

# ВЕСТНИК

САМАРСКОГО  
ГОСУДАРСТВЕННОГО  
АЭРОКОСМИЧЕСКОГО  
УНИВЕРСИТЕТА  
имени академика С. П. КОРОЛЕВА

№ 1 (5)

2004

ВЕСТНИК  
САМАРСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО  
АЭРОКОСМИЧЕСКОГО УНИВЕРСИТЕТА  
имени АКАДЕМИКА С. П. КОРОЛЕВА

№ 1

2004

*Главный редактор*  
В. А. Сойфер

*Заместители главного редактора*  
В. Л. Балакин, С. В. Лукачев, Е. В. Шахматов

*Ответственный секретарь*  
А. Г. Прохоров

*Редакционная коллегия:*  
Г. П. Аншаков, Н. Ф. Банникова, В. А. Барвинок, С. К. Бочкарев,  
Ф. В. Гречников, А. И. Ермаков, В. Г. Засканов, Н. Л. Казанский,  
Л. И. Калакутский, В. Р. Каргин, В. А. Комаров, Н. Е. Конюхов,  
А. Н. Коптев, В. С. Кузьмичев, С. А. Прохоров, В. В. Салмин,  
Ю. Л. Тарасов, А. Н. Тихонов, Ю. Ф. Широков, И. Л. Шитарев,  
В. П. Шорин

© Самарский государственный аэрокосмический университет  
443086 Самара, Московское шоссе 34  
Тел. (8462) 67 43 61, факс: (8462) 35 16 36  
Электронная почта: vest@ssau.ru

Самара  
2004

## СОДЕРЖАНИЕ

---

---

### К СЕМИДЕСЯТИЛЕТИЮ ИГОРЯ АЛЕКСАНДРОВИЧА БЕРЕЖНОГО

*Ю. Л. Тарасов, В. В. Игнатьев*

7

---

### АВИАЦИОННАЯ И РАКЕТНО-КОСМИЧЕСКАЯ ТЕХНИКА

---

#### ПРОГРАММЫ ТРЕХКАНАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ СУБОРБИТАЛЬНОЙ ТРАЕКТОРИЕЙ ДВИЖЕНИЯ ОРБИТАЛЬНОГО САМОЛЕТА

*В. Л. Балакин, Т. А. Баяндина, Ю. Н. Лазарев*

12

#### ОЦЕНКА ЭФФЕКТИВНОСТИ ПРОЦЕССА УПРАВЛЕНИЯ НАУЧНЫМИ ЭКСПЕРИМЕНТАМИ НА АВТОНОМНЫХ МИКРОГРАВИТАЦИОННЫХ КОСМИЧЕСКИХ ПЛАТФОРМАХ

*И. В. Белоконов, И. В. Козлов*

17

#### ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЬ МИКРОМЕТЕОРОИДНЫХ И ТЕХНОГЕННЫХ ЧАСТИЦ НА ОСНОВЕ ПЛЕНОЧНОЙ МДМ-СТРУКТУРЫ

*К. Е. Воронов, Н. Л. Богоявленский, Н. Д. Семкин*

26

#### МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ КОСМИЧЕСКИХ АППАРАТОВ С УЧЕТОМ НАКАПЛИВАЮЩИХСЯ ОТКАЗОВ ЭЛЕМЕНТОВ БОРТОВЫХ СИСТЕМ

*В. Д. Еленев*

36

#### ОПТИМАЛЬНОЕ РАЗМЕЩЕНИЕ СЕАНСОВ НАВИГАЦИОННЫХ ОПРЕДЕЛЕНИЙ КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА ДИСТАНЦИОННОГО ЗОНДИРОВАНИЯ ЗЕМЛИ ПРИ ИСПОЛЬЗОВАНИИ ИНФОРМАЦИИ ОТ ИНТЕГРИРОВАННЫХ НАВИГАЦИОННЫХ КОМПЛЕКСОВ

*И. В. Елисеев*

42

#### К ДОКАЗАТЕЛЬСТВУ ТЕОРЕМ ОБ ИЗМЕНЕНИИ ЖЕСТКОСТИ КОНСТРУКЦИЙ

*В. А. Комаров*

49

#### ЧИСЛЕННО-АНАЛИТИЧЕСКИЙ МЕТОД РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ПОТЕНЦИАЛЬНОГО ТЕЧЕНИЯ ОКОЛО ГРУППЫ ДВУМЕРНЫХ ТЕЛ

*В. А. Фролов*

52

---

### ТЕХНИЧЕСКИЕ НАУКИ

---

#### ГРАВИТАЦИОННАЯ ТЕРАПИЯ: ЧЕТЫРЕ АСПЕКТА МОДЕЛИРОВАНИЯ ГЕМОДИНАМИКИ КОНЕЧНОСТЕЙ

*В. А. Акулов*

61

#### МЕТОДИЧЕСКАЯ ПОГРЕШНОСТЬ ОПТОЭЛЕКТРОННОГО ДИСКРЕТНО-ФАЗОВОГО МЕТОДА ПРИ ИЗМЕРЕНИИ ДЕФОРМАЦИЙ ЛОПАТОК ТУРБОАГРЕГАТОВ

*А. И. Данилин*

68

#### ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ХИМИЧЕСКОГО СОСТАВА ШИХТОВЫХ ЗАГОТОВОК НА СТРУКТУРУ И КАЧЕСТВО ЛОПАТОК ГАЗОТУРБИННЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ, ОТЛИВАЕМЫХ МЕТОДОМ НАПРАВЛЕННОЙ КРИСТАЛЛИЗАЦИИ

