandex.ru](mailto:aasukharev95@yandex.ru)

One of the most important gas turbine engine components is the combustion chamber, the main source of harmful emissions. The study is devoted to the central issues of designing and testing of an automatic control system of harmful emissions and pressure pulsations in flame tubes of a gas turbine plant with a capacity of 16 MW GTP-16 based on a PI-controller with a built-in neural network mathematical model of a low-emission combustor (LEC). Algorithms for a neural network controller of emission of nitrogen oxides and carbon monoxide into the atmosphere, as well as pressure pulsations in the LEC's flame tubes were developed. The algorithms are given in a graphical programming environment and integrated into the automatic control system of GTP-16, implemented on the PXI NI hardware and software platform. The performance of the emission controller was checked during bench tests on the GTP-16 simulator with LEC neural network model serving as a virtual emission sensor. The errors in estimating the emission of nitrogen and carbon oxides and pressure pulsations in the flame tubes were determined. The normality of the error distribution of the developed nitrogen oxide emission model was proven. A conclusion about the prospects of using neural networks for the development of an adaptive control system of emissions and flame tube pressure pulsations for LECs of the gas turbine plants was drawn.

*Gas turbine plant; low-emission combustor; harmful emissions; built-in model; neural network controller*

---

**Citation:** Avgustinovich V.G., Kuznetsova T.A., Sukharev A.A. Neural network controller of a gas turbine plant low emission combustor. *Vestnik of Samara University. Aerospace and Mechanical Engineering*. 2024. V. 23, no. 1. P. 109-122. DOI: 10.18287/2541-7533-2024-23-1-109-122

## References

1. Avgustinovich V.G., Kuznetsova T.A., Nugumanov A.D. Development of neural systems for monitoring and controlling emission of gas-transmission and power gas turbine units. *Bulletin of the Tomsk Polytechnic University. Geo Assets Engineering*. 2019. V. 330, no. 8. P. 7-17. (In Russ.). DOI: 10.18799/24131830/2019/8/2207
2. Malloy D.J., Webb A.T., Kidman D.S. F-22/F119 propulsion system ground and flight test analysis using modeling and simulation techniques. *Proceedings of the ASME Turbo Expo 2002: Power for Land, Sea, and Air (June, 3-6, 2002, Amsterdam, Netherlands)*. V. 1. DOI: 10.1115/GT2002-30001
3. Lauer M., Farber J., Reib F., Masalme J.E. Model based prediction of off-design operation condition NOx emission from dle gas turbine combustors. *Proceedings of the ASME Turbo Expo 2017: Turbomachinery Technical Conference and Exposition (June, 26-30, 2017, Charlotte, North Carolina, USA)*. V. 4A. DOI: 10.1115/GT2017-63063
4. Lamont W.G., Roa M., Lucht R. Application of artificial neural networks for the prediction of pollutant emissions and outlet temperature in fuel staged gas turbine combustion rig. *Proceedings of the ASME Turbo Expo 2014: Turbine Technical Conference and Exposition (June, 16-20, 2014, Düsseldorf, Germany)*. V. 4A. DOI: 10.1115/GT2014-25030
5. Besekerskiy V.A., Popov E.P. *Teoriya sistem avtomaticheskogo upravleniya* [Theory of automatic control]. St. Petersburg: Professiya Publ., 2003. 752 p.
6. Ang K.H., Chong G., Li Y. PID control system analysis, design, and technology. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*. 2005. V. 13, Iss. 4. P. 559-576. DOI: 10.1109/TCST.2005.847331
7. Kuznetsova T.A., Naborshchikov A.A. Optimal automatic control of NOx emissions from combustion chambers of gas turbine aeroengine based on the Bellman method. *AIP Conference Proceedings*. 2023. V. 2700. DOI: 10.1063/5.0137228
8. *Teoriya avtomaticheskogo regulirovaniya. Kn. 1. Matematicheskoe opisaniye, analiz ustoychivosti i kachestva sistem avtomaticheskogo regulirovaniya* [Theory of automatic control. Book 1. Mathematical description, analysis of stability and quality of automatic control systems / ed. by V.V. Solodovnikov]. Moscow: Mashinostroenie Publ., 1967. 770 p.
9. Kuznetsova T., Repp P. Neural network model of industrial plant's harmful emissions. *Proceedings of ITNT 2021 - 7th IEEE International Conference on Information Technology and Nanotechnology (September, 20-24, 2021, Samara, Russian Federation)*. DOI: 10.1109/ITNT52450.2021.9649159
10. Lutz M. Programming Python. O'Reilly Media, Inc., 2010. 1632 p.
11. Bendat J.S., Piersol A.G. Engineering applications of correlation and spectral analysis. John Wiley & Sons, Inc., 1980. 458 p.
12. Gmurman V.E. *Teoriya veroyatnostey i matematicheskaya statistika* [Probability theory and mathematical statistics]. Moscow: Vysshaya Shkola Publ., 2004. 479 p.
13. Kuznetsova T.A. Some features of quality improvement of a neural network identifying a aeroengine low-emission combustion chamber. *Proceedings of the 3rd International Conference on Control Systems, Mathematical Modeling, Automation and Energy Efficiency, SUMMA 2021 (November, 10-12, 2021, Lipetsk, Russian Federation)*. V. 3. P. 44-50. DOI: 10.1109/SUMMA53307.2021.9632262
14. Yasnitskiy L.N. *Intellektual'nye sistemy* [Intelligent systems]. Moscow: Laboratoriya Znaniy Publ., 2016. 221 p.
15. Kuznetsova T.A., Repp P.V., Fofanov V.O. Aeroengine NOx-emissions automatic control based on neural network model. *Proceedings of ITNT 2022 - 8th IEEE International Conference on Information Technology and Nanotechnology (May, 23-27, 2022, Samara, Russian Federation)*. DOI: 10.1109/ITNT55410.2022.9848526

16. Rabinovich S.G. *Pogreshnosti izmereniy* [Measurement errors]. Leningrad: Energiya Publ., 1978. 262 p.
17. Siebert W.M. *Circuits, signals, systems*. Cambridge: MIT Press, 1986. 651 p.
18. *Teoriya avtomaticheskogo upravleniya* [Theory of automatic control / ed. by V.A. Netushil]. Moscow: Vysshaya Shkola Publ., 1976. 400 p.
19. Siebert W.M. *Circuits, signals, systems*. Cambridge: MIT Press, 1986. 651 p.
20. Kuznetsova T.A., Sukharev A.A. The neural network controller for the dry low emission combustor of gas-turbine power plants. *Proceedings of 2023 IEEE International Russian Smart Industry Conference (SmartIndustryCon) (March, 27-31, 2023, Sochi, Russia)*  
DOI: 10.1109/SmartIndustryCon57312.2023.10110733

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОЛНОТЫ СГОРАНИЯ, ТЕМПЕРАТУРЫ И ЭМИССИОННЫХ ХАРАКТЕРИСТИК В ЗАКРУЧЕННОМ ПОТОКЕ НА ОСНОВЕ ТЕОРИИ ТУРБУЛЕНТНОГО ГОРЕНИЯ

© 2024

**Ю. Б. Александров** кандидат химических наук, доцент кафедры «Реактивные двигатели и энергетические установки»; Казанский национальный исследовательский технический университет им. А.Н. Туполева; alexwischen@rambler.ru

**Б. Г. Мингазов** доктор технических наук, профессор кафедры «Реактивные двигатели и энергетические установки»; Казанский национальный исследовательский технический университет им. А.Н. Туполева; bmingazov@kai.ru

Проведено исследование характеристик горения в закрученной струе с позиции теории турбулентного горения. Особое внимание уделено зоне обратных токов, образуемой от лопаточного завихрителя. По известному составу смеси последовательно определяются параметры скорости распространения фронта пламени, полноты сгорания, температуры и эмиссии оксидов азота. Созданная аналитическая методика апробирована в диапазоне горения неоднородной и однородной смесей. Расчёты показали зависимость эмиссии от параметров смешения.

*Закрученная струя; коэффициент смешения; нормальная и турбулентная скорости горения; полнота и температура сгорания*

---

*Цитирование:* Александров Ю.Б., Мингазов Б.Г. Определение полноты сгорания, температуры и эмиссионных характеристик в закрученном потоке на основе теории турбулентного горения // Вестник Самарского университета. Аэрокосмическая техника, технологии и машиностроение. 2024. Т. 23, № 1. С. 123-136. DOI: 10.18287/2541-7533-2024-23-1-123-136

---

### Введение

В камерах сгорания (КС) газотурбинных двигателей и энергетических установках осуществляется сжигание топлива с целью преобразования его химической энергии в тепловую с последующим переходом её в кинетическую. Воздух, подаваемый из компрессора, попадает в КС и делится на первичный, проходящий через фронтное устройство, и вторичный, поступающий в жаровую трубу через отверстия. Первичный воздух поступает в область жаровой трубы камеры сгорания через лопаточный завихритель, где поток воздуха претерпевает закрутку и перемешивается с газообразным или испарённым жидким топливом. Фронтное устройство обеспечивает стабилизацию горения, образование хорошо перемешанной топливовоздушной смеси, полноту сжигания топлива и температурное состояние, как в области жаровой трубы, так и на выходе из КС. Вторичный воздух распределяется по длине жаровой трубы, проходя через отверстия в её стенке, и расходуется на их охлаждение, процессы догорания топлива и формирование требуемых полей температур на выходе из КС.

Описание процессов в закрученных потоках фронтных устройств описано в большом количестве работ [1 – 3]. Основное влияние на процесс горения оказывает образующаяся в закрученном потоке рециркуляционная зона, так называемая зона обратных токов (ЗОТ). За счёт ЗОТ эжектируется внешний воздух, что приводит к увеличению площади струи. Рециркуляция раскалённых продуктов сгорания в корень пламени постоянно поджигает свежую смесь, что стабилизирует горение. Закрутка потока при-

водит к увеличению турбулентных пульсаций и интенсифицирует горение, в то же время сокращает длину зоны горения.

В настоящей работе рассматривается ЗОТ в следе за закрученной свободной струей при горении газозадушной смеси. Последовательно рассматриваются следующие вопросы: расчёт процессов смешения закрученного потока с внешней средой и формирования смеси в ЗОТ, расчёт полноты сгорания, определение температурных полей и расчёт эмиссионных характеристик.

### Расчёт смешения в зоне обратных токов

В закрученной струе структура потока в рециркуляционной зоне имеет сходство с зоной за плохообтекаемым телом. В отличие от плохообтекаемого тела в закрученной струе, нет твёрдых стенок взаимодействующих с потоком, и все воздействие на поток происходит за счёт аэродинамических сил.

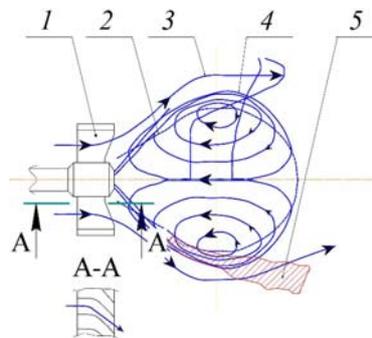


Рис. 1. Схема рециркуляционного течения за лопаточным завихрителем:  
1 – лопаточный завихритель; 2 – внешняя граница зоны обратных токов;  
3 – внешний поток; 4 – зона рециркуляционного течения; 5 – область горения

Размеры ЗОТ определяются конструкцией завихрителя и имеют функциональную зависимость от параметра крутки  $n_k$ , описанного в работе Померанцева В.В. [4]. Относительную длину ЗОТ можно рассчитать по эмпирической зависимости, предложенной в работе [2]:

$$\frac{L_{\text{ЗОТ}}}{D_{\text{ЗОТ}}} = (1 + 1,5 n_k^{0,5}), \quad (1)$$

где  $n_k$  – параметр крутки;  $D_{\text{ЗОТ}}$  – диаметр ЗОТ;  $L_{\text{ЗОТ}}$  – длина ЗОТ.

Созданная лопаточным завихрителем ЗОТ эжектирует внешний воздух. В работах [2; 5] описана зависимость в виде относительного расхода эжектированного воздуха  $m_{\text{ЗОТ}}$ , поступающего в ЗОТ:

$$m_{\text{ЗОТ}} = G_{\text{Э}} / G_{\text{ЗАВ}} \quad (2)$$

где  $G_{\text{Э}}$  – расход эжектированного в область ЗОТ воздуха;  $G_{\text{ЗАВ}}$  – расход воздуха через лопаточный завихритель.

Коэффициент смешения  $m_{3OT}$  в области ЗОТ с учётом представления закрученной струи в виде кольцевого источника [5] можно представить в виде следующей зависимости:

$$m_{3OT} = A_1 \frac{T_{3AB} R_B W_{\text{Э}} \exp K_X}{T_{\text{Э}} R_{\Gamma} W_{3AB} K_X}, \quad (3)$$

где  $A_1$  – опытный коэффициент, определённый в работе [5] для завихрителей, используемых в экспериментах,  $A_1 = 2,0$ ;  $R_B$ ,  $R_{\Gamma}$  – универсальная газовая постоянная для воздуха и газа;  $T_{\text{Э}}$ ,  $W_{\text{Э}}$  – температура и скорость эжектируемого воздуха;  $T_{3AB}$ ,  $W_{3AB}$  – температура и скорость струи выходящей из завихрителя;  $K_X$  – безразмерный параметр, определяемый по формуле:

$$K_X = \frac{R_{\text{НЗ}} W_{3AB}}{4D_T}, \quad (4)$$

где  $R_{\text{НЗ}}$  – наружный радиус завихрителя;  $D_T$  – коэффициент турбулентной диффузии.

Коэффициент турбулентной диффузии  $D_T$  для закрученного потока можно определить по уравнению, приведенному в работе [6]:

$$D_T = 0,003(1 + \kappa_1^2 \operatorname{tg}^2 \varphi)^{0,5} W_{3AB} R_{\text{НЗ}}, \quad (5)$$

где  $\varphi$  – угол закрутки потока;  $\kappa_1$  – коэффициент, учитывающий особенности конструкции завихрителя, для осевого завихрителя  $\kappa_1 \approx 10$ .

Из описанных выше зависимостей можно сделать вывод, что инжекционная способность закрученной струи зависит от скоростей и температуры потоков, а также от угла закрутки потока лопаточным завихрителем.

Для определения состава смеси в ЗОТ, характеризуемую коэффициентом избытка воздуха  $\alpha_{3OT}$ , можно использовать зависимость, предложенную в работе [7]:

$$\alpha_{3OT} = \alpha_{3AB} m_{3OT} \left( 1 + \frac{1}{\alpha_{3AB} L_0} \right) + \alpha_{3AB}, \quad (6)$$

где  $\alpha_{3AB}$  – состав смеси на выходе из завихрителя;  $L_0$  – стехиометрический коэффициент.

### Определение полноты сгорания

Для определения полноты сгорания в условиях наличия закрученного потока могут быть использованы различные подходы. В работе [8] имеются сведения о применении гомогенного реактора, который позволяет определить полноту сгорания при условии однородности смеси. При использовании такой модели есть затруднения, связанные с определением коэффициентов химической реакции. Ограничением приме-

нения такой модели также может служить и то, что в области ЗОТ наблюдается неоднородность топливо-воздушной смеси.

Ещё одна модель, впервые предложенная Г. Дамкёлером [9] и развитая в работах К.И. Щелкина [10] и А.В. Талантова [11], основана на предположении, что в зоне горения скорость пребывания ограничивает процессы химического реагирования, и сгорание смеси происходит на поверхности фронта пламени.

На основе модели сгорания осреднённого «моля» смеси, процесс выгорания смеси в зоне горения происходит за время пребывания  $t$  [10], это можно представить в виде зависимости для определения полноты сжигания топлива  $\eta_\Gamma$  в следующем виде:

$$\eta_\Gamma = \frac{3U_\Gamma^3 t_0^3}{l_0^3} \left[ \frac{1}{3} \left( 1 - e^{-\frac{3t}{t_0}} \right) - \frac{U_H}{U_\Gamma} \left( 1 - e^{-\frac{2t}{t_0}} \right) + \frac{U_H^2}{U_\Gamma^2} \left( 1 - e^{-\frac{t}{t_0}} \right) \right], \quad (7)$$

где  $U_\Gamma$  – турбулентная скорость горения;  $U_H$  – нормальная скорость распространения пламени, пропорциональная процессу химического реагирования смеси и зависящая от состава смеси;  $V_{\text{ЗОТ}}$ ,  $G_{\text{ЗОТ}}$  – объём и расход газа в ЗОТ,  $G_{\text{ЗОТ}} = G_{\text{ЗАВ}}(1 + m_{\text{ЗОТ}}) + G_\Gamma$ ;  $G_\Gamma$  – расход газообразного топлива;  $\rho_\Gamma$  – плотность газа в ЗОТ;  $l_0$ ,  $W'$  – масштаб турбулентности и пульсационная скорость в рассматриваемом сечении потока;  $t_0 = \frac{l_0}{W'}$  – время существования пульсации;  $t = \frac{V_{\text{ЗОТ}} \rho_\Gamma}{G_{\text{ЗОТ}}}$  – время пребывания смеси в ЗОТ.

Зависимость (7) позволяет определять полноту сгорания с учётом кинетических и гидродинамических факторов. Влияние кинетических факторов определяет нормальная скорость распространения фронта пламени  $U_H$ , а гидродинамических – учёт пульсационной составляющей скорости  $W'$  и масштаба турбулентности  $l_0$ . Также учитывается формирование осреднённых значений температур и скорости газового потока, состава смеси по испаренному и смешанному топливу в каждом сечении. Такой подход позволяет более точно описывать процесс горения в камере сгорания.

Нормальная скорость распространения фронта пламени  $U_H$  представляет собой линейную скорость перемещения фронта пламени относительно ещё не воспламенившейся смеси и направлена по нормали к поверхности фронта пламени в данной точке. Зависит от температуры, давления и коэффициента избытка воздуха и является физико-химической константой для фиксированного состава смеси при заданных условиях. Согласно теории, описанной в работе Я.Б. Зельдовича [12]:

$$U_H = \left[ 2a_M C_0 \left( \frac{T_K}{T_\Gamma} \right)^2 \frac{A \exp(-E/(RT_\Gamma))}{(T_\Gamma - T_K)} \left( \frac{RT_\Gamma}{E} \right)^3 \right]^{0,5}, \quad (8)$$

где  $a_M$  – коэффициент температуропроводности;  $C_0$  – начальная концентрация;  $E$  – энергия активации;  $T_K$  – начальная температура;  $T_\Gamma$  – температура горения;  $A$  – константа;  $R$  – универсальная газовая постоянная.

При расчёте нормальной скорости распространения фронта пламени по зависимости (8) было получено, что количественные результаты расчётов сильно отличаются от

экспериментальных. Поэтому для практических расчётов часто используют эмпирические зависимости, например, приведённые в работах [2; 13; 14], а скорость рассчитывают по формуле:

$$U_H = U_{H0} \left( \frac{T_i}{T_0} \right)^\delta \left( \frac{P_i}{P_0} \right)^\gamma, \quad (9)$$

где  $U_{H0}$  – нормальная скорость распространения фронта пламени при давлении среды  $P_0 = 10^5$  Па и начальной температуре  $T_0 = 873$  К;  $P_i$ ,  $T_i$  – давление и температура в рассматриваемом сечении зоны горения;  $\delta$  и  $\gamma$  – показатели степени, рассчитываются согласно [13]:  $\delta = 2,98 - \frac{0,8}{\alpha}$ ;  $\gamma = -0,38 + \frac{0,22}{\alpha}$  или принимаются постоянными согласно [2]:  $\delta = 1,8$ ;  $\gamma = -0,2$ ;  $\alpha$  – коэффициент избытка воздуха.

В литературных источниках существует множество значений  $\delta$  и  $\gamma$  как в виде зависимостей от коэффициента избытка воздуха, так и в виде постоянных значений. Для того, чтобы значения  $U_{H0}$ ,  $\delta$  и  $\gamma$  соответствовали заданному топливу при конкретных рабочих условиях были аппроксимированы экспериментальные данные работ [2; 15] и определены зависимости  $U_{H0} = f(\alpha)$ ,  $\delta = f(\alpha)$ ,  $\gamma = f(\alpha)$ :

$$U_{H0} = -3,55\alpha^4 + 25,49\alpha^3 - 66,31\alpha^2 + 70,82\alpha - 22,3; \quad (10)$$

$$\delta = 2,03\alpha^2 - 4,46\alpha + 4,05; \quad (11)$$

$$\gamma = -0,63\alpha^2 + 1,28\alpha - 1,04. \quad (12)$$

Представленные в уравнении (9) степенные коэффициенты  $\delta$ ,  $\gamma$  и скорость  $U_{H0}$  были рассчитаны по уравнениям (10 – 12) для широкого диапазона значений по коэффициенту избытка воздуха  $\alpha$  и сопоставлены с имеющимися экспериментальными данными (рис. 2). Как видно на рисунке, рассчитанные значения по формулам (10 – 12) хорошо согласуются с экспериментальными данными. Полученные таким образом зависимости коэффициентов были подставлены в формулу (9) и определены значения нормальной скорости распространения фронта пламени  $U_H$  при различных начальных температурах смеси. Полученные расчётные данные сопоставлены в широком диапазоне значений по коэффициенту избытка воздуха  $\alpha$  с экспериментальными [2] (рис. 3).

Анализ зависимостей, приведённых на рис. 3, на основе сопоставления расчётных значений  $U_H$  с экспериментальными данными показывает, что предложенные формулы (9 – 12) с достаточно хорошей точностью описывают зависимость  $U_H = f(\alpha)$ .

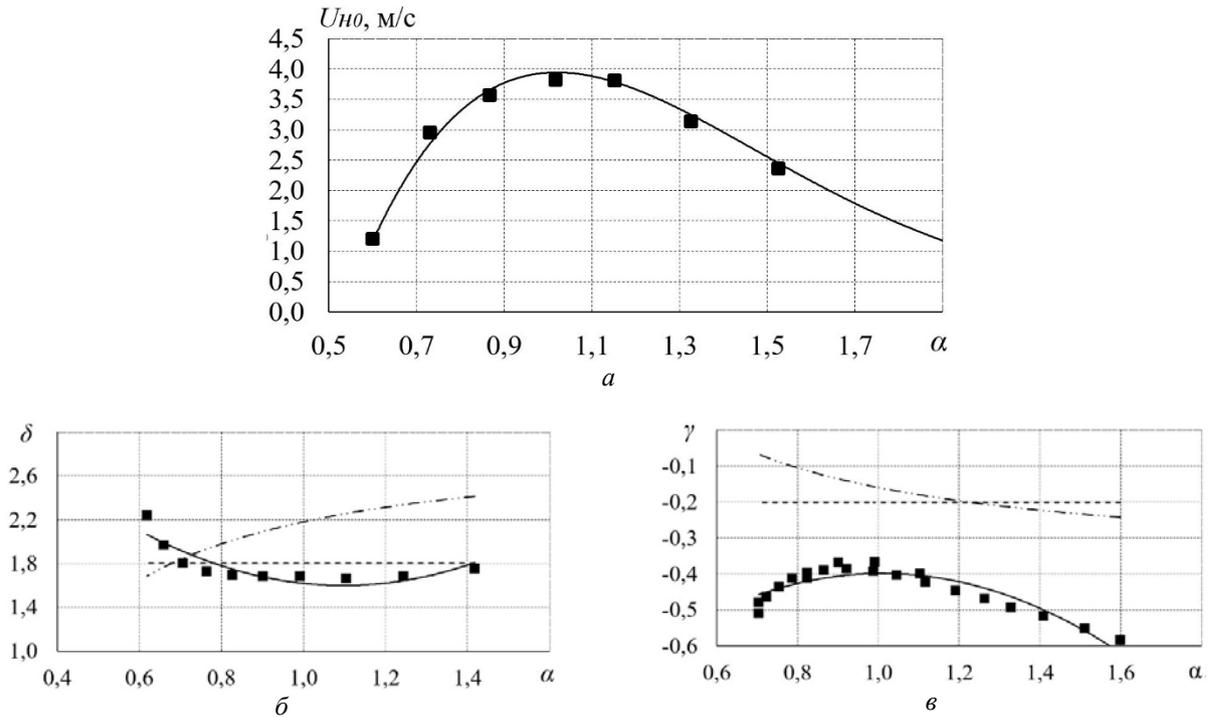


Рис. 2. Зависимости параметров  $U_{H0}$ ,  $\delta$ ,  $\gamma$  от коэффициента избытка воздуха  $\alpha$  :

- $a - U_{H0}$ ;  $b - \delta$ ;  $v - \gamma$ , где
- – экспериментальные данные работ [2; 15];
  - • • – расчёты по данным работы [13];
  - — — значения коэффициентов по данным работы [2];
  - — — зависимости, полученные авторами

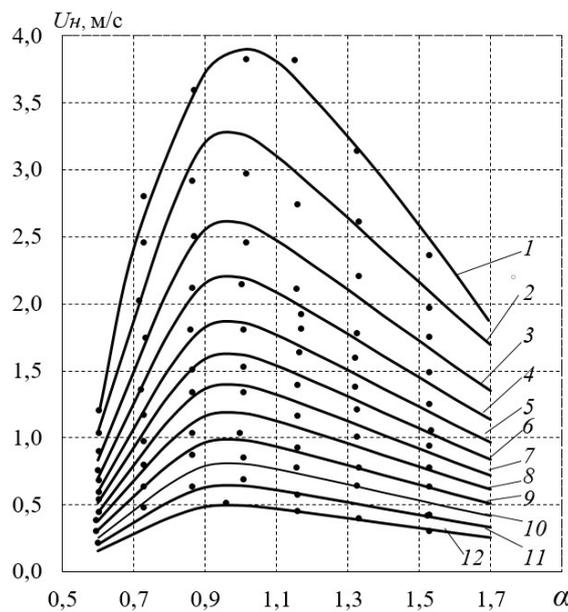


Рис. 3. Сопоставление расчётных и экспериментальных значений  $U_{H0}$  :

- – экспериментальные данные из работы [2], при различных начальных температурах:  
 $T_0^{(1)} = 873 \text{ K}$ ,  $T_0^{(2)} = 823 \text{ K}$ ,  $T_0^{(3)} = 773 \text{ K}$ ,  $T_0^{(4)} = 723 \text{ K}$ ,  $T_0^{(5)} = 673 \text{ K}$ ,  $T_0^{(6)} = 623 \text{ K}$ ,  
 $T_0^{(7)} = 573 \text{ K}$ ,  $T_0^{(8)} = 523 \text{ K}$ ,  $T_0^{(9)} = 473 \text{ K}$ ,  $T_0^{(10)} = 423 \text{ K}$ ,  $T_0^{(11)} = 373 \text{ K}$ ,  $T_0^{(12)} = 323 \text{ K}$ ;
- — — расчётные значения

Процессы горения в камере сгорания происходят в турбулентном потоке. Для определения турбулентной скорости горения фронта пламени  $U_T$  и полноты сгорания, помимо нормальной скорости распространения пламени  $U_H$  в ламинарном потоке, необходимо знать масштаб турбулентности  $l_0$  и пульсационную скорость  $W'$ .

Пульсационная скорость определяется по формуле:

$$W' = \varepsilon W, \quad (13)$$

где  $\varepsilon$  – интенсивность турбулентности;  $W$  – скорость потока за горелочным устройством.

Интенсивность турбулентности можно определить по эмпирической зависимости [16]:

$$\varepsilon = 0,041 \left( 1 + \kappa_1^2 \operatorname{tg}^2 \varphi \right)^{0,5} \left( \frac{x}{R_{\text{НЗ}}} \right)^{-0,5}, \quad (14)$$

где  $x$  – расстояние от среза завихрителя.

Для определения масштаба турбулентности  $l_0$  необходимо провести ряд преобразований. В теории турбулентности коэффициент турбулентной диффузии определяется по следующей зависимости:

$$D_T = l_{\text{CM}} W', \quad (15)$$

где  $l_{\text{CM}}$  – лагранжев масштаб турбулентности.

Приравняв правые части в уравнениях (5) и (15) и учитывая, что  $l_0 = 0,5 l_{\text{CM}}$ , можно получить выражение для расчета масштаба турбулентности в закрученном потоке:

$$l_0 = 0,014 \frac{D_{\text{ЗОТ}}}{2} \left( \frac{x}{R_{\text{НЗ}}} \right)^{0,5}. \quad (16)$$

Подставив все найденные параметры в уравнение (7), получим зависимости полноты сгорания от коэффициента избытка воздуха при различных начальных температурах газа и углах закрутки потока (рис. 4). Зависимость полноты сгорания при разных углах закрутки была сопоставлена с экспериментальными данными работы [2] (рис. 4, б).

Определённая таким образом полнота сгорания в ЗОТ учитывает кинетические факторы, состав смеси, а также количество эжектированного закрученным потоком воздуха и параметры турбулентности. Влияние начальной температуры на полноту сгорания (рис. 4, а) объясняется изменением нормальной скорости распространения фронта пламени. Влияние угла закрутки потока, показанное на рис. 4, б, проявляется в том, что с увеличением крутки потока в области горения «бедной» смеси (высокие значения  $\alpha > 1,0$ ) полнота сгорания ухудшается. При горении в области горения «богатой» смеси (низкие значения  $\alpha < 1,0$ ) с увеличением крутки потока полнота сгорания улучшается.

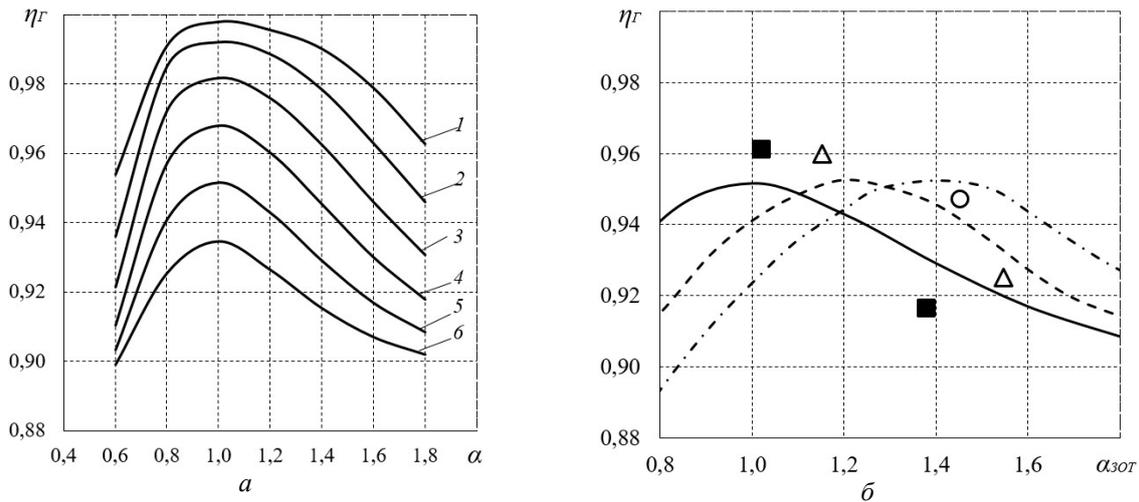


Рис. 4. Результаты расчёта полноты сгорания в зоне обратных токов:  
 а – влияние начальной температуры:

$$T_0^{(1)} = 873 \text{ K}, T_0^{(2)} = 773 \text{ K}, T_0^{(3)} = 673 \text{ K}, T_0^{(4)} = 573 \text{ K}, T_0^{(5)} = 473 \text{ K}, T_0^{(6)} = 373 \text{ K};$$

б – влияние угла закрутки потока при начальной температуре  $T_{3AB} = 473 \text{ K}$ :

экспериментальные данные [2]: ■ –  $\varphi = 60^\circ$ ,  $\Delta$  –  $\varphi = 45^\circ$ ,  $\circ$  –  $\varphi = 30^\circ$ ;

расчётные данные: — –  $\varphi = 60^\circ$ , - - - –  $\varphi = 45^\circ$ , - · - · - –  $\varphi = 30^\circ$

Это можно объяснить тем, что при увеличении крутки потока происходит интенсификация смешения с окружающим воздухом (эжектирование), что приводит к «обеднению» топливо-воздушной смеси. Поэтому при увеличении крутки потока для смеси с  $\alpha > 1,0$  полнота сгорания снижается, а при  $\alpha < 1,0$  увеличивается.

Таким образом, полученные зависимости для расчёта полноты сгорания в ЗОТ закрученной струи на основе теории «поверхностного» распространения пламени в турбулентном потоке позволяют учитывать влияние процесса смешения в струе.

### Расчёт температуры горения в зоне обратных токов

Для определения средней температуры горения в ЗОТ необходимо составить уравнение теплового баланса, в котором суммарное тепло в ЗОТ  $Q_{CM}$  определяется как сумма тепла, вносимого эжектируемым воздухом в ЗОТ  $Q_3$ , внесённым от закрученного потока  $Q_3$ , и подведённого в зону горения от сгорания топлива  $Q_\Gamma$ :

$$Q_{CM} = Q_3 + Q_3 + Q_\Gamma. \quad (17)$$

Схематически источники тепла в области закрученного потока представлены на рис. 5.

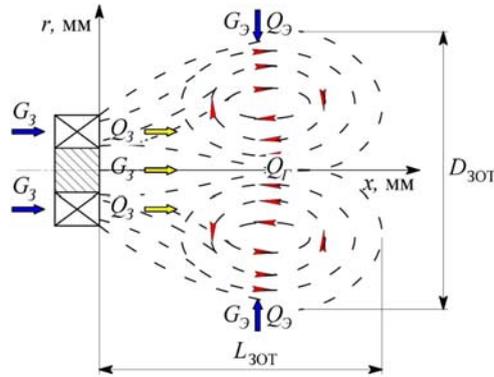


Рис. 5. Схематическое представление подвода тепла в зону обратных токов

Для определения температуры горения в ЗОТ  $T_{Г,ЗОТ}$  в зависимости от состава смеси и с учётом коэффициента смешения на основе теплового баланса могут быть использованы следующие выражения:

при  $\alpha \geq 1$ :

$$T_{Г,ЗОТ} = \frac{m_{ЗОТ}T_{Э} + T_{ЗАВ}}{m_{ЗОТ} + 1} + \frac{\eta_{Г}Hu}{c_{ПГ}(1 + \alpha_{ЗОТ}L_0)}, \quad (18)$$

при  $\alpha < 1$ :

$$T_{Г,ЗОТ} = \frac{m_{ЗОТ}T_{Э} + T_{ЗАВ}}{m_{ЗОТ} + 1} + \frac{\eta_{Г}Hu}{c_{ПГ}\left(L_0 + \frac{1}{\alpha_{ЗОТ}}\right)}, \quad (19)$$

где  $Hu$  – теплотворная способность топлива;  $T_{Э}$  – температура среды, эжектированной из внешней среды;  $\alpha_{ЗОТ}$  – коэффициент избытка воздуха в зоне обратных токов.

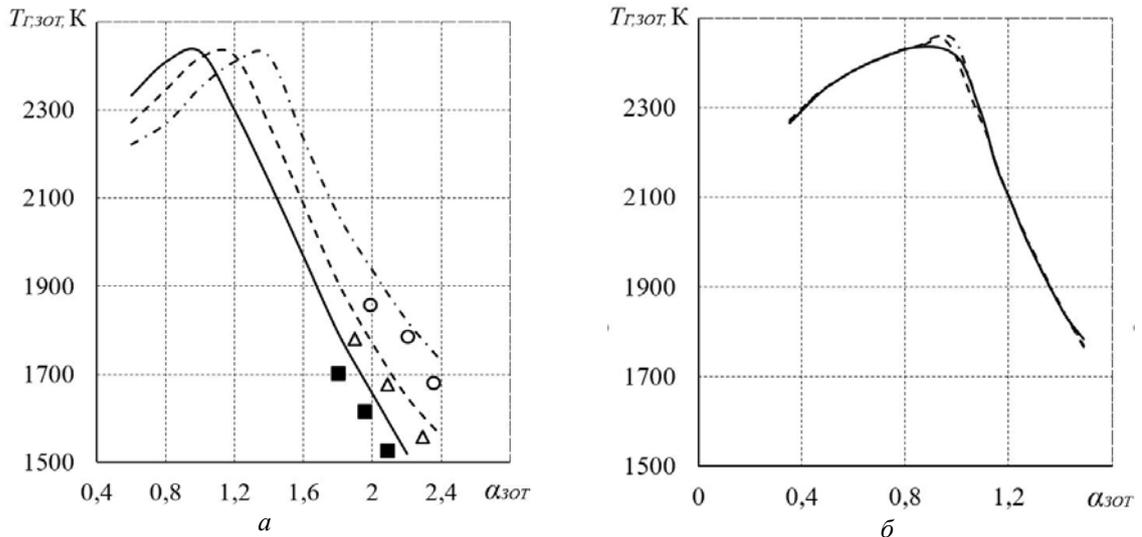


Рис. 6. Зависимости температуры горения от состава смеси в зоне обратных токов при разных углах крутки струи, начальная температура смеси  $T_{ЗАВ} = 473$  К:

а – с учётом зависимости полноты сгорания в зоне обратных токов от степени крутки потока, где: экспериментальные данные [17]:  $\blacksquare$  –  $\phi = 60^\circ$ ;  $\blacktriangle$  –  $\phi = 45^\circ$ ;  $\bigcirc$  –  $\phi = 30^\circ$ ;

расчёт: — — —  $\phi = 60^\circ$ ; - - -  $\phi = 45^\circ$ ; - · - ·  $\phi = 30^\circ$ ;

б – при условии независимости от крутки потока полноты сгорания в зоне обратных токов

Зависимость температуры горения от коэффициента избытка воздуха  $T_{Г,ЗОТ} = f(\alpha_{ЗОТ})$  представлена на рис. 6. Она соответствует общепринятым зависимостям, где максимальная температура достигается при  $\alpha_{ЗОТ} \approx 1$ , а в «бедной» и «богатой» областях наблюдается её снижение.

Зависимость температуры горения от крутки потока повторяет описание для полноты сгорания. При высокой полноте сгорания наблюдается высокая температура горения и наоборот. Таким образом, вследствие разбавления топливо-воздушной смеси эжектированным воздухом при закрутке изменяется коэффициент избытка воздуха, состав смеси и полнота, тем самым внося влияние на температуру горения. Увеличение угла закрутки приводит к снижению температуры горения в области горения при  $\alpha_{ЗОТ} > 1$ , и, наоборот, к увеличению температуры при  $\alpha_{ЗОТ} < 1$  (рис. 6, а).

На рис. 6, б представлены расчётные значения  $T_{Г,ЗОТ}$  при условии постоянства полноты сгорания  $\eta_{Г} = 0,9$  в ЗОТ. Без учёта влияния крутки на полноту сгорания расчётные значения  $T_{Г,ЗОТ}$  для разных углов крутки практически совпадают, что не соответствует экспериментальным данным. Следовательно, в расчётах необходимо учитывать изменение полноты сгорания в ЗОТ, связанное с влиянием эжекционной способности закрученной струи. Можно отметить, что закрутка струи в целом вносит существенное влияние на процесс горения в камерах сгорания.

### Расчёт эмиссии $\text{NO}_x$ в зоне обратных токов

Для определения эмиссии  $\text{NO}_x$  существует множество моделей авторов: Lefebvre A.H., Odgers J., Lewis G.D., Bakken L.E., Diehl L.A., Лукачев С.В и др. Среди различных моделей хорошо себя показала упрощённая зависимость, полученная на основе термического механизма Я.Б. Зельдовича [12]:

$$\text{NO}_x = 37 \cdot 10^{11} \sqrt{\text{O}_2} \text{N}_2 e^{-\frac{65000}{T_{Г,ЗОТ}}} \sqrt{\frac{P_0}{T_{Г,ЗОТ}}} t, \quad (20)$$

где  $t = \frac{V_{ЗОТ} \rho_{Г}}{G_{ЗОТ}}$  – время пребывания газовой смеси в зоне обратных токов,  $\text{NO}_x$ ;  $\text{N}_2$  и  $\text{O}_2$  – мгновенные концентрации компонентов газовой смеси.

Полнота сгорания и температура горения изменяются в зависимости от степени крутки потока за завихрителем, что повлияет и на эмиссию  $\text{NO}_x$  вследствие термического механизма его образования. На рис. 7 представлены результаты расчётов зависимости  $\text{NO}_x = f(\alpha)$ , которые сопоставлены с границами изменения эмиссии для однородной и неоднородных смесей (по данным работы [18]).

С целью выявления влияния неоднородности смеси были проведены расчётные исследования эмиссии  $\text{NO}_x$  для закрученной струи с различной круткой, что соответствовало различной степени неоднородности смеси, истекающей из завихрителей. С увеличением крутки струи скорость смешения возрастает, т.е. смесь становится более однородной и протекание кривой  $\text{NO}_x = f(\alpha_{ЗОТ})$  приближается к характеру, соответствующему горению однородных смесей. Очевидно, этот факт связан с тем, что при малых крутках в ЗОТ недостаточный уровень турбулентности и соответственно смешения, вследствие чего в зоне горения имеются локальные зоны с переобогащёнными составами, которые способствуют смещению максимального значения  $\text{NO}_x$  в обеднённую область, где  $\alpha > 1,0$ .

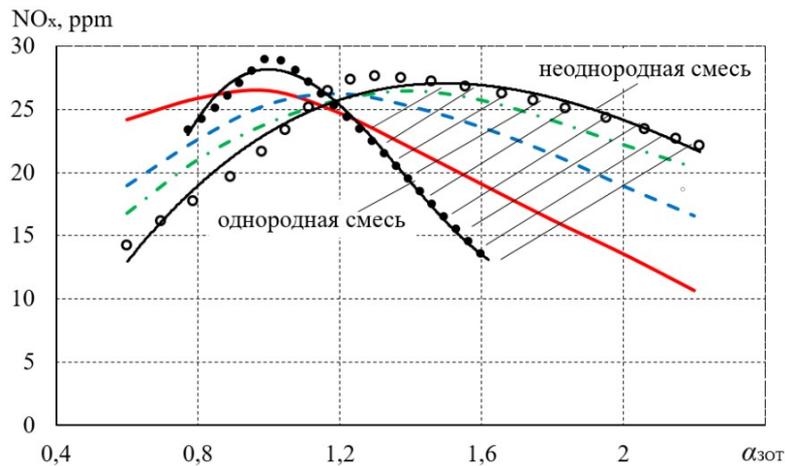


Рис. 7. Зависимость концентрации оксидов азота от состава смеси в зоне обратных токов за завихрителем с начальной температурой смеси  $T_{зав} = 473 \text{ K}$  и давлением  $P_0 = 10^5 \text{ Па}$ ,

обобщённые экспериментальные данные [18]:

- – подготовленная смесь природного газа и воздуха; ○ – диффузионный факел природного газа;
- расчёт: — — —  $\varphi = 60^\circ$ ; - - -  $\varphi = 45^\circ$ ; - - -  $\varphi = 30^\circ$

Необходимо отметить, что при горении хорошо перемешанных стехиометрических смесей возможно увеличение выбросов  $\text{NO}_x$  по сравнению с неоднородными составами и наоборот – при горении обеднённых однородных смесей достигается значительное уменьшение эмиссии  $\text{NO}_x$ . При сжигании неоднородной смеси существуют зоны с переобогащёнными составами смеси, в которых отсутствует кислород, что затрудняет выделение  $\text{NO}_x$ . Сочетание этих двух методов сжигания топлива часто используется на практике для уменьшения эмиссии азота в реальных камерах сгорания. На рис. 8 представлена схема работы камеры сгорания двигателя CFM-56, реализующая концепцию LPP (Lean Premixed Prevaporized) с применением системы TAPS (Twin Annular Premixed Swirler).

У такой камеры сгорания концентрически завихрителю расположены форсунки с двумя зонами горения. Первая зона обеспечивает подачу топлива и смешение его с большим количеством закрученного воздуха (бедное горение), а вторая поддерживает горение за счёт дежурного факела (богатое горение), что особенно важно при режимах малой тяги.

