# СОДЕРЖАНИЕ

ИЗОТОПИЯ ФОРМ КОРПУСОВ ОТСЕКОВ КОСМИЧЕСКИХ АППАРАТОВ А. А. Беляков, А. И. Шулепов В ПИЯНИЕ ЛИСТАНИИОННОГО ЭНЕРГОСНАБЖЕНИЯ
ВЛИЯНИЕ ЛИСТАНИИОННОГО ЭНЕРГОСНАБЖЕНИЯ
КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА НА ТЕПЛОВЫЕ РЕЖИМЫ СОЛНЕННЫХ БАТАРЕЙ
Г. Б. Стеганов, А. М. Безняков, А. В. Немиров 14
МАШИНОСТРОЕНИЕ И МАШИНОВЕДЕНИЕ
РЕКОНСТРУКЦИЯ ДИНАМИЧЕСКОГО НАГРУЖЕНИЯ ЛОПАТКИ ВЕНТИЛЯТОРА ПЕРЕД ЕЁ РАЗРУШЕНИЕМ
М. А. Артамонов, А. А. Говоров, Д. С. Старшинов 24
РАСЧЁТЫ ДЕТАЛЕЙ НА ПРОЧНОСТЬ С УЧЁТОМ ЖЁСТКОСТИ НАПРЯЖЁННОГО СОСТОЯНИЯ А. С. Букатый, С. А. Букатый За
ГАЗОДИНАМИЧЕСКОЕ И ПРОЧНОСТНОЕ СОВЕРШЕНСТВОВАНИЕ ОСЕВОЙ ТУРБИНЫ ГАЗОТУРБИННОГО ДВИГАТЕЛЯ ВЕРТОЛЁТА Е. С. Горячкин, Г. М. Попов, В. Н. Матвеев, А. И. Шербань, И. А. Кудряшов, С. А. Мельников 44
ХАРАКТЕР ИЗМЕНЕНИЯ ОСТАТОЧНОГО НАПРЯЖЁННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ЗАМКОВЫХ СОЕДИНЕНИЙ ТИПА «ЛАСТОЧКИН ХВОСТ» С УЧЁТОМ НЕЛИНЕЙНЫХ ДЕФОРМАЦИЙ
В. С. Жернаков, Т. Н. Мардимасова, К. В. Конева 57
ОБ ЭФФЕКТИВНОСТИ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ПРИБЛИЖЕНИЯ НАВЬЕ-СТОКСА В ТЕРМОГАЗОДИНАМИЧЕСКОМ РАСЧЁТЕ ЖИДКОСТНЫХ РАКЕТНЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ МАЛОЙ ТЯГИ ПРИ НИЗКИХ ЧИСЛАХ РЕЙНОЛЬЛСА
А. Д. Максимов, С. А. Шустов 67
МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ РАСЧЁТА ДАВЛЕНИЯ В КАМЕРЕ ПУЛЬСИРУЮЩЕГО ГОРЕНИЯ
А. В. Солодовников, Д. А. Оденцов, Е. В. Кравцов, В. В. Голубятник, Д. А. Щеблыкин 8.

# ПОВЫШЕНИЕ ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ И РАСШИРЕНИЕ ФУНКЦИОНАЛЬНОЙ ВОЗМОЖНОСТИ БИПОЛЯРНОГО АНАЛИЗА ВИБРАЦИИ РОТОРНЫХ МАШИН

А. Е. Сундуков, Е. В. Шахматов

91

# МОДЕЛЬ ВИРТУАЛЬНОГО УРАВНОВЕШИВАНИЯ ЖЁСТКИХ РОТОРОВ

А. И. Хаймович, М. А. Болотов, Е. Ю. Печенина

99

2

\_

# CONTENTS

AVIATION AND ROCKET-SPACE ENGINEERING	
ISOTOPY OF SPACECRAFT COMPARTMENT HULL SHAPES	
A. A. Belyakov, A. I. Shulepov	7
INFLUENCE OF SPACE VEHICLE REMOTE POWER SUPPLY	
ON THERMAL REGIMES OF SOLAR BATTERIES	
G. B. Steganov, A. M. Beznyakov, A. V. Nemirov	14
MECHANICAL ENGINEERING	
RECONSTRUCTION OF FAN BLADE DYNAMIC	
LOADING PRIOR TO ITS FRACTURE	24
M. A. Artamonov, A. A. Govorov, D. S. Starshinov	24
STRENGTH CALCULATION OF PARTS BASED	
ON STRESS STATE STIFFNESS	
A. S. Bukatyi, S. A. Bukatyi	34
GASDYNAMIC AND STRENGTH IMPROVEMENT	
OF THE AXIAL FLOW TURBINE OF A HELICOPTER	
GAS TURBINE ENGINE	
E. S. Goriachkin, G. M. Popov, V. N. Matveev,	
A. I. Shcherban, I. A. Kudryashov, S. A. Melnikov	42
THE NATURE OF CHANGE IN THE RESIDUAL	
STRESS-STRAIN STATE OF DOVETAIL LOCK JOINTS,	
TAKING INTO ACCOUNT NONLINEAR STRAINS	
V. S. Zhernakov, T. N. Mardimasova, K. V. Koneva	57
ON THE EFFICIENCY OF USING THE NAVIER-STOKES	
APPROXIMATION IN THERMOGASDYNAMIC CALCULATION	
OF LOW-THRUST LIQUID-PROPELLANT ROCKET ENGINES	
AT LOW REYNOLDS NUMBERS	
A. D. Maksimov, S. A. Shustov	67
MATHEMATICAL MODEL FOR CALCULATING PRESSURE	
IN A PULSATING COMBUSTION CHAMBER	
A. V. Solodovnikov, D. A. Odentsov, E. V. Kravtsov,	
V. V. Golubyatnik, D. A. Shcheblykin	81

INCREASING THE SENSITIVITY AND EXPANDING	
THE FUNCTIONALITY OF BIPOLAR ANALYSIS	
OF ROTARY MACHINE VIBRATIONS	
A. E. Sundukov, Ye. V. Shakhmatov	91
MODEL OF VIRTUAL BALANCING OF RIGID ROTORS	

A. I. Khaimovich, M. A. Bolotov, E. Yu. Pechenina

*99* 

УДК 629.78.06

DOI: 10.18287/2541-7533-2022-21-1-7-13

#### ИЗОТОПИЯ ФОРМ КОРПУСОВ ОТСЕКОВ КОСМИЧЕСКИХ АППАРАТОВ

© 2022

А. А. Беляков студент института авиационной и ракетно-космической техники; Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва; jake.dunn@inbox.ru

**А. И. Шулепов** кандидат технических наук, доцент кафедры космического машиностроения; Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва; <u>shulepov-al@mail.ru</u>

Исследуется изотопия отсеков космических аппаратов при размещении в них бортового оборудования. Даётся определение данного конструктивного топологического свойства. Рассмотрены наиболее часто применяемые в конструировании и производстве формы корпусов отсеков космических аппаратов и различный состав их оболочек. Также рассмотрены основные стратегии принятия решения, определяющие выбор технологий моделирования и показателей эффективности. Представлен метод сравнения компоновок по совокупности показателей эффективности размещения объектов. Решена задача размещения бортовой аппаратуры. Приведены обобщающие математические модели показателей эффективности, построена расчётная схема и диаграммы результатов. Результаты исследования позволяют совершенствовать алгоритмы размещения.

Конструкция отсека космического аппарата; размещение бортовой аппаратуры; компоновка бортовых систем; космический аппарат; форма корпуса; бортовая аппаратура; показатель эффективности

<u>Шитирование:</u> Беляков А.А., Шулепов А.И. Изотопия форм корпусов отсеков космических аппаратов // Вестник Самарского университета. Аэрокосмическая техника, технологии и машиностроение. 2022. Т. 21, № 1. С. 7-13. DOI: 10.18287/2541-7533-2022-21-17-13

#### Введение

На протяжении всего этапа разработки конструкторской документации на изделие космической техники ведётся согласование решений в части компоновки устанавливаемых систем. Вопрос подбора оболочек и их комбинаций приводит к созданию отсеков с разными формами корпусов, причём их оснащение также может быть различным.

Отсеки космических аппаратов (КА) предназначены для размещения в них бортовой аппаратуры (БА) – целевой, научной, обеспечивающей и т.д., а также для соединения частей конструкции в общую компоновку [1]. Классификация отсеков довольно обширна: приборные, агрегатные, двигательные, переходные, ферменные, бытовые, командные, целевой аппаратуры и т.д. От них значительно отличаются топливные отсеки (баки), которые в настоящей статье не рассматриваются, так как обычно причисляются к агрегатам КА.

Варианты компоновки БА, особенно с внешней стороны отсеков, влияют на ориентацию КА в процессе эксплуатации и на функционирование его бортовых систем. Наибольшее влияние на облик КА оказывают панели солнечных батарей, антеннофидерные устройства, блоки определения координат звёзд, датчики угловых скоростей и некоторые другие элементы [2]. Методы повышения эффективности работы КА вследствие моделирования программы полёта приводят к разработке конкретных требований к формам корпусов отсеков для размещения БА в наиболее рациональных зонах на внешних поверхностях [3; 4]. Определённость в поиске и принятии решения позволяет получать оптимальный проектный облик КА. Однако данная тенденция отсутствует при размещении БА внутри отсеков, поскольку там возникает больше требований разной физической природы. В этом случае габаритными ограничениями являются геометрические параметры отсеков, поэтому напрямую собирать схему размещения, а потом облачать её в корпус непроизводительно. Искать решение нужно при неизменных характеристиках отсека, по которым определяются конструктивные параметры для установки и крепления БА.

# Конструкция отсеков

Свойство отсека, заключающееся в том, что его конструкция никак не изменяется при конвертации проектной схемы размещения (ПСР) БА в рабочую схему размещения (РСР) БА, называется изотопией, а начальная и конечная компоновки БА – изотопными. Иначе говоря, при проектировании решение должно находиться путём изменения расположения приборов, а не вследствие изменения конструкции самого отсека. Это свойство является топологическим и относится к одноимённой группе технологий решения задачи. Его необходимо учитывать при создании математической модели.

Форма корпуса отсека КА на практике может иметь следующие виды:

- усечённый конус с плоскими, сферическими или эллиптическими днищами;
- прямоугольный параллелепипед;
- шестигранная или восьмигранная призма;
- круговой или эллиптический цилиндр с плоским или сферическим днищем;
- сфера, эллипсоид или тор;
- многогранная усечённая пирамида;
- двуполостный гиперболоид.

Как правило, та или иная поверхность выбирается из конструктивнотехнологических соображений. Например, круглая форма обеспечивает меньшую массу по сравнению с другими формами благодаря малому отношению площади поверхности к объёму, форма в виде шестигранника выбирается, чтобы использовать тепловые сотовые панели, в которых тепловые трубы будут выполнять роль подкрепляющих элементов и т.д. Путём комбинирования разных форм отсеков синтезируют проектный облик КА. Более подробно с вариантами можно ознакомиться в пособии [5].

В то же время оболочка отсека может быть следующего состава [1]:

- гладкая;
- стрингерная;
- вафельная;
- трёхслойная.

Далее рассматриваются основные подходы к размещению БА в отсеках КА.

# Стратегии размещения бортовой аппаратуры

Постановка задачи: разместить набор БА в выбранном отсеке КА так, чтобы отклонение центра масс компоновки от центра масс отсека было минимальным при функциональных, тепловых, монтажных требованиях и габаритных, виброударных, акустических ограничениях.

Технологии поиска решения было принято разделять на классические, численные и топологические [6], но в каждой из этих групп сами методы основываются на некоторых стратегиях, зачастую выработанных экспериментально.

Концентрированное решение – стратегия поиска и принятия решения, подразумевающая фокусирование на отдельно выбранном частном показателе эффективности. При этом остальные параметры переводятся в разряд ограничений [5].

При таком подходе можно записать функцию цели:

$$\begin{cases} \left| F\left(Y_{\mathcal{U}} - Y_{C}\right) \right| \to \min \\ \Phi \leq \overline{\Phi} \end{cases}$$

где  $F(Y_{ij} - Y_C)$  – функция цели, определяющая допустимое отклонение центра масс;  $Y_{ij}$  – вектор центра масс отсека;  $Y_C$  – вектор центра масс компоновки БА;  $\Phi$  – оператор моделей прочих показателей эффективности компоновки БА;  $\overline{\Phi}$  – вектор требований и ограничений задачи.

Изотопия отсека выражается в том, что  $Y_{\mu} = \text{const}$ . Следовательно любые компоновки БА будут изотопными друг относительно друга на соседних итерациях размещения, если они были получены без промежуточных перестановок. Имеется в виду, что при изменении схемы размещения координаты каждого прибора были пересчитаны только один раз согласно последовательно-одиночному методу размещения. Понимание этого факта моделирования на начальном этапе даёт возможность вычислять координаты положения объектов в обратном порядке, то есть задавать положение последней единицы БА и отсчитывать все предыдущие, корректируя полученные значения на величины соответствующих параметров вектора  $\overline{\Phi}$ . В итоге образуемая компоновка должна полностью поместиться в отсек без образования большого числа замкнутых незаполненных приборами зон размещения.

Теоретически оптимальная РСР БА по выбранному показателю эффективности будет найдена, если привести загруженный отсек к «сухому», то есть рассмотреть предельный случай:

$$\operatorname{opt} F = \lim_{Y_C \to Y_U} F(Y_U - Y_C) = F(0).$$

Однако технологически этот результат недостижим в силу того, что модель не способна учесть всё многообразие факторов, влияющих на получение оптимального решения. Так что на практике условие оптимальности будет иметь вид:

$$\operatorname{opt} F = F(dY_C) \leq \xi$$
,

где  $dY_c$  – мгновенное значение отклонения вектора центра масс компоновки БА;  $\xi$  – величина допускаемого отклонения центра масс компоновки БА.

Результатом выбора этой стратегии является весьма узкий набор компоновок, который обладает высоким качеством, но низкой гибкостью в случае изменений в проекте.

Дифференцированное решение – стратегия поиска и принятия решения, при которой к наиболее значимым показателям эффективности применяются различные подходы. Инженер нередко решается работать с определёнными факторами, а другие временно зафиксировать.

Математически это можно представить следующим образом:

$$F(Y_{II} - Y_C) = \left(\frac{\partial}{\partial a_1} + \frac{\partial}{\partial a_2} + \ldots + \frac{\partial}{\partial a_k}\right) f(u) + \Phi(v) \to \min,$$

где f(u) – оператор управляемой модели компоновки БА; u – вектор управляемых параметров компоновки БА; v – вектор неуправляемых параметров компоновки БА;  $a_k$  – дифференцирующий метод в рамках стратегии, где под методом понимается набор пе-

ременных, связанных с вычислением определённых физических величин (на их место обычно подставляются декартовы координаты, углы, температура, деформации); k – количество управляемых параметров компоновки БА;  $\frac{\partial}{\partial a_k} f(u)$  – оператор управляю-

щей модели компоновки БА.

Оптимальные значения вектора *и* можно найти из системы уравнений для условия минимума:

$$\left(\frac{\partial}{\partial a_1} + \frac{\partial}{\partial a_2} + \ldots + \frac{\partial}{\partial a_k}\right) \frac{df(u)}{du} = 0$$

При этом соответствующие решению компоненты вектора v должны входить в область допускаемых значений  $\overline{\Phi}$ .

Выбор переменных  $a_k$  для оптимизации модели по показателю эффективности  $u_k$  исходит из физической природы учитываемых факторов и технических соображений. Это также связано с типом космической техники. Очевидно, что показатели эффективности для КА, космических кораблей и станций будут различаться.

Эвристическое решение – стратегия поиска и принятия решения без явно выраженных показателей эффективности. Выбор этого пути может означать недостатки анализа прототипов и нехватки компетенций инженера, либо может являться следствием сознательного стратегического выбора из-за низкой чувствительности между показателями эффективности с позиции оценки их отклика на преобразование ПСР в РСР.

Поскольку в данном варианте исход операции размещения на каждой итерации зависит от случайных факторов и аналитическая модель решения отсутствует, то целесообразно прибегнуть к методу Монте-Карло, с помощью которого многократно генерируют ПСР и затем обрабатывают накопленную статистику, чтобы выбрать допускаемое решение. Тогда знание свойства изотопии отсека здесь может помочь тем, что позволит сократить область поиска за счёт задания границ его конструкции.

На практике стратегия эвристического решения оправдывает себя лишь в определённых обстоятельствах, когда нужно применять метод увязок для срочных согласований в проекте.

Чтобы провести оценку компоновки в отсеке по изменению центровки, предлагается воспользоваться расчётной схемой, представленной на рис. 1.

Построение основано на том, что отсек делится с помощью поперечных сечений на сегменты элементарного объёма dV и затем ниже строится продольная проекция трубки области допустимых значений (ОДЗ) отклонения центра масс в этих сечениях компоновки [1] с учётом показателей эффективности в масштабе M. Тогда каждому элементарному приращению объёма dV будет соответствовать элементарная величина функции dF отклонения центра масс выделенного сегмента компоновки БА. Проинтегрировав по длине продольного габарита отсека КА, можно получить диаграмму, показывающую изменение положения центра масс компоновки БА по сечениям. Её значения вне отсека будут нулевые. В этом есть принципиальная разница в сравнении с ОДЗ отклонения центра масс общей компоновки, представляющей собой эллипсоид. Распределение центра масс по сечениям отсека важно потому, что в задаче размещения часто прибегают к переходу от трёхмерной размерности к двумерной и рассчитывают центровки на амортизирующих или силовых ферменных плоскостях.



Рис. 1. Расчётная схема для оценки компоновки БА в отсеке КА

На рис. 2 представлены часто используемые формы корпусов приборных отсеков и диаграммы изменения центровок в сечениях компоновки БА в них по функции допустимого отклонения центра масс для трёх основных стратегий поиска решения поставленной задачи.



Рис. 2. Наиболее распространённые формы корпусов стрингерных приборных отсеков

На рис. 2 нанесены следующие обозначения: *1* – КА «Фотон-М»; *2* – КА «Ресурс-П»; *3* – КА «Бион-М»; *4* – навесной тороидальный отсек; *5* – приборный контейнер «Наука»; *a* – концентрированное решение; *б* – дифференцированное решение; *в* – эвристическое решение.

Частный вид кривых на диаграммах можно получить в результате математического моделирования задачи размещения или с помощью весовых испытаний КА при наличии соответствующего сканирующего оборудования. Здесь же они изображены схематично, чтобы показать, что при изменении форм корпусов отсеков колебания сохраняются, но они не становятся тем фактором, который вынуждает менять конструкцию отсека. Следовательно для каждого из них сгенерированные тройки компоновок БА – изотопные.

## Заключение

Таким образом показано, что при любой стратегии размещения БА отклонение центра масс отсека сохраняет колебательный характер в ОДЗ при конвертации ПСР в РСР и не требует изменения его конструкции. В этом заключается свойство изотопии отсеков по отношению к компоновке БА в задаче размещения.

Однако существуют ещё требования жёсткости, обусловленные необходимостью сохранения требуемой формы корпусов отсеков посредством обеспечения точности взаимного расположения БА. Они связаны с массово-центровочными и инерционными, а также виброударными ограничениями, предъявляемыми к конструкции [1]. На практике эти требования относятся к узлам крепления и корпусам БА, поэтому свойство изотопии отсеков сохраняется.

Материал данного исследования может быть полезен при совершенствовании алгоритмов автоматизированного размещения БА, построенных на матричнотопологических моделях, так как при разработке соответствующего программного обеспечения для операторов конвертации схем размещения необходимо задавать свойство сохранения одинаковой конструкции отсека на каждом шаге при связи математической модели со средой твердотельного моделирования. Например, в кодах РТС Сгео Рагатетіс и Python на сегодняшний день это решается созданием большого количества копий файла сборки.

# Библиографический список

1. Козлов Д.И., Аншаков Г.П., Агарков В.Ф., Антонов Ю.Г., Козлов В.Д., Чечин А.В., Фомин Г.Е. Конструирование автоматических космических аппаратов. М.: Машиностроение, 1996. 448 с.

2. Куренков В.И., Салмин В.В., Прохоров А.Г. Методика выбора основных проектных характеристик и конструктивного облика космических аппаратов наблюдения: учеб. пособие. Самара: Изд-во Самарского государственного аэрокосмического университета, 2007. 160 с.

3. Шилов Л.Б. Методика выбора мест установки и пространственной ориентации внешних устройств космических аппаратов дистанционного зондирования Земли с учётом целевых разворотов. Автореф. дис. ... канд. техн. наук. Самара, 2016. 16 с.

4. Кириллин А.Н., Аншаков Г.П., Ахметов Р.Н., Сторож Д.А. Космическое аппаратостроение: научно-технические исследования и практические разработки ГНПРКЦ ЦСКБ-Прогресс. Самара: Издательский дом «Агни», 2011. 280 с.

5. Куренков В.И. Основы проектирования космических аппаратов оптикоэлектронного наблюдения поверхности Земли. Расчёт основных характеристик и формирование проектного облика: учеб. пособие. Самара: Изд-во Самарского университета, 2020. 461 с.

6. Беляков А.А., Шулепов А.И. Анализ схемы размещения бортовой аппаратуры на примере блока выведения «Волга» // Сборник материалов VII Всероссийской научно-технической конференции «Актуальные проблемы ракетно-космической техники» (VII Козловские чтения), (31 августа, 2021 года, г. Самара). Самара: Изд-во СамНЦ РАН, 2021. С. 64-73.

# ISOTOPY OF SPACECRAFT COMPARTMENT HULL SHAPES

© 2022

A. A. Belyakov	Student of the Institute of Aeronautical and Space Rocket Engineering; Samara National Research University, Samara, Russian Federation; jake.dunn@inbox.ru
A. I. Shulepov	Candidate of Science (Engineering), Associate Professor of the Department of Space Engineering; Samara National Research University, Samara, Russian Federation; shulenov-al@mail.ru

The goal of the work is to research the case of isotopy of spacecraft compartments in the problem of on-board equipment location. A definition of this engineering topological property is given in the article. The most frequently used spacecraft compartment hull shapes and various compositions of their casings are considered. Also, general strategies of taking decisions that determine the choice of modeling technologies and performance factors are discussed. A method of comparing various layouts on the strength of the object location performance factors was developed. The problem of on-board equipment accommodation is solved. Generalized mathematical models of performance factors are presented. Design models and diagrams are constructed. The results obtained make it possible to upgrade algorithms of accommodation.

Spacecraft compartment design; accommodation of on-board equipment; layout of on-board systems; spacecraft; hull shape; on-board equipment; performance factor

<u>Citation:</u> Belyakov A.A., Shulepov A.I. Isotopy of spacecraft compartment hull shapes. *Vestnik of Samara University. Aerospace and Mechanical Engineering*. 2022. V. 21, no. 1. P. 7-13. DOI: 10.18287/2541-7533-2022-21-1-7-13

#### References

1. Kozlov D.I., Anshakov G.P., Agarkov V.F., Antonov Yu.G., Kozlov V.D., Chechin A.V., Fomin G.E. *Konstruirovanie avtomaticheskikh kosmicheskikh apparatov* [Design of unmanned spacecraft]. Moscow: Mashinostroenie Publ., 1996. 448 p.

2. Kurenkov V.I., Salmin V.V., Prokhorov A.G. *Metodika vybora osnovnykh proektnykh kharakteristik i konstruktivnogo oblika kosmicheskikh apparatov nablyudeniya: ucheb. posobie* [Methodology of choosing principal design characteristics and conceptual design of surveillance spacecraft: Study guide]. Samara: Samara State Aerospace University Publ., 2007. 160 p.

3. Shilov L.B. *Metodika vybora mest ustanovki i prostranstvennoy orientatsii vneshnikh ustroystv kosmicheskikh apparatov distantsionnogo zondirovaniya Zemli s uchetom tselevykh razvorotov. Avtoref. dis. ... kand. tekhn. nauk* [Methodology of choosing the areas of location and spatial orientation of appendage on-board equipment of Earth remote sensing spacecraft]. Samara, 2016. 16 p.

4. Kirillin A.N., Anshakov G.P., Akhmetov R.N., Storozh D.A. Kosmicheskoe apparatostroenie: nauchno-tekhnicheskie issledovaniya i prakticheskie razrabotki GNPRKTs TsSKB-Progress [Spacecraft engineering]. Samara: Izdatel'skiy Dom «AGNI» Publ., 2011. 280 p.

5. Kurenkov V.I. Osnovy proektirovaniya kosmicheskikh apparatov optikoelektronnogo nablyudeniya poverkhnosti Zemli. Raschet osnovnykh kharakteristik i formirovanie proektnogo oblika: ucheb. posobie [Basics of design of electro-optical Earth remote sensing spacecraft. Computation of principal characteristics and conceptual design: Study guide]. Samara: Samara University Publ., 2020. 461 p.

6. Belyakov A.A., Shulepov A.I. Analysis of on-board equipment layout on example of rocket stage «VOLGA». Sbornik materialov VII Vserossiyskoy nauchno-tekhnicheskoy konferentsii «Aktual'nye Problemy Raketno-Kosmicheskoy Tekhniki» (VII Kozlovskie Chteniya), (August, 31, 2021, Samara). Samara: Samarskiy Nauchnyy Tsentr RAN Publ., 2021. P. 64-73. (In Russ.)

УДК 629.78.064.56.01:519.87

DOI: 10.18287/2541-7533-2022-21-1-14-23

# ВЛИЯНИЕ ДИСТАНЦИОННОГО ЭНЕРГОСНАБЖЕНИЯ КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА НА ТЕПЛОВЫЕ РЕЖИМЫ СОЛНЕЧНЫХ БАТАРЕЙ

© 2022

Г.Б.Стеганов	кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры бортового электрооборудования и энергетических систем летательных аппаратов; Военно-космическая академия имени А.Ф. Можайского, г. Санкт-Петербург; <u>vka@mil.ru</u>
А. М. Безняков	кандидат технических наук, преподаватель кафедры бортового электрооборудования и энергетических систем летательных аппаратов; Военно-космическая академия имени А.Ф. Можайского, г. Санкт-Петербург; <u>vka@mil.ru</u>
А. В. Немиров	преподаватель кафедры бортового электрооборудования и энергетических систем летательных аппаратов; Военно-космическая академия имени А.Ф. Можайского, г. Санкт-Петербург; <u>vka@mil.ru</u>

Рассмотрены вопросы обеспечения функционирования дополнительного канала приёма энергии для бортовой системы электроснабжения низкоорбитального космического аппарата. Для восполнения дефицита электроэнергии на борту космического аппарата возможны различные варианты дистанционного энергоснабжения от системы космических энергетических станций, передающих энергию к солнечной батарее лазерным излучением в периоды её вынужденного бездействия. Особенностью функционирования низкоорбитального космического аппарата являются продолжительные участки его нахождения в тени Земли, где солнечная батарея бездействует, а, кроме того, даже на освещённом участке орбиты космического аппарата энергосъём с солнечной батареи может снижаться практически до нуля при работе некоторых специальных систем, требующих особых режимов ориентации космического аппарата. Приём энергии от космических энергетических станций с плотностью потока энергии выше солнечного может привести к перегреву панели солнечной батареи традиционной конструкции, снижению её КПД и даже к выходу её из строя. Поэтому важной составной частью дистанционного энергоснабжения является анализ тепловых режимов приёма и преобразования энергии лазерного излучения, влияющих на энергоэффективность солнечной батареи. Предложены соотношения математической модели для оценивания располагаемого энергопритока от солнечной батареи, работающей в режиме экстремального регулирования её мощности. Приводятся результаты апробации модели для сохранения безопасного теплового режима панелей солнечной батареи при дистанционном энергоснабжении космического аппарата.

Космический аппарат; космическая энергостанция; дистанционная передача энергии; панель солнечной батареи; тепловой режим панели солнечной батареи; бортовая система электроснабжения

<u>Шитирование</u>: Стеганов Г.Б., Безняков А.М., Немиров А.В. Влияние дистанционного энергоснабжения космического аппарата на тепловые режимы солнечных батарей // Вестник Самарского университета. Аэрокосмическая техника, технологии и машиностроение. 2022. Т. 21, № 1. С. 14-23. DOI: 10.18287/2541-7533-2022-21-1-14-23

#### Введение

Дефицит электроэнергии в бортовой системе электроснабжения космического аппарата (СЭС КА) проявляется в невозможности непрерывного сохранения допустимого уровня напряжения на шинах потребителей при отработке требуемой циклограммы работы бортовых систем. При этом, если дефицит выходной мощности на шинах системы ведёт к практически немедленному защитному отключению неприоритетных бортовых систем (ограничению нагрузки), то дефицит энергозапаса в СЭС чаще проявляется в постепенном (от суток к суткам) снижении уровня восполнения – прогрессирующем недозаряде аккумуляторных батарей аккумулирующей подсистемы. Это, даже при нормальных значениях потребляемой мощности, может вызвать ограничение нагрузки в практически непредсказуемый момент времени работы КА с последующим переходом КА в режим восполнения энергоёмкости, на время которого прерывается запланированная программа работ.

Дефицит электроэнергии в СЭС может быть обусловлен следующими факторами:

– неправильно спланированная или с ошибками заложенная на борт программа работ, в которой частота и общая суточная продолжительность включения целевых систем превышают допускаемые изготовителем значения;

– постепенное или внезапное ухудшение (деградация) электрических (энергетических) характеристик источников электроэнергии – солнечных батарей (СБ) и аккумуляторов электроэнергии – аккумуляторных батарей (АБ);

– нарушения в работе системы управления угловым движением КА, при которых интегральные значения углов отклонения нормалей к панелям СБ не обеспечивают требуемый энергоприток от Солнца.

Для восполнения дефицита электроэнергии на борту КА возможны различные варианты дистанционного энергоснабжения от развёрнутой заблаговременно системы космических энергостанций (КЭС) [1 – 3], передающих энергию к СБ лазерным излучением в периоды её вынужденного бездействия [4]. Такими периодами для низкоорбитального КА являются продолжительные участки его нахождения в тени Земли и участки работы специальной аппаратуры с изменением угловой ориентации КА.

Источником передачи энергии в космосе могут быть КЭС на базе больших СБ или ядерных энергетических установок, передающие энергию посредством СВЧ или ИКизлучения [1]. Приёмниками ИК-излучения могут быть штатные СБ КА или специализированные фотоэлектрические преобразователи. Для приёма СВЧ-излучения могут использоваться ректенны (преобразователи СВЧ-излучения). При практической реализации дистанционного энергоснабжения КА, в том числе, необходимо решить проблемы, связанные с дополнительным нагревом панелей СБ как на освещённом участке орбиты, так и на участке нахождения КА в тени Земли.

В данной работе рассматриваются условия функционирования панелей СБ традиционного исполнения, облучаемые лазерным излучением с длиной волны в рабочем диапазоне фотоэлектрического преобразователя (ФЭП). При этом, вне зависимости от типа КЭС, их орбитального построения, конструкции систем наведения и сопровождения передающим лучом КА-приёмника, режим функционирования панели СБ при приёме энергии будет определяться в основном параметрами падающего потока излучения: его мощностью, углом падения потока на панель СБ, изменением мощности потока во времени. Панель СБ при таком поступлении энергии будет работать в непрерывном или импульсном режиме [5] в отличие от засветки Солнцем.

# Математическая модель тепловых режимов солнечной батареи космического аппарата при дистанционном энергоснабжении

Приём энергии при дистанционной её передаче вне зависимости от длины волны – инфракрасного излучения, СВЧ излучения или других – приводит к нагреву фотоэлектрических преобразователей, конструкции панелей и кабельной сети СБ, элементов крепления панелей к корпусу КА и самого корпуса КА.

Для моделирования процесса нагрева и охлаждения панелей СБ необходимо учитывать не только величину падающего потока излучения, но и количество преобразованного в электроэнергию потока энергии. Для этой цели необходимо выбрать адекватные модели вольт-амперной (BAX) и вольт-ваттной (BBX) характеристик СБ, модель нагрева и охлаждения панелей СБ, циклограмму нагрузки СЭС КА. Электрическая мощность, отдаваемая СБ во внешнюю цепь, зависит от формы и размеров её текущей ВАХ (зависимости её напряжения от тока при данных внешних условиях, в том числе температуры панели СБ) и от параметров электрической нагрузки (сопротивления), определяющих рабочую точку на данной ВАХ. Произведение тока и напряжения в рабочей точке определяет текущую (мгновенную) мощность СБ.

Расчёт температуры панели СБ при движении КА по орбите является достаточно трудоёмкой задачей, поэтому для упрощения расчётов целесообразно принять ряд допущений, незначительно снижающих точность расчёта:

1. Освещённость ФЭП в пределах панели СБ одинакова (плотность и угол падения потока энергии одинаковы).