*Р. Заббаров, В. В. Уваров*

76

#### РАСЧЕТ ПАРАМЕТРОВ ВОЛОЧЕНИЯ С КРУЧЕНИЕМ КВАДРАТНЫХ И ПРЯМОУГОЛЬНЫХ ТРУБ

*В. Р. Кургин, Е. В. Шокова*

80

#### К МАГНИТНО-ИПУЛЬСНОЙ ОБРАБОТКЕ БЫСТРОРЕЖУЩИХ СТАЛЕЙ

*О. К. Колеров, А. П. Трухов, А. Н. Логвинов, А. В. Мокеев*

85

**О ВОЗМОЖНОСТИ ГИБКИ ТРУБ ЭЛАСТИЧНЫМ ИНСТРУМЕНТОМ**  
*В. К. Моисеев* 89

**ВЛИЯНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ПРИСОЕДИНЕННЫХ  
ГИДРАВЛИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ НА ВИБРАЦИОННЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ТРУБОПРОВОДОВ**  
*Е. В. Шахматов, А. Б. Прокофьев, Г. М. Макарьяни* 96

---

### **ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ**

---

**ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МЕТОДА ОПОРНЫХ ФУНКЦИЙ  
ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ МАТЕМАТИКИ И МЕХАНИКИ**  
*Б. А. Горлач, Г. Ю. Ермоленко* 102

---

### **КИБЕРНЕТИКА И ИНФОРМАТИКА**

---

**КОНСОЛИДИРОВАННОЕ ФУНКЦИОНИРОВАНИЕ ЭЛЕКТРОННОЙ  
СИСТЕМЫ КОНКУРСНЫХ ЗАКУПОК**  
*М. А. Кораблин, А. В. Юрасов* 107

**АВТОМАТИЗИРОВАННАЯ СИСТЕМА АППРОКСИМАТИВНОГО  
КОРРЕЛЯЦИОННО-СПЕКТРАЛЬНОГО АНАЛИЗА**  
*С. А. Прохоров, М. А. Кудрина, К. А. Кудрин* 117

**ТЕХНОЛОГИЯ ПРОЕКТИРОВАНИЯ НАДЕЖНЫХ УПРАВЛЯЮЩИХ  
АЛГОРИТМОВ РЕАЛЬНОГО ВРЕМЕНИ ДЛЯ КОСМИЧЕСКИХ АППАРАТОВ**  
*А. А. Тюгашев* 124

---

### **ГУМАНИТАРНЫЕ НАУКИ**

---

**ЗАДАЧИ СИНТЕЗА ПАРАМЕТРИЧЕСКИ СОГЛАСОВАННОГО МЕХАНИЗМА  
ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ В МНОГОЭЛЕМЕНТНОЙ  
ПРОИЗВОДСТВЕННО-ЭКОНОМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЕ**  
*В. Д. Богатырев* 132

**МОДЕЛЬ ЭКОНОМИЧЕСКОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ БАНКА И  
ЗАЕМЩИКОВ НА КРЕДИТНОМ РЫНКЕ**  
*Д. З. Ваганова* 140