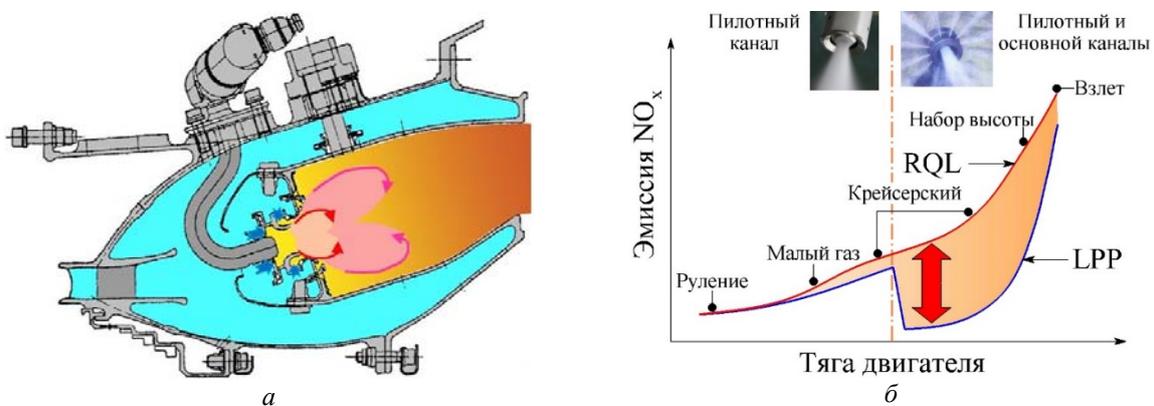


Рис. 8. Схема организации горения по схеме LPP в концепции LDI (Lean Direct Injection): а – камера сгорания двигателя CFM-56; б – эмиссия  $\text{NO}_x$  для различных режимов работы камеры сгорания с применением системы TAPS

Работа такой камеры осуществляется при подаче 70% воздуха во фронтное устройство. При работе двигателя на малой тяге, малых оборотах происходит горение однородной смеси. Увеличение оборотов двигателя приводит к включению основных многорасходных форсунок и горению неоднородной смеси в более «богатой области», что позволяет резко снизить выбросы  $\text{NO}_x$ .

### Выводы

На основе теории смешения описаны зависимости для определения состава топливо-воздушной смеси в зоне обратных токов. Рассчитанный состав смеси определяет нормальную скорость горения, что в совокупности с теорией поверхностного распространения пламени в турбулентном потоке позволило получить зависимости для расчёта полноты сгорания в ЗОТ. Полнота сгорания определяет температуру горения, а последняя, в свою очередь, эмиссии оксидов азота.

Предложенная методика предназначена для расчёта процессов горения и эмиссии в условиях работы кольцевой, трубчатой и трубчато-кольцевой камер сгорания в широком диапазоне рабочих режимов. В качестве фронтного устройства камеры сгорания рассмотрена возможность установки осевого лопаточного завихрителя, но данная методика может быть применена и для более сложных конструкций, с учётом однонаправленного и в том числе разнонаправленного движений закрученных потоков, при условии дополнительных доработок зависимостей.

### Библиографический список

1. Gupta A.K. Modulated swirl combustor // 2nd European Symposium on Combustion (September, 1-5, 1975, Orleans, France).
2. Мингазов Б.Г. Камеры сгорания газотурбинных двигателей: конструкция, моделирование процессов и расчёт: учеб. пособие. Казань: Казанский государственный технический университет, 2006. 220 с.
3. Лефевр А. Процессы в камерах сгорания ГТД. М.: Мир, 1986. 566 с.
4. Основы практической теории горения: учеб. пособие / под ред. В.В. Померанцева. Л.: Энергоатомиздат. Ленингр. отд-ние, 1986. 312 с.
5. Сулаиман А.И., Александров Ю.Б., Мингазов Б.Г., Нгуен Т.Д. Исследование смешения потоков за фронтным устройством камеры сгорания газотурбинных двигателей // Известия высших учебных заведений. Авиационная техника. 2019. № 2. С. 102-107.
6. Хакер Д.С. Модель стабилизации пламени в закрученном потоке, основанная на упрощённой теории пути смешения // Ракетная техника и космонавтика. 1974. Т. 12, № 1. С. 78-86.
7. Костерин В.А. и др. Стабилизация пламени в потоке системами струй // Труды КАИ «Авиационные двигатели». Вып. 167. Казань: КАИ, 1974. С. 113-118.
8. Дорошенко В.Е. О процессе горения в камере газотурбинного двигателя // Третье всесоюзное совещание по теории горения. Т. 2. М.: АН СССР, 1960. С. 262-269.
9. Damkohler G. NASA technical memorandum. 1947.
10. Щелкин К.И., Трошин Я.К. Газодинамика горения. М.: Изд-во АН СССР, 1963. 254 с.
11. Ильяшенко С.М., Талантов А.В. Теория и расчёт прямоточных камер сгорания. М.: Машиностроение, 1964. 306 с.
12. Зельдович Я.Б. К теории теплонапряжённости протекания изотермической реакции в струе. I // Журнал технической физики. 1941. Т. 11, № 6. С. 493-500.

13. Metghalchi M., Keck J.C. Burning velocities of mixtures of air with methanol, isoootane, and indolent at high pressure and temperature // *Combustion and Flame*. 1982. V. 48. P. 191-210. DOI: 10.1016/0010-2180(82)90127-4

14. Лукачѐв С.В., Матвеев С.Г., Зубрилин И.А., Сигидаев А.В. Определение зависимости скорости распространения ламинарного пламени от давления и начальной температуры при горении метана // *Вестник Самарского университета. Аэрокосмическая техника, технологии и машиностроение*. 2016. Т. 15, № 4. С. 224-234. DOI: 10.18287/2541-7533-2016-15-4-224-234

15. Konnov A.A. The temperature and pressure dependences of the laminar burning velocity: experiments and modelling // *Proceedings of the European Combustion Meeting (March 30-April 2, 2015, Budapest, Hungary)*.

16. Смородин Ф.К., Лукьянов В.И., Смородин И.Ф. Диагностика процесса взаимодействия газовой струи с обрабатываемой поверхностью оптическим корреляционным методом // *Известия высших учебных заведений. Авиационная техника*. 2003. № 1. С. 44-46.

17. Мингазов Б.Г., Александров Ю.Б., Костерин А.В., Токмовцев Ю.В. Процессы горения и автоматизированное проектирование камер сгорания ГТД и ГТУ: учеб. пособие. Казань: Изд-во КНИТУ-КАИ, 2015. 159 с.

18. Канило П.М., Подгорный А.Н., Христин В.А. Энергетические и экологические характеристики ГТД при использовании углеводородных топлив и водорода. Киев: Наукова думка, 1987. 222 с.

## DETERMINATION OF COMPLETENESS OF COMBUSTION, TEMPERATURE AND EMISSION CHARACTERISTICS IN A SWIRL FLOW BASED ON THE THEORY OF TURBULENT COMBUSTION

© 2024

**Yu. B. Aleksandrov** Candidate of Science (Chemistry), Associate Professor of the Department of Jet Engines and Power Plants;  
Kazan National Research Technical University  
named after A.N. Tupolev, Kazan, Russian Federation;  
[alexwischen@rambler.ru](mailto:alexwischen@rambler.ru)

**B. G. Mingazov** Doctor of Science (Engineering), Professor, Department of Jet Engines and Power Plants;  
Kazan National Research Technical University  
named after A.N. Tupolev, Kazan, Russian Federation;  
[bgmingazov@kai.ru](mailto:bgmingazov@kai.ru)

A study of combustion characteristics in a swirling jet was carried out from the perspective of the theory of turbulent combustion. Particular attention is paid to the reverse-flow area formed from the vane swirler. Based on the known composition of the mixture, the parameters of the speed of propagation of the flame front, completeness of combustion, temperature and emission of nitrogen oxides are successively determined. The created analytical technique was tested in the combustion range of inhomogeneous and homogeneous mixtures. Calculations showed the dependence of emission on the mixing parameters.

*Swirling jet; mixing ratio; normal and turbulent combustion rates; combustion completeness and temperature*

---

*Citation:* Aleksandrov Yu.B., Mingazov B.G. Determination of completeness of combustion, temperature and emission characteristics in a swirl flow based on the theory of turbulent combustion. *Vestnik of Samara University. Aerospace and Mechanical Engineering*. 2024. V. 23, no. 1. P. 123-136. DOI: 10.18287/2541-7533-2024-23-1-123-136

## References

1. Gupta A.K. Modulated swirl combustor. *2nd European Symposium on Combustion (September, 1-5, 1975, Orleans, France)*.
2. Mingazov B.G. *Kamery sgoraniya gazoturbinykh dvigateley: konstruktziya, modelirovanie protsessov i raschet: ucheb. posobie* [Combustion chambers of gas turbine engines. Design, simulation and calculation: Tutorial]. Kazan: Kazan National Research Technical University Publ., 2006. 220 p.
3. Lefebvre A.H. Gas turbine combustion. Hemisphere Pub. Corp., 1983. 531 p.
4. *Osnovy prakticheskoy teorii goreniya: ucheb. posobie / pod red. V.V. Pomerantseva* [Fundamentals of the practical theory of combustion]. Leningrad: Energoatomizdat. Leningradskoe Otdelenie Publ., 1986. 312 p.
5. Sulaiman A.I., Mingazov B.G., Aleksandrov Y.B., Nguyen T.D. Investigation of the flow mixing behind the flame tube head of a combustion chamber in a gas turbine engine. *Russian Aeronautics*. 2019. V. 62, Iss. 2. P. 281-286. DOI: 10.3103/S1068799819030267
6. Hacker D.S. A simplified mixing length model of flame stability in swirling combustion. *AIAA Journal*. 1974. V. 12, Iss. 1. P. 65-71. DOI: 10.2514/3.49154
7. Kosterin V.A. et al. Stabilizatsiya plameni v potoke sistemami struy. *Trudy KAI «Aviatsionnye Dvigateli»*. Iss. 167. Kazan: KAI Publ., 1974. P. 113-118. (In Russ.)
8. Doroshenko V.E. O protsesse goreniya v kamere gazoturbinnogo dvigatelya. *Tret'e Vsesoyuznoe Soveshchanie po Teorii Goreniya*. V. 2. Moscow: AN SSSR Publ., 1960. P. 262-269. (In Russ.)
9. Damkohler G. NASA technical memorandum. 1947.
10. Shchelkin K.I., Troshin Ya.K. *Gazodinamika goreniya* [Combustion gas dynamics]. Moscow: AN SSSR Publ., 1963. 254 p.
11. Il'yashenko S.M., Talantov A.V. *Teoriya i raschet pryamotoknykh kamer sgoraniya: ucheb. posobie* [Theory and calculation of direct-flow combustion chambers]. Moscow: Mashinostroenie Publ., 1964. 306 p.
12. Zeldovich Ya.B. Theory of heat density of an isothermal reaction in a jet. I. *Zhurnal Tekhnicheskoy Fiziki*. 941. V. 11, no. 6. P. 493-500. (In Russ.)
13. Metghalchi M., Keck J.C. Burning velocities of mixtures of air with methanol, isoctane, and indolent at high pressure and temperature. *Combustion and Flame*. 1982. V. 48. P. 191-210. DOI: 10.1016/0010-2180(82)90127-4
14. Lukachev S.V., Matveev S.G., Zubrilin I.A., Sigidaev A.V. Dependence of methane laminar flame propagation speed on the pressure and initial temperature. *Vestnik of Samara University. Aerospace and Mechanical Engineering*. 2016. V. 15, no. 4. P. 224-234. (In Russ.). DOI: 10.18287/2541-7533-2016-15-4-224-234
15. Konnov A.A. The temperature and pressure dependences of the laminar burning velocity: experiments and modelling. *Proceedings of the European Combustion Meeting (March 30-April 2, 2015, Budapest, Hungary)*.
16. Smorodin F.K., Lyk'yanov V.I., Smorodin I.F. Diagnostics of interaction between a gas jet and a machined surface using the optical correlation technique. *Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedenij. Aviatsionnaya Tekhnika*. 2003. No. 1. P. 44-46. (In Russ.)
17. Mingazov B.G., Aleksandrov Yu.B., Kosterin A.V., Tokmovtsev Yu.V. *Protsessy goreniya i avtomatizirovannoe proektirovanie kamer sgoraniya GTD i GTU: ucheb. posobie* [Combustion processes and computer-aided design of combustion chambers for gas turbine engines and gas turbines: textbook]. Kazan: KNRTU-KAI Publ., 2015. 159 p.
18. Kanilo P.M., Podgornyy A.N., Khristich V.A. *Energeticheskie i ekologicheskie kharakteristiki GTD pri ispol'zovanii uglevodorodnykh topliv i vodoroda* [Energy and environmental characteristics of gas turbine engines using hydrocarbon fuels and hydrogen]. Kiev: Naukova Dumka Publ., 1987. 222 p.

## ВЛИЯНИЕ ДОБАВОК HF И ER НА ФОРМИРОВАНИЕ МЕХАНИЧЕСКИХ СВОЙСТВ И МИКРОСТРУКТУРЫ В СПЛАВАХ СИСТЕМЫ AL-MG-SC-ZR

© 2024

- Е. В. Арышенский** доктор технических наук, PhD, ведущий научный сотрудник ОНИЛ-4; Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва; старший научный сотрудник научно-исследовательской лаборатории электронной микроскопии и обработки изображений; Сибирский государственный индустриальный университет, г. Новокузнецк; [arishenskiy\\_ev@sibsiu.ru](mailto:arishenskiy_ev@sibsiu.ru)
- В. Ю. Арышенский** доктор технических наук, главный научный сотрудник ОНИЛ-4; Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва; [arysh54@mail.ru](mailto:arysh54@mail.ru)
- А. А. Рагазин** аспирант кафедры технологии металлов и авиационного материаловедения, инженер ОНИЛ-4; Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва; [aleksander\\_ragazin@samara-metallurg.ru](mailto:aleksander_ragazin@samara-metallurg.ru)
- Д. Ю. Распосиенко** кандидат технических наук, ведущий научный сотрудник, заведующий лабораторией цветных сплавов; Институт физики металлов имени М.Н. Михеева Уральского отделения Российской академии наук, г. Екатеринбург; [gasposienko@imp.uran.ru](mailto:gasposienko@imp.uran.ru)
- Ф. В. Гречников** академик РАН, доктор технических наук, заведующий кафедрой обработки металлов давлением; Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва; [gretch@ssau.ru](mailto:gretch@ssau.ru)
- В. В. Макаров** научный сотрудник; Институт физики металлов имени М.Н. Михеева Уральского отделения Российской академии наук, г. Екатеринбург; младший научный сотрудник ОНИЛ-4; Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва; [makarov@imp.uran.ru](mailto:makarov@imp.uran.ru)
- С. В. Коновалов** доктор технических наук, главный научный сотрудник ОНИЛ-4; Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва; проректор по научной и инновационной деятельности; Сибирский государственный индустриальный университет, г. Новокузнецк; [konovalov@sibsiu.ru](mailto:konovalov@sibsiu.ru)

Изучено влияние режимов отжига холоднокатаной ленты из сплавов 1580 и 1590 на формирование в них зеренной структуры и механических свойств. Сплав 1590 отличается от 1580 наличием гафниевых, эрбиевых добавок. Образцы из этих сплавов получали литьем в стальной кокиль, после чего проводили их гомогенизацию при температуре 440°C в течение 4 часов. Затем образцы отправлялись на горячую прокатку при температуре 440°C, следом проводилась холодная прокатка до 2 мм, суммарный процент обжатия при которой был равен 66%. Холоднокатаную ленту отжигали в температурных интервалах от 330 до 440°C с выдержкой в 1 час. В гомогенизированном состоянии с помощью просвечивающей микроскопии исследовались размеры и морфология упрочняющих наночастиц  $Al_3Sc$ . В холоднокатаном и отожженном состоянии определялись механические свойства и зеренная структура. В ходе гомогенизирующего отжига в сплаве 1590 образуются более мелкодисперсные упрочняющие наночастицы, чем в сплаве 1580. Такие особенности микроструктуры можно объяснить наличием эрбия, способствующего формированию

дополнительных зародышей наночастиц типа  $Al_3Sc$ , и гафния, препятствующего их дальнейшему росту. В обоих сплавах после холодной прокатки и заключительных отжигов выявлена нерекристаллизованная структура. Механические свойства лучше у сплава 1590 вне зависимости от температуры отжига, что объясняется большим количеством и меньшими размерами упрочняющих наночастиц.

*Алюминий; гафний; эрбий; горячая прокатка; микроструктура; интерметаллиды*

**Цитирование:** Арышенский Е.В., Арышенский В.Ю., Рагазин А.А., Распосиенко Д.Ю., Гречников Ф.В., Макаров В.В., Коновалов С.В. Влияние добавок Hf и Er на формирование механических свойств и микроструктуры в сплавах системы AL-MG-SC-ZR // Вестник Самарского университета. Аэрокосмическая техника, технологии и машиностроение. 2024. Т. 23, № 1. С. 137-146. DOI: 10.18287/2541-7533-2024-23-1-137-146

## Введение

Алюминиевые сплавы являются одними из наиболее широко используемых материалов в различных отраслях промышленности благодаря их легкости, прочности и хорошей коррозионной стойкости [1 – 3]. Добавление в алюминий магния ведет к существенному росту прочностных свойств [4], что делает сплавы системы Al-Mg очень востребованными в транспортной и аэрокосмической промышленности [5]. Дополнительного улучшения прочностных свойств можно добиться за счет введения малых скандиевых добавок. Скандий способствует измельчению литой структуры и формированию упрочняющих наноразмерных частиц типа  $Al_3Sc$  [6]. Дополнительно повысить эффективность скандиевого легирования можно добавками циркония, который повышает эффект измельчения зерна при литье, а также способствует термостабилизации наночастиц  $Al_3Sc$  [7]. Недавние исследования показали [5], что дополнительно повысить эффективность использования Sc можно также с помощью малых добавок Hf и Er. Первый, так же как и цирконий, термостабилизирует частицы  $Al_3Sc$  и повышает эффективность модификации литой структуры [9; 10]. Второй способствует образованию дополнительного количества частиц  $Al_3Sc$ , образуя ядро типа  $Al_3Er$ , вокруг которого формируется оболочка из скандия [11 – 13]. Недавно разработанный сплав высокомагнийевый 1590, содержащий кроме скандия цирконий, гафний и эрбий, уже показал высокие прочностные характеристики после гомогенизации. Однако не существует исследований его свойств в холоднокатаном и отожженном состоянии и обоснования их связи с упрочняющими наночастицами. Кроме того, не изучено влияние эрбия и гафния на количество и размер упрочняющих частиц в данном сплаве. Решение этих вопросов является основной целью настоящей работы.

## Методика эксперимента

Для исследования были отлиты сплавы 1590 и 1580 (табл. 1). Основное отличие данных сплавов заключается в том, что 1590 кроме скандия и циркония также содержит эрбий и гафний. Таким образом, сравнение данных сплавов позволит оценить влияние малых добавок эрбия и гафния на микроструктуру и механические свойства. Элементный состав определялся спектральным методом на атомно-эмиссионном спектрометре ARL 3460.

Таблица 1. Химический состав исследуемых сплавов

Сплав	Массовая доля элемента, %											
	Si	Fe	Cu	Mn	Mg	Cr	Zn	Ti	Sc	Zr	Er	Hf
1590	0,04	0,07	0,01	0,41	5,57	0,01	0,22	0,01	0,141	0,102	0,109	0,051
1580	0,08	0,13	0,08	0,58	5,28	0,13	0,02	0,03	0,13	0,098	–	–

Экспериментальная плавка проводилась в среднечастотной индукционной печи с помощью графитового тигеля. Масса полученного расплава составила 4-5 кг, а масса литого слитка – 3 кг. В качестве шихты были следующие материалы: алюминий А85, первичный магний МГ90, цинк Ц1, лигатуры Al-Sc2, Al-Zr5, Al-Mn10, Al-Er5, Al-Hf2. Лигатуры вводили в температурном диапазоне 770-790°C, и смесь подвергали воздействию в течение 5 минут для лучшего усвоения. Присадка магния и цинка осуществлялась после охлаждения расплава до температуры 740°C. После присадки всех легирующих компонентов удаляли шлак с поверхности расплавленного металла и отбирали пробу для определения химического состава сплава. Перед заливкой расплава в стальной кокиль металл рафинировали карналлитовым флюсом для очистки расплавов от неметаллических и водородных включений. Флюс вводили из расчета 5 г на 1 кг шихты. После затвердевания слиток извлекали из кокиля и охлаждали в воде.

Далее слитки подвергали гомогенизационному отжигу в муфельной печи при температуре 440°C в течение 4 часов. Исследование дисперсоидов проводили методами просвечивающей электронной микроскопии на оборудовании центра коллективного пользования «Испытательный центр нанотехнологий и перспективных материалов» с помощью микроскопа высокого разрешения Tecnai G2 30 Twin, оснащённом системой энергодисперсионного рентгеноанализа EDAX, при ускоряющем напряжении 300 кВ с использованием стандартных методик: светлопольных, темнопольных изображений и электронной микродифракции.

Прокатка слитков производилась на реверсивном прокатном стане. Сначала слитки прокатывали горячим способом при температуре 440°C, потом холодным с суммарным обжатием 66%, затем отжигали в температурных интервалах от 330°C до 440°C с выдержкой в 1 час. После этого для всех режимов отжига, а также после холодной прокатки изучались зеренная структура и механические свойства. Зеренная структура исследовалась с помощью оптического микроскопа Carl Zeiss Axiovert- 40 MAT. Механические свойства исследуемых алюминиевых сплавов определялись испытаниями на одноосное растяжение при комнатной температуре в соответствии с ISO 6892-1.

### Результаты и обсуждение

$\beta$ -фаза является важным фактором, влияющим на пластичность сплавов с высоким содержанием магния. Её выделения на границах зёрен значительно снижают пластичность данного типа материалов. Обычно чем больше магния, тем больше содержание  $\beta$ -фазы. На рис. 1 показано содержание  $\beta$ -фазы в сплавах с высоким содержанием магния в литом состоянии в зависимости от термической обработки.

После гомогенизационного отжига при температуре 440°C в течение 4 часов в сплаве 1590 наблюдается формирование равноосных наночастиц  $Al_3(Sc, Zr)$  диаметром до 15-20 нм, также при данной температуре отжига происходит выделение  $Al_6Mn$  в виде пластин длиной до 150 нм (рис. 1). Частицы  $Al_6Mn$  характеризуются неравномерным распределением в объёме образца, что, по-видимому, связано преимущественно гетерогенным выделением фазы по дислокациям и малоугловым границам.

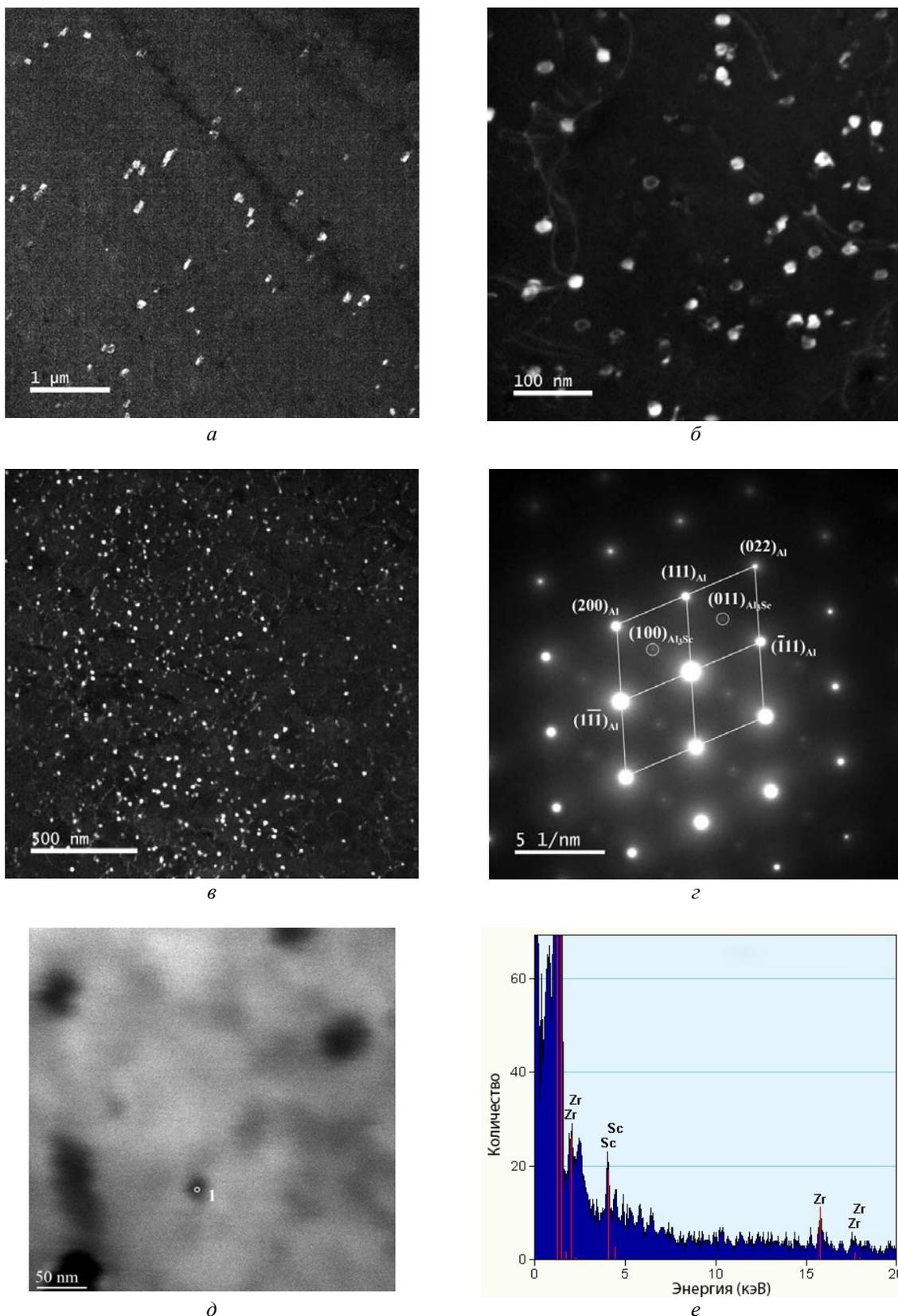


Рис. 1. Электронно-микроскопические изображения микроструктуры образца сплава 1590 после отжига 440°C, 4 ч:

а – светлопольное изображение; б, в – темнопольные изображения в рефлексах; г – микроэлектроннограмма; д – светлопольное изображение в режиме сканирования на просвет (STEM); е – спектр характеристического излучения в точке 1 на рисунке д

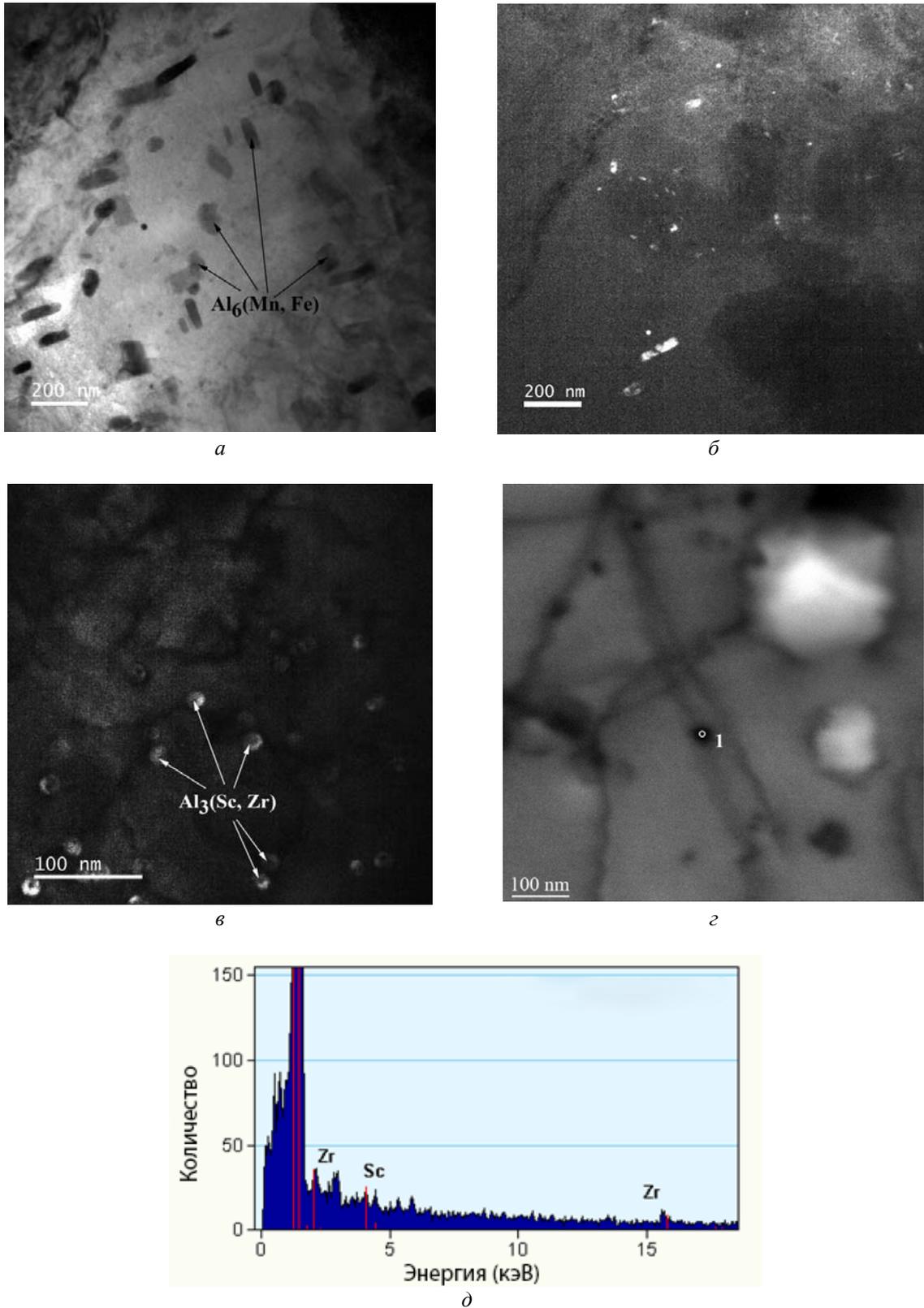


Рис. 2. Электронно-микроскопические изображения микроструктуры образца сплава 1580 – 440°C, 4 часа: а – светлопольное изображение; б, в – темнопольные изображения в рефлексах; г – светлопольное изображение в режиме сканирования на просвет (STEM); д – спектр характеристического излучения в точке 1 на рисунке г

После термической обработки при температуре 440°C в течение 4 часов, в сплаве 1580 так же как и в сплаве 1590, выявлены частицы  $Al_3(Sc, Zr)$ , которые характеризуются равноосной формой и средним диаметром до 30 нм, что в 1,5 раза больше, чем в сплаве 1590 (рис. 2). Так же как и в сплаве 1590, на изображениях микроструктуры наблюдаются частицы  $Al_6Mn$  длиной 100-150 нм и шириной до 40 нм.

Хотя гафний и эрбий не были напрямую обнаружены в дисперсоидах, об их наличии можно судить по косвенным признакам. Во-первых, по большому количеству частиц в сплаве 1590 по сравнению со сплавом 1580, что может быть следствием образования большего количества зародышей вследствие легирования эрбием. Кроме того, размеры нанодисперсных частиц в сплаве 1590 меньше, чем в сплаве 1580. Это может быть объяснено влиянием гафния, создающего термостабилизирующую оболочку, замедляющую рост данных частиц [10]. То, что эрбий и гафний не обнаружены непосредственно в результате EDS-анализа наночастиц, может объясняться малыми размерами самих частиц, а также тем, что характеристический спектр эрбия и гафния близок к другим переходным элементам и может сливаться с ними. Для обнаружения данных элементов и исследования их распределения внутри частиц следует применять более точные методы, например атомную томографию.

На рис. 3 представлена микроструктура холоднокатаных образцов и после термической обработки 440°C – 1 час.

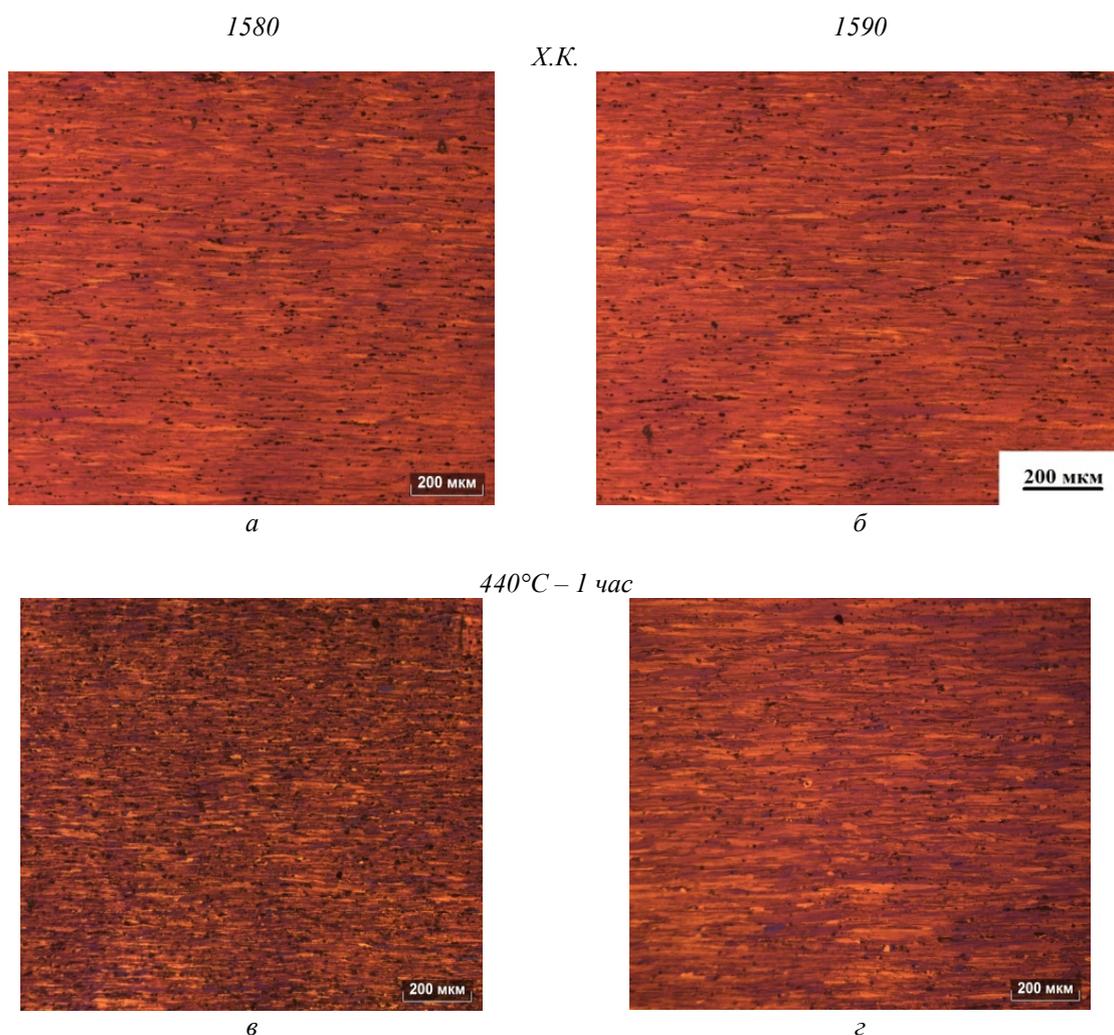


Рис. 3. Микроструктура полос сплавов в холоднокатаном состоянии (а – 1580, б – 1590) и после отжига 440°C – 1 час (в – 1580, г – 1590)

В обоих сплавах во всех исследуемых состояниях наблюдается нерекристаллизованная структура (рис. 4). Это в первую очередь объясняется действием частиц  $Al_3Sc$ , которые, как известно, эффективно блокируют рекристаллизацию в алюминиевых сплавах [14]. Сохранение нерекристаллизованной структуры в сплавах 1590 и 1580 подтверждает высокую термостабильность нанодисперстных интерметаллидов в обоих сплавах.

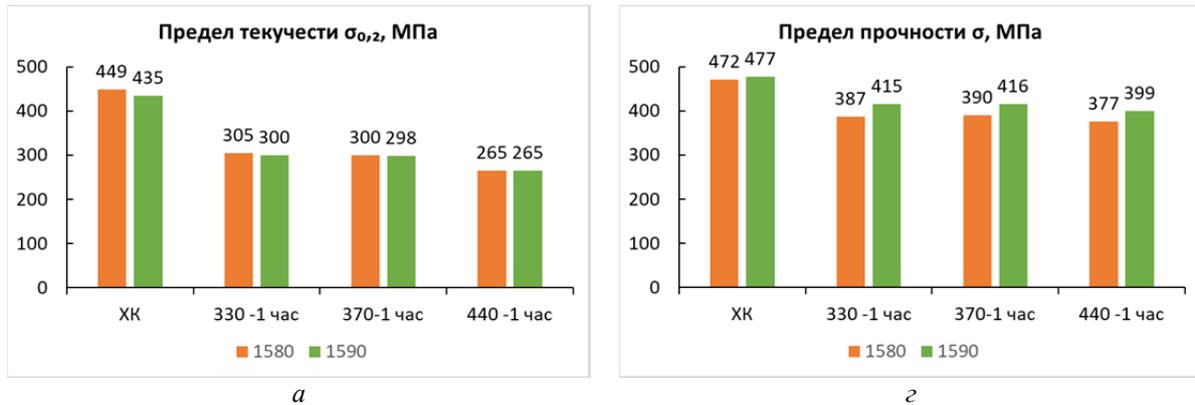


Рис. 4. Механические свойства:

а – предел текучести  $\sigma_{0,2}$ ; б – предел прочности  $\sigma$  в холоднокатаном состоянии и после отжига в интервале температуры 330...370°C

В холоднокатаном состоянии в сплавах 1580 и 1590 наблюдаются максимальные значения предела прочности: 477 МПа (сплав 1590) и 472 МПа (сплав 1580) и предела текучести: 435 МПа (сплав 1590) и 449 МПа (сплав 1580). Схожесть в значениях прочностных свойств в холоднокатаном состоянии объясняется высокой степенью нагартовки (отметим, что относительное удлинение для обоих сплавов невелико и не превышает 3%). Поэтому упрочнение (при данных размерах частиц) основано на механизме Орована [16] и практически не успевае реализовать, т. к. образец быстро разрушается. При более высоких температурах отжига наблюдается преимущество сплава 1590 над сплавом 1580, заключающееся в более высоком пределе прочности. Основное объяснение наблюдаемой картины – большая дисперсность и меньший размер частиц в сплаве 1590.

## Выводы

Представленные исследования показали, что после проведения гомогенизации в сплавах марок 1580 и 1590 выявлены упрочняющие наночастицы  $Al_3Sc$ . Установлено, что в сплаве 1590 плотность распределения частиц  $Al_3(ScZr)$  выше, а размер частиц в 1,5 раза меньше, чем у сплава 1580. Увеличение количества частиц можно объяснить добавками эрбия, а сохранение их высокой дисперсности действием гафния. Кроме того, в обоих сплавах выявлены частицы в виде пластин  $Al_6Mn$  одинакового размера.

В обоих сплавах при всех режимах обработки наблюдаются нерекристаллизованные структуры, что говорит о термической стабильности наночастиц  $Al_3(ScZr)$ . В холоднокатаном состоянии у сплавов наблюдаются практически одинаковые прочностные свойства. В отожжённом состоянии предел прочности у сплава 1590 выше, чем у сплава 1580 при всех режимах его термической обработки.

Исследование выполнено за счёт гранта Российского научного фонда № 22-19-00810, <https://rscf.ru/project/22-19-00810/>

### **Библиографический список**

1. Du H., Zhang S., Zhang B., Tao X., Yao Z., Belov N., van der Zwaag S., Liu Z. Ca-modified Al-Mg-Sc alloy with high strength at elevated temperatures due to a hierarchical microstructure // *Journal of Materials Science*. 2021. V. 56. P. 16145-16157. DOI: 10.1007/s10853-021-06310-5
2. Savchenkov S., Kosov Ya., Bazhin V., Krylov K., Kawalla R. Microstructural master alloys features of aluminum-erbium system // *Crystals*. 2021. V. 11, Iss. 11. DOI: 10.3390/cryst11111353
3. Зорин И.А., Дриц А.М., Арышенский Е.В., Коновалов С.В., Гречников Ф.В., Комаров В.С. Влияние переходных металлов на микроструктурную композицию алюминиевых сплавов в литом состоянии // *Фундаментальные проблемы современного материаловедения*. 2022. Т. 19, № 4. С. 520-531. DOI: 10.25712/ASTU.1811-1416.2022.04.011
4. Blankenship C.P., Starke E.A., Hornbogen E. Microstructure and properties of aluminum alloys // *Microstructure and Properties of Materials*. P. 1-49. DOI: 10.1142/9789814261326\_0001
5. Арышенский Е.В., Арышенский В.Ю., Дриц А.М., Гречников Ф.В., Рагазин А.А. Влияние режимов термической обработки на механические свойства алюминиевых сплавов 1570, 1580 и 1590 // *Вестник Самарского университета. Аэрокосмическая техника, технологии и машиностроение*. 2022. Т. 21, № 4. С. 76-87. DOI: 10.18287/2541-7533-2022-21-4-76-87
6. Захаров В.В. Влияние скандия на структуру и свойства алюминиевых сплавов // *Металловедение и термическая обработка металлов*. 2003. № 7. С. 7-15.
7. Захаров В.В. О совместном легировании алюминиевых сплавов скандием и цирконием // *Металловедение и термическая обработка металлов*. 2014. № 6 (708). С. 3-8.
8. Соседков С.М., Дриц А.М., Арышенский В.Ю., Яшин В.В. Деформационное упрочнение плит из сплавов 1565ч, АМг6, 01570 и 1580 при холодной прокатке // *Технология лёгких сплавов*. 2020. № 1. С. 39-43.
9. Hallem H., Forbord B., Marthinsen K. Investigation of Al-Fe-Si alloys with additions of Hf, Sc and Zr // *Materials Forum*. 2004. V. 28. P. 825-831.
10. Hallem H., Lefebvre W., Forbord B., Danoix F., Marthinsen K. The formation of Al<sub>3</sub>(Sc<sub>x</sub>Zr<sub>y</sub>Hf<sub>1-x-y</sub>)-dispersoids in aluminium alloys // *Materials Science and Engineering: A*. 2006. V. 421, Iss. 1-2. P. 154-160. DOI: 10.1016/j.msea.2005.11.063
11. Booth-Morrison C., Dunand D.C., Seidman D.N. Coarsening resistance at 400°C of precipitation-strengthened Al-Zr-Sc-Er alloys // *Acta Materialia*. 2011. V. 59, Iss. 18. P. 7029-7042. DOI: 10.1016/j.actamat.2011.07.057
12. Karnesky R.A., Dunand D.C., Seidman D.N. Evolution of nanoscale precipitates in Al microalloyed with Sc and Er // *Acta Materialia*. 2009. V. 57, Iss. 14. P. 4022-4031. DOI: 10.1016/j.actamat.2009.04.034
13. Liu X., Wang Q., Zhao C., Li H., Wang M., Chen D., Wang H. Formation of ordered precipitates in Al-Sc-Er-(Si/Zr) alloy from first-principles study // *Journal of Rare Earths*. 2021. V. 39, Iss. 5. P. 609-620. DOI: 10.1016/j.jre.2020.08.005
14. Röyset J., Ryum N. Scandium in aluminium alloys // *International Materials Reviews*. 2005. V. 50, Iss. 1. P. 19-44. DOI: 10.1179/174328005X14311
15. Kendig K.L., Miracle D.B. Strengthening mechanisms of an Al-Mg-Sc-Zr alloy // *Acta Materialia*. 2002. V. 50, Iss. 16. P. 4165-4175. DOI: 10.1016/S1359-6454(02)00258-6
16. Chen H., Chen Z., Ji G., Zhong S., Wang H., Borbély A., Ke Y., Bréchet Y. Experimental and modelling assessment of ductility in a precipitation hardening AlMgScZr alloy // *International Journal of Plasticity*. 2021. V. 139. DOI: 10.1016/j.ijplas.2021.102971

## EFFECT OF HF AND ER ADDITIONS ON THE MECHANICAL PROPERTIES AND MICROSTRUCTURE OF AL-MG-SC-ZR SYSTEM ALLOYS

© 2024

- E. V. Aryshenskii** Doctor of Science (Engineering), PhD, Leading Researcher of ONIL-4; Samara National Research University, Samara, Russian Federation; Senior Researcher at the Research Laboratory of Electron Microscopy and Image Processing; Siberian State Industrial University, Novokuznetsk, Russian Federation; [arishenskiy\\_ev@sibsiu.ru](mailto:arishenskiy_ev@sibsiu.ru)
- V. Yu. Aryshenskii** Doctor of Science (Engineering), Chief Researcher of ONIL-4; Samara National Research University, Samara, Russian Federation; [arysh54@mail.ru](mailto:arysh54@mail.ru)
- A. A. Ragazin** Postgraduate Student of the Department of Metal Technology and Aviation Materials, Engineer of ONIL-4; Samara National Research University, Samara, Russian Federation; [aleksander.ragazin@samara-metallurg.ru](mailto:aleksander.ragazin@samara-metallurg.ru)
- D. Yu. Rasposienko** Candidate of Science (Engineering), Leading Researcher, Head of the Laboratory of Non-ferrous Alloys; M.N. Mikheev Institute of Metal Physics of the Ural Branch of the Russian Academy of Sciences, Yekaterinburg, Russian Federation; [rasposienko@imp.uran.ru](mailto:rasposienko@imp.uran.ru)
- F. V. Grechnikov** Academician of the Russian Academy of Sciences, Doctor of Science (Engineering), Head of the Department of Metal Forming; Samara National Research University, Samara, Russian Federation; [gretch@ssau.ru](mailto:gretch@ssau.ru)
- V. V. Makarov** Research Associate; M.N. Mikheev Institute of Metal Physics of the Ural Branch of the Russian Academy of Sciences, Yekaterinburg, Russian Federation, Junior Researcher of ONIL-4; Samara National Research University, Samara, Russian Federation; [makarov@imp.uran.ru](mailto:makarov@imp.uran.ru)
- S. V. Konovalov** Doctor of Science (Engineering), Chief Researcher of ONIL-4; Samara National Research University, Samara, Russian Federation; Vice-Rector for Scientific and Innovative Activities; Siberian State Industrial University, Novokuznetsk, Russian Federation; [konovalov@sibsiu.ru](mailto:konovalov@sibsiu.ru)

The study addresses the effect of 1580 and 1590 alloys cold rolled strip annealing practices on the alloys' grain structure and mechanical properties. The 1590 alloy differs from the 1580 alloy by hafnium and erbium additions. Samples of such alloys were produced by casting into a steel mold. After that they were homogenized during 4 h at 440°C. Then the samples were hot rolled at 440°C, with further cold rolling to 2 mm, with the cumulative percentage reduction equal to 66%. The cold rolled strip was annealed at the temperature ranging from 330 to 440°C with 1 h soaking. The sizes and morphology of Al<sub>3</sub>Sc strengthening nanoparticles were examined in homogenized condition using transmission microscopy. The mechanical properties and grain structure were defined in cold rolled and annealed conditions. During homogenizing annealing in the 1590 alloy finer strengthening nanoparticles are formed compared to the 1580 alloy. Such features of the microstructure can be explained by the presence of erbium, promoting formation of additional Al<sub>3</sub>Sc-type nanoparticles nuclei, and hafnium, preventing their further growth. Non-recrystallized structure was identified in both alloys after cold rolling and final annealing. The 1590 alloy has better mechanical properties, regardless of the annealing temperature, which is explained by a larger portion and smaller size of strengthening nanoparticles.