2. Панель СБ облучается равномерно (или с незначительными отклонениями плотности потока излучения) по всей поверхности, незасвеченные участки отсутствуют.

2. Теплофизические параметры отдельных ФЭП в пределах одной панели СБ одинаковы.

3. Теплообмен между ФЭП в составе панели СБ, между корпусом КА и панелями СБ, между элементами конструкции панели СБ отсутствует.

4. Панель ФЭП является сплошной однородной физической структурой.

При этих допущениях условия работы (в том числе температура) всех ФЭП в пределах одной панели СБ в любой момент времени одинаковы.

Наиболее широко для инженерных расчётов применяется модель фотоэлектрического преобразователя с сосредоточенными параметрами [2]:

$$I_{\Phi\ni\Pi} = I_{\Phi} - I_{OH} \left[ \exp\left(\frac{e(U + I_{\Phi\ni\Pi}R_{\Pi})}{AkT} - 1\right) \right] - \frac{U}{R_{III}},$$
(1)

где  $I_{\Phi \ni \Pi}$  – ток нагруженного  $\Phi \ni \Pi$ ;  $I_{\Phi}$  – фототок или ток короткого замыкания  $\Phi \ni \Pi$ ;  $I_{OH}$  – обратный ток насыщения; U – напряжение  $\Phi \ni \Pi$ ;  $R_{\Pi}$  – последовательное сопротивление схемы замещения; k – постоянная Больцмана; T – абсолютная температура  $\Phi \ni \Pi$ ; e – заряд электрона; A – эмпирический параметр, получаемый при сравнении теоретических и экспериментальных ВАХ  $\Phi \ni \Pi$  и принимающий значения от 1 до 5.

Энергетические характеристики ФЭП существенным образом зависят от мощности падающего потока излучения и температуры панели ФЭП. При увеличении потока излучения, падающего на ФЭП, пропорционально растёт выходная электрическая мощность при слабо растущем напряжении. В случае увеличения температуры ФЭП выходная электрическая мощность значительно снижается, после некоторого критического значения – снижается вплоть до нулевого значения.

Полное уравнение теплового баланса панели СБ, учитывающее все тепловые потоки, выглядит следующим образом [3]:

$$C_{m}\frac{dT}{d\tau} = C_{con}\varphi_{1}\alpha_{1} + Q_{1}\varphi_{2}\alpha_{2} + Q_{2}\varphi_{3}\alpha_{3} + Q_{3} - \frac{P_{H}}{S_{\Pi C B}} - kT^{4}\left(\varepsilon_{JI} + \varepsilon_{T}\right),$$
(2)

где  $C_m$  – удельная теплоёмкость панели СБ;  $C_{con}$  – плотность теплового потока Солнца – солнечная постоянная ( $C = 1396 \text{ Bt/m}^2$ );  $Q_1$  – плотность теплового потока инфракрасного излучения Земли;  $Q_2$  – плотность отражённого от Земли теплового потока Солнца;

 $Q_3$  – плотность теплового потока, излучаемого от элементов конструкции КА;  $\frac{P_{\rm H}}{S_{\rm ПСБ}}$  – отводимая с панели СБ электрическая мощность; k – постоянная Больцмана  $(k = 5,6704 \cdot 10^{-8} \, {\rm Br/m^2} \cdot {\rm K^4})$ ; T – температура панели СБ;  $\varepsilon_{\rm I}, \varepsilon_{\rm T}$  – коэффициенты черноты лицевой и тыльной сторон СБ;  $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$  – угловые коэффициенты падающих на поверхности тепловых потоков  $Q_1, Q_2, Q_3$ ;  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$  – коэффициенты поглощения поверхностей, на которые падают тепловые потоки  $Q_1, Q_2, Q_3$ .

Принятые упрощения позволяют без существенного снижения точности расчётов экспериментально определить значения коэффициентов  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \varepsilon_{\Pi}, \varepsilon_{T}$  и  $C_m$  для всей панели.

Уравнение для равновесной температуры панели имеет следующий вид:

$$T_{\rm p}^{4} = \left(C_{\rm con}\varphi_{\rm I}\alpha_{\rm I} + Q_{\rm I}\varphi_{\rm 2}\alpha_{\rm 2} + Q_{\rm 2}\varphi_{\rm 3}\alpha_{\rm 3} + Q_{\rm 3} - \frac{P_{\rm H}}{S_{\rm \Pi C \rm F}}\right) \frac{1}{k\left(\varepsilon_{\rm JI} + \varepsilon_{\rm T}\right)}.$$
(3)

С учётом (3) выражение (2) запишется в следующем виде:

$$\frac{dT}{d\tau} = \left(T_p^4 - T^4\right) \frac{\sigma\left(\varepsilon_{\rm II} + \varepsilon_{\rm T}\right)}{C_m}.$$
(4)

Решая дифференциальное уравнение (4), можно получить температуру панели СБ в любой момент времени нахождения КА на орбите как на освещённом, так и на теневом её участках, а также в моментах перехода из участка в участок.

При расчёте температуры панели СБ необходимо знать начальные условия для решения уравнения (4), в том числе температуру панели СБ на момент начала расчёта. Температура панели СБ существенным образом зависит от положения на орбите и после выхода или захода КА в тень Земли начинает быстро изменяться и за время 10...15 мин достигает значений  $+80^{\circ}$ С и  $-100^{\circ}$ С соответственно [6]. На теневом участке орбиты (ТУО) панель СБ охлаждается за счёт излучения. Так как на освещённом участке орбиты (ОУО) температура панели СБ приближена к максимально допустимой для материалов и элементов её конструкции, то дальнейшее увеличение температуры, сопровождающее дистанционную передачу энергии, представляет опасность для КА. На ТУО после охлаждения панели СБ возможен безопасный дистанционный приём энергии без быстрого её перегрева. Длительности освещённого и теневого участков орбиты существенно зависят от высоты орбиты и могут быть рассчитаны, например, методом угла тени [4]. Так, для низкой околокруговой орбиты высотой H = 400 км длительность ОУО будет равна  $t_{0y0} = 56$  мин, а ТУО составит  $t_{Ty0} = 36$  мин.

Таким образом, для выбранной орбиты с известными параметрами панели СБ и начальным положением на орбите решается дифференциальное уравнение (4) и находится температура панели СБ на всём протяжении полёта.

Для расчёта генерируемой электрической мощности в соответствии с моделью ВАХ СБ (1) было принято, что в системе реализован максимальный отбор мощности на всём протяжении полёта – работает экстремальный регулятор мощности.

При дистанционной передаче энергии с плотностью потока равной или меньшей плотности потока Солнца график изменения температуры панели СБ на ТУО будет близким к графику изменения температуры на ОУО. Однако мощные КЭС могут генерировать поток излучения с мощностью, превышающей мощность теплового потока

Солнца, что будет приводить к перегреву панелей СБ даже на теневом участке орбиты. На мощность потока падающего на СБ излучения влияет расстояние между КЭС и КАприёмником энергии, которое при их движении по орбите постоянно изменяется. При определённых условиях КЭС и КА-приёмник могут сблизиться настолько близко, что безопасный в других прочих условиях поток излучения может привести к перегреву КА-приёмника.

Чтобы избежать перегрева, снижения мощности генерируемой энергии или даже разрушения панели СБ КА-приёмника энергии необходимо контролировать, а при необходимости снижать мощность потока излучения КЭС или даже прекращать передачу энергии, например, чередовать интервалы передачи энергии от КЭС  $t_{\Pi \ni}$  с интервалами охлаждения  $t_{\text{охл}}$  посредством излучения тепла с поверхности панели СБ, что наиболее эффективно на теневом участке орбиты. На КА-приёмнике также могут быть использованы и другие меры по снижению температуры панелей СБ.

## Результаты математического моделирования тепловых режимов солнечной батареи космического аппарата при дистанционном энергоснабжении

С использованием формул для расчёта изменения температуры панели СБ для условий повышенных потоков излучения от КЭС при дистанционном энергоснабжении на ТУО были получены зависимости изменения температуры от длительности периода и интервала передачи энергии. На рис. 1 показаны графики температуры панели СБ *T* при облучении панели СБ потоком излучения в диапазоне  $C = C_{con}...1, 5C_{con}$  на теневом участке орбиты полёта КА с началом облучения после охлаждения панелей СБ до температуры 0° С. Для кремниевых СБ традиционного исполнения превышение температуры более 70° С значительно снижает генерируемую ею электрическую мощность, для арсенид-галлиевых мощность снижается после 90° С. Таким образом, безопасная дистанционная передача энергии на кремниевые СБ возможна при мощности потока излучения не более  $C = 1, 1C_{con}$ , для арсенид-галлиевых  $C = 1, 4C_{con}$ . Графики изменения температуры панели СБ *T* для различных сочетаний интервалов передачи энергии  $t_{пэ}$  и интервалов охлаждения  $t_{оха}$  при  $C = 1, 5C_{con}$  показаны на рис. 2.



Рис. 1. Влияние мощности падающего потока излучения на максимальную температуру СБ



*Рис. 2. Изменение T для значений t*<sub>ПУ</sub>/t<sub>охл</sub>, равных 0,1 (1); 0,3 (2); 0,6 (3) и 0,9 (4)

Освещённость панелей СБ на освещённом участке орбиты характеризуется величиной  $C = P_c/S = C_{con} \cos \alpha$ , которая помимо получаемого ими светового потока  $P_c$  и площади панелей S зависит также от угловой ориентации СБ относительно Солнца, а на теневом участке орбиты – в основном от лучистых потоков со стороны Земли.

Примем допущения, что на ТУО освещённость панелей СБ (и падающего на них потока излучения) равны нулю, а угловая ориентация панелей СБ на ОУО относительно падающего потока излучения полностью описывается  $\cos \alpha$ . Эти и принятые ранее допущения позволяют достаточно точно рассчитать температуру панелей СБ КА и генерируемую ими мощность при углах  $\alpha$ , не превышающих 45 градусов. При увеличении угла  $\alpha$  все более значительная часть излучения будет отражаться из-за наличия многослойного защитного покрытия на поверхности фотоэлектрических преобразователей. Изменение температуры панели СБ для  $C = 1,5C_{con}$  при изменении угловой её ориентации показано на рис. 3.

Для задач, связанных с расчётом энергобаланса, важно знать величину произведённой панелями СБ КА энергии  $W_{CE}$  за определённый период времени, представленный ступенчатой циклограммой с числом ступеней N, длительностью  $\Delta t_k$  каждая и средней мощностью ступени  $P_k$  [4]:

$$W_{\rm CF} = \sum_{k=1}^{n} \Delta t_k P_k , \qquad (5)$$

где  $P_k = i U_{XXk} j I_{K3k}$  – средняя мощность СБ ( $P_{\Pi C E k}$ ) на *k*-ом участке; *i*, *j* – относительные координаты характеристической точки максимальной мощности ВАХ СБ;  $U_{XXk}$  – напряжение холостого хода СБ;  $I_{K3k}$  – ток короткого замыкания СБ.



Рис. 3. Влияние угла падения потока излучения на температуру СБ

Формула (5) позволяет рассчитать количество энергии, произведённой СБ как на ОУО при освещении солнечным излучением, так и на ТУО при приёме энергии от КЭС.

Генерируемые панелью СБ электрическая мощность  $P_{\Pi C E}$  и энергия  $W_{\Pi C E}$  для различных значений интервалов передачи энергии и интервалов охлаждения показаны на рис. 4, 5.



Рис. 4. Изменение Р<sub>ПСБ</sub> для значений t<sub>ПЭ</sub>/t<sub>охл</sub>, равных 0,1 (1); 0,3 (2); 0,6(3) и 0,9 (4)



Рис. 5. Изменение  $W_{\Pi C E}$  для значений  $t_{\Pi 2}/t_{\text{охл,}}$  равных 0,1 (1); 0,3 (2); 0,6 (3) и 0,9 (4)

В табл. 1 приведены значения максимальной температуры и относительной электрической энергии, произведённой панелью СБ, в зависимости от мощности потока излучения, кратного солнечному, при непрерывном режиме передачи энергии. Базовое значение энергии  $W_{con} = 1316 \text{ Bt} \cdot \text{ч}$  соответствует  $C = C_{con}$  для ТУО длительностью 36 мин.

Таблица 1. Влияние непрерывного потока излучения на параметры панели СБ

С/С <sub>сол</sub>	1	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5
$T_{\rm max}$ ,°C	69	78	85	92	99	106
<i>W</i> / <i>W</i> <sub>сол</sub>	1	1,109	1,216	1,318	1,414	1,498

Максимальные значения температуры панели СБ и значения относительной электрической энергии, произведённой панелью СБ при  $C = 1,5C_{con}$ , в зависимости от соотношения интервалов передачи энергии  $t_{\Pi \Im}$  и интервалов охлаждения  $t_{oxn}$ , приведены в табл. 2.

Таблица 2. Влияние интервального потока излучения на параметры панели СБ

$t_{\Pi \Im}/t_{\text{охл}}$	0,1	0,3	0,5	0,7	0,9
$T_{\rm max}, {\rm °C}$	<0	53	81	102	105
<i>W</i> / <i>W</i> <sub>сол</sub>	0,27	0,91	1,11	1,36	1,44

#### Заключение

Особенностью дистанционного приёма энергии от мощных КЭС является возможность генерирования ими потоков излучения, многократно превышающих мощность потока солнечного излучения. Однако панели СБ традиционного исполнения могут принимать такой поток излучения без перегрева для величин C не более 1,1  $C_{\rm con}$ .

Для снижения температуры панели СБ при приёме энергии потоками выше  $C = 1, 1C_{con}$  могут быть использованы следующие способы:

 управление угловой ориентацией панели СБ относительно потока падающего излучения;

– введение пауз в дистанционном приёме энергии для охлаждения панели СБ.

Приём энергии потоком излучения  $C = 1,5C_{con}$  без перегрева панели СБ возможен при угле падения потока излучения в 10 (20) градусов для арсенид-галлиевых (кремниевых) СБ или при соотношении периодов приёма энергии и периодов охлаждения панели СБ 3/10 (4/10).

Чередование интервалов передачи энергии и периодов охлаждения панелей СБ при повышенных плотностях мощности падающего потока излучения, так же, как и управление угловой ориентацией панелью СБ, позволяет ограничивать максимальную температуру панелей СБ традиционного исполнения, тем самым делая возможным приём энергии мощными потоками излучения. Использование данных методов снижения температуры панели СБ в общем случае не приводит к увеличению производимой энергии по сравнению с непрерывным режимом облучения.

#### Библиографический список

1. Легостаев В.П., Лопота В.А., Синявский В.В. Перспективы и эффективность применения космических ядерно-энергетических установок и ядерных электроракетных двигательных установок // Космическая техника и технологии. 2013. № 1 (1). С. 6-17.

2. Алуев С.В., Каргу Д.Л., Радионов Н.В., Стеганов Г.Б., Шубин Д.А. Разработка алгоритма построения вольт-амперных характеристик солнечных батарей космического аппарата дистанционного зондирования Земли при наличии частичного затенения // Труды Военно-космической академии имени А.Ф. Можайского. 2019. Вып. 667. С. 369-376.

3. Базилевский А.Б., Лукьяненко М.В. Анализ энергетических возможностей солнечной батареи при различных условиях эксплуатации // Вестник Сибирского государственного аэрокосмического университета имени академика М.Ф. Решетнёва. 2005. № 3. С. 100-104.

4. Каргу Д.Л., Стеганов Г.Б., Петренко В.И., Власов В.А., Ратушняк А.И., Маленин Е.Н., Радионов Н.В. Системы электроснабжения космических аппаратов и ракет-носителей: учеб. пособие. СПб: Военно-космическая академия им. А.Ф. Можайского, 2013. 116 с.

5. Безняков А.М., Немиров А.В., Стеганов Г.Б. Математическая модель канала электропотребления космического аппарата в условиях неравномерного потребления энергии // Космическая техника и технологии. 2020. № 3 (30). С. 56-65. DOI: 10.33950/spacetech-2308-7625-2020-3-56-65

6. Зернов А.С., Николаев В.Д. Опыт эксплуатации солнечных батарей служебного модуля международной космической станции // Космическая техника и технологии. 2016. № 1 (12). С. 29-38.

# INFLUENCE OF SPACE VEHICLE REMOTE POWER SUPPLY ON THERMAL REGIMES OF SOLAR BATTERIES

© 2022

G. B. Steganov	Candidate of Science (Engineering), Associate Professor, Associate Professor of the Department of Onboard Electrical Equipment and Power Systems of Aircraft; Mozhaisky Military Space Academy, Saint-Petersburg, Russian Federation; <u>vka@mil.ru</u>
A. M. Beznyakov	Candidate of Science (Engineering), Lecturer at the Department of Onboard Electrical Equipment and Power Systems of Aircraft; Mozhaisky Military Space Academy, Saint-Petersburg, Russian Federation; <u>vka@mil.ru</u>
A. V. Nemirov	Lecturer at the Department of On-Board Electrical Equipment and Power Systems of Aircraft; Mozhaisky Military Space Academy, Saint-Petersburg, Russian Federation; vka@mil.ru

The issues of ensuring the functioning of an additional energy-receiving channel for the onboard power supply system of a low-orbit spacecraft are considered. To compensate for the shortage of electricity on board the spacecraft, various options for remote power supply from the system of space power stations transmitting energy to the solar battery by laser radiation during periods of its forced inactivity are possible. Long shadow-sunlight periods of time are a distinctive feature of functioning of low-orbit spacecraft. During these periods the solar battery is idle, and, in addition, even in the daylight portion of the spacecraft's orbit, the energy output from the spacecraft may be reduced to almost zero during the operation of some special systems that require special modes of spacecraft orientation. Reception of energy from a CES with energy flux density higher than that of the solar flux may lead to overheating of the solar battery panel of conventional design, a decrease in its efficiency and even to its failure. Therefore, the analysis of thermal modes of reception and conversion of laser radiation energy which affect the energy efficiency of the solar battery is an important aspect of remote power supply. Relationships of a mathematical model for estimating the available power supply from the solar battery operating in the mode of optimizing control of its power are proposed. The results of approbation of the model for maintaining the safe thermal mode of the solar battery panels during remote power supply of the spacecraft are presented.

Spacecraft; space power station; remote power transmission; solar panel; solar panel thermal conditions; onboard power supply system

<u>Citation:</u> Steganov G.B., Beznyakov A.M., Nemirov A.V. Influence of space vehicle remote power supply on thermal regimes of solar batteries. *Vestnik of Samara University. Aerospace and Mechanical Engineering*. 2022. V. 21, no. 1. P. 14-23. DOI: 10.18287/2541-7533-2022-21-14-23

#### References

1. Legostaev V.P., Lopota V.A., Sinyavsky V.V. Prospects for and efficiency in application of space nuclear power plants and nuclear electrorocket propulsion systems. *Space Engineering and Technology*. 2013. No. 1 (1). P. 6-17. (In Russ.)

2. Aluev S.V., Kargu D.L., Radionov N.V., Steganov G.B., Shubin D.A. Developed an algorithm for constructing the ampere characteristics of nonanar multi-fold solar batteries of the spacecraft for remote sensing of the Earth for partial shading of the valves: Scenarious approach. *Proceedings of the Mozhaisky Military Space Academy*. 2019. Iss. 667. P. 369-376. (In Russ.)

3. Bazilevsky A.B., Lukjanenko M.V. Analysis of power capabilities of solar batteries under different operational condition. *Vestnik of SibGAU*. 2005. No. 3. P. 100-104. (In Russ.)

4. Kargu D.L., Steganov G.B., Petrenko V.I., Vlasov V.A., Ratushnyak A.I., Malenin E.N., Radionov N.V. Sistemy elektrosnabzheniya kosmicheskikh apparatov i raket-

*nositeley: ucheb. posobie* [Systems of power supply for spacecraft and carrier rockets: study guide]. SPb.: Mozhaisky Military Space Academy Publ., 2013. 116 p.

5. Beznyakov A.M., Nemirov A.V., Steganov G.B. Math model of a power beam feeding a spacecraft under conditions of intermittent power supply. *Space Engineering and Technology*. 2020. No. 3 (30). P. 56-65. (In Russ.). DOI: 10.33950/spacetech-2308-7625-2020-3-56-65

6. Zernov A.S., Nikolaev V.D. Experience of operating solar arrays on the service module of the international space station. *Space Engineering and Technology*. 2016. No. 1 (12). P. 29-38. (In Russ.)

УДК 621.45.017

DOI: 10.18287/2541-7533-2022-21-1-24-33

# РЕКОНСТРУКЦИЯ ДИНАМИЧЕСКОГО НАГРУЖЕНИЯ ЛОПАТКИ ВЕНТИЛЯТОРА ПЕРЕД ЕЁ РАЗРУШЕНИЕМ

© 2022

М. А. Артамонов	кандидат физико-математических наук, начальник бригады; Опытно-конструкторское бюро имени А. Люльки – филиал ПАО «ОДК – Уфимское моторостроительное производственное объединение», г. Москва; <u>maxartamonov@gmail.com</u>
А. А. Говоров	ведущий конструктор; Опытно-конструкторское бюро имени А. Люльки – филиал ПАО «ОДК – Уфимское моторостроительное производственное объединение», г. Москва; andrey.govorov@okb.umpo.ru
Д. С. Старшинов	начальник бригады; Опытно-конструкторское бюро имени А. Люльки – филиал ПАО «ОДК – Уфимское моторостроительное производственное объединение», г. Москва; <u>umpo@umpo.ru</u>

В работе стояла задача объяснить причину разрушения рабочей лопатки вентилятора, которое произошло при запуске двигателя в составе объекта на земле. В результате проведённого фрактографического анализа фрагментов лопатки было выявлено, что разрушение произошло из-за зарождения в ней усталостной трещины. Было установлено место зарождения трещины, параметры роста трещины, проведён спектральный анализ излома. Для установления причины появления усталостной трещины в лопатке необходимо было определить динамическое состояние лопатки во время её разрушения. Фрактографическим способом были определены участки второй стадии устойчивого роста трещины, при которой формируются усталостные бороздки. Зная шаг усталостных бороздок, с использованием закона Пэриса определён размах коэффициента интенсивности напряжения трещины. Для определения напряжений проведён комплекс расчётных работ, включающих моделирование развития трещины в лопатке. Основной предпосылкой для работы стала возможность моделирования коэффициента интенсивности напряжений на каждом шаге роста трещины и сравнение с экспериментальными данными. Расчёт показал при каких условиях происходит многократное увеличение напряжений и позволил получить предполагаемое значение амплитуды колебаний. Дополнительный модальный анализ показал резонансную форму, которая и обусловила усталостный характер развития трещины. Данный подход позволил определить при каких условиях происходил рост трещины в лопатке и выявить причину разрушения.

Рабочая лопатка; расчёт коэффициента интенсивности напряжений; фрактографический анализ

<u>Шитирование</u>: Артамонов М.А., Говоров А.А., Старшинов Д.С. Реконструкция динамического нагружения лопатки вентилятора перед её разрушением // Вестник Самарского университета. Аэрокосмическая техника, технологии и машиностроение. 2022. Т. 21, № 1. С. 24-33. DOI: 10.18287/2541-7533-2022-21-1-24-33

#### Введение

При эксплуатации двигателя самолёта произошёл обрыв лопатки первой ступени вентилятора. Данный случай является экстраординарным, поскольку имеющиеся резонансы не должны были приводить к мгновенным разрушениям.

На исследование поступила только часть лопатки, относящейся к замковой части. Очаг усталостной трещины расположен на спинке рабочей лопатки рядом с выходной кромкой в нижней части пера лопатки. В очаге не обнаружено наличия существенных факторов, которые способствовали ускоренному зарождению трещины. Одной из версий было предположение, что вследствие попадания постороннего предмета произошёл отрыв части лопатки с бандажной полкой, и последующее усталостное разрушение определяется как вторичное из-за высокого динамического нагружения. Для подтверждения этой версии была проведена работа по воссозданию динамического состояния лопатки во время её разрушения.

Динамические напряжения не поддаются численным расчётным исследованиям, но об их величине в случае разрушения мы можем судить по характерным размерам усталостных бороздок. Таким образом, получив параметры последствия разрушения, была предпринята попытка смоделировать процесс, сымитировав амплитуду действующих напряжений посредством отклонения по первой форме колебаний консольной лопатки с трещиной.

Стоит отметить, что к рабочим лопаткам предъявляются жёсткие требования [1]. Перед тем как двигатель пройдёт государственные стендовые испытания (ГСИ) и пойдёт в серию, каждый узел проходит всесторонние исследования. Так и для рабочей лопатки вентилятора была известна её динамическая картина поведения в условиях эксплуатации посредством расчётов и многочисленных испытаний.

В рамках выявления причин разрушения параллельно с металлургическими исследованиями было решено проанализировать результаты расчётных исследований и смоделировать развитие трещины для предсказания значения действующей нагрузки. На момент разрушения двигатели прошли ГСИ и обладали достаточным объёмом экспериментально-расчётной информации.

Объектом исследования являлась рабочая лопатка, изготовленная из титанового сплава ВТ6. Высокие напряжения можно наблюдать на режиме в районе 100% оборотов по третьей гармонике с первой формой. На момент разрушения лопатки известны параметры работы двигателя (рис. 1) (частота вращения ротора компрессора низкого давления 95%).



Рис. 1. Параметры работы во время обрыва рабочей лопатки

### Фрактографический анализ разрушенной лопатки

Усталостное развитие трещины разделяется на три стадии: первая – стадия роста, вторая стадия – «устойчивого» роста трещины и третья стадия – «ускоренная» [2]. Для первой стадии роста характерно формирование рельефа фасеточного или квазифасеточного типа [2; 3]. Для второй стадии роста характерно формирование в рельефе излома усталостных бороздок [4; 5]. Шаг усталостных бороздок соответствует продвижению усталостной трещины за один цикл нагружения [3]. Известно, что для второй стадии роста трещины скорость роста трещины связана с коэффициентами интенсивности напряжения (КИН) трещины по закону Пэриса [2; 6]:

$$\frac{da}{dN} = C\Delta K^n,$$

где *С*, *n* – параметры Пэриса, определяемые при испытаниях образцов типа внецентренного растяжения (ВР).

Для третьей стадии роста трещины наблюдается смешанный рельеф, когда усталостные бороздки наблюдаются вместе с ямочным изломом [3].

Методом электронной микроскопии были определены виды изломов в зависимости от расстояния до очага, характер распространения трещин и размеры усталостных бороздок на различном расстоянии до очага. Определение шага усталостных бороздок, относящихся ко второй стадии роста трещины, позволяет определить КИН для данного участка излома и в последующем определить динамическую нагрузку, действующую на лопатку. Фрактографический анализ проводился с использованием растрового электронного микроскопа (РЭМ) JSM-IT300LV фирмы JEOL.

Центр очага находится на расстоянии  $\approx 0,69$  мм от начала закругления выходной кромки пера на спинке лопатки (рис. 2).



Рис. 2. Общий вид излома лопатки. Овалом указано расположение усталостной трещины

Первоначальный рост трещины происходил с форматированием псевдофасеточного излома, что соответствует первой стадии роста трещины. Начиная с расстояния  $\approx 0.9$  мм от очага наблюдаются участки излома с формированием усталостных бороздок (рис. 3). При дальнейшем росте трещины количество участков с усталостными бороздками возрастает и формирование усталостных бороздок становится основным механизмом разрушения. Были проведены измерения размеров усталостных бороздок в зависимости от расстояния до очага. Измерение скорости роста трещины позволило определить количество циклов распространения усталостной трещины по второму участку излома. Получено, что развитие трещины только по второму участку составляет  $\approx 16700$  циклов, а с учётом участка излома от очага до первого локального места излома с усталостными бороздками  $\approx 23000$  циклов.



Рис. 3. Локальный участок излома, находящийся на расстоянии ≈1 мм от очага, на котором наблюдается формирование усталостных бороздок со средним шагом 0,2 мкм (измерен блок усталостных бороздок)

Получены следующие размеры трещины, соответствующие различным стадиям роста трещины:

- первая стадия от 0 до 0,9 мм до очага;
- вторая стадия от 0,9 до 9 мм до очага;
- третья стадия от 9 до 15 мм до очага;
- долом от 15 мм до очага.

Было выбрано несколько точек, по которым были измерены геометрические размеры трещины, относящиеся к данным участкам излома, и проведена оценка КИН.

Полученное количество циклов (без стадии зарождения трещины) соответствует переходу от многоцикловой усталости (МнЦУ) к малоцикловой усталости (МЦУ). Это указывает, что разрушение лопатки происходило под воздействием высокой динамической нагрузки, превышающей предел усталости.

#### Моделирование условий обрыва лопатки

На рис. 4 представлено распределение напряжений в исходной лопатке при резонансе по первой форме. Видны области повышенных напряжений в прикорневой части, а также вокруг бандажной полки.

После проведённых металлографических исследований в качестве гипотезы была принята следующая последовательность разрушения: обрыв лопатки под бандажной полкой (место разрушения неизвестно), развитие трещины под воздействием гармонических колебаний со стороны выходной кромки (параметры трещины получены после фрактографического анализа).



Рис. 4. Распределение напряжений в исходной лопатке

Сначала предстояло узнать место откуда пошло разрушение, приведшее к отрыву верхней части рабочей лопатки, исходя из следующих предположений:

– потеря бандажной связи, что могло стать следствием отрыва верхней части рабочей лопатки, разрушением под бандажной полкой;

 отрыв произошёл вдоль осевой линии двигателя (разрушение произошло по поперечному сечению от растягивающих усилий в поле центробежных сил);

– на оставшейся части лопаток возникли условия, приведшие к высоким напряжениям, которые могли быть вызваны высокой амплитудой колебаний (не мгновенное разрушение могло быть вызвано возникшим резонансом).

Таким образом, на первом этапе расчётных исследований нам нужно получить высоту обрыва верхней части лопатки, при которой в оставшейся геометрии возникают условия резонанса при 95% оборота в условиях наземных испытаний. Для этой цели решалась задача модального анализа с преднагружением с последовательным изменением геометрии лопатки для выполнения условий резонанса по имеющимся данным. На рис. 5 представлена итоговая диаграмма Кэмпбелла для наиболее вероятного сценария разрушения при условии резонанса.



Рис. 5. Диаграмма Кэмпбелла со сравнением собственных частот исходной и разрушенной рабочей лопатки

При отсутствии верхней части лопатки собственная частота лопатки сразу же попадает на вторую гармонику, что приводит к возникновению резонанса. На рисунке показана диаграмма Кэмпбелла, на котором видно снижение собственной частоты и выполнение условия, приведшего к раскачиванию лопатки.

## Моделирование развития трещины и расчёт КИН

Расчётное значение максимальных главных напряжений от действия эксплуатационных сил составило 21,7 кгс/мм<sup>2</sup> в области развития трещины. При этом опасная зона находилась в области перехода замка в перо лопатки на выходной кромке со стороны спинки (рис. 6).



Рис. 6. Максимальные главные напряжения от действия эксплуатационных сил (слева) и динамические напряжения по первой форме (справа)

Моделирование проводилось в программном комплексе Ansys модуле Static Structural. Для моделирования трещины использовался инструмент Arbitrary Crack с параметрами, полученными из отчёта после фрактографического исследования. Размерность моделей составляла не более 250 000 конечных элементов второго порядка. Действующее давление и температурная нагрузка – согласно условиям работы. Амплитуда отклонения пера лопатки задавалась через принудительное перемещение верхней части пера в плоскости меньшей инерции.

Для расчёта было выбрано шесть случайных точек, соответствующих участку устойчивого роста трещины. В результате расчёта (табл. 1) были подобраны следующие амплитуды отклонения (отклонение от замеренного не превышает 3%), при которых расчётные значения КИН соответствуют значениям, полученным при фрактографическом анализе и использовании закона Пэриса.

На рис. 7 приведены значения КИН по фронту трещины. Значение для сравнения выбиралось по центру фронта. На графике приведена зависимость размера трещины от полученного КИН.

Номер точки	35	38	42	51	57	63
Амплитуда, мм	10,5	7	10	7	6	5,5
КИН, МПА·мм <sup>0,5</sup>	783	686	875	714	793	740

Таблица 1





Рис. 7. Расчётные значения КИН для исследуемых трещин

# Решение обратной задачи при действии расчётной амплитуды

После получения значения отклонения при моделировании конкретного шага раскрытия трещины полученные значения амплитуд прикладывались к лопатке без трещины. В табл. 2 представлены результаты соответствующих максимальных главных напряжений.