**К ВОПРОСУ О ТОЧНОСТИ И ЭФФЕКТИВНОСТИ ПРОГНОЗОВ В  
ДЕЯТЕЛЬНОСТИ АВИАКОМПАНИЙ ЧАРТЕРНОГО ТИПА**  
*К. А. Зорин* 143

**ОПТИМАЛЬНЫЕ СТРАТЕГИИ ПРИВЛЕЧЕНИЯ ФИНАНСОВЫХ  
РЕСУРСОВ ДЛЯ РАЗВИТИЯ ФИРМЫ В ДЛИТЕЛЬНОМ ПЕРИОДЕ**  
*О. В. Павлов* 147

**ПОСТРОЕНИЕ ПОЗНАВАТЕЛЬНО-ДЕЯТЕЛЬНОСТНОЙ  
МАТРИЦЫ УЧЕБНОГО ПРОЦЕССА**  
*Е. Н. Рябинова, Б. А. Титов* 153

**ОБЩИЙ ПОДХОД К ИДЕНТИФИКАЦИИ ЭКОНОМИЧЕСКОЙ  
ДИНАМИКИ НА ОСНОВЕ МОДЕЛЕЙ АВТОРЕГРЕССИИ**  
*В. К. Семёнычев* 159

**СТОИМОСТЬ РАБОТ ПО СОХРАНЕНИЮ ПОТРЕБИТЕЛЬСКИХ  
СВОЙСТВ БИОСФЕРЫ**  
*Т. Н. Соснина* 166

## CONTENTS

---

---

<b>THE 70<sup>ties</sup> ANNIVERSARY OF IGOR A. BEREJNOY</b> <i>Tarasov Y. L., Ignatiev V. V.</i>	7
<hr/> <b>AVIATION AND ROCKET-SPACE ENGINEERING</b> <hr/>	
<b>THE PROGRAMME OF THREE-CHANNEL CONTROL OF SUBORBITAL MOTION TRAJECTORY OF ORBIT PLANE</b> <i>V. L. Balakin, T. A. Bayandina, Yu. N. Lazarev</i>	12
<b>ESTIMATION OF EFFICIENCY OF CONTROLLING SCIENTIFIC EXPERIMENTS AT AUTONOMOUS MICROGRAVITATIONAL SPACE PLATFORMS</b> <i>I. V. Belokonov, I. V. Kozlov</i>	17
<b>TRANSFORMER REFORMER OF MICROMETEORIODS AND TECHNICAL DEBRIS BASED ON FILM MDM STRUCTURES</b> <i>K. E. Voronov, N. L. Bogoyavlensky, N. D. Semkin</i>	26
<b>SIMULATION OF SPACECRAFT FUNCTIONING PROCESSES WITH REGARD TO ACCUMULATED FAILURES OF OPBOARD SYSTEM ELEMENTS</b> <i>V. D. Elenev</i>	36
<b>OPTIMUM DISTRIBUTION OF NAVIGATIONAL POSITION AND VELOCITY SESSIONS FOR A SPACECRAFT WITH REMOTE SOUNDING OF THE EARTH USING DATA FROM INTEGRATED NAVIGATION COMPLEXES</b> <i>I. V. Yeliseev</i>	42
<b>PROVING THEOREMS OF CHANGING STRUCTURE RIGIDITY</b> <i>V. A. Komarov</i>	49
<b>NUMERICALLY - ANALYTICAL METHOD OF SOLVING OF PROBLEMS OF POTENTIAL FLOW ABOUT GROUP OF TWO-DIMENSIONAL</b> <i>V. A. Frolov</i>	52
<hr/> <b>TECHNICAL SCIENCES</b> <hr/>	
<b>GRAVITATIONAL THERAPY: FOUR ASPECTS OF SIMULATING LIMB HEMODYNAMICS</b> <i>V. A. Akulov</i>	61
<b>METODICAL ERROR OF THE OPTICAL-ELECTRONIC DISCRETE-PHASE METHOD OF TURBOMACHINE BLADES DEFORMATION MEASUREMENT</b> <i>A. I. Danilin</i>	68
<b>INFLUENCE OF INGOT BAR CHEMICAL COMPOSITION ON THE STRUCTURE AND QUALITY OF GAS TURBINE ENGINE BLADES CAST BY DIRECTED CRYSTALLIZATION</b> <i>R. Zabbarov, V. V. Uvarov</i>	76
<b>CALCULATION OF TWIST DRAWING PARAMETERS FOR SQUARE AND RESTANGULAR PIPES</b> <i>V. R. Kargin, E. V. Shokova</i>	80
<b>MAGNETIC – IMPULSE WORKING OF RAPID CUTTING STEELS</b> <i>O. K. Kolerov, A. P. Trukhov, A. N. Logvinov, A. V. Mokeev</i>	85

**POSSIBILITY OF PIPE BENDING BY ELASTIC INSTRUMENTS**  
*V. K. Moiseev* 89

**INFLUENCE OF DYNAMIC CHARACTERISTICS OF JOINED HYDRAULIC  
CHAINS ON VIBRATIONAL CHARACTERISTICS OF PIPELINES**  
*E. V. Shakhmatov, A. B. Prokofiev, G. M. Makariants* 96

---

**PHYSICS AND MATHEMATICS**

---

**THE SUPPORT FUNCTIONS METHOD FOR MATHEMATICAL AND  
MECHANICAL PROBLEMS**  
*B. A. Gorlach, G. E. Ermolenko* 102

---

**CYBERNETICS AND INFORMATION SCIENCE**

---

**CONSOLIDATE FUNCTIONING OF COMPETING PURCHASES  
ELECTRONIC SYSTEM**  
*M. A. Korablin, A. V. Urasov* 107

**COMPUTER-AIDED SYSTEM FOR APPROXIMATION  
CORRELATION-SPECTRAL ANALYSIS**  
*S. A. Prokhorov, M. A. Kudrina, K. A. Kudrin* 117

**METHOD OF DESIGNING RELIABLE REAL-TIME  
CONTROL ALGORITHMS FOR SPACECRAFT**  
*A. A. Tyugashev* 124

---

**HUMANITIES**

---

**PROBLEMS OF SYNTHESIS OF FACTOR-COORDINATED INTERACTION  
MECHANISM IN A MULTICOMPONENT PRODUCTION ECONOMIC SYSTEM**  
*V. D. Bogatyrev* 132

**THE MODEL OF ECONOMIC INTERACTION BETWEEN THE BANK AND  
BORROWERS IN THE CREDIT MARKET**  
*D. Z. Vagapova* 140

**ACCURACY AND EFFICIENCY OF FORECAST IN THE ACTIVITY  
OF CHARTER AIRLINES**  
*K. A. Zorin* 143

**OPTIMAL STRATEGIES OF ATTRACTING FINANCIAL RESOURCE  
FOR LONG-TERM COMPANY DEVELOPMENT**  
*O. V. Pavlov* 147

**CREATION OF AN EDUCATION PROCESS MATRIX OF COGNITION AND ACTIVITY**  
*H. N. Ryabinova, B. A. Titov* 153

**GENERAL APPROACH TO THE ECONOMIC DYNAMICS IDENTIFICATION  
ON THE BASIS OF AUTOREGRESSION MODELS**  
*V. K. Semenychev* 159

**PCOST OF WORK ON PRESERVATION OF BIOSPHERE CONSUMER PROPERTIES**  
*T. N. Sosnina* 166

## К СЕМИДЕСЯТИЛЕТИЮ ИГОРЯ АЛЕКСАНДРОВИЧА БЕРЕЖНОГО

© 2004 Ю. Л. Тарасов<sup>1</sup>, В. В. Игнатъев<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Самарский государственный аэрокосмический университет

<sup>2</sup>Самарская государственная академия путей сообщения



21 апреля 2004 года Игорю Александровичу Бережному - бывшему Главному конструктору КБ автоматических систем профессору, доктору физико-математических наук исполнилось бы семьдесят лет.