*Aluminum; hafnium; erbium; hot rolling; microstructure; intermetallic compounds*

---

**Citation:** Aryshenskii E.V., Aryshenskii V.Yu., Ragazin A.A., Rasposienko D.Yu., Grechnikov F.V., Makarov V.V., Konovalov S.V. Effect of HF and ER additions on the mechanical properties and microstructure of AL-MG-SC-ZR system alloys. *Vestnik of Samara University. Aerospace and Mechanical Engineering*. 2024. V. 23, no. 1. P. 137-146. DOI: 10.18287/2541-7533-2024-23-1-137-146

## References

1. Du H., Zhang S., Zhang B., Tao X., Yao Z., Belov N., van der Zwaag S., Liu Z. Ca-modified Al-Mg-Sc alloy with high strength at elevated temperatures due to a hierarchical microstructure. *Journal of Materials Science*. 2021. V. 56. P. 16145-16157. DOI: 10.1007/s10853-021-06310-5
2. Savchenkov S., Kosov Ya., Bazhin V., Krylov K., Kawalla R. Microstructural master alloys features of aluminum-erbium system. *Crystals*. 2021. V. 11, Iss. 11. DOI: 10.3390/cryst11111353
3. Zorin I.A., Drita A.M., Aryshenskii E.V., Kononov S.V., Grechnikov F.V., Komarov V.S. Effect of transition metals on as-cast aluminum alloys microstructure composition. *Fundamental'nye Problemy Sovremennogo Materialovedeniya*. 2022. V. 19, no. 4. P. 520-531. (In Russ.). DOI: 10.25712/ASTU.1811-1416.2022.04.011
4. Blankenship C.P., Starke E.A., Hornbogen E. Microstructure and properties of aluminum alloys. *Microstructure and Properties of Materials*. P. 1-49. DOI: 10.1142/9789814261326\_0001
5. Aryshensky E.V., Aryshensky V.Yu., Drita A.M., Grechnikov F.V., Ragazin A.A. Thermal treatment effect on the mechanical properties of 1570, 1580 and 1590 aluminum alloys. *Vestnik of Samara University. Aerospace and Mechanical Engineering*. 2022. V. 21, no. 4. P. 76-87. (In Russ.). DOI: 10.18287/2541-7533-2022-21-4-76-87
6. Zakharov V.V. Effect of scandium on the structure and properties of aluminum alloys. *Metal Science and Heat Treatment*. 2003. V. 45, Iss. 7-8. P. 246-253. DOI: 10.1023/A:1027368032062
7. Zakharov V.V. Combined alloying of aluminum alloys with scandium and zirconium. *Metal Science and Heat Treatment*. 2014. V. 56, Iss. 5-6. P. 281-286. DOI: 10.1007/s11041-014-9746-5
8. Sosedkov S.M., Drita A.M., Aryshensky V.Yu., Yashin V.V. Strain hardening of 1565ch, AMg6, 01570 and 1580 alloy plates upon the cold rolling. *Tekhnologiya Legkikh Splavov*. 2020. No. 1. P. 39-43. (In Russ.)
9. Hallem H., Forbord B., Marthinsen K. Investigation of Al-Fe-Si alloys with additions of Hf, Sc and Zr. *Materials Forum*. 2004. V. 28. P. 825-831.
10. Hallem H., Lefebvre W., Forbord B., Danoix F., Marthinsen K. The formation of Al<sub>3</sub>(Sc<sub>x</sub>Zr<sub>y</sub>Hf<sub>1-x-y</sub>)-dispersoids in aluminium alloys. *Materials Science and Engineering: A*. 2006. V. 421, Iss. 1-2. P. 154-160. DOI: 10.1016/j.msea.2005.11.063
11. Booth-Morrison C., Dunand D.C., Seidman D.N. Coarsening resistance at 400°C of precipitation-strengthened Al-Zr-Sc-Er alloys. *Acta Materialia*. 2011. V. 59, Iss. 18. P. 7029-7042. DOI: 10.1016/j.actamat.2011.07.057
12. Karnesky R.A., Dunand D.C., Seidman D.N. Evolution of nanoscale precipitates in Al microalloyed with Sc and Er. *Acta Materialia*. 2009. V. 57, Iss. 14. P. 4022-4031. DOI: 10.1016/j.actamat.2009.04.034
13. Liu X., Wang Q., Zhao C., Li H., Wang M., Chen D., Wang H. Formation of ordered precipitates in Al-Sc-Er-(Si/Zr) alloy from first-principles study. *Journal of Rare Earths*. 2021. V. 39, Iss. 5. P. 609-620. DOI: 10.1016/j.jre.2020.08.005
14. Röyset J., Ryum N. Scandium in aluminium alloys. *International Materials Reviews*. 2005. V. 50, Iss. 1. P. 19-44. DOI: 10.1179/174328005X14311
15. Kendig K.L., Miracle D.B. Strengthening mechanisms of an Al-Mg-Sc-Zr alloy. *Acta Materialia*. 2002. V. 50, Iss. 16. P. 4165-4175. DOI: 10.1016/S1359-6454(02)00258-6
16. Chen H., Chen Z., Ji G., Zhong S., Wang H., Borbély A., Ke Y., Bréchet Y. Experimental and modelling assessment of ductility in a precipitation hardening AlMgScZr alloy. *International Journal of Plasticity*. 2021. V. 139. DOI: 10.1016/j.ijplas.2021.102971

## НОВЫЙ ВЫСОКОПРОЧНЫЙ АЛЮМИНИЕВЫЙ СПЛАВ НА ОСНОВЕ ВТОРИЧНОГО СЫРЬЯ

© 2024

- М. А. Барыкин** аспирант, инженер научного проекта;  
Национальный исследовательский технологический  
университет «МИСИС», Москва;  
[mr.barykin97.97@mail.ru](mailto:mr.barykin97.97@mail.ru)
- Е. А. Наумова** доцент, ведущий эксперт научного проекта;  
Национальный исследовательский технологический  
университет «МИСИС», Москва;  
[jan73@mail.ru](mailto:jan73@mail.ru)
- Н. А. Белов** доктор технических наук, главный научный сотрудник  
кафедры обработки металлов давлением;  
Национальный исследовательский технологический  
университет «МИСИС», Москва;  
[nikolay-belov@yandex.ru](mailto:nikolay-belov@yandex.ru)
- А. С. Финогеев** аспирант, инженер научного проекта кафедры обработки  
металлов давлением;  
Национальный исследовательский технологический  
университет «МИСИС», Москва;  
начальник центральной заводской лаборатории;  
АО «Завод алюминиевых сплавов», Москва;  
[finogeev@zaspl.ru](mailto:finogeev@zaspl.ru)
- А. Н. Кошмин** доцент сектора научной деятельности;  
Московский политехнический университет;  
доцент кафедры обработки металлов давлением;  
Национальный исследовательский технологический  
университет «МИСИС», Москва;  
[koshmin.an@misis.ru](mailto:koshmin.an@misis.ru)

Представлены результаты исследований шести сплавов системы Al-Ca-Zn-Mg с добавками меди, марганца, железа и кремния с целью моделирования состава сплава, приготовленного на основе вторичного алюминия. Сплавы изготавливались в виде слитков размером 140×200×20 мм, которые подвергали последующей деформационной обработке методом горячей прокатки с толщины 20 мм до толщины 1 мм, а затем получали холоднокатаные листы толщиной 0,5 мм. Также изготавливался слиток цилиндрической формы диаметром 40 мм и длиной 200 мм, из которого получали прутки диаметром 14 мм методом радиально-сдвиговой прокатки. Горячую деформационную обработку слитков проводили при температуре 450°C без предварительного гомогенизационного отжига. Литые и деформированные образцы исследовали с помощью оптической и сканирующей электронной микроскопии. В микроструктуре образцов не было обнаружено грубых игольчатых частиц железо- и кремнийсодержащих фаз, а также каких-либо других грубых интерметаллидов, несмотря на высокое содержание примесей. Проведены механические испытания методом одноосного растяжения деформированных полуфабрикатов, которые не подвергались дополнительной упрочняющей термической обработке. По результатам испытаний был выбран сплав оптимального состава. Установлена возможность получения изделий из высокопрочного и высокотехнологичного алюминиево-кальциевого сплава на основе вторичного сырья без использования гомогенизации и закалки.

*Вторичный алюминий; горячая прокатка; радиально-сдвиговая прокатка; гомогенизационный отжиг; упрочняющая термическая обработка; механические свойства; микроструктура*

---

**Цитирование:** Барыкин М.А., Наумова Е.А., Белов Н.А., Финогеев А.С., Кошмин А.Н. Новый высокопрочный алюминиевый сплав на основе вторичного сырья // Вестник Самарского университета. Аэрокосмическая техника, технологии и машиностроение. 2024. Т. 23, № 1. С. 147-159. DOI: 10.18287/2541-7533-2024-23-1-147-159

## Введение

В настоящее время для производителей металлопродукции наиболее остро стоит вопрос рециклинга, поскольку это необходимо как по экономическим соображениям, так и из-за ужесточения требований к защите окружающей среды [1]. Поэтому необходимы новые подходы к дизайну сплавов, изготавливаемых с использованием вторичного сырья.

Новые виды техники требуют применения сплавов с улучшенным комплексом свойств. Алюминиевые сплавы, легированные цинком и магнием, относятся к сплавам 7-тысячной серии и являются наиболее прочными [2 – 4]. В частности, сплав 7005 после некоторых видов термомеханической обработки обладает пределом прочности, равным 350 МПа [5 – 9]. В то же время у сплавов 7-тысячной серии есть ряд существенных недостатков, основным из которых является чувствительность к чистоте исходного сырья, что в свою очередь повышает себестоимость изделий из сплавов этой серии.

Таким образом, задача эффективного использования вторичного сырья для получения полуфабрикатов из алюминиевых сплавов по уровню свойств не хуже, чем у «первичных» сплавов, весьма актуальна. Вторичное алюминиевое сырьё содержит все основные элементы, которыми легируют марочные сплавы (Cu, Si, Mg, Zn, Mn), что позволяет уменьшать количество легирующих добавок и снизить стоимость приготовления сплавов (в том числе за счёт сокращения времени плавки) [10].

Использование вторичного сырья уже нашло достаточно большое применение для производства сплавов 6-тысячной группы на основе системы Al-Mg-Si [11], в частности марок АД31 (6063) и АД35 (6082). Однако для достижения высокого уровня технологичности и физико-механических характеристик для сплавов 6-тысячной группы требуется обязательное использование операций гомогенизации (для слитков) и закалки (для деформированных полуфабрикатов), что усложняет и удорожает технологический цикл. С другой стороны, в последние годы появилось значительное количество публикаций об исследованиях алюминиевых сплавов, легированных кальцием [12 – 16]. Некоторые из этих сплавов достигают высокого уровня прочностных свойств без использования гомогенизации и закалки, в частности, речь идёт об алюминий-кальциевых сплавах, легированных цинком и магнием. В исследовании авторов [17] в пример приводится сплав, содержащий до 6,5% Zn, до 1,5% Ca, до 2% Mg и до 0,8% Fe. Он предназначен для получения отливок, и его предел прочности без использования операции закалки составляет 330 МПа, а относительное удлинение 4%. Но кроме железа никаких дополнительных примесей в этом сплаве не содержится, а значит для его производства ограничено использование вторичного сырья. В работах [13; 15; 16] было установлено, что кальций связывает железо, марганец и кремний в тройные фазы, которые имеют компактную форму и не оказывают негативного влияния на механические свойства сплавов.

Настоящая работа посвящена исследованию возможности использования вторичного сырья для производства алюминий-кальциевых сплавов с повышенными механическими характеристиками. Для этого было необходимо с помощью оптической и сканирующей электронной микроскопии исследовать структуру и фазовый состав экспериментальных композиций с повышенным содержанием железа, кремния, меди и марганца, а также провести термомеханическую обработку этих сплавов и определить их механические свойства.

### Экспериментальные методики

Были выплавлены 6 сплавов в виде плоских слитков размером 140×200×20 мм. Составы представлены в табл. 1. Выплавка слитков производилась в электрической печи сопротивления графито-шамотных тиглях на основе лома и отходов алюминиевых сплавов (их доля была не менее 90%) при дошихтовке металлическим кальцием. Литье осуществлялось в графитовую изложницу.

Таблица 1. Составы экспериментальных сплавов

№	Концентрации, масс. %							
	Zn	Mg	Ca	Fe	Si	Cu	Mn	Al
1	4,0	1,0	0,8	0,2	0,05	0,05	0,05	ост.
2	5,6	1,6	1,2	0,6	0,05	0,05	0,05	ост.
3	5,0	1,3	1,0	0,5	0,2	0,2	0,2	ост.
4	5,8	1,2	0,8	0,3	0,3	0,3	0,3	ост.
5	7,0	2,5	2,0	1,0	0,5	0,5	0,5	ост.
6*	6,5	2,0	1,5	0,8	-	-	-	ост.

\*Сплав для сравнения [17]

Скорость охлаждения сплавов составила 10°С/с, что соответствует скорости при получении среднеразмерных слитков методом непрерывного литья (в частности, цилиндрических слитков диаметром 100...200 мм) [18]. Также был изготовлен цилиндрический слиток из сплава 3 диаметром 40 мм и длиной 200 мм.

Горячую прокатку осуществляли при температуре 450°С на лабораторном стане «ДУО 210». Были получены горячекатаные листы толщиной 1 мм. Далее эти листы прокатывали методом холодной прокатки до толщины 0,5 мм на лабораторных вальцах «LM 120» с последующим отжигом в печи сопротивления SNOL8,2/1100 при температуре 400°С в течение одного часа.

В свою очередь цилиндрический слиток был подвергнут радиально-сдвиговой прокатке (РСП) на министане винтовой прокатки «МИСиС 14–40», сконструированном для получения горячекатаных прутков размером от 14 до 40 мм [19]. В результате прокатки были получены горячекатаные образцы в виде цилиндрических прутков диаметром 14 мм.

Микроструктура литых образцов изучалась с помощью оптического микроскопа Olympus GX51 (ОМ) и сканирующего электронного микроскопа TESCAN VEGA 3 (СЭМ). Микроскоп TESCAN, укомплектованный энергодисперсионной приставкой-микроанализатором производства Oxford Instruments и программным обеспечением AZtec, также использовали для микрорентгеноспектрального анализа (МРСА). Для приготовления шлифов использовали как механическую, так и электролитическую полировку. Последнюю проводили в электролите, содержащем 6 частей C<sub>2</sub>H<sub>5</sub>ОН, 1 часть HClO<sub>4</sub> и 1 часть глицерина, при напряжении 12 В. Испытание на растяжение проводили на универсальной машине INSTRON при скорости нагружения 10 мм/мин [20].

### Результаты и обсуждение

Выбор составов сплавов был продиктован следующими соображениями. Диапазоны концентраций цинка и магния обосновываются необходимостью обеспечения в условиях литья среднеразмерных слитков (в частности, цилиндрических диаметром 100...200 мм) достаточного содержания этих элементов в твёрдом алюминиевом растворе (далее (Al)): не менее 3% Zn и не менее 1% Mg. Концентрации цинка в сплаве менее 4 мас.% будет недостаточно для обеспечения высоких механических свойств.

Концентрация магния в сплаве ниже 1,0 мас.% приведёт к снижению механических свойств из-за уменьшения его количества в алюминиевом твёрдом растворе в процессе кристаллизации. Концентрация цинка более 7% и магния более 2,5% может заметно ухудшить литейные свойства из-за увеличения интервала кристаллизации (рис. 1, а, б). Концентрация кальция ниже 0,8 мас.% будет недостаточной для полного связывания железа в эвтектические тройные соединения, входящие в дисперсную эвтектику  $[(Al)+Al_4Ca+Al_{10}CaFe_2]$  [16]. Концентрация кальция выше 1,2 мас.% приведёт к излишне высокому количеству эвтектики  $[(Al)+(Al,Zn)_4Ca]$ , что может сказаться на уменьшении количества цинка в алюминиевом твёрдом растворе и снижению деформационной пластичности (рис. 1, в).

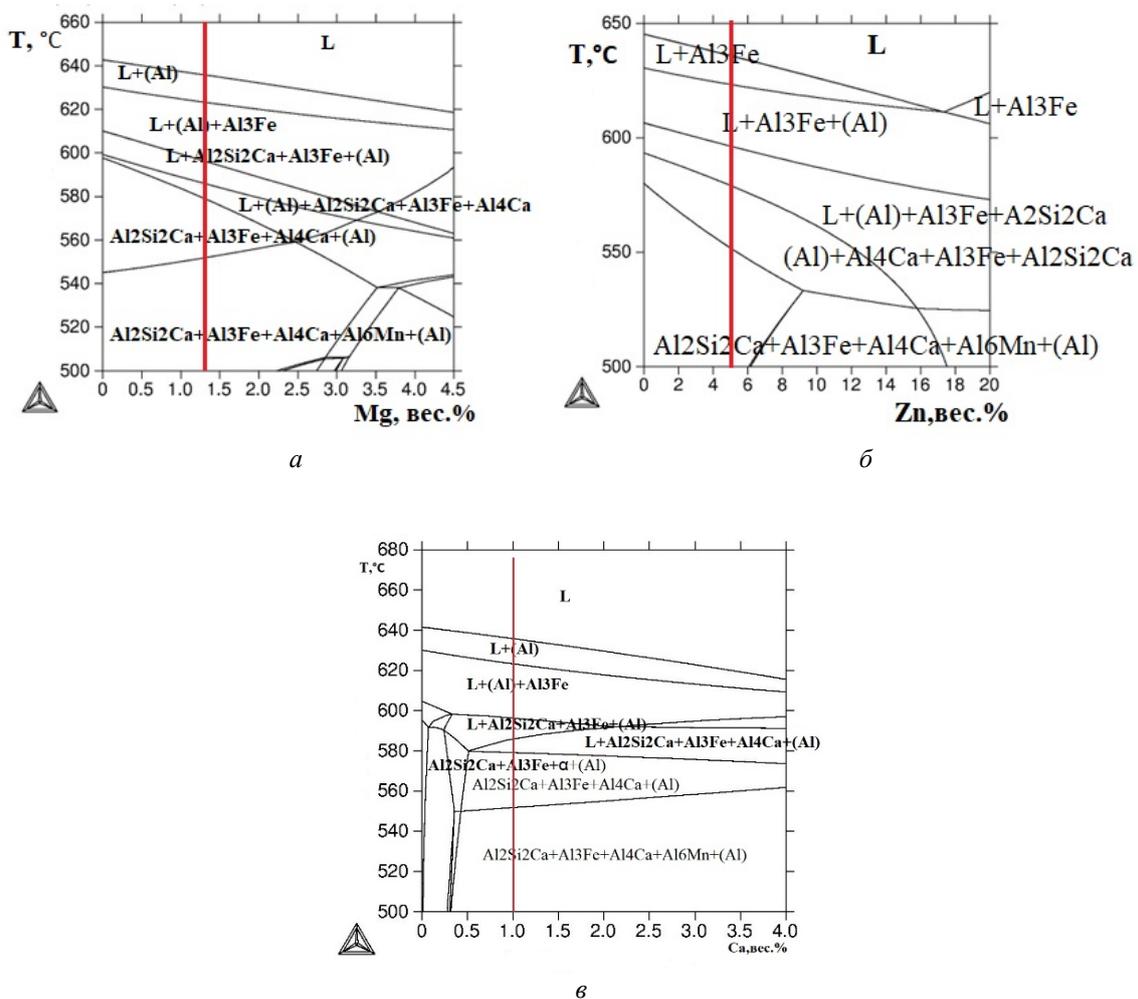


Рис. 1. Политермические сечения системы Al – Zn – Mg – Ca – Fe – Si – Cu – Mn при 5% Zn, 1,3% Mg, 1% Ca, 0,5% Fe, 0,2% Si, 0,2% Cu, 0,2% Mn: а – переменное содержание Mg; б – переменное содержание Zn; в – переменное содержание Ca

Концентрации железа, кремния, меди и марганца менее указанных значений приводят к формированию недостаточного количества эвтектики и, как следствие, к снижению технологичности при литье слитков. К тому же достижение таких концентраций возможно лишь при использовании дорогостоящего сырья высокой чистоты. Концентрация данных элементов выше указанных значений приведёт к огрублению структуры, что отрицательно скажется на механических свойствах и деформационной пла-

стичности при обработке давлением (в частности, при прокатке и прессовании). Шестой сплав (табл. 1) был взят в качестве базы для сравнения из работы [17].

Полученные слитки без предварительной гомогенизации были подвергнуты горячей прокатке при 450°C до толщины 1 мм. Сплавы 1 – 4 проявили хорошую деформационную технологичность, отсутствовали видимые и микроструктурные дефекты. Сплавы 5 и 6 были разрушены в процессе прокатки и в дальнейшем исследовании мы их не рассматривали.

Концентрация цинка выше 5,8 мас.% привела к излишне высокому количеству эвтектики  $[(Al)+(Al,Zn)_4Ca]$ , что сказалось на формировании иглообразных включений фазы  $Al_3Fe$  за счёт меньшего количества эвтектики  $[(Al)+Al_4Ca+Al_{10}CaFe_2]$ . Также из-за содержания магния выше 1,6 мас.% в сплавах присутствовало повышенное количество фазы  $\Gamma (Al_2Mg_3Zn_3)$ , что привело к снижению механических свойств.

На рис. 2 представлены структуры экспериментальных сплавов 1 – 4 в литом состоянии. Все структуры доэвтектические, состоящие из первичных кристаллов алюминиевого твёрдого раствора и тонких прожилок эвтектической составляющей.

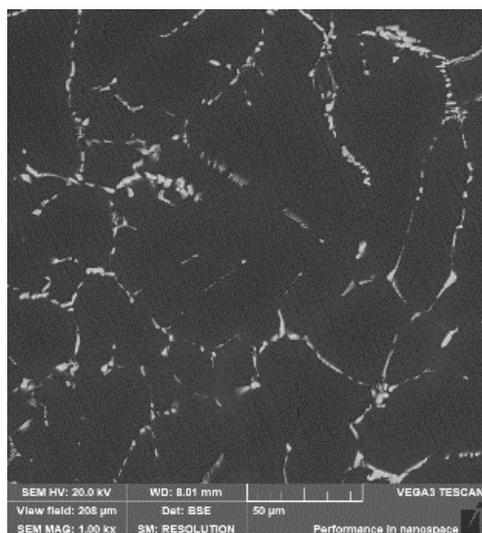
На картах распределения элементов в сплаве 3 (рис. 3) видно, что магний и марганец равномерно распределены в объёме, поскольку магний находится в алюминиевом твёрдом растворе, как в первичных кристаллах, так и в эвтектических, а марганец растворяется в алюминиевом твёрдом растворе и образует фазу эвтектического происхождения  $Al_{10}CaMn_2$  [13]. Практически вся медь входит в алюминиевый твёрдый раствор. По данным МРСА её содержание варьируется от 0,04 до 0,12%, своих фаз при таком её содержании в сплаве она не образует. Но, согласно данным [21], медь частично может растворяться в фазе  $Al_4Ca$ , замещая атомы алюминия с образованием соединения  $Al_4(Ca,Cu)$ . Кальций, цинк и железо сконцентрированы в эвтектике, при этом цинк частично растворён в алюминиевом твёрдом растворе и частично в фазе  $Al_4Ca$ , образуя соединение  $(Al,Zn)_4Ca$ . Поскольку в эвтектике не наблюдается грубых фаз, все фазы имеют компактную морфологию, то можно предположить, что железо образует тройное соединение  $Al_{10}CaFe_2$ , а кремний – соединение  $Al_2CaSi_2$ , согласно данным [15; 16]. Последнее соединение присутствует в термодинамической базе данных Thermo-Calc, что отражено на рис. 1.

Сплавы 1 – 4 (табл. 1) показали высокую технологичность во время деформационной обработки (рис. 4, а). После прокатки горячекатаных листов были проведены металлографический и фрактографический анализы, а также вырезаны образцы для испытания на одноосное растяжение. На фотографии структуры (рис. 4, б) видно, что эвтектика вытянулась в направлении прокатки, а также истончилась в поперечном направлении, что, в свою очередь, подтверждает высокую пластичность интерметаллидных фаз эвтектического происхождения. Излом образцов – мелкокристаллический с заметным преобладанием вязкой составляющей (рис. 4, в). Механические свойства прокатанных образцов представлены в табл. 2.

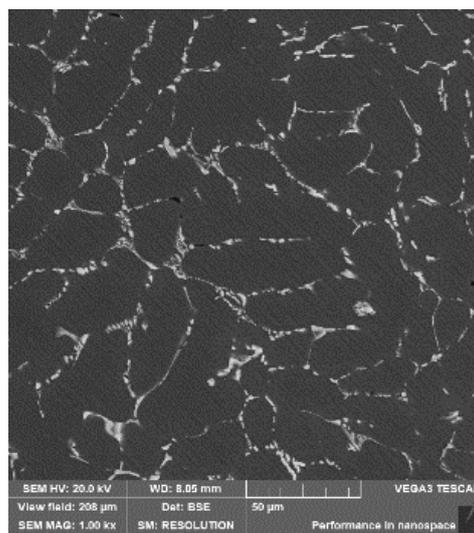
Исходя из данных табл. 2 можно сделать вывод, что сплавы 2 – 4 имеют достаточно высокие значения прочности и пластичности, и особенно хорошим сочетанием свойств обладают листы из сплава 3. У сплава 1 недостаточно высокая прочность, что, по-видимому, связано с малыми концентрациями цинка и магния в алюминиевом твёрдом растворе. Листы из сплавов 2 – 4 были прокатаны в холодную с толщины 1 мм до 0,5 мм. Холоднокатаные листы отжигали при температуре 400°C в течение одного часа. В табл. 2 приведены их свойства.

Таблица 2. Характеристика экспериментальных сплавов в виде горячекатаных образцов (толщина 1 мм) и холоднокатаных образцов (толщина 0,5 мм) при 20°C

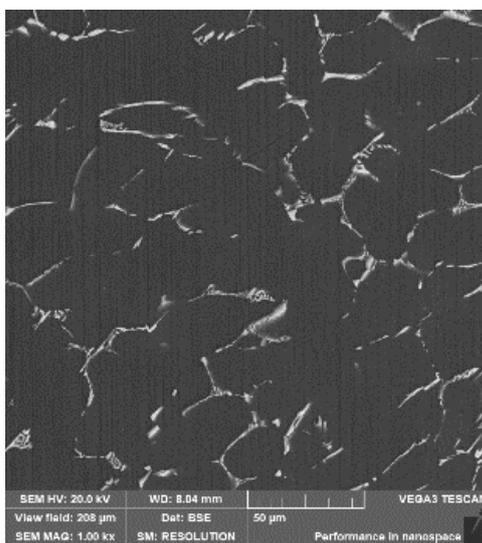
№	Горячекатаные листы		Холоднокатаные листы	
	$\sigma_b$ , МПа	$\delta$ , %	$\sigma_b$ , МПа	$\delta$ , %
1	246	10,6	—	—
2	376	6,4	366	5,8
3	386	9,1	370	7,5
4	373	8,5	354	5,6



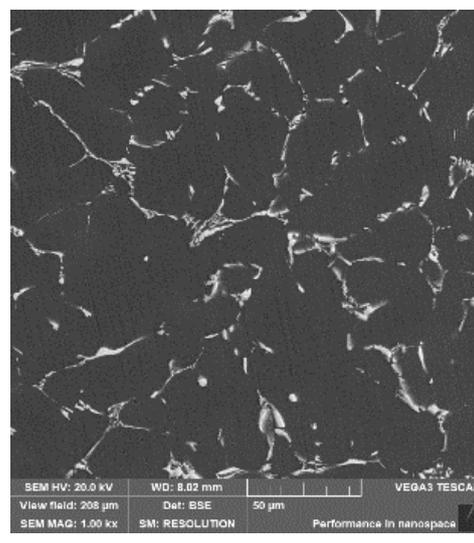
а



б



в



г

Рис. 2. Микроструктура сплавов в литом состоянии:  
а – сплав 1; б – сплав 2; в – сплав 3; г – сплав 4 (см. табл. 1)

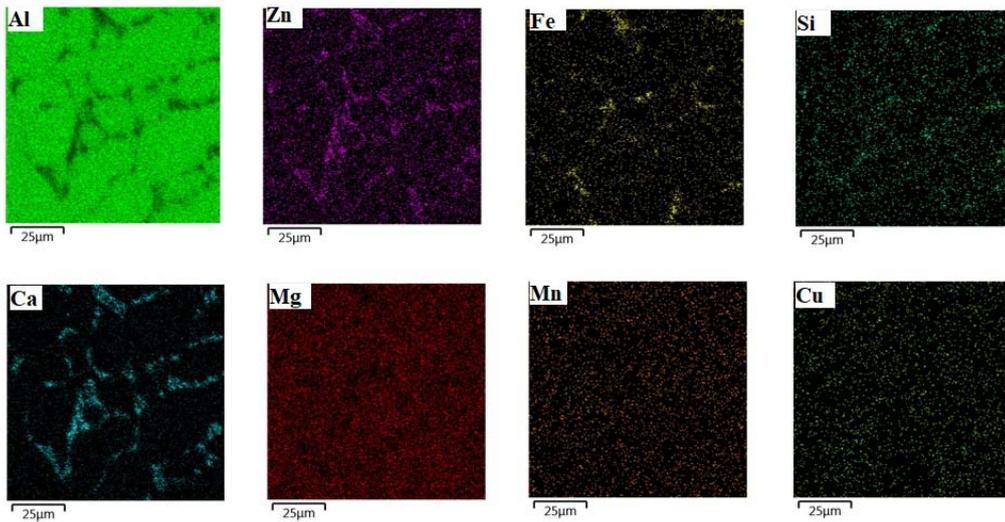


Рис. 3. Карты распределения элементов в сплаве 3

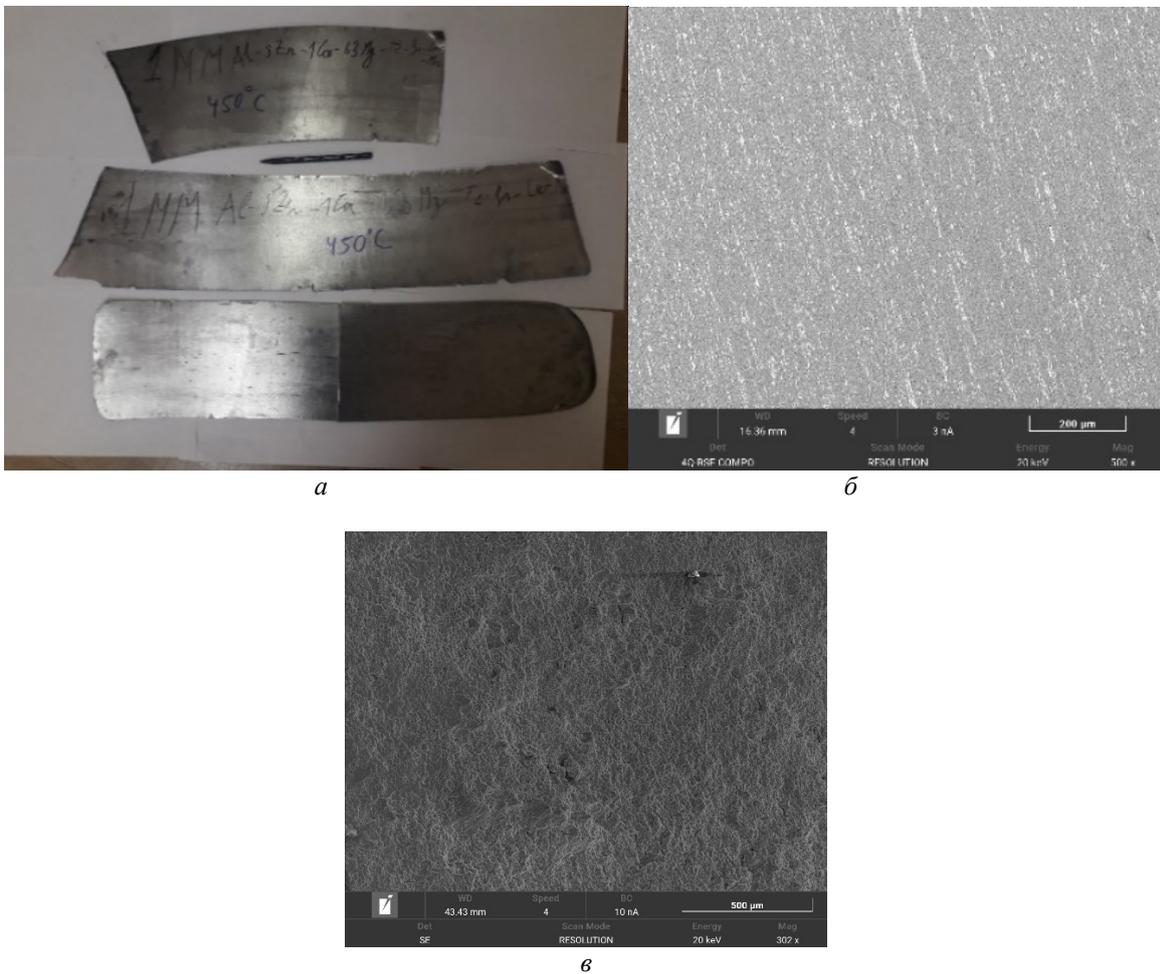


Рис. 4. Горячекатаные листы:  
а – горячекатаные листы из сплава 3; б – микроструктура горячекатаных листов из сплава 3;  
в – структура излома образца из сплава 3

По результатам механических испытаний можно сделать вывод, что наилучшему комплексу механических свойств отвечает сплав 3, поэтому в дальнейших исследованиях участвовал именно этот состав.

В ходе дальнейшего эксперимента из сплава 3 был изготовлен цилиндрический слиток диаметром 40 мм и прокатан методом радиально-сдвиговой прокатки (РСП) при температуре 450°C. Полученный пруток имел диаметр 14 мм (рис. 4, а). В дальнейшем РСП-прутки исследовались на предмет механических свойств методом одноосного растяжения, а также проводился анализ микроструктуры прутков (рис. 4, б) и его изломов после испытания на одноосное растяжение (рис. 4, в).

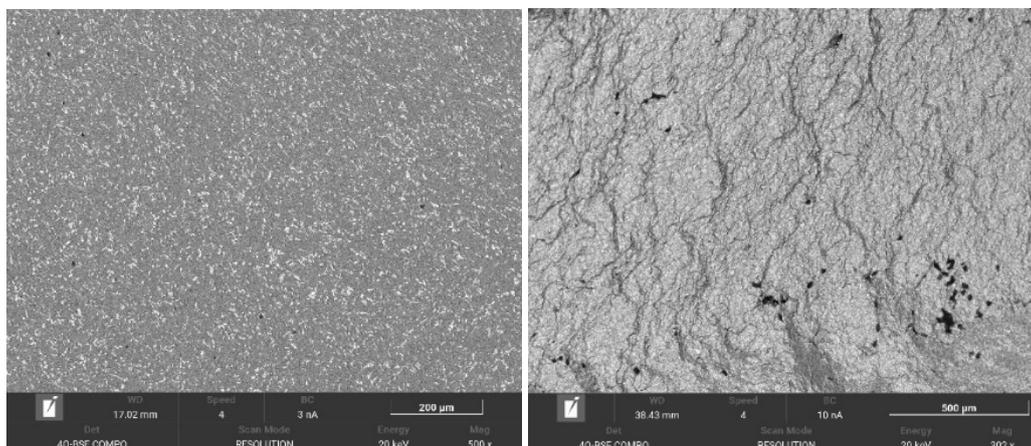
По фотографии микроструктуры (рис. 4, б) РСП-прутка можно сказать, что во время деформационной обработки эвтектические интерметаллиды раздробились и приобрели мелкодисперсную глобулярную форму. Такая морфология фаз обеспечивает повышенную пластичность и отсутствие концентраторов напряжений. По виду излома прутка после одноосного растяжения (рис. 4, в) можно сказать, что он достаточно вязкий, на фотографии явно видны следы течения металла под нагрузкой. Результаты механических испытаний прутков из сплава 3 представлены в табл. 4.

Таблица 4. Прочностные характеристики экспериментального сплава 3 в виде РСП-прутков (при 20°C)

Вид полуфабриката	$\sigma_B$ , МПа	$\delta$ , %
РСП-пруток (диаметр 14 мм)	320	5,5



а



б

в

Рис. 5. РСП-прутки диаметром 14 мм из сплава 3:  
 а – внешний вид; б – микроструктура прутка; в – излом прутка

Из анализа результатов механических испытаний видно, что РСП-прутки обладают достаточно высокими механическими свойствами, соответствующими интервалу характеристик высокопрочных сплавов. Механические свойства могли бы быть выше при условии предварительной механической обработки слитков, а именно, обточке верхнего дефектного слоя. В таком случае структура РСП-прутка была бы менее засорена инородными включениями и содержала бы меньше иных дефектов, подобных тем, что видны в изломе (рис. 4, в).

Таким образом, в ходе работы было установлено, что оптимальным комплексом свойств обладает сплав состава 3 (Al-5Zn-1,3Mg-1Ca-0,5Fe-0,2Si-0,2Cu-0,2Mn). С помощью МРСА было определено, что в состав алюминиевого твёрдого раствора этого сплава в литом состоянии входит 3,67...5,07% Zn; 0,97...1,28% Mg (в зависимости от спектра), а значит после термомеханической обработки достигается хороший уровень дисперсионного упрочнения без использования операции закалки, в основном за счёт выделения фаз  $MgZn_2$  и T ( $Al_2Mg_3Zn_3$ ).

### Выводы

Исследованы фазовый состав, структура и механические свойства шести алюминиевых сплавов, содержащих в качестве основных компонентов цинк, магний и кальций, приготовленных на основе лома и отходов, в литом и деформированном состояниях.

Были получены горячекатаные листы толщиной 1 мм из четырёх, не разрушившихся в процессе прокатки сплавов, имеющие пределы прочности при комнатной температуре на уровне 370...380 МПа и относительное удлинение на уровне 6...9%. Из горячекатаных листов были получены листы толщиной 0,5 мм с помощью холодной прокатки, которые имели пределы прочности на уровне 350...370 МПа и относительное удлинение от 5 до 7%.

В результате анализа структуры и свойств листовых образцов был выбран сплав оптимального состава Al-5Zn-1,3Mg-1Ca-0,5Fe-0,2Si-0,2Cu-0,2Mn и из него методом радиально-сдвиговой прокатки получены прутки диаметром 14 мм с пределом прочности при комнатной температуре 320 МПа и относительным удлинением 5,5%.

Было установлено, что в состав твёрдого раствора сплава оптимального состава входит не менее 3% цинка и не менее 1% магния, что обеспечивает высокие механические свойства после термомеханической обработки без использования операции закалки. Попадающие в сплав примеси железа, кремния, меди и марганца либо входят в состав твёрдого раствора и алюминий-кальциевой фазы (медь), либо образуют тройные интерметаллиды компактной формы, входящие в состав многокомпонентных эвтектик (железо, кремний, марганец).

Работа выполнена при поддержке гранта РНФ 20-19-00746-П.