Таблица 2

Тип расчёта (амплитуда)	р. 35 (10,5 мм)	р. 38 (7 мм)	р. 42 (10 мм)	р. 51 (7 мм)	р. 57 (6 мм)	р. 63 (5,5 мм)
Главные напряжения, кгс/мм <sup>2</sup>	51,2	39,6	49,4	39,6	36,3	34,7
Динамические напряжения, кгс/мм <sup>2</sup>	29,5	17,9	27,7	17,9	14,6	13,0

За действующие напряжения приняты суммарные напряжения из статических и динамических значений (рис. 8). Соответственно динамические напряжения в табл. 2 рассчитывались по формуле

$$\sigma_{\rm duh} = \sigma_{\rm s} - \sigma_{\rm ctat},$$

где  $\sigma_{\Sigma}$  – напряжения, рассчитанные при заданной амплитуде;  $\sigma_{\text{стат}}$  – напряжения, рассчитанные только от эксплуатационных нагрузок.



Рис. 8. Напряжения от действия расчётной амплитуды колебаний

# Обобщение полученных результатов

Получаем, что среднее значение амплитуды на начальном этапе устойчивого роста трещины было порядка 7...10 мм. Динамические значения максимальных главных напряжений на начальном этапе роста усталостной трещины составили 29,5 кгс/мм<sup>2</sup>, что соответствует пределу усталостной прочности  $K_v = 0,97$ .

Аппроксимация результатов до очага условная (рис. 9) и показывает максимальные напряжения 44 кгс/мм<sup>2</sup>, что соответствует  $K_v = 0.55$ .



Рис. 9. Аппроксимация напряжений до действующего значения в месте очага

#### Заключение

Фрактографические исследования подтверждают усталостный характер разрушения в результате воздействия высоких амплитуд колебаний.

Таким образом можно утверждать, что наиболее вероятный сценарий обрыва лопаток происходил вследствие потери бандажной связи и обрыва верхней части лопатки под бандажной полкой. В результате чего в лопатке были выполнены условия возникновения резонанса. Высокая амплитуда колебаний привела к зарождению и раскрытию трещины и, как следствие, – к обрыву лопатки по «прикорневой» части.

Условия для возникновения столь высоких амплитуд колебаний и зарождения трещины в данном месте для исходной геометрии лопаток отсутствуют благодаря большому объёму доводочных расчётно-экспериментальных данных.

Спектральный анализ очага трещины не выявил присутствия посторонних химических элементов, благодаря чему можно сделать вывод, что данное разрушение было вторично и вызвано обрывом верхней части лопатки.

Причину обрыва «верхней» части лопатки исследовать не было возможности ввиду отсутствия данной части лопатки. Условия резонанса и высоких напряжений в районе бандажной полки достигнуты не были, поэтому влияние динамических напряжений можно исключить. Это оставляет как наиболее вероятную версию – попадание постороннего предмета и повреждение лопатки под бандажной полкой, что привело ко вторичному разрушению в «прикорневой» зоне.

Было показано, что отрыв верхней части лопатки вызывает условия резонанса на режиме, при котором произошёл основной обрыв лопатки по корню. Подтверждение гипотезы и применение данной методики в дальнейшем позволит связать обнаруженные трещины и то состояние, при котором эксплуатировалась рабочая лопатка при появлении трещины или перед разрушением. Информация об условиях работы двигателя перед началом разрушительных процессов может позволить предотвратить подобные условия в дальнейшей эксплуатации целой серии двигателей.

#### Библиографический список

1. Сиротин Н.Н., Марчуков Е.Ю., Новиков А.С., Пайкин А.Г., Сиротин А.Н., Нестеренко В.Г. Основы конструирования, производства и эксплуатации авиационных газотурбинных двигателей и энергетических установок в системе CALS технологий. Кн. 2. Производство ГТД и ЭУ. М.: Наука, 2012. 431 с.

2. Терентьев В.Ф., Кораблева С.А. Усталость металлов. М.: Наука, 2015. 484 с.

3. Иванова В.С., Шанявский А.А. Количественная фрактография: усталостное разрушение. Челябинск: Металлургия, 1988. 396 с.

4. Hall L.R., Chan R.C. On plane strain cyclic flow growth rates // Engineering Fract Mechanics. 1971. V. 3, Iss. 2. P. 169-174. DOI: 10.1016/0013-7944(71)90007-5

5. Forsyth P.J.E., Ryder D.A. Fatigue fracture: Some results derived from the microscopic examination of crack surfaces // Aircraft Engineering and Aerospace Technology. 1960. V. 32, Iss. 4. P. 96-99. DOI: 10.1108/eb033233

6. Мак-Ивили Артур Дж. Анализ аварийных разрушений. М.: Техносфера, 2010. 413 с.

# RECONSTRUCTION OF FAN BLADE DYNAMIC LOADING PRIOR TO ITS FRACTURE

© 2022

M. A. Artamonov	Candidate of Science (Engineering), Head of Subdivision; A. Lyulka Design Bureau, Branch of PJSC «UEC – Ufa Engine-Building Production Association», Moscow, Russian Federation; <u>maxartamonov@gmail.com</u>
A. A. Govorov	Leading Designer; A. Lyulka Design Bureau, Branch of PJSC «UEC – Ufa Engine-Building Production Association», Moscow, Russian Federation; <u>andrey.govorov@okb.umpo.ru</u>
D. S. Starshinov	Head of Subdivision; A. Lyulka Design Bureau, Branch of PJSC «UEC – Ufa Engine-Building Production Association», Moscow, Russian Federation; <u>umpo@umpo.ru</u>

To maintain the functionality of fan blades, it is important to know the distribution of dynamic stresses in the blade, their amplitude and vibration frequency. Understanding of the dynamic loading pattern will allow us to determine under what conditions the engine was operated, to identify and prevent emergencies that could lead to the blade fracture. The purpose of this work is to understand the cause of the fan blade fracture that occurred during the engine ground start. Due to fractographic analysis of blade fragments it was revealed that the fracture occurred due to the initiation of fatigue cracks in blades. The place of crack initiation and parameters of crack growth were established, spectral analysis of the fracture was carried out. To establish the reason of fatigue crack initiation it was necessary to determine the dynamic state of the blades during their destruction. The sections of the second stage of stable crack growth, during which fatigue striations are formed, were determined using the fractographic method. Using the spacing of the fatigue striations and Paris's law, the crack stress intensity range was determined. Modeling of crack propagation in the blade was carried out to define the stress state. The ability to determine the stress intensity factor at each step of crack growth and its comparison with research data made this work possible. The simulation showed under what conditions manifold increase in stresses occurs and made it possible to obtain the expected value of vibration amplitude. Additional modal analysis showed a resonant form that caused the fatigue nature of crack propagation. The demonstrated approach established crack growth conditions and revealed the cause of blade fracture.

Fan blade; calculation of stress intensity factor; fractographic analysis

<sup>&</sup>lt;u>Citation:</u> Artamonov M.A., Govorov A.A., Starshinov D.S. Reconstruction of fan blade dynamic loading prior to its fracture. *Vestnik of Samara University. Aerospace and Mechanical Engineering*. 2022. V. 21, no. 1. P. 24-33. DOI: 10.18287/2541-7533-2022-21-1-24-33

## References

1. Sirotin N.N., Marchukov E.Yu., Novikov A.S., Paykin A.G., Sirotin A.N., Nesterenko V.G. *Osnovy konstruirovaniya, proizvodstva i ekspluatatsii aviatsionnykh gazoturbinnykh dvigateley i energeticheskikh ustanovok v sisteme CALS tekhnologiy. Kn. 2. Proizvodstvo GTD i EU* [Elements of design, manufacture and maintenance of aviation gas turbine engines and power generating systems in CALS technologies system. Book 2. Manufacture of gas turbine engines and power plants]. Moscow: Nauka Publ., 2012. 431 p.

2. Terent'ev V.F., Korableva S.A. *Ustalost' metallov* [Fatigue of metals]. Moscow: Nauka Publ., 2015. 484 p.

3. Ivanova V.S., Shanyavskiy A.A. *Kolichestvennaya fraktografiya: ustalostnoe razrushenie* [Quantitative fractography: fatigue failure]. Chelyabinsk: Metallurgiya Publ., 1988. 396 p.

4. Hall L.R., Chan R.C. On plane strain cyclic flow growth rates. *Engineering Fract Mechanics*. 1971. V. 3, Iss. 2. P. 169-174. DOI: 10.1016/0013-7944(71)90007-5

5. Forsyth P.J.E., Ryder D.A. Fatigue fracture: Some results derived from the microscopic examination of crack surfaces. *Aircraft Engineering and Aerospace Technology*. 1960. V. 32, Iss. 4. P. 96-99. DOI: 10.1108/eb033233

6. Mc-Ivili Arthur J. Metal failures: mechanisms, analysis, preventions. New York: John Wiley & Sons, 2002. 324 p.

УДК 621.454.2

DOI: 10.18287/2541-7533-2022-21-1-34-41

# РАСЧЁТЫ ДЕТАЛЕЙ НА ПРОЧНОСТЬ С УЧЁТОМ ЖЁСТКОСТИ НАПРЯЖЁННОГО СОСТОЯНИЯ

© 2022

А. С. Букатый	доктор технических наук, доцент; Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва; заведующий лабораторией; AO «Авиаагрегат», г. Самара; bukaty@inbox.ru					
С. А. Букатый	доктор технических наук, профессор; Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва; bukaty sa@mail.ru					

Показано, что при расчёте ответственных деталей на прочность необходимо учитывать жёсткость напряжённого состояния, определяемую критерием Г.А. Смирнова-Аляева. Предложен метод оценки уровня напряжённости деталей и диагностики наиболее опасных мест, основанный на безразмерном энергетическом и комплексном критериях. Показана эффективность метода, который может быть использован не только для диагностики опасных мест, но и для оптимизации геометрических параметров конструкции ответственных деталей.

Жёсткость напряжённого состояния; прочность деталей; моделирование деталей

<u>Шитрование:</u> Букатый А.С., Букатый С.А. Расчёты деталей на прочность с учётом жёсткости напряжённого состояния // Вестник Самарского университета. Аэрокосмическая техника, технологии и машиностроение. 2022. Т. 21, № 1. С. 34-41. DOI: 10.18287/2541-7533-2022-21-1-34-41

В настоящее время расчёты на прочность ответственных деталей проводят исходя из механических свойств материалов, определяемых стандартными методами при растяжении-сжатии. При этом не учитывается влияние вида напряжённого состояния (HC) на механические свойства материалов, которое определяется характеристикой «жёсткость напряжённого состояния» (ЖНС), впервые введённой Я.Б. Фридманом [1 – 3]. ЖНС зависит от соотношения нормальных и касательных или главных напряжений и определяет способность материалов пластически деформироваться в процессе разрушения. Это особенно важно учитывать для деталей, работающих в малоцикловой области, т.к. их работоспособность и долговечность зависят в большей степени от пластических свойств материала.

Для характеристики жёсткости напряжённо-деформированного состояния (НДС) важно иметь наиболее чувствительную и адекватную характеристику ЖНС, учитывающую особенности НС. Поэтому в работе [4] в зависимости от основных типов напряжённого состояния сделан анализ различных критериев, используемых в отечественной и зарубежной литературе. Результаты расчётов и анализа различных выражений для ЖНС основных типов НС показали, что для практических расчётов наилучшим образом подходит критерий Г.А. Смирнова-Аляева [5 – 7]

$$K_{*} = \frac{3\sigma_0}{\sigma_i} = \frac{\sqrt{2}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)}{\sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}},$$
(1)

где  $\sigma_0 = (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)/3$  – октаэдрическое напряжение;  $\sigma_i$  – интенсивность напряжений.

При минимальной ЖНС при чистом сдвиге критерий  $K_*$  принимает нулевое значение и обладает свойством монотонности: разделяет области растяжения и сжатия соответственно с положительными и отрицательными значениями  $K_*$ , величина которых соответственно увеличивается до  $+\infty$  и  $-\infty$  при равномерном всестороннем растяжении и сжатии. Критерий Смирнова-Аляева (1) более чувствителен к соотношениям величин главных напряжений и адекватно характеризует знаки HC.

Для оценки уровня напряжённости деталей в работе предлагается использовать выражение для удельной полной энергии упругой деформации U<sub>0</sub>:

$$U_{0} = \frac{1}{2E} \Big[ \sigma_{1}^{2} + \sigma_{2}^{2} + \sigma_{3}^{2} - 2\mu \big( \sigma_{1} \sigma_{2} + \sigma_{2} \sigma_{3} + \sigma_{3} \sigma_{1} \big) \Big],$$

где *Е* – модуль упругости; *µ* – коэффициент Пуассона.

В практических расчётах удобнее использовать безразмерные критерии. Поэтому энергетический критерий получим, взяв отношение  $U_0$  к  $U_{0ynped}$  при растяжении когда главное напряжение становится равным пределу текучести  $\sigma_{T}$  ( $\sigma_1 = \sigma_{T}$ ,  $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$ ):

$$K_{\rm Uy} = \frac{U_0}{U_{0\rm npeg}} = \frac{1}{\sigma_{\rm T}^2} \Big[ \sigma_{\rm I}^2 + \sigma_{\rm 2}^2 + \sigma_{\rm 3}^2 - 2\mu \big( \sigma_{\rm I} \sigma_{\rm 2} + \sigma_{\rm 2} \sigma_{\rm 3} + \sigma_{\rm 3} \sigma_{\rm I} \big) \Big].$$
(2)

В задачах оптимизации размеров и формы деталей с целью уменьшения напряжённости детали в наиболее опасных местах наряду с критерием (2) предлагается безразмерный энергетический критерий

$$K_{U_{y_0}} = \frac{U_0}{U_{0_{\text{HCX}}}} = \frac{\left[\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 2\mu(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1)\right]}{\left[\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 2\mu(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1)\right]_{\text{HCX}}},$$
(3)

где  $U_{\rm 0 \, nex}\,$  – исходная величина удельной полной энергии упругой деформации  $U_{\rm 0}$  .

Для диагностики наиболее нагруженных опасных мест в области концентраторов напряжений деталей в качестве комплексного критерия K следует использовать произведение критериев ЖНС (1) и энергетического (2):

$$K = K_{**}K_{Uy} = \frac{\sqrt{2}\left(\sigma_{1} + \sigma_{2} + \sigma_{3}\right)\left[\sigma_{1}^{2} + \sigma_{2}^{2} + \sigma_{3}^{2} - 2\mu\left(\sigma_{1}\sigma_{2} + \sigma_{2}\sigma_{3} + \sigma_{3}\sigma_{1}\right)\right]}{\sigma_{r}^{2}\sqrt{\left(\sigma_{1} - \sigma_{2}\right)^{2} + \left(\sigma_{2} - \sigma_{3}\right)^{2} + \left(\sigma_{3} - \sigma_{1}\right)^{2}}}.$$
 (4)

Для поиска наиболее опасных мест следует на основе анализа напряжённодеформированного состояния сначала по критерию  $K_{Uy}$  выявить наиболее нагруженные области. Затем на основе критерия K по его наибольшей величине  $K_{max}$  и близких к нему значениям определяют области с наибольшей вероятностью образования микрои макротрещин. В этом случае для деталей с концентраторами напряжений для оптимизации размеров, формы и параметров концентраторов следует использовать по аналогии с (4) отношение критериев K:

$$K_{\rm onr} = \frac{K}{K_{\rm ucx}} \to \min.$$
 (5)

Для проверки разработанных критериев (2) – (5) проведены исследования напряжённо-деформированного состояния образцов из стали 30ХГСА с различными концентраторами напряжений.

В пакете ANSYS разработаны модели образцов в виде 3D-объёмов, которым присваивались свойства материалов исследуемых образцов. Для сравнения характеристик и определения коэффициентов концентрации были созданы также модели гладких цилиндрических образцов (без концентраторов напряжений), диаметр которых принимался равным минимальному диаметру, измеряемому по дну концентраторов для каждого из рассматриваемых образцов (рис. 1). Модели образцов размечены элементами Solid 185. В моделях заданы осевая растягивающая нагрузка и опора в виде заделки в соответствии с условиями испытаний натурных образцов на растяжение. Для возможности сравнения параметров и критериев НДС величину нагрузки для каждого образца определяли исходя из равенства номинальных напряжений  $\sigma_{\text{ном}} = 150$  МПа в цилиндрических гладких образцах.



Рис. 1. Образцы из стали ЗОХГСА с различными концентраторами напряжений

Результаты расчётов представлены в таблице. Корректность расчётов подтверждается совпадением величин коэффициентов концентрации напряжений с табличными [8], а также малостью величин главных напряжений  $\sigma_3$ , действующих по нормали к поверхности в образцах без концентраторов напряжений. Анализ полученных результатов расчёта показывает, что в концентраторах напряжений возникает объёмное HC растяжения при значительной концентрации всех главных напряжений  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  и  $\sigma_3$ . Но коэффициент концентрации напряжений  $k_{\sigma}$  определяется по отношению величин только первых главных напряжений  $\sigma_1$ . Поскольку удельная энергия деформирования материала учитывает все компоненты HC, то более адекватной характеристикой концентрации напряжений может служить коэффициент концентрации энергии, определяемый отношением удельных энергий деформаций в концентраторах и в гладком образце:

$$k_U = \frac{U_{0 \text{ конц}}}{U_{0 \text{ глад}}}.$$
(6)

Коэффициенты (6) по сравнению с  $k_{\sigma}$  существенно больше и обладают значительной чувствительностью к концентрации напряжений. Если при уменьшении радиуса в указанных выше концентраторах увеличение  $k_{\sigma}$  не превышает величины в 1,52 раза, то увеличение  $k_{U}$  достигает соответственно 2,28.

Параметры НДС		Типы образцов										
		D = 15  MM, d = 14  MM		Гладкий образец <i>d</i> = 14 мм	D = 15  MM, d = 10  MM		Гладкий образец <i>d</i> = 10 мм	D = 15  MM, d = 7,5  MM		Гладкий образец d = 7,5 мм		
Радиус концентратора <i>r</i> , мм		0,3	0,5	_	0,1	0,3	_	0,1	0,5	_		
Главные напряжения	$\sigma_{_{1}}, M\Pi a$	394	348	150	605	414	150	691	454	150		
	$σ_2$ , ΜΠα	101	77	0,0	204	114	0,0	235	142	0,0		
	$\sigma_{3}$ , МПа	58	23	0,0	99	43	0,0	49	23	0,0		
Интенсивность напряжений $\sigma_i$ , МПа		317	301	150	463	341	150	572	386	150		
Удельная энергия U <sub>0y</sub> , МНм/м <sup>3</sup>		0,326	0,269	0,057	0,753	0,368	0,057	1,047	0,459	0,057		
Коэфф. конц. напряжений $k_{\sigma}$		2,627	2,320	1,0	4,033	2,760	1,0	4,607	3,027	1,0		
Коэфф. конц. энергии <i>k<sub>U</sub></i>		5,675	4,694	1,0	13,126	6,413	1,0	18,242	7,996	1,0		
Критерий ЖНС <i>К</i> <sub>ж</sub>		1,746	1,480	1,0	1,963	1,674	1,0	1,704	1,606	1,0		
Критерий энергетический <i>К<sub>Uy</sub></i>		0,246	0,203	0,043	0,569	0,278	0,043	0,791	0,347	0,043		
Критерий комплексный $K = K_{*}K_{Uy}$		0,430	0,302	0,043	1,117	0,465	0,043	1,347	0,556	0,043		

Таблица. Результаты расчёта параметров и критериев HC образцов с концентратором напряжений из стали 30ХГСА в упругой области при  $\sigma_{_{\text{нагр}}} = 150$  Мпа

Результаты исследований показывают значительно бо́льшую информативность разработанных критериев, величина которых существенно зависит от вида HC, типа концентраторов и степени концентрации напряжений. Если традиционные характеристики HДС – наибольшие главные напряжения  $\sigma_1$  и интенсивность напряжений  $\sigma_i$  при уменьшении радиуса и увеличении концентрации напряжений в концентраторах изменяются в пределах до 35%, то изменение разработанных критериев достигает 56...59%. Это подтверждает целесообразность использования указанных критериев для анализа НДС ответственных деталей с концентраторами напряжений и оптимизации их геометрических параметров с целью повышения надёжности, статической прочности и циклической долговечности.

Изложенный метод диагностики опасных мест деталей с использованием критерия ЖНС апробирован на примере анализа причин разрушения основного элемента авиационного шасси – траверсы Ил-76, изготавливаемой из сплава ВТ-22. Испытания траверс на многоцикловую усталость выявили преждевременные разрушения в местах, не совпадающих с расположением максимальных напряжений (рис. 2).

Расчёт НДС траверсы в пакете ANSYS Workbench показал отсутствие пластических деформаций. Конечно-элементная модель (рис. 3) представляет собой основную опору шасси в сборе, включающую: колёсную ось, шток, звенья шлиц-шарнира, буксы амортизатора, цилиндры и рычаг разворота, которые выполнены в виде недеформируемых моделей. Взаимодействие звеньев шлиц-шарнира с колёсной осью и цилиндром, а также передача усилий от штока к траверсе обеспечивается посредством шарнирных элементов MPC184. Передача нагрузок от цилиндра к траверсе через втулки осуществляется контактными элементами.



Рис. 2. Место зарождения и роста усталостной трещины в траверсе



Рис. 3 Конечно-элементная модель шасси в сборе
Анализ НДС с использованием комплексного критерия K показал наличие двух опасных зон. На рис. 4 эти зоны показаны стрелками – позиции l и 2, в которых значения критерия K принимают наибольшие значения: в области поз. l с  $K_{max} = 0,749$ , где образовалась трещина с последующим ростом в направлениях области поз. 2, где  $K_{max} = 0,606$ , и далее к области поз. 3 с максимальной величиной критерия ЖНС  $K_{max} = 2,431$ . При этом расположение областей с наибольшей величиной энергетического критерия  $K_U$  – позиция 4 и интенсивности напряжений  $\sigma_i$  – позиция 5 значительно отличается от фактического места расположения очага и роста трещины. В областях l, 2 и 3, расположенных внутри детали, возникает объёмная концентрация напряжений со сложным НДС и повышенной ЖНС, что стало причиной образования и роста усталостной трещины. Следовательно критерии K и  $K_{max}$  адекватно отражают наиболее опасные области, подтверждают эффективность изложенного метода диагностики и могут использоваться для оптимизации размеров и других геометрических параметров конструкции ответственных деталей.



Рис. 4. Результаты анализа НДС траверсы. Расположение максимальных значений критериев:  $1 - K_{\text{max}} = 0,749; \ 2 - K_{\text{max}} = 0,606; \ 3 - K_{\text{ж max}} = 2,431; \ 4 - K_{U\text{max}} = 0,726; \ 5 - \sigma_{i\text{max}} = 797,86$ МПа

# Библиографический список

1. Фридман Я.Б. Единая теория прочности материалов. М.: Оборонгиз, 1943. 94 с.

2. Фридман Я.Б. Деформация и разрушение металлов при статических и динамических нагрузках. М.: Оборонгиз, 1946. 228 с.

3. Фридман Я.Б. Механические свойства металлов. Ч. 1. Деформация и разрушение. М.: Машиностроение, 1974. 472 с.

4. Букатый А.С. Методология оптимизации конструкции и технологии поверхностного упрочнения авиационных деталей на основе критерия жёсткости напряжённо-деформированного состояния. Дис. ... д-ра. техн. наук. Самара, 2019. 312 с.

5. Смирнов-Аляев Г.А. Сопротивление материалов пластическому деформированию. Инженерные методы расчёта операций пластической обработки материалов. М.-Л.: Машгиз, 1961. 463 с.

6. Смирнов-Аляев Г.А. Механические основы пластической обработки металлов. Инженерные методы. Л.: Машиностроение, 1968. 272 с.

7. Смирнов-Аляев Г.А. Сопротивление материалов пластическому деформированию. Инженерные расчёты процессов конечного формоизменения материалов. Л.: Машиностроение, 1978. 368 с.

8. Петерсон Р.Е. Коэффициенты концентрации напряжений. Графики и формулы для расчёта конструктивных элементов на прочность. М.: Мир, 1977. 302 с.

# STRENGTH CALCULATION OF PARTS BASED ON STRESS STATE STIFFNESS

© 2022

A. S. Bukatyi	Doctor of Science (Engineering), Associate Professor; Samara National Research University, Samara, Russian Federation; Head of Laboratory; "Aviaagregat" JSC, Samara, Russian Federation; <u>bukaty@inbox.ru</u>
S. A. Bukatyi	Doctor of Science (Engineering), Professor; Samara National Research University, Samara, Russian Federation; <u>bukaty_sa@mail.ru</u>

In the framework of this research it is shown that strength calculation of the most critical parts requires taking into account the parameter of stress state stiffness determined by the G. A. Smirnov-Alyaev. A method for estimating the level of strain of parts and diagnosing the most critical zones of parts based on dimensionless energy and complex criteria is proposed. The effectiveness of the method that can be used not only to diagnose critical zones, but also to optimize the geometric parameters of the design of critical parts, is shown.

Stress state stiffness; strength of parts; modeling of parts

<u>Citation:</u> Bukatyi A.S., Bukatyi S.A. Strength calculation of parts based on stress state stiffness. *Vestnik of Samara University. Aerospace and Mechanical Engineering*. 2022. V. 21, no. 1. P. 34-41. DOI: 10.18287/2541-7533-2022-21-1-34-41

## References

1. Fridman Ya.B. *Edinaya teoriya prochnosti materialov* [Unified theory of strength of materials]. Moscow: Oborongiz Publ., 1943. 94 p.

2. Fridman Ya.B. *Deformatsiya i razrushenie metallov pri staticheskikh i dinamicheskikh nagruzkakh* [Deformation and fracture of metals under static and dynamic loads]. Moscow: Oborongiz Publ., 1946. 228 p.

3. Fridman Ya.B. *Mekhanicheskie svoystva metallov. Ch. 1. Deformatsiya i razrushenie* [Mechanical properties of metals. Part one. Deformation and fracture]. Moscow: Mashinostroenie Publ., 1974. 472 p.

4. Bukatyy A.S. *Metodologiya optimizatsii konstruktsii i tekhnologii poverkhnostnogo uprochneniya aviatsionnykh detaley na osnove kriteriya zhestkosti napryazhenno-deformirovannogo sostoyaniya. Dis. ... dokt. tekhn. nauk* [Methodology for optimizing the design and technology of surface hardening of aircraft parts based on the criterion of rigidity of the stress-strain state]. Samara, 2019. 312 p.

5. Smirnov-Alyaev G.A. Soprotivlenie materialov plasticheskomu deformirovaniyu. Inzhenernye metody rascheta operatsiy plasticheskoy obrabotki materialov [Resistance of materials to plastic deformation. Engineering methods for calculating operations of plastic working of materials]. M.-L.: Mashgiz Publ., 1961. 463 p. 6. Smirnov-Alyaev G.A. *Mekhanicheskie osnovy plasticheskoy obrabotki metallov. Inzhenernye metody* [Mechanical principles of plastic working of metals. Engineering methods]. Leningrad: Mashinostroenie Publ., 1968. 272 p.

7. Smirnov-Alyaev G.A. *Soprotivlenie materialov plasticheskomu deformirovaniyu. Inzhenernye raschety protsessov konechnogo formoizmeneniya materialov* [Resistance of materials to plastic deformation. Engineering calculations of the processes of final forming of materials]. Leningrad: Mashinostroenie Publ., 1978. 368 p.

8. Peterson R.E. Stress concentration factors. New York: John Wiley & Sons, 1974.

УДК 621.431.75

DOI: 10.18287/2541-7533-2022-21-1-42-56

# ГАЗОДИНАМИЧЕСКОЕ И ПРОЧНОСТНОЕ СОВЕРШЕНСТВОВАНИЕ ОСЕВОЙ ТУРБИНЫ ГАЗОТУРБИННОГО ДВИГАТЕЛЯ ВЕРТОЛЁТА

© 2022

Е. С. Горячкин	кандидат технических наук, доцент кафедры теории двигателей летательных аппаратов; Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва; <u>goriachkin.e.s@gmail.com</u>
Г. М. Попов	кандидат технических наук, доцент кафедры теории двигателей летательных аппаратов; Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва; <u>popov@ssau.com</u>
В. Н. Матвеев	доктор технических наук, профессор кафедры теории двигателей летательных аппаратов; Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва; valeriym2008@rambler.ru
А. И. Щербань	младший научный сотрудник научно-образовательного центра газодинамических исследований; Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва; <u>korneeva.ai@ssau.ru</u>
И. А. Кудряшов	аспирант кафедры теории двигателей летательных аппаратов; Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва; ivan.kudryash1337@gmail.com
С. А. Мельников	инженер-конструктор научно-образовательного центра газодинамических исследований; Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва; <u>m.asergey196@gmail.com</u>

Приводятся результаты разработки предложений по повышению запасов прочности рабочих лопаток и коэффициента полезного действия одноступенчатой осевой турбины компрессора модернизируемого малоразмерного турбовального двигателя с использованием методов многодисциплинарной оптимизации. Анализ первоначального варианта турбины показал, что запас прочности у рабочих лопаток значительно ниже требуемого по нормам прочности. Для устранения возникшей проблемы первоначально решалась задача доводки рабочих лопаток только по прочностным характеристикам, без учёта газодинамических процессов. В результате была получена геометрия рабочих лопаток, которая удовлетворяла прочностным требованиям. Она была использована как стартовая для решения совместной задачи оптимизации лопаточных венцов с учётом газодинамических и деформационных процессов. В результате совместной оптимизации был получен вариант турбины, удовлетворяющий нормам прочности при незначительном уменьшении КПД турбины (на 0,2%).

Осевая турбина; оптимизация газотурбинного двигателя; газодинамика; прочность осевой турбины

<sup>&</sup>lt;u>Шитирование</u>: Горячкин Е.С., Попов Г.М., Матвеев В.Н., Щербань А.И., Кудряшов И.А., Мельников С.А. Газодинамическое и прочностное совершенствование осевой турбины газотурбинного двигателя вертолёта // Вестник Самарского университета. Аэрокосмическая техника, технологии и машиностроение. 2022. Т. 21, № 1. С. 42-56. DOI: 10.18287/2541-7533-2022-21-1-42-56

# Введение

В процессе модернизации турбовального двигателя потребовалось увеличить температуру газа на входе в его турбину компрессора (ТК), что, в свою очередь, обусловило увеличение частоты вращения её рабочего колеса (РК). Повышение температуры газа и частоты вращения привело к увеличению напряжений и снижению запасов прочности рабочих лопаток (РЛ), оказавшихся заметно ниже установленных нормами и правилами, действующими в Российской Федерации в отношении летательных аппаратов гражданской авиации. Запас местной длительной прочности РЛ  $K_{dl_m}$  оказался на 52% меньше, а запас длительной несущей способности РЛ  $K_{dl_m}$  – на 39% меньше, чем допускается нормами прочности.

Поэтому была поставлена задача по разработке предложения конфигурации РЛ, удовлетворяющей требованиям прочности, и формы проточной части (ПЧ) ступени, обеспечивающей максимально возможный КПД турбины.

Турбина компрессора представляет собой осевую малоразмерную неохлаждаемую турбину с высотой лопаток на входе в сопловой аппарат (СА), равной  $h_{_{0CA}} = 26$  мм. Фрагмент ТК в виде лопаток СА и РК представлен на рис. 1.



Рис. 1. Сопловая и рабочая лопатки турбины компрессора

Для решения поставленной задачи использовался метод связанной прочностной и газодинамической оптимизации с использованием численных параметрических трёхмерных деформационной моделей РЛ и модели рабочего процесса ТК.

В качестве программных средств применялись:

- для построения геометрических параметрических моделей конфигурации РЛ и всей проточной части турбины – программа Numeca AutoBlade;

- для формирования трёхмерных конечно-элементных моделей ПЧ – программасеткогенератор Numeca AutoGrid;

- при решении деформационных задач – программа прочностного анализа Ansys Mechanical APDL;

- при решении газодинамических задач и определении значений параметров рабочего процесса ТК – программный комплекс Numeca FINE/Turbo,

а их работа в процессе решения задач оптимизации осуществлялась с помощью программы оптимизации IOSO [1].

# Описание в общем виде алгоритма оптимизации

Алгоритм оптимизации, использованный при модернизации турбины, в общем виде представлен на рис. 2. Исходными данными служили первоначальные значения переменных параметрических моделей конфигурации лопаток и ПЧ турбины

 $x_{1_0}, x_{2_0}, ..., x_{n_0}$ . На их основе с помощью программы Numeca AutoBlade создавались геометрические модели РЛ и всей ПЧ турбины. Затем с помощью программы генератора сеток Numeca AutoGrid формировались конечно-элементные модели ПЧ турбины.