За то короткое время жизни, которое было ему отпущено судьбой, Игорь Александрович успел и смог сделать многое. Он создал два работоспособных конструкторских бюро: это ОКБ шасси самолетов и вертолетов и Конструкторское бюро автоматических систем (КБАС). Главному конструктору удалось быстро сформировать коллективы единомышленников из инженеров-конструкторов, технологов, производственников. На ходу приходилось создавать уникальную исследовательскую и испытательную базу, налаживать производство. И при этом Главный конструктор лично решал сложные проблемы в области механики, защитил кандидатскую, а в возрасте 37 лет и докторскую диссертацию.

Игорь Александрович окончил Куйбышевский авиационный институт в 1957 году. Практически все годы обучения он работал по совместительству на кафедре физики, а затем на кафедре прочности летательных аппаратов. Уже тогда он проявил себя как та-

лантливый экспериментатор. В то время для различных приложений механики чрезвычайно актуальной была проблема многоточечной дистанционной тензометрии - этого требовала бурно развивающаяся в 50-е годы строительная механика оболочек. Нужно сказать, что в институте была разработана необходимая аппаратура и налажено производство тензодатчиков. Это сделало возможным задолго до появления серийной тензоаппаратуры оснастить не только учебный процесс на высоком по тому времени уровне, но и проводить научные исследования, в чем была немалая заслуга студента Бережного И. А. В первые годы работы после окончания института в Центральной заводской лаборатории Воронежского авиазавода им были разработаны тензометрические весы для взвешивания самолетов, тензометрические измерители динамических нагрузок.

Еще в студенческие годы Игорь научился работать с серьезной научной литературой. В период работы в лаборатории прочности его настольной книгой была фундаментальная монография И. Бонч-Бруевича "Применение электронных ламп в экспериментальной физике", известная только узкому кругу специалистов, а "приданое" молодого специ-

алиста Бережного составлял тяжеленный “бабушкин” сундук с книгами по различным областям науки и техники. Согласитесь, что собрать такую библиотеку студенту, снимающему вместе с однокурсником “угол” в курмышах тогдашней улицы Маяковского, было очень непросто, да еще заработать на книги деньги - на старших курсах Игорь практически не прибегал к помощи родителей!

В аспирантуру Игорь Александрович поступал в 1962 году. В этот период в Воронеже, куда он приехал по распределению, сложилось несколько крупных научных школ, возглавляемых известными учеными: математиком М. Красносельским, механиком Д. Ивлевым, физиком В. Постниковым. Поступить в аспирантуру тогда было вообще очень трудно, а для Игоря Александровича это было трудно вдвойне: во-первых, прошло уже почти пять лет после окончания института, во-вторых, он был инженером, хорошо подготовленным, талантливым, но инженером без университетского образования, а его будущий учитель Дюис Данилович Ивлев - представитель всемирно известной научной школы академика Л. И. Седова - известный теоретик в области теории идеальной пластичности не только у нас в стране, но и за рубежом. Ученики Ивлева того периода, более молодые, чем Игорь, уже были кандидатами наук, например, Г. И. Быковцев в то время был деканом только что созданного в университете факультета прикладной математики и механики. Неудивительно, что при первом знакомстве с Ивлевым Игорь получил по существу вежливый отказ в виде рекомендации изучить основополагающие работы по теории идеальной пластичности. Для этого, как минимум, требовалось освоить специальные разделы математики, которые не преподавались в авиационных вузах, да еще в объеме университетского курса.

Нужно сказать, что Игорю Александровичу на это потребовалось всего около двух месяцев, после чего вопрос об аспирантуре был решен положительно, а талантливый ученый и педагог приобрел еще одного талантливого ученика.

Первая научная статья аспиранта Бережного И. А. “О кручении призматических

стержней из идеально-пластического материала с учетом микронапряжений” была опубликована в 1963 г. в академическом журнале “Прикладная механика и техническая физика”, а уже через год совместно с Д. Д. Ивлевым статья “О влиянии вязкости на механическое поведение пластических сред” была опубликована в самом престижном во все времена научном журнале “Доклады Академии наук”. К моменту защиты кандидатской диссертации “Некоторые вопросы теории пластических сред, свойства которых зависят от времени” в 1966 г. в ученом совете Воронежского университета в академической печати им было опубликовано еще две статьи. Не так уж мало для молодого ученого, если учесть, что за год до защиты диссертации он был назначен Главным конструктором конструкторского бюро, которое нужно было создавать, что называется, “с нуля”. Агрегатные ОКБ, от уровня разработок которых, по существу, зависят характеристики изделия в целом, не пользовались в то время необходимым вниманием. В воображении министерских чиновников такое ОКБ виделось как некое подобие серийного конструкторского отдела, что, по вполне понятным причинам, не соответствовало замыслам Главного конструктора. И здесь Игорь Александрович проявил свой дар ученого и инженера, талантливого организатора, что и обеспечило ему поддержку и уважение авторитетов авиационной промышленности А. А. Туполева, О. К. Антонова, В. М. Мясищева и других менее именитых конструкторов и авиационных специалистов. В короткий срок была сформирована тематика, и ОКБ создавалось под нее. За шесть лет существования ОКБ “Шасси самолетов и вертолетов” (а если учесть нулевые начальные условия и считать как в математике “по среднему” - за 3 года!) был создан работоспособный научно-конструкторский коллектив, заложены основы производственной базы. За это время было разработано сложнейшее по конструкции шасси для сверхзвукового самолета конструкции П. О. Сухого: собрано, испытано, доведено до летных испытаний. Впервые в практике такого агрегатостроения шасси поставлялось комплексно:

со всем входящим во взлетно-посадочную систему оборудованием. До этого только так поставлялись авиадвигатели. Уместно сказать, что по своему уровню самолет на добрые десять лет опережал его американский аналог В-1.