### Библиографический список

1. Fielding R.A.P. Recycling Aluminum: Especially processing extrusion scrap // Light Metal Age. 2005. P. 20-35.
2. Ibrahim M.F., Garza-Elizondo G.H., Samuel A.M., Samuel F.H. Optimizing the heat treatment of high-strength 7075-type wrought alloys: A metallographic study // International Journal of Metalcasting. 2016. V. 10, Iss. 3. P. 264-275. DOI: 10.1007/s40962-016-0038-2

3. Vakhromov R.O., Antipov V.V., Tkachenko E.A. Research and development of high-strength of Al-Zn-Mg-Cu alloys // Proceedings of 13th International Conference on Aluminum Alloys (ICAA 13). 2012. P. 1515-1520. DOI: 10.1007/978-3-319-48761-8\_228

4. Lu X.Y., Guo E.J., Rometsch P., Wang L. Effect of one-step and two-step homogenization treatments of distribution of Al<sub>3</sub>Zr dispersoids in commercial AA7150 aluminium alloy // Transactions of Nonferrous Metals Society of China. 2012. V. 22, Iss. 11. P. 2645-2651. DOI: 10.1016/s1003-6326(11)61512-4

5. Wang M., Jin P., Wang J., Han Li. Hot deformation behavior of as-quenched 7005 aluminum alloy // Transactions of Nonferrous Metals Society of China. 2014. V. 24, Iss. 9. P. 2796-2804. DOI: 10.1016/S1003-6326(14)63411-7

6. Hou J., Deng P., Wang S., Xu H., Shi Y. Study on formability and microstructure evolution of hot deep drawing manufactured 7005 aluminum alloy sheet metal // Materials Today Communications. 2023. V. 36. DOI: 10.1016/j.mtcomm.2023.106794

7. Jiang J., Wang Y., Liu Y., Xiao G., Li H. Microstructure and mechanical properties of 7005 aluminum alloy processed by one-pass equal channel reciprocating extrusion // Transactions of Nonferrous Metals Society of China. 2021. V. 31, Iss. 3. P. 609-625. DOI: 10.1016/S1003-6326(21)65523-1

8. Li L., Wang G., Liu J., Yao Z. Flow softening behavior and microstructure evolution of Al-5Zn-2Mg aluminum alloy during dynamic recovery // Transactions of Nonferrous Metals Society of China. 2014. V. 24, Iss. 1. P. 42-48. DOI: 10.1016/S1003-6326(14)63026-0

9. Xu C., He H., Xue Zh., Li L. A detailed investigation on the grain structure evolution of AA7005 aluminum alloy during hot deformation // Materials Characterization. 2021. V. 171. DOI: 10.1016/j.matchar.2020.110801

10. Padamata S.K., Yasinskiy A., Polyakov P. A Review of secondary aluminum production and its byproducts // JOM. 2021. V. 73, Iss. 9. P. 2603-2614. DOI: 10.1007/s11837-021-04802-y

11. Whalen S., Overman N., Taysom B.S., Bowden M., Reza-E-Rabby M., Skszek T., DiCiano M. Effect of high iron content on direct recycling of unhomogenized aluminum 6063 scrap by shear assisted processing and extrusion // Journal of Manufacturing Processes. 2023. V. 97. P. 115-124. DOI: 10.1016/j.jmapro.2023.04.067

12. Belov N., Naumova E., Akopyan T. Eutectic alloys based on the Al-Zn-Mg-Ca system: Microstructure, phase composition and hardening // Materials Science and Technology. 2017. V. 33, Iss. 6. P. 656-666. DOI: 10.1080/02670836.2016.1229847

13. Naumova E., Doroshenko V., Barykin M., Sviridova T., Lyasnikova A., Shurkin P. Hypereutectic Al-Ca-Mn-(Ni) alloys as natural eutectic composites // Metals. 2021. V. 11, Iss. 6. DOI: 10.3390/met11060890

14. Belov N.A., Naumova E.A., Akopyan T.K., Doroshenko V.V. Design of multicomponent aluminium alloy containing 2 wt% Ca and 0.1 wt% Sc for cast products // Journal of Alloys and Compounds. 2018. V. 762. P. 528-536. DOI: 10.1016/j.jallcom.2018.05.281

15. Шуркин П.К., Белов Н.А., Мусин А.Ф., Самошина М.Е. Влияние кальция и кремния на характер кристаллизации и упрочнение сплава Al-8% Zn-3% Mg // Физика металлов и металловедение. 2020. Т. 121, № 2. P. 149-156. DOI: 10.31857/S0015323020020151

16. Шуркин П.К., Белов Н.А., Мусин А.Ф., Аксенов А.А. Новый высокопрочный литейный алюминиевый сплав на основе системы Al-Zn-Mg-Ca-Fe, не требующий термообработки // Известия высших учебных заведений. Цветная металлургия. 2020. № 1. P. 48-58. DOI: 10.17073/0021-3438-2020-1-48-58

17. Шуркин П.К., Долбачев А.П., Наумова Е.А., Дорошенко В.В. Влияние железа на структуру, упрочнение и физические свойства сплавов системы Al-Zn-Mg-Ca // Цветные металлы. 2018. № 5. С. 69-77. DOI: 10.17580/tsm.2018.05.10

18. Polmear I.J. Light metals: From traditional alloys to nanocrystals. Elsevier, 2006. 421 p.

19. Gamin Y.V., Belov N.A., Akopyan T.K., Timofeev V.N., Cherkasov S.O., Motkov M.M. Effect of radial-shear rolling on the structure and hardening of an Al–8%Zn–3.3%Mg–0.8%Ca–1.1%Fe alloy manufactured by electromagnetic casting // Materials. 2023. V. 16, Iss. 2. DOI: 10.3390/ma16020677

20. Abioye O.P., Atanda P.O., Osinkolu G.A., Abioye A.A., Olumor I.D., Odunlami O.A., Afolalu S.A. Influence of equal channel angular extrusion on the tensile behavior of Aluminum 6063 alloy // Procedia Manufacturing. 2019. V. 35. P. 1337-1343. DOI: 10.1016/j.promfg.2019.05.020

21. Akopyan T.K., Belov N.A., Letyagin N.V., Cherkasov S.O., Nguen X.D. Description of the new eutectic Al-Ca-Cu system in the aluminum corner // Metals. 2023. V. 13, Iss. 4. DOI: 10.3390/met13040802

## NEW HIGH-STRENGTH ALUMINUM ALLOY ON THE BASIS OF SECONDARY MATERIALS

© 2024

- M. A. Barykin** Postgraduate Student, Scientific Project Engineer;  
National University of Science and Technology MISIS,  
Moscow, Russian Federation;  
[mr.barykin97.97@mail.ru](mailto:mr.barykin97.97@mail.ru)
- E. A. Naumova** Associate Professor, Leading Expert of the Scientific Project;  
National University of Science and Technology MISIS,  
Moscow, Russian Federation;  
[jan73@mail.ru](mailto:jan73@mail.ru)
- N. A. Belov** Doctor of Science (Engineering), Chief Researcher of the Department  
of Metal Forming;  
National University of Science and Technology MISIS,  
Moscow, Russian Federation;  
[nikolay-belov@yandex.ru](mailto:nikolay-belov@yandex.ru)
- A. S. Finogeev** Postgraduate Student, Engineer of the Scientific Project  
of the Department of Metal Forming  
National University of Science and Technology MISIS,  
Moscow, Russian Federation;  
Head of the Central Factory Laboratory;  
JSC Aluminum Alloy Plant, Moscow, Russian Federation;  
[finogeev@zasp1.ru](mailto:finogeev@zasp1.ru)
- A. N. Koshmin** Associate Professor of the Scientific Activity Sector;  
Moscow Polytechnic University, Moscow, Russian Federation;  
Associate Professor of the Department of Metal Forming  
National University of Science and Technology MISIS,  
Moscow, Russian Federation;  
[koshmin.an@misis.ru](mailto:koshmin.an@misis.ru)

Six alloys of the Al-Ca-Zn-Mg system with additives of copper, manganese, iron and silicon were studied in order to simulate the composition of an alloy prepared on the basis of secondary aluminum. The alloys were made in the form of ingots with dimensions of 140×200×20 mm that were subjected to subsequent deformation treatment by hot rolling from a thickness of 20 mm to a thickness of 1 mm, and then cold-rolled sheets with a thickness of 0.5 mm were obtained from them. A cylindrical ingot with a diameter of 40 mm and a length of 200 mm was also made. Rods with a diameter of 14 mm were obtained from it by radial displacement rolling. Hot deformation treatment of

ingots was carried out at a temperature of 450°C without prior homogenizing annealing. Cast and deformed specimens were examined using optical and scanning electron microscopy. No coarse acicular particles of iron- and silicon-containing phases, as well as any other coarse intermetallics, were found in the microstructure of the specimens. Mechanical tests were carried out using the method of uniaxial tension of deformed semi-finished products that were not subjected to additional strengthening heat treatment. According to the test results, an alloy of optimal composition was selected. The possibility of obtaining products from high-strength and high-tech aluminum-calcium alloy based on secondary raw materials without the use of homogenization and quenching was established.

*Secondary aluminum; hot rolling; radial displacement rolling; homogenizing annealing; strengthening heat treatment; mechanical properties; microstructure*

---

*Citation:* Barykin M.A., Naumova E.A., Belov N.A., Finogeev A.S., Koshmin A.N. New high-strength aluminum alloy on the basis of secondary materials. *Vestnik of Samara University. Aerospace and Mechanical Engineering*. 2024. V. 23, no. 1. P. 147-159. DOI: 10.18287/2541-7533-2024-23-1-147-159

## References

1. Fielding R.A.P. Recycling Aluminum: Especially processing extrusion scrap. *Light Metal Age*. 2005. P. 20-35.
2. Ibrahim M.F., Garza-Elizondo G.H., Samuel A.M., Samuel F.H. Optimizing the heat treatment of high-strength 7075-type wrought alloys: A metallographic study. *International Journal of Metalcasting*. 2016. V. 10, Iss. 3. P. 264-275. DOI: 10.1007/s40962-016-0038-2
3. Vakhromov R.O., Antipov V.V., Tkachenko E.A. Research and development of high-strength of Al-Zn-Mg-Cu alloys. *Proceedings of 13th International Conference on Aluminum Alloys (ICAA 13)*. 2012. P. 1515-1520. DOI: 10.1007/978-3-319-48761-8\_228
4. Lu X.Y., Guo E.J., Rometsch P., Wang L. Effect of one-step and two-step homogenization treatments of distribution of Al<sub>3</sub>Zr dispersoids in commercial AA7150 aluminium alloy. *Transactions of Nonferrous Metals Society of China*. 2012. V. 22, Iss. 11. P. 2645-2651. DOI: 10.1016/S1003-6326(11)61512-4
5. Wang M., Jin P., Wang J., Han Li. Hot deformation behavior of as-quenched 7005 aluminum alloy. *Transactions of Nonferrous Metals Society of China*. 2014. V. 24, Iss. 9. P. 2796-2804. DOI: 10.1016/S1003-6326(14)63411-7
6. Hou J., Deng P., Wang S., Xu H., Shi Y. Study on formability and microstructure evolution of hot deep drawing manufactured 7005 aluminum alloy sheet metal. *Materials Today Communications*. 2023. V. 36. DOI: 10.1016/j.mtcomm.2023.106794
7. Jiang J., Wang Y., Liu Y., Xiao G., Li H. Microstructure and mechanical properties of 7005 aluminum alloy processed by one-pass equal channel reciprocating extrusion. *Transactions of Nonferrous Metals Society of China*. 2021. V. 31, Iss. 3. P. 609-625. DOI: 10.1016/S1003-6326(21)65523-1
8. Li L., Wang G., Liu J., Yao Z. Flow softening behavior and microstructure evolution of Al-5Zn-2Mg aluminum alloy during dynamic recovery. *Transactions of Nonferrous Metals Society of China*. 2014. V. 24, Iss. 1. P. 42-48. DOI: 10.1016/S1003-6326(14)63026-0
9. Xu C., He H., Xue Zh., Li L. A detailed investigation on the grain structure evolution of AA7005 aluminum alloy during hot deformation. *Materials Characterization*. 2021. V. 171. DOI: 10.1016/j.matchar.2020.110801
10. Padamata S.K., Yasinskiy A., Polyakov P. A Review of secondary aluminum production and its byproducts. *JOM*. 2021. V. 73, Iss. 9. P. 2603-2614. DOI: 10.1007/s11837-021-04802-y
11. Whalen S., Overman N., Taysom B.S., Bowden M., Reza-E-Rabby M., Skaszek T., DiCiano M. Effect of high iron content on direct recycling of unhomogenized aluminum 6063 scrap by shear assisted processing and extrusion. *Journal of Manufacturing Processes*. 2023. V. 97. P. 115-124. DOI: 10.1016/j.jmapro.2023.04.067

12. Belov N., Naumova E., Akopyan T. Eutectic alloys based on the Al-Zn-Mg-Ca system: Microstructure, phase composition and hardening. *Materials Science and Technology*. 2017. V. 33, Iss. 6. P. 656-666. DOI: 10.1080/02670836.2016.1229847
13. Naumova E., Doroshenko V., Barykin M., Sviridova T., Lyasnikova A., Shurkin P. Hypereutectic Al-Ca-Mn-(Ni) alloys as natural eutectic composites. *Metals*. 2021. V. 11, Iss. 6. DOI: 10.3390/met11060890
14. Belov N.A., Naumova E.A., Akopyan T.K., Doroshenko V.V. Design of multicomponent aluminium alloy containing 2 wt% Ca and 0.1 wt% Sc for cast products. *Journal of Alloys and Compounds*. 2018. V. 762. P. 528-536. DOI: 10.1016/j.jallcom.2018.05.281
15. Shurkin P.K., Belov N.A., Musin A.F., Samoshina M.E. Effect of calcium and silicon on the character of solidification and strengthening of the Al – 8% Zn – 3% Mg alloy. *Physics of Metals and Metallography*. 2020. V. 121, Iss. 2. P. 135-142. DOI: 10.1134/s0031918x20020155
16. Shurkin P.K., Belov N.A., Musin A.F., Aksenov A.A. Novel high-strength casting Al-Zn-Mg-Ca-Fe aluminum alloy without heat treatment Russian. *Russian Journal of Non-Ferrous Metals*. 2020. V. 61. P. 179-187. DOI: 10.3103/s1067821220020121
17. Shurkin P., Dolbachev A., Naumova E., Doroshenko V. Effect of iron on the structure, hardening and physical properties of the alloys of the Al-Zn-Mg-Ca system. *Tsvetnye Metally*. 2018. No. 5. P. 69-77. (In Russ.). DOI: 10.17580/tsm.2018.05.10
18. Polmear I.J. Light metals: From traditional alloys to nanocrystals. Elsevier, 2006. 421 p.
19. Gamin Y.V., Belov N.A., Akopyan T.K., Timofeev V.N., Cherkasov S.O., Motkov M.M. Effect of radial-shear rolling on the structure and hardening of an Al-8%Zn-3.3%Mg-0.8%Ca-1.1%Fe alloy manufactured by electromagnetic casting. *Materials*. 2023. V. 16, Iss. 2. DOI: 10.3390/ma16020677
20. Abioye O.P., Atanda P.O., Osinkolu G.A., Abioye A.A., Olumor I.D., Odunlami O.A., Afolalu S.A. Influence of equal channel angular extrusion on the tensile behavior of Aluminum 6063 alloy. *Procedia Manufacturing*. 2019. V. 35. P. 1337-1343. DOI: 10.1016/j.promfg.2019.05.020
21. Akopyan T.K., Belov N.A., Letyagin N.V., Cherkasov S.O., Nguen X.D. Description of the new eutectic Al-Ca-Cu system in the aluminum corner. *Metals*. 2023. V. 13, Iss. 4. DOI: 10.3390/met13040802

## ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ШИРОКОПОЛОСНЫХ МЕХАНИЧЕСКИХ ВОЗМУЩЕНИЙ НА КАЧЕСТВО ЗАПИСИ ИНТЕРФЕРОГРАММ КОЛЕБАНИЙ РАБОЧЕГО КОЛЕСА ГТД ПРИ ИСПОЛЬЗОВАНИИ ЦИФРОВОГО СПЕКЛ-ИНТЕРФЕРОМЕТРА ПАНОРАМНОГО ТИПА

© 2024

**А. В. Ивченко** кандидат технических наук, доцент кафедры технологий производства двигателей;  
Самарский национальный исследовательский университет  
имени академика С.П. Королёва;  
[fgrt@yandex.ru](mailto:fgrt@yandex.ru)

**А. И. Сафин** кандидат технических наук, доцент кафедры автоматических систем энергетических установок;  
Самарский национальный исследовательский университет  
имени академика С.П. Королёва;  
[safin.ai@ssau.ru](mailto:safin.ai@ssau.ru)

Изучено действие широкополосных механических возмущений на работу помехоустойчивого цифрового спекл-интерферометра с непрерывным лазерным излучателем и диффузно-рассеивающим оптическим элементом, установленным перед колеблющимся колесом турбины. Получены зависимости видности регистрируемых интерферограмм при различных видах искусственно создаваемых помех. Показано, что наиболее опасными возмущениями для работы спекл-интерферометра являются периодические удары и розовый шум, тогда как белый шум и естественные колебания пола помещения, где размещалась экспериментальная установка, существенно не ухудшают качество записываемой информации. Анализируется влияние механических свойств диффузно-рассеивающего элемента интерферометра на качество получаемых интерференционных картин. Отмечена связь между ростом вынужденных тангенциальных колебаний диффузно-рассеивающего элемента и снижением контраста интерференционных полос. Экспериментально показано, что увеличение толщины оргстеклянной пластины диффузно-рассеивающего элемента до 8 мм способствует нейтрализации действия розового шума, в то время как воздействие периодических ударных нагрузок снижает контрастность записываемых интерференционных картин при использовании диффузно-рассеивающего элемента с оргстеклянными пластинами толщиной 5 и 8 мм.

*Газотурбинный двигатель; рабочее колесо турбины; вибрация; регистрация; спекл-интерферометр; механическое возмущение; интерферограмма; качество; видность*

---

**Цитирование:** Ивченко А.В., Сафин А.И. Исследование влияния широкополосных механических возмущений на качество записи интерферограмм колебаний рабочего колеса ГТД при использовании цифрового спекл-интерферометра панорамного типа // Вестник Самарского университета. Аэрокосмическая техника, технологии и машиностроение. 2024. Т. 23, № 1. С. 160-176. DOI: 10.18287/2541-7533-2024-23-1-160-176

### Введение

Создание надёжной аэрокосмической техники в настоящее время осуществляется путём организации мероприятий по прочностной доводке конструкции [1], одним из которых является исследование собственных частот и форм колебаний ответственных деталей и узлов. Применительно к конструкции летательных аппаратов таким ответственным изделием является газотурбинный двигатель (ГТД), определяющий безопасность эксплуатации воздушного судна в полёте [2]. Работа авиационного ГТД сопровождается сложными динамическими процессами, учёт которых позволяет обеспечить высокую безотказность двигателя, помогает предотвратить в будущем лётные происшествия и аварии [3].

При поузловой доводке ГТД [1; 4] особое внимание уделяется исследованию колебаний рабочих колёс компрессора и турбины двигателя для предотвращения разрушения этих изделий при возникновении резонансных процессов [5 – 7], в случае ротор-

но-статорного взаимодействия [8; 9], флаттере [10; 11] и. т. п. Данная задача осложняется из-за того, что облопаченное рабочее колесо ГТД совершает связанные колебания, представляя собой единую механическую систему [4]. При связанных колебаниях диск рабочего колеса и лопатки могут иметь отдельные наборы собственных частот, что затрудняет задачу отстройки ГТД от возникающих резонансных процессов.

Изучение вибрационного состояния рабочих колёс ГТД традиционно производится методом тезометрирования путём установки системы датчиков на поверхности исследуемого изделия [7; 12 – 14]. Тензометрирование позволяет получить пространственное распределение амплитуд колебаний поверхности объекта в зависимости от частоты возбуждающей силы. Полученная информация в дальнейшем используется для оценки уровня вибронпряжений, возникающих в колесе при эксплуатации ГТД [15], а также для верификации разрабатываемых конечно-элементных моделей роторных систем [16]. Однако недостаточное пространственное разрешение полей вибросмещений, записанных ограниченным числом датчиков в процессе диагностики, затрудняет анализ, оценку и интерпретацию полученных экспериментальных данных [13]. Последнее обстоятельство в процессе разработки ГТД иногда приводит к инженерным ошибкам [17] и определяет необходимость развития панорамных оптических методов измерения [18; 19], способных предоставить более полную информацию о вибрации объекта.

На практике оптические исследования вибрационных процессов могут быть выполнены методами голографии и цифровой спекл-интерферометрии [20 – 22]. Эти методы способны предоставить информацию о колебании объекта в виде полей амплитуд вибросмещения поверхности, зашифрованных в интерференционных полосах записанной интерферограммы. Оба метода позволяют регистрировать колебания объектов с оптически грубыми поверхностями [21], обеспечивая на современном уровне развития оптоэлектроники одновременное получение измерительной информации с  $10^4 \dots 10^7$  точек на поверхности объекта [21; 22]. При этом важным достоинством спекл-интерферометрии по сравнению с голографическим процессом является возможность осуществления цифровой записи и обработки результата интерференции пучков, что обеспечивает высокую производительность измерительного процесса.

Традиционное исследование колебаний объекта методом цифровой спекл-интерферометрии производится с применением импульсных лазеров, обеспечивающих отстройку от случайных механических воздействий на оптическую схему спекл-интерферометра [20]. Другой возможностью записи спекл-интерферограмм является использование непрерывных когерентных источников света при размещении интерферометра и объекта исследования на виброизолированном оптическом столе [21]. Последнее условие накладывает существенное ограничение на габариты исследуемых объектов и может быть преодолено за счёт использования программного метода обработки информации [23]. Накопление и статистическая обработка интерферограмм, регистрируемых методом усреднение во времени [20], позволили создать на базе непрерывных лазеров ряд помехоустойчивых цифровых спекл-интерферометров, обеспечивающих запись колебаний объекта без виброизоляции. Предложенный метод [23], показал себя надёжным инструментом записи интерферограмм в лабораторных условиях [24]. Однако для дальнейшего расширения границ применимости метода [23] необходимы дополнительные исследования влияния на процесс записи интерферограмм помех различного вида. В этой связи наибольший интерес представляют собой широкополосные механические возмущения, содержащиеся в спектре как низкочастотные, так и высокочастотные составляющие. К таким возмущениям можно отнести различные виды шумового процесса [25], а также периодические ударные воздействия [26]. При определённом уровне механического воздействия на оптическую схему спекл-интерферометра данные возмущения способны повлиять на корреляцию взаимо-

действующих спекл-полей и вызвать снижение контраста записываемых интерферограмм [27]. Выявление связи между видностью регистрируемой интерференционной картины и параметрами широкополосных возмущений, действующих на спекл-интерферометр, является первым шагом на пути повышения помехоустойчивости разрабатываемого прибора, определения подходящих для этого методов и средств. Решение этой задачи позволит более широко использовать спекл-интерферометры с непрерывными лазерами без специальных средств виброзащиты в составе испытательных измерительных комплексов, а также в промышленных условиях.

### Экспериментальная установка

Изучение влияния широкополосных механических возмущений на работу оптической схемы цифрового спекл-интерферометра производилось на экспериментальной установке, подробно описанной в [28; 29]. Схема экспериментальной установки и её общий вид представлены на рис. 1, 2. Установка содержит в своём составе мобильный цифровой спекл-интерферометр с непрерывным лазером (поз. 1 – 19, рис. 1), оптическая схема которого соответствует патенту [30], и лазерный доплеровский виброметр Polytec PDV-100 (поз. 20 на рис. 1).

При проведении экспериментов спекл-интерферометр обеспечивал регистрацию интерферограмм колебаний объекта (поз. 8, рис. 1), возбуждаемого на частоте  $f \cong 3971$  Гц пьезоэлектрическим приводом (поз. 16, рис. 1). В качестве объекта исследования было использовано рабочее колесо осевой турбины малоразмерного ГТД диаметром 280 мм [28], у которого на частоте  $f$  возбуждалась собственная форма колебаний «2-диаметр» [4]. Перед рабочим колесом турбины на минимальном расстоянии (5...10 мм) располагался диффузно-рассеивающий элемент (поз. 12, 13, рис. 1), представляющий собой пластину из плексигласа ( $410 \times 410 \times h$  мм,  $h$  – толщина оргстекла), закреплённую по периметру на металлической раме. Свет, диффузно отражённый от поверхности объекта и внешней поверхности диффузно-рассеивающего элемента, формировал предметный и опорный пучки спекл-интерферометра, создавая интерференцию на светочувствительной матрице видеокамеры (поз. 5 рис. 1).

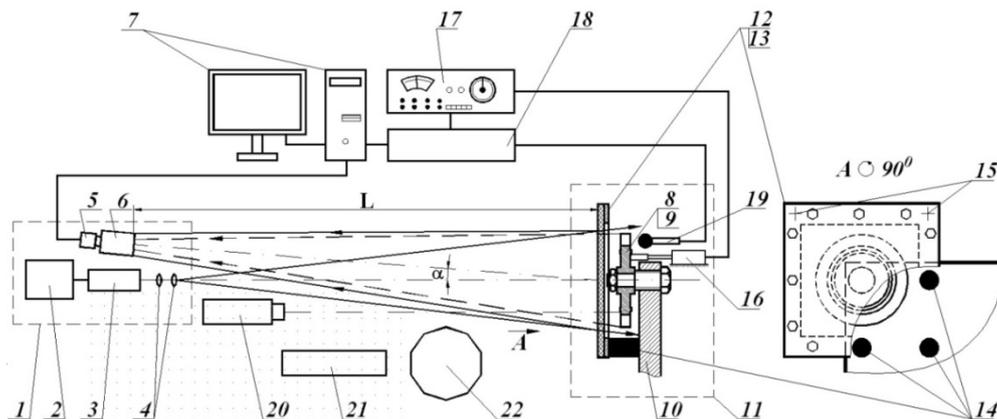


Рис. 1. Схема лазерной системы для регистрации форм колебаний колес ГТД:

1 – подвижный геодезический штатив; 2 – источник питания твердотельного лазера с диодной накачкой (DPSS-лазер); 3 – излучатель DPSS-лазера; 4 – микрообъектив; 5 – видеокамера; 6 – объектив камеры; 7 – компьютер; 8 – рабочее колесо (объект); 9 – болтовое соединение; 10 – голографический стенд; 11 – основание; 12, 13 – диффузно-рассеивающий элемент; 14 – магнитная подвеска; 15 – дополнительные точки опоры; 16 – пьезоэлектрический механический привод; 17 – генератор звуковых частот Г356/1; 18 – цифровой осциллограф PCSU1000; 19 – микрофон; 20 – доплеровский виброметр Polytec PDV-100; 21 – топольная машина EM50 Look line; 22 – додекайдер Look line с генератором шума D301. Параметры схемы:  $L=2000$  мм,  $\alpha = 10-15^\circ$

В работе [29] было показано существенное влияние механических свойств диффузно-рассеивающего элемента на качество регистрируемых интерференционных картин. Поэтому при возбуждении широкополосных помех производилась запись нормальных и тангенциальных колебаний поверхности диффузно-рассеивающего элемента посредством лазерного виброметра Polytec PDV-100. В экспериментах также производилась запись виброускорений поверхности диффузно-рассеивающего элемента при помощи шумомера «Экофизика», датчик которого закреплялся на металлической раме этого оптического элемента.

Широкополосные механические возмущения в установке создавались при помощи топольной машины EM50 Look line 21 (поз. 21, рис. 1), устанавливаемой на разных расстояниях ( $R = 2400, 4200$  и  $4800$  мм) от объекта исследования, а также посредством додекайдера Look line с генератором белого и розового шума D301 (поз. 22, рис. 1), расположенном на дистанции  $R = 4500$  мм от объекта. Топольная машина EM50 Look line в процессе эксплуатации создавала периодические удары с частотой  $f_{\text{ТМ}} = 10$  Гц, которые распространялись в виде механических возмущений по полу помещения, в котором располагалась экспериментальная установка.

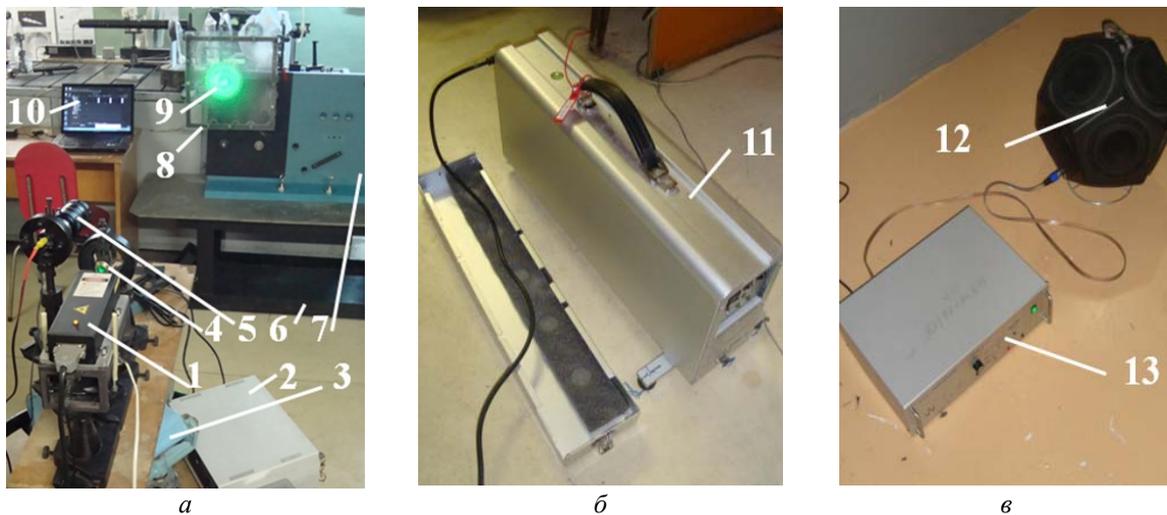


Рис. 2. Общий вид лазерной системы на основе помехоустойчивого спекл-интерферометра (а) и устройств для возмущения помех (б; в):

1 – DPPS-лазер; 2 – блок питания лазера; 3 – геодезический штатив; 4 – микро-объектив; 5 – видеокамера; 6 – основание; 7 – голографическая плита; 8 – оптический диффузор; 9 – рабочее колесо (объект); 10 – компьютер; 11 – топольная машина EM50 Look line; 12, 13 – додекайдер Look line с генератором шума D301

Режим использования топольной машины EM50 Look line был фиксирован как по частоте  $f_{\text{ТМ}}$ , так и по величине ударной нагрузки, поэтому уровень возмущения, достигающий объекта, определялся расстоянием  $R$ . Додекайдер Look line с генератором шума D301 создавал возмущение в полосе частот от 0 до 20 кГц. Максимальная мощность генератора составляла 300 Вт и могла изменяться дискретно с шагом 30 Вт. В процессе работы додекайдер Look line создавал звуковое поле, которое возбуждало окружающие объекты. Для того, чтобы исключить акустическое воздействие на установку, додекайдер Look line располагался за строительной перегородкой, что обеспечило передачу на элементы оптического тракта спекл-интерферометра только механических возмущений.

Воздействие на экспериментальную установку топольной машины EM50 Look line и додекайдера Look line приводило к распространению по элементам её конструк-

ции вынужденных механических колебаний и возникновению дополнительной оптической разности хода между рабочим колесом турбины и диффузно-рассеивающим элементом. Данное явление оказывало непосредственное влияние на процесс записи интерференционной картины и снижало её контрастность. При анализе записанных интерферограмм значение контраста смежных интерференционных полос определялось по параметру видности  $V_m^k$  в соответствии с методикой [28; 29; 31]:

$$V_m^k = \frac{I_{\text{MAX}}^{k-1} - I_{\text{MIN}}^k}{I_{\text{MAX}}^{k-1} + I_{\text{MIN}}^k}, k = 1, 2, \dots, N. \quad (1)$$

В формуле (1) величина  $I_{\text{MAX}}^{k-1}$  представляет собой максимум интенсивности излучения яркой полосы  $(k-1)$ -го порядка,  $I_{\text{MIN}}^k$  обозначает минимум интенсивности излучения для тёмной полосы  $k$ -го порядка, а  $N$  – максимальный порядок тёмных полос на интерферограмме. Вследствие неравномерности контраста интерференционной картины при регистрации рабочего колеса турбины, для оценки видности на  $k$ -м порядке интерференции использовался интегральный параметр, основанный на определении интерференционного контраста по четырём локальным участкам изображения [28]:

$$V^{(k)} = \frac{1}{4} \sum_{m=1}^4 V_m^k, \quad (2)$$

где  $V_m^k$  – видимость темных полос  $k$ -го порядка  $m$ -го участка спекл-интерферограммы.

Представленные формулы позволяют оценить степень снижения качества записываемых интерферограмм в зависимости от вида искусственно создаваемой помехи, а также её интенсивности. Это открывает возможность количественного исследования влияния широкополосных помех на контраст регистрируемых интерферограмм и может быть в дальнейшем использовано для разработки методик дополнительного повышения помехоустойчивости цифровых спекл-интерферометров с непрерывными лазерными излучателями.

### Результаты и обсуждение

Для определения влияния механических свойств компонентов оптической схемы цифрового спекл-интерферометра на качество записи интерферограмм в эксперименте был использован диффузно-рассеивающий элемент с двумя сменными оргстеклянными пластинами толщиной  $h = 5$  и  $8$  мм. Изменение толщины оргстекла  $h$  обеспечивало увеличение жёсткости используемого диффузно-рассеивающего элемента, а также смещение его первой собственной частоты в область более высоких частот [29; 32].

Перед началом испытаний при помощи доплеровского виброметра PDV-100 были определены уровни виброскоростей нормальной и тангенциальной компонент колебания поверхности диффузно-рассеивающего элемента (рис. 3). В начальный момент оптическая схема спекл-интерферометра находилась в относительном покое, совершая движения, соответствующие естественным колебаниям здания. В этих условиях виброускорение металлической рамы диффузно-рассеивающего элемента не превышало значения  $0,6 \text{ м/с}^2$ . Из рис. 3 видно, что естественная вибрация диффузно-рассеивающего элемента локализована в диапазоне  $0 \dots 100$  Гц. При этом независимо от толщины оргстеклянной пластины  $h$  преобладают нормальные колебания оптической поверхности ( $VS_n > VS_r$ ), а уровень виброскорости достигает  $10^{-3}$  мм/с.

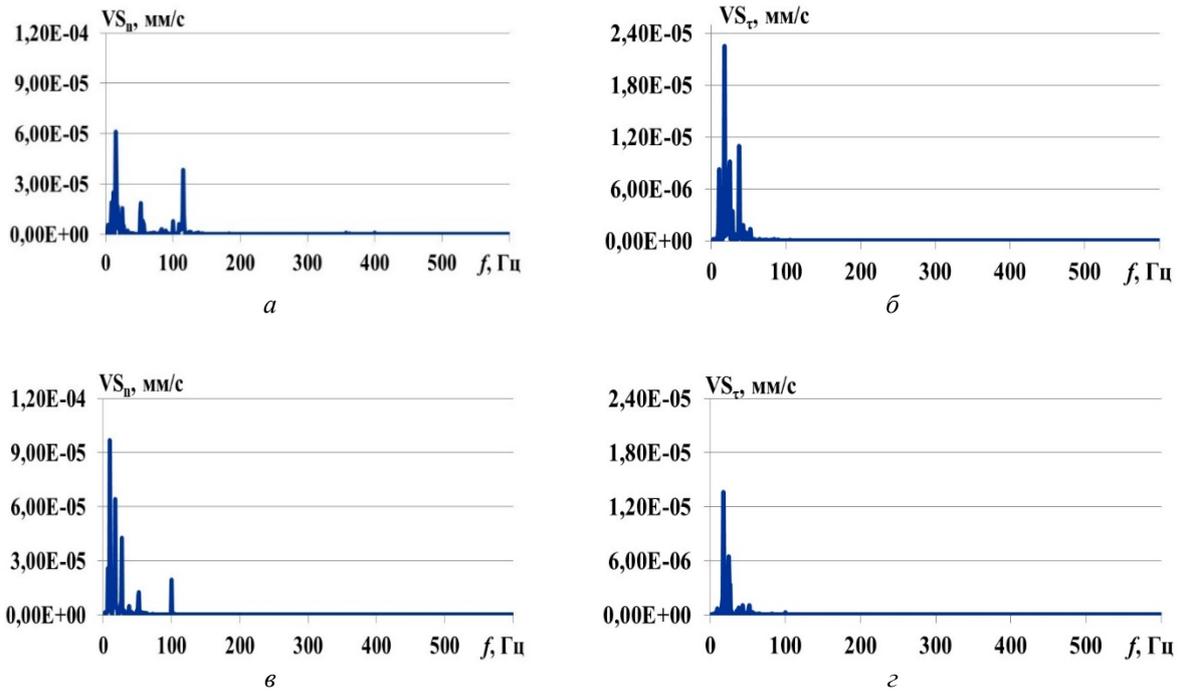


Рис. 3. Спектры нормальной ( $VS_n$ ) и тангенциальной ( $VS_\tau$ ) компонент виброскорости диффузно-рассеивающих элементов, возбуждаемые случайными механическими возмущениями до начала записи интерферограмм. Толщины пластин из оргстекла диффузно-рассеивающих элементов: а, б –  $h = 5$  мм; в, г –  $h = 8$  мм

Начало работы на установке (рис. 4), сопряжённое с включением основных систем и возбуждением объекта на частоте  $f \cong 3971$  Гц, сопровождалось изменением вибрационного состояния диффузно-рассеивающего элемента, при котором уровень наблюдаемых виброскоростей увеличивался на порядок ( $VS_n \cong 10^{-2}$  мм/с). На представленных на рис. 4 спектрах виброскорости сохраняется преобладание нормальных составляющих низкочастотных компонент вибрации ( $VS_n > VS_\tau$  при  $f < 100$  Гц), хотя различие между компонентами  $VS_n$  и  $VS_\tau$  уменьшается и становится близким к значению  $VS_\tau/VS_n \cong 0,4 \dots 0,5$ . Кроме того, на графиках рис. 4 присутствует высокочастотная дискретная компонента ( $f \cong 3971$  Гц), соответствующая частоте возбуждения объекта. Полученный результат соответствует данным работы [29], где был обнаружен эффект синхронизации колебаний диффузно-рассеивающего элемента спекл-интерферометра и возбуждённого на резонансе рабочего колеса турбины.

Очевидно, что присутствие в естественных условиях низкочастотных колебаний на оптическом элементе, формирующим опорный пучок спекл-интерферометра, должно сказываться на качестве регистрируемых изображений и, в частности, на контрасте записываемых интерференционных полос. Для оценки влияния случайных возмущений на работу спекл-интерферометра при толщине оргстеклянной пластины  $h = 5$  и 8 мм были зарегистрированы две серии изображений, по 16 интерферограмм в каждой, и определены значения их видности.

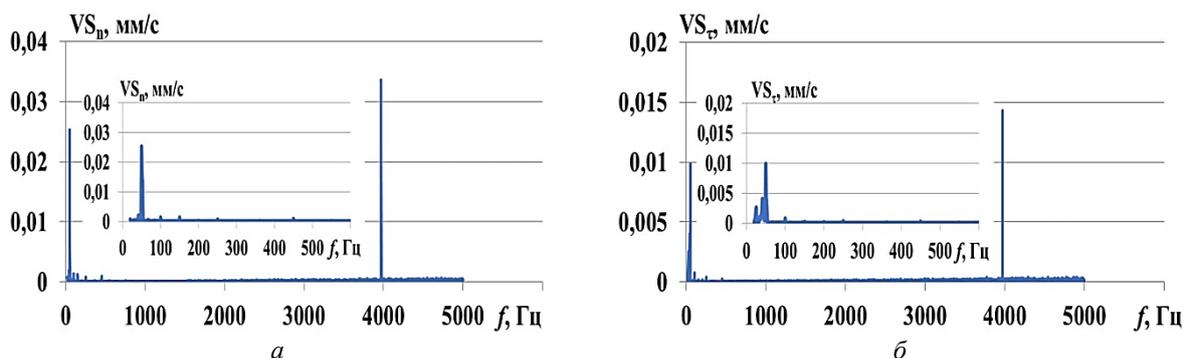


Рис. 4. Характерные спектры нормальной  $VS_n$  и тангенциальной  $VS_z$  компонент виброскорости диффузно-рассеивающего элемента при воздействии случайных возмущений и вибрации рабочего колеса турбины на частоте  $f \cong 3971$  Гц. Толщина оргстеклянной пластины диффузно-рассеивающего элемента  $h = 5$  мм

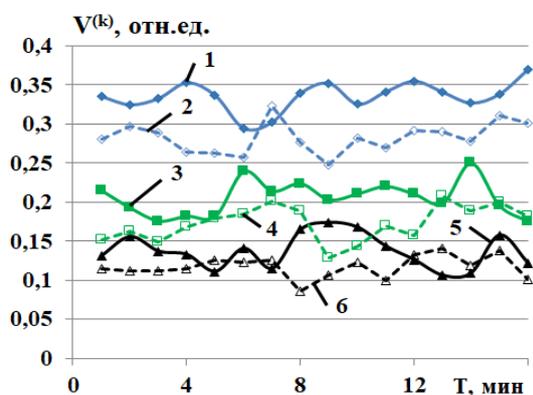


Рис. 5. Вариации видности интерферограмм в процессе их последовательной регистрации в различные моменты времени  $T$ :  
 1 –  $k = 1$ ,  $h = 8$  мм; 2 –  $k = 1$ ,  $h = 5$  мм;  
 3 –  $k = 2$ ,  $h = 8$  мм; 4 –  $k = 2$ ,  $h = 5$  мм;  
 5 –  $k = 3$ ,  $h = 8$  мм; 6 –  $k = 3$ ,  $h = 5$  мм;  
 $k$  – порядок интерференции;  
 $h$  – толщина оргстекла

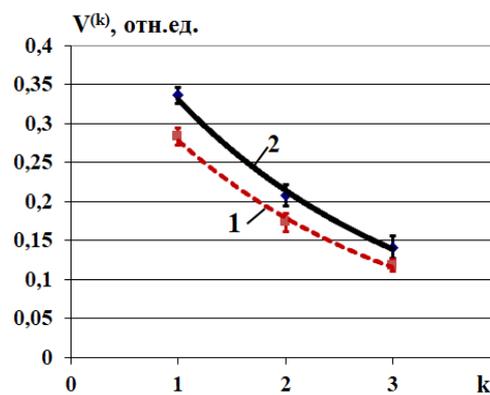


Рис. 6. Изменение видности интерферограмм колебаний рабочего колеса турбины при воздействии случайных возмущений у различных порядков интерференции  $k$  при изменении толщины оргстеклянной пластины  $h$  диффузно-рассеивающего элемента:  
 1 –  $h = 5$  мм; 2 –  $h = 8$  мм

Эти серии изображений формировали вариационные ряды  $V^{(k)}$  и были получены в течение 16 минут. Количество интерферограмм в серии было выбрано с учётом обеспечения репрезентативности выборки и соответствовало требованию стандарта [33]. Данные серии позволяли количественно определить рассеивание значений контраста интерференционных полос для оценки качества регистрируемых в опытах интерференционных картин.

На рис. 5, 6 представлены изменения видности  $V^{(k)}$  первых трёх смежных полос интерференционных картин, обусловленных вибросмещением поверхности объекта в зоне пучности рабочего колеса (рис. 7, а). Согласно рис. 6 видность интерференционной картины  $V^{(k)}$  падает с увеличением порядка интерференции  $k$  и наилучшим образом соответствует экспоненциальному закону аппроксимации [34]. Также с увеличением порядка интерференции  $k$  наблюдается уширение доверительного интервала рассеивания случайной величины  $V^{(k)}$  и увеличение относительной погрешности эксперимента с 3% до 10%.