После этого средствами программы сеткогенератора и специальных макросов выполнялся экспорт геометрии РЛ в программу прочностного анализа Ansys Mechanical APDL, где создавалась конечно-элементная модель и проводился расчёт прочностных параметров РЛ  $y_1, y_2, ..., y_k$ . В то же время конечно-элементная модель ПЧ передавалась в программный комплекс Numeca FINE/Turbo для выполнения газодинамических расчётов и определения параметров  $z_1, z_2, ..., z_m$  рабочего процесса турбины, если этот расчёт был востребован при решении конкретной оптимизационной задачи.

В дальнейшем на основе анализа полученных значений  $y_1, y_2, ..., y_k$  и  $z_1, z_2, ..., z_m$  программа IOSO создавала новый комплекс переменных параметрических моделей конфигурации лопаток и ПЧ турбины  $x_{1_i}, x_{2_i}, ..., x_{n_i}$  и решение задачи продолжалось до достижения требуемого результата. Результатом оптимизации являлись набор значений переменных  $x_{1_onm}, x_{2_onm}, ..., x_{n_onm}$ , определяющих геометрию лучших найденных вариантов турбины.

Алгоритм, представленный на рис. 2, предполагает возможность проведения как параллельного прочностного и газодинамического моделирования, так и исключение какого-то одного расчёта, если он временно не требуется в процессе оптимизации.

Работа программы IOSO основана на технологии построения поверхностей отклика. На каждой итерации IOSO выполняется оптимизация поверхности отклика целевой функций в пределах текущей области поиска. В результате оптимизации поверхности отклика формируется потенциально оптимальный вариант, для которого выполняется прямое численное моделирование. Таким образом, в процессе работы IOSO сохраняется информация о поведении системы вблизи точек экстремума целевой функции, благодаря чему поверхность отклика становится более точной для этих областей.



Рис. 2. Общий вид алгоритма оптимизации модернизируемой турбины

При переходе от одной итерации IOSO к другой выполняются следующие шаги: модификация плана эксперимента, адаптивная настройка текущей области поиска, выбор типа целевой функции, модификация поверхности отклика, изменение параметров и структуры оптимизационных алгоритмов и выбор новых потенциально оптимальных вариантов в пределах области поиска.

# Прочностная модель рабочей лопатки

Прочностная модель РЛ реализована в Ansys Mechanical APDL. Схема автоматизированного построения прочностной модели рабочей лопатки показана на рис. 3. На первом этапе в прочностную модель загружается неизменяемая часть лопатки – замок, а затем – профили различных по высоте сечений лопатки. На основе геометрии сечений строится объёмная модель пера лопатки. Далее объёмные модели замка и пера объединяются в модель РЛ и выполняется её разбиение упорядоченной конечно-элементной сеткой.



Рис. 3. Последовательность создания прочностной модели рабочей лопатки

В качестве исходных данных для прочностного моделирования задавалось распределение полной температуры газа в относительном движении по поверхности рабочей лопатки ТК. Это распределение не менялось в процессе оптимизации. Температура в теле лопатки определялась в тепловом расчёте Mechanical APDL.

В результате прочностного расчёта формировался текстовый файл, содержащий информацию о показателях статической и динамической прочности рабочих лопаток:  $K_{dl_m}$  – запас местной длительной прочности;  $K_{dl_B}$  – запас длительной несущей способности;  $\Delta_{freq1}$  – запас в процентах первой собственной частоты лопатки РК от ближайших опасных гармоник;  $\Delta_{freq2}$  – запас в процентах второй собственной частоты лопатки РК от патки РК от ближайших опасных гармоник, а также данные о массе РЛ  $m_{pq}$ .

# Параметрические модели рабочей и сопловой лопаток

Параметрические модели рабочих и сопловых лопаток были реализованы в программе Numeca AutoBlade 5. В процессе оптимизации изменялась форма профилей лопаток СА и РК, а также взаимное положение сечений лопатки, находящихся на различных радиусах.

В исследовании использовалась одинаковая схема параметризации формы профилей сечений рабочей и сопловой лопаток (рис. 4, *a*). В каждом изменяемом сечении менялись лопаточные углы входа и выхода, угол установки и хорда лопатки. Кривые спинки и корытца описывались сплайнами, которые в параметрическом виде задавались радиусом входной и выходной кромок, углом заострения на выходе, а также двумя точками на корытце и тремя точками на спинке.

Схема параметризации взаимного положения сечений лопатки, находящихся на различных радиусах, приведена на рис. 4, б.

Смещение сечений РЛ в осевом и окружном направлениях описывалось сплайнами, форма которых определялась двумя углами  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$ . Смещение сечений сопловых лопаток (СЛ) в осевом и окружном направлениях описывалось линиями, конфигурация которых определялась одним углом  $\alpha$ . Выносы сечений в осевом и окружном направлениях выполнялись независимо друг от друга.



Рис. 4. Схемы параметризации лопаток турбины: а – сечения лопаток; б – выносы сечений по высоте

# Численная модель рабочего процесса турбины

Численная модель потока в проточной части турбины создавалась на базе геометрической модели ТК в программном комплексе Numeca FINE/Turbo (рис. 5). Моделирование выполнялось в трёхмерной стационарной осесимметричной постановке. Учитывались тепловые деформации проточной части и деформация РЛ от действия центробежной силы.

В качестве граничных условий на входе в турбину были заданы радиальные эпюры распределения полного давления и полной температуры. Направление угла потока на входе в турбину было принято осевым. На выходе из турбины задавалось статическое давление на втулочном радиусе. Давление на остальных радиусах рассчитывалось согласно уравнению радиального равновесия. Величина статического давления на выходе из турбины назначалась в соответствии с требуемой степенью понижения полного давления.

Для передачи данных между областями СА и РК применялся встроенный в программный комплекс интерфейс Full Non Matching Mixing Plane. В качестве модели турбулентности использовалась модель Spalart–Allmaras.



Рис. 5. Численная модель рабочего процесса турбины компрессора с граничными условиями

В настоящее время известны рекомендации по выбору настроек сеточных моделей ПЧ неохлаждаемых турбин [2; 3], хорошо зарекомендовавшие себя при моделировании рабочего процесса турбинных ступеней с аэродинамически длинными лопатками. К сожалению, пока не существует аналогичных достоверных рекомендаций для малоразмерных турбин с аэродинамически короткими лопатками [4]. В связи с этим для выбора настроек конечно-элементных моделей ПЧ ТК были выполнены описанные ниже расчётные исследования. При их проведении был использован подход, предложенный в работах [2; 3].

Настройки расчётной сетки характеризовались следующими тремя параметрами. Во-первых, параметром B2B, который представлял собой количество ячеек в одном слое сетки в окружной плоскости. Во-вторых, параметром ER – фактором роста ячеек, который показывал во сколько раз высота последующей ячейки  $y_i$  меньше высоты предыдущей ячейки  $y_{i-1}$  (рис. 6). И, в третьих, параметром MR, который равнялся отношению максимальной высоты ячейки в канале  $y_{max}$  к размеру ближайшей к стенке ячейки  $y_{min}$  (рис. 6).



Для расчётных исследований было создано 10 сеточных моделей с различными настройками. Значения параметров B2B, ER и MR этих сеточных моделей приведены в таблице.

	-	B2B			Количество элементов во всей сеточной модели, млн.	
№ сеточной модели	Обозначение	Количество эле- ментов в одном слое, тыс.	ER	MR		
1	B2B-2	16,3	1,4	250	1,4	
2	B2B-2	16,3	1,4	500	1,2	
3	B2B-2	16,3	1,4	1000	1,06	
4	B2B-2	16,3	1,4	2000	0,93	
5	B2B-2	16,3	1,2	500	1,5	
6	B2B-2	16,3	1,6	500	1,0	
7	B2B-2	16,3	1,8	500	0,96	
8	B2B-1	29,6	1,4	500	2,1	
9	B2B0	44,5	1,4	500	2,9	
10	B2B1	69,5	1,4	500	4,1	

Таблица. Значения параметров конечно-элементных моделей проточной части турбины, использованных при проведении сеточных исследований

Во всех сеточных моделях было обеспечено значение параметра  $y_{+} = 1$ .

Таким образом, для проведения сеточных исследований была сформирована базовая конечно-элементная модель проточной части ТК с параметрами B2B-2, ER = 1,4 и MR = 500 и ещё девять моделей, у которых два параметра были такими же, как и у базовой модели, а третий параметр изменялся.

На основании результатов расчёта выполнен анализ влияния настроек сеточных моделей на значения таких интегральных параметров турбины, как степень понижения давления  $\pi_{\rm r}^*$ , расход газа G, КПД  $\eta_{\rm r}^*$  и распределение значений КПД турбины по высоте ПЧ (рис. 7). Этот анализ показал, что изменение значения параметра В2В практически не оказывает влияния на распределение КПД турбины по высоте ПЧ, но влияет на значения  $\pi_{\rm T}^*$ , G и  $\eta_{\rm T}^*$ . Значения ЕR и MR, напротив, оказывают влияние на распределение КПД турбины по высоте ПЧ и не влияют на интегральные параметры турбины.

Влияние параметра В2В на  $\pi_{T}^{*}$ , *G* и  $\eta_{T}^{*}$  представлено на рис. 7, *a* в виде зависимостей  $\delta_{iB2B1}$ , а именно  $\delta_{\pi}$ ,  $\delta_{G}$  и  $\delta_{\eta}$  от числа элементов в плоской сетке при значениях ER = 1,4 и MR = 500. (Величины  $\delta_{\pi}$ ,  $\delta_{G}$  и  $\delta_{\eta}$  представляют собой соответственно отношения рассчитанных значений  $\pi_{T}^{*}$ , *G* и  $\eta_{T}^{*}$  при различных значениях величины B2B к значениям тех же параметров, подсчитанных на самой подробной сетке при B2B1).

Из графиков на рис. 7, *а* видно, что значения  $\pi_{T}^{*}$ , *G* и  $\eta_{T}^{*}$ , рассчитанные на сетке B2B0, практически не отличаются от значений параметров, рассчитанных на сетке B2B1. Это означает, что, начиная с параметра B2B0, наблюдается сеточная сходимость. Вместе с тем следует отметить, что рассчитанные на самой грубой сетке B2B-2 и на самой подробной сетке B2B1 значения параметров  $\pi_{T}^{*}$ , *G* и  $\eta_{T}^{*}$  отличаются незначительно, не более чем на 0,05...0,25%.



Поэтому с целью экономии времени для выполнения оптимизационных расчётов целесообразно пользоваться сетками с параметром B2B-2, а для поверочных расчётов с целью обеспечения наименьшей погрешности – сетками с параметром B2B1.

Рис. 7. Влияние параметров сеток на результаты моделирования рабочего процесса турбины: a – B2B; б – ER; в – MR

Сравнение рассчитанных распределений значений КПД по высоте ПЧ ТК при различных величинах ER и MR (рис. 7,  $\delta$ ,  $\epsilon$ ) свидетельствует о том, что использование параметра ER более 1,4 приводит к искажению структуры потока в области от 0 до 0,1 относительной высоты проточной части. Использование же значений параметра MR более 500 вызывает изменение структуры потока в области ядра потока, а также в области относительных высот ПЧ от 0 до 0,2.

Поэтому для выполнения оптимизационных расчётов было решено использовать конечно-элементную модель ПЧ с ER = 1,4; MR = 500 и параметром B2B-2 как обеспечивающую повышенную скорость счёта при удовлетворительной точности результатов, а в поверочных расчётах принимать самую подробную сетку с настройками ER = 1,2; MR = 250 и параметром B2B1.

# Оптимизация турбины компрессора

Оптимизация турбины компрессора проводилась с использованием алгоритма, представленного в общем виде на рис. 2, а также прочностной модели РЛ и численной модели рабочего процесса ТК. Для формирования окончательного варианта конфигурации ТК, удовлетворяющего требованиям поставленной задачи, потребовалось пять этапов.

Так как в исходном варианте ТК рабочие лопатки имели запасы прочности существенно меньше требуемых значений, то на первых трёх этапах задача оптимизации решалась только с помощью прочностной модели РЛ без использования модели рабочего процесса турбины. На четвёртом и пятом этапах оптимизация ТК проводилась совместно с помощью прочностной и газодинамической моделей.

### Оптимизация первого этапа

На первом этапе оптимизации была использована параметрическая модель формы РЛ, в которой изменялись профили во втулочном, среднем и периферийном сечениях, а также менялись выносы сечений по высоте лопатки в соответствии со схемой рис. 4, *б*. Кроме этого изменялся радиус галтели РЛ. Суммарное количество варьируемых переменных равнялось 50.

В качестве критериев оптимизации принимались относительные запасы длительной статической  $\overline{K}_{dl_B}$  и длительной местной  $\overline{K}_{dl_m}$  прочности РЛ, которые представляют собой отношения фактических значений коэффициентов запаса к требуемым по нормам прочности.

Решение задачи первого этапа было остановлено после около 3000 обращений оптимизатора к численной модели, так как дальнейшего улучшения критериев прочности не происходило. В результате был сформирован фронт Парето-компромиссных решений, представленный на рис. 8, *a*.



Рис. 8. Результаты оптимизации на первом этапе: а – фронт Парето; б – распределение относительного запаса местной прочности по рабочей лопатке

В процессе решения этой задачи не удалось добиться требуемых значений коэффициентов запаса прочности РЛ. Анализ распределения запаса местной прочности по лопатке показал, что в ней присутствуют две зоны с недостаточным запасом прочности (рис. 8,  $\delta$ ). Одна зона минимального запаса местной прочности находилась в пере лопатки примерно на четверть высоты лопатки ниже периферийного сечения и была обусловлена максимальной температурой лопатки в этом месте. Вторая опасная зона находилась на втулочной галтели лопатки и была вызвана максимальными напряжениями от центробежной силы и высоким градиентом температуры в месте перехода хвостовика в перо лопатки.

Таким образом оказалось, что выполнить прочностную доводку РЛ, используя только три параметрических сечения, невозможно. Это объясняется тем, что уменьшение толщины периферийного профиля сопровождается снижением толщины и профиля в сечении на 0,75 относительной высоты лопатки от втулочного сечения, что способствует прогару лопатки в этом месте. Поэтому на втором этапе оптимизации число параметрических сечений РЛ было увеличено до пяти.

#### Оптимизация второго этапа

На втором этапе задача оптимизации решалась аналогично первому этапу, но форма профилей РЛ менялась в пяти сечениях, равномерно расположенных по высоте лопатки. Суммарное количество переменных было равно 78.

Вследствие наличия двух зон с минимальными запасами местной длительной прочности в качестве критериев оптимизации были приняты относительные запасы местной длительной прочности в пере  $\overline{K}_{dl_m_blade}$  и галтели лопатки  $\overline{K}_{dl_m_fillet}$ . Значение запаса длительной статической прочности  $\overline{K}_{dl_B}$  было принято в качестве ограничения – не менее 1.

В процессе решения задачи оптимизации второго этапа было сделано около 3500 обращений оптимизатора к численной модели. При этом удалось повысить запас местной длительной прочности в пере лопатки до требуемого уровня, однако получить приемлемое значение запаса местной длительной прочности в галтели лопатки не удалось.

При анализе полученных результатов был сделан вывод о том, что ограничивающим фактором, препятствующим получению требуемых результатов, являются свойства используемого материала РЛ.

## Оптимизация третьего этапа

На этом этапе было решено заменить применяемый материал РЛ на другой материал с повышенными прочностными свойствами. Кроме того, для облегчения поиска первоначального варианта конфигурации лопатки из нового материала решение задачи оптимизации проводилось параллельно в трёх постановках с различными исходными данными. В первой постановке было принято допущение, что температура лопатки была уменьшена на 50 градусов по сравнению с температурой на первом и втором этапе за счёт уменьшения температуры газа. Во второй постановке было принято допущение, что требуемый ресурс турбины снижен на 25%, а в третьей постановке требуемый ресурс взят на 50% меньше установленного на первом и втором этапах.

В результате во всех трёх постановках удалось найти конфигурацию РЛ, удовлетворяющую требованиям прочности.

# Оптимизация четвёртого этапа

Полученный на третьем этапе в первой постановке задачи вариант конфигурации РЛ был использован как исходный для запуска решения многодисциплинарной (совместной прочностной и газодинамической) оптимизации турбины на четвёртом этапе. При этом варьируемыми являлись:

– переменные, описывающие форму втулочного и периферийного профилей лопатки СА и пяти профилей лопатки РК (по схеме на рис. 4, *a*);

– переменные, описывающие осевые и окружные выносы профилей сечений лопаток СА и РК (по схеме на рис. 4, *δ*);

– радиус галтели рабочей лопатки;

– значение статического давления на втулочном диаметре на выходе из ТК (данный параметр являлся граничным условием при численном моделировании потока в ступени и был необходим для обеспечения степени понижения давления в турбине в заданном диапазоне).

Суммарное количество варьируемых переменных составило 97.

В качестве ограничений при проведении оптимизации требовалось, чтобы:

 – значения расхода рабочего тела и степени понижения давления не отличались более чем на 0,5% от исходных значений;

– относительные запасы длительной статической и длительной местной прочности были не менее 1.

За критерии оптимизации были приняты КПД турбины и масса её рабочей лопатки. Критерий массы был введён с целью нахождения конфигураций лопаток с минимальной массой, что позволяет уменьшить массу двигателя.

В процессе решения задачи был получен фронт Парето, который показан на рис. 9, *а* в параметрах относительной массы РЛ  $\overline{m}_{rb}$  и относительного КПД турбины  $\overline{\eta}_{CT}^*$  (масса РЛ и КПД оптимизированных вариантов были отнесены соответственно к массе лопатки и КПД исходного варианта ТК).

Для анализа технологичности полученных РЛ было выполнено сравнение формы их профилей после оптимизации с исходной конфигурацией (рис. 9, б). Лопатки СА в процессе оптимизации изменялись незначительно.



Рис. 9. Результаты оптимизации на четвёртом этапе: a – фронт Парето; б – сравнение формы профилей рабочей лопатки до (пунктирная линия) и после (сплошная линия) оптимизации

Из сравнения полученных и исходных профилей РЛ видно, что достижение прочностных ограничений было достигнуто за счёт увеличения площади профилей в нижней половине лопатки. Следует отметить, что и верхняя четверть лопатки стала также толще. В результате в сечениях на относительной высоте лопатки  $\overline{h}_{n} = 0,75$  появился нежелательный «перегиб» профиля – место, при удалении от которого в обе стороны увеличивается толщина профиля лопатки.

Последнее обстоятельство усложняет технологию изготовления лопаток. Поэтому при дальнейшей доводке РЛ была разработана специальная программа, с помощью которой определялись «перегибы» и подсчитывалось их количество. Эта информация в дальнейшем использовалась для корректировки таких профилей.

## Оптимизация пятого этапа

Оптимизация ТК на пятом этапе осуществлялась в двух постановках задачи. При первой постановке форма лопаток РК менялась в пяти сечениях по высоте проточной части. При второй постановке для повышения технологичности форма РЛ менялась в четырёх сечениях на относительных высотах  $\bar{h}_n = 0; 0, 50; 0, 75$  и 1, а сечение на относительной высоте  $\bar{h}_n = 0, 25$  было задано зависимым от параметров остальных сечений. Значения его параметров рассчитывались на основании величины параметров остальных сечений по закону кубического сплайна.

Кроме того, на пятом этапе оптимизации дополнительно была ограничена минимальная толщина профилей на относительных высотах  $\bar{h}_n = 0,75$  и 1, а также осуществлялся контроль наличия «перегибов» профилей.

В качестве критериев оптимизации, как и на четвёртом этапе, были приняты относительный КПД ТК и относительная масса лопатки.

В процессе оптимизации, аналогично задаче четвёртого этапа, требовалось, чтобы:

 – значения расхода рабочего тела и степени понижения давления не отличались более чем на 0,5% от исходных значений;

– относительные запасы длительной статической и длительной местной прочности были не менее 1.

В каждой постановке задачи на пятом этапе потребовалось около 1000 обращений к численной модели.

В результате решения задачи были получены два фронта Парето, представленные на рис. 10, *а*. В качестве окончательного варианта ТК был выбран вариант, который обеспечил максимальное значение КПД (выделен окружностью на рис. 10, *а*), полученный при решении задачи оптимизации во второй постановке. Выбор данного варианта также обусловлен тем, что он имеет более технологичную форму РЛ, чем полученный при решении задачи оптимизации в первой постановке, а разница в массе рабочих лопаток при пересчёте в абсолютные значения незначительна.

Сравнение форм профилей лопаток СА и РК для исходного варианта и варианта, полученного в результате оптимизации ТК, показано на рис. 10, *б*.



Рис. 10. Результаты оптимизации на пятом этапе: а – фронт Парето; б – сравнение формы профилей сопловой и рабочей лопатки до (пунктирная линия) и после (сплошная линия) оптимизации

Сравнение напряжений в РЛ до и после оптимизации приведено на рис. 11, *а*. В результате оптимизации максимальные напряжения во втулочном сечении и сечении на относительной высоте лопатки  $\bar{h}_n = 0,75$  значительно снизились. Уменьшение напряжений во втулочном сечении объясняется увеличением площади втулочного сечения, снижение напряжения в сечении на  $\bar{h}_n = 0,75$  – уменьшением площади периферийного сечения РЛ и массы части лопатки, расположенной между относительными высотами  $\bar{h}_n = 0,75$  и  $\bar{h}_n = 1$ .

В завершении оптимизации ТК было проведено определение распределения значений параметров потока и КПД турбины с помощью поверочной модели рабочего процесса. Сравнение полей Маха в проточной части исходного варианта первого этапа и оптимизированного вариантов ТК (рис. 11,  $\delta$ ) выявило следующие изменения структуры потока: снижение отрывных течений у втулки РК и увеличение интенсивности срывных течений в периферийной области. Величину КПД оптимизированного варианта ТК всё же не удалось довести до его исходного значения, однако он оказался всего лишь на 0,2% меньше, чем у исходного варианта, что весьма незначительно. Поэтому модернизацию ТК было решено прекратить на пятом этапе оптимизации.



Рис. 11. Сравнение параметров турбины до и после оптимизации: а – распределение средних по Мизесу напряжений в рабочей лопатке; б – поля значений числа Маха в проточной части турбины

## Заключение

В результате модернизации ТК были обеспечены потребные запасы прочности РЛ, а также ликвидирован недобор по запасу местной длительной прочности РЛ  $\overline{K}_{dl_m}$  в 52% и по запасу длительной несущей способности РЛ  $\overline{K}_{dl_B}$  в 39%. Дополнительно было выполнено технологическое требование отсутствия «перегибов» профилей сопловых и рабочих лопаток. При этом снижение КПД ТК оказалось вполне приемлемым и равным 0,2%.

## Библиографический список

1. Egorov I.N., Kretinin G.V., Leshchenko I.A., Kuptzov S.V. IOSO optimization toolkit Novel software to create better design // 9th AIAA/ISSMO Symposium on Multidisciplinary Analysis and Optimization (September, 4-6, 2002, Atlanta, Georgia). DOI: 10.2514/6.2002-5514

2. Matveev V., Baturin O., Popov G. The optimization of four-stage low pressure turbine with outlet guide vane // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. 2018. V. 302, Iss. 1. DOI: 10.1088/1757-899X/302/1/012037

3. Popov G., Matveev V., Baturin O., Novikova Y., Volkov A. Selection of parameters for blade-to-blade finite-volume mesh for CFD simulation of axial turbines // MATEC Web of Conferences. 2018. V. 220. DOI: 10.1051/matecconf/201822003003

4. Ремизов А.Е., Вятков В.В., Осокина Е.С., Харченко Р.В. К вопросу решения задачи оптимизации проточной части турбины газогенератора малой размерности // Известия высших учебных заведений. Авиационная техника. 2019. № 1. С. 149-152.

# GASDYNAMIC AND STRENGTH IMPROVEMENT OF THE AXIAL FLOW TURBINE OF A HELICOPTER GAS TURBINE ENGINE

#### © 2022

E. S. Goriachkin	Candidate of Science (Engineering), Associate Professor of the Department of Aircraft Engine Theory; Samara National Research University, Samara, Russian Federation; <u>goriachkin.e.s@gmail.com</u>
G. M. Popov	Candidate of Science (Engineering), Associate Professor of the Department of Aircraft Engine Theory; Samara National Research University, Samara, Russian Federation; <u>popov@ssau.com</u>
V. N. Matveev	Doctor of Science (Engineering), Professor, Professor of the Department of Aircraft Engine Theory; Samara National Research University, Samara, Russian Federation; <u>valeriym2008@rambler.ru</u>
A. I. Shcherban	Junior Research Fellow, Research and Education Centre for Gas-Dynamic Studies; Samara National Research University, Samara, Russian Federation; korneeva.ai@ssau.ru
I. A. Kudryashov	Postgraduate Student of the Department of Aircraft Engine Theory; Samara National Research University, Samara, Russian Federation; <u>ivan.kudryash1337@gmail.com</u>
S. A. Melnikov	Design Engineer, Research and Education Centre for Gas-Dynamic Studies; Samara National Research University, Samara, Russian Federation; <u>m.asergey196@gmail.com</u>

The article presents the results of the development of proposals to increase the safety margin of the blades and the efficiency of a single-stage axial flow turbine compressor of a small-sized turbo-shaft engine being modernized with the use of multidiscipline optimization methods. Analysis of the initial version of the turbine showed that the margin of safety of the working blades is significantly lower than that required by the strength standards. To eliminate the problem encountered the task of blade development was initially solved only according to strength characteristics, without taking into account gas dynamic processes. As a result, the geometry of the working blades that met the strength requirements was obtained. It was used as a starting point for solving the joint task of optimizing the blading, taking into account gas dynamic and deformation processes. As a result of joint optimization, a turbine version meeting the strength standards was obtained, although we had to slightly reduce the efficiency of the turbine by 0,2%.

Axial flow turbine; optimization gas turbine engine; gas dynamics; strength of axial flow turbine

<u>Citation:</u> Goriachkin E.S., Popov G.M., Matveev V.N., Shcherban A.I., Kudryashov I.A., Melnikov S.A. Gasdynamic and strength improvement of the axial flow turbine of a helicopter gas turbine engine. *Vestnik of Samara University. Aerospace and Mechanical Engineering*. 2022. V. 21, no. 1. P. 42-56. DOI: 10.18287/2541-7533-2022-21-1-42-56

#### References

1. Egorov I.N., Kretinin G.V., Leshchenko I.A., Kuptzov S.V. IOSO optimization toolkit Novel software to create better design. 9th AIAA/ISSMO Symposium on Multidisciplinary Analysis and Optimization (September, 4-6, 2002, Atlanta, Georgia). DOI: 10.2514/6.2002-5514

2. Matveev V., Baturin O., Popov G. The optimization of four-stage low pressure turbine with outlet guide vane. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*. 2018. V. 302, Iss. 1. DOI: 10.1088/1757-899X/302/1/012037

3. Popov G., Matveev V., Baturin O., Novikova Y., Volkov A. Selection of parameters for blade-to-blade finite-volume mesh for CFD simulation of axial turbines. *MATEC Web of Conferences*. 2018. V. 220. DOI: 10.1051/matecconf/201822003003

4. Remizov A.E., Vyatkov V.V., Osokina E.S., Kharchenko R.V. To solution of the optimization problem for the small dimension engine core turbine wheel space. *Russian Aeronautics*. 2019. V. 62, Iss. 1. P. 161-170. DOI: 10.3103/S1068799819010240

УДК 621.431.75+539.3

DOI: 10.18287/2541-7533-2022-21-1-57-66

# ХАРАКТЕР ИЗМЕНЕНИЯ ОСТАТОЧНОГО НАПРЯЖЁННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ЗАМКОВЫХ СОЕДИНЕНИЙ ТИПА «ЛАСТОЧКИН ХВОСТ» С УЧЁТОМ НЕЛИНЕЙНЫХ ДЕФОРМАЦИЙ

© 2022

В. С. Жернаков	доктор технических наук, профессор кафедры сопротивления материалов; Уфимский государственный авиационный технический университет; <u>zhvs@mail.rb.ru</u>
Т. Н. Мардимасова	кандидат технических наук, доцент кафедры сопротивления материалов; Уфимский государственный авиационный технический университет, toma_mard@mail.ru
К. В. Конева	аспирант; инженер кафедры сопротивления материалов; Уфимский государственный авиационный технический университет; <u>kseniakoneva95@gmail.com</u>

Приведён общий алгоритм расчёта остаточных напряжений, построенный на методе последовательных нагружений. Выполнено моделирование процесса формирования остаточных напряжений и деформаций в замковых соединениях типа «ласточкин хвост» при нагружении его центробежными силами и последующей разгрузке. Задача решена в нелинейной постановке с учётом деформаций упругости, пластичности и ползучести. Получены поля остаточных напряжений и деформаций в пазах диска. Численное решение задачи выполнено методом конечных элементов в программном комплексе ANSYS. Проведён анализ влияния угла раствора  $\alpha$  на характер распределения зоны пластических деформаций. Угол раствора  $\alpha$  меняли в пределах от 45 до 70°. Установлено, что с развитием деформаций ползучести происходит изменение зоны нелинейных деформаций и характера распределения остаточных напряжений в зоне концентратора. Получены зависимости значения наибольших остаточных напряжений от угла раствора  $\alpha$ , а также их изменение во времени.

Концентрация напряжений; остаточные напряжения; замковые соединения лопаток компрессора; титановый сплав; пластичность; ползучесть; теория старения

<u>Цитирование</u>: Жернаков В.С., Мардимасова Т.Н., Конева К.В. Характер изменения остаточного напряжённодеформированного состояния замковых соединений типа «ласточкин хвост» с учётом нелинейных деформаций // Вестник Самарского университета. Аэрокосмическая техника, технологии и машиностроение. 2022. Т. 21, № 1. С. 57-66. DOI: 10.18287/2541-7533-2022-21-1-57-66

#### Введение

Наиболее распространённым видом соединения рабочих лопаток компрессора с дисками является соединение типа «ласточкин хвост», обеспечивающее простую и надёжную сборку изделия. Замковые соединения работают в сложных силовых и температурных условиях и относятся к числу наиболее нагруженных и ответственных элементов газотурбинных двигателей (ГТД). На максимальных режимах работы ГТД в зонах концентрации напряжений замковых соединений могут возникать пластические деформации и как следствие – остаточные напряжения, играющие существенную роль в обеспечении их прочности и надёжности [1].

В данной работе выполнено исследование остаточного напряжённого состояния в пазах диска замковых соединений типа «ласточкин хвост». Для решения такого класса задач применён алгоритм, позволяющий анализировать и моделировать весь процесс нагружения и деформирования, предшествующий рассматриваемому моменту времени. Моделирование процесса упругопластического деформирования и образования остаточных напряжений выполнено с применением теорий пластичности и их модификаций, а также специальных алгоритмов, обеспечивающих удовлетворительное описание процессов сложного нагружения.

## Теоретические сведения

Общий алгоритм расчёта остаточных напряжений базируется на методе последовательных нагружений [2], основная идея которого состоит в разбиении «истории» нагружения деформируемого тела на этапы по параметру нагружения (или времени) и в предположении, что в пределах каждого достаточно малого этапа нагружение является простым. Решая последовательно краевые упругопластические или упругие задачи для каждого этапа нагружения, можно проследить кинетику напряжённодеформированного состояния, а расчёт завершающего этапа даст значения остаточных напряжений. Это даёт возможность рассчитывать и прогнозировать работоспособность конструкции с учётом технологической наследственности.

Рассмотрим построение отдельных расчётных этапов нагружения. В качестве исходных данных для расчёта некоторого *n*-го этапа принимают параметры напряжённодеформированного состояния, найденные из расчёта предыдущего этапа (n-1). Для первого этапа они соответствуют исходному состоянию тела.