Параллельно с этой сложной даже для сложившегося ОКБ работой готовилось к серийному производству шасси другого самолета П. О. Сухого, не так давно снятого с вооружения. Работать над такой тематикой, да еще в контакте с такой прогрессивной фирмой, каковой являлось ОКБ П. О. Сухого, было не только сложно и ответственно - это была прежде всего прекрасная школа профессионализма для молодого КБ. Совместно с ОКБ О. К. Антонова с 1968 г. велись научно-конструкторские изыскания с целью создания оптимальной взлетно-посадочной системы для сверхтяжелых самолетов, т.е. самолетов с взлетной массой около 1000 т, предварявших создание уже значительно позднее самолетов-гигантов "Руслан" и "Мрия".

В конце 60-х годов в США и Канаде интенсивно велись совместные исследования по созданию взлетно-посадочной системы на воздушной подушке для повышения мобильности военно-транспортной авиации. В инициативном порядке были начаты работы по созданию такого взлетно-посадочного устройства и в ОКБ шасси. Для экспериментов был выбран самолет Ан-14 конструкции О. К. Антонова, который впоследствии предоставил Бережному И. А. полномочия самостоятельно вносить изменения в аэродинамику и прочность самолета. Летные испытания самолета с шасси на воздушной подушке, условно названного Ан-714, успешно были завершены в 1971 г., на год раньше чем в США. Даже этот далеко не полный перечень тем требовал не только напряженной конструкторской работы, но и научных разработок в области механики, металловедения, математического моделирования и т. п. Игорь Александрович был не только генератором идей, но и кропотливым исследователем. Под его руководством были подготовлены и успешно защищены в этот период три кандидатские диссертации. Сам же он подготовил и в начале 1971 года успешно защитил диссер-

тацию на соискание ученой степени доктора физико-математических наук на тему "Некоторые общие вопросы пластичности и ее приложение в квазипластических задачах движения колеса по поверхности с трением". Защита состоялась в Киевском государственном университете. Официальными оппонентами по диссертации выступили известные ученые-механики чл.-корр. АН СССР Л.А. Галин, чл.-корр. АН Украины А. Н. Гузь, профессор МГУ Клюшников В. Д.

Справедливости ради нужно сказать, что все эти работы хотя и были стимулированы тематикой ОКБ, но были сугубо теоретическими работами в области механики не голономных систем, и их защиты проходили в ведущих в то время университетах: Воронежском, Новосибирском, Тартусском. К 1972 г. ОКБ шасси набрало силу, и, хотя оно было еще очень малочисленным, в нем были созданы все функциональные подразделения, включая летно-экспериментальный отдел. Но этот год был последним в его истории: во исполнение известного Постановления ЦК КПСС и СМ СССР от 1970 г. оно в начале 1972 г. вошло в состав Куйбышевского агрегатного объединения. В связку с заводами поверстали все агрегатные ОКБ Минавиапрома. "ОКБ Бережного", как его называли тогда в Куйбышеве, и ОКБ по разработке воздушных винтов были последними. Нужно сказать, что процесс объединения не поддерживался Генеральными конструкторами, но протестовать в то время, как известно, было бесполезно. Научно-техническому прогрессу в авиации был нанесен непоправимый удар. Достаточно сказать, что подписание приказа по ликвидации этих ОКБ совпало с сообщением о создании английскими специалистами винтовентиляторов, проблема которых у нас не решена и до сих пор.

"Дамоклов меч" объединения висел над ОКБ с 1970 г., поэтому Игорь Александрович еще в начале 1972 г. в знак протеста подал заявление об увольнении, которое просил подписать, по крайней мере, одновременно с приказом об объединении ОКБ с Агрегатным заводом. По тем временам это был смелый шаг, исполненный ответственности ученого и руководителя за научно-техничес-

кий прогресс, за судьбу тех важных для обороны страны научно-конструкторских заделов, которые имелись тогда в “портфеле” ОКБ.

Откуда взялись эти заделы? С конца 1967 года стало традицией после работы, иногда и до глубокой ночи, включая выходные дни, если конечно не было авралов, которые случались тоже, заниматься научной работой, поиском нетрадиционных решений тех задач, которые возникали в деятельности ОКБ. Эта работа велась, как правило, со студентами-дипломниками и молодыми специалистами, которые и были основной активной силой. Кстати, за эту внеурочную работу никакой оплаты не полагалось, кроме вознаграждения за изобретение, подтвержденное авторским свидетельством, - не более 50 рублей на одного автора или 200 рублей за одно коллективное изобретение. Правда, число авторских свидетельств к тому времени перевалило за полсотни.