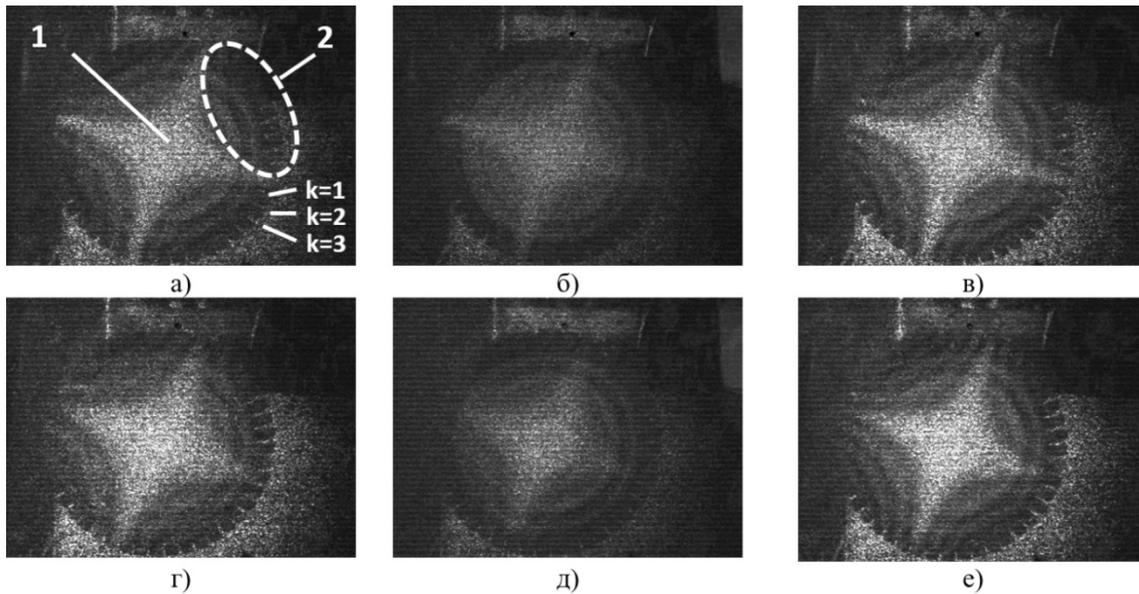


Рис. 7. Характерный вид интерферограмм рабочего колеса турбины, колеблющегося на частоте  $f \cong 3971$  Гц при генерации розового шума додекайдером Look line (а, б, в) и при работе топольной машины EM50 Look line (г, д, е):  
а, г – до включения источника помехи; б, д – при воздействии широкополосных возмущений на оптическую схему спекл-интерферометра; в, е – через 10 мин после выключения источника помехи; 1 – зона узла на поверхности рабочего колеса турбины (нулевая светлая интерференционная полоса); 2 – зона пучности;  $k = 1, 2, 3$  – тёмные интерференционные полосы  $k$ -го порядка; толщина оргстеклянной пластины диффузно-рассеивающего элемента  $h = 5$  мм

В то же время при сравнении видности полос  $V^{(k)}$  для диффузно-рассеивающих элементов с различными значениями  $h$ , можно отметить, что использование оргстеклянной пластины толщиной  $h = 5$  мм приводит к понижению контраста регистрируемых интерференционных полос (рис. 6). Это качественно согласуется с данными работы [29] и объясняется уменьшением жёсткости диффузно-рассеивающего элемента. По этой причине данный оптический элемент оказывается более восприимчивым к внешним механическим воздействиям, что при больших перемещениях его отражающей поверхности могло привести к нарушению интерференции [30].

Для определения границ данного физического эффекта были проведены экспериментальные работы, связанные с изучением влияния широкополосных механических возмущений на изменение видности  $V^{(k)}$  регистрируемых интерферограмм. В качестве целевого параметра эксперимента была выбрана видность первого порядка интерференции  $V^{(1)}$ , обусловленная контрастом нулевой светлой и первой темной интерференционных полос. С одной стороны, это было вызвано наблюдаемым вибрационным смазом интерференционных полос высоких порядков под действием помехи (рис. 7, б, д), а с другой стороны – малой величиной ожидаемой относительной погрешности, оценённой выше.

Исследования производились в два этапа. На первом этапе было рассмотрено влияние на работу цифрового спекл-интерферометра различных уровней интенсивности белого и розового шума, возбуждаемого при мощности генератора (D301) 90, 150 и 300 Вт. После этого производилось изучение влияния периодических ударных нагрузок, создаваемых топольной машиной EM50 Look line. Эксперименты реализовывались последовательными сериями с перерывами (не менее 60 мин) для релаксации оптической схемы интерферометра. Воздействие же на оптическую схему спекл-интерферометра осуществлялось соответствующим источником помехи в течение

$T = 10$  мин. Во время этого воздействия через 1, 5 и 10 мин производились записи интерферограмм (рис. 7), что позволяло отследить динамику процесса во времени.

Полученные в ходе экспериментов результаты представлены на рис. 7 – 12. Рис. 7 демонстрирует изменение качества интерферограмм, записанных до начала эксперимента (рис. 7, а, з), во время его проведения (рис. 7, б, д) и после его завершения (рис. 7, в, е).

Вибрационное состояние диффузно-рассеивающего элемента во время опытов представляет собой спектры тангенциальной составляющей виброскорости (см. рис. 8 – 10), а количественная оценка изменения видности  $V^{(l)}$  интерференционных полос изображений представлена на рис. 11 – 12.

Согласно [30] тангенциальная составляющая вибрации диффузно-рассеивающего элемента оказывает существенное влияние на декорреляцию спеклов, и поэтому может быть использована для анализа помехоустойчивости оптической схемы спекл-интерферометра. При проведении данной работы сначала было установлено, что воздействие белого и розового шума при мощности помехи на уровне 90 и 150 Вт не вызывало изменения видности записываемых интерференционных картин. В этой связи дальнейшее сравнение результатов производилось только при мощности возмущающего воздействия порядка 300 Вт. В ходе экспериментов было установлено, что воздействие белого шума оказывает меньшее влияние на работу спекл-интерферометра (кривые 1, 2 на рис. 11) при одинаковой мощности, чем воздействие розового шума (кривые 3, 4 на рис. 11). В этих условиях видность записываемых интерферограмм  $V^{(l)}$  снижалась с 0,287...0,312 и достигала 0,18...0,22. Наиболее сильно видность интерференционных картин (рис. 7, а, б, в) изменялась под действием розового шума при использовании диффузно-рассеивающего элемента с тонким оргстеклом ( $h = 5$  мм) и стабилизировалась на уровне  $V^{(l)} = 0,18$  через 5 мин после включения генератора шума D301 (рис. 11, линия 4).

Наблюдаемый эффект можно объяснить из сравнения спектров виброскорости  $VS_{\tau}$ , представленных на рис. 8, 9. Согласно рис. 8, воздействие белого шума на оптическую схему спекл-интерферометра приводило к появлению на рабочей поверхности исследуемого оптического элемента низкочастотных дискретных спектральных компонент (при  $f < 300$  Гц) с непрерывно нарастающей высокочастотной составляющей. Уровень этих компонент (см. рис. 8) не превышал 0,01 мм/с и снижался при использовании диффузно-рассеивающего элемента с оргстеклом большей толщины ( $h = 8$  мм).

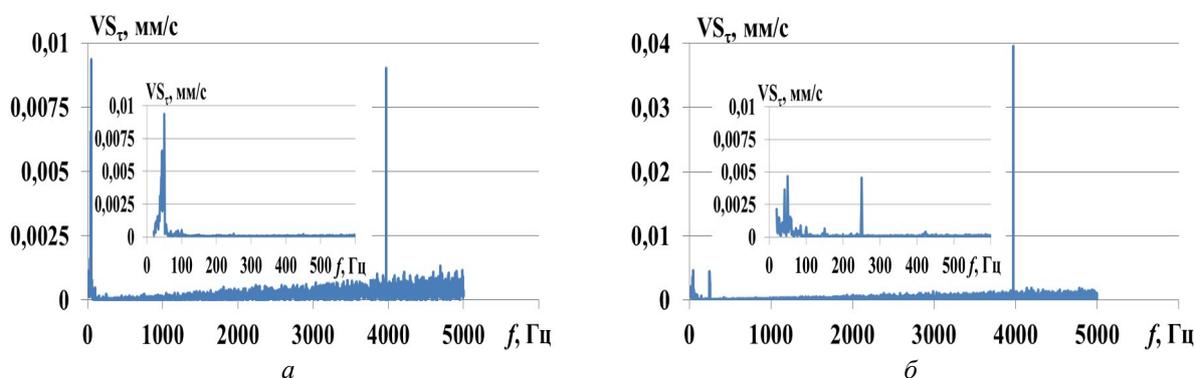


Рис. 8. Спектры тангенциальной  $VS_{\tau}$  компоненты виброскорости вынужденных колебаний диффузно-рассеивающего элемента при воздействии белого шума в зависимости от толщины оргстеклянной пластины: а –  $h = 5$  мм; б –  $h = 8$  мм. Мощность генератора D301 300 Вт

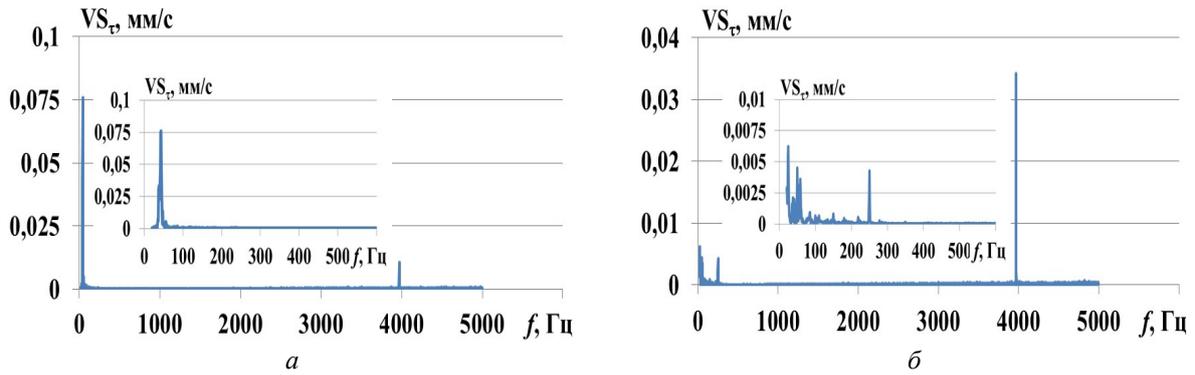


Рис. 9. Спектры тангенциальной ( $VS_t$ ) компоненты виброскорости вынужденных колебаний диффузно-рассеивающего элемента при воздействии розового шума в зависимости от толщины оргстеклянной пластины: а –  $h = 5$  мм; б –  $h = 8$  мм. Мощность генератора D301 – 300 Вт

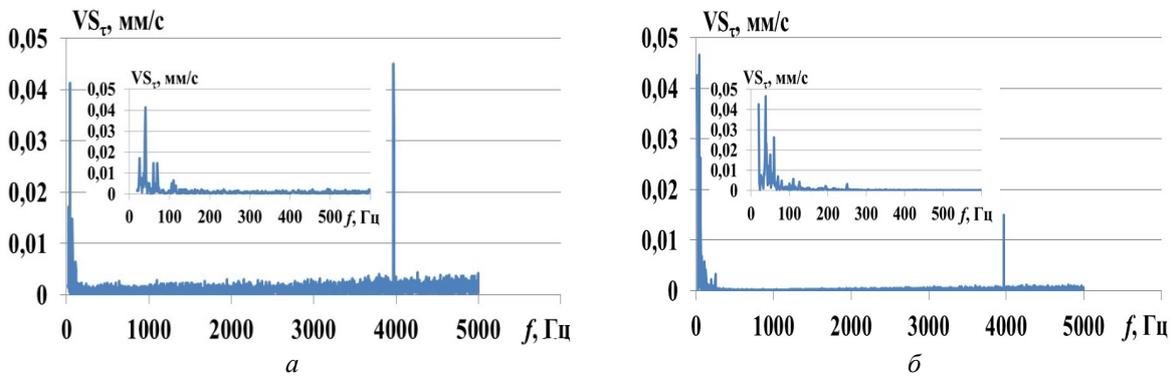


Рис. 10. Спектры тангенциальной ( $VS_t$ ) компоненты виброскорости вынужденных колебаний диффузно-рассеивающего элемента при работе топольной машины EM50 Look line: а –  $h = 5$  мм; б –  $h = 8$  мм. Расстояние от объекта до топольной машины  $R = 4800$  мм

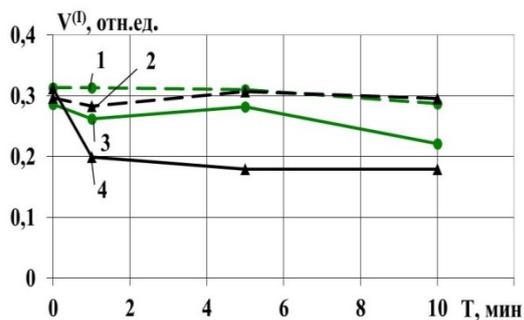


Рис. 11. Изменение видности интерференционных полос интерферограмм при различных видах широкополосных помех, действующих в течение 10 мин, при использовании оргстеклянных пластин диффузно-рассеивающих элементов разной толщины: 1 –  $h = 8$  мм, белый шум; 2 –  $h = 5$  мм, белый шум; 3 –  $h = 8$  мм, розовый шум; 4 –  $h = 5$  мм, розовый шум. Мощность генератора D301 – 300 Вт

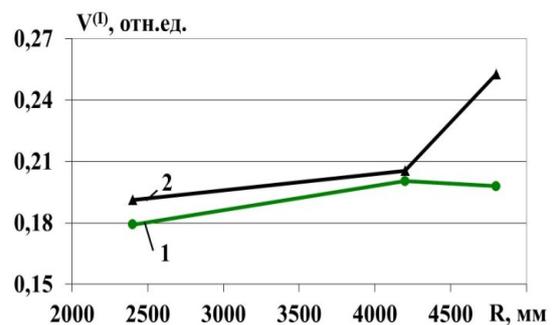


Рис. 12. Изменение видности интерференционных полос интерферограмм при различном расстоянии  $R$  от рабочего колеса до топольной машины (эпицентр возмущений) в зависимости от толщины оргстеклянных пластин диффузно-рассеивающих элементов:  
1 –  $h = 8$  мм; 2 –  $h = 5$  мм

Такие колебания диффузно-рассеивающего элемента находились на уровне естественных помех (см. рис. 4 и рис. 8) и, следовательно, не могли изменить видность записываемых интерферограмм. При этом воздействие на спекл-интерферометр розового шума сопровождалось резким падением контраста интерференционных полос (рис. 7, б) и было обусловлено значительным увеличением тангенциальной составляющей вибрации  $VS_r$  (рис. 9). Различное влияние белого и розового шума при одном уровне мощности генератора D301 (300 Вт) на процесс работы спекл-интерферометра объясняется зависимостью плотности мощности данных помех от частоты [25]. При белом шуме энергия механического возмущения равномерно распределялась по частотам заданного спектрального интервала и приводила к возбуждению только собственных частот диффузно-рассеивающего элемента.

В то же время энергия розового шума концентрировалась в области низких частот, определяя интенсификацию вибрационного процесса. Последнее подтверждают данные по виброускорению металлической рамы диффузно-рассеивающего элемента, согласно которым при белом шуме виброускорение имело значение  $a_v = 0,8 \dots 1,2 \text{ м/с}^2$ , а при розовом шуме достигало  $1,5 \dots 2,1 \text{ м/с}^2$ .

Дальнейшие исследования видности  $V^{(l)}$  были связаны с изучением воздействия периодических ударных нагрузок на процесс записи интерферограмм (рис. 7, з, д, е), как при изменении интенсивности источника помехи, так и жёсткости диффузно-рассеивающего элемента за счёт использования прозрачных оргстеклянных пластин толщиной  $h = 5$  и  $8$  мм. Интенсивность помехи задавалась путём установки топольной машины EM50 Look line на расстояниях до рабочего колеса турбины  $R = 2400, 4200$  и  $4800$  мм. Возможность регулирования уровня механических возмущений составных частей спекл-интерферометра была подтверждена путём измерения виброускорения металлической рамы диффузно-рассеивающего элемента. Измерения показали, что во время запуска топольной машины диффузно-рассеивающий элемент при  $R = 2400$  мм имел виброускорение  $a_v = 2,38 \text{ м/с}^2$ , при  $R = 4200$  мм –  $a_v = 1,5 \text{ м/с}^2$ , а при  $R = 4800$  мм –  $a_v = 1,42 \text{ м/с}^2$ .

Действие ударных нагрузок показало, что видность интерференционных картин  $V^{(l)}$  в ходе проведения эксперимента сразу снижалась после включения источника помехи и незначительно менялась. При близком расположении топольной машины относительно объекта регистрации ( $R = 2400$  мм) видность интерферограмм имела значение  $V^{(l)} = 0,179 \dots 0,191$  (рис. 12).

Последующее увеличение расстояния  $R$  сопровождалось постепенным ростом видности  $V^{(l)}$ , которая при  $R = 4200$  мм имела значение  $V^{(l)} = 0,2 \dots 0,21$ , а при  $R = 4800$  мм составляло  $V^{(l)} = 0,198 \dots 0,253$ . Хотя при  $R < 4200$  мм наблюдаемые значения контраста интерферограмм  $V^{(l)}$  для диффузно-рассеивающих элементов различной жёсткости были близки (рис. 12 линии 1 и 2), видность интерференционных картин  $V^{(l)}$  при толщине оргстеклянной пластины  $h = 5$  мм оказалась выше, чем при толщине  $h = 8$  мм. Особенно это проявляется при установке топольной машины на расстоянии  $R = 4800$  мм, когда видность интерферограмм, записанных с использованием тонкой оргстеклянной пластины ( $h = 5$  мм), входящей в состав диффузно-рассеивающего элемента, увеличивалась до  $V^{(l)} = 0,253$  (линия 2 на рис. 12).

Наблюдаемые зависимости можно объяснить, производя сравнение спектров виброскорости  $VS_r$ , приведённых на рис. 10, 11. Из спектральных кривых на рис. 11, а, б видно, что низкочастотные компоненты виброскорости в интервале частот  $f \sim 38 \dots 40$  Гц на 11%, а для  $f \sim 60$  Гц на 77%, выше у диффузно-рассеивающего эле-

мента с толстой оргстеклянной пластиной ( $h = 8$  мм) по сравнению с оптическим элементом, который имел в составе пластину из тонкого оргстекла ( $h = 5$  мм). Это доказывает, что в данном случае диффузно-рассеивающий элемент с  $h = 8$  мм испытывает более интенсивную вибрацию, которая приводит к получению более низких значений видности регистрируемых интерферограмм (сравнивая кривую 1 с кривой 2 на рис. 12). Характерной особенностью работы топольной машины также является возбуждение дополнительных дискретных компонент вибрации на поверхности диффузно-рассеивающего элемента (при  $f < 100$  Гц), которых нет в спектрах, полученных при генерации белого и розового шума (рис. 10, 11).

Возможная причина наблюдаемого эффекта может быть связана с различием в спектральной плотности компонент вынуждающей силы при периодических ударах и генерации розового шума, а также возможности их пропускания и рассеивания другими элементами конструкции спекл-интерферометра [35]. В рассматриваемом случае передача механических возмущений на установленный диффузно-рассеивающий элемент осуществляется через магнитную подвеску (поз. 14, рис. 1), которая фиксирует оптический элемент силами трения [28]. Вибрационное воздействие помехи в зависимости от её спектрального состава может изменять сцепление поверхностей в пятне контакта подвески [36] и привести к дополнительным микро-перемещениям диффузно-рассеивающего элемента. Помимо этого, в процессе передачи механических возмущений на диффузно-рассеивающий элемент будет происходить рассеяние их энергии за счёт действия магнитных сил и сил трения в подвеске. Данное явление [37] будет приводить к нелинейному демпфированию колебаний диффузно-рассеивающего элемента, для изучения которого необходимы дополнительные специальные исследования.

### Заключение

Разработана и апробирована методика исследования влияния широкополосных возмущений на оптический тракт цифрового спекл-интерферометра панорамного типа с непрерывным лазером и диффузно-рассеивающим элементом, установленным перед объектом исследования. Методика связана с контролем вибрационного состояния критических элементов оптической схемы при помощи доплеровского вибрметра PDV-100 с одновременным определением видности интерферограмм, записанных спекл-интерферометром. Предложенный подход позволяет найти связь между параметрами вибрационного воздействия на оптическую схему прибора, механическими свойствами конструкции спекл-интерферометра и качеством получаемых в процессе записи интерферограмм. Методика полезна при физическом моделировании и анализе возможных условий применения спекл-интерферометра, для обоснования введения ограничений на условия эксплуатации данного прибора, а также при разработке мероприятий, направленных на повышение его помехоустойчивости.

Исследовано влияние широкополосных возмущений, включая белый и розовый шум, а также периодических ударных воздействий на степень контраста регистрируемых интерферограмм, фиксирующих колебания рабочего колеса малоразмерного ГТД. Показано, что воздействие розового шума и периодических ударов снижает видность интерференционных картин на 30...45%, тогда как белый шум при том же уровне энергетического воздействия практически не нарушал процесса записи. Хотя эффект воздействия розового шума и периодических ударов оказывается сопоставимым по последствиям для интерференционных полос высокого порядка, повышение жёсткости диффузно-рассеивающего элемента позволяет увеличить значение контраста  $V^{(l)}$  на 19%. Воздействие же периодических ударных нагрузок для жёстких диффузно-

рассеивающих элементов приводит к снижению видности  $V^{(1)}$  и нуждается в дополнительных исследованиях.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 23-29-10066.

### Библиографический список

1. Федорченко Д.Г., Кочеров Е.П. Прочностная доводка и устранение основных дефектов ГТД. Самара: Издатель Исакова Т.С. (БИЮР), 2022. 431 с.
2. Стеценко А.А., Стеценко О.А., Королев П.В., Мамонов А.И., Рудко В.В., Соловьев О.Б. Совершенствование оценки технического состояния ГТД и обеспечение их безопасной эксплуатации // Вибрация машин: измерение, снижение, защита. 2011. № 4 (27). С. 25-37.
3. Михайлов А.Л. Проектирование и вибродиагностика деталей ГТД на основе исследования объёмного напряжённо-деформированного состояния. Рыбинск: НПО Сатурн: РГАТА, 2005. 213 с.
4. Иванов В.П. Колебания рабочих колёс турбомашин. М.: Машиностроение, 1983. 224 с.
5. Adams M.L. Rotating machinery vibration: from analysis to troubleshooting. CRC Press, 2010. 476 p.
6. Boyce M.P. Gas turbine engineering handbook. Elsevier Inc., 2011. 1000 p.
7. Басов П.А., Селезнёв В.Г. Несинхронные колебания рабочих колёс турбомашин // Вестник Самарского государственного аэрокосмического университета имени академика С.П. Королёва (национального исследовательского университета). 2014. № 5 (47), ч. 2. С. 103-108. DOI: 10.18287/1998-6629-2014-0-5-2(47)-103-108
8. Kushner F. Disk vibration – rotating blade and stationary vane interaction // Journal of Mechanical Design. 1980. V. 102, Iss. 3. P. 579-584. DOI: 10.1115/1.3254788
9. Ohashi H. Case study of pump failure due to rotor-stator interaction // International Journal of Rotating Machinery. 1994. V. 1. DOI: 10.1155/s1023621x94000059
10. Srinivasan A.V. Flutter and resonant vibration characteristics of engine blades // Journal of Engineering for Gas Turbines and Power. 1997. V. 119, Iss. 4. P. 742-775. DOI: 10.1115/1.2817053
11. Балакшин О.Б., Кухаренко Б.Г., Хориков А.А. Идентификация флаттера турбинных лопаток // Проблемы машиностроения и надёжность машин. 2008. № 1. С. 19-24.
12. Сидоренко М.К. Виброметрия газотурбинных двигателей. М.: Машиностроение, 1973. 224 с.
13. Buzdugan Gh., Mihilescu E., Rades M. Vibration measurement. Dordrecht: Springer, 1986. 347 p. DOI: 10.1007/978-94-017-3645-9
14. Неразрушающий контроль: справочник. В 7 т. Т. 7, кн. 1-2. Метод акустической эмиссии. Вибродиагностика / под ред. В.В. Клюева. М.: Машиностроение, 2006. 828 с.
15. Еленевский С.Д., Бекбулатов Р.С., Сипухин И.Г. и др. Вибропрочностные испытания охлаждаемых лопаток турбины / В сб.: «Научные основы и методы повышения надёжности и долговечности газотурбинных двигателей». Киев: Наукова думка, 1979. С. 149-155.
16. Petyt M. Fennit element modeling in structural dynamics // Industrial Vibration Modelling. 1987. P. 135-147. DOI: 10.1007/978-94-009-4480-0\_9

17. Bertin L., Neri P., Santus C., Guglielmo A., Mariotti G. Analytical investigation of the SAFE diagram for bladed wheels, numerical and experimental validation // Journal of Sound and Vibration. 2014. V. 333, Iss. 19. P. 4771-4788. DOI: 10.1016/j.jsv.2014.04.061
18. Gray C. Optical methods of engineering analysis. Cambridge: Cambridge University Press, 1998. 520 p.
19. Lyu L.F., Zhu W.D. Operational modal analysis of rotating structures under ambient excitation using tracking continuously scanning laser doppler vibrometry // Rotating Machinery, Optical Methods & Scanning LDV Methods. 2022. V. 6. P. 51-58. DOI: 10.1007/978-3-030-76335-0\_5
20. Франсон М. Оптика спеклов. М.: Мир, 1980. 171 с.
21. Jones R., Wykes C. Holographic and speckle interferometry. A discussion of the theory, practice and application of the techniques. Cambridge: Cambridge University Press, 1983. 330 p.
22. Doval A.F., Trillo C., Cemadas D., Dorrio B.V., Lopez C., Fernandez J.L., Perez-Amor M. Measuring amplitude and phase of vibration with double-exposed stroboscopic TV Holography // Interferometry in Speckle Light. 2000. P. 281-288. DOI: 10.1007/978-3-642-57323-1\_35
23. Журавлев О.А., Шапошников Ю.Н., Щеглов Ю.Д., Комаров С.Ю. Применение методов голографической и спекл-интерферометрии для исследования вибрации и шума механических конструкций. Самара: СГАУ, 2005. 143 с.
24. Комаров С.Ю. Разработка помехоустойчивого спекл-интерферометра для определения резонансных частот и форм колебаний высоконагруженных элементов конструкций, систем и агрегатов энергетических установок. Дис. ... канд. техн. наук. Самара, 2004. 233 с.
25. Watson R., Downey O. The little red book of acoustics: A practical guide. London: Unknown, 2013. 306 p.
26. Харкевич А.А. Спектры и анализ. М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2009. 240 с.
27. Островский Ю.И., Бутусов М.М., Островская Г.В. Голографическая интерферометрия. М.: Наука, 1977. 339 с.
28. Ивченко А.В., Жужукин А.И. Разработка системы регистрации спекл-интерферограмм колеблющегося объекта без виброизоляции // Тезисы докладов пятой международной научно-технической конференции «Динамика и виброакустика машин» (16-18 сентября, 2020 г., Самара). Самара: Самарский университет, 2020. С. 72-73.
29. Ивченко А.В., Сафин А.И. Совершенствование методики регистрации колебаний колес ГТД при помощи помехоустойчивого цифрового спеклинтерферометра // Тезисы докладов шестой международной научно-технической конференции «Динамика и виброакустика машин» (21-23 сентября, 2022 г., Самара). Самара: Самарский университет, 2022. С. 155-157.
30. Жужукин А.И. Устройство для исследования форм колебаний: патент РФ № 71429; опубл. 10.03.2008; бюл. № 7.
31. Moeller K.D. Optics. New York: Springer-Verlag, 2007. 455 p. DOI: 10.1007/978-0-387-69492-4
32. Тимошенко С.П., Войновский-Кригер С. Пластинки и оболочки. М.: URSS, 2009. 635 с.
33. ГОСТ 8.207-76. Государственная система обеспечения единства измерений. Прямые измерения с многократными наблюдениями. Методы обработки результатов наблюдений. Основные положения. М.: Стандартинформ, 2006. 8 с.
34. Тактаров Н.Г. Справочник по высшей математике для студентов вузов. М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2019. 880 с.

35. Palazzolo A. Vibration theory and applications with finite elements and active vibration control. Hoboken: John Wiley & Sons, 2016. 976 p.

36. Крагельский И.В. Трение и износ. М.: Машиностроение, 1968. 480 с.

37. Chicharro J.M., Bayon A., Salazar F. Measurement of damping in magnetic materials by optical heterodyne interferometry // Journal of Magnetism and Magnetic Materials. 2004. V. 268, Iss. 3. P. 348-356. DOI: 10.1016/s0304-8853(03)00546-8

## INVESTIGATION OF THE INFLUENCE OF BROADBAND MECHANICAL DISTURBANCES ON THE QUALITY OF RECORDING INTERFERENCE PATTERNS OF GTE-WHEEL OSCILLATIONS USING A DIGITAL SPECKLE PATTERN INTERFEROMETER

© 2024

**A. V. Ivchenko** Candidate of Science (Engineering), Associate Professor of the Engine Production Department; Samara National Research University, Samara, Russian Federation; [fgrt@yandex.ru](mailto:fgrt@yandex.ru)

**A. I. Safin** Candidate of Science (Engineering), Associate Professor of the Department of Automatic Systems of Power Plants; Samara National Research University, Samara, Russian Federation; [safin.ai@ssau.ru](mailto:safin.ai@ssau.ru)

The effect of broadband disturbances on the operation of a noise-immune digital speckle pattern interferometer with a continuous wave laser emitter and a diffuse-scattering element arranged in front of an oscillating turbine wheel has been studied. Visibility dependences of the recorded interference patterns were obtained under the action of different types of artificially created disturbances. It is shown that the most dangerous mechanical disturbances for the operation of a speckle pattern interferometer are periodic noise and pink noise, whereas white noise and natural vibrations of the floor in the room where the experimental setup was accommodated do not significantly influence the quality of the information recorded by the interferometer. This article analyzes the influence of the mechanical properties of the diffuse-scattering element arranged in the speckle pattern interferometer on the quality of the obtained interference patterns. A relationship between the growth of forced tangential oscillations of the diffuse-scattering element and a decrease in the contrast of interference fringes was noted. In this case, an increase in the thickness of the organic glass plate of the diffuse-scattering element up to 8 mm leads to the neutralization of the pink noise action on the speckle pattern interferometer operation. At the same time, the effect of periodic noises decreases the contrast of interference patterns recorded for the cases of using 5 mm and 8 mm thick organic glass plates.

*Gas turbine engine; the bladed wheel vibration; registration; speckle-interferometer; mechanical perturbation; interference pattern; quality; visibility*

---

**Citation:** Ivchenko A.V., Safin A.I. Investigation of the influence of broadband mechanical disturbances on the quality of recording interference patterns of GTE-wheel oscillations using a digital speckle pattern interferometer. *Vestnik of Samara University. Aerospace and Mechanical Engineering*. 2024. V. 23, no. 1. P. 160-176. DOI: 10.18287/2541-7533-2024-23-1-160-176

### References

1. Fedorchenko D.G., Kocherov E.P. *Prochnostnaya dovodka i ustranenie osnovnykh defektov GTD* [Strength development and elimination of the main defects of gas turbine engines]. Samara: Isakova T.S. (BIYuR) Publ., 2022. 431 p.

2. Stetsenko A.A., Stetsenko O.A., Korolev P.V., Mamonov A.I., Rudko V.V., Solovyov O.B. Improvement of assessment of technical state of GTE and ensuring their safe operation. *Vibratsiya Mashin: Izmerenie, Snizhenie, Zashchita*. 2011. No. 4 (27). P. 25-37. (In Russ.)

3. Mikhaylov A.L. *Proektirovanie i vibrodiagnostika detaley GTD na osnove issledovaniya ob"emnogo napryazhenno-deformirovannogo sostoyaniya* [Design and vibration-based diagnostics of gas turbine engine parts based on the study of three-dimensional stress-strain state]. Rybinsk: NPO Saturn: RGATA Publ., 2005. 213 p.
4. Ivanov V.P. *Kolebaniya rabochikh koles turbomashin* [Vibrations of turbo-machine impellers]. Moscow: Mashinostroenie Publ., 1983. 224 p.
5. Adams M.L. *Rotating machinery vibration: from analysis to troubleshooting*. CRC Press, 2010. 476 p.
6. Boyce M.P. *Gas turbine engineering handbook*. Elsevier Inc., 2011. 1000 p.
7. Basov P.A., Seleznev V.G. Nonsynchronous vibrations of turbomachinery bladed discs. *Vestnik of the Samara State Aerospace University*. 2014. No. 5 (47), part 2. P. 103-108. (In Russ.). DOI: 10.18287/1998-6629-2014-0-5-2(47)-103-108
8. Kushner F. Disk vibration – rotating blade and stationary vane interaction. *Journal of Mechanical Design*. 1980. V. 102, Iss. 3. P. 579-584. DOI: 10.1115/1.3254788
9. Ohashi H. Case study of pump failure due to rotor-stator interaction. *International Journal of Rotating Machinery*. 1994. V. 1. DOI: 10.1155/s1023621x94000059
10. Srinivasan A.V. Flutter and resonant vibration characteristics of engine blades. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*. 1997. V. 119, Iss. 4. P. 742-775. DOI: 10.1115/1.2817053
11. Balakshin O.B., Kukhareno B.G., Khorikov A.A. Identification of turbine blade flutter. *Journal of Machinery Manufacture and Reliability*. 2008. V. 37, Iss. 1. P. 16-20. DOI: 10.3103/S1052618808010056
12. Sidorenko M.K. *Vibrometriya gazoturbinykh dvigateley* [Vibration analysis of gas turbine engines]. Moscow: Mashinostroenie Publ., 1973. 224 p.
13. Buzdugan Gh., Mihilescu E., Rades M. *Vibration measurement*. Dordrecht: Springer, 1986. 347 p. DOI: 10.1007/978-94-017-3645-9
14. *Nerazrushayushchiy kontrol'. Spravochnik v 7 t. T. 7, kn. 1-2. Metod akusticheskoy emissii. Vibrodiagnostika / pod red. V.V. Klyueva* [Nondestructive testing: Handbook. In 7 volumes. V. 7. Book 1-2. Acoustic emission method. Vibration-based diagnostics / ed. by V.V. Klyuev]. Moscow: Mashinostroenie Publ., 2006. 828 p.
15. Elenevskiy S.D., Bekbulatov R.S., Sipukhin I.G. et al. Vibroprochnostnye ispytaniya okhlazhdaemykh lopatok turbiny. *V sb.: «Nauchnye osnovy i metody povysheniya nadezhnosti i dolgovechnosti gazoturbinykh dvigateley»*. Kiev: Naukova Dumka Publ., 1979. P. 149-155. (In Russ.)
16. Petyt M. Fennit element modeling in structural dynamics. *Industrial Vibration Modelling*. 1987. P. 135-147. DOI: 10.1007/978-94-009-4480-0\_9
17. Bertin L., Neri P., Santus C., Guglielmo A., Mariotti G. Analytical investigation of the SAFE diagram for bladed wheels, numerical and experimental validation. *Journal of Sound and Vibration*. 2014. V. 333, Iss. 19. P. 4771-4788. DOI: 10.1016/j.jsv.2014.04.061
18. Gray C. *Optical methods of engineering analysis*. Cambridge: Cambridge University Press, 1998. 520 p.
19. Lyu L.F., Zhu W.D. Operational modal analysis of rotating structures under ambient excitation using tracking continuously scanning laser doppler vibrometry. *Rotating Machinery, Optical Methods & Scanning LDV Methods*. 2022. V. 6. P. 51-58. DOI: 10.1007/978-3-030-76335-0\_5
20. Francon M. *La granularite laser (spekle) et ses applications en optique*. Paris: Masson, 1978. 132 p.
21. Jones R., Wykes C. *Holographic and speckle interferometry. A discussion of the theory, practice and application of the techniques*. Cambridge: Cambridge University Press, 1983. 330 p.

22. Doval A.F., Trillo C., Cemadas D., Dorrio B.V., Lopez C., Fernandez J.L., Perez-Amor M. Measuring amplitude and phase of vibration with double-exposed stroboscopic TV Holography. *Interferometry in Speckle Light*. 2000. P. 281-288. DOI: 10.1007/978-3-642-57323-1\_35

23. Zhuravlev O.A., Shaposhnikov Yu.N., Shcheglov Yu.D., Komarov S.Yu. *Primenenie metodov golograficheskoy i spekl-interferometrii dlya issledovaniya vibratsii i shuma mekhanicheskikh konstruktsiy* [Application of holographic and speckle interferometry methods for studying vibration and noise of mechanical structures]. Samara: Samara State Aerospace University Publ., 2005. 143 p.

24. Komarov S.Yu. *Razrabotka pomekhoustoychivogo spekl-interferometra dlya opredeleniya rezonansnykh chastot i form kolebaniy vysokonagruzhennykh elementov konstruktsiy, sistem i agregatov energeticheskikh ustanovok. Dis. ... kand. tekhn. nauk* [Development of a noise-immune speckle interferometer for determining resonant frequencies and vibration modes of high-load structural elements, systems and units of power plants. Dissertation for the Candidate Degree (Engineering). Samara]. Samara, 2004. 233 p.

25. Watson R., Downey O. *The little red book of acoustics: A practical guide*. London: Unknown, 2013. 306 p.

26. Kharkevich A.A. *Spektry i analiz* [Spectra and analysis]. Moscow: Knizhnyy Dom «LIBROKOM» Publ., 2009. 240 p.

27. Ostrovskiy Yu.I., Butusov M.M., Ostrovskaya G.V. *Golograficheskaya interferometriya* [Holographic interferometry]. Moscow: Nauka Publ., 1977. 339 p.

28. Ivchenko A.V., Zhuzhukin A.I. The system development for digital recording of speckle-interferograms of an oscillating object without vibration isolation. *Proceedings of the International Conference on Dynamics and Vibroacoustics of Machines, DVM 2020 (September, 16-18, 2020, Samara, Russia)*. DOI: 10.1109/dvm49764.2020.9243896

29. Ivchenko A.V., Safin A.I. The technique improvement for GTE-wheel oscillation recording by the noise-proof digital speckle pattern interferometer. *Proceedings of the International Conference on Dynamics and Vibroacoustics of Machines, DVM 2022 (September, 21-23, 2022, Samara, Russia)*. DOI: 10.1109/dvm55487.2022.9930910

30. Zhuzhukin A.I. *Ustroystvo dlya issledovaniya form kolebaniy* [Device for studying vibration modes]. Patent RF, no. 71429, 2008. (Publ. 10.03.2008, bull. no. 7)

31. Moeller K.D. *Optics*. New York: Springer-Verlag, 2007. 455 p. DOI: 10.1007/978-0-387-69492-4

32. Timoshenko S., Woinowsky-Kriger S. *Theory of plates and shells*. McGraw-Hill Book Company, 1959. 591 p.

33. GOST 8.207-76. State system for ensuring the uniformity of measurements. Direct measurements with multiple observations. Methods of processing the results of observations. Basic principles. Moscow: Standartinform Publ., 2006. 8 p. (In Russ.)

34. Taktarov N.G. *Spravochnik po vysshey matematike dlya studentov vuzov* [Handbook on higher mathematics for university students]. Moscow: Knizhnyy Dom «LIBROKOM» Publ., 2019. 880 p.

35. Palazzolo A. *Vibration theory and applications with finite elements and active vibration control*. Hoboken: John Wiley & Sons, 2016. 976 p.

36. Kragel'skiy I.V. *Trenie i iznos* [Friction and wear]. Moscow: Mashinostroenie Publ., 1968. 480 p.

37. Chicharro J.M., Bayon A., Salazar F. Measurement of damping in magnetic materials by optical heterodyne interferometry. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*. 2004. V. 268, Iss. 3. P. 348-356. DOI: 10.1016/s0304-8853(03)00546-8

## РАЗРАБОТКА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ВНУТРЕННЕЙ СТРУКТУРЫ ГРАНУЛИРОВАННОГО ТЕПЛООВОГО АККУМУЛЯТОРА ЗАПУСКА МОНОТОПЛИВНОГО ГАЗОГЕНЕРАТОРА

© 2024

**В. А. Зрелов** доктор технических наук, профессор кафедры конструкции и проектирования двигателей летательных аппаратов; Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва; [zrellov07@mail.ru](mailto:zrellov07@mail.ru)

**А. Ю. Лыкин** старший преподаватель кафедры инженерной графики; Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва; [auforstud@gmail.com](mailto:auforstud@gmail.com)

Вопрос улучшения энергомассовых характеристик является одним из наиболее важных при разработке газогенераторов различного назначения. В связи с этим, в рамках работ по поиску путей использования перспективных видов топлив проводились экспериментальные исследования газогенератора, работающего на смесевом монотопливе на базе нитроэфиров. В качестве устройства, инициирующего реакцию горения, использовался гранулированный саморазогревающийся тепловой аккумулятор запуска, размещающийся в цилиндрической камере сгорания. Экспериментальные исследования позволили выявить особенности сложного и многостадийного процесса преобразования монотоплива, происходящего в поровом пространстве камеры сгорания газогенератора на поверхностях гранул и внутри сложной системы каналов, состоящих из элементарных ячеек, образованных этими гранулами. При этом поровое пространство теплового аккумулятора представляет собой гранулированную засыпку из монодисперсных гранул неупорядоченной структуры. Задачей работы, описываемой в статье, являлось создание математического описания гранулированной засыпки неупорядоченной структуры, решаемой в двумерной постановке. Предлагается метод перехода от гексагональной укладки к условно-упорядоченной, сочетающей в себе компактность гексагональной и удобство описания – кубической. Получаемая укладка позволяет представить половину фронтального сечения гранулированного теплового аккумулятора в виде вертикального плоского слоя с заданной структурой, определяемой пористостью, диаметром гранул и габаритами камеры сгорания – её длиной и диаметром. Предложенный подход перехода от неупорядоченной структуры засыпки к условно-упорядоченной позволил разработать математическую модель, описывающую внутреннюю структуру теплового аккумулятора запуска, и определить координаты зон теплового аккумулятора, в которых происходят различные стадии преобразования монотоплива. Это позволит перейти к формированию описания рабочего процесса газогенератора с гранулированным саморазогревающимся тепловым аккумулятором запуска.

*Монотопливный газогенератор; поровое пространство; типы гранульных упаковок; условно-упорядоченная укладка; площадь проходного сечения; координаты центров гранул; оценка изменения площади засыпки*

---

**Цитирование:** Зрелов В.А., Лыкин А.Ю. Разработка математической модели внутренней структуры гранулированного теплового аккумулятора запуска монотопливного газогенератора // Вестник Самарского университета. Аэрокосмическая техника, технологии и машиностроение. 2024. Т. 23, № 1. С. 177-187.  
DOI: 10.18287/2541-7533-2024-23-1-177-187

Сложный и многостадийный процесс преобразования монотоплива в камере сгорания газогенерирующего устройства – газогенератора (ГГ) с гранулированным саморазогревающимся тепловым аккумулятором (ТА) запуска – происходит в поровом пространстве ТА. Результаты экспериментальных исследований, представленные в работах [1; 2], позволили авторам раскрыть физическую картину развития этих процессов и определить взаимозависимость и особенности протекания физических процессов пре-

образования смесевых монотоплив в условиях различных режимов работы ГГ, а также разработать модель рабочего процесса. С учётом особенностей протекания рабочего процесса в ГГ целесообразно формировать такую модель как регулярную, которая будет отражать реальные структуры и процессы в исследуемом объекте и опираться на теоретическое описание физических процессов [3]. При этом модель рабочего процесса монотопливного ГГ представляется в виде совокупности взаимосвязанных моделей, отражающих следующие стадии рабочего процесса – режим запуска, установившийся и режим останова, а также режим пауз между включениями.

На всех режимах работы ГГ процессы преобразования монотоплива происходят в поровом пространстве гранулированного ТА, на поверхностях гранул и внутри сложной системы каналов, состоящих из элементарных ячеек, которые образованы этими гранулами. При этом поровое пространство гранулированного ТА представляет собой засыпку из монодисперсных гранул неупорядоченной структуры.

Следует отметить, что устройства, у которых в основе их принципа действия заложены процессы, протекающие в пористых структурах, размещаемых в замкнутом объёме, нашли широкое применение в различных областях техники. В качестве пористых структур наиболее часто используются гранулированные засыпки, состоящие из сферических гранул неупорядоченной структуры. Гранулированные засыпки в таких устройствах выполняют различные функции. Это и охлаждение/нагрев, происходящие в теплообменных аппаратах [4 – 6], фильтрация твёрдых частиц, присутствующих в жидких и газообразных средах [7; 8], осаждение различных вредных примесей в адсорберах различной конструкции [9; 10]. Нашли широкое применение катализаторы, выполненные в виде гранулированных засыпок, размещаемые в реакторах [11 – 14].

Модели рабочих процессов, протекающих в пористых структурах, используют различные подходы при описании свойств гранулированной засыпки. В работах [15 – 17], описывающих процессы тепломассообмена, пористые структуры, представляющие собой неупорядоченную засыпку из сферических гранул, в математической модели реализуются в виде системы тонких трубок извилистой формы равной длины.