На каждом *n*-м этапе нагружения внешние нагрузки и температура получают приращения и решение упругопластической задачи сводят к расчёту упругого неоднородного тела с переменными параметрами упругости или с дополнительными деформациями [2]. Приращения напряжений, деформаций и перемещений должны удовлетворять всем условиям краевой задачи, сформулированной в приращениях:

- уравнениям равновесия:

$$\frac{\partial}{\partial x}\Delta_{n}\sigma_{x} + \frac{\partial}{\partial y}\Delta_{n}\tau_{xy} + \frac{\partial}{\partial z}\Delta_{n}\tau_{xz} + \Delta_{n}P_{Vx} = 0,$$

$$\frac{\partial}{\partial x}\Delta_{n}\tau_{yx} + \frac{\partial}{\partial y}\Delta_{n}\sigma_{y} + \frac{\partial}{\partial z}\Delta_{n}\tau_{yz} + \Delta_{n}P_{Vy} = 0,$$

$$\frac{\partial}{\partial x}\Delta_{n}\tau_{zx} + \frac{\partial}{\partial y}\Delta_{n}\tau_{zy} + \frac{\partial}{\partial z}\Delta_{n}\sigma_{z} + \Delta_{n}P_{Vz} = 0,$$
(1)

где  $\Delta_n \sigma_x, \Delta_n \sigma_y, \Delta_n \sigma_z$  – приращения напряжений на *n*-м этапе нагружения;  $\Delta_n P_{Vx}, \Delta_n P_{Vy}, \Delta_n P_{Vz}$  – приращения компонентов массовых сил;

- статическим граничным условиям на поверхности S<sub>5</sub>:

$$\begin{cases} \Delta_n \sigma_x l + \Delta_n \tau_{xy} m + \Delta_n \tau_{xz} n = \Delta_n P_{Sx}, \\ \Delta_n \tau_{yx} l + \Delta_n \sigma_y m + \Delta_n \tau_{yz} n = \Delta_n P_{Sy}, \\ \Delta_n \tau_{zx} l + \Delta_n \tau_{zy} m + \Delta_n \sigma_z n = \Delta_n P_{Sz}, \end{cases}$$
(2)

где *l*, *m*, *n* – направляющие косинусы нормали к поверхности в рассматриваемой точке;  $\Delta_n P_{Sx}$ ,  $\Delta_n P_{Sy}$ ,  $\Delta_n P_{Sz}$  – приращения компонентов поверхностной нагрузки;

- геометрическим соотношениям:

$$\Delta_{n}\varepsilon_{x} = \frac{\partial}{\partial x}\Delta_{n}u, \varepsilon_{y} = \frac{\partial}{\partial y}\Delta_{n}v, \Delta_{n}\varepsilon_{z} = \frac{\partial}{\partial z}\Delta_{n}w,$$

$$\Delta_{n}\gamma_{xy} = \frac{\partial}{\partial y}\Delta_{n}u + \frac{\partial}{\partial x}\Delta_{n}v, \Delta_{n}\gamma_{yz} = \frac{\partial}{\partial y}\Delta_{n}w + \frac{\partial}{\partial z}\Delta_{n}v, \Delta_{n}\gamma_{zx} = \frac{\partial}{\partial z}\Delta_{n}u + \frac{\partial}{\partial x}\Delta_{n}w,$$
(3)

- кинетическим граничным условиям на  $S_{\mu}$ :

$$\Delta_n u = \varphi_u, \quad \Delta_n v = \varphi_v, \quad \Delta_n w = \varphi_w, \tag{4}$$

где  $\varphi_u, \varphi_v, \varphi_w$  – заданные величины.

Соотношения (1) – (4) дополняют физическими уравнениями выбранной теории пластичности [5], которые замыкают систему уравнений краевой упругопластической задачи. Решив её выбранным способом, находят приращения компонентов деформаций  $\{\Delta_n \varepsilon\}$  и напряжений  $\{\Delta_n \sigma\}$  на рассматриваемом этапе нагружения. Затем вычисляют их полные значения в конце расчётного этапа нагружения:

$$\{\sigma\}^{n} = \{\sigma\}^{(n-1)} + \{\Delta_{n}\sigma\},$$
  
$$\{\varepsilon\}^{n} = \{\varepsilon\}^{(n-1)} + \{\Delta_{n}\varepsilon\}.$$
  
(5)

Расчёт последнего *N*-го этапа нагружения даёт значения остаточных напряжений и деформаций:

$$\{\sigma^*\} \equiv \{\sigma\}^N = \{\sigma\}^{(N-1)} + \{\Delta_N\sigma\},\$$

$$\{\varepsilon^*\} \equiv \{\varepsilon\}^N = \{\varepsilon\}^{(N-1)} + \{\Delta_N\varepsilon\}.$$
(6)

Отметим, что во многих случаях последний этап нагружения представляет собой разгрузку и охлаждение конструкции.

Существенно, что на каждом этапе формируется итерационный процесс установления характера нагружения в расчётных точках тела. В исходном приближении принимают, что на *n*-м этапе нагружения он сохраняется таким же, что и на предыдущем (n-1)-м этапе. Затем решают упругопластическую задачу, находят приращения компонентов напряжений { $\Delta_n \sigma$ } и деформаций { $\Delta_n \varepsilon$ } на *n*-м этапе в первом приближении. Далее расчёт сводят к установлению истинного характера нагружения в каждой точке тела. С этой целью предварительно определяют приращение интенсивности напряжений в связи с приращением их компонентов:

$$d\sigma_{i} = \frac{\partial\sigma_{i}}{\partial\sigma_{x}}d\sigma_{x} + \frac{\partial\sigma_{i}}{\partial\sigma_{y}}d\sigma_{y} + \frac{\partial\sigma_{i}}{\partial\sigma_{z}}d\sigma_{z} + \frac{\partial\sigma_{i}}{\partial\tau_{xy}}d\tau_{xy} + \frac{\partial\sigma_{i}}{\partial\tau_{yz}}d\tau_{yz} + \frac{\partial\sigma_{i}}{\partial\tau_{xz}}d\tau_{xz}, \tag{7}$$

где  $\sigma_i$  – интенсивность напряжений, определяемая зависимостью

$$\sigma_{i} = \frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{\left(\sigma_{x} - \sigma_{y}\right)^{2} + \left(\sigma_{y} - \sigma_{z}\right)^{2} + \left(\sigma_{z} - \sigma_{x}\right)^{2} + 6\left(\tau_{xy}^{2} + \tau_{yz}^{2} + \tau_{xz}^{2}\right)}.$$
(8)

С учётом (8) соотношение (7) в конечных приращениях приобретает вид:

$$\Delta \sigma_{i} = \frac{3}{2\sigma_{i}} \Big[ (\sigma_{x} - \sigma) \Delta \sigma_{x} + (\sigma_{y} - \sigma) \Delta \sigma_{y} + (\sigma_{z} - \sigma) \Delta \sigma_{z} + 2 (\tau_{xy} \Delta \tau_{xy} + \tau_{yz} \Delta \tau_{yz} + \tau_{xz} \Delta \tau_{xz}) \Big],$$
(9)

где  $\sigma = (\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z)/3$  – среднее напряжение.

Если приращение интенсивности напряжений  $\Delta \sigma_i > 0$ , то в исследуемой точке будет нагружение, если  $\Delta \sigma_i < 0$ , то – разгрузка. В отличие от разгрузки, нагружение может быть упругим или упругопластическим. Условие возникновения пластических деформаций имеет вид

$$\sigma_{i} = \sigma_{T}, \quad d\sigma_{i} > \frac{\partial \sigma_{T}}{\partial T} \partial T, \tag{10}$$

где  $\sigma_{T}$  – мгновенный предел текучести; *T* – температура. Невыполнение условий (10) означает упругое нагружение.

# Численное моделирование и анализ напряжённо-деформированного состояния замкового соединения

На рис. 1 представлена конструкция замкового соединения, состоящего из диска с пазом *l* и хвостовика лопатки *2*. Основные геометрические размеры соединения показаны на рис. 1, где параметры *α*, *h*, *R*, *b*, *l* выбраны в соответствии с ОСТ 111031-81 [4].

В данной работе был выбран вариант с  $\alpha = 70^{\circ}$ , h = 4,5 мм, R = 1 мм, l = 19 мм, R = 9 мм.



Рис. 1. Геометрическая модель замкового соединения

В качестве модели напряжённого состояния конструкции принимаем модель плоского напряжённого состояния [2]. Контактные давления от действия на лопатку центробежной силы, представленной распределённой нагрузкой  $\sigma_0$  на рабочих гранях (рис. 2), считаем равномерно распределёнными и равными:

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_0 d_0 \cos \alpha}{l_k},\tag{11}$$

где  $\sigma_0$  – распределённая нагрузка от действия на лопатку центробежной силы;  $d_0$  – ширина ножки;  $l_k$  – зона контакта, где происходит контактное взаимодействие лопатки с диском.

Диск выполнен из титанового сплава ВТЗ-1 (модуль упругости E = 120 ГПа, коэффициент Пуассона v = 0,3, предел текучести  $\sigma_{\rm T} = 560$  МПа, касательный модуль  $E_{\rm K} = 760$  МПа [3].



Рис. 2. Расчётная схема замкового соединения

Численное решение задачи формирования полей остаточных напряжений, полученных в ходе эксплуатации, выполнено методом конечных элементов с применением программного комплекса ANSYS.

На рис. З показаны эпюры контурных напряжений  $\sigma_{\theta}$  и деформаций  $\varepsilon_{\theta}$  в галтельном переходе при  $\alpha = 70^{\circ}$ . Наибольшие контурные напряжения  $\sigma_{\theta}^{e}$  и деформации  $\varepsilon_{\theta}^{e}$  при упругом деформировании (пунктирные линии) возникают в точке *A*, смещённой от середины галтели на 26° к рабочей грани замка и достигают значений 1038 МПа и 9,27·10<sup>-3</sup> соответственно (рис. 3).

При упругопластическом деформировании (сплошные линии) величина контурных напряжений  $\sigma_{\theta}^{p}$  снижается. Так в точке *A* напряжения  $\sigma_{\theta}^{p} = 824$  МПа, что на 21% ниже, чем при той же нагрузке без учёта деформаций пластичности. Необходимо отметить, что значение контурных деформаций  $\varepsilon_{\theta}^{p}$  в окрестности опасной точки *A* выше, чем при упругом решении, значение  $\varepsilon_{\theta}^{p}$  больше на 5% и достигает 9,77·10<sup>-3</sup>. Зона распространения пластических деформаций заштрихована (рис. 3, *a*) и имеет дугообразную форму.



Рис. 3. Распределение контурных напряжений  $\sigma_{\theta}$  (а) и деформаций  $\varepsilon_{\theta}$  (б) в галтельном переходе для  $\alpha = 70^{\circ}$ 

При разгрузке по контуру диска возникают сжимающие контурные остаточные напряжения  $\sigma_{\theta}^{*}$  (пунктирные линии). Максимальное значение сжимающих контурных остаточных напряжений  $\sigma_{\theta}^{*}$  достигает 214 МПа. Характер контурных деформаций  $\varepsilon_{\theta}^{*}$  носит знакопеременный характер по всей галтели (рис. 3,  $\delta$ ).

Закон распределения осевых напряжений  $\sigma_y$  и деформаций  $\varepsilon_y$  в опасном сечении показан на рис. 4. Установлено, что с развитием пластических деформаций максимум осевых напряжений  $\sigma_{ymax} = 826$  МПа возникает на границе упругой и пластической зон на глубине f = 0,22 мм от контура галтели. Сжимающие остаточные напряжения  $\sigma_y^*$  в опасной точке равны – 212 МПа, а растягивающие остаточные напряжения по величине значительно ниже сжимающих и распространены на глубину до 2,4 мм.

Исследован характер распределения зон пластических деформаций в зоне концентрации напряжений при  $\alpha = 45...70^{\circ}$  (рис. 5). Выявлено, что с уменьшением угла раствора  $\alpha$  зона пластичности растёт, а опасная точка смещается к зоне контакта (точка 1 соответствует  $\alpha = 70^{\circ}$ ,  $2 - \alpha = 60^{\circ}$ ,  $3 - \alpha = 45^{\circ}$ ).



Рис. 4. Эпюра распределения осевых напряжений  $\sigma_v$  и деформаций  $\varepsilon_v$  в опасном сечении для  $\alpha=70^\circ$ 



Рис. 5. Распределение зон пластических деформаций в моделях с различным углом а:  $l - \alpha = 70^{\circ}$ ,  $2 - \alpha = 60^{\circ}$ ,  $3 - \alpha = 45^{\circ}$ 

# Анализ напряжённо-деформированного состояния и остаточных напряжений с учётом ползучести

Замковые соединения работают в зонах высоких температур. Это способствует возникновению деформаций ползучести. Расчёт напряжённо-деформированного состояния диска с учётом деформаций ползучести произведён по теории старения [5] при нагрузке  $\sigma_0 = 300 \text{ M}\Pi a$  и  $t = 300^{\circ} \text{ C}$ . В зоне концентрации напряжений возникают деформации ползучести, в результате появления которых происходит перераспределение полей напряжений и деформаций.

На рис. 6 показаны эпюры осевых напряжений  $\sigma_y$  в опасном сечении при отсутствии наработки (сплошные линии), при наработке 40 ч (пунктирные линии) и 100 ч (штрих-пунктирные линии).



Рис. 6. Распределение осевых напряжений в опасном сечении при  $\sigma_0 = 300 \ M\Pi a \ u \ t = 300^{\circ}C$ и осевых остаточных напряжений  $\sigma_y^*$ :  $a - 0 \ u$ ;  $b - 100 \ u$ 

Пластические деформации распространяются в тело диска на глубину f = 0,138 мм, а осевые максимальные напряжения  $\sigma_{ymax}$  на границе упругой и неупругой зон достигают значения 617 МПа при 0 ч. В процессе наработки зона распространения нелинейных деформаций увеличивается. Через 40 ч глубина f увеличивается до 0,26 мм, а при 100 ч – до 0,32 мм. При этом значение максимальных осевых напряжений снижается, так при 100 ч значение  $\sigma_{ymax}$  достигает 562 МПа. На рис. 6 показаны эпюры максимальных осевых остаточных напряжений  $\sigma_{ymax}^*$  в опасном сечении. Анализ результатов показывает, что развивающиеся деформации ползучести приводят к увеличению сжимающих осевых остаточных напряжений  $\sigma_{ymax}^*$  в опасном сечении. Так при 0 ч (*a*) величина остаточных напряжений достигает 143 МПа, после 40 ч (*б*) значение  $\sigma_{ymax}^*$  увеличивается на 18%, а после 100 ч (в) – на 31%.

Выполнена оценка влияния угла раствора  $\alpha$  на величину остаточных напряжений в конструкциях, работающих при нагружении растягивающим усилием  $\sigma_0 = 250 \text{ M}\Pi \text{a}$  в течение 100 ч при  $t = 300^{\circ} \text{ C}$  (рис. 7).



Рис. 7. Изменение осевых остаточных напряжений  $\sigma_y^*$  во времени в моделях с различным углом а:  $1 - \alpha = 70^\circ$ ;  $2 - \alpha = 60^\circ$ ;  $3 - \alpha = 45^\circ$ 

Так при  $\alpha = 70^{\circ}$  (кривая *1*) величина сжимающих остаточных напряжений увеличилась на 67 МПа, для  $\alpha = 60^{\circ}$  (кривая *2*) – на 45%, а для  $\alpha = 45^{\circ}$  (кривая *3*) – на 14%. Уменьшение угла  $\alpha$  от 70° до 45° приводит к увеличению осевых остаточных напряжений  $\sigma_{ymax}^{*}$ . Наименьшее значение  $\sigma_{ymax}^{*} = 87$  МПа возникает в соединении с  $\alpha = 70^{\circ}$ . При снижении  $\alpha$  до 45° происходит увеличение  $\sigma_{ymax}^{*}$  до 261 МПа при наработке в 100 ч.

#### Заключение

Представлен общий алгоритм расчёта остаточных напряжений, построенный на методе последовательных нагружений. Выполнено моделирование процесса формирования остаточных напряжений и деформаций в замковых соединениях типа «ласточкин хвост» при нагружении его центробежными силами и последующей разгрузке.

Задача решена в нелинейной постановке с учётом деформаций упругости, пластичности и ползучести. Необходимо отметить, что возникающие пластические деформации снижают уровень напряжений в зоне концентрации. Максимум напряжений смещается на границу упругой и неупругой зон. Зона пластичности имеет дугообразную форму. При разгрузке возникают сжимающие остаточные напряжения, которые на границе пластических деформаций меняют свой знак и затем падают до нуля. Проведён анализ влияния угла раствора  $\alpha$  на характер распределения зоны пластических деформаций. Угол раствора  $\alpha$  изменялся в пределах от 45 до 70°.

Исследован характер изменения полей напряжений с учётом ползучести при  $t = 300^{\circ}$  С. Установлено, что с развитием деформаций ползучести происходит изменение зоны нелинейных деформаций и характера распределения остаточных напряжений в зоне концентратора.

В процессе наработки происходит перераспределение полей напряжений за счёт развивающихся деформаций ползучести. Остаточные напряжения, обнаруживаемые после частичной наработки, увеличиваются при дальнейшей эксплуатации. Получены зависимости значения наибольших остаточных напряжений от угла раствора, а также их изменение во времени.

## Библиографический список

1. Мавлютов Р.Р. Концентрация напряжений в элементах авиационных конструкций. М.: Наука, 1981. 141 с.

2. Биргер И.А. Общие алгоритмы решения задач теорий упругости, пластичности и ползучести // В кн.: «Успехи механики деформируемых сред. К 100-летию со дня рождения академика Б.Г. Галеркина». М.: Наука, 1975. С. 51-73.

3. Куликов В.С., Мардимасова Т.Н. Моделирование процессов образования остаточных напряжений при сложном нагружении и упругопластической разгрузке // Вестник Уфимского государственного авиационного технического университета. 2002. Т. 3, № 2 (6). С. 99-109.

4. ОСТ 111031-81. Соединения лопаток с дисками типа «ласточкин хвост» газотурбинных двигателей. Конструкция и размеры. М.: Стандартинформ, 1987. 18 с.

5. Малинин Н.Н. Прикладная теория пластичности и ползучести. М.: Машиностроение, 1975. 400 с.

# THE NATURE OF CHANGE IN THE RESIDUAL STRESS-STRAIN STATE OF DOVETAIL LOCK JOINTS, TAKING INTO ACCOUNT NONLINEAR STRAINS

© 2022

V. S. Zhernakov	Doctor of Science (Engineering), Professor of the Department of Strength of Materials; Ufa State Aviation Technical University, Ufa, Russian Federation; <u>zhvs@mail.rb.ru</u>				
T. N. Mardimasova	Candidate of Science (Engineering), Associate Professor of the Department of Strength of Materials; Ufa State Aviation Technical University, Ufa, Russian Federation; <u>toma_mard@mail.ru</u>				
K. V. Koneva	Postgraduate Student; Engineer, Department of Strength of Materials; Ufa State Aviation Technical University, Ufa, Russian Federation; kseniakoneva95@gmail.com				

A general algorithm for calculating residual stresses based on the method of successive loadings is presented. The process of formation of residual stresses and strains in dovetail lock joints during its loading by centrifugal forces and subsequent unloading is simulated. The problem is solved in nonlinear statement taking into account the elasticity, plasticity and creep strains. The fields of residual stresses and deformations in the grooves of the disk are obtained. The numerical solution of the problem was performed by the finite element method in the ANSYS software package. The influence of the opening angle  $\alpha$  on the nature of plastic strain zoning is analyzed. The opening angle  $\alpha$  was changed in the range from 45° to 70°. It was established that with the development of creep strain, there is a change in the zone of nonlinear deformations and the nature of the distribution of residual stresses in the zone of the concentrator. The dependences of the value of maximum residual stresses on the opening angle  $\alpha$ , as well as their variation over time, are obtained.

*Stress concentration; residual stresses; compressor blade lock joints; titanium alloy; plasticity; creep; aging theory* 

<u>Citation:</u> Zhernakov V.S., Mardimasova T.N., Koneva K.V. The nature of change in the residual stress-strain state of dovetail lock joints, taking into account nonlinear strains. *Vestnik of Samara University. Aerospace and Mechanical Engineering*. 2022. V. 21, no. 1. P. 57-66. DOI: 10.18287/2541-7533-2022-21-1-57-66

#### References

1. Mavlyutov R.R. *Kontsentratsiya napryazheniy v elementakh aviatsionnykh konstruktsiy* [Stress concentration in elements of aircraft structures]. Moscow: Nauka Publ., 1981. 141 p.

2. Birger I.A. Obshchie algoritmy resheniya zadach teoriy uprugosti, plastichnosti i polzuchesti. V kn.: «Uspekhi Mekhaniki Deformiruemykh Sred. K 100-letiyu so Dnya Rozhdeniya Akademika B.G. Galerkina». Moscow: Nauka Publ., 1975. P. 51-73. (In Russ.)

3. Kulikov V.S., Mardimasova T.N. Modeling of the processes of residual stress formation in the case of multi-axial loading and elastic-plastic load removal. *Vestnik UGATU*. 2002. V. 3, no. 2 (6). P. 99-109. (In Russ.)

4. OST 111031-81. Gas turbine engine blade-to-disk dovetail joints. Structure and dimensions. Moscow: Standartinform Publ., 1987. 18 p. (In Russ.)

5. Malinin N.N. *Prikladnaya teoriya plastichnosti i polzuchesti* [Applied theory of plasticity and creep]. Moscow: Mashinostroenie Publ., 1975. 400 p.

УДК 621.454.2

DOI: 10.18287/2541-7533-2022-21-1-67-80

# ОБ ЭФФЕКТИВНОСТИ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ПРИБЛИЖЕНИЯ НАВЬЕ-СТОКСА В ТЕРМОГАЗОДИНАМИЧЕСКОМ РАСЧЁТЕ ЖИДКОСТНЫХ РАКЕТНЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ МАЛОЙ ТЯГИ ПРИ НИЗКИХ ЧИСЛАХ РЕЙНОЛЬДСА

© 2022

А. Д. Максимов	аспирант кафедры теории двигателей летательных аппаратов имени В.П. Лукачева; Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва; <u>asddsa2014@mail.ru</u>
С. А. Шустов	доктор технических наук, профессор кафедры теории двигателей летательных аппаратов имени В.П. Лукачева; Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва; shustov.st@yandex.ru

Представлен численный метод термогазодинамического расчёта жидкостных ракетных двигателей малой тяги, которые используются в качестве исполнительных органов системы управления пространственным положением наноспутников и малых космических аппаратов. Метод основан на использовании программного комплекса TERRA для проведения термодинамического расчёта и программного комплекса ANSYS CFX для проведения газодинамического расчёта с использованием уравнений Навье-Стокса. Приведены результаты термогазодинамического расчёта, а также картина течения рабочего тела в камере. Приводятся результаты проверки адекватности излагаемого метода, анализируются его возможности и ограничения. Проверка адекватности основана на сравнении с результатами экспериментальных данных по числу Рейнольдса и величине потерь удельного импульса тяги.

Жидкостные ракетные двигатели малой тяги; термогазодинамический расчёт; удельный импульс; число Маха; число Рейнольдса; уравнения Навье-Стокса; потери удельного импульса

<u>Шитирование</u>: Максимов А.Д., Шустов С.А. Об эффективности использования приближения Навье-Стокса в термогазодинамическом расчёте жидкостных ракетных двигателей малой тяги при низких числах Рейнольдса // Вестник Самарского университета. Аэрокосмическая техника, технологии и машиностроение. 2022. Т. 21, № 1. С. 67-80. DOI: 10.18287/2541-7533-2022-21-1-67-80

### Введение

Функциональные возможности наноспутников и малых космических аппаратов (МКА) в значительной степени определяются системой управления их пространственным положением, в которых жидкостные ракетные двигатели малой тяги (ЖРДМТ) тягой от  $10^{-3}$  до 10 Н используются в качестве исполнительных органов. Эти двигатели должны отвечать ряду требований: высокая величина удельного импульса, хорошие габаритно-массовые характеристики и низкое энергопотребление.

Основой проектирования указанных ЖРДМТ является термогазодинамический расчёт, эффективные методы проведения которого в указанном выше диапазоне тяг отсутствуют. Это обусловлено сложностью такого расчёта, поскольку необходимо учитывать переменность термодинамических свойств рабочего тела, его сжимаемости и вязкости при больших градиентах термогазодинамических параметров. К точности расчёта предъявляются повышенные требования, что обусловливает необходимость проверки адекватности используемых методов. В связи с этим актуальной является задача разработки эффективного численного метода термогазодинамического расчёта однокомпонентных ЖРДМТ и проверка его адекватности. ЖРДМТ в указанном выше диапазоне тяг соответствуют низкие числа Рейнольдса, в связи с чем в данной работе излагаются результаты решения этой задачи на основе использования уравнений Навье-Стокса и программного комплекса ANSYS CFX. Изложение ведётся на примере ЖРДМТ на однокомпонентном топливе.

# О перспективности двигательных установок на однокомпонентном топливе

Для оценки перспективности использования двигательных установок (ДУ) на однокомпонентных ЖРДМТ для управления наноспутником и МКА был проведён анализ существующих ДУ. Для удобства информация сведена в табл. 1.

Параметр Название	отребляемая ющность, Вт	Тяга, мН	дельный им- пульс, с	Суммарный ампульс, Нс	аправленная масса, кг	ухая масса, кг	Топливо	Количество двигателей
			Y	• 1	e	C		, ,
			Размер 1	U				
			Химически	е ДУ				
VACCO's Standard Micro Propulsion System	1-12	25	40	336	1,8	0,96	R236fa (газ)	4
Busek, BGT-X5	20	500	220-225	565	1,5	1,2	AF- M315E	1
VACCO, SDL Broadhead DV	_	100	190	491	1,6	1,4	LMP- 103S/LT	1
Aurora propulsion technologies, ARM-A	2-20	0,6-4	100	300-600	1,3	1	Водная смесь	6
		Э	лектрическ	ие ДУ				
ThustMe, NPT30-I2	35-65	0,3-1,1	2400	5500	1,2	0,95	Твёрдый йод	1
	Размер 2 U							
	-		Химически	е ДУ				
Benchmark Space System, SmallSat Monopropellant	13	100- 22000	140-320	1000	1,8	1,4	HTP + (optional) Butane	1-12
Benchmark Space System, SmallSat Bipropellant	13	100- 22000	270	1750	2,5	1,8	HTP + NHMF	1
Электрические ДУ								
Busek, BIT-3 RF Ion Thruster	56-80	1,25	2300	30000	2,9	1,4	Твёрдый йод	1

Таблица 1. ДУ для наноспутников и МКА

Для удобства сравнения ДУ введём следующие коэффициенты:

– коэффициент стоимости создания тяги в энергетическом эквиваленте  $C = \frac{N}{P}$ , где N – мощность, Вт; P – тяга двигателя, мН;

– коэффициент массового совершенства  $X = \frac{I_{\Sigma}}{m_{ДY}}$ , где  $I_{\Sigma}$  – суммарный импульс

ДУ, Нс;  $m_{\rm ду}$  – масса ДУ в заправленном состоянии, кг;

– топливный коэффициент  $Y = \frac{m_{cдy}}{m_{dy}}$ , где  $m_{cdy}$  – масса сухой ДУ, кг.

Кроме того, использовались дополнительные показатели:

- состав ДУ (двигатели коррекции и управления);
- необходимость в сложных агрегатах регулирования и автоматики;
- необходимость и возможность обеспечения импульсного режима работы;
- динамика исполнения команд (высокая, задержка исполнения);
- экологичность.

Рассмотрим показатели эффективности ДУ, представленные в табл. 1 и сведённые в табл. 2. Из приведённых таблиц видно, что по критерию стоимости тяги однокомпонентные ДУ являются самыми экономичными при высоком коэффициенте массового совершенства, уступая по этому параметру только электрическим, которые, в свою очередь, требуют очень большого количества энергии, а также не обеспечивают ориентацию по всем степеням свободы. Анализ существующих ЖРДМТ, представленных в [1], показывает, что в настоящее время отсутствуют двигатели в диапазоне тяг от  $10^{-3}$  до 0,1 H и лишь ведутся работы по их проектированию, которые находятся на различных стадиях разработки [2].

Показатели Тип ДУ	С	X	Y	Состав ДУ	Сложные агрегаты	Импульсный режим	Динамика	Экологич- ность		
	Размер 1 U									
На холодном газе	0,1	197–217	0,55	+	_	+	+	+		
На горячем газе	0,7–1,5	314-350	0,55-0,76	+	_	+	_	+		
На однокомпонент- ном топливе	0,04	306-376	0,76–0,88	_	_	+	+	+		
На сжиженном газе	3	400	0,42	+	+	+	_	_		
На водной основе	3-5	231-461	0,77	+	+	_	_	+		
На порошковом топливе	0,05-1,5	46-120	0,9	+	+	_	_	+		
Импульсно- плазменная	137–171	2100-3570	0,8	_	+	_	_	+		
Ионная ДУ	114-800	4583-5556	0,76–0,8	_	+	_	_	+		
Размер 2 U										
На однокомпонент- ном топливе	0,0006-0,13	556-790	0,58–0,78	+	_	+	+	+		
На двухкомпонент- ном топливе	0,0006-0,13	700	0,72	_	+	+	+	_		
На порошковом топливе	0,05-1,5	89–160	0,87	+	+	_	_	+		
Ионная	45-64	10345	0,5	_	+	_	+	+		

Таблица 2. Показатели эффективности ДУ на различных физических принципах

# Задачи термогазодинамического расчёта как ключевого инструмента проектирования

На этапе проектирования ЖРДМТ в процессе термогазодинамического расчёта необходимо решать широкий круг задач, связанных с обеспечением их высокой экономичности, приемлемых массово-габаритных характеристик и требуемого уровня надёжности, а также сокращением сроков и стоимости проектирования.

Из этого круга задач выделим наиболее важные:

 – определение термодинамических параметров рабочего тела на входе в сопло и по длине сопла – химического состава, температуры, давления, теплофизических свойств продуктов сгорания, идеальные расходно-тяговые и энергетические параметры;

– определение в процессе газодинамического расчёта потерь удельного импульса из-за трения  $(\xi_{rp})$ , рассеяния  $(\xi_p)$ , химической неравновесности  $(\xi_{x,H})$ , коэффициента расхода  $\mu_c$ , коэффициента полноты удельного импульса в сопле  $\varphi_c$ , величины удельного импульса  $J_{y,H}^{\partial}$  и тягового комплекса  $K_{Pn}^{\partial}$  в пустоте с учётом потерь;

– определение теоретического контура камеры, обеспечивающего максимально возможную величину удельного импульса с учётом габаритно-массовых и технологических ограничений; термогазодинамический расчёт является примером сопряженной задачи, в которой результаты термодинамического расчёта являются основой газодинамического расчёта.

Заметим при этом, что результаты термогазодинамического расчёта являются исходными для таких видов расчётов, как тепловой и прочностной.

## Используемый численный метод термогазодимического расчёта

ANSYS CFX – это профессиональный аналитический комплекс для решения термо-, гидро- и газодинамических задач. В нём используется более 16-ти моделей турбулентности. Решатели ANSYS CFD основаны на методе контрольных объёмов, в котором расчётная область разбивается на множество локальных элементов. Для каждого локального элемента записывается система законов сохранения массы, импульса и энергии в интегральной форме, которая затем преобразуется к системе алгебраических уравнений относительно искомых величин – плотности, скорости, температуры и др. в центрах расчётных ячеек.

Набор уравнений, решаемых ANSYS CFX, представляет собой нестационарные уравнения Навье-Стокса в их консервативной форме. Эти уравнения описывают процессы переноса импульса, тепла, массы и имеют вид [3]:

- уравнение неразрывности

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \left( \rho U \right) = 0 ,$$

где  $\rho$  – плотность среды; U – вектор скорости;

- уравнение сохранения количества движения:

$$\frac{\partial(\rho U)}{\partial t} + \nabla(\rho U \otimes U) = -\nabla p + \nabla \tau,$$

где  $\tau = \mu \left( \nabla U + \left( \nabla U \right)^T - \frac{2}{3} \partial \nabla U \right)$  – тензор напряжения;  $\mu$  – динамическая вязкость сре-

ды;  $\otimes$  – тензорное умножение; p – давление;  $\delta$  – единичная матрица;

уравнение сохранения энергии:

$$\frac{\partial(\rho i)}{\partial t} + \nabla(\rho U i) = \nabla(\lambda \nabla T) + \frac{\partial p}{\partial t} + U \nabla p + \Phi + S,$$

где *i* – удельная энтальпия; Ф – диссипативная функция, учитывающая работу сил трения; *S* – источниковый член.

Для замыкания этой системы используется уравнение состояния:

$$p = \rho RT$$

где *R* – газовая постоянная среды; *T* – температура среды соответственно.

Существует ряд различных методов решения, которые используются в кодах CFD. Наиболее распространённый тот, который известен как метод конечного объёма. В этом методе область интереса делится на небольшие субрегионы, называемые контрольными объёмами. Уравнения дискретизируются и решаются итеративно для каждого контрольного объёма. В результате можно получить аппроксимацию значения каждой переменной в определённых точках по всей области. Таким образом, можно получить полную картину поведения потока.