Исследования отличались большим разнообразием. Именно тогда были сформулированы основные конструктивно-технологические принципы взлетно-посадочной системы самолетов с шасси на воздушной подушке, благодаря чему разработка и создание самолета заняли всего несколько месяцев. Тогда же был найден целый ряд чрезвычайно эффективных решений по применению лазеров, конструкции газодинамических лазеров, разработаны технологии литья особо сложных деталей шасси из высокопрочных сплавов, обработки металлических поверхностей до “оптической” чистоты и получения магнитных жидкостей, т. е. жидкостей, реологические свойства которых изменяются в зависимости от наложенного магнитного поля, и т. п. Именно благодаря этим работам, которые не могли быть не замечены, в том числе и в Академии наук, что называется, под Бережного И. А. было создано в декабре того же 1972 года Конструкторское бюро автоматических систем на “части бывшего ОКБ шасси”, как звучало в приказе Миновиапрома.

Эта “часть” состояла из 50 сотрудников и кустарных сооружений на территории свиноводческого совхоза “Зубчаниновский”.

Правда, была передана часть приборов и оборудования и значительная часть библиотеки, которая содержала по меньшей мере около сотни наименований научной периодики за несколько лет. Таким образом, опять предстояло начать все сначала.

Вот на этой “части” уже практически через год развернулись работы по созданию лазерной курсо-глиссадной системы посадки самолетов “Глиссада”, использующей принцип ориентирования, основанный на применении рассеянного излучения, в частности лазерного, позволяющего создавать из-за его высокой направленности протяженные световые ориентиры. Именно так звучит патентная формула в многочисленных зарубежных патентах.

“Глиссада” - это только один пример, реализующий этот принцип. Известно, как долог путь от разработки принципа до его практической реализации. Нужно было пройти практически весь тот путь, который прошли радиотехнические системы от момента создания источников радиоизлучения до современных приборных реализаций. Можно сказать, что жизнь Главного конструктора профессора, доктора физико-математических наук Игоря Александровича Бережного трагически оборвалась в то время, когда была уже пройдена большая часть этого пути.

Справедливости ради следует отметить, что “Глиссада” представляла только одно из направлений в разработках ОКБ. Так случилось, что она стала наиболее известной.

Но и в этот период Игорь Александрович, уже будучи профессором авиационного института, продолжал исследования в области теории идеальной пластичности.

Полный список научных работ Игоря Александровича составил более двухсот наименований, включая более полутора десятка изобретений и зарубежных патентов.

Авторы этого материала знали Игоря Александровича со студенческой скамьи, работали с ним в лаборатории. Одному из авторов довелось после аспирантуры в МАИ работать и в КБ под руководством Игоря Александровича, другой поддерживал деловую связь с ним, работая в институте.

Что можно сказать о нем?

И. А. Бережной обладал высоким талантом создания коллектива. Он по сути дела создал коллективы двух КБ. И для этого он искал одаренных инженеров, заказывал подготовку специалистов по индивидуальным планам. И сам участвовал в этой подготовке: читал лекции, руководил курсовым и дипломным проектированием.

И базу научно-экспериментально-производственную он создавал основательно. И была она создана также, по сути дела, в двух КБ.

Игорю Александровичу присуща была скрупулезная дотошность и высокий профессионализм во всех делах. Он сам “носился” на автомобиле “Москвич” по взлетно-посадочной полосе, проверяя реализацию своих идей бестормозного торможения, торможения путем разворота колес “елочкой”. Насколько бы удалось облегчить взлетно-посадочные устройства, применив эти разработ-

ки. А обретение навыков пилота? Ведь Главный конструктор полностью освоил пилотирование тяжелых самолетов на всех этапах эксплуатации самолета, включая вход в Московскую зону и посадку на подмосковных аэродромах. Он ценил профессионализм во всем. Отдыхая, он освоил серфинг, подводное плавание. Любил и ценил не хрустальные творенья российских умельцев.

Об Игоре Александровиче Бережном говорить можно много и долго. Безусловно, здесь сказано не все и не полно. К сожалению, трагическая гибель преждевременно унесла из жизни талантливую ученого, одаренного конструктора. Он мог бы сделать еще очень много нового, но и то, что сделано им в науке и технике, достойно глубочайшего уважения.

## ПРОГРАММЫ ТРЕХКАНАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ СУБОРБИТАЛЬНОЙ ТРАЕКТОРИЕЙ ДВИЖЕНИЯ ОРБИТАЛЬНОГО САМОЛЕТА

© 2004 В. Л. Балакин, Т. А. Баяндина, Ю. Н. Лазарев

Самарский государственный аэрокосмический университет

Рассматриваются суборбитальные траектории движения орбитального самолета при прекращении выведения на орбиту второй ступени многоцелевой авиационно-космической системы.

На основе метода последовательной линеаризации разработан алгоритм формирования номинального управления, который позволяет рассчитывать управляющие зависимости по каналам угла атаки, скоростного угла крена и тяги, оптимизирующие заданные критерии с учетом ограничений на управление, фазовые координаты и режимы движения. Определен характер управляющих зависимостей, обеспечивающих максимальную боковую дальность.

Развитие космонавтики ставит новые задачи в области исследования траекторий аэрокосмических аппаратов (АА), способных совершать управляемое движение как в атмосфере, так и в околоземном космическом пространстве. Весьма полно изучены траектории спуска при входе АА в атмосферу с околоземной орбиты и при маневре поворота плоскости орбиты в атмосфере. Менее исследованы [1-3] возможности АА при многоканальном управлении движением по суборбитальным траекториям, которые характеризуются начальной скоростью, существенно меньшей орбитальной, и (или) начальной высотой, меньшей условной границы атмосферы. Отличительной особенностью суборбитальных траекторий является наличие начального восходящего участка и недостаточный для квазистационарного планирования уровень кинетической энергии АА. На атмосферном участке суборбитальной траектории достигаются максимумы тепловых потоков и перегрузок.