В ряде работ [18; 19] при определении теплопроводности пористых структур параметры поровой среды определяются на базе экспериментальных данных, при этом структура засыпки не учитывается. При построении температурного профиля по толщине гранулированной засыпки на базе экспериментальных данных она рассматривается как кубическая [20]. Моделирование укладки гранул предлагается осуществлять на основе разработанной программы, которая методом подбора радиусов гранул формирует 2D поле гранул разных размеров, контактирующих между собой [21]. Однако такая модель ориентирована в большей степени на определение пятен контактов гранул и проходных сечений между ними, что не даёт представления о координатах гранул.

Известны модели, применяемые в фармацевтической промышленности, модели, используемые при описании различных строительных смесей [22], при рассмотрении распределения активного вещества внутри связующего [23]. Также используются методы описания пространственных гранулированных структур, в качестве которых рассматривается расположение атомов в кристаллической решётке, как это принято в кристаллографии [24], где задача решается в трёхмерном виде. Однако, эти модели не позволяют описывать такие структуры в двумерной постановке.

В настоящей работе даётся математическое описание геометрических особенностей ТА во фронтальном сечении по оси камеры сгорания. К геометрическим особенностям гранульной засыпки авторы относят как координаты поверхностей гранул, на которых происходит первичное взаимодействие капельно-жидкостного факела, так и системы каналов, образованных гранулами, в которых происходит течение двухфазного потока и конечное преобразование монотоплива в продукты сгорания.

Создание математической модели неупорядоченной засыпки представляется возможным на основе анализа свойств известных структур в виде сферических монодисперсных гранул [15]. При этом наименее плотной моделью укладки является кубическая, а наиболее плотной – гексагональная. Все другие типы упаковок по плотности занимают промежуточное положение между этими двумя.

Гранульные засыпки принято характеризовать следующими основными параметрами: средняя объёмная пористость  $\Pi$ ; удельная поверхность  $\alpha_g$ ; площадь активного взаимодействия  $S_{ТА}$ ; средняя площадь проходного сечения  $F_{ТА}$ . При этом наиболее важными параметрами являются координационное число  $K$ , определяемое как число соседних гранул, находящихся в контакте с выбранной гранулой, и угол укладки  $\varphi$ . На рис. 1 показаны основные типы гранульных упаковок, отличающихся друг от друга взаимной ориентацией гранул, и приведены соответствующие им значения пористости и координационного числа.

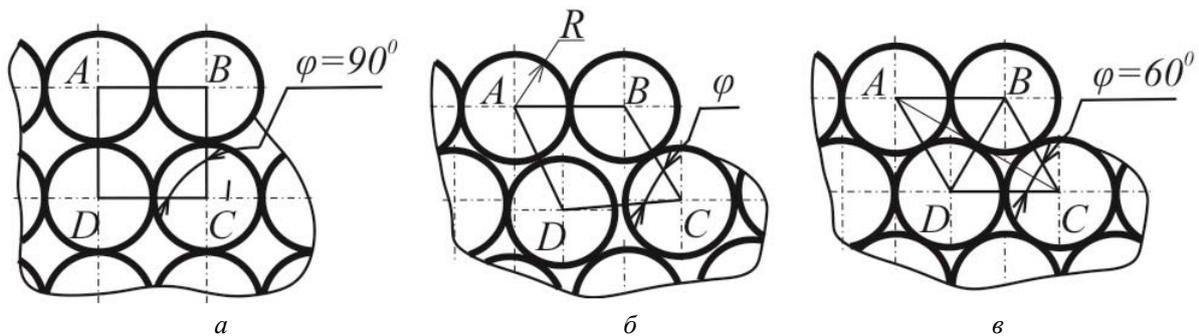


Рис. 1. Зависимость пористости ( $\Pi$ ) и координационного числа ( $K$ ) от типа укладки гранульных засыпок:  
а – кубическая ( $\Pi = 0,476$ ;  $K = 3$ ); б – произвольная ( $0,395 < \Pi < 0,476$ ;  $K = 4$ );  
в – гексагональная ( $\Pi < 0,395$ ;  $K = 6$ )

Наиболее распространённым объёмом для упаковки засыпок, как и в случае расположения ТА в объёме камеры сгорания объекта исследования [1], является цилиндр конечных размеров.

Для этого случая упаковки, анализируя параметры гранульных засыпок из монодисперсных сферических гранул, на основании данных [15; 17; 25] можно сделать вывод о том, что любая засыпка может быть полностью охарактеризована четырьмя основными параметрами: пористостью  $\Pi$ , радиусом гранул  $R$ , диаметром ограничивающего цилиндра  $D$  и его длиной  $L$ . Учитывая связь этих параметров и координационного числа [15; 16], можно утверждать, что они полностью и однозначно характеризуют любую гранульную засыпку.

Анализ показывает, что наиболее целесообразно свести представление неупорядоченной укладки при неизменных габаритах цилиндра к условно-упорядоченной, сочетающей в себе компактность гексагональной и удобство описания свойств – кубической. Начало пространственных координат удобнее всего располагать по оси ТА на верхней границе первого от форсунки ряда гранул (рис. 2, а).

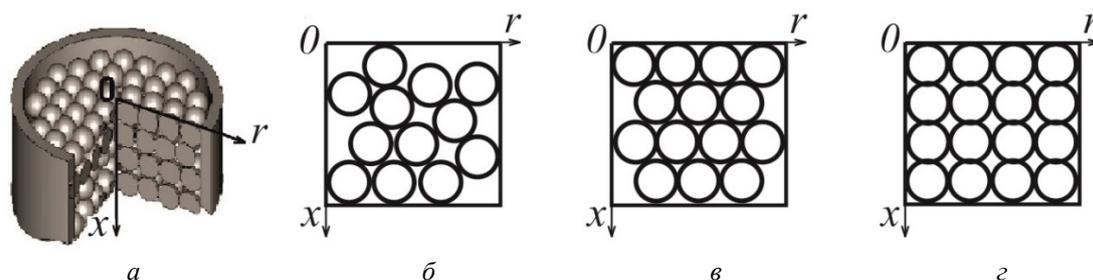


Рис. 2. Последовательность трансформации укладки:  
 а – объёмная модель; б – неупорядоченная;  
 в – гексагональная; з – условно-упорядоченная (кубическая)

При разработке математической модели реальной засыпки в двумерной постановке (рис. 2, б) использована схема самой плотной – гексагональной укладки гранульной засыпки, как имеющей наиболее близкие к неупорядоченной значения пористости и координационного числа. При этом в ней назначаются реальные значения пористости, диаметры гранул и габариты цилиндра. Такая укладка будет иметь одинаковое с реальной количество гранул, площадь активного взаимодействия, свободный объём, приходящийся на одну гранулу, координационное число, площадь проходного сечения и др., но несколько иные межслойные (межцентровые) расстояния. Такой подход позволяет получить условную упорядоченную (гексагональную) структуру с минимальным расстоянием между центрами гранул в соседних горизонтальных слоях, но обладающую всеми остальными свойствами реальной (рис. 2, в). Следующим шагом преобразования укладки является трансформация условной гексагональной структуры в кубическую, что во фронтальном сечении цилиндра будет выражаться в сдвиге горизонтальных слоёв относительно друг друга в радиальном направлении на величину половины диаметра гранулы. При этом получается условная кубическая укладка гранул в половине фронтального сечения с горизонтальными слоями гранул в осевом направлении, перекрывающимися друг друга на некоторую высоту (рис. 2, з).

Проверка вариативности предложенного метода представления произвольной гранульной укладки проводилась по оценке погрешности, возникающей при изменении площади гранул, располагающихся в половине фронтального сечения цилиндра. Это изменение площади, занимаемой гранулой, возникает в результате перекрытия смещаемой в радиальном направлении гранулой сектора площади гранулы верхнего слоя (рис. 2, в).

Результаты расчётов показали, что изменение площади при разных вариантах габаритов укладки не превышает 5,6%, что в рамках ранее изложенных доводов позволяет сделать вывод о возможности использования предложенного метода описания случайной укладки в виде условно-упорядоченной в широком диапазоне как габаритных размеров цилиндра, так и диаметров сферических гранул.

Получаемая в результате трансформаций условно-упорядоченная кубическая структура засыпки обладает всеми свойствами реальной неупорядоченной, а её интегральные характеристики могут быть получены простым умножением характеристик вертикального слоя в половине фронтального сечения ТА на количество таких вертикальных слоёв. Полученная структура позволяет осуществить переход от сферической гранулы, как элементарной составляющей гранульной засыпки, к понятию элементарной ячейки, которое используется при формировании модели ТА и двумерной модели внутрикамерных процессов. При делении ТА на элементарные ячейки во фронтальном сечении получается прямоугольная сетка, образованная границами элементарных ячеек. Начало пространственных координат, как указывалось выше, удобнее всего распо-

лагать по оси ТА на верхней границе первого от форсунки ряда ячеек. Обозначив и за-координировав во фронтальном сечении ТА центры элементарных ячеек, можно получить точки сосредоточения таких среднеинтегральных параметров ячеек, как температура твёрдой фазы, температура, давление и плотность газовой фазы.

Предлагаемый способ дискретизации пространства гранулированного теплового аккумулятора существенно отличается от способов, традиционно используемых для разбиения пространства теплообменных устройств. Особенность в том, что количество элементарных ячеек при его применении соответствует количеству гранул в реальной неупорядоченной структуре, а свойства элементарных ячеек соответствуют свойствам сферических гранул. Исходя из этого, можно составить математическое описание структуры гранулированного ТА. Принимая за основные параметры известные значения габаритов цилиндрического ТА –  $D$ ,  $L$ , радиус сферических гранул  $R$  и среднеобъёмную пористость случайной укладки  $\Pi$ , можно рассчитать случайное количество гранул ТА по соотношению

$$N = \frac{3}{16} \frac{D^2 L (1 - \Pi)}{R^3}, \quad (1)$$

и округлить до ближайшего целого значения.

Для этапа перехода от неупорядоченной структуры ТА к условной гексагональной количество горизонтальных слоев гранул во фронтальном сечении ТА может быть определено выражением

$$N_x = \frac{L - 2R}{R\sqrt{3}} + 1. \quad (2)$$

Руководствуясь невозможностью выходить за габариты цилиндрического ТА, выражение необходимо округлить до ближайшего целого значения в сторону уменьшения. Количество гранул в слое при гексагональном типе укладки можно определить выражением

$$N_r^{\text{гекс}} = N / N_x, \quad (3)$$

где  $N_x$  определяется выражением 2.

Переходя от гексагональной укладки к условно-упорядоченной кубической и считая, что по контуру, ограничивающему фронтальное сечение ТА, гранулы вплотную примыкают к его границам, межцентровые расстояния в осевом и радиальном направлениях можно определить соотношениями:

$$l_x = \frac{L - 2R}{N_x - 1}, \quad (4)$$

$$l_r = \frac{D - 2R}{2N_r^{\text{упор}} - 1}, \quad (5)$$

где  $N_r^{\text{упор}}$  – количество гранул, уместяющееся в радиальном направлении от оси до границ ТА в случае условно-упорядоченной кубической укладки. Оно может быть определено выражением

$$N_r^{\text{упор}} = D/4R, \quad (6)$$

которое необходимо округлить до ближайшего целого значения в сторону уменьшения по соображениям, изложенным выше.

Схема расположения гранул в условно-упорядоченной кубической укладке в половине фронтального сечения ТА приведена на рис. 3.

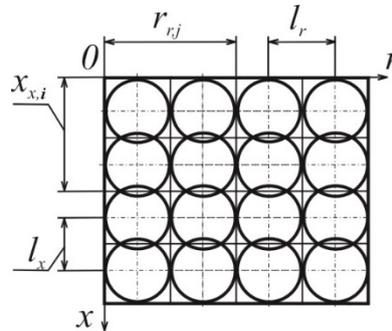


Рис. 3. Схема расположения гранул в тепловом аккумуляторе (фронтальное сечение)

При этом количество гранул, когда горизонтальные слои условно вдвинуты один в другой на некоторое расстояние, будет составлять  $N_{\text{упор}} = N_x \cdot N_r^{\text{упор}}$ . Изменение количества гранул в результате трансформации произвольной засыпки в условно-упорядоченную кубическую укладку оценивается соотношением

$$N_o = \frac{N}{N_{\text{упор}}} = \frac{N}{N_x \cdot N_r^{\text{упор}}}. \quad (7)$$

Значение  $N_o$  в общем случае может быть дробным. Условное смещение гранул не влияет на результаты расчётов при описании внутрикамерных процессов, так как высота слоёв в любом случае соответствует размеру гранул. Переходя от гранул к элементарным ячейкам, их границы окончательно можно определить по выражениям:

– в осевом направлении:

$$x_{r,i} = R + (2i - 1) \frac{l_x}{2}; \quad (8)$$

– в радиальном направлении:

$$r_{r,j} = j \cdot l_r, \quad (9)$$

где  $i = 1, 2, 3, \dots, (N_x - 1)$ ;  $j = 1, 2, 3, \dots, (N_r^{\text{упор}} - 1)$ .

Координаты центров элементарных ячеек определяются по выражениям:

– в осевом направлении:

$$x_{\text{ци}} = R + (1 - i) l_x; \quad (10)$$

– в радиальном направлении:

$$r_{иj} = \frac{l_r}{2} + (j-1)l_r, \quad (11)$$

где  $i = 1, 2, 3, \dots, N_x$ ;  $j = 1, 2, 3, \dots, N_r^{\text{упор}}$ .

Площадь торцевой поверхности элементарной ячейки с учётом её радиального положения определяется выражением:

$$F_j = \frac{\pi}{N_o} (r_{r,j}^2 - r_{r,j-1}^2), \quad (12)$$

а условная ширина ячейки определяется соответственно:

$$l_{o,j} = \frac{F_j}{(r_{r,j} - r_{r,j-1})}, \quad (13)$$

где  $j = 1, 2, 3, \dots, (N_r^{\text{упор}} - 1)$ .

Другие параметры гранулированного теплового аккумулятора из сферических гранул могут быть получены с учётом основных ( $\Pi$ ,  $D$ ,  $L$ ,  $R$ ,  $K$ ) по элементарным геометрическим соотношениям.

Таким образом, основываясь на анализе традиционных описаний структуры гранулированных засыпок, разработана математическая модель неупорядоченной засыпки из монодисперсных сферических гранул, формирующей внутреннее пространство ТА запуска. Модель позволяет определить координаты зон ТА, в которых происходят различные стадии преобразования монотоплива. Это дает возможность осуществить оценку проникающего воздействия полидисперсного капельно-жидкостного факела при его взаимодействии с гранулированной структурой ТА, что является одним из важных аспектов рабочего процесса монотопливного ПГ с гранулированным ТА запуска.

### Библиографический список

1. Зрелов В.А., Лыкин А.Ю. Экспериментальное исследование температурного поля порового пространства гранулированного теплового аккумулятора // Двигатель. 2020. № 4-6 (130-132). С. 40-43.
2. Зрелов В.А., Лыкин А.Ю. Экспериментальное исследование процесса взаимодействия капельно-жидкостного факела с гранулированным тепловым аккумулятором // Насосы. Турбины. Системы. 2021. № 1 (38). С. 21-26.
3. Чуян Р.К. Методы математического моделирования двигателей летательных аппаратов: учеб. пособие. М.: Машиностроение, 1988. 288 с.
4. Ratuszny P. Thermal energy storage in granular deposits // E3S Web of Conferences. 2017. V. 19. DOI: 10.1051/e3sconf/20171901022
5. Rady M. Granular phase change materials for thermal energy storage: experiments and numerical simulations // Applied Thermal Engineering. 2009. V. 29, Iss. 14-15. P. 3149-3159. DOI: 10.1016/j.applthermaleng.2009.04.018
6. Ibrahim N.I., Al-Sulaiman F.A., Rahman S., Yilbas B.S., Sahin A.Z. Heat transfer enhancement of phase change materials for thermal energy storage applications: A critical

review // *Renewable and Sustainable Energy Reviews*. 2017. V. 74. P. 26-50. DOI: 10.1016/j.rser.2017.01.169

7. Соловьева О.В., Хусаинов Р.Р. Сравнение гранулированных фильтров с разными по форме частицами // *Научно-технический вестник Поволжья*. 2019. № 12. С. 214-217.

8. Портнова Т.М., Витковская Р.Ф., Дрегуло А.М., Кудрявцев А.В., Родионов В.З., Проценко О.В., Фуртатова А.С. Реактивация сорбента (гранулированного активированного угля) двухслойных скорых фильтров для оптимизации качества питьевого водоснабжения // *Вода и экология: проблемы и решения*. 2021. № 1 (85). С. 3-8. DOI: 10.23968/2305-3488.2021.26.1.3-8

9. Chen W., Zhao H., Xue Y., Chang X. Adsorption effect and adsorption mechanism of high content zeolite ceramsite on asphalt VOCs // *Materials*. 2022. V. 15, Iss. 17. DOI: 10.3390/ma15176100

10. Карнаузов А.П. Адсорбция. Текстура дисперсных и пористых материалов. Новосибирск: Издательство Сибирского отделения РАН, 1999. 469 с.

11. Соловьева О.В., Соловьев С.А., Ахметвалеева Л.В. Сравнительный расчёт движения химически-реагирующего потока газа при прохождении через традиционный гранулированный слой катализатора и катализатор на основе высокопористого ячеистого материала // *Научно-технический вестник Поволжья*. 2020. № 4. С. 80-83.

12. Нецкина О.В., Комова О.В., Симагина В.И. Гранулированные родиевые катализаторы гидролиза боргидрида натрия для генераторов высокочистого водорода // *Журнал прикладной химии*. 2016. Т. 89, № 10. С. 1305-1311.

13. Холиков М.М., Сафаров М.М., Джураев Д.С. Плотность и изохорная теплоёмкость катализаторов на основе пористой гранулированной оксиды алюминия // *Политехнический вестник. Серия: Интеллект. Инновации. Инновации*. 2018. № 4 (44). С. 36-40.

14. Александров П.В., Бухтиярова Г.А., Носков А.С. Современные подходы к тестированию гранулированных катализаторов гидроочистки нефтяных фракций в лабораторных условиях // *Катализ в промышленности*. 2014. № 5. С. 88-94.

15. Лыков А.В. Теплообменник. М.: Энергия, 1978. 480 с.

16. Справочник по теплообменникам / под ред. Б.С. Петухова, В.К. Шикова. Т. 1. М.: Энергоатомиздат, 1987. 560 с.

17. Варгафтик Н.Б., Филиппов Л.П., Тарзиномов А.А., Тоцкий Е.Е. Справочник по теплопроводности жидкостей и газов. М.: Энергоатомиздат, 1990. 352 с.

18. Beck A.E. An improved method of computing the thermal conductivity of fluid-filled sedimentary rocks // *Geophysics*. 1976. V. 41, Iss. 1. P. 133-144. DOI: 10.1190/1.1440596

19. Baumann T., Zunft S. Properties of granular materials as heat transfer and storage medium in CSP application // *Solar Energy Materials and Solar Cells*. 2015. V. 143. P. 38-47. DOI: 10.1016/j.solmat.2015.06.037

20. Duan L., Qi Ch., Ling X., Peng H. The contact heat transfer between the heating plate and granular materials in rotary heat exchanger under overloaded condition // *Results in Physics*. 2018. V. 8. P. 600-609. DOI: 10.1016/j.rinp.2017.12.018

21. Géminard J.-Ch., Gayvallet H. Thermal conductivity of a partially wet granular material // *Physical Review E*. 2001. V. 64. DOI: 10.1103/physreve.64.041301

22. Кузьменков М.И., Куницкая Т.С. Вяжущие вещества и технология производства изделий на их основе: учеб. пособие. Минск: БГТУ, 2003. 218 с.

23. Van Hauwermeiren D., Verstraeten M., Doshi P., Ende M.T., Turnbull N., Leed K., De Beer T., Nopens I. On the modelling of granule size distributions in twin-screw

wet granulation: Calibration of a novel compartmental population balance model // Powder Technology. 2019. V. 341. P. 116-125. DOI: 10.1016/j.powtec.2018.05.025

24. Брусенцов Ю.А., Минаев А.М. Основы физики и технологии оксидных полупроводников: учеб. пособие. Тамбов: Изд-во Тамбовского государственного технического университета, 2002. 80 с.

25. Duran J. Sands, powders, and grains: An Introduction to the physics of granular materials. New York: Springer, 2000. 214 p. DOI: 10.1007/978-1-4612-0499-2

## DEVELOPMENT OF A MATHEMATICAL MODEL OF THE INTERNAL STRUCTURE OF A GRANULAR HEAT ACCUMULATOR FOR LAUNCHING A MONO-FUEL GAS GENERATOR

© 2024

**V. A. Zrelov** Professor of the Department of Construction and Design of Aircraft Engines; Samara National Research University, Samara, Russian Federation; [zrelov07@mail.ru](mailto:zrelov07@mail.ru)

**A. Yu. Lykin** Senior Lecturer; Department of Engineering Graphics, Samara National Research University, Samara, Russian Federation; [auforstud@gmail.com](mailto:auforstud@gmail.com)

The issue of improving energy-mass characteristics is one of the most important ones in the development of gas generators for various purposes. In this regard, as part of the search for ways to use promising types of fuels, experimental studies of gas generators operating on composite mono-fuel based on nitrate esters were carried out. As a device initiating the combustion reaction, a granular self-heating heat accumulator was used, which was placed in a cylindrical combustion chamber. Experimental studies made it possible to reveal the features of a complex and multi-stage process of mono-fuel conversion occurring in the pore space of the gas generator combustion chamber on the surfaces of the granules and inside a complex system of channels consisting of elementary cells formed by these granules. In this case, the pore space of the heat accumulator is granular filling of mono-dispersed granules of a disordered structure. The task of the work described in the article was to create a mathematical description of granular filling of a disordered structure, solved in a two-dimensional formulation. The article proposes a method of transition from hexagonal stacking to conditionally ordered one that combines the compactness of hexagonal stacking and the ease of description of cubic stacking. The resulting stacking makes it possible to represent half of the frontal section of the granular heat accumulator in the form of a vertical flat layer with a given structure determined by porosity, granule diameter and dimensions of the combustion chamber – its length and diameter. The proposed approach for the transition from a disordered filling structure to a conditionally ordered structure made it possible to develop a mathematical model that describes the internal structure of the launch heat accumulator and determine the coordinates of the heat accumulator zones in which various stages of monopropellant conversion take place. This will allow us to proceed to the formation of a description of the working process of gas generators with a granular self-heating heat launch accumulator.

*Mono-fuel gas generator; pore space; types of granular packing; conventionally ordered packing; passage area; coordinates of granule centers; assessment of change in backfill area*

---

*Citation:* Zrelov V.A., Lykin A.Yu. Development of a mathematical model of the internal structure of a granular heat accumulator for launching a mono-fuel gas generator. *Vestnik of Samara University. Aerospace and Mechanical Engineering*. 2024. V. 23, no. 1. P. 177-187. DOI: 10.18287/2541-7533-2024-23-1-177-187

### References

1. Zrelov V.A., Lykin A.Yu. Experimental study of the temperature field of the pore space of a granular heat accumulator. *Dvigatel'*. 2020. No. 4-6 (130-132). P. 40-43. (In Russ.)

2. Zrelov V.A., Lykin A.Yu. Experimental study of the interaction process of a dropliquid torch with a granulated heat accumulator. *Pumps. Turbines. Systems*. 2021. No. 1 (38). P. 21-26. (In Russ.)

3. Chuyan R.K. *Metody matematicheskogo modelirovaniya dvigateley letatel'nykh apparatov: ucheb. posobie* [Methods of mathematical modeling of aircraft engines]. Moscow: Mashinostroenie Publ., 1988. 288 p.

4. Ratuszny P. Thermal energy storage in granular deposits. *E3S Web of Conferences*. 2017. V. 19. DOI: 10.1051/e3sconf/20171901022

5. Rady M. Granular phase change materials for thermal energy storage: experiments and numerical simulations. *Applied Thermal Engineering*. 2009. V. 29, Iss. 14-15. P. 3149-3159. DOI: 10.1016/j.applthermaleng.2009.04.018

6. Ibrahim N.I., Al-Sulaiman F.A., Rahman S., Yilbas B.S., Sahin A.Z. Heat transfer enhancement of phase change materials for thermal energy storage applications: A critical review. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*. 2017. V. 74. P. 26-50. DOI: 10.1016/j.rser.2017.01.169

7. Soloveva O.V., Khusainov R.R. Comparison of granular filters with various forms of particles. *Scientific and Technical Volga region Bulletin*. 2019. No. 12. P. 214-217. (In Russ.)

8. Portnova T.M., Vitkovskaya R.F., Dregulo A.M., Kudryavtsev A.V., Rodionov V.Z., Protsenko O.V., Furtatova A.S. Sorbent (granulated activated carbon) reactivation in dual-media rapid filters to optimize the quality of drinking water. *Water and Ecology: Problems and Solutions*. 2021. No. 1 (85). P. 3-8. (In Russ.). DOI: 10.23968/2305-3488.2021.26.1.3-8

9. Chen W., Zhao H., Xue Y., Chang X. Adsorption effect and adsorption mechanism of high content zeolite ceramics on asphalt VOCs. *Materials*. 2022. V. 15, Iss. 17. DOI: 10.3390/ma15176100

10. Karnaukhov A.P. *Adsorbtsiya. Tekstura dispersnykh i poristykh materialov* [Texture of dispersed and porous materials]. Novosibirsk: Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences Publ., 1999. 469 p.

11. Soloveva O.V., Solovev S.A., Ahmetvaleeva L.V. Comparative calculation of chemically-responsive gas flow through the traditional granular catalyst layer and the catalyst based on open cell foam material. *Scientific and Technical Volga region Bulletin*. 2020. No. 4. P. 80-83. (In Russ.)

12. Netskina O.V., Komova O.V., Simagina V.I. Granulated rhodium catalysts of sodium borohydride hydrolysis for generators of high-purity hydrogen. *Russian Journal of Applied Chemistry*. 2016. V. 89, Iss. 10. P. 1625-1631. DOI: 10.1134/S1070427216100104

13. Kholikov M.M., Safarov M.M., Juraev D.S. Density and exhaust heat capacity of catalysts based on porous granulated aluminum oxide. *Polytechnic Bulletin. Series: Intelligence. Innovation. Investments*. 2018. No. 4 (44). P. 36-40. (In Russ.)

14. Alexandrov P.V., Bukhtiyarova G.A., Noskov A.S. Modern approaches to testing granulated catalysts in the hydrotreatment of oil distillates under laboratory conditions. *Catalysis in Industry*. 2015. V. 7, Iss. 1. P. 47-53. DOI: 10.1134/S207005041501002X

15. Lykov A.V. *Teploassoobmen* [Heat-and-mass transfer]. Moscow: Energiya Publ., 1978. 480 p.

16. *Spravochnik po teploobmennikam / pod red. B.S. Petukhova, V.K. Shikova. T. 1.* [Directory of heat exchangers / ed. by B.S. Petukhov, V.K. Shikov. V. 1]. Moscow: Energoatomizdat Publ., 1987. 560 p.

17. Vargaftik N.B., Filippov L.P., Tarzinamov A.A., Totskiy E.E. *Spravochnik po teploprovodnosti zhidkostey i gazov* [Reference book on heat conduction of liquids and gases]. Moscow: Energoatomizdat Publ., 1990. 352 p.

18. Beck A.E. An improved method of computing the thermal conductivity of fluid-filled sedimentary rocks. *Geophysics*. 1976. V. 41, Iss. 1. P. 133-144. DOI: 10.1190/1.1440596
19. Baumann T., Zunft S. Properties of granular materials as heat transfer and storage medium in CSP application. *Solar Energy Materials and Solar Cells*. 2015. V. 143. P. 38-47. DOI: 10.1016/j.solmat.2015.06.037
20. Duan L., Qi Ch., Ling X., Peng H. The contact heat transfer between the heating plate and granular materials in rotary heat exchanger under overloaded condition. *Results in Physics*. 2018. V. 8. P. 600-609. DOI: 10.1016/j.rinp.2017.12.018
21. Géminard J.-Ch., Gayvallet H. Thermal conductivity of a partially wet granular material. *Physical Review E*. 2001. V. 64. DOI: 10.1103/physreve.64.041301
22. Kuz'menkov M.I., Kunitskaya T.S. *Vyazhushchie veshchestva i tekhnologiya proizvodstva izdeliy na ikh osnove: ucheb. posobie* [Binders and technology for making products based on them. Study guide]. Minsk: Belarusian State Technological University Publ., 2003. 218 p.
23. Van Hauwermeiren D., Verstraeten M., Doshi P., Ende M.T., Turnbull N., Leed K., De Beer T., Nopens I. On the modelling of granule size distributions in twin-screw wet granulation: Calibration of a novel compartmental population balance model. *Powder Technology*. 2019. V. 341. P. 116-125. DOI: 10.1016/j.powtec.2018.05.025
24. Brusentsov Yu.A., Minaev A.M. *Osnovy fiziki i tekhnologii oksidnykh poluprovodnikov: ucheb. posobie* [Fundamentals of physics and technology of oxide semiconductors: Study guide]. Tambov: Tambov State Technical University Publ., 2002. 80 p.
25. Duran J. Sands, powders, and grains: An Introduction to the physics of granular materials. New York: Springer, 2000. 214 p. DOI: 10.1007/978-1-4612-0499-2

## ЭФФЕКТИВНЫЙ ОБЪЁМ КОРОТКИХ УГЛЕРОДНЫХ ВОЛОКОН В КОМПОЗИТЕ ИЗ НАРУБЛЕННЫХ ТОНКИХ ЛЕНТ

© 2024

**В. А. Комаров** доктор технических наук, профессор кафедры конструкции и проектирования летательных аппаратов; Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва; [vkomarov@ssau.ru](mailto:vkomarov@ssau.ru)

**Р. Ф. Абдуллаев** аспирант кафедры конструкции и проектирования летательных аппаратов; Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва; [rufat.abdullayev@hotmail.com](mailto:rufat.abdullayev@hotmail.com)

Рассматривается композиционный материал из нарубленных тонких узких полимерных лент, армированных углеродными волокнами, и полимерного связующего. Ставится задача по аналитическому определению упругих и прочностных характеристик композита при известном минимальном наборе основных характеристик компонентов. Предлагается методика последовательного решения задачи на микро- и мезоуровнях. Ключевым моментом в методике является введение в рассмотрение «коэффициента эффективного объёма волокон» в короткой нити и способа его вычисления через критерий «силовой фактор». Приводятся: результаты расчётов модуля Юнга и предела прочности на растяжение образцов материала из частей лент фиксированной длины 6, 12, 18 и 24 мм; сравнение с экспериментальными данными и оценка точности и границ применимости методики.

*Композит; лента; углеродные волокна; полимер; короткая нить; модуль Юнга; прочность*

---

**Цитирование:** Комаров В.А., Абдуллаев Р.Ф. Эффективный объём коротких углеродных волокон в композите из нарубленных тонких лент // Вестник Самарского университета. Аэрокосмическая техника, технологии и машиностроение. 2024. Т. 23, № 1. С. 188-202. DOI: 10.18287/2541-7533-2024-23-1-188-202

### Введение

Высокую удельную прочность и жёсткость тонких углеродных, стеклянных и ряда других подобных волокон удается относительно просто реализовывать в однонаправленных композитных структурах. Примеры тому – сосуды давления [1] и изогридные конструкции [2]. Однако в аэрокосмической промышленности, автомобилестроении, судостроении и других отраслях машиностроения имеется множество технических решений и конструкций, которые также требуют лёгких материалов с высокими механическими свойствами, но в большинстве случаев они имеют сложные формы и много случаев нагружения. Поэтому в области композитов идёт постоянный поиск новых компонентов, структур материалов и производственных технологий. Этим объясняется приверженность конструкторов к квазиизотропным структурам, к использованию высокопрочных волокон и нитей в виде тканей и вязанных структур для изготовления тонкостенных конструкций или даже армирования трёхмерных деталей короткими волокнами. При этом приходится сталкиваться со сложностью решения проблем драпировки и многократным недоиспользованием механических характеристик волокон [3 – 5]. Одним из перспективных путей преодоления этих проблем в последнее время являются исследования в области технологии изготовления и микромеханики композитов из нарубленных узких карбоновых сверхтонких лент [6; 7]. Два принципиальных достоинства этого подхода очевидны. Во-первых, в нарубленных кусочках ленты – *chopped carbon fiber tapes* (будем называть их далее для краткости «петл» от англоязычного «petal» – лепесток) – высокопрочные волокна могут сохранять

прямолинейность или, по крайней мере, не иметь резких перегибов. Во-вторых, используя короткие петли, можно направлять силовые потоки по желаемым траекториям. Для того чтобы проектировать конструкции из петлов, необходимо уметь предсказывать их упругие и прочностные характеристики.

Цель данной статьи – показать возможность использования некоторых идей и результатов концептуальной работы [8] в теории кусочно-армированного композита.

### Материалы и методы

В связи с определённой новизной петл-матриала рассмотрим реферативно [6; 7] особенности его производства и получаемую структуру.

Узкая лента препрега из ультратонкого термоуглепластика нарубается в виде петлов одинаковой длины. Все петлы засыпаются в сосуд с водой. Сосуд имеет плоское дно, сетчатый фильтр на определенной глубине и возможность слива воды вниз. Далее следует ряд технологических операций: вода сливается, осадок из петлов сушится, вакуумируется, подогревается до температур выше комнатных для предварительного слипания, и т.д. На заключительной стадии полученный полуфабрикат подается на пресс с плоским рабочим столом, и происходит формование с нагревом до температур плавления и текучести пластика. Поверхность получаемого продукта напоминает хорошо известные древесно-стружечные плиты. Нетрудно заметить, что данный процесс по своей сути похож на мокрое производство бумаги.

Расчёт упругих и прочностных характеристик композитной петл-плиты, получаемой по описанной технологии из однонаправленных коротких элементов, может быть выполнен с использованием правила смесей [9], но с учётом двух обстоятельств – зон включения волокон и нитей по торцам петлов и случайного распределения петлов в плоскости плиты.

Рассмотрим методику учёта этих факторов на конкретном примере, предложенном С.В. Ломовым, для возможности сравнения результатов расчётов с данными эксперимента [6; 7].

### Исходные данные

В качестве примера выбран петл, армированный углеродными волокнами (рис. 1).

Геометрические размеры:

$$l = 10 \text{ мм}, b = 5 \text{ мм}, h = 0,1 \text{ мм}.$$

Свойства материалов:

модуль Юнга волокна  $E_b = 230 \text{ ГПа}$ ;

прочность – разрушающее напряжение

волокон  $\sigma_b^p = 2000 \text{ МПа}$ ;

объёмная доля волокна  $f_b = 55\%$ ;

матрица – эпоксидная смола

$$E_m = 3,78 \text{ ГПа}^*;$$

коэффициент Пуассона  $\mu = 0,3^*$ ;

прочность смолы на отрыв  $\sigma_m^p = 54 \text{ МПа}^*$ ;

модуль Юнга пропитанной нити

$$E_n = 121 \text{ ГПа}^*.$$

\* – взято из базы ANSYS

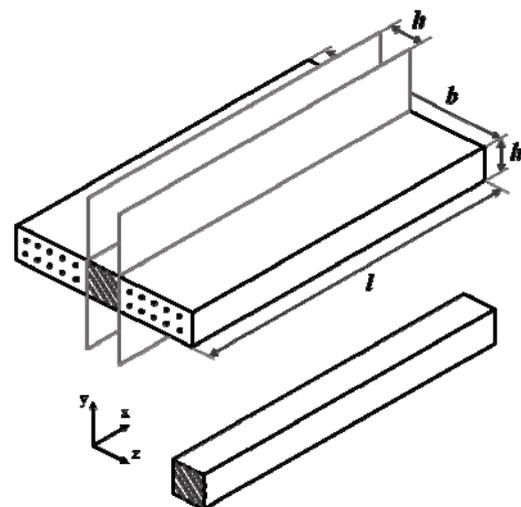


Рис. 1. Отрезок армированной ленты «петл» и виртуальная нить

Допущения.

1. Волокна внутри петла имеют одинаковое направление и их можно считать прямолинейными.
2. Петлы расположены внутри плиты и случайно, но равновероятно ориентированы в её плоскости.
3. Волокна на торцах петлов будем считать ненагруженными в связи с относительно малой прочностью матрицы на отрыв.

### Методика расчёта эффективного объёма волокон

Включение армирующих волокон в силовую работу плиты при её деформациях под нагрузкой обеспечивается касательными напряжениями в контактных поверхностях (верхней и нижней) раздела матрицы и петла. Поэтому не весь объём волокон может работать эффективно с высокими напряжениями, и это обстоятельство должно учитываться в прочностных расчётах. С этой целью введём коэффициент эффективного объёма волокон в короткой нити  $k_{\text{эkn}}$ . Этот коэффициент по определению меньше или равен единице, и его величина зависит от скорости включения нити в силовую работу.

Для вычисления  $k_{\text{эkn}}$  используем МКЭ-моделирование следующим образом. Образуем виртуальную нить парой секущих плоскостей  $xy$  с расстоянием между ними 0,1 мм, как показано на рис. 1. При этом заштрихованная на торце нить имеет размеры  $10 \times 0,1 \times 0,1$  мм. Введём в рассмотрение пластину из эпоксидной смолы с разбиением на мембранные элементы размером  $0,1 \times 0,1 \times 0,1$  мм с рабочим полем  $300 \times 41$  элемент. Нить длиной 10 мм (100 элементов) разместим в центре рабочего поля. Нить описывалась цепочкой армированных элементов, по концам нити размещалось по одному элементу с нулевой жёсткостью. Остальные мембранные элементы описывали жесткостные характеристики эпоксидной матрицы. Контакт пластины и нити в данной модели определяется общими узлами на поверхностях раздела. В качестве нагрузки на нить рассматривалось растяжение пластины в направлении нити (рис. 2).

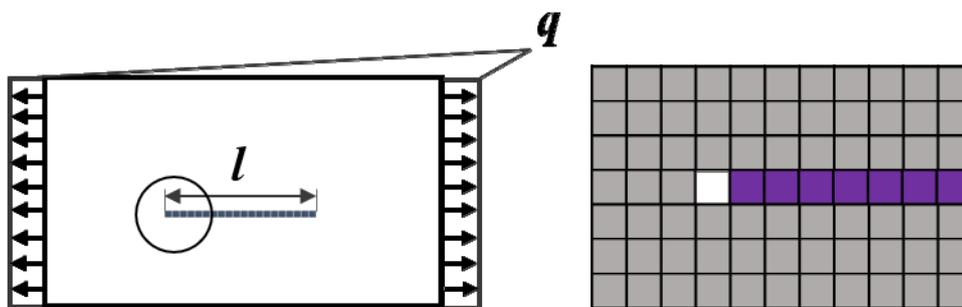


Рис. 2. Схема растяжения пластины с нитью равномерной нагрузкой  $q = 10$  н/мм и МКЭ модель

По результатам расчёта получено распределение касательных напряжений в контакте и осевых напряжений в нити (рис. 3, 4).

Результат расчётов вполне ожидаемый, как по характеру распределения касательных напряжений в контакте полимера с нитью с острым максимумом на конце нити [17], так и с пологим экстремумом напряжений в её середине.

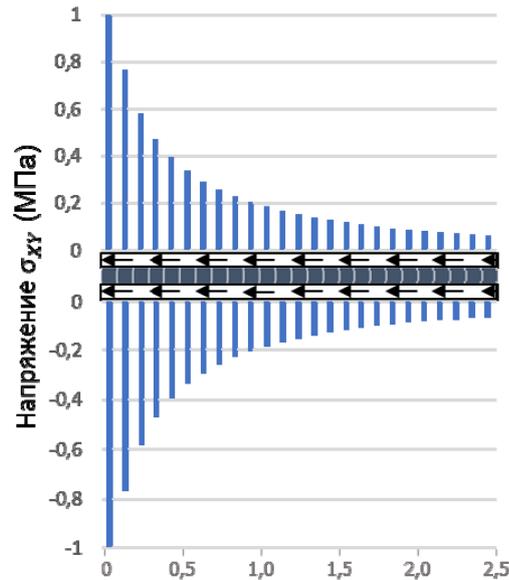


Рис. 3. Распределение касательных напряжений в контакте полимера с верхней и нижней поверхностями нити на концевом участке длиной 2,5 мм

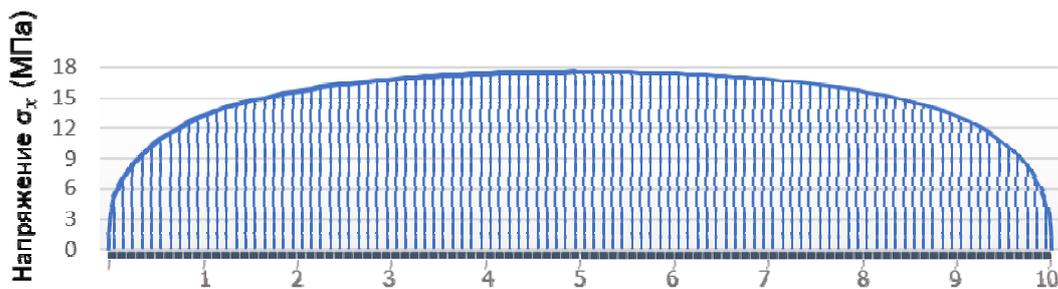


Рис. 4. Распределение осевых напряжений ( $\sigma_x$ , МПа) в элементах нити длиной 10 мм

Рассмотрим как на основе расчётов по МКЭ получить коэффициент эффективного объёма волокон в короткой нити  $k_{\text{эКН}}$ . Для этой цели представляется целесообразным использовать в качестве критерия силовой фактор  $G$ , который выражает одновременно величину внутренних усилий в конструкции и протяжённость их действия [10 – 13]. Например, для стержневых систем

$$G = \sum_{i=1}^n |N_i| l_i, \quad (1)$$

где  $|N_i|$  – модуль усилия в  $i$ -м стержне;  $l_i$  – длина стержня;  $n$  – количество стержней. Размерность силового фактора – Ньютонметр (Нм).

В общем случае сложных гетерогенных конструкций, описываемых конечными элементами, силовой фактор определяется как

$$G = \sum_{i=1}^n \sigma_i^{\text{ЭКВ}} V_i, \quad (2)$$

где  $\sigma_i^{\text{ЭКВ}}$  – среднее эквивалентное напряжение в  $i$ -м элементе;  $V_i$  – объём элемента.

В рассматриваемом примере силовой фактор отдельно взятой короткой нити  $G_{\text{кн}}$  вычисляется как сумма напряжений  $\sigma_{xi}$  по всем элементам нити с точностью до множителя  $V_i = 0,1 \times 0,1 \times 0,1 = 10^{-3}$  (мм<sup>3</sup>) – объёма элемента нити:

$$G_{\text{кн}}^n = \sum_{i=1}^n \sigma_{xi} V_i = V_i \sum_{i=1}^n |\sigma_{xi}|, \quad (3)$$

где  $n$  – количество элементов нити, которое одновременно выражает её длину в безразмерном виде и удлинение как отношение  $l/h$  (рис. 1). В формуле (3) и далее предполагается использование конечных элементов с одинаковыми объёмами и линейными размерами на протяжении всей нити.

Введём понятие «референтный» силовой фактор короткой нити  $G_{\text{кн}}^{\text{реф } n}$  и будем вычислять его как произведение максимального напряжения в нити  $\sigma_{x \text{ max}}^n$  на её объём  $V_{\text{кн}}$ , предполагая, что нить работает идеально, и все её элементы имеют одинаковые относительные деформации и напряжения в соответствии с гипотезой монолитности композита:

$$G_{\text{кн}}^{\text{реф } n} = \sigma_{x \text{ max}}^n \sum_{i=1}^n V_i = \sigma_{x \text{ max}}^n n V_i = \sigma_{x \text{ max}}^n V_{\text{кн}}. \quad (4)$$

Коэффициент  $k_{\text{эkn}}$  предлагается определять как отношение

$$k_{\text{эkn}}^n = \frac{G_{\text{кн}}^n}{G_{\text{кн}}^{\text{реф } n}}. \quad (5)$$

Обоснование такого определения вытекает из физического смысла силовой работы нити, так как выражает количественно способность нити внутри петля участвовать в передаче внешней нагрузки через волокна композита. Коэффициент  $k_{\text{эkn}}^n$  показывает, на какую величину целесообразно снижать паспортную (или получаемую из экспериментов) объёмную долю волокон в прочностных расчётах композитов из петлов.