Для проведения исследования течения рабочего тела в соплах были построены 3D модели в Компас v.18, теоретический контур камеры представлен на рис. 1.

Для уменьшения времени расчёта использовались секторные модели камер в 45°. Полученные модели были разбиты на сетку конечных элементов (КЭ) в Ansys Meshing (рис. 2).





Рис. 2. Сеточная модель камеры двигателя тягой 10 мН

Количество КЭ каждой сеточной модели составляло порядка 100 000 элементов. Для улучшения параметров сетки было установлено значение параметра *Relevance* равным 100. В качестве метода построения сетки выбран *Sweep method*, для настроек узлов конечных элементов, находящихся в серединах сторон, использовались глобальные настройки. *Src/Trig Selection – Manual Source and Target. Free Face Mesh Tupe – All Quad.* Для измельчения сетки вблизи поверхности камеры использовалась функция *Inflation* (сгущение сетки вблизи стенки) по продольному сечению сектора камеры, а также измельчение критического сечения функцией *Face sizing*.

После разбиения были наложены граничные условия, представленные на рис. 3. Для более корректного расчёта в соответствии с рекомендациями [4] была добавлена выходная область, имитирующая окружающую среду.



Рис. 3. CFD модель с граничными условиями

Термодинамические параметры рабочего тела на границах рабочей области должны определяться в процессе численного решения уравнений химической термодинамики для химического состава и термодинамических свойств продуктов сгорания [5; 6] с учётом особенностей используемого топлива. В данной работе термодинамический расчёт рассматривается применительно к рабочему телу, которое является продуктами разложения гидразина, который в присутствии катализатора разлагается с выделением тепла и образованием газообразных продуктов – аммиак, азот и водород. Характер процесса каталитического разложения гидразина довольно сложен и зависит от геометрической формы и размеров камеры разложения, природы и характеристик катализатора, времени разложения и других факторов.

Термическое разложение гидразина  $N_2H_4$  происходит по двум последовательным реакциям [7; 8]:

$$3N_2H_4 = 4NH_3 + N_2 + 335,5$$
кДж, (1)

$$4NH_3 = 2N_2 + 6H_2 - 184,2$$
 кДж. (2)

В работах [7; 8] показано, что химическая реакция (2) более медленная, чем реакция уравнения (1). Время пребывания в камере ЖРДМТ может составлять несколько миллисекунд, поэтому естественно ожидать, что только часть NH<sub>3</sub> разложится по уравнению (2).

Если реакция уравнения (1) протекает полностью, а реакция (2) частично, то общая реакция разложения гидразина может быть представлена в зависимости от мольной доли разложившегося NH<sub>3</sub> [7]:

$$3N_2H_4 = 4(1-x)NH_3 + (1+2x)N_2(6x)H_2 + (335,5-184,2x)\kappa \mu_{3}$$

где x – степень диссоциации  $NH_3$ .

Таким образом, характеристики гидразина, применяемого в качестве жидкого топлива в ЖРДМТ, зависят от количества диссоциированного NH<sub>3</sub>.

Существенное влияние на степень диссоциации  $NH_3$  оказывает время пребывания гидразина в каталитической камере ЖРДМТ, которое зависит от объёма камеры и её расходонапряжённости. Для камер современных ЖРДМТ степень диссоциации  $NH_3$  находится в диапазоне  $0 \le x \le 0, 5$ .

Для термодинамического расчёта химического состава и термодинамических свойств использовался программный комплекс TERRA [9].

Сходимость решения в ANSYS CFX оценивалась по математическим и интегральным параметрам, которые были постоянны для установившегося решения (рис. 4).

Величина удельного импульса определялась по следующей формуле:

$$J_{y} = w_{a} + \frac{p_{a}F_{a}}{\dot{m}},$$

где  $w_a$  – скорость истечения рабочего тела на срезе сопла;  $p_a$  – давление рабочего тела на срезе сопла;  $F_a$  – площадь среза сопла;  $\dot{m}$  – массовый расход рабочего тела.



Рис. 4. Оценка сходимости решения:

а – монитор математических невязок; б – монитор массового расхода; RMS – Residual Normalization Procedure; P-Mass – уравнение неразрывности; U-Mom, V-Mom, W-Mom – три уравнения моментов количества движения (по U, V и W)

# Результаты термогазодинамического расчёта

На рис. 5 представлены зависимости удельного импульса от геометрической степени расширения сопла в идеальном приближении и с учётом потерь для ЖРДМТ тягой 10 мН.

Эти зависимости показывают существенное влияние вязкости на потери удельного импульса, которые на срезе сопла составляют 12%, при этом зависимость удельного импульса от геометрической степени сопла для ЖРДМТ тягой 10 мН имеет немонотонный характер с максимумом при  $F_a$  порядка 80.



Рис. 5. График зависимости удельного импульса от геометрической степени расширения сопла (a); распределение числа Маха при F<sub>a</sub> = 100 (б)



Рис. 6. Распределения числа Маха в камере тягой 1000 H при  $F_a = 500$ 

На рис. 6 показаны результаты расчётного определения числа Маха в сопле ЖРДМТ тягой 1000 Н. При этой величине тяги течение близко к идеальному, при котором на срезе сопла за исключением области тонкого пограничного слоя вблизи стенки число Маха является постоянным и равно 8, что соответствует термодинамическому расчёту. Некоторая неравномерность поля чисел Маха внутри сопла обусловлена наличием скачков уплотнения, поскольку стенка конической сверхзвуковой части сопла не является линией тока.

Рис. 5 показывает, что при тяге ЖРДМТ 10 мН влияние вязкости существенно изменяет поле чисел Маха: одномерное ядро потока в сверхзвуковой части сопла практически отсутствует, а среднее числа Маха на срезе сопла уменьшается более чем в два раза по сравнению с термодинамическим расчётом.

Таким образом, можно сделать вывод, что влияние вязкости на поле течения и величину удельного импульса по мере уменьшения тяги ЖРДМТ при размерности таких камер становится значительным. При этом приближение Навье-Стокса даёт правильное качественное описание этого процесса.

## Методика и результаты проверки адекватности используемого метода термогазодинамического расчёта

Важную роль в систематизации как расчётных, так и экспериментальных результатов исследования влияния вязкости на расходно-тяговые и энергетические характеристики сопел ракетных двигателей играет величина числа Рейнольдса.

Применительно к течениям в соплах маршевых жидкостных ракетных двигателей (ЖРД) используется число Рейнольдса [5]
$$\operatorname{Re}_{wo} = \frac{w_{\max} \rho_{oc} L_a}{\eta_w},$$

где  $L_a$  – полная длина сопла;  $w_{max}$  – максимальная скорость истечения газа в вакуум;  $\eta_w$  – динамический коэффициент вязкости (Па·с), индекс «*o*» соответствует заторможенным значениям параметра, индекс «*c*» соответствует параметрам на входе в сопло, индекс «*w*» – параметрам на стенке.

Однако применительно к исследованиям влияния вязкости на расходно-тяговые и энергетические характеристики сопел РДМТ используются различные виды числа Рейнольдса, в которых характерным размером является диаметр минимального сечения сопла  $d_*$ . Некоторые из этих чисел Рейнольдса представлены выражениями (3) и (4):

$$\operatorname{Re}_{2} = \frac{a_{*}\rho_{oc}d_{*}}{\eta_{w}},\tag{3}$$

$$\operatorname{Re}_{5} = \frac{4\dot{m}_{u\partial}}{\pi d_{*} \eta_{0}} = \frac{\rho_{*} a_{*} d_{*}}{\eta_{w}},\tag{4}$$

где  $\dot{m}_{u\partial}$  – идеальный массовый расход;  $a_*$ ,  $\rho_*$  – скорость звука и плотность в минимальном сечении сопла.

Для обобщённого представления экспериментальных результатов число Рейнольдса  $\text{Re}_2$  использовалось в работе [10], а число Рейнольдса  $\text{Re}_5$  – в работе [11]. Заметим, что числа Рейнольдса  $\text{Re}_2$  и  $\text{Re}_5$ , определяемые выражениями (3), (4), существенно не отличаются друг от друга и могут быть выражены одно через другое. Так, например, число Рейнольдса  $\text{Re}_2$  может быть выражено через число Рейнольдса  $\text{Re}_5$  следующим образом:

$$\operatorname{Re}_{2} = \frac{\operatorname{Re}_{5}}{\varepsilon_{*}},\tag{5}$$

где  $\varepsilon_* = \rho_* / \rho_{oc}$ .

В дальнейшем изложении используется число Рейнольдса Re<sub>2</sub>, определяемое выражением (3), которое с учётом уравнения (5) можно представить в следующем виде:

$$\operatorname{Re}_{2} = \frac{a_{*}}{R_{c_{oc}}T_{oc}\eta_{w}}p_{oc}d_{*}.$$
(6)

Здесь сомножитель  $\frac{a_*}{R_{c_{oc}}T_{oc}\eta_w}$  определяется термодинамическими свойствами продуктов сгорания при заданной величине *x* – степени разложения аммиака, а сомножитель

тов сторания при заданной величине x – степени разложения аммиака, а сомножитель  $p_{oc}d_*$  пропорционален величине тяги;  $R_{z_{oc}} = R_0/\mu_{z_{oc}}$  – газовая постоянная продуктов сгорания на входе в сопло;  $R_0$  – универсальная газовая постоянная;  $\mu_{z_{oc}}$  – молекуляр-

ная масса продуктов сгорания на входе в сопло;  $T_{oc}$  – температура продуктов сгорания на входе в сопло.

Связь величины тяги ЖРДМТ с числом Рейнольдса Re<sub>2</sub>, полученная на основе использования выражения (6), показана в табл. 3, при этом для определения термодинамических параметров, входящих в выражение (6), использовался программный комплекс TERRA.

		Re <sub>2</sub>	
Р, Н	x = 0	<i>x</i> = 0,25	<i>x</i> = 0, 5
10 <sup>-3</sup>	242	262	296
$10^{-2}$	792	859	970
0,1	$4 \cdot 10^{3}$	$4, 3 \cdot 10^3$	$4,8.10^{3}$
1	$1,6 \cdot 10^4$	$1, 8 \cdot 10^4$	$2 \cdot 10^4$
10	$5, 2 \cdot 10^4$	$5, 6.10^4$	6,3·10 <sup>4</sup>

Таблица 3. Зависимость числа Рейнольдса Re2 от тяги и степени разложения аммиака

Методика проверки адекватности газодинамического расчёта на основе использования уравнений Навье-Стокса основана на сравнении расчётных и экспериментальных зависимостей коэффициента полноты удельного импульса  $\varphi(\text{Re}_2) = J_{y,n}^{\partial}(\text{Re}_2/J_{y,n}^{u\partial})$  и потерь удельного импульса  $\xi(\text{Re}_2) = 1 - \varphi(\text{Re}_2)$ .

Результаты расчётного определения значений удельного импульса в пустоте на основе использования уравнений Навье-Стокса приведены в табл. 4 и на рис. 7.

Сравнение расчётных и экспериментальных зависимостей  $\varphi_J(\text{Re}_2)$  на рис. 7 показывает, что между ними имеется качественное согласование, однако расчёт с использованием уравнений Навье-Стокса даёт более высокие по сравнению с экспериментом значения коэффициента полноты потерь удельного импульса.

$d_*$	$p_{oc}$	$\Theta_2$	$J^{u \partial}_{y.n}$	$J_{y.n}^{\scriptscriptstyle H.c}$	$arphi^{{}_{\!$	$arphi_J^{_{ m > KCN}}$	Δ
ММ	МΠа	град	м/с	м/с	_	_	%
1	2	3	4	5	6	7	8
$P = 10^{-3} \mathrm{H}$							
0,11	0,1	20	2520	2041	0,810	0,720	32
	$P = 10^{-2} \mathrm{H}$						
0,3	0,1	20	2520	2248	0,892	0,820	40
P = 0,1 H							
0,72	0,25	20	2520	2395	0,950	0,910	44
P = 1  H							
1,5	0,5	17,5	2520	2440	0,968	0,940	47
P = 10  H							
4,74	0,5	17,5	2520	2458	0,975	0,97	17

Таблица 4. Результаты расчётного и экспериментального определения коэффициента полноты удельного импульса (x=0,25,  $\overline{F}_a$ =100)



Рис. 7. Результаты расчётного и экспериментального определения зависимости  $\varphi(\text{Re}_2)$ :

1 – результаты расчёта на основе использования уравнений Навье-Стокса; 2– зависимость, аппроксимирующая результаты эксперимента;

 $\circ$  – эксперимент Марча с соавт. (рабочее тело водород при температуре 815°С,  $\Theta_2 = 20^\circ$ ) [10];

• – эксперимент Бутенко с соавт. (рабочее тело продукты разложения аммиака,  $\Theta_2 = 17,5^\circ$ ) [11];

 $\Delta$  – эксперимент НИЦ КЭ Самарского университета (рабочее тело воздух

при температуре 300 К,  $\Theta_2 = 15^\circ$ ) [12]

Для количественной оценки отличия результатов расчёта и эксперимента использовался параметр

$$\Delta = \frac{\left|\xi_J^{\mathfrak{skcn}} - \xi_J^{\mathfrak{n.c}}\right|}{\xi_J^{\mathfrak{skcn}}} 100\%,$$

где  $\xi_J = 1 - \varphi_J$ . Значения параметра  $\Delta$  приведены в столбце 8 табл. 4. Эти значения показывают, что приемлемое согласование между расчётом и экспериментом наблюдается лишь у верхней границы рассматриваемого диапазона тяг (для тяги 10 Н величина  $\Delta$ составляет 17%). В остальном диапазоне тяг различие между расчётом и экспериментом находится в диапазоне от 32 до 47%.

#### Заключение

В диапазоне тяг от 10<sup>-3</sup> до 10<sup>3</sup> Н проведён анализ возможностей и ограничений численного метода термогазодинамического расчёта ЖРДМТ, основанного на использовании уравнений Навье-Стокса.

Основные возможности изложенного метода заключаются в следующем:

– метод обеспечивает получение полей термогазодинамических параметров (температура, давление, скорость, число Маха и т.д.) во всей области течения рабочего тела в камере ЖРДМТ от входа в сопло до среза;

метод позволяет учитывать неравномерность термогазодинамических параметров в сверхзвуковой конической части сопла, связанных с наличием скачков уплотнения из-за того, что стенка не является линией тока;

 метод обеспечивает учёт влияния внешней среды на течение в дозвуковой части пограничного слоя; это влияние увеличивается по мере снижения числа Рейнольдса Re, и увеличения геометрической степени расширения сопла. Основные ограничения изложенного метода состоят в следующем:

– необходимо в рамках квази-сопряжённой задачи дополнительно привлекать термодинамическую модель;

– необходимо введение дополнительных расчётных процедур для определения интегральных энерготяговых характеристик ЖРДМТ, в том числе удельного импульса тяги и потерь удельного импульса;

 – значительные временные затраты (порядка 5 часов на один расчёт, не считая времени на подготовку и настройку расчётной модели);

– значительная погрешность в определении потерь удельного импульса, диапазон которой составляет от 17 до 46%.

Полученные в работе результаты показывают актуальность дальнейшей разработки численного метода термогазодинамического расчёта ЖРДМТ при низких числах Рейнольдса, содержащего возможности изложенного метода, основанного на использовании приближения Навье-Стокса и свободного от его ограничений.

# Библиографический список

1. Максимов А.Д., Чубенко Т.А. Модель двигательной установки системы управления малым космическим аппаратом // Полёт. Общероссийский научнотехнический журнал. 2021. № 1. С. 38-50.

2. ОКБ «Факел». Продукция. Стационарные плазменные двигатели. https://fakelrussia.com/produkciya

3. ANSYS CFX-Solver Modeling Guide, 2013, ANSYS Inc.

4. Егорычев В.С., Шаблий Л.С., Зубанов В.М. Моделирование внутрикамерного рабочего процесса РДМТ на газообразных кислороде и водороде в ANSYS CFX: учеб. пособие. Самара: Изд-во Самарского университета, 2016. 136 с.

5. Термодинамические и теплофизические свойства продуктов сгорания: Справочник в 10 томах / под ред. акад. Глушко В.П. Т. 1. Методы расчёта. М.: ВИНИТИ АН СССР, 1971. 266 с.

6. Термодинамические и теплофизические свойства продуктов сгорания: Справочник в 10 томах / под ред. акад. Глушко В.П. Т. 4. Топлива на основе четырехокиси азота. М.: ВИНИТИ АН СССР, 1973. 528 с.

7. Сарнер С. Химия ракетных топлив. М.: Мир, 1969. 488 с.

8. Алемасов В.Е., Дрегалин А.Ф., Тишин А.П. Теория ракетных двигателей: учеб. для студентов втузов. М.: Машиностроение, 1989. 464 с.

9. Егорычев В.С. Термодинамический расчёт и проектирование камер ЖРД с СПК TERRA: учеб. пособие. Самара: Изд-во Самарского государственного аэрокосмического университета, 2013. 108 с.

10. Марч С. и др. Характеристики сопел для двигателей малой тяги // Вопросы ракетной техники. 1968. № 11. С. 36-48.

11. Бутенко В.А., Рылов Ю.П., Чиков В.П. Экспериментальное исследование характеристик малоразмерных сопел // Известия Российской академии наук. Механика жидкости и газа. 1976. № 6. С. 137-140.

12. Шустов С.А. Апробация численной модели учёта влияния вязкости на течение в соплах ракетных двигателей малой тяги в приближении ламинарного пограничного слоя со скольжением // Вестник Самарского государственного аэрокосмического университета имени академика С.П. Королёва. 2009. № 1 (17). С. 69-78. DOI: 10.18287/2541-7533-2009-0-1(17)-69-78

# ON THE EFFICIENCY OF USING THE NAVIER-STOKES APPROXIMATION IN THERMOGASDYNAMIC CALCULATION OF LOW-THRUST LIQUID-PROPELLANT ROCKET ENGINES AT LOW REYNOLDS NUMBERS

© 2022

A. D. Maksimov	Postgraduate Student of the Department of Aircraft Engine Theory named after V.P. Lukachev; Samara National Research University, Samara, Russian Federation; <u>asddsa2014@mail.ru</u>
S. A. Shustov	Doctor of Science (Engineering), Associate Professor, Professor of the Department of Aircraft Engine Theory named after V.P. Lukachev, Samara National Research University, Samara, Russian Federation; <u>shustov.st@yandex.ru</u>

A numerical method for thermogasdynamic calculation of low-thrust liquid rocket engines is presented. These engines are used as end organs of the system of space attitude control for nanosatellites and small spacecraft. The method is based on the use of the TERRA software package for thermodynamic calculation and the Ansys CFX software package for gas-dynamic calculation using the Navier-Stokes equations. The results of the thermogasdynamic calculation, as well as the flow pattern of the working fluid in the chamber, are presented. The results of validating the described method are also presented. Its capabilities and limitations are analyzed. The validation procedure is based on the comparison with the results of experimental data on the Reynolds number and the momentum thickness.

Low-thrust liquid-propellant rocket engines; thermogasdynamic calculation; propulsion unit; specific impulse; Mach number; Reynolds number; Navier-Stokes equations; specific impulse loss

<u>Citation:</u> Maksimov A.D., Shustov S.A. On the efficiency of using the Navier-Stokes approximation in thermogasdynamic calculation of low-thrust liquid-propellant rocket engines at low Reynolds numbers. *Vestnik of Samara University. Aerospace and Mechanical Engineering*. 2022. V. 21, no. 1. P. 67-80. DOI: 10.18287/2541-7533-2022-21-1-67-80

### References

1. Maksimov A.D., Chubenko T.A. Model of the propulsion unit of the small spacecraft control system. *Polyot. All-Russian Scientific-Technical Journal.* 2021. No 1. P. 38-50. (In Russ.)

2. *OKB «Fakel»*. *Produktsiya*. *Statsionarnye plazmennye dvigateli* [EDB «Fakel». Productions. Plasma thrusters]. Available at: https://fakel-russia.com/produkciya

3. ANSYS CFX-Solver Modeling Guide, 2013, ANSYS Inc.

4. Egorychev V.S., Shabliy L.S., Zubanov V.M. *Modelirovanie vnutrikamernogo* rabochego protsessa RDMT na gazoobraznykh kislorode i vodorode v ANSYS CFX: ucheb. posobie [Simulation of intrachamber work process of a low-thrust rocket engine fueled by gaseous oxygen and hydrogen in ANSYS CFX software package]. Samara: Samara University Publ., 2016. 136 p.

5. Termodinamicheskie i teplofizicheskie svoystva produktov sgoraniya: Spravochnik v 10 tomakh / pod red. akad. Glushko V.P. T. 1. Metody rascheta [Thermodynamic and thermophysical properties of combustion products: Reference guide in 10 volumes / ed. by V.P.Glushko.V.1. Methods of calculation]. Moscow: VINITI AN SSSR Publ., 1971. 266 p.

6. Termodinamicheskie i teplofizicheskie svoystva produktov sgoraniya: Spravochnik v 10 tomakh / pod red. akad. Glushko V.P. T. 4. Topliva na osnove chetyrekhokisi azota [Thermodynamic and thermophysical properties of combustion products: Reference guide in 10 volumes / ed. by V.P.Glushko. V.4. Nitrogen peroxide-based propellants]. Moscow: VINITI AN SSSR Publ., 1972. 528 p. 7. Sarner S.F. Propellant chemistry. New York: Reinhold Publishing Corporation, 1966. 350 p.

8. Alemasov V.E., Dregalin A.F., Tishin A.P. *Teoriya raketnykh dvigateley: ucheb. dlya studentov vtuzov* [Theory of rocket engines]. Moscow: Mashinostroenie Publ., 1989. 464 p.

9. Egorychev V.S. *Termodinamicheskiy raschet i proektirovanie kamer ZhRD s SPK TERRA: ucheb. posobie* [Thermodynamic calculation and design of liquid-propellant engines in TERRA software package]. Samara: Samara State Aerospace University Publ., 2013. 108 p.

10. March S. et al. Characteristics of nozzles for low-thrust engines. *Voprosy Raketnoy Tekhniki*. 1968. No. 11. P. 36-48. (In Russ.)

11. Butenko V.A., Rylov Yu.P., Chikov V.P. Experimental investigation of the characteristics of small-sized nozzles. *Fluid Dynamics*. 1976. V. 11, Iss. 6. P. 936-939. DOI: 10.1007/BF01026418

12. Shustov S.A. Approbation of the numerical model of account of viscosity impact on the flow in low-thrust rocket engine nozzles in the approximation of a laminar boundary layer with sliding. *Vestnik of the Samara State Aerospace University*. 2009. No. 1 (17.) P. 69-78. (In Russ.). DOI: 10.18287/2541-7533-2009-0-1(17)-69-78

УДК 621.45.022.7

DOI: 10.18287/2541-7533-2022-21-1-81-90

# МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ РАСЧЁТА ДАВЛЕНИЯ В КАМЕРЕ ПУЛЬСИРУЮЩЕГО ГОРЕНИЯ

#### © 2022

А. В. Солодовников	кандидат технических наук, доцент, полковник, начальник кафедры; Филиал Военной академии ракетных войск стратегического назначения имени Петра Великого, г. Серпухов; <u>aleksey.solod@mail.ru</u>
Д. А. Оденцов	преподаватель кафедры; Филиал Военной академии ракетных войск стратегического назначения имени Петра Великого, г. Серпухов. <u>skaut_1979@mail.ru</u>
Е. В. Кравцов	подполковник, преподаватель; Филиал Военной академии ракетных войск стратегического назначения имени Петра Великого, г. Серпухов; <u>varvsn-serp@mil.ru</u>
В. В. Голубятник	кандидат технических наук, заместитель начальника отдела; Филиал Военной академии ракетных войск стратегического назначения имени Петра Великого, г. Серпухов. <u>slava6123@rambler.ru</u>
Д. А. Щеблыкин	аспирант; Воронежский государственный технический университет, г. Воронеж; <u>daniilsh.vrn@gmail.com</u>

Приведена модель расчёта пульсаций давления в зависимости от времени, в предположении, что горение топлива проходит по изохорическому циклу, а истечение газа через резонансную трубу – по изотермическому процессу. Описаны условия применения математической модели и её особенности. Показана динамика изменения давления в процессе работы камеры пульсирующего горения с различными геометрическими параметрами. Разработана программа, реализующая полученную зависимость, для расчёта и сравнения полученных теоретических данных с исследованиями других авторов.

Камера сгорания; пульсации давления; математическая модель расчёта давления

<u>Шитирование</u>: Солодовников А.В., Оденцов Д.А., Кравцов Е.В., Голубятник В.В., Щеблыкин Д.А. Математическая модель расчёта давления в камере пульсирующего горения // Вестник Самарского университета. Аэрокосмическая техника, технологии и машиностроение. 2022. Т. 21, № 1. С. 81-90. DOI: 10.18287/2541-7533-2022-21-1-81-90

Анализ современного состояния науки и техники в области применения камер пульсирующего горения (КПГ) показывает, что существующие теоретические положения и математические модели слабо отражают реальную картину их внутрикамерных процессов.

КПГ работает по термодинамическому циклу, объём V = const. Особенностью её функционирования является цикличное горение топлива. Конструктивно она состоит из камеры сгорания (КС) с впускными клапанами воздуха и горючего, а также резонансной трубы (РТ). В процессе горения топлива в КС создаётся повышенное давление, которое закрывает клапаны подачи. При этом продукты сгорания перетекают в резонансную трубу. Двигаясь по инерции в проточной части РТ, газ создает перепад давления между камерой и внешней средой, что приводит к открытию впускных клапанов и поступлению новой порции горючего с воздухом, которые воспламеняются. Цикл повторяется и горение продолжается в автомодельном режиме.

Цель работы состоит в разработке математической модели, описывающей динамику протекающих внутрикамерных процессов в КПГ.

Расчётная схема камеры пульсирующего горения приведена на рис. 1 и состоит из двух элементов: КС и РТ. В данной модели КПГ рассматривается как контрольный объём, который определяется втеканием в него горючей смеси  $G_{np}$ , кг/с и истечением

продуктов сгорания  $G_{pm}$ , кг/с через резонансную трубу.

Введём допущения, которые позволяют решить задачу аналитически:

1. Считаем что газ, протекающий через КС и РТ, идеальный.

2. Газовая постоянная R = const и слабо зависит от плотности и температуры, но является различной величиной в зависимости от природы газа [1].

3. Горение топлива происходит мгновенно за пределами КС, догорание в проточной части КПГ отсутствует и в камеру втекает однородный газ.

4. Внешняя механическая работа не совершается.

5. Трением газа о стенки КПГ можно пренебречь.

6. Рассматривается изотермический цикл течения газа из КС через РТ. Согласно [1] процесс при T = const позволяет разработать линейную математическую модель. В других случаях, например при адиабатном процессе течения газа, модель становится нелинейной и имеет сложное решение.

7. Применяется одномерная модель неустойчивого движения, которая является наиболее полно изученной среди газодинамических моделей.

Для исследования зависимости параметров в КПГ необходимо составить дифференциальные уравнения, которые описывают движение газового потока в КС и РТ.



Рис. 1. Расчётная схема камеры пульсирующего горения

Рассмотрим движение газа в контрольном объёме: камера сгорания – резонансная труба (рис. 1). Считаем, что КС закрыта с одной стороны. Если геометрические параметры КПГ описывать при помощи площади сечения F,  $M^2$  и объёма V,  $M^3$ , то математические выражения, которые в совокупности описывают динамическое состояние камеры пульсирующего горения, можно записать в следующем виде:

1. Уравнение состояния газа:

$$pV = mRT , \qquad (1)$$

где p – давление в камере сгорания, Па; V – объём КС, м<sup>3</sup>; m – масса газа, кг; R – газовая постоянная, Дж/(кг·К); T – температура газа в КС, К. 2. Уравнение массового баланса:

$$\frac{dm_{\kappa c}}{dt} = G_{np} - G_{pm} \,, \tag{2}$$

где  $\frac{dm_{\kappa c}}{dt}$  – изменение массы в контрольном объёме относительно времени;  $G_{np}$  – приход продуктов сгорания в КС, кг/с;  $G_{pm}$  – расход газа через резонансную трубу, кг/с.

3. Формула скорости горения топлива [2]:

$$w_{\kappa c} = A e^{-\frac{E}{R_0 T}},$$
(3)

где E – энергия активации (для бензина  $E \approx 10...30$ , кДж/моль) [3];  $R_0$  – универсальная газовая постоянная,  $R_0 \approx 8,314$ , Дж/(моль·К); A – предэкспоненциальный множитель,  $A \approx 10$ , м/с; T – температура горения в КС, К.

Продифференцируем уравнение состояния (1) по времени с учётом V = const uR = const:

$$V\frac{dp}{dt} = RT\left(\frac{dm}{dt} + \frac{m}{T} \cdot \frac{dT}{dt}\right).$$
(4)

Согласно допущению T = const, следовательно  $\frac{dT}{dt} = 0$ , и выражение (4) примет следующий вид:

$$V\frac{dp_{\kappa c}}{dt} = RT\frac{dm_{\kappa c}}{dt} \,. \tag{5}$$

В приведённом выражении динамика газового потока описывается уравнением баланса массы (2), которую подставим в (5) и после преобразования получим:

$$\frac{V}{RT} \cdot \frac{dp_{\kappa c}}{dt} = G_{np} - G_{pm} \,. \tag{6}$$

Продифференцируем уравнение (6) по времени с учётом V = const, R = const и T = const:

$$\frac{V}{RT} \cdot \frac{d^2 p_{\kappa c}}{dt^2} = \frac{dG_{np}}{dt} - \frac{dG_{pm}}{dt} \,. \tag{7}$$

Рассмотрим величины, входящие в правую часть выражения (7), отдельно. Первый член  $\frac{dG_{np}}{dt}$  правой части уравнения описывает изменение расхода газа по времени в КС. В условиях устойчивого автоколебательного режима работы параметры продуктов сгорания в камере зависят, в первую очередь, от подачи горючего и окислителя. В схеме, предложенной на рис. 1, бензин и воздух поступают периодически в виде однородной сгоревшей газовой смеси.

Согласно [4] и с учётом постановки задачи (периодическое горение топлива), воспользуемся синусоидальным законом изменения прихода газа:

$$G_{np} = G_{\kappa c} \sin\left(\omega t + \varphi_0\right),$$

где  $\omega$  – угловая частота колебаний, с<sup>-1</sup>;  $G_{\kappa c}$  – расход компонентов топлива, кг/с; t – время, с;  $\varphi_0$  – начальная фаза, рад.

Угловая частота колебаний определяется по формуле

$$\omega = 2\pi f_0$$
,

где  $f_0$  – частота колебаний, с<sup>-1</sup> (в КПГ  $f_0$  находится в диапазоне 30 ... 400 Гц).

Учитывая время запаздывания между давлением в КС и расходом топлива  $G_{np}$ ,

при низкочастотных колебаниях согласно [5]  $\varphi_0 = \frac{\pi}{2}$ , получим:

$$G_{np}=G_{\kappa c}\sin\left(\omega t+\frac{\pi}{2}\right).$$

Таким образом, приход компонентов в КС изменяется согласно косинусоидальному закону [6]:

$$G_{np} = G_{\kappa c} \cos(\omega t). \tag{8}$$

Расход газа G<sub>кс</sub> в КС определим из выражения [7]

$$G_{\kappa c} = \frac{\overline{V}_{\kappa c}}{RT} p_{\kappa c}$$

где  $\overline{V}_{\kappa c}$  – объёмный расход газа, м<sup>3</sup>/с, равный

$$\overline{V}_{\kappa c} = F_{\kappa c} W_{\kappa c} ,$$

где  $F_{\kappa c}$  – площадь проходного сечения КС, м<sup>2</sup>;  $w_{\kappa c}$  – скорость газа в КС, м/с.

Так как температуру газа считаем величиной постоянной, то скорость газа в КС выразим формулой (3) согласно [7].

Далее дифференцируем по времени уравнение (8), принимая, что  $F_{\kappa c} = \text{const}$  и  $w_{\kappa c} = \text{const}$ :

$$\frac{dG_{np}}{dt} = \frac{F_{\kappa c} w_{\kappa c}}{RT} \cdot \frac{d}{dt} \Big[ p_{\kappa c} \cos(\omega t) \Big] = \frac{F_{\kappa c} w_{\kappa c}}{RT} \cos(\omega t) \frac{dp_{\kappa c}}{dt} - \frac{F_{\kappa c} w_{\kappa c}}{RT} p_{\kappa c} \omega \sin(\omega t).$$
(9)

Уравнение (9) описывает динамический процесс в КС.