Рассматриваются суборбитальные траектории движения орбитального самолета (ОС) при прекращении выведения на орбиту второй ступени многоцелевой авиационно-космической системы (МАКС). Целью управления при движении по суборбитальной траектории является приведение ОС из заданного начального состояния к началу участка предпосадочного маневрирования на высоте  $H_k$ , равной 20 км, при обеспечении сохранности конструкции и безопасности экипажа.

Управление движением ОС в атмосфере осуществляется по каналам угла атаки  $\alpha$ , скоростного угла крена  $\gamma_a$  и силы тяги двигательной установки (ДУ), значение которой определяется секундным расходом топлива  $\beta$ . На управляющие зависимости наложены ограничения

$$\alpha_{\min}(p) \leq \alpha \leq \alpha_{\max}(p), |\gamma_a| \leq \gamma_{a\max}(p), \quad (1)$$

$$0 \leq \beta \leq \beta_{\max}$$

где  $p$  – вектор параметров траектории, от которых зависит конкретный вид ограничений на управляющие воздействия. В этих неравенствах и в дальнейшем индексами «*min*» и «*max*» обозначены минимальные и максимальные значения соответствующих параметров.

Ограничения на конечные значения фазовых координат рассматриваются как ограничения на величину отклонений земной скорости  $V$  и угла наклона траектории  $\theta$  от требуемых значений в момент времени  $T$ , соответствующий конечной точке траектории. Эти отклонения не должны превышать допустимых величин

$$\Delta V(T) - \Delta V_{\text{дон}} \leq 0, \Delta \theta(T) - \Delta \theta_{\text{дон}} \leq 0, \quad (2)$$

где  $\Delta V(T) = |V(T) - V_{\text{треб}}|$ ,  $\Delta \theta(T) = |\theta(T) - \theta_{\text{треб}}|$ . Здесь и в дальнейшем индекс «*треб*» соответствует требуемым значениям параметров,

а индекс «don» обозначает допустимые значения соответствующих величин.

Из ограничений на текущие значения фазовых координат учтено ограничение на максимальную высоту  $H$  после возможного отражения ОС от плотных слоев атмосферы, достигаемую в момент времени  $t'$ :

$$\Delta H(t') - \Delta H_{don} \leq 0, \quad (3)$$

где  $\Delta H(t') = |H(t') - H_{преб}|, 0 < t' < T$ .

Рассмотрены ограничения на режимы движения ОС в атмосфере - максимально допустимое значение удельного теплового ...  $q_{тоон}$ , определяющего температуру его поверхности, и максимально допустимое значение нормальной перегрузки  $n_{ydon}$ , обуславливающей нагрузку на его конструкцию:

$$q_{tmax} - q_{тоон} \leq 0, \quad n_{ymax} - n_{ydon} \leq 0. \quad (4)$$

Расходуемая масса топлива  $m_t$  не должна превышать имеющуюся на борту аппарата массу  $m_{тоон}$ .

Для известных характеристик и начального состояния ОС требуется сформировать для заданного критерия номинальное оптимальное управление движением по суборбитальной траектории по каналам угла атаки, скоростного угла крена и тяги с учетом ограничений на управление (1), фазовые координаты (2), (3) и режимы движения (4).

Движение аппарата описывается системой уравнений

$$\dot{x} = f(x, u) \quad (5)$$

с начальным условием

$$x(0) = x_0, \quad (6)$$

где  $f = (f_1, \dots, f_s)^T$  - вектор-функция правых частей размерности  $s$ ;  $x = (x_1, \dots, x_s)^T$  - вектор фазовых координат размерности  $s$ ;  $u = (u_1, \dots, u_r)^T$  - вектор управляющих зависимостей размерности  $r$ .

Требуется определить управление  $u(t)$  на отрезке времени  $[0, T]$  для системы (5) с начальным условием (6), обеспечивающее максимум или минимум функционала

$$F_0[u(t)], \quad (7)$$

удовлетворяющее ограничениям на управление

$$u(t) \in U \quad \forall \quad t \in [0, T] \quad (8)$$

и ограничениям на функционалы

$$F_j[u(t)]d \leq 0 \quad (j = 1, 2, \dots, J). \quad (9)$$

Функционалы  $F_0$  и  $F_j$  рассматриваются как неявные зависимости от управляющих воздействий  $u(t)$ , и поэтому запись  $F[u(t)]$  выражает принципиальную возможность вычислять  $F$  по известному  $u(t)$ . В конкретных задачах численные значения функционалов в неравенствах (9) соответствуют значениям левых частей неравенств (2), (3) и (4).

В основу численных алгоритмов формирования номинальных управляющих зависимостей положен метод последовательной линеаризации [4], который является методом спуска в пространстве управлений, сводится к построению минимизирующей последовательности управлений и позволяет решать широкий круг задач оптимального управления с учетом ограничений. Метод заключается в построении последовательности итераций улучшения управления. На каждой итерации в малой окрестности исходного управления вычисляются приращения управляющих зависимостей, позволяющие перейти к улучшенному управлению на основании информации о производных функционалов по управлению. В процедуре расчета итераций улучшения управления используются кусочно-линейные аппроксимирующие зависимости, удовлетворяющие требованиям простоты вычислительной процедуры и точности аппроксимации управляющих зависимостей.