По результатам МКЭ расчётов средних напряжений  $\sigma_{xi}$  в каждом из элементов нити длиной 10 мм ( $n = 100$ ), представленным на рис. 4, по (3) можно получить значения суммы абсолютных величин напряжений в рассматриваемой нити  $\sum_{i=1}^{100} |\sigma_{xi}| = 1510$  МПа, и с учётом величины объёма конечного элемента в м<sup>3</sup>, значение силового фактора этой короткой нити

$$G_{\text{кн}}^{100} = 10^{-12} \text{ м}^3 \times 1510 \times 10^6 \text{ Нм}^{-2} = 1510 \times 10^{-6} \text{ Нм}.$$

Референтное значение силового фактора данной нити определяется по (4) через максимальное напряжение в ней  $\sigma_{x \text{ max}}^{100} = 17,54$  МПа (рис. 4) и объём всей нити  $V_{\text{кн}}^{100} = 10^{-3} \text{ мм}^3 \times 100 = 10^{-10} \text{ м}^3$  следующим образом:

$$G_{\text{кн}}^{\text{реф}100} = 17,54 \times 10^6 \text{ Нм}^{-2} \times 10^{-10} \text{ м}^3 = 17,54 \times 10^{-4} \text{ Нм},$$

или, для единообразия

$$G_{\text{кн}}^{\text{реф}100} = 1754 \times 10^{-6} \text{ Нм}.$$

Подстановка полученных значений силовых факторов – фактического по (3) и реферативного по (4) в (5) даёт искомый безразмерный коэффициент эффективного объёма волокон в короткой нити  $k_{\text{эkn}}^{100} = 0,86$ , соответствующий исходным данным:

$$k_{\text{эkn}}^{100} = \frac{G_{\text{кн}}^{100}}{G_{\text{кн}}^{\text{реф}100}} = \frac{1510 \times 10^{-6}}{1754 \times 10^{-6}} = 0,86.$$

### Результаты расчёта модуля упругости и прочности петл-композита

Модуль упругости однонаправленного композита  $E_0$ , образованного отрезками углеволокнуистой ленты – петлами, ориентированными по одной оси, будем рассчитывать с использованием правила смесей [9], в котором объёмная доля волокна  $f_v$  корректируется коэффициентом  $k_{\text{эkn}}^n$  следующим образом:

$$E_0 = E_v f_v k_{\text{эkn}}^n + E_m (1 - f_v). \quad (6)$$

В рассматриваемой задаче с использованием исходных данных и полученного ранее значения  $k_{\text{эkn}}^n$  вычисления по (6) дают следующее значение модуля упругости:

$$E_0 = 230 \times 0,55 \times 0,86 + 3,78 \times (1 - 0,55) = 107,5 + 1,7 = 110,5 \text{ ГПа}. \quad (7)$$

Модуль упругости квазиизотропного композита  $E_{\text{км}}$ , образованного случайно ориентированными петлами в одной плоскости, определялся как  $1/3 E_0$ :

$$E_{\text{км}} = 1/3 E_0 = 36,8 \text{ ГПа}. \quad (8)$$

Множитель  $1/3$  получен из сравнения величины относительной деформации  $\varepsilon_{13} = 0,750$  в стержне 1-3 в шестистержневой конструкции при  $L=1$ ,  $P=1$  и  $E=1$  с одинаковым единичным объёмом материала на каждом из четырёх направлений стержней и суммарным объёмом  $V=4$  (рис. 5, а) и в конструкции только из одного стержня (рис. 5, б) с объёмом  $V=4$ . Показанная на рис. 5, а структура, заимствованная из [8], может рассматриваться как представительная ячейка [14] квазиизотропного композита, набранного из однонаправленных препрегов по формуле  $(0^\circ / \pm 45^\circ / 90^\circ)_{2S}$  и однонаправленного композита с такой же суммарной толщиной (рис. 5, б). Отношение  $\varepsilon_{\text{изотр}} / \varepsilon_0 = 0,75 / 0,25 = 3/1$  даёт  $E_{\text{изотр}} / E_0 = 1/3$ . Заметим также, что соотношение  $1/3$  наблюдается в экспериментах по определению как модулей упругости, так и прочности композитов из однонаправленных препрегов, например в [15; 16].

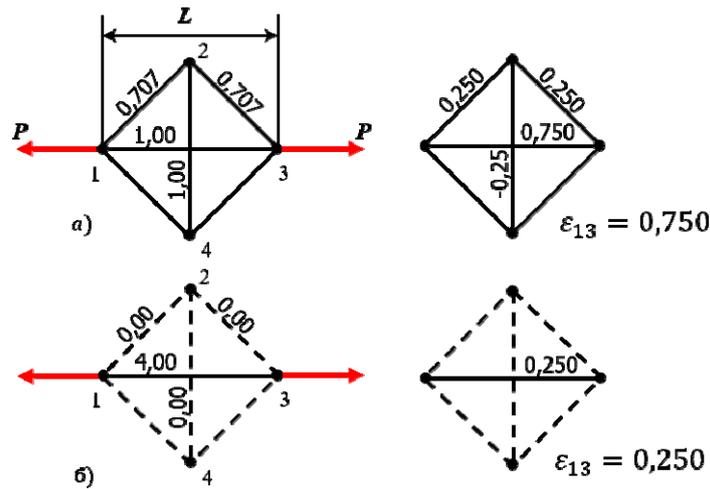


Рис. 5. Плоская конструкция из шести стержней.  
 Распределение материала и относительных деформаций  $\epsilon$ :  
 а – квазиизотропная структура; б – однонаправленная

Прочность однонаправленного композита из петлов оценивалась по соотношению

$$\sigma_0^p = \sigma_B^p f_B k_{\text{ЭКН}}^n + \sigma_M^{\text{БП}} (1 - f_B), \quad (9)$$

где  $\sigma_B^p$  – прочность волокна;  $\sigma_M^{\text{БП}}$  – напряжение в матрице в момент разрушения волокна:

$$\sigma_M^{\text{БП}} = \sigma_B^p \frac{E_M}{E_B}. \quad (10)$$

В соответствии с исходными данными:

$$\sigma_0^p = 2000 \cdot 0,55 \cdot 0,86 + 32,9(1 - 0,55) = 960,8 \text{ МПа}. \quad (11)$$

Прочность квазиизотропного композита  $\sigma_{\text{КМ}}^p$  из петлов оценивалась также, как и в (8) с коэффициентом  $1/3$ , т.е.

$$\sigma_{\text{КМ}}^p = 1/3 \sigma_0^p = 320 \text{ МПа}. \quad (12)$$

Полученные значения модуля упругости и прочности композита из петлов  $l = 10$  мм сравнивались с экспериментальными данными, приведёнными в [6] (табл. 1).

Таблица 1. Сравнение вычислений с экспериментом

$l_n = 10$ мм	Эксперимент	Расчёт $k_{\text{ЭКН}}^{100} = 0,86$	$\Delta$ %	Расчёт $k_{\text{ЭКН}} = 1,0$	$\Delta$ %
1	2	3	4	5	6
Модуль	33 ГПа	37 ГПа	12%	43 ГПа	30%
Прочность	320 МПа	320 МПа	0%	371 МПа	16%

Результаты, на наш взгляд, можно признать удовлетворительными, что оправдывает использование в методике определения коэффициента  $k_{\text{эКН}}^n$  ряда упрощений и гипотез. Для оценки значимости учёта  $k_{\text{эКН}}^n$  в табл. 1 в столбцах 5 и 6 приведены результаты расчёта модуля упругости и прочности при  $k_{\text{эКН}} = 1$ . Они отличаются от экспериментальных соответственно на 30 и 16%.

### Анализ границ применимости методики

Рассмотрим границы применимости предлагаемой методики и возможности повышения её достоверности и точности, опираясь на экспериментальные данные [6] по образцам пластин из петлов различной длины: 6, 12, 18 и 24 мм. С этой целью выполнен вычислительный эксперимент, в котором по (3) определялись силовые факторы коротких нитей  $G_{\text{кН}}^n$  для всех указанных и ряда других близких размеров петлов. Референтные значения силового фактора  $G_{\text{кН}}^{\text{реф } n,m}$  определялись по (4) с определённым расширением (13), которое предполагает вычисление  $\sigma_{\text{max}}^m$  для одной длины нити – « $m$ » и далее применение этой величины для вычисления  $k_{\text{эКН}}^{n,m}$  другой нити с длиной « $n$ »:

$$G_{\text{кН}}^{\text{реф } n,m} = \sigma_{x \text{ max}}^m n V_i, \quad (13)$$

$$k_{\text{кН}}^{n,m} = \frac{G_{\text{кН}}^n}{G_{\text{кН}}^{\text{реф } n,m}}, \quad (14)$$

где  $nV_i$  – объём нити длиной  $n$  элементов.

В данной работе для моделирования напряжённого состояния нитей различной длины используется линейная последовательность конечных элементов размером в плане  $0,1 \times 0,1$  мм (рис. 2). Поэтому нити длиной  $l = 6$  мм ставится в соответствие значение индекса  $n = 60$  и т.д.

При описании стратегий вычисления  $k_{\text{эКН}}$  целочисленные значения безразмерных индексов будем понимать как длину нити, выраженную в количестве элементов. Например, референтное значение силового фактора короткой нити  $G_{\text{кН}}^{\text{реф } 100, 240}$  означает, что оно вычислено по максимальному напряжению  $\sigma_{\text{max}}^{240}$  в нити длиной 240 элементов (24 мм) и отнесено к нити длиной 100 элементов (10 мм), т.е.  $G_{\text{кН}}^{\text{реф } 100, 240} = \sigma_{\text{max}}^{240} \times 100$ . Вычисленные значения  $\sigma_{x \text{ max}}^n$  в зависимости от длины нити показаны на рис. 6 штрихпунктирной линией.

Рассматривались три стратегии вычисления  $k_{\text{эКН}}^{n,m}$ :

Стратегия I.  $k_{\text{эКН}}^{n,m}$  – для каждой длины нити вычислялся силовой фактор  $G_{\text{кН}}^n$  по (3) и референтное значение  $G_{\text{кН}}^{\text{реф } n,n}$  по (12) для  $m = n$ , т.е. для каждой длины петла выбиралось «свое» референтное значение  $\sigma_{\text{max}}^n$ .

Стратегия II.  $k_{\text{эКН}}^{n,100}$  – для каждой длины нити в качестве референтного значения выбиралось  $\sigma_{\text{max}}^{100}$ , т.е. единая величина  $\sigma_{\text{max}}$  из расчёта петла с длиной  $l_{100}$ .

Стратегия III.  $k_{\text{эКН}}^{n,240}$  – в качестве референтного значения  $\sigma_{\text{max}}^{240}$  выбиралась максимальная величина из расчёта петля с длиной  $l_{240}$ .

Результаты расчётов значений  $k_{\text{эКН}}$  по трём стратегиям представлены на рис. 7.

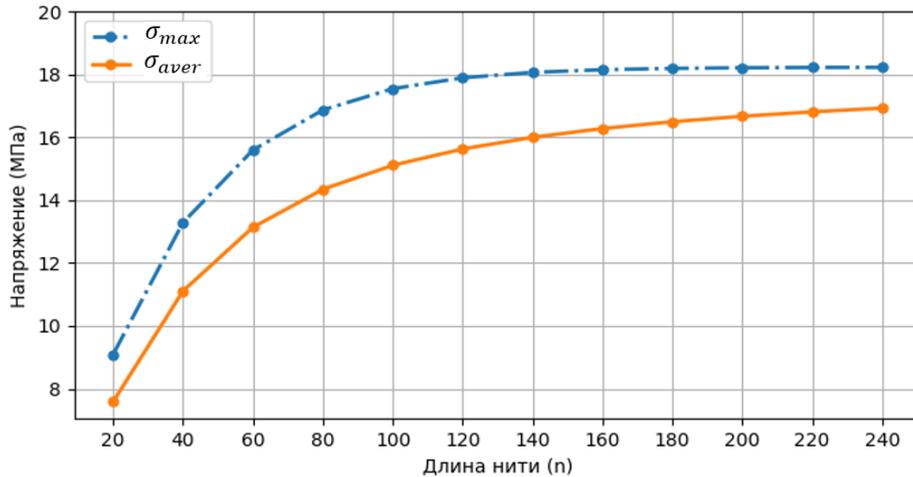


Рис. 6. Зависимости  $\sigma_{\text{max}}$  и среднего напряжения в нити  $\sigma_{\text{aver}}$  от её длины

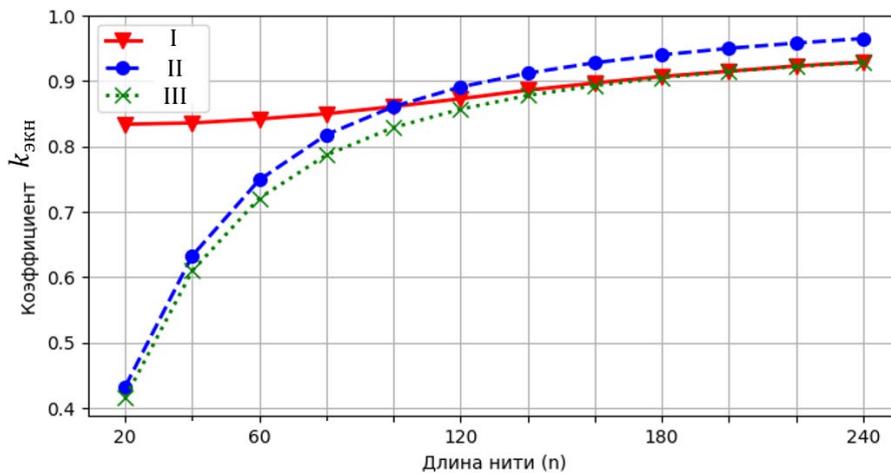


Рис. 7. Результаты расчётов  $k_{\text{эКН}}$  по стратегиям I, II и III

На рис. 8, 9 представлены вычисленные по соответствующим  $k_{\text{эКН}}^{n,m}$  значения модулей упругости и пределов прочности в сопоставлении с экспериментальными данными для образцов петл-материала, отформованного под давлением 10 МПа [6]. Дополнительными горизонтальными линиями показаны максимальные значения этих характеристик, вычисленные при  $k_{\text{эКН}} = 1,0$  (табл. 1).

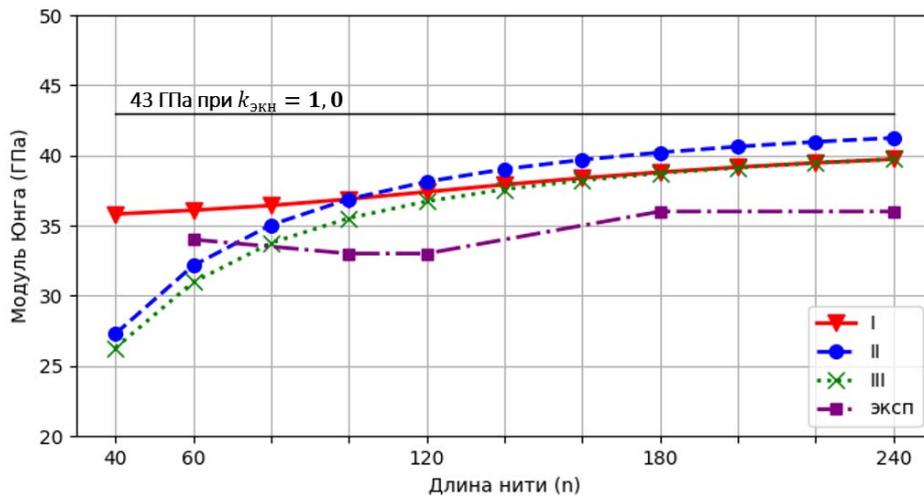


Рис. 8. Результаты расчётов модуля Юнга петл-материала по стратегиям I, II, III и сравнение с экспериментом

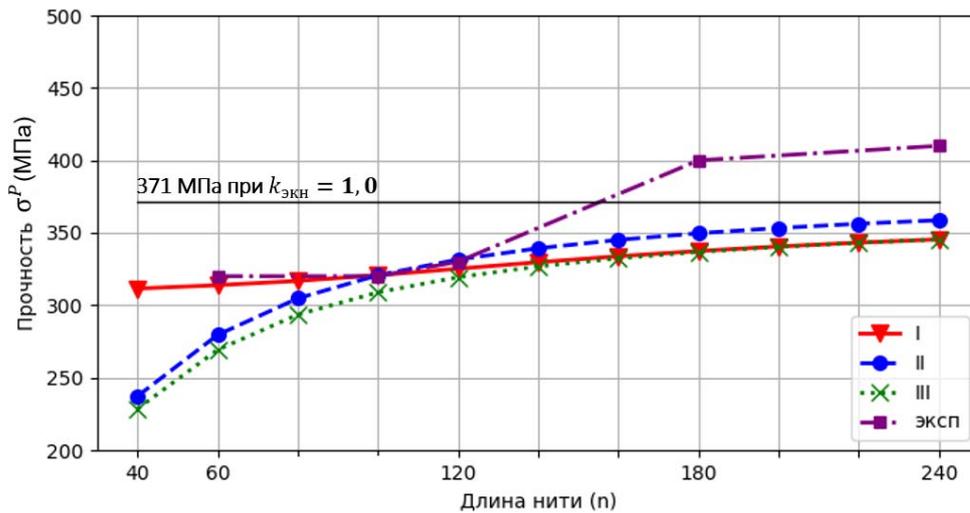


Рис. 9. Результаты расчётов прочности на растяжение петл-материала по стратегиям I, II, III и сравнение с экспериментом

Из полученных результатов (рис. 7) следует, что в диапазоне относительных длин нитей от 100 до 240 единиц все три стратегии вычисления  $k_{\text{экн}}$  дают близкие результаты.

Обратим внимание на почти линейную зависимость  $k_{\text{экн}}$  от  $n$ , вычисленную по стратегии I на всем рассмотренном диапазоне длин нитей от 20 до 240 единиц, а также на прогрессивное отклонение от неё величин соответствующих коэффициентов при вычислении их по стратегиям II и III в диапазоне длин от 100 до 20 единиц. Кроме того, в этом диапазоне из физических соображений следует ожидать значительное уменьшение  $k_{\text{экн}}^n$ , которое не улавливает стратегия I. Для объяснения этих результатов перепишем (5) подстановкой в него (3) и (4) следующим образом:

$$k_{\text{ЭКН}}^{n,n} = \frac{V_i \sum_{i=1}^n |\sigma_{xi}|}{n V_i \sigma_{x \max}} = \frac{\sum_{i=1}^n |\sigma_{xi}|}{n \sigma_{x \max}}. \quad (15)$$

При этом заметим, что сумма всех напряжений в элементах нити с одинаковыми объёмами, деленная на число элементов, есть не что иное, как среднее (average) напряжение в нити. Обозначим его  $\sigma_{x \text{ aver}}^n$ :

$$\sigma_{x \text{ aver}}^n = \frac{\sum_{i=1}^n |\sigma_{xi}|}{n}. \quad (16)$$

Зависимость среднего напряжения в нити от её длины показана на рис. 6. С учётом (15) и (14) вычисление  $k_{\text{ЭКН}}^{n,n}$  приобретает удобный для анализа вид

$$k_{\text{ЭКН}}^{n,n} = \frac{\sigma_{x \text{ aver}}^n}{\sigma_{x \max}^n}. \quad (17)$$

Из рис. 6 следует, что с уменьшением длины нити значения её среднего и максимального напряжений сближаются и могут давать даже увеличение  $k_{\text{ЭКН}}$ , что и наблюдается в расчётах по стратегии I. Математически и физически это объясняется тем, что сумма так называемых «неэффективных длин волокна» [17] с двух концов нити может быть близкой к её длине.

При рассмотрении распределения напряжений вдоль более длинных нитей (от 100 до 240 единиц) приходим к выводу, что интенсивное включение нитей в работу происходит примерно на 10-20 элементах с каждого конца, и это число увеличивается с ростом длины нити. Поэтому стратегию I нецелесообразно использовать для вычисления  $k_{\text{ЭКН}}$  нитей короче 60 единиц.

Сравнение вычисленных значений модуля упругости с использованием  $k_{\text{ЭКН}}$ , полученным по всем трём стратегиям в диапазоне длин от 60 до 240 единиц, показывает хорошее согласование с данными эксперимента с максимальным отклонением в пределах 10% (рис. 8).

Сравнение по прочности (рис. 9) показывает практически полное совпадение с данными эксперимента значений, вычисленных с использованием  $k_{\text{ЭКН}}$ , полученных по I стратегии для длин нитей 60, 100 и 120 единиц. Сравнение расчётных и экспериментальных данных для нитей 180 и 240 не производилось, так как экспериментальные данные превышают теоретический максимум для  $k_{\text{ЭКН}} = 1$ . Возможная причина повышения прочности – анизотропия образцов.

Выполненное исследование показывает следующее.

1. Использование правила смесей с корректировкой объёмного содержания волокон в материале с помощью введённого коэффициента эффективного объёма волокон короткой нити –  $k_{\text{ЭКН}}$  – позволяет получать адекватные упругие и прочностные характеристики композиционного петл-материала.

2. Сравнение расчётных и экспериментальных данных показывает применимость для практических расчётов I и III стратегий вычисления  $k_{\text{ЭКН}}^n$  коротких нитей, начиная с

длины 60 единиц и более. Причём в диапазоне длин 60...100 определённое предпочтение имеет III стратегия, так как она даёт (по исходным данным) на 15% меньшую величину  $k_{\text{эkn}}$  и на 10% меньшие значения модуля упругости и прочности для нити 60.

### Заключение

Поставленная в работе задача – определить механические характеристики коротко армированного композиционного материала по минимальному набору сведений о компонентах – представляется достаточно сложной, если пытаться создать единую адекватную математическую модель. Поэтому в работе использован двухуровневый подход с использованием стержневого моделирования и некоторых методов и результатов [8], который позволил успешно найти решение в частном случае и выработать достаточно простые методики для использования в других подобных задачах.

На микроуровне предложена математическая модель виртуальной короткой нити, принадлежащей однонаправленному слою композита с предположением о нагрузке связующим только с двух сторон – сверху и снизу – по отношению к слою, что позволило свести задачу о включении короткой нити к плоской задаче теории упругости, легко и наглядно решаемой с использованием МКЭ. Для оценки объёма волокон, эффективно работающих внутри нити с учётом её концов, предложена, возможно впервые, модель изолированного стержня, нагруженного только поверхностными силами. В качестве интегральной оценки эффективности работы волокон предложено использовать простой критерий – силовой фактор, который в данном случае представляет собой сумму осевых напряжений в элементах нити, умноженных на их объём. Заметим, что такой подход позволяет сразу получать необходимую поправку  $k_{\text{эkn}}$  к объёмной доле волокна с учётом длины нити, в отличие от методов, в которых анализируется длина «неэффективной» зоны волокна на одном конце [17].

На мезоуровне механические характеристики определены последовательно. Сначала – рассмотрение однонаправленного композита из петлов с использованием правила смесей с коррекцией объёмной доли волокна. Полученные таким образом механические характеристики однонаправленного композита присваивались с коэффициентом 1/3 композиционному материалу, образованному из случайно, но равномерно ориентированных петлов в плоскости плиты. Это соотношение известно для квазиизотропных структур, которые могут быть образованы множеством способов из 3, 4 и более направлений ориентации однонаправленных слоёв. При достаточно большом числе петлов плита должна быть квазиизотропной и поэтому подчиняться соотношению 1/3. Это соотношение показано наглядно из рассмотрения стержневой квазиизотропной конструкции.

В данной работе выполнен вычислительный эксперимент по определению механических характеристик композитов из петлов различных, имеющих практическое значение, длин в 6, 12, 18 и 24 мм и проведено сравнение результатов с опубликованными данными натуральных экспериментов соответствующих образцов на растяжение, которое подтверждает работоспособность ряда использованных упрощений и гипотез и методики в целом.

Авторы благодарят проф. Ломова С.В. за предложение применить стержневое моделирование к анализу свойств композита из нарубленных тонких лент и за ряд полезных советов.

### Библиографический список

1. Образцов И.Ф., Васильев В.В., Бунаков В.А. Оптимальное армирование оболочек вращения из композиционных материалов. М.: Машиностроение, 1977. 144 с.
2. Азаров А.В. Проблема проектирования аэрокосмических сетчатых композитных конструкций // Известия Российской академии наук. Механика твёрдого тела. 2018. № 4. С. 85-93. DOI: 10.31857/S057232990000700-0
3. Павлов А.А. Конструкторско-технологическое проектирование деталей из слоистого тканевого композита // Онтология проектирования. 2022. Т. 12, № 3 (45). С. 393-404. DOI:10.18287/2223-9537-2022-12-3-393-404
4. Schirmaier F.J., Weidenmann K.A., Karget L., Henning F. Characterization of the draping behavior of unidirectional non-crimp fabrics // Composites Part A: Applied Science and Manufacturing. 2016. V. 80. P. 28-38. DOI: 10.1016/j.compositesa.2015.10.004
5. Kurkin E., Spirina M., Barcenos O., Kurkina E. Calibration of the PA6 short-fiber reinforced material model for 10% to 30% carbon mass fraction mechanical characteristic prediction // Polymers. 2022. V. 14, Iss. 9. DOI: 10.3390/polym14091781
6. Wan Y., Takahashi J. Tensile and compressive properties of chopped carbon fiber tapes reinforced thermoplastics with different fiber lengths and molding pressures // Composites Part A: Applied Science and Manufacturing. 2016. V. 87. P. 271-281. DOI: 10.1016/j.compositesa.2016.05.005
7. Wan Y., Straumit I., Takahashi J., Lomov S.V. Micro-CT analysis of internal geometry of chopped carbon fiber tapes reinforced thermoplastics // Composites Part A: Applied Science and Manufacturing. 2016. V. 91. P. 211-221. DOI: 10.1016/j.compositesa.2016.10.013
8. Комаров В.А. Конструкция и материал // Онтология проектирования. 2023. Т. 13, № 2 (48). С. 175-191. DOI: 10.18287/2223-9537-2023-13-2-175-191
9. Новицкий В.В. Прочность и проектирование конструкций из композиционных материалов. М.: ВВИА им. Н.Е. Жуковского, 1988. 299 с.
10. Комаров А.А. Основы проектирования силовых конструкций. Куйбышев: Куйбышевское книжное издательство, 1965. 88 с.
11. Optimal design. Theory and applications to materials and structures / ed. by V.V. Vasiliev, Z.G. Gürdal. CRC Press, 1999. 330 p.
12. Комаров В.А. Весовой анализ авиационных конструкций: теоретические основы // Полёт. Общероссийский научно-технический журнал. 2000. № 1. С. 31-39.
13. Перельмутер А.В. Задачи синтеза в теории сооружений (краткий исторический обзор) // Вестник Томского государственного архитектурно-строительного университета. 2016. № 2 (55). С. 70-106.
14. Lomov S.V., Ivanov D.S., Verpoest I., Zako M., Kurashiki T., Nakai H., Molimard J., Vautrin A. Full-field strain measurements for validation of meso-FE analysis of textile composites // Composites Part A: Applied science and manufacturing. 2008. V. 39, Iss. 8. P. 1218-1231. DOI: 10.1016/j.compositesa.2007.09.011
15. Биткин В.Е., Жидкова О.Г., Комаров В.А. Выбор материалов для изготовления размеростабильных несущих конструкций // Вестник Самарского университета. Аэрокосмическая техника, технологии и машиностроение. 2018. Т. 17, № 1. С. 100-117. DOI: 10.18287/2541-7533-2018-17-1-100-117
16. Жидкова О.Г. Конструкторско-технологическое проектирование терморазмеростабильных композитных корпусов космических телескопов. Дис. ... канд. техн. наук. Самара, 2020. 175 с.
17. Работнов Ю.Н. Механика деформируемого твёрдого тела: учеб. пособие. М.: Наука, 1988. 712 с.

## EFFECTIVE VOLUME OF SHORT CARBON FIBERS IN A COMPOSITE FROM CHOPPED THIN TAPES

© 2024

**V. A. Komarov** Doctor of Science (Engineering), Professor of the Department of Aircraft Construction and Design; Samara National Research University, Samara, Russian Federation; [vkomarov@ssau.ru](mailto:vkomarov@ssau.ru)

**R. F. Abdullayev** Postgraduate Student, Department of Aircraft Construction and Design; Samara National Research University, Samara, Russian Federation; [rufat.abdullayev@hotmail.com](mailto:rufat.abdullayev@hotmail.com)

This paper discusses a composite material from chopped thin narrow polymer tapes reinforced with carbon fibers and a polymer binder. The problem is posed to analytically determine the elastic and strength characteristics of the composite with a known minimum set of basic characteristics of the components. A methodology for sequential solving of the problem at the micro- and meso-levels is proposed. The key point in the methodology is the introduction of the “effective fiber volume factor” in the short filament and the way to calculate it using the “load-carrying factor” criterion. The following are presented: the results of calculating Young’s modulus and tensile strength of material samples from parts of tapes with fixed lengths (6, 12, 18 and 24 mm); comparison with the experimental data and evaluation of accuracy and limits of the applicability of this methodology.

*Composite; tape; carbon fibers; polymer; short filament; Young’s modulus; strength*

---

**Citation:** Komarov V.A., Abdullayev R.F. Effective volume of short carbon fibers in a composite from chopped thin tapes. *Vestnik of Samara University. Aerospace and Mechanical Engineering*. 2024. V. 23, no. 1. P. 188-202. DOI: 10.18287/2541-7533-2024-23-1-188-202

### References

1. Obratsov I.F., Vasil'ev V.V., Bunakov V.A. *Optimal'noe armirovanie obolochek vrashcheniya iz kompozitsionnykh materialov* [Optimal reinforcement of rotational shells made of composite materials]. Moscow: Mashinostroenie Publ., 1977. 144 p.
2. Azarov A.V. The problem of designing aerospace mesh composite structures. *Mechanics of Solids*. 2018. V. 53, Iss. 4. P. 427-434. DOI: 10.3103/S0025654418040088
3. Pavlov A.A. Technological design of parts using layered fabric composite. *Ontology of Designing*. 2022. V. 12, no. 3 (45). P. 393-404. (In Russ.). DOI:10.18287/2223-9537-2022-12-3-393-404
4. Schirmaier F.J., Weidenmann K.A., Karget L., Henning F. Characterization of the draping behavior of unidirectional non-crimp fabrics. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*. 2016. V. 80. P. 28-38. DOI: 10.1016/j.compositesa.2015.10.004
5. Kurkin E., Spirina M., Barcenos O., Kurkina E. Calibration of the PA6 short-fiber reinforced material model for 10% to 30% carbon mass fraction mechanical characteristic prediction. *Polymers*. 2022. V. 14, Iss. 9. DOI: 10.3390/polym14091781
6. Wan Y., Takahashi J. Tensile and compressive properties of chopped carbon fiber tapes reinforced thermoplastics with different fiber lengths and molding pressures. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*. 2016. V. 87. P. 271-281. DOI: 10.1016/j.compositesa.2016.05.005
7. Wan Y., Straumit I., Takahashi J., Lomov S.V. Micro-CT analysis of internal geometry of chopped carbon fiber tapes reinforced thermoplastics. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*. 2016. V. 91. P. 211-221. DOI: 10.1016/j.compositesa.2016.10.013
8. Komarov V.A. Design and material. *Ontology of Designing*. 2023. V. 13, no. 2 (48). P. 175-191. (In Russ.). DOI: 10.18287/2223-9537-2023-13-2-175-191

9. Novitskiy V.V. *Prochnost' i proektirovanie konstruktsiy iz kompozitsionnykh materialov* [Strength and design of structures made of composite materials]. Moscow: Zhukovsky Air Force Engineering Academy Publ., 1988. 299 p.

10. Komarov A.A. *Osnovy proektirovaniya silovykh konstruktsiy* [Fundamentals of designing load-bearing units]. Kuybyshev: Kuybyshevskoe Knizhnoe Izdatel'stvo Publ., 1965. 88 p.

11. Optimal design. Theory and applications to materials and structures / ed. by V.V. Vasiliev, Z.G. Gürdal. CRC Press, 1999. 330 p.

12. Komarov V.A. Weight analysis of aircraft structures: theoretical foundations. *Polyot. All-Russian Scientific and Technical Journal*. 2000. No. 1. P. 31-39. (In Russ.)

13. Perel'muter A.V. Synthesis problems in the theory of structures (brief historical review). *Vestnik of Tomsk State University of Architecture and Building*. 2016. No. 2 (55). P. 70-106. (In Russ.)

14. Lomov S.V., Ivanov D.S., Verpoest I., Zako M., Kurashiki T., Nakai H., Molimard J., Vautrin A. Full-field strain measurements for validation of meso-FE analysis of textile composites. *Composites Part A: Applied science and manufacturing*. 2008. V. 39, Iss. 8. P. 1218-1231. DOI: 10.1016/j.compositesa.2007.09.011

15. Bitkin V.E., Zhidkova O.G., Komarov V.A. Choice of materials for producing dimensionally stable load-carrying structures. *Vestnik of Samara University. Aerospace and Mechanical Engineering*. 2018. V. 17, no. 1. P. 100-117. (In Russ.). DOI: 10.18287/2541-7533-2018-17-1-100-117

16. Zhidkova O.G. *Konstruktorsko-tekhnologicheskoe proektirovanie termorazmerostabil'nykh kompozitnykh korpusov kosmicheskikh teleskopov. Dis. ... kand. tekhn. nauk* [Design and engineering of thermo-dimensionally stable composite bodies of space telescopes. Dissertation for the Candidate Degree(Engineering)]. Samara, 2020. 175 p.

17. Rabotnov Yu.N. *Mekhanika deformiruemogo tverdogo tela: ucheb. posobie* [Mechanics of deformable solid bodies]. Moscow: Nauka Publ., 1988. 712 p.

## ИССЛЕДОВАНИЕ МОРФОЛОГИИ ПОВЕРХНОСТИ, ОПТИЧЕСКИХ И ЭЛЕКТРОННЫХ СВОЙСТВ ТОНКИХ ПЛЁНОК $Mg_2Si$ НА $Si(111)$

© 2024

- Д. В. Фомин** кандидат физико-математических наук, доцент, директор научно-образовательного центра им. К.Э. Циолковского; Амурский государственный университет, г. Благовещенск; [e-office@yandex.ru](mailto:e-office@yandex.ru)
- А. В. Поляков** магистрант, младший научный сотрудник научно-образовательного центра им. К.Э. Циолковского; Амурский государственный университет, г. Благовещенск; [polyakov\\_a\\_1999@mail.ru](mailto:polyakov_a_1999@mail.ru)
- К. Н. Галкин** кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник; Институт автоматизации и процессов управления Дальневосточного отделения РАН, г. Владивосток; [galkinkn@iacp.dvo.ru](mailto:galkinkn@iacp.dvo.ru)
- Н. Г. Галкин** доктор физико-математических наук, главный научный сотрудник; Институт автоматизации и процессов управления Дальневосточного отделения РАН, г. Владивосток; [galkin@iacp.dvo.ru](mailto:galkin@iacp.dvo.ru)

Представлены результаты исследования элементного состава, морфологии поверхности, оптических и электронных свойств тонких плёнок  $Mg_2Si$ , сформированных на  $Si(111)$ . Оба образца, содержащие плёнки, формировались послойно методом реактивной эпитаксии, но при разной температуре прогрева подложек. Сформированные плёнки, состоящие из чередующихся слоёв  $Mg$  и  $Si$  в соотношении 3:1, по данным электронной оже-спектроскопии содержат атомы  $Mg$  и  $Si$  в соответствующих слоях. Методом комбинационного рассеяния света установлено наличие на графиках образцов пиков при сдвиге 258 и 348  $cm^{-1}$ , принадлежащих  $Mg_2Si$ . Данные инфракрасной спектроскопии также свидетельствуют о наличии силицида магния в составе плёнок. Проведена оценка толщины выращенных плёнок  $Mg_2Si$ , исходя из известных данных о зависимости амплитуды пиков поглощения при 272  $cm^{-1}$  от коэффициента поглощения. По результатам исследования образцов в инфракрасном-ультрафиолетовом диапазоне и на основе геометрических расчётов определена ширина запрещённой зоны  $Mg_2Si$ .

*Силицид магния; тонкие плёнки; реактивная эпитаксия; морфология поверхности; атомно-силовая микроскопия; оптическая спектроскопия; ширина запрещённой зоны; не прямые и прямые переходы*

---

**Цитирование:** Фомин Д.В., Поляков А.В., Галкин К.Н., Галкин Н.Г. Исследование морфологии поверхности, оптических и электронных свойств тонких плёнок  $Mg_2Si$  на  $Si(111)$  // Вестник Самарского университета. Аэрокосмическая техника, технологии и машиностроение. 2024. Т. 23, № 1. С. 203-215. DOI: 10.18287/2541-7533-2024-23-1-203-215

### Введение

Большой интерес у исследователей вызывают тонкие плёнки  $Mg_2Si$ , поскольку данный материал является перспективным для производства оптических датчиков, находящих широкое применение как на Земле, так и в космосе. Предполагается более высокое быстродействие у приборов, использующих такие датчики, по сравнению с приборами, использующими датчики на основе  $Si$ ,  $Ge$  и  $GaAs$  [1]. Это связано с тем, что  $Mg_2Si$  обладает более узкой шириной запрещённой зоны (от 0,6 до 0,8 эВ) по сравнению с кремнием, германием и арсенидом галлия, а также широким диапазоном фоточувствительности (от 200 до 2100 нм) [1 – 5; 22 – 24]. Помимо этого, использование  $Mg_2Si$  в качестве материала для оптических датчиков актуально в связи

с тем, что Mg и Si являются экологически чистыми элементами и широко распространены в Земной коре. Формирование низкоразмерных структур  $Mg_2Si$ , исследованных и представленных в данной работе, осуществлялось на базе научно-образовательного центра им. К.Э. Циолковского Амурского государственного университета, сотрудники которого уже имеют опыт формирования и исследования тонких плёнок других силицидов на кремнии [6 – 9].

### Формирование тонких плёнок $Mg_2Si$ и исследование их методом электронной ОЖЕ-спектроскопии

Формирование образцов осуществлялось методом реактивной эпитаксии, а послойное исследование их элементного состава проводилось методом электронной оже-спектроскопии (ЭОС). В качестве подложек использовались пластины  $15 \times 5$  мм, вырезанные из шайбы кремния электронной проводимости, легированного фосфором, (КЭФ) Si (111) с удельным сопротивлением от 2 до 15 Ом·см. Источник Mg брался чистотой 99,999%. Перед проведением эксперимента выполнялась стандартная двухэтапная (до и после загрузки в камеру) очистка подложек и источников.

Образцы формировались в камере Varian с базовым давлением  $10^{-7}$  Па при температурах прогрева подложек  $T_{n1} = 240^\circ\text{C}$  для первого образца и  $T_{n2} = 250^\circ\text{C}$  – для второго. Сначала на подложках формировался буферный слой Si, затем поочередно проводилось осаждение трёх бислоев Mg и Si. Скорости осаждения магния и кремния определялись с помощью кварцевого датчика толщины с частотой 6 МГц. Они составили 8,5 нм/мин для магния и 1,4 нм/мин для кремния. Толщина слоёв магния и кремния на начальном этапе определялась по времени осаждения. Подробный перечень этапов формирования образцов и толщин слоёв представлен в табл. 1.

Таблица 1. Перечень этапов формирования образцов

№	Этап	Образец 1	Образец 2
		Толщина слоя $h$ , нм	
1	Осаждение буферного слоя Si	60	60
2	Осаждение 1 слоя Mg	30	30
3	Осаждение 2 слоя Si	10	10
4	Осаждение 3 слоя Mg	30	30
5	Осаждение 4 слоя Si	10	10
6	Осаждение 5 слоя Mg	30	30
7	Осаждение 6 слоя Si	10	10

Исследование элементного состава образцов (для контроля роста плёнок на каждом этапе их формирования) осуществлялось методом ЭОС с помощью двухпролётного энергоанализатора типа «цилиндрическое зеркало» PHI-model 15-255g, установленного в камере Varian. Спектры образцов, полученные методом ЭОС, представлены на рис. 1.

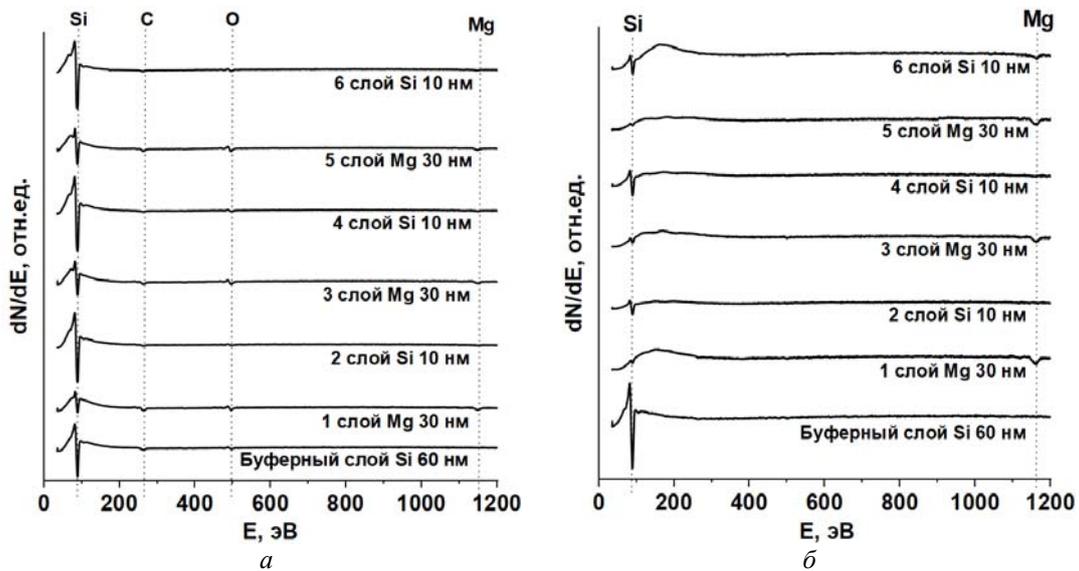


Рис. 1. Спектры зависимости первой производной количества вторичных электронов по энергии от энергии оже-электронов, полученные методом электронной оже-спектроскопии:

*a* – образец 1; *б* – образец 2

На нижних спектрах (рис. 1), соответствующих слою кремния толщиной 60 нм (буферный слой), чётко виден LVV-пик большой амплитуды при 92 эВ, принадлежащий Si, согласно (здесь и далее при анализе спектров) атласу спектров оже-электронов [10]. На кривых, полученных при исследовании слоёв магния толщиной 30 нм (1, 3 и 5 слой), наблюдается KLL-пик Mg с энергией 1186 эВ. При этом, кроме этих пиков, на этих же кривых наблюдаются LVV-пики Si (92 эВ). Графики, которые соответствуют слоям кремния, для обоих образцов толщиной 10 нм (2, 4 и 6 слой) содержат только LVV-пик с энергией 92 эВ, подтверждающий наличие атомов Si.

На основе сравнительного анализа данных ЭОС образцов для слоёв Mg, где одновременно наблюдаются ЭОС пики и кремния и магния, можно заключить, что интенсивность LVV-пика с энергией 1186 эВ более выражена, а интенсивность LVV-пика с энергией 92 эВ менее выражена у второго образца. При этом плёнка, сформированная при более низкой температуре (240°C), содержит примеси, включающие в себя углерод (272 эВ) и кислород (503 эВ) с малой концентрацией.