Второй член  $\frac{dG_{pm}}{dt}$  правой части формулы (7) описывает изменение расхода газа по времени через РТ. При этом резонансная труба своими геометрическими размерами определяет частоту и интенсивность колебаний газа.

Согласно [1] для идеального газа, движущегося с изменяющейся во времени t(c) скоростью  $w_{pm}$  (м/с), можно пренебречь изменением его плотности  $\rho$  (кг/м<sup>3</sup>) по длине  $l_{pm}$  (м) участка резонансной трубы с поперечным сечением площадью  $F_{pm}$  (м<sup>2</sup>). Необходимо отметить, что учёт изменения плотности по длине РТ приведёт к более сложной зависимости изменения расхода газа.

В соответствии со вторым законом Ньютона [1] имеем:

$$F_{pm}\Delta p = \rho F_{pm} \, l_{pm} \, \frac{dw_{pm}}{dt},$$

где  $\Delta p$  – разность давлений в начале и конце РТ, Па.

Учитывая, что  $G_{pm} = \rho F_{pm} w_{pm}$ , последнее уравнение примет вид:

$$\Delta p = \frac{l_{pm}}{F_{pm}} \cdot \frac{dG_{pm}}{dt} \,. \tag{10}$$

Согласно рис. 1 изменение давления в резонансной трубе равно

$$\Delta p = p_{\kappa c} - p_{\rm sour}, \qquad (11)$$

где *р*<sub>вых</sub> – давление на выходе из РТ, Па.

Подставив (11) в выражение (10), получим:

$$\frac{dG_{pm}}{dt} = \frac{F_{pm}}{l_{pm}} \left( p_{\kappa c} - p_{sbix} \right).$$
(12)

Формула (12) описывает динамический процесс течения газа в РТ КПГ.

Уравнения (12) и (9) подставим в выражение (7), предполагая, что  $p_{_{6bx}} = p_{_{amm}}$  ( $p_{_{amm}} = 98066 \,\Pi a$  атмосферное давление):

$$\frac{V}{RT} \cdot \frac{d^2 p_{\kappa c}}{dt^2} = \frac{F_{\kappa c} w_{\kappa c}}{R \cdot T} \cos(\omega t) \frac{d p_{\kappa c}}{dt} - \frac{F_{\kappa c} w_{\kappa c}}{RT} p_{\kappa c} \omega \sin(\omega t) - \frac{F_{pm}}{l_{pm}} (p_{\kappa c} - p_{amm}).$$

Преобразовав последнее выражение и вводя обозначение  $p_{\kappa c} = p$ , получим

$$V\frac{d^2p}{dt^2} = F_{\kappa c}w_{\kappa c}\cos(\omega t)\frac{dp}{dt} - p\left[\frac{F_{pm}}{l_{pm}}RT + F_{\kappa c}w_{\kappa c}\omega\sin(\omega t)\right] + \frac{F_{pm}}{l_{pm}}RTp_{amm}.$$
 (13)

Уравнение (13) описывает изменение давления в КПГ в зависимости от времени. Программа, реализующая приведённый алгоритм, разработана в соответствии с методикой, изложенной в [8]. С этой целью введены новые обозначения в уравнение (13):

$$p = x, \frac{dp}{dt} = v_x, \frac{d^2 p}{dt^2} = a_x, V = m, \frac{F_{pm}}{l_{pm}}RT = k,$$
$$F_{\kappa c} w_{\kappa c} \omega = k1, F_{\kappa c} w_{\kappa c} = r, \frac{F_{pm}}{l_{pm}}RTp_{amm} = F.$$

Параметры m, k, k1, r и F являются постоянными значениями для конкретной конструкции КПГ и вида топлива. Таким образом, получим следующее дифференциальное уравнение:

$$m a_{x} = F + r \cos(\omega t) v_{x} - [k + k 1 \sin(\omega t)] x, \qquad (14)$$

$$F^{t} = F;$$

$$a_{x}^{t+1} = \left\{ F^{t} + r \cos(\omega t) v_{x}^{t} - [k + k 1 \sin(\omega t)] x^{t} \right\} / m;$$

$$v_{x}^{t+1} = v_{x}^{t} + a_{x}^{t+1} \Delta t;$$

$$x_{x}^{t+1} = x^{t} + v_{x}^{t+1} \Delta t.$$

Согласно [7] расчётное звуковое давление p в газовой среде налагается на существующее атмосферное давление  $p_{amm}$  и данный факт необходимо учитывать в вычислительной программе.

Программа, реализующая вышеприведённое математическое выражение (14), написана в виде макроса на языке VBA (Бейсик) для Excel и приведена на рис. 2. Исходные данные для проверочного расчёта следующие: T = 800 K; R = 292 Дж/(моль·K);  $l_{\kappa c} = 0,09$  м;  $D_{\kappa c} = 0,064$  м;  $\omega = 1507 \text{c}^{-1}$ ;  $l_{pm} = 0,9$  м;  $D_{pm} = 0,02$  м;  $w_{\kappa c} = 2,7$  м/с.

```
raschet_davlenia_pri_T_const.xlsm - UserForm1 (Code)
 CommandButton1
    Private Sub CommandButtonl Click()
   dt = 0.0001: m = 0.00021: k = 157: r = 0.00257: F = 15700000: kl = 3.48: w = 1507: x = 0.01
   While t < 0.1
    t = t + dt
     = i + 1
      = (F + r * Cos(w * t) * v - (k + kl * Sin(w * t)) * x) / m
       v + a * dt
       x + v * dt
    If i Mod 10 = 0 Then
    Cells(i / 10, 1) = t
    Cells(i / 10, 2) = a
    Cells(i / 10, 3) = v
   Cells(i / 10, 4) = x + 98066
    Cells(i / 10, 5) = F
    End If
    Wend
   End Sub
```

Рис. 2. Листинг программы для зависимости p = f(t)

Коэффициенты уравнения (14) имеют значения: m = 0,00021; r = 0,00257; k = 157; k1 = 3,8;  $F = 15,7 \cdot 10^6$ . В качестве горючего рассматриваем бензин АИ-95, параметры которого приведены в исследовании [3].

На рис. 2 приведён пример расчёта с помощью описанной программы, зависимости давления от времени p = f(t) и результаты показаны на рис. 3, где  $p_{amm}$  – является начальной точкой отсчёта, обозначающая атмосферную линию, значение которой равно 98066 Па.



Рис. 3. Результаты расчёта изменения давления в КПГ от времени t

Анализируя результат (рис. 3) можно отметить, что изменение p в КПГ имеет автоколебательный процесс с разной амплитудой, что связано с погрешностями при вычислении и физическими упрощениями газодинамических процессов. Полученное выражение (13) удовлетворительно описывает максимальную величину давления в КПГ  $p_{\text{max}} \approx (3, 0...3, 1) \cdot 10^5$  Па и соответствует значению, полученному в [10]. Расчётные значения давления ниже атмосферного показывают возникающее «разрежение» в КС, что согласно [9] создаёт автомодельный колебательный процесс.

Величина частоты пульсации давления, определяемая по рис. 3 ( $f \approx 140$  Гц), достаточно точно соответствует расчётному значению, полученному по известной формуле, заимствованной из [10]:

$$f = \frac{a_{pm}}{4l_{pm}},\tag{15}$$

где *а*<sub>*pm*</sub> – скорость звука в РТ.

Расчёт по выражению (15) при  $a_{pm} = 530 \text{ м/c}$ ;  $l_{pm} = 0,9 \text{ м}$  даёт величину  $f \approx 147 \Gamma$ ц. Погрешность между величиной, рассчитанной по формуле (15) и определённой по графику на рис. 3, составляет около 5%. Результаты расчёта по формуле (13) позволяют определять другие внутрикамерные параметры КПГ в зависимости от времени. Таким образом, учитывая вышеизложенное, можно сделать следующие выводы:

1. Течение горячего газа в камере пульсирующего горения моделируется уравнением квазистационарного течения и является функцией перепада давления от времени процесса. Модель не принимает во внимание потери, связанные с трением газа и теплопередачей в окружающую среду. Полученное дифференциальное уравнение (13) с удовлетворительной точностью описывает установившиеся автоколебательные движения газа в КПГ.

2. Выражение (13) даёт возможность проследить внутрикамерную динамику в процессе работы камеры пульсирующего горения с различными геометрическими параметрами.

3. Формула (13) применима для трёхмерного моделирования с помощью программного комплекса ANSYS Fluent и визуализации внутрикамерных процессов газового потока в КПГ, так как значения, полученные при расчётах по ней, могут быть использованы как граничные условия на входе в геометрическую модель [11] в соответствии с рис. 4.

При этом необходимо отметить, что трёхмерное моделирование в КПГ является отдельной задачей и будет рассматриваться в дальнейшем.



Рис. 4. Пример моделирования скорости газа в ANSYS Fluent при граничных условиях на входе p = f(t)

### Библиографический список

1. Зарубин В.С. Математическое моделирование в технике. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2003. 496 с.

2. Беляев Е.Н., Чванов В.К., Черваков В.В. Математическое моделирование рабочего процесса жидкостных ракетных двигателей. М.: Изд-во МАИ, 1999. 228 с.

3. Сергеев С.М., Петрухин Н.В., Масюков М.В. Экспериментальное исследование горения углеводородных горючих в воздухе // Вестник Самарского государственного аэрокосмического университета имени академика С.П. Королёва (национального исследовательского университета). 2015. Т. 14, № 2. С. 179-183. DOI: 10.18287/2412-7329-2015-14-2-179-183

4. Бронштейн И.Н., Семендяев К.А. Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов: учеб. пособие. СПб: Издательство «Лань», 2010. 608 с.

5. Добровольский М.В. Жидкостные ракетные двигатели. М.: Машиностроение, 1968. 398 с.

6. Кухлинг Х. Справочник по физике. М.: Мир, 1982. 520 с.

7. Шаулов Ю.Х., Лернер М.О. Горение в жидкостных ракетных двигателях. М.: Оборонгиз, 1961. 196 с.

8. Майер Р.В. Решение физических задач в электронных таблицах Excel: учеб. пособие. Глазов: ГГПИ, 2016. 150 с.

9. Зельдович Я.Б., Райзер Ю.П. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. М.: Наука, 1966. 686 с.

10. Северянин В.С. Пульсирующее горение, способ интенсификации теплотехнических процессов. Дис. ... доктора техн. наук. Брест, 1986. 435 с.

11. Шаблий Л.С., Кривцов А.В., Колмакова Д.А. Компьютерное моделирование типовых гидравлических и газодинамических процессов двигателей и энергетических установок в ANSYS Fluent: учеб. пособие. Самара: Изд-во Самарского университета, 2017. 108 с.

## MATHEMATICAL MODEL FOR CALCULATING PRESSURE IN A PULSATING COMBUSTION CHAMBER

© 2022

A. V. Solodovnikov	Candidate of Science (Engineering), Associate Professor, Colonel, Head of Department; Branch of the Military Academy of Strategic Missile Forces named after Peter the Great, Serpukhov, Russian Federation; <u>aleksey.solod@mail.ru</u>
D. A. Odentsov	Faculty Instructor; Branch of the Military Academy of Strategic Missile Forces named after Peter the Great, Serpukhov, Russian Federation; <u>skaut_1979@mail.ru</u>
E. V. Kravtsov	Lieutenant Colonel, Faculty Instructor; Branch of the Military Academy of Strategic Missile Forces named after Peter the Great, Serpukhov, Russian Federation; <u>varvsn-serp@mil.ru</u>
V. V. Golubyatnik	Candidate of Science (Engineering), Deputy Head of Department; Branch of the Military Academy of Strategic Missile Forces named after Peter the Great, Serpukhov, Russian Federation; <u>slava 6123@rambler. ru</u>
D. A. Shcheblykin	Postgraduate Student; Voronezh State Technical University, Voronezh, Russian Federation; daniilsh.vrn@gmail.com

Due to insufficient knowledge of the processes occurring in the chambers of pulsating combustion, as well as lack of mathematical dependencies that make it possible to fully describe the parameters of such chambers, the authors of this article present a model for calculating pressure fluctuations as a function of time. The resulting dependence is based on the fact that the combustion of fuel takes place according to an isochoric cycle, whereas the outflow of gas through a resonant tube is an isothermal process. The conditions for applying the mathematical model and its features are described. With the help of the above dependence, it is possible to trace the dynamics of pressure changes during the operation of a pulsating combustion chamber with different geometric parameters. A program is presented that implements the obtained dependence for calculating and comparing the obtained theoretical data with the studies of other authors.

Combustion chamber; pressure pulsations; mathematical model for calculating pressure

<sup>&</sup>lt;u>Citation:</u> Solodovnikov A.V., Odentsov D.A., Kravtsov E.V., Golubyatnik V.V., Shcheblykin D.A. Mathematical model for calculating pressure in a pulsating combustion chamber. *Vestnik of Samara University. Aerospace and Mechanical Engineering*. 2022. V. 21, no. 1. P. 81-90. DOI: 10.18287/2541-7533-2022-21-1-81-90

# References

1. Zarubin V.S. *Matematicheskoe modelirovanie v tekhnike* [Mathematical modeling in engineering]. Moscow: Bauman Moscow State Technical University Publ., 2003. 496 p.

2. Belyaev E.N., Chvanov V.K., Chervakov V.V. *Matematicheskoe modelirovanie rabochego protsessa zhidkostnykh raketnykh dvigateley* [Mathematical modeling of the liquid-propellant rocket engine cycle]. Moscow: MAI Publ., 1999. 228 p.

3. Sergeev S.M., Petrukhin N.V., Masyukov M.V. Experimental study of hydrocarbon fuel combustion in the air. *Vestnik of the Samara State Aerospace University*. 2015. V. 14, no. 2. P. 179-183. (In Russ.). DOI: 10.18287/2412-7329-2015-14-2-179-183

4. Bronshteyn I.N., Semendyaev K.A. *Spravochnik po matematike dlya inzhenerov i uchashchikhsya vtuzov: ucheb. posobie* [Handbook on mathematics for engineers and engineering students]. SPb: Lan' Publ., 2010. 608 p.

5. Dobrovol'skiy M.V. *Zhidkostnye raketnye dvigateli* [Liquid-propellant rocket engines]. Moscow: Mashinostroenie Publ., 1968. 398 p.

6. Kuchling H. Physik. Leipzig, 1980.

7. Shaulov Yu.Kh., Lerner M.O. *Gorenie v zhidkostnykh raketnykh dvigatelyakh* [Combustion in liquid-propellant rocket engines]. Moscow: Oborongiz Publ., 1961. 196 p.

8. Mayer R.V. *Reshenie fizicheskikh zadach v elektronnykh tablitsakh Excel* [Solving physical problems in Excel spreadsheet: study guide]. Glazov: Glazov State Pedagogical Institute Publ., 2016. 150 p.

9. Zel'dovich Ya.B., Raizer Yu.P. *Fizika udarnykh voln i vysokotemperaturnykh gidrodinamicheskikh yavleniy* [Physics of shock waves and high-temperature hydrodynamic phenomena]. Moscow: Nauka Publ., 1966. 686 p.

10. Severyanin V.S. *Pul'siruyushchee gorenie, sposob intensifikatsii teplotekhnicheskikh protsessov. Dis. ... doktora tekhn. nauk* [Pulsating combustion, way of intensifying thermotechnical processes]. Brest, 1986. 435 p.

11. Shabliy L.S., Krivtsov A.V., Kolmakova D.A. *Komp'yuternoe modelirovanie tipovykh gidravlicheskikh i gazodinamicheskikh protsessov dvigateley i energeticheskikh ustanovok v ANSYS Fluent: ucheb. posobie* [Computer modeling of standard hydraulic and gas-dynamic processes in engines and power plants in ANSYS Fluent: study guide]. Samara: Samara University Publ., 2017. 108 p.

УДК 621.452.33

DOI: 10.18287/2541-7533-2022-21-1-91-98

# ПОВЫШЕНИЕ ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ И РАСШИРЕНИЕ ФУНКЦИОНАЛЬНОЙ ВОЗМОЖНОСТИ БИПОЛЯРНОГО АНАЛИЗА ВИБРАЦИИ РОТОРНЫХ МАШИН

© 2022

А. Е. Сундуков	кандидат технических наук, директор; ООО «Турбина СК», г. Самара; <u>sunduckov@mail.ru</u>
Е. В. Шахматов	член-корреспондент Российской академии наук, заведующий кафедрой автоматических систем энергетических установок; Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва; shakhm@ssau.ru

Виброакустическая диагностика дефектов роторных машин является наиболее эффективным методом неразрушающего контроля их технического состояния. Практика показывает, что достижение успеха её применения во многом определяется набором располагаемых методов анализа вибрационных процессов. Наиболее широко распространёнными и нагруженными их узлами являются зубчатые зацепления, которые во многом определяют общее вибрационное состояние машины. Набор методов вибродиагностики дефектов зубчатых зацеплений достаточно разнообразен. Среди них интересен способ биполярного анализа, заключающийся в раздельном исследовании положительной и отрицательной частей вибрационного сигнала с последующим построением диагностического признака в виде разности, отношений и др. Способ направлен на оценку качества сборки редукторов по положению пятна контакта. Недостатком способа является ограниченная область использования и невысокая чувствительность. В работе показано, что использование максимумов широкополосной вибрации при применении биполярного анализа в вибродиагностике дефектов роторных машин существенно повышает его эффективность. На примере износа боковых поверхностей зубьев пары «солнечная шестерня – сателлиты» и величины бокового зазора в дифференциальном редукторе турбовинтового двигателя установлено, что это обеспечивается за счёт роста чувствительности метода и расширения его функциональных возможностей. При анализе использовалась статистика редукторов с разной степенью износа боковых поверхностей зубьев и отремонтированных редукторов с разной величиной бокового зазора. При этом можно использовать широкий набор известных диагностических признаков: интенсивность *n*-мерных векторов информативных рядов, параметры отдельных гармоник, глубину амплитудной модуляции, вероятностные характеристики в выбранных частотных полосах, безразмерные дискриминанты, кепстр и др. В работе приведены некоторые примеры из этих методов.

Турбовинтовой двигатель; дифференциальный редуктор; износ боковых поверхностей зубьев; величина бокового зазора; биполярный анализ

<u>Шитирование</u>: Сундуков А.Е., Шахматов Е.В. Повышение чувствительности и расширение функциональной возможности биполярного анализа вибрации роторных машин // Вестник Самарского университета. Аэрокосмическая техника, технологии и машиностроение. 2022. Т. 21, № 1. С. 91-98. DOI: 10.18287/2541-7533-2022-21-1-91-98

#### Введение

Одними из наиболее распространённых узлов роторных машин являются зубчатые зацепления, которые часто определяют общее техническое состояние машины. Общепризнано, что среди неразрушающих методов контроля их технического состояния наиболее эффективным является виброакустическая диагностика [1]. Практика её применения показывает, что положительный результат во многом определяется количеством используемых методов анализа вибрационных процессов. К настоящему времени накоплен достаточно обширный перечень подходов в выявлении диагностических признаков дефектов: статистические [2; 3], анализ параметров модуляции [4; 5], метод ударных импульсов [6], расчёт безразмерных дискриминант [7; 8], оценка кепстра [9], резонансный метод [10] и другие способы. Одним из таких подходов является биполярный анализ [11], который заключается в раздельном анализе положительной и отрицательной частей вибрационного процесса с определением параметров диагностического признака дефекта и их сравнения. Он был разработан для контроля качества сборки редукторов по положению пятна контакта зубьев зубчатого зацепления. Суть метода заключается в том, что на исследуемой машине практически всегда можно найти место установки вибропреобразователя, сигнал которого, при наличии дефекта, будет несимметричен относительно нулевого или среднего значения. Тогда раздельный анализ положительной и отрицательной частей сигнала позволит выявить соответствующий диагностический признак дефекта. Признаками может служить большой комплекс исследуемых параметров: интенсивности отдельных спектральных составляющих, интенсивность *n*-мерных векторов от гармоник ряда, глубина амплитудной и частотной модуляции, вероятностные характеристики в выбранных частотных полосах и др. В предлагаемой работе показана возможность повышения чувствительности метода и расширение области его использования.

### Постановка задачи и метод решения

Выполненные ранее исследования показывают, что использование максимумов широкополосной вибрации может существенно повысить эффективность вибродиагностики дефектов роторных машин [12; 13]. Применительно к рассматриваемому подходу их использование повышает чувствительность биполярного анализа и расширяет область его эффективного применения [14]. В качестве примера рассмотрена задача вибродиагностики износа боковых поверхностей зубьев планетарного редуктора и оценка величины бокового зазора в паре «солнечная шестерня – сателлиты» дифференциального редуктора одного из турбовинтовых двигателей. Данные дефекты в определённом смысле связаны между собой. Повышенный боковой зазор приводит к ударному входу зубьев в зацепление, что ускоряет процесс их износа, износ рабочих поверхностей зубьев приводит к увеличению бокового зазора. Исследовались двигатели с разной степенью износа рассматриваемой пары, поступившие в ремонт на заводизготовитель. При этом рассматривались четыре варианта износа [13]:

– текущий – максимальный износ зубьев солнечной шестерни относительно эвольвенты после последнего ремонта (износ 1);

 – текущий полный – максимальный износ зубьев солнечной шестерни относительно исходной эвольвенты (2);

 текущий суммарный – сумма максимальных износов зубьев солнечной шестерни и сателлитов относительно эвольвент после последнего ремонта (3);

 – суммарный полный – сумма максимальных износов зубьев солнечной шестерни и сателлитов относительно исходных эвольвент (4).

Для дальнейшего рассмотрения выбирались данные с наибольшими значениями коэффициента корреляции между исследуемыми характеристиками.

Влияние величины бокового зазора оценивалось по 18 отремонтированным двигателям с осреднением по пяти его значениям. Анализировались вибрационные сигналы с вибропреобразователя, установленного на стыке картеров компрессора и вала заднего винта. Ось чувствительности вибропреобразователя сориентирована в вертикальном направлении (ось ординат). Режимы работы двигателя – максимальный и приёмистость.

### Результаты и их обсуждение

На рис. 1 – 6 представлены данные по сравнительной оценке результатов биполярного анализа с использованием текущих значений вибрационного процесса и его максимумов для некоторых составляющих исследуемой вибрации. На всех рисунках по оси ординат приведены модули отношения исследуемого параметра  $(A_2/A_1)$  для положительной  $A_1$  и отрицательной  $A_2$  частей вибрационного процесса. На всех рисунках приняты следующие обозначения:  $\bullet$  – для текущих значений процесса; – для его максимумов. Коэффициенты корреляции r для параметров текущих значений процесса обозначены как  $r_1$ , для максимумов  $r_2$ . На рис. 1 представлены данные для износа боковых поверхностей зубьев, где  $f_p$  – частота вращения ротора турбокомпрессора. Значимость парного коэффициента корреляции проверяется на основе t-критерия Стьюдента [16]. Расчёт параметра t выполняется по соотношению

$$t = \left[\frac{r^2}{1 - r^2} (n - 2)\right]^{\frac{1}{2}},$$

где *n* – объём статистики.



Рис. 1. Зависимость отношения интенсивностей составляющей  $0,333 f_p$ от величины износа 1 на максимальном режиме  $r_1 = -0,69; r_2 = -0,88$ 

Как известно, если  $t > t_{\kappa p}$  ( $t_{\kappa p}$  – критическое значение, определяемое по соответствующей таблице при заданном значении уровня значимости P и объёма статистики n), коэффициент корреляции признаётся значимым и даётся заключение о тесной статистической взаимосвязи между исследуемыми параметрами. В технических приложениях принято использовать P = 0,05.

На рис. 2 – 6 приведены результаты для величины бокового зазора.



*Рис. 2. Зависимость отношения интенсивностей зубцовой гармоники пересопряжения зубьев эпицикла* и сателлитов от величины бокового зазора на максимальном режиме,  $r_1 = 0.93; r_2 = 0.84$ 



Рис. 3. Зависимость отношения интенсивностей зубцовой гармоники пересопряжения зубьев эпицикла и сателлитов от величины бокового зазора на режиме приёмистости, r<sub>1</sub> = 0,65; r<sub>2</sub> = 0,96



Рис. 4. Зависимость отношения интенсивностей пятой зубцовой гармоники пересопряжения зубьев эпицикла и сателлитов от величины бокового зазора на режиме приёмистости,  $r_1 = 0,52; r_2 = 0,77$ 



*Рис. 5. Зависимость отношения интенсивностей шестой зубцовой гармоники пересопряжения зубьев эпицикла и сателлитов от величины бокового зазора на режиме приёмистости, r*<sub>1</sub> = 0,01; *r*<sub>2</sub> = 0,85



Рис. 6. Зависимость отношения интенсивностей составляющей  $7f_p^*$  от величины бокового зазора на режиме приёмистости,  $r_1 = 0,63; r_2 = 0,88$ 

Здесь  $f_p^*$  – частота вращения солнечной шестерни в приведенном движении.

Как видно из рис. 1, для износа рассматриваемой зубчатой пары определяющим является износ зубьев солнечной шестерни, измеренный относительно эвольвентограмм после последнего ремонта. Снижение исследуемого отношения с ростом износа объясняется разной скоростью изменения интенсивности составляющей в положительной и отрицательной частях вибрационного процесса. Для бокового зазора максимальное отношение интенсивностей в положительной и отрицательной области рассмотренных гармоник составило 1,7 раза для шестой зубцовой гармоники.

Полученные данные показывают, что использование максимумов широкополосной вибрации позволяет получить большую чувствительность метода к росту величин износа и бокового зазора в зубчатом зацеплении. За исключением данных рис. 2 коэффициенты корреляции для максимумов вибрационного процесса существенно выше соответствующих величин для текущих значений и только они являются значимыми. Предложенный способ может быть использован при диагностике других узлов роторных машин и их дефектов.

#### Заключение

Использование максимумов широкополосной вибрации при биполярном анализе вибрационных процессов расширяет его функциональные возможности и повышает чувствительность способа.

Применение данного подхода можно рекомендовать для выявления других видов дефектов роторных машин.

### Библиографический список

1. Неразрушающий контроль: справочник в 7 т. / под общ. ред. В.В. Клюева. Т. 7: в 2-х кн. Кн. 1: Метод акустической эмиссии. Кн. 2: Вибродиагностика. М.: Машиностроение, 2005. 829 с.

2. Маслов Г.А., Митенков В.Б. Оценка вибрационных характеристик летательного аппарата с помощью высокомоментной статистики при ограниченном объёме экспериментов // Вестник Московского авиационного института. 2014. Т. 21, № 2. С. 13-17.

3. Decker H.J. Crack detection for aerospace quality spur gears // International 58th Annual Forum and Technology Display sponsored by the American Helicopter Society (June, 11-13, 2002, Montreal, Quebec, Canada). https://ntrs.nasa.gov/citations/20020061785

4. Kirsis T.T., Martin H.R. Gear pump defect detection under light loading conditions // Fluidics Quarterly. 1978. V. 10, Iss. 4. P. 73-89.

5. Aatola S., Leskinen R. Cepstrum analysis predicts gearbox failure // Noise Control Engineering Journal. 1990. V. 34, Iss. 2. P. 53-59. DOI: 10.3397/1.2827757

6. Board D.B. Incipient failure detection for helicopter drive trains // 13th Propulsion Conference (July, 11-13, 1977, Orlando, FL, U.S.A.). DOI:10.2514/6.1977-898

7. Dyer D., Stewart R.M. Detection of rolling element bearing damage by statistical vibration analysis // Journal of Mechanical Design, Transactions of the ASME. 1978. V. 100, Iss. 2. P. 229-235. DOI: 10.1115/1. 3453905

8. Sokolova A.G. New noise – immune incipient failure detection metods for machinery monitoring and protection systems // 5-th International Conference on Vibration Problems (October, 8-10, 2001, Moscow, Russia). Abstracts. Moscow: IMASH Publ., 2001. P. 48-53. (In Russ.)

9. Randall R.B. Cepstrum analysis. Machine health monitoring using vibration analysis. Canadian Acoustical Association, Vancouver, Canada, October 1983. P. 3-15.

10. Harting D.R. Demodulated resonance analysis – A powerful incipient failure detection technique // ISA Transactions. 1978. V. 17, Iss. 1. P. 35-40.

11. Балицкий Ф.Я., Соколова А.Г., Левин В.И., Хомяков Е.И., Баринов Ю.Г., Смородин С.А. Биполярный анализ сигнатур вибрации в диагностике качества сборки зубчатых передач // В сб.: «Точность и надёжность механических систем. Задачи и методы технической диагностики». Рига: Рижский политехнический институт, 1984. С. 59-64.

12. Сундуков А.Е., Сундуков Е.В. Исследование вибрационного состояния подшипников качения в процессе их износа. Анализ экспериментальных данных на базе спектра максимумов // Вестник Самарского государственного аэрокосмического университета имени академика С.П. Королёва. 2006. № 2 (10), ч. 1. С. 90-93. DOI: 10.18287/2541-7533-2006-0-2-1(10)-90-93

13. Авраменко А.А., Крючков А.Н., Плотников С.М., Сундуков Е.В., Сундуков А.Е. Совершенствование методов вибродиагностики износа зубьев шестерён

дифференциального редуктора турбовинтового двигателя // Вестник Самарского университета. Аэрокосмическая техника, технология и машиностроение. 2018. Т. 17, № 3. С. 16-26. DOI: 10. 18287/2541-7533-2018-17-3-16-26

14. Сундуков А.Е. Способ диагностики технического состояния зубчатого зацепления: патент РФ № 2717139; опубл. 18.03.2020; бюл. № 8.

15. Соколов Г.А., Сагитов Р.В. Введение в регрессионный анализ и планирование регрессионных экспериментов в экономике: учеб. пособие. М.: ИНФРА-М, 2010. 202 с.

## INCREASING THE SENSITIVITY AND EXPANDING THE FUNCTIONALITY OF BIPOLAR ANALYSIS OF ROTARY MACHINE VIBRATIONS

© 2022

٦

A. E. Sundukov	Candidate of Science (Engineering), Director; Turbina SK, LLC, Samara, Russian Federation; <u>sunduckov@mail.ru</u>
Ye. V. Shakhmatov	Corresponding Member of the Russian Academy of Science, Head of the Department of Power Plant Automatic Systems, Samara National Research University, Samara, Russian Federation; <u>shakhm@ssau.ru</u>

Vibration-acoustic diagnostics of rotary machine defects is the most effective method for nondestructive testing of their technical condition. Practice shows that its successful use largely depends on a set of available methods for analyzing vibration processes. Gears are the most common and heavy-duty components that largely determine the overall vibratory condition of a machine. There is quite a variety of methods for vibration-based diagnostics of gear defects. They include an interesting method of bipolar analysis which consists in separate analysis of the positive and negative parts of a vibration signal with subsequent formation of the diagnostic indicator in the form of differences, ratios, etc. The method is aimed at assessing the quality of gearbox assembly by the position of the tooth contact pattern. Limited area of use and low sensitivity is a disadvantage of this method. The paper shows that the use of broadband vibration maxima in the application of bipolar analysis in vibrationbased diagnostics of rotary machine defects significantly increases its efficiency. Using the example of wear of tooth flanks in the "sun gear - satellite gears" pair and the value of the backlash in the differential gearbox of a turboprop engine, it was found to be ensured by increasing the sensitivity of the method and expanding its functionality. In our analysis, we used statistics of gearboxes with different degrees of wear of the tooth flanks and repaired gearboxes with different backlashes. In this case, a wide set of well-known diagnostic indicators can be used: intensity of *n*-dimensional vectors of informative series, parameters of individual harmonics, amplitude modulation depth, probabilistic characteristics in selected frequency bands, dimensionless discriminants, cepstra, etc. The paper presents some examples of these methods.

Turbo-propeller engine; differential gearbox; tooth flank wear; backlash value; bipolar analysis

<u>Citation</u>: Sundukov A.E., Shakhmatov Ye.V. Increasing the sensitivity and expanding the functionality of bipolar analysis of rotary machine vibrations. *Vestnik of Samara University. Aerospace and Mechanical Engineering*. 2022. V. 21, no. 1. P. 91-98. DOI: 10.18287/2541-7533-2022-21-1-91-98

#### References

1. Nerazrushayushchiy kontrol': spravochnik v 7 t. / pod obshch. red. V.V. Klyueva. T. 7: v 2-kh kn. Kn. 1: Metod akusticheskoy emissii. Kn. 2: Vibrodiagnostika [Non-destructive testing: Handbook in 7 volumes. Under the general editorship of V.V. Klyuyev.Vol. 7; in 2 books. Book 1. Method of acoustic emission. Book 2. Vibration-based diagnostics]. Moscow: Mashinostroenie Publ., 2005. 829 p. 2. Maslov G.A., Mitenkov V.B. Evaluation of the aircraft vibration characteristics using high-torque statistic in the case of limited experiments. *Aerospace MAI Journal*. 2014. V. 21, no. 2. P. 13-17. (In Russ.)