Разработанный алгоритм формирования номинального управления позволяет рассматривать управляющие зависимости по каналам угла атаки, скоростного угла крена и тяги, которые оптимизируют заданные критерии с учетом ограничений на управление, фазовые координаты и режимы движения. Отличительная особенность алгоритма состоит в том, что он позволяет решать задачи с заранее неизвестным числом функционалов. Достоинствами алгоритма являются возможность решения задач оптимизации с уче-

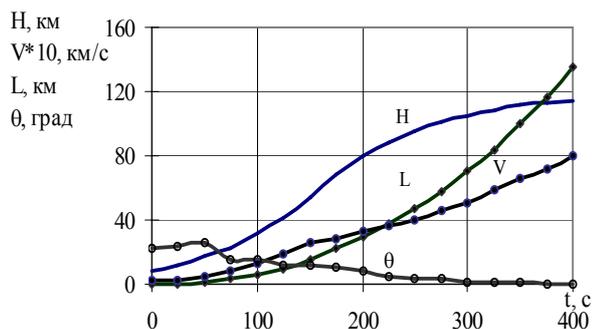


Рис. 1. Параметры движения второй ступени МАКС-ОС

том разнообразных ограничений и малая чувствительность к начальному приближению управляющих зависимостей.

Рассмотрена нештатная ситуация, связанная с прекращением выведения второй ступени МАКС на околоземную орбиту. В качестве АА рассмотрен ОС с максимальным аэродинамическим качеством  $K_{max} = 1,6$ , с ограничениями на управление:  $\alpha_{min} = 10^\circ$ ,  $\alpha_{max} = 45^\circ$ ,  $\gamma_{amax} = 80^\circ$ ,  $\beta_{max} = 19,2$  кг/с и допустимым запасом топлива 1500 кг.

На рис. 1 приведены зависимости высоты  $H$ , скорости  $V$ , продольной дальности  $L$  и угла наклона траектории для траектории выведения ОС на орбиту. Рассмотрены шесть вариантов начальных условий, соответствующих различным моментам времени прекращения процесса выведения - 100 с, 150 с, 200 с, 250 с, 300 с и 350 с. Время до 100-й секунды не рассматривалось, т. к. до 75-й секунды прекращение выведения происходит на высоте, меньшей конечной высоты  $H_k$  рассматриваемого участка спуска. Все шесть вариантов суборбитальных траекторий спуска имеют начальную скорость, значительно меньшую орбитальной, а некоторые и началь-

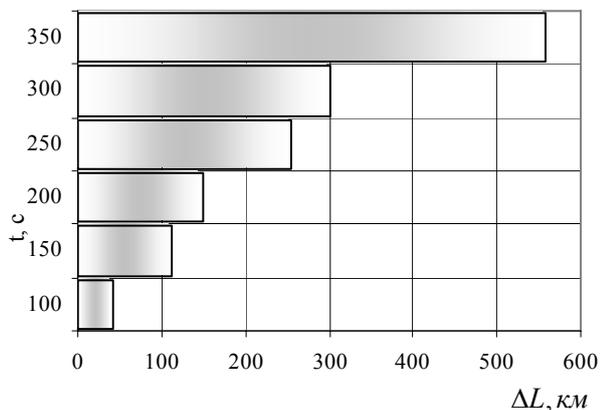


Рис. 2. Увеличение продольной дальности при трехканальном управлении

ную высоту, меньшую условной границы атмосферы, равной 100 км.

Исследовано суборбитальное движение ОС при трехканальном управлении с учетом ограничений на управление, а также без учета и с учетом ограничений на фазовые координаты и режимы движения.

На рис. 2 и 3 приведены абсолютные приращения максимальных значений продольной и боковой дальности спуска при трехканальном управлении без учета ограничений по сравнению с двухканальным, рассмотренным в [2].

На рис. 4 приведены оптимальные программы управления, зависимости высоты, скорости и угла наклона траектории от времени движения ОС по траектории с максимальной боковой дальностью с начальными условиями, соответствующими 300-й секунде прекращения процесса выведения (нулевая секунда на рис. 4), с учетом ограничений только на управление. Программа управления углом атаки формируется таким образом, что на большей части траектории реализуется максимальное значение аэродинамического качества ОС. Скоростной угол крена имеет наибольшее значение (по модулю) в районе первого рикошета, что обеспечивает максимальную боковую дальность. Программа управления секундным расходом массы топлива обеспечивает движение ОС с большей механической энергией по сравнению с двухканальным управлением, поскольку используется весь запас топлива и в конце движения секундный расход топлива  $\beta$  равен нулю (рис. 4).

На рис. 5 приведены параметры траектории и программы управления, получен-

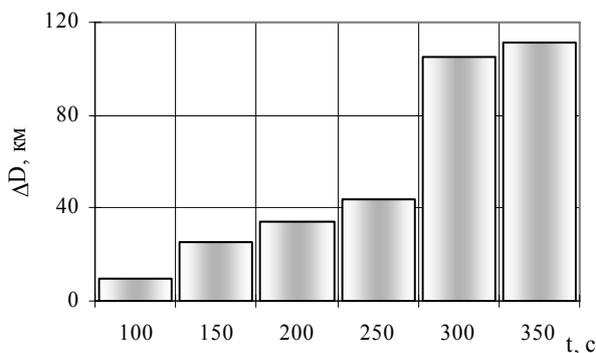


Рис. 3. Увеличение боковой дальности при трехканальном управлении