Таким образом, в результате исследования элементного состава образцов на каждом этапе их формирования методом ЭОС было установлено наличие Mg (1186 эВ) и Si (92 эВ) в соответствующих слоях плёнок. Плёнка, сформированная при 250°C, не содержит примесей.

### Исследование образцов методами колебательной спектроскопии

Исследование образцов методами оптической спектроскопии и атомно-силовой микроскопии проводилось в лаборатории оптики и электрофизики Института автоматизации и процессов управления Дальневосточного отделения Российской академии наук. На первом этапе оптические свойства сформированных образцов изучались методом комбинационного рассеяния света (КРС) с помощью спектрофотометра NTEGRA Spectra II (NT-MDT) при длине волны лазера  $\lambda = 473$  нм. Спектры КРС образцов представлены на рис. 2.

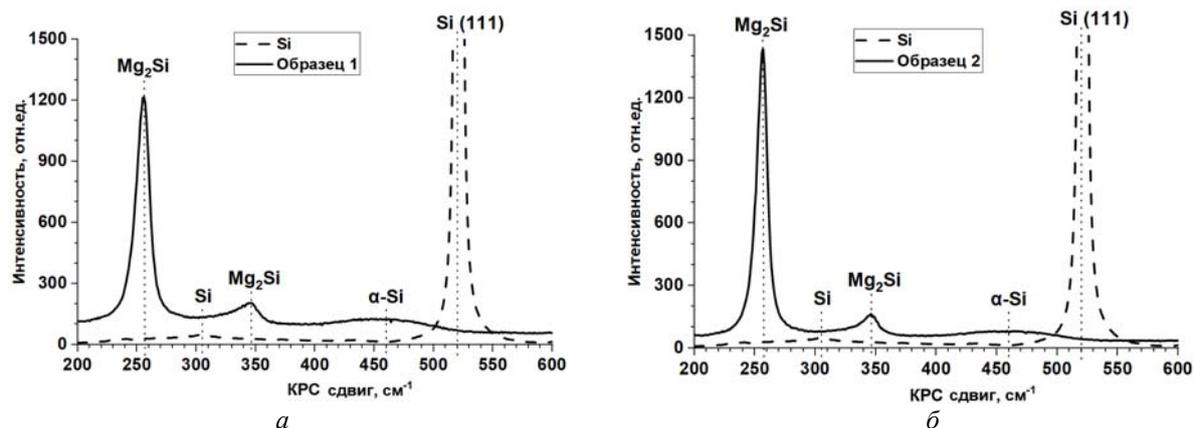


Рис. 2. Спектры, полученные методом комбинационного рассеяния света:  
 а – образец 1; б – образец 2

На кривой, соответствующей Si (рис. 2), наблюдается пик большой амплитуды при КРС сдвиг  $520\text{ см}^{-1}$  и слабо выраженный рефлекс при  $305\text{ см}^{-1}$ , по [11 – 13] принадлежащие монокристаллическому кремнию.

Проанализировав спектры первого образца (рис. 2, а) и второго образца (рис. 2, б), можно отметить резкое увеличение интенсивности пиков при КРС сдвиге  $258\text{ см}^{-1}$  и незначительное её увеличение при  $348\text{ см}^{-1}$ . Указанный факт, согласно [5; 11; 13], свидетельствует о наличии силицида магния со стехиометрическим соотношением состава атомов Mg и Si ( $\text{Mg}_2\text{Si}$ ) у обеих плёнок. Сопоставительный анализ этих графиков также показал, что пик при КРС сдвиге  $258\text{ см}^{-1}$  имеет большее значение амплитуды у образца, сформированного при  $T_{n2} = 250^\circ\text{C}$ , по сравнению с образцом, сформированным при  $T_{n1} = 240^\circ\text{C}$ . Это может быть обусловлено повышенной чувствительностью применённого метода в связи с большим количеством  $\text{Mg}_2\text{Si}$  в плёнке, реально осаждённом при более высокой температуре прогрева подложки.

Также на обоих графиках (рис. 2) наблюдается пик большой полуширины и малой амплитуды при КРС сдвиге от  $400$  до  $500\text{ см}^{-1}$  с максимумом при  $460\text{ см}^{-1}$ , который по данным [5; 14] указывает на то, что обе сформированные плёнки содержат в своем составе незначительное количество аморфного кремния.

На втором этапе исследование оптических свойств образцов проводилось методом инфракрасной колебательной спектроскопии с помощью Фурье-спектрофотометра Bruker VERTEX 80v. Спектры пропускания и отражения образцов, полученные этим методом, показаны на рис. 3.

Анализ спектров пропускания и отражения первого и второго образцов (рис. 3), сформированных при температуре прогрева подложек  $T_{n1} = 240^\circ\text{C}$  и  $T_{n2} = 250^\circ\text{C}$  соответственно, показал, что на них отчётливо видна спектральная линия при  $272\text{ см}^{-1}$ . При этом для неё наблюдается пик минимума коэффициента пропускания и пик коэффициента отражения у обеих плёнок при одном волновом числе. Вышеперечисленные наблюдения по данным [13; 15; 16] трактуются как возбуждение фонона  $\text{Mg}_2\text{Si}$ , отвечающего в том числе за поглощение в плёнке силицида.

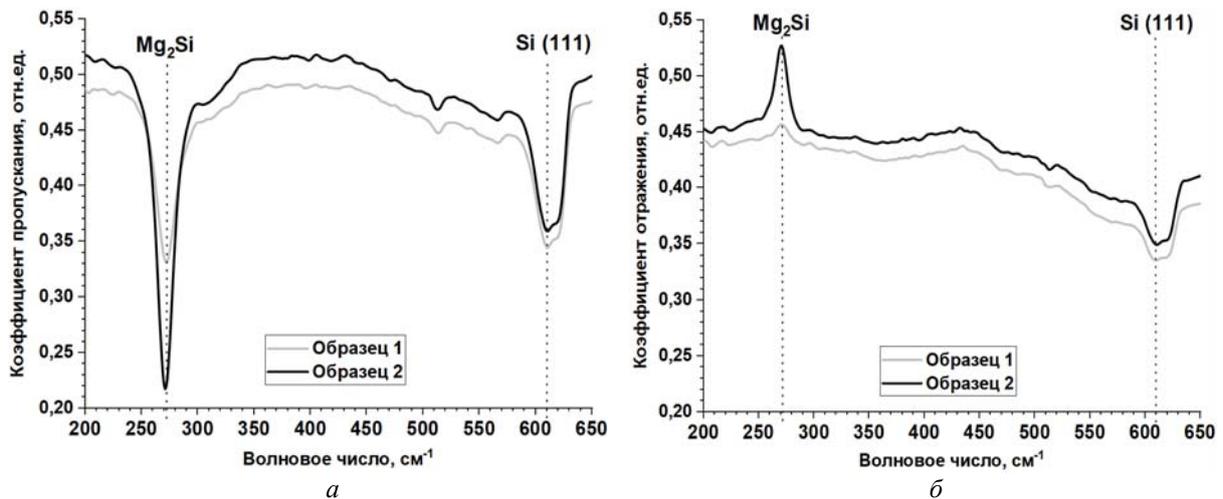


Рис. 3. Спектры, полученные методом инфракрасной колебательной спектроскопии:  
а – пропускания; б – отражения

В результате сравнения спектров пропускания (рис. 3, а) видно, что интенсивность спектральной полосы, соответствующей  $Mg_2Si$ , больше у образца 2, чем у образца 1. Аналогичное поведение заметно и при сопоставлении спектров отражения (рис. 3, б). Также значение коэффициента пропускания при  $272\text{ см}^{-1}$  уменьшилось (до 0,33 для образца 1 и до 0,22 для образца 2), а значение коэффициента отражения увеличилось (до 0,46 для первого и 0,53 для второго образца). Эти результаты анализа, согласно [11; 15], подтверждают повышенное количество  $Mg_2Si$  в плёнке, сформированной при температуре  $250^\circ\text{C}$ . Проведём оценку толщин плёнок в образцах 1 и 2 по методике, описанной в работе [17]. Интенсивность пика поглощения при  $252\text{ см}^{-1}$  экспоненциально зависит от произведения толщины плёнки на коэффициент поглощения в ней. С помощью величин пропускания в области основания пика  $I_0$  и пропускания в области минимума пика  $I$  (рис. 3, а) были рассчитаны реальные толщины плёнок. Для образца 1 они составили 69 нм, а для образца 2 – 149 нм. То есть толщины плёнок отличаются от данных в табл. 1, которые определялись исходя из средней скорости осаждения магния и кремния на кварцевый датчик толщины. Несоответствие с данными скорости осаждения на образцы связано, по-видимому, с различием в геометрии осаждения на три образца в держателе.

Дополнительно на спектрах пропускания и отражения (рис. 3) наблюдается спектральная полоса с минимумом при  $610\text{ см}^{-1}$ , по данным [13] свидетельствующая о возбуждении фонона монокристаллического кремния Si (111).

### Исследование морфологии поверхности образцов методом атомно-силовой микроскопии

Морфологию поверхности сформированных плёнок исследовали методом атомно-силовой микроскопии с использованием атомно-силового микроскопа Solver P47. Изображения образцов, полученные данным методом, представлены на рис. 4, 5.

Анализ изображений первого образца показал, что для плёнки характерен островковый рост Вольмера-Вебера [18]. При этом наблюдаются как отдельные островки, так и образовавшиеся в результате их коалесценции зёрна. Латеральные размеры мелких островков конической формы составляют от 0,1 до 0,3 мкм, а крупных – от 0,7 до 1 мкм.

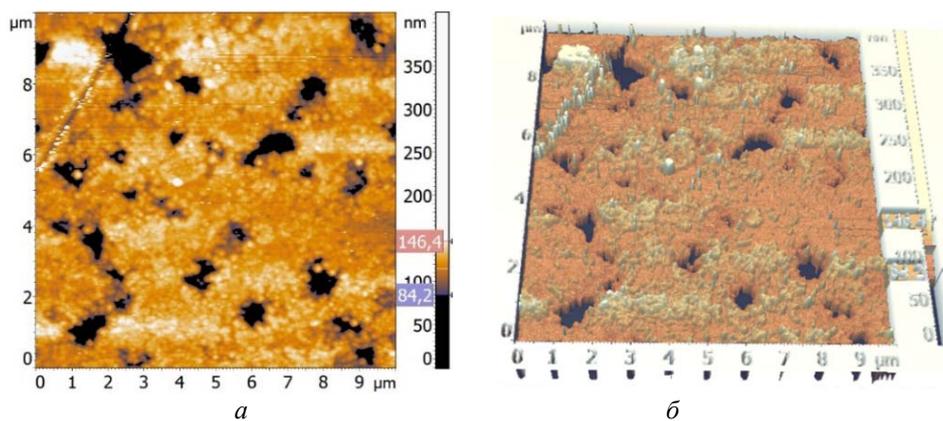


Рис. 4. Изображения образца 1, полученные методом атомно-силовой микроскопии:  
а – 2D; б – 3D

Видно, что количество мелких островков превышает количество крупных. Также заметно, что зёрна имеют следующие размеры: длина от 2 до 3 мкм, ширина от 1 до 1,5 мкм. Исходя из этого, площадь отдельных островков составляет от 0,01 до 0,78 мкм<sup>2</sup>, а зёрен – от 2 до 4,5 мкм<sup>2</sup>. Поверхность этой плёнки характеризуется достаточно развитым рельефом, так как на изображениях отчётливо видны не только островки, но и проколы. Максимальная высота островков составляет 25 нм, а глубина проколов 40 нм. Расстояние между проколами составляет от 2 до 4 мкм, латеральные их размеры от 0,6 до 1,2 мкм, площадь от 0,3 до 1,1 мкм<sup>2</sup>.

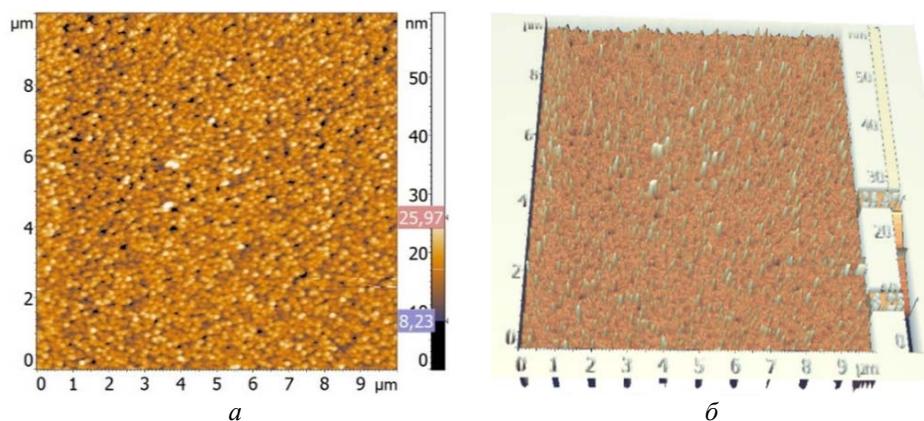


Рис. 5. Изображения образца 2, полученные методом атомно-силовой микроскопии:  
а – 2D; б – 3D

Проанализировав микрофотографии, полученные при исследовании образца 2, можно сделать вывод, что рост плёнки происходил по механизму Странского-Крастанова (последовательно-островковый рост) [18]. При этом у данного образца латеральные размеры и высота островков меньше (не превышают 0,3 мкм и 5 нм, соответственно), а их количество больше по сравнению с предыдущим. В то же время второй образец, в отличие от первого, обладает следующими особенностями морфологии поверхности: более однородная структура, отсутствие проколов, что обусловлено повышенной диффузией атомов Mg при более высокой температуре прогрева образца 2 и более высокой скоростью осаждения магния, определенной из спектров пропускания в области фонона Mg<sub>2</sub>Si по методике, описанной в работе [17].

### Исследование электронных свойств образцов методом инфракрасной-ультрафиолетовой спектроскопии

Оптические и электронные свойства плёнок были исследованы методом оптической спектроскопии в инфракрасном-ультрафиолетовом диапазоне на Spectrophotometer U-3010 (рис. 6, 7).

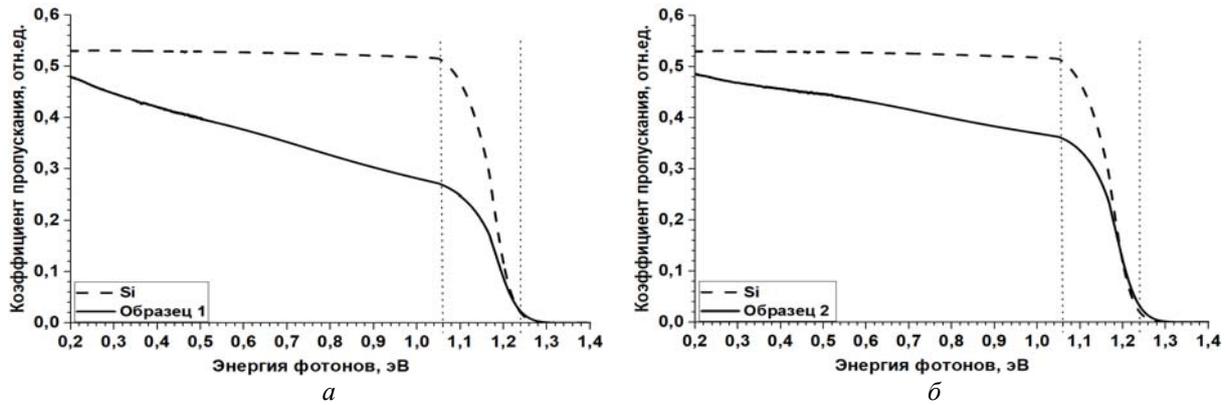


Рис. 6. Спектры пропускания инфракрасного диапазона:  
а – образец 1; б – образец 2

Из графиков зависимости коэффициента пропускания от энергии фотонов (рис. 6) видно, что в прозрачной области ИК-спектра плёнки обоих образцов пропускают меньшую часть падающего света по отношению к кремнию. Сравнивая кривые как первого, так и второго образца относительно графика, соответствующего Si, можно сделать вывод, что в диапазоне энергий от 0,2 до 1,06 эВ величина коэффициента пропускания Si не изменяется, а у сформированных плёнок уменьшается линейно, что характерно согласно [11] для полупроводникового силицида магния.

Из анализа спектров пропускания видно, что в области энергий от 1,06 до 1,24 эВ как у Si, так и у образцов, происходит существенное уменьшение величины пропускания. Более плавное уменьшение величины пропускания у сформированных плёнок по отношению к Si, по данным [11], свидетельствует о прошедшем процессе силицидообразования.

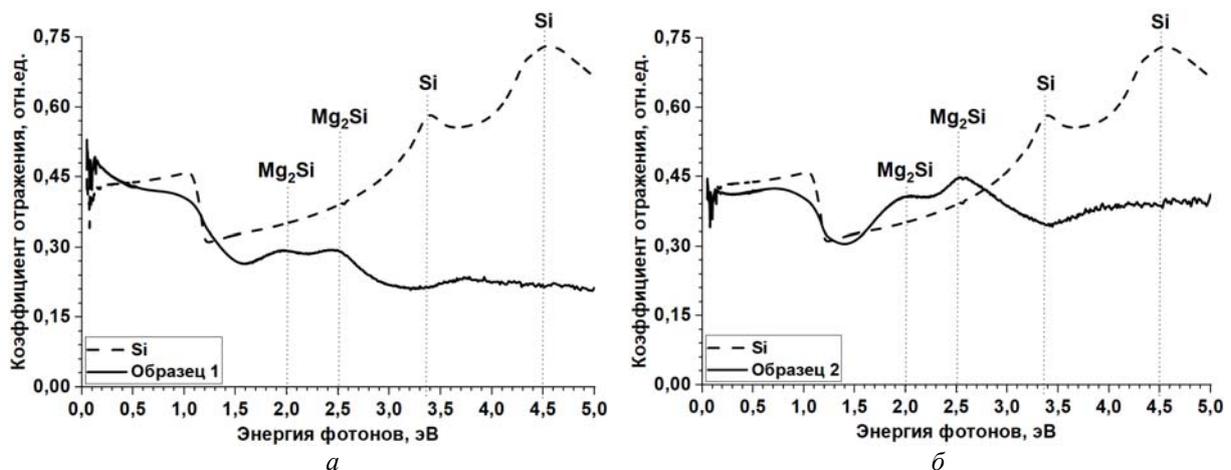


Рис. 7. Спектры отражения инфракрасного-ультрафиолетового диапазона:  
а – образец 1; б – образец 2

Анализ графиков зависимости коэффициента отражения от энергии фотонов (рис. 7), соответствующих Si, показал наличие пиков в УФ-области спектра при 3,35 и 4,5 эВ, согласно [11] указывающие на монокристаллический кремний. Пики в видимой области при энергии фотонов 2,0 и 2,5 эВ по данным [11; 13; 16] принадлежат  $Mg_2Si$ . Пик при 2,5 эВ более интенсивный у образца 2, чем у образца 1. Это может быть связано с более сплошной и гладкой плёнкой образца, сформированного при 250°C, что коррелирует с данными АСМ, представленными выше (рис. 4, 5).

Для обеих плёнок при энергиях фотонов более 2,5 эВ на графике образцов отчётливо видно уменьшение коэффициента отражения относительно графика Si. Данный факт согласно [12; 13] указывает на сильное рассеяние света в плёнках. В то же время при анализе спектров (рис. 6, 7) в ИК-области в диапазоне энергий от 1,3 до 1,5 эВ у тонких плёнок происходит монотонное уменьшение коэффициента отражения (рис. 7), что связано с одновременным уменьшением прозрачности кремниевой подложки и прозрачности пленки  $Mg_2Si$  и уменьшением вклада от многократного отражения света в кремниевой подложке [19]. В этом диапазоне энергий фотонов коэффициент пропускания уменьшается до нуля (рис. 6), что соответствует резкому увеличению поглощения в плёнке за счёт межзонных переходов, что характерно для полупроводникового  $Mg_2Si$  [11; 13; 15; 16].

На основе полученных оптических данных обоих образцов были проведены расчёты ширины запрещённой зоны как для непрямых, так и для прямых переходов. Спектры поглощения были получены с помощью следующих формул [20]:

$$\alpha = 1 - R - T, \quad (1)$$

$$a = \alpha(h\nu), \quad (2)$$

где  $\alpha$ ,  $T$ ,  $R$  – величины поглощения, пропускания и отражения, соответственно;  $h\nu$  и  $a$  – энергия фотонов и коэффициент поглощения (в  $cm^{-1}$ ), соответственно.

Чтобы вычислить ширину запрещённой зоны для непрямых переходов, были построены графики зависимости квадратного корня коэффициента поглощения от энергии фотонов [21] (рис. 8).

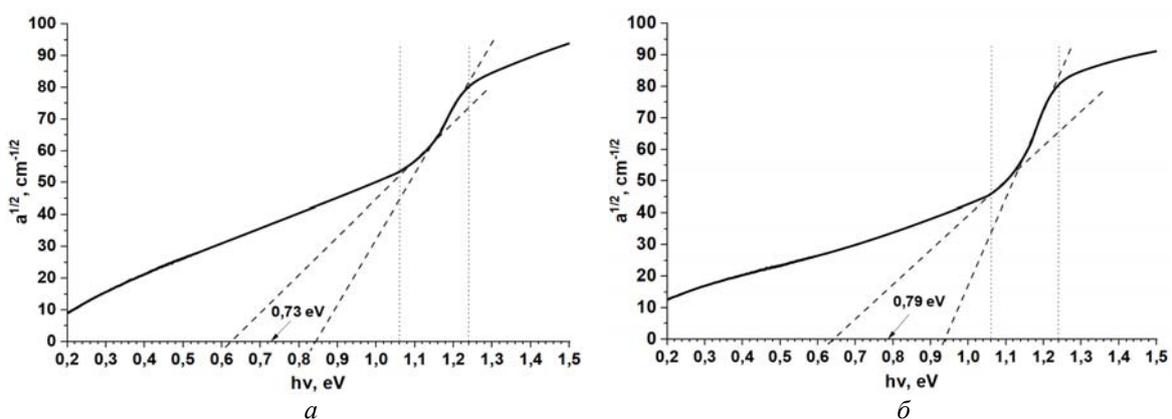


Рис. 8. Графики зависимости  $a^{1/2}(h\nu)$  и схема расчёта ширины запрещённой зоны для непрямых переходов: а – образец 1; б – образец 2

Как видно из графиков зависимости  $a^{1/2}(h\nu)$ , расчёт ширины запрещённой зоны тонких плёнок  $Mg_2Si$  для непрямых переходов проводился геометрическим методом пу-

тём экстраполяции прямолинейных участков и касательных в области резкого увеличения поглощения света (от 1,06 до 1,24 эВ) до пересечения с горизонтальной осью. Усредняя значения двух соседних пересечений с осью абсцисс, получаем, что величина ширины запрещённой зоны  $\text{Mg}_2\text{Si}$  для непрямых переходов составляет 0,73 и 0,79 эВ для первого и второго образца, соответственно. Полученные значения согласуются со справочными данными [1 – 4; 22 – 24].

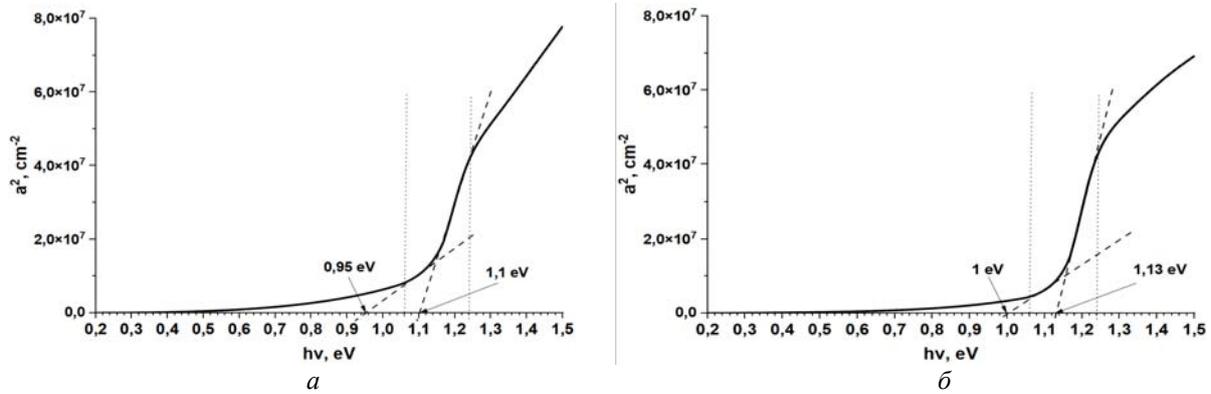


Рис. 9. Графики зависимости  $a^2(h\nu)$  и схема расчёта ширины запрещённой зоны для прямых переходов: а – образец 1; б – образец 2

Для расчёта ширины запрещённой зоны для прямых переходов были построены графики зависимости квадрата коэффициента поглощения от энергии фотонов [21] (рис. 9).

Вычисление ширины запрещённой зоны для прямых переходов выполнялось также на основе геометрических расчётов. В результате экстраполяции линейных участков графиков зависимости  $a^2(h\nu)$  и касательных к ним в области энергий от 1,06 до 1,24 эВ до пересечения с осью абсцисс определили значения ширины запрещённой зоны  $\text{Mg}_2\text{Si}$  для прямых переходов. Для первого образца они составляют 0,95 и 1,1 эВ, для второго – 1,0 и 1,13 эВ. Результаты проведённых расчетов хорошо коррелируют с данными [1 – 5].

### Заключение

По результатам работы можно сделать следующие выводы. Сформированные методом реактивной эпитаксии плёнки при температурах подложки 240°C (образец 1) и 250°C (образец 2), состоящие из чередующихся слоёв Mg и Si, по данным электронной оже-спектроскопии содержат атомы Mg (1186 эВ) и Si (92 эВ) в соответствующих слоях. Методом комбинационного рассеяния света (КРС) установлено наличие на графиках образцов пиков при КРС-сдвигах 258 и 348  $\text{см}^{-1}$ , принадлежащих  $\text{Mg}_2\text{Si}$ . Данные ИК-спектроскопии также свидетельствуют о наличии силицида магния в составе плёнок (спектральная полоса при 272  $\text{см}^{-1}$ ). Оценка толщины из амплитуды пика поглощения при 272  $\text{см}^{-1}$  показала, что в образце 1 толщина плёнки составляет 69 нм, а в образце 2 – 149 нм. Пики на спектрах отражения в видимой области при 2,0 и 2,5 эВ подтверждают формирование  $\text{Mg}_2\text{Si}$  в образцах. По результатам исследования образцов в ИК-УФ диапазоне и на основе геометрических расчётов определена ширина запрещённой зоны в выращенных пленках  $\text{Mg}_2\text{Si}$ . Для непрямых переходов для образца 1 и образца 2 она составила 0,73 и 0,79 эВ, соответственно. Расчётные значения ширины запрещённой зоны прямых переходов для первого образца составили 0,95 и 1,1 эВ, для второго – 1,0 и

1,13 эВ. С помощью метода атомно-силовой микроскопии показано, что для плёнки образца 1 характерен островковый рост Вольмера-Вебера, а для образца 2 – послойно-островковый рост Странского-Крастанова. При этом плёнка второго образца, по сравнению с первым, обладает большей однородностью структуры и отсутствием проколов.

### Библиографический список

1. Поляков А.В., Фомин Д.В., Новгородцев Н.С. Силицид магния – перспективный материал для оптических датчиков // Успехи прикладной физики. 2023. Т. 11, № 1. С. 52-60. DOI: 10.51368/2307-4469-2023-11-1-52-60
2. Yu H., Gao Ch., Zou J., Yang W., Xie Q. Simulation study on the effect of doping concentrations on the photodetection properties of Mg<sub>2</sub>Si/Si heterojunction photodetector // Photonics. 2021. V. 8, Iss. 11. DOI: 10.3390/photonics8110509
3. Yu H., Ji Sh., Luo X., Xie Q. Technology CAD simulations of Mg<sub>2</sub>Si/Si heterojunction photodetector based on the thickness effect // Sensors. 2021. V. 26, Iss. 16. DOI: 10.3390/s21165559
4. Yu H., Deng R., Mo Zh., Ji Sh., Xie Q. Fabrication and characterization of visible to near-infrared photodetector based on multilayer Graphene/Mg<sub>2</sub>Si/Si heterojunction // Nanomaterials. 2022. V. 12, Iss. 18. DOI: 10.3390/nano12183230
5. Shevlyagin A., Il'yaschenko V., Kuchmizhak A., Mitsai E., Amosov A., Balagan S., Kulinich S. Textured stainless steel as a platform for black Mg<sub>2</sub>Si/Si heterojunction solar cells with advanced photovoltaic performance // Materials. 2022. V. 15, Iss. 19. DOI: 10.3390/ma15196637
6. Goroshko D.L., Galkin N.G., Fomin D.V., Gournalnik A.S., Vavanova S.V. An investigation of the electrical and optical properties of thin iron layers grown on the epitaxial Si (111)-(2 × 2)-Fe phase and on an Si (111) 7 × 7 surface // Journal of Physics: Condensed Matter. 2009. V. 21. DOI: 10.1088/0953-8984/21/43/435801
7. Galkin N.G., Fomin D.V., Dubov V.L., Galkin K.N., Pyachin S.A., Burkov A. Comparison of crystal and phonon structures for polycrystalline BaSi<sub>2</sub> films // Defect and Diffusion Forum. 2018. V. 386. P. 48-54. DOI: 10.4028/www.scientific.net/ddf.386.48
8. Дубов В.Л., Фомин Д.В. BaSi<sub>2</sub> – перспективный материал для фотоэлектрических преобразователей // Успехи прикладной физики. 2016. Т. 4, № 6. С. 599-605.
9. Galkin N.G., Goroshko D.L., Dubov V.L., Fomin D.V., Galkin K.N., Chusovitin E.A., Chusovitina S.V. SPE grown BaSi<sub>2</sub> on Si (111) substrates: Optical and photoelectric properties of films and diode heterostructures on their base // Japanese Journal of Applied Physics. 2020. V. 59. DOI: 10.35848/1347-4065/ab6b76
10. Sekine T., Nagasawa Y., Kudoh M., Sakai Y., Parkes A.S., Geller J.D., Mogami A., Hirata K. Handbook of Auger Electron Spectroscopy. JEOL, 1982. 200 p.
11. Галкин Н.Г., Ваванова С.В., Галкин К.Н., Баталов Р.И., Баязитов Р.М., Нуждин В.И. Наносекундный импульсный отжиг кремния, имплантированного ионами магния // Журнал технической физики. 2013. Т. 83, № 1. С. 99-104.
12. Galkin K.N., Galkin N.G., Batalov R.I., Bayazitov R.M. Synthesis of Mg<sub>2</sub>Si precipitates in Mg-implanted silicon by pulsed ion-beam treatment // Physics Procedia. 2012. V. 23. P. 45-48. DOI: 10.1016/j.phpro.2012.01.012
13. Terai Y., Hoshida H., Kinoshita R., Shevlyagin A., Chernev I., Gournalnik A. Photoreflectance spectra of highly-oriented Mg<sub>2</sub>Si (111)/Si (111) films // JJAP Conference Proceedings. 2020. V. 8. DOI: 10.56646/jjapcp.8.0\_011004

14. Нежданов А.В., Афанаскин А.Ю., Ершов А.В., Машин А.И. Рамановская спектроскопия аморфного кремния, подвергнутого лазерному отжигу // Поверхность. Рентгеновские, синхротронные и нейтронные исследования. 2012. № 1. С. 3-7.
15. Галкин К.Н., Маслов А.М., Давыдов В.А. Оптические свойства мультислойных материалов на основе кремния и наноразмерных кристаллитов силицида магния // Журнал прикладной спектроскопии. 2006. Т. 73, № 2. С. 204-209.
16. Galkin N.G., Galkin K.N., Vavanova S.V. Multilayer Si (111)/Mg<sub>2</sub>Si clusters/Si heterostructures: Formation, optical and thermoelectric properties // e-Journal of Surface Science and Nanotechnology. 2005. V. 3. P. 12-20. DOI: 10.1380/ejssnt.2005.12
17. Baleva M., Marinova M., Atanassov A. Infrared spectra of semiconducting silicides nanolayers // Journal of Physics: Conference Series. 2008. V. 113. DOI: 10.1088/1742-6596/113/1/012043
18. Оура К., Лифшиц В.Г., Саранин А.А., Зотов А.В., Катаяма М. Введение в физику поверхности. М.: Наука, 2006. 490 с.
19. Galkin N.G., Maslov A.M., Konchenko A.V. Optical and photospectral properties of CrSi<sub>2</sub> A-type epitaxial films on Si (111) // Thin Solid Films. 1997. V. 311, Iss. 1-2. P. 230-238. DOI: 10.1016/S0040-6090(97)00678-0
20. Наджафов Б.А. Определение оптических констант в тонких плёнках a-Si:H и a-NK-C:H // Международный журнал прикладных и фундаментальных исследований. 2016. № 12, ч. 9. С. 1613-1617.
21. Шалимова К.В. Физика полупроводников. М.: Атомэнергоиздат, 1985. 392 с.
22. Akiyama T., Hori N., Tanigawa Sh., Tsuya D., Udono H. Fabrication of Mg<sub>2</sub>Si pn-junction photodiode with shallow mesa-structure and ring electrode // JJAP Conference Proceedings. 2017. V. 5. DOI: 10.56646/jjapcp.5.0\_011102
23. Shevlyagin A., Chernev I., Galkin N., Gerasimenko A., Gutakovskii A., Hoshida H., Terai Y., Nishikawa N., Ohdaira K. Probing the Mg<sub>2</sub>Si/Si (111) heterojunction for photovoltaic applications // Solar Energy. 2020. V. 211. P. 383-395. DOI: 10.1016/j.solener.2020.09.085
24. Stathokostopoulos D., Teknetzi A., Tarani E., Karfaridis D., Chrissafis K., Hatzikraniotis E., Vourlias G. Synthesis and characterization of nanostructured Mg<sub>2</sub>Si by pack cementation process // Results in Materials. 2022. V. 13. DOI: 10.1016/j.rinma.2021.100252

## INVESTIGATION OF SURFACE MORPHOLOGY, OPTICAL AND ELECTRONIC PROPERTIES OF Mg<sub>2</sub>Si THIN FILMS ON Si (111)

© 2024

- D. V. Fomin** Candidate of Science (Phys. & Math.), Associate Professor, Director of the K.E. Tsiolkovsky Scientific and Educational Center; Amur State University, Blagoveshchensk, Russian Federation; [e-office@yandex.ru](mailto:e-office@yandex.ru)
- A. V. Polyakov** Master's student, M.Sc. of the K.E. Tsiolkovsky Scientific and Educational Center; Amur State University, Blagoveshchensk, Russian Federation; [polyakov\\_a\\_1999@mail.ru](mailto:polyakov_a_1999@mail.ru)
- K. N. Galkin** Candidate of Science (Phys. & Math.), Senior Researcher; Institute of Automation and Control Processes, FEB RAS, Vladivostok, Russian Federation; [galkinkn@iacp.dvo.ru](mailto:galkinkn@iacp.dvo.ru)
- N. G. Galkin** Doctor of Science (Phys. & Math.), Chief Researcher; Institute of Automation and Control Processes, FEB RAS, Vladivostok, Russian Federation; [galkin@iacp.dvo.ru](mailto:galkin@iacp.dvo.ru)

The article presents the results of a study of the elemental composition, surface morphology, optical and electronic properties of Mg<sub>2</sub>Si thin films formed on Si (111). Both samples containing films were formed in layers by the method of reactive epitaxy, but at different heating temperatures of the substrates. The formed films consisting of alternating layers of Mg and Si at a ratio of 3:1, according to electron Auger spectroscopy, contain Mg and Si atoms in the associated layers. The Raman light scattering method established the presence of peaks on the graphs of samples at a shift of 258 and 348 cm<sup>-1</sup> belonging to Mg<sub>2</sub>Si. Infrared spectroscopy data also indicate the presence of magnesium silicide in the films. The thickness of Mg<sub>2</sub>Si films was estimated from the data of the known dependence of the amplitude of absorption peaks at 272 cm<sup>-1</sup> on the absorption coefficient, which gave the values of the thicknesses of the grown films. Based on the results of the study of samples in the infrared-ultraviolet range and on the basis of geometric calculations, the width of the Mg<sub>2</sub>Si band gap was determined.

*Magnesium silicide; thin films; reactive epitaxy; surface morphology; atomic force microscopy; optical spectroscopy; band gap; indirect and direct transitions*

---

*Citation:* Fomin D.V., Polyakov A.V., Galkin K.N., Galkin N.G. Investigation of surface morphology, optical and electronic properties of Mg<sub>2</sub>Si thin films on Si(111). *Vestnik of Samara University. Aerospace and Mechanical Engineering*. 2024. V. 23, no. 1. P. 203-215. DOI: 10.18287/2541-7533-2024-23-1-203-215

### References

1. Polyakov A.V., Fomin D.V., Novgorodtsev N.S. Magnesium silicide is a promising material for optical sensors. *Uspekhi Prikladnoi Fiziki*. 2023. V. 11, no. 1. P. 52-60. (In Russ.). DOI: 10.51368/2307-4469-2023-11-1-52-60
2. Yu H., Gao Ch., Zou J., Yang W., Xie Q. Simulation study on the effect of doping concentrations on the photodetection properties of Mg<sub>2</sub>Si/Si heterojunction photodetector. *Photonics*. 2021. V. 8, Iss. 11. DOI: 10.3390/photonics8110509
3. Yu H., Ji Sh., Luo X., Xie Q. Technology CAD simulations of Mg<sub>2</sub>Si/Si heterojunction photodetector based on the thickness effect. *Sensors*. 2021. V. 26, Iss. 16. DOI: 10.3390/s21165559
4. Yu H., Deng R., Mo Zh., Ji Sh., Xie Q. Fabrication and characterization of visible to near-infrared photodetector based on multilayer Graphene/Mg<sub>2</sub>Si/Si heterojunction. *Nanomaterials*. 2022. V. 12, Iss. 18. DOI: 10.3390/nano12183230
5. Shevlyagin A., Il'yaschenko V., Kuchmizhak A., Mitsai E., Amosov A., Balagan S., Kulinich S. Textured stainless steel as a platform for black Mg<sub>2</sub>Si/Si heterojunction solar cells with advanced photovoltaic performance. *Materials*. 2022. V. 15, Iss. 19. DOI: 10.3390/ma15196637
6. Goroshko D.L., Galkin N.G., Fomin D.V., Goralnik A.S., Vavanova S.V. An investigation of the electrical and optical properties of thin iron layers grown on the epitaxial Si (111)-(2 × 2)-Fe phase and on an Si (111) 7 × 7 surface. *Journal of Physics: Condensed Matter*. 2009. V. 21. DOI: 10.1088/0953-8984/21/43/435801
7. Galkin N.G., Fomin D.V., Dubov V.L., Galkin K.N., Pyachin S.A., Burkov A. Comparison of crystal and phonon structures for polycrystalline BaSi<sub>2</sub> films. *Defect and Diffusion Forum*. 2018. V. 386. P. 48-54. DOI: 10.4028/www.scientific.net/ddf.386.48
8. Dubov V.L., Fomin D.V. BaSi<sub>2</sub> is a promising material for photovoltaic cells. *Uspekhi Prikladnoi Fiziki*. 2016. V. 4, no. 6. P. 599-605. (In Russ.)
9. Galkin N.G., Goroshko D.L., Dubov V.L., Fomin D.V., Galkin K.N., Chusovitin E.A., Chusovitina S.V. SPE grown BaSi<sub>2</sub> on Si (111) substrates: Optical and photoelectric properties of films and diode heterostructures on their base. *Japanese Journal of Applied Physics*. 2020. V. 59. DOI: 10.35848/1347-4065/ab6b76
10. Sekine T., Nagasawa Y., Kudoh M., Sakai Y., Parkes A.S., Geller J.D., Mogami A., Hirata K. Handbook of Auger Electron Spectroscopy. JEOL, 1982. 200 p.

11. Galkin N.G., Vavanova S.V., Galkin K.N., Batalov R.I., Bayazitov R.M., Nuzhdin V.I. Pulsed nanosecond annealing of magnesium-implanted silicon. *Technical Physics*. 2013. V. 58, Iss. 1. P. 94-99. DOI: 10.1134/S1063784213010064
12. Galkin K.N., Galkin N.G., Batalov R.I., Bayazitov R.M. Synthesis of Mg<sub>2</sub>Si precipitates in Mg-implanted silicon by pulsed ion-beam treatment. *Physics Procedia*. 2012. V. 23. P. 45-48. DOI: 10.1016/j.phpro.2012.01.012
13. Terai Y., Hoshida H., Kinoshita R., Shevlyagin A., Chernev I., Gournalnik A. Photorefectance spectra of highly-oriented Mg<sub>2</sub>Si (111)//Si (111) films. *JJAP Conference Proceedings*. 2020. V. 8. DOI: 10.56646/jjapcp.8.0\_011004
14. Nezhdanov A.V., Afanaskin A.Y., Ershov A.V., Mashin A.I. Raman spectroscopy of amorphous silicon subjected to laser annealing. *Journal of Surface Investigation: X-Ray, Synchrotron and Neutron Techniques*. 2012. V. 6, Iss. 1. P. 1-5. DOI: 10.1134/S1027451012010181
15. Galkin K.N., Maslov A.M., Davydov V.A. Optical properties of multilayer materials based on silicon and nanosized magnesium silicide crystallites. *Journal of Applied Spectroscopy*. 2006. V. 73, Iss. 2. P. 227-233. DOI: 10.1007/s10812-006-0063-7
16. Galkin N.G., Galkin K.N., Vavanova S.V. Multilayer Si (111)/Mg<sub>2</sub>Si clusters/Si heterostructures: Formation, optical and thermoelectric properties. *e-Journal of Surface Science and Nanotechnology*. 2005. V. 3. P. 12-20. DOI: 10.1380/ejssnt.2005.12
17. Baleva M., Marinova M., Atanassov A. Infrared spectra of semiconducting silicides nanolayers. *Journal of Physics: Conference Series*. 2008. V. 113. DOI: 10.1088/1742-6596/113/1/012043
18. Oura K., Lifshits V.G., Saranin A.A., Zotov A.V., Katayama M. *Surface Science: an introduction*. Springer, 2003. 440 p.
19. Galkin N.G., Maslov A.M., Konchenko A.V. Optical and photospectral properties of CrSi<sub>2</sub> A-type epitaxial films on Si (111). *Thin Solid Films*. 1997. V. 311, Iss. 1-2. P. 230-238. DOI: 10.1016/S0040-6090(97)00678-0
20. Najafov B.A. Determining the optical constants in thin films a-Si:H and a-nk-C:H. *International Journal of Applied and Fundamental Research*. 2016. No. 12, part 9. P. 1613-1617. (In Russ.)
21. Shalimova K.V. *Fizika poluprovodnikov* [Physics of semiconductors]. Moscow: Atomenergoizdat Publ., 1985. 392 p.
22. Akiyama T., Hori N., Tanigawa Sh., Tsuya D., Udono H. Fabrication of Mg<sub>2</sub>Si pn-junction photodiode with shallow mesa-structure and ring electrode. *JJAP Conference Proceedings*. 2017. V. 5. DOI: 10.56646/jjapcp.5.0\_011102
23. Shevlyagin A., Chernev I., Galkin N., Gerasimenko A., Gutakovskii A., Hoshida H., Terai Y., Nishikawa N., Ohdaira K. Probing the Mg<sub>2</sub>Si/Si (111) heterojunction for photovoltaic applications. *Solar Energy*. 2020. V. 211. P. 383-395. DOI: 10.1016/j.solener.2020.09.085
24. Stathokostopoulos D., Teknetzi A., Tarani E., Karfaridis D., Chrissafis K., Hatzikraniotis E., Vourlias G. Synthesis and characterization of nanostructured Mg<sub>2</sub>Si by pack cementation process. *Results in Materials*. 2022. V. 13. DOI: 10.1016/j.rinma.2021.100252