3. Decker H.J. Crack detection for aerospace quality spur gears // International 58th Annual Forum and Technology Display sponsored by the American Helicopter Society (June, 11-13, 2002, Montreal, Quebec, Canada). Available at: https://ntrs.nasa.gov/citations/20020061785

4. Kirsis T.T., Martin H.R. Gear pump defect detection under light loading conditions. *Fluidics Quarterly*. 1978. V. 10, Iss. 4. P. 73-89.

5. Aatola S., Leskinen R. Cepstrum analysis predicts gearbox failure. *Noise Control Engineering Journal*. 1990. V. 34, Iss. 2. P. 53-59. DOI: 10.3397/1.2827757

6. Board D.B. Incipient failure detection for helicopter drive trains. 13th Propulsion Conference (July, 11-13, 1977, Orlando, FL, U.S.A.). DOI:10.2514/6.1977-898

7. Dyer D., Stewart R.M. Detection of rolling element bearing damage by statistical vibration analysis. *Journal of Mechanical Design, Transactions of the ASME*. 1978. V. 100, Iss. 2. P. 229-235. DOI: 10.1115/1. 3453905

8. Sokolova A.G. New noise – immune incipient failure detection metods for machinery monitoring and protection systems. 5-th International Conference on Vibration Problems (October, 8-10, 2001, Moscow, Russia). Abstracts. Moscow: IMASH Publ., 2001. P. 48-53. (In Russ.)

9. Randall R.B. Cepstrum analysis. Machine health monitoring using vibration analysis. Canadian Acoustical Association, Vancouver, Canada, October 1983. P. 3-15.

10. Harting D.R. Demodulated resonance analysis – A powerful incipient failure detection technique. *ISA Transactions*. 1978. V. 17, Iss. 1. P. 35-40.

11. Balitskiy F.Ya., Sokolova A.G., Levin V.I., Khomyakov E.I., Barinov Yu.G., Smorodin S.A. Bipolyarnyy analiz signatur vibratsii v diagnostike kachestva sborki zubchatykh peredach. *V sb.: «Tochnost' i Nadezhnost' Mekhanicheskikh Sistem. Zadachi i Metody Tekhnicheskoy Diagnostiki».* Riga: Riga Polytechnic University Publ., 1984. P. 59-64. (In Russ.)

12. Sundukov A.E., Sundukov E.V. Investigation of vibrational state of rolling contact bearings during their runout. Experimential data analysis based upon the spectrum of peaks. *Vestnik of the Samara State Aerospace University*. 2006. No. 2 (10), part 1. P. 90-93. (In Russ.). DOI: 10.18287/2541-7533-2006-0-2-1(10)-90-93

13. Avramenko A.A., Kryuchkov A.N., Plotnikov S.M., Sundukov E.V., Sundukov A.E. Refining methods of vibration diagnostics of wear of turbo-prop engine differential speed reduction unit gear teeth. *Vestnik of Samara University. Aerospace and Mechanical Engineering*. 2018. V. 17, no. 3. P. 16-26. (In Russ.). DOI: 10. 18287/2541-7533-2018-17-3-16-26

14. Sundukov A.E. *Sposob diagnostiki tekhnicheskogo sostoyaniya zubchatogo zatsepleniya* [Diagnostic method of technical condition of gearing]. Patent RF, no. 2717139, 2020. (Publ. 18.03.2020, bull. no. 8)

15. Sokolov G.A., Sagitov R.V. Vvedenie v regressionnyy analiz i planirovanie regressionnykh eksperimentov v ekonomike: ucheb. posobie [Introduction to regression analysis and designing regression experiments in economics]. Moscow: INFRA-M Publ., 2010. 202 p.

УДК 621.431.75

# МОДЕЛЬ ВИРТУАЛЬНОГО УРАВНОВЕШИВАНИЯ ЖЁСТКИХ РОТОРОВ

© 2022

А. И. Хаймович	доктор технических наук, доцент, заведующий кафедрой технологий производства двигателей; Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва; <u>berill_samara@bk.ru</u>
М. А. Болотов	кандидат технических наук, доцент кафедры технологий производства двигателей; Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва; <u>maikl.bol@gmail.com</u>
Е. Ю. Печенина	аспирант кафедры технологий производства двигателей; Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва; ek-ko@list.ru

Неуравновешенности роторов оказывают значительное влияние на уровень их вибраций и надёжность. Уменьшение неуравновешенностей роторов достигается за счёт статической и динамической балансировки, которую предлагается выполнять посредством виртуального уравновешивания жёстких роторов в два этапа. На первом этапе производится расчёт взаимной моментных ориентации деталей ротора для компенсации ИХ дисбалансов и неуравновешенностей. На втором этапе определяются значения масс и угловых координат двух корректировочных грузов, позволяющих исключить остаточную неуравновешенность ротора. Корректировочные грузы расположены в двух плоскостях коррекции ротора. Для реализации этапов балансировки предлагается модель виртуального уравновешивания, позволяющая определять относительные угловые положения деталей ротора, значения масс двух корректировочных грузов и их угловые координаты в плоскостях коррекции. Проверка результативности использования предложенной модели выполнялась посредством выполнения расчётов с использованием конечно-элементной модели (КЭМ) ротора в программном пакете ANSYS. В ходе исследования были получены данные по величинам виброскоростей на опорах ротора. Полученные результаты показывают существенное снижение виброскоростей опор, составляющее до 80% от их начального значения.

Неуравновешенность ротора; жёсткий ротор; математическая модель уравновешивания ротора; центробежный момент инерции; оптимальные угловые положения; корректирующие массы; конечно-элементная модель

<u>Шитирование</u>: Хаймович А.И., Болотов М.А., Печенина Е.Ю. Модель виртуального уравновешивания жёстких роторов // Вестник Самарского университета. Аэрокосмическая техника, технологии и машиностроение. 2022. Т. 21, № 1. С. 99-109. DOI: 10.18287/2541-7533-2022-21-1-99-109

### Введение

Основным источником гармонических возбуждающих сил, действующих на ротор газотурбинного двигателя (ГТД), являются дисбалансы вращающихся деталей, которые в сочетании с упруго-инерционными характеристиками узлов определяют уровень вибраций двигателя в целом. Важнейшими направлениями снижения вибраций машин с роторами являются технологические и конструктивные методы. Значимыми работами в названных направлениях являются работы М.Е. Левита и В.П. Ройзмана [1; 2]. Дисбалансы, вызывающие прогибы и вибрации, возникают вследствие конструктивных, технологических и эксплуатационных причин [3]. Вопросы снижения уровня вибраций роторных машин рассматривались в работах отечественных исследователей [4 – 7]. Технологические дисбалансы роторов ГТД возникают вследствие погрешностей

сборки и неуравновешенностей деталей и могут быть устранены на этапе производства за счёт повышения точности изготовления и балансировки деталей ротора, сборки и балансировки ротора в сборе. Возможным способом уменьшения технологических дисбалансов является расчёт угловых положений деталей ротора, при которых взаимно компенсируются их остаточные неуравновешенности. Реализация названного способа требует разработки модели, позволяющей решать три задачи: 1) оценка неуравновешенностей ротора на основе результатов измерений деталей; 2) оптимизация угловых положений деталей исходя из минимизации неуравновешенностей ротора; 3) определение массы корректировочных грузиков, которые позволят компенсировать остаточный дисбаланс. В статье рассматривается жёсткий ротор, который не деформируется в ходе его работы.

#### Модель уравновешивания жёстких роторов

Динамическое равновесие жёсткого или гибкого ротора на данной частоте вращения достигается при равенстве нулю главного вектора и главного момента неуравновешенных сил [8]. В зависимости от взаимного расположения оси вращения ротора и его главной оси инерции различают три вида неуравновешенности: 1) статическая; 2) моментная; 3) динамическая. Дисбаланс жёсткого ротора ГТД как узла, состоящего из нескольких i = 1....N деталей сборочной единицы (ДСЕ), может быть уменьшен путём оптимизации углового положения  $\varphi_i$  каждой *i*-й ДСЕ относительно оси вращения ротора. В этом случае действия возбуждающих сил, вызванных дисбалансами деталей ротора, могут компенсироваться. Угловые положения N деталей ротора, приводящие к его динамическому равновесию, могут быть найдены исходя из выражений для главного вектора и главного момента дисбалансов ротора относительно точки его приложения на оси вращения. Полагая равномерное распределение плотности  $\rho_i$  по объёму  $V_i$  каждой из ДСЕ, можно записать выражение для главного момента неуравновешенных сил [8]:

$$\vec{M} = \vec{k} \,\omega^2 \sum_{i=1}^{N} \rho_i \left( J_{xy} \right)_i - \vec{j} \,\omega^2 \sum_{i=1}^{N} \rho_i \left( J_{xz} \right)_i \,, \tag{1}$$

где  $\omega$  – угловая частота вращения ротора;  $\vec{j}, \vec{k}$  – направляющие орты соответственно по осям *у* и *z*;

$$\begin{cases} \rho_i (J_{xy})_i = \rho_i \int_{V_i} x_i y_i dV, \\ \rho_i (J_{xz})_i = \rho_i \int_{V_i} x_i z_i dV, \end{cases}$$
– центробежные моменты инерции каждой *i*-й ДСЕ.

Для того, чтобы вращающийся ротор не испытывал действия от момента дисбалансов ротора, согласно (1) необходимо, чтобы выполнялось условие:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{N} \rho_i \left( J_{xz} \right)_i = 0; \\ \sum_{i=1}^{N} \rho_i \left( J_{xy} \right)_i = 0, \end{cases}$$

$$(2)$$

где  $J_{xz}, J_{xy}$  – центробежные моменты инерции соответственно вокруг координатных осей у и *z*.

Выражения (2) определяют направление главной оси инерции ротора, которая в общем случае параллельна его оси вращения, т.е. статическая неуравновешенность не может быть устранена. Поэтому для выполнения условия совпадения главной оси инерции ротора с его осью вращения необходимо кроме условия (2) обеспечить равенство нулю вектора его дисбалансов:

$$\vec{D}_{\Sigma} = \sum_{i=1}^{N} \vec{D}_{i} = 0.$$
(3)

Условия приближения положения главной оси инерции ротора к положению его оси вращения за счёт изменения углов ориентации каждой его ДСЕ относительно указанной оси вращения формируются следующим образом.

Для каждой *i*-й ДСЕ определим связанную с ней локальную систему координат  $O'_i X'_i Y'_i Z'_i$ , ось  $\overrightarrow{OX'}_i$  которой совпадает с осью  $\overrightarrow{OX}$  глобальной системы координат *OXYZ* как показано на рис. 1.



Рис. 1. Принятые системы координат в роторе

Пусть радиус-вектор материальной точки *i*-й ДСЕ  $\vec{r} = (x_i, y_i, z_i)^T$ , заданный в глобальной системе координат, описывается в локальной системе координат  $O'_i X'_i Y'_i Z'_i$ следующим видом:  $\vec{r} = (x'_i, y'_i, z'_i)^T$ , T – символ транспонирования матрицы. Каждая локальная система координат  $O'_i X'_i Y'_i Z'_i$  может быть развёрнута вместе с *i*-й ДСЕ на любой угол  $\varphi_i$  относительно глобальной системы *OXYZ*. Условимся, что множество из *N* таких углов разворота  $\{\varphi_i\}$ , i = 1...N каждой ДСЕ обеспечивает приближённое выполнение зависимостей (2) и (3). На рис. 1 *OX*, *OY*, *OZ* – координатные оси глобальной системы координат;  $\varphi_i$  – угол вращения детали относительно оси *OZ*.

Условия приближения положения главной оси инерции ротора к положению его оси вращения за счёт изменения углов ориентации каждой его ДСЕ относительно указанной оси вращения могут быть представлены в следующем виде:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{N} \rho_i \left( J_{xz} \right)_i \to 0; \\ \sum_{i=1}^{N} \rho_i \left( J_{xy} \right)_i \to 0; \\ \sum_{i=1}^{N} \vec{D}_i \to 0. \end{cases}$$
(4)

Выражение «  $\rightarrow 0$  » означает, что при назначении углов { $\phi_i$ }, i = 1...N может остаться неуравновешенность ротора, устраняемая последующей балансировкой. Показанные условия (4) определяют выражения для нахождения относительных угловых положений, позволяющих уменьшить неуравновешенности ротора. Последнее уравнение в системе (4) (стремление к нулю результирующего вектора всех дисбалансов) выполняется, если центр массы ротора лежит на оси вращения, т.е. выполняется условие:

$$\begin{cases} D_{y} = m_{\Sigma} y_{c} = \sum_{i=1}^{N} \int_{V_{i}} y_{i} \rho_{i} dV \rightarrow 0; \\ D_{z} = m_{\Sigma} z_{c} = \sum_{i=1}^{N} \int_{V_{i}} z_{i} \rho_{i} dV \rightarrow 0, \end{cases}$$

$$(5)$$

где  $y_c, z_c$  – координаты центра масс в глобальной системе координат;  $m_{\Sigma} = \sum_{i=1}^{N} \int_{V_i} \rho_i dV$  –

масса ротора.

Запишем условия (4) и (5) через координаты, определённые в N локальных системах координат. Для *i*-й ДСЕ и связанной с ней локальной системы координат  $O'_i X'_i Y'_i Z'_i$ выполняется преобразование координат:

$$(x_i, y_i, z_i)^T = M^{-1} (x'_i, y'_i, z'_i)^T,$$
 (6)

где  $M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \varphi_i & -\sin \varphi_i \\ 0 & \sin \varphi_i & \cos \varphi_i \end{pmatrix}$  – матрица преобразования.

В этом случае моменты инерции *i*-й ДСЕ ротора определяются через координаты локальной системы координат следующим образом:

$$\rho_{i}\left(J_{xy}\right)_{i} = \rho_{i}\int_{V_{i}}x_{i}'\left(y_{i}'\cos\varphi_{i} + z_{i}'\sin\varphi_{i}\right)dV = \rho_{i}\left(\cos\varphi_{i}\int_{V_{i}}x_{i}'y_{i}'dV + \sin\varphi_{i}\int_{V_{i}}x_{i}'z_{i}'dV\right) = \rho_{i}\left(\cos\varphi_{i}\left(J_{xy}'\right)_{i} + \sin\varphi_{i}\left(J_{xz}'\right)_{i}\right);$$

$$\rho_{i}\left(J_{xz}\right)_{i} = \rho_{i}\left(-\sin\varphi_{i}\left(J_{xy}'\right)_{i} + \cos\varphi_{i}\left(J_{xz}'\right)_{i}\right).$$
(7)

Тогда условие приближения положения главной оси инерции ротора к положению его оси вращения за счёт изменения углов ориентации  $\{\varphi_i\}, i = 1...N$  ДСЕ ротора, записанное в форме (4) с учётом (5), принимает форму зависимости:

$$\begin{cases} J_{xy} = \sum_{i=1}^{N} \rho_i \left( \cos \varphi_i \left( J'_{xy} \right)_i + \sin \varphi_i \left( J'_{xz} \right)_i \right) \to 0; \\ J_{xz} = \sum_{i=1}^{N} \rho_i \left( \cos \varphi_i \left( J'_{xz} \right)_i - \sin \varphi_i \left( J'_{xy} \right)_i \right) \to 0; \\ D_y = \sum_{i=1}^{N} \left( \cos \varphi_i \int_{V_i} y'_i \rho_i dV + \sin \varphi_i \int_{V_i} z'_i \rho_i dV \right) \to 0; \\ D_z = \sum_{i=1}^{N} \left( \cos \varphi_i \int_{V_i} z'_i \rho_i dV - \sin \varphi_i \int_{V_i} y'_i \rho_i dV \right) \to 0, \end{cases}$$
(8)

где  $(D'_y)_i = \int_{V_i} y'_i \rho_i dV$ ,  $(D'_z)_i = \int_{V_i} z'_i \rho_i dV$  – дисбалансы *i*-й ДСЕ в локальной системе координат детали.

Таким образом, если известны моменты инерции  $(J'_{xy})_i$ ,  $(J'_{xz})_i$  и дисбалансы  $(D'_y)_i$ ,  $(D'_z)_i$  для каждой *i*-й ДСЕ ротора, рассчитанные в её локальной системе координат  $O'_i X'_i Y'_i Z'_i$ , то для максимального совпадения оси вращения вала с его главной осью инерции достаточно найти такие углы  $\varphi_i$ , i = 1...N, чтобы выполнялось условие (8). Пусть координаты центра массы *i*-й ДСЕ определяются зависимостью:

$$(x_{c})'_{i} = \frac{1}{m_{i}} \int_{V_{i}} \rho_{i} x'_{i} dV, \ (y_{c})'_{i} = \frac{1}{m_{i}} \int_{V_{i}} \rho_{i} y'_{i} dV, \ (z_{c})'_{i} = \frac{1}{m_{i}} \int_{V_{i}} \rho_{i} z'_{i} dV.$$
(9)

Тогда условие (8) запишется как

$$\begin{cases} J_{xy} = \sum_{i=1}^{N} m_i (x_c)'_i ((y_c)'_i \cos \varphi_i + (z_c)'_i \sin \varphi_i) \to 0; \\ J_{xz} = \sum_{i=1}^{N} m_i (x_c)'_i ((z_c)'_i \cos \varphi_i - (y_c)'_i \sin \varphi_i) \to 0; \\ D_y = \sum_{i=1}^{N} m_i ((y_c)'_i \cos \varphi_i + (z_c)'_i \sin \varphi_i) \to 0; \\ D_z = \sum_{i=1}^{N} m_i ((z_c)'_i \cos \varphi_i - (y_c)'_i \sin \varphi_i) \to 0. \end{cases}$$
(10)

Решение системы (8) или (10) подразумевает произвольные значения углов поворота  $\varphi_i$  ДСЕ ротора. Однако на практике углы  $\varphi_i$  могут принимать только определённые дискретные значения, определяемые количеством монтажных отверстий каждой *i*-й ДСЕ. Эти значения должны быть кратны угловому шагу расположения отверстий,

т.е. должно выполняться условие, что угол  $\varphi_i$  пропорционален  $\frac{2\pi}{k_i}$ , где  $k_i$  –

количество отверстий в *i*-й ДСЕ. Таким образом, решение системы (10) должно удовлетворять ограничениям

$$\{\varphi_i\} = \left\{\frac{2\pi}{k_i} n_i \mid \forall n_i : n_i = 1 \lor 2 \lor 3 \dots \lor k_i, i = 1 \dots N\right\}.$$
 (11)

Как было отмечено ранее, на втором этапе остаточная неуравновешенность после оптимизации угловых положений его ДСЕ устраняется методом динамической балансировки за счёт размещения грузов массой  $m_1$  и  $m_2$  в двух плоскостях коррекции l и 2, расположенных в координатах  $x = x_1$  и  $x = x_2$  соответственно, как показано на рис. 2.



*Puc. 2. Схема расположения корректировочных масс*  $\vec{D}_{\Sigma} = \vec{D}_{\Sigma 1} + \vec{D}_{\Sigma 2}$ 

Остаточная неуравновешенность ротора представлена на рис. 2 суммарным дисбалансом  $\vec{D}_{\Sigma} = \vec{D}_{\Sigma 1} + \vec{D}_{\Sigma 2}$  и суммарным моментом  $\vec{M}_{\Sigma}$ . Корректировочные грузы массой  $m_1$  и  $m_2$  создают компенсирующие дисбаланс  $\vec{D} = \vec{D}_1 + \vec{D}_2$  и момент  $\vec{M}_D$ . Размещение грузов массой  $m_1$  и  $m_2$  в плоскостях коррекции производится на заданных радиусах  $r_1$  и  $r_2$  и расчётных углах  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$ , которые вместе с величинами масс  $m_1$  и  $m_2$ требуется найти из системы уравнений:

$$\begin{cases} J_{xy} = \sum_{i=1}^{N} m_i (x_c)'_i ((y_c)'_i \cos \varphi_i + (z_c)'_i \sin \varphi_i) + m_1 x_1 r_1 \cos \alpha_1 + m_2 x_2 r_2 \cos \alpha_2 = 0; \\ J_{xz} = \sum_{i=1}^{N} m_i (x_c)'_i ((z_c)'_i \cos \varphi_i - (y_c)'_i \sin \varphi_i) + m_1 x_1 r_1 \sin \alpha_1 + m_2 x_2 r_2 \sin \alpha_2 = 0; \\ D_y = \sum_{i=1}^{N} m_i ((y_c)'_i \cos \varphi_i + (z_c)'_i \sin \varphi_i) + m_1 r_1 \cos \alpha_1 + m_2 r_2 \cos \alpha_2 = 0; \\ D_z = \sum_{i=1}^{N} m_i ((z_c)'_i \cos \varphi_i - (y_c)'_i \sin \varphi_i) + m_1 r_1 \sin \alpha_1 + m_2 r_2 \sin \alpha_2 = 0. \end{cases}$$
(12)

Система уравнений (12) представляет собой условие равенства нулю вектора главного момента и главного вектора дисбалансов от остаточной неуравновешенности ротора и размещенных в плоскостях коррекции грузов, записанных в проекциях на оси координат *OY* и *OZ* глобальной системы координат. Отметим, что в систему уравнений (12) подставляются оптимизированные значения углов  $\varphi_i$ , определённые на первом этапе.

### Результаты исследований

Исследование результативности использования модели виртуальной балансировки жёсткого ротора выполнялось на примере ротора, включающего 5 дисков, эскиз которого приведён на рис. 3.



Рис. 3. Расположение центров масс пяти деталей ротора

Исходные условия по неуравновешенностям ротора:

M=[0,20 0,65 0,15 0,78 0,34] кг – матрица масс пяти деталей ротора;

X<sub>c</sub><sup>'</sup>=[0,24 0,42 0,57 0,87 1,06] м;

Y<sub>c</sub>=[0,005 0,003 -0,004 0,002 -0,006] м;

Z<sub>c</sub><sup>'</sup>=[-0,002 0,001 0,003 -0,004 0,0045] м – матрицы координат центров масс деталей ротора при нулевых значениях углов поворота деталей относительно оси вращения ротора;

 $2x_0 = 1,165$  м – расстояние между опорами ротора;

 $x_1 = 0,24$  м – координата первой плоскости коррекции;

 $x_2 = 1,1$  м – координата второй плоскости коррекции;

 $r_1 = r_2 = 0,15$  м – радиус размещения уравновешивающегося грузика на 1-й и 2-й плоскостях коррекции.

Полагаем, что кратность углов поворота деталей ротора одинакова и дискретно изменяется в диапазоне от 15 до 120 град, что соответствует диапазону от 24 до 3 крепёжных отверстий для каждой детали. На рис. 4 приведена зависимость величин моментов инерции ротора от наименьшего кратного угла поворота деталей ротора, используемого для расчёта оптимальных угловых положений ДСЕ.



Рис. 4. Зависимость величин моментов инерции ротора от наименьшего кратного угла поворота деталей ротора

Величина дисбалансов при кратности углов ДСЕ 15 град составила  $D_x = 0,019$  кг·м и  $D_y = -0,00089$  кг·м. Использование разработанной модели позволило существенно снизить неуравновешенности ротора.

В статьях [9 – 11] исследования дисбаланса во вращающихся роторах выполняются с использованием метода конечных элементов. Проверим результативность использования модели виртуальной балансировки жёсткого ротора посредством выполнения расчётов с использованием конечно-элементной модели (КЭМ) ротора в программном пакете ANSYS. Методом конечно-элементного анализа оценивалась виброскорость на опорах исследуемого ротора с рассмотрением двух вариантов значений угловых положений дисков: 1) исходных; 2) расчётных, выполненных с целью минимизации неуравновешенностей узла по разработанной модели.

Первый этап расчёта заключался в том, что в CAE-пакет ANSYS подгружалась созданная 3D модель ротора с дисками. Затем задавались входные данные, которые были рассчитаны по разработанной модели для размеров созданной 3D модели. На втором этапе для имитации вращения ротора и получения вибрационных характеристик сборки использовались два модуля: Modal и Harmonic Response. Использование модуля Modal необходимо для определения критических частот и изгибных форм. Модуль Harmonic Response предназначен для определения амплитудно-частотных характеристик, деформаций, напряжений, скоростей модулируемого ротора. Получаемые характеристики представляются в виде ряда значений, в определённом диапазоне частот. Диапазон берётся в районе критической частоты.

Внешний вид КЭМ представлен на рис. 5.



Рис.5. Внешний вид КЭМ ротора

На заключительном этапе после расчёта в модуле Harmonic Response были получены данные по величинам виброскоростей на опорах ротора. Полученные с использованием КЭМ модели результаты приведены на рис. 6, *а* и *б* в виде отношений виброскоростей опор ротора к их первоначальным значениям для случаев изменения углового положения деталей и добавления корректирующих масс.



Рис. 6. Сравнение виброскоростей на опорах ротора: а – первая опора; б – вторая опора

Полученные результаты показывают существенное снижение виброскоростей опор, составляющее до 80% от их начального значения. Эффект от изменения углового расположения деталей и добавления корректирующих масс для каждой из опор разный. Для первой опоры изменение углов деталей приводит к снижению виброскоростей до 40%, добавление корректирующих масс – до 80%. Для второй опоры изменение углов деталей приводит к снижению виброскоростей до 80%, добавление корректирующих масс – до 80%.

### Заключение

Приведённые результаты исследований показывают существенное уменьшение (до 80%) неуравновешенностей ротора при использовании рассчитанных угловых положений деталей. Можно сделать вывод о том, что разработанная модель виртуального уравновешивания жёстких роторов может быть использована для предварительной балансировки роторов за счёт оптимизации взаимного углового положения его деталей.

Дальнейшее развитие модели возможно за счёт учёта жёсткости ротора.

### Библиографический список

1. Ильянков А.И., Левит М.Е. Основы сборки авиационных двигателей. М.: Машиностроение, 1987. 288 с.

2. Левит М.Е., Ройзман В.П. Вибрация и уравновешивание роторов авиадвигателей. М.: Машиностроение, 1970. 172 с.

3. Левит М.Е., Рыженков В.М. Балансировка деталей и узлов. М.: Машиностроение, 1986. 248 с.

4. Гусаров А.А. Балансировка гибких роторов с распределённой массой. М.: Наука, 1974. 144 с.

5. Гусаров А.А., Делгин Э.Г. Балансировка упруго-деформируемых роторов методом постановки балансировочных грузов на упругих элементах // В сб.: «Колебания и уравновешивание ротора». М.: Наука, 1973. С. 99-103.

6. Никитин А.Н. Технология сборки двигателей летательных аппаратов. М.: Машиностроение, 1982. 269 с.

7. Справочник по балансировке / под ред. М.Е. Левита. М.: Машиностроение, 1992. 464 с.

8. Ермаков А.И., Уланов А.М. Вибрация и прочность АД и ЭУ. Ч. 1: учеб. пособие. Самара: СГАУ, 2006. 92 с.

9. Morais T.S., Der Hagopian J., Steffen Jr.V., Mahfoud J. Optimization of unbalance distribution in rotating machinery with localized non linearity // Mechanism and Machine Theory. 2014. V. 72. P. 60-70. DOI: 10.1016/j.mechmachtheory.2013.09.012

10. Xul J., Zheng X., Zhang J., Liu X. Vibration characteristics of unbalance response for motorized spindle system // Procedia Engineering. 2017. V. 174. P. 331-340. DOI: 10.1016/j.proeng.2017.01.148

11. Mujezinovic A., Davidson J.K., Shah J.J. A new mathematical model for geometric tolerances as applied to polygonal faces // Journal of Mechanical Design. 2004. V. 126, Iss. 3. P. 504-518. DOI: 10.1115/1.1701881

# MODEL OF VIRTUAL BALANCING OF RIGID ROTORS

© 2022

A. I. Khaimovich	Associate Professor, Doctor of Science (Engineering), Head of the Department of Engine Production Technology; Samara National Research University, Samara, Russian Federation; <u>berill_samara@bk.ru</u>
M. A. Bolotov	Candidate of Science (Engineering), Associate Professor of the Department of Engine Production Technology; Samara National Research University, Samara, Russian Federation; <u>maikl.bol@gmail.com</u>
E. Yu. Pechenina	Postgraduate Student of the Department of Engine Production Technology; Samara National Research University, Samara, Russian Federation; ek-ko@list.ru

Rotor imbalances have a significant impact on the level of their vibration and reliability. Reduction of rotor imbalances is achieved through static and dynamic balancing that we propose to accomplish by virtual balancing of rigid rotors in two stages. At the first stage mutual orientation of the rotor parts is calculated to compensate their imbalances and couple unbalance. At the second stage the values of the masses and angular coordinates of two correction weights that allow eliminating the residual imbalance of the rotor are determined. The correction weights are placed in two balancing planes of the rotor. A model of virtual balancing is proposed to implement the balancing stages. The model makes it possible to determine the relative angular positions of the rotor parts, the values of the mass of

two correction weights and their angular coordinates in the balancing planes. The effectiveness of using the proposed model was verified by performing calculations using the finite element model (FEM) of the rotor in the ANSYS software package. In the course of the study, data were obtained on the values of vibration velocities on the rotor supports. The results obtained show a significant reduction in the vibration velocities of the supports, amounting to 80% of their initial value.

Rotor imbalances; rigid rotor; mathematical model of rotor balancing; centrifugal moment of inertia; optimal angular positions; correction masses; finite element model

<u>Citation:</u> Khaimovich A.I., Bolotov M.A., Pechenina E.Yu. Model of virtual balancing of rigid rotors. *Vestnik of Samara University. Aerospace and Mechanical Engineering*. 2022. V. 21, no. 1. P. 99-109. DOI: 10.18287/2541-7533-2022-21-1-99-109

### References

1. Il'yankov A.I., Levit M.E. *Osnovy sborki aviatsionnykh dvigateley* [Aircraft engine assembly basics]. Moscow: Mashinostroenie Publ., 1987. 288 p.

2. Levit M.E., Royzman V.P. *Vibratsiya i uravnoveshivanie rotorov aviadvigateley* [Vibration and balancing of aircraft engine rotors]. Moscow: Mashinostroenie Publ., 1970. 172 p.

3. Levit M.E., Ryzhenkov V.M. *Balansirovka detaley i uzlov* [Balancing of parts and assemblies]. Moscow: Mashinostroenie Publ., 1986. 248 p.

4. Gusarov A.A. *Balansirovka gibkikh rotorov s raspredelennoy massoy* [Balancing of distributed mass-flexible rotors]. Moscow: Nauka Publ., 1974. 144 p.

5. Gusarov A.A., Delgin E.G. Balansirovka uprugo-deformiruemykh rotorov metodom postanovki balansirovochnykh gruzov na uprugikh elementakh. *V sb.: «Kolebaniya i uravnoveshivanie rotora»*. Moscow: Nauka Publ., 1973. P. 99-103. (In Russ.)

6. Nikitin A.N. *Tekhnologiya sborki dvigateley letatel'nykh apparatov* [Aircraft engine assembly technology]. Moscow: Mashinostroenie Publ., 1982. 269 p.

7. *Spravochnik po balansirovke / pod red. M.E. Levita* [Balancing reference manual / ed. by M.E. Levit]. Moscow: Mashinostroenie Publ., 1992. 464 p.

8. Ermakov A.I., Ulanov A.M. *Vibratsiya i prochnost' AD i EU. Ch. 1: ucheb. posobie* [Vibration and strength of aircraft engines and power plants. Part 1: tutorial]. Samara: Samara State Aerospace University Publ., 2006. 92 p.

9. Morais T.S., Der Hagopian J., Steffen Jr.V., Mahfoud J. Optimization of unbalance distribution in rotating machinery with localized non linearity. *Mechanism and Machine Theory*. 2014. V. 72. P. 60-70. DOI: 10.1016/j.mechmachtheory.2013.09.012

10. Xul J., Zheng X., Zhang J., Liu X. Vibration characteristics of unbalance response for motorized spindle system. *Procedia Engineering*. 2017. V. 174. P. 331-340. DOI: 10.1016/j.proeng.2017.01.148

11. Mujezinovic A., Davidson J.K., Shah J.J. A new mathematical model for geometric tolerances as applied to polygonal faces. *Journal of Mechanical Design*. 2004. V. 126, Iss. 3. P. 504-518. DOI: 10.1115/1.1701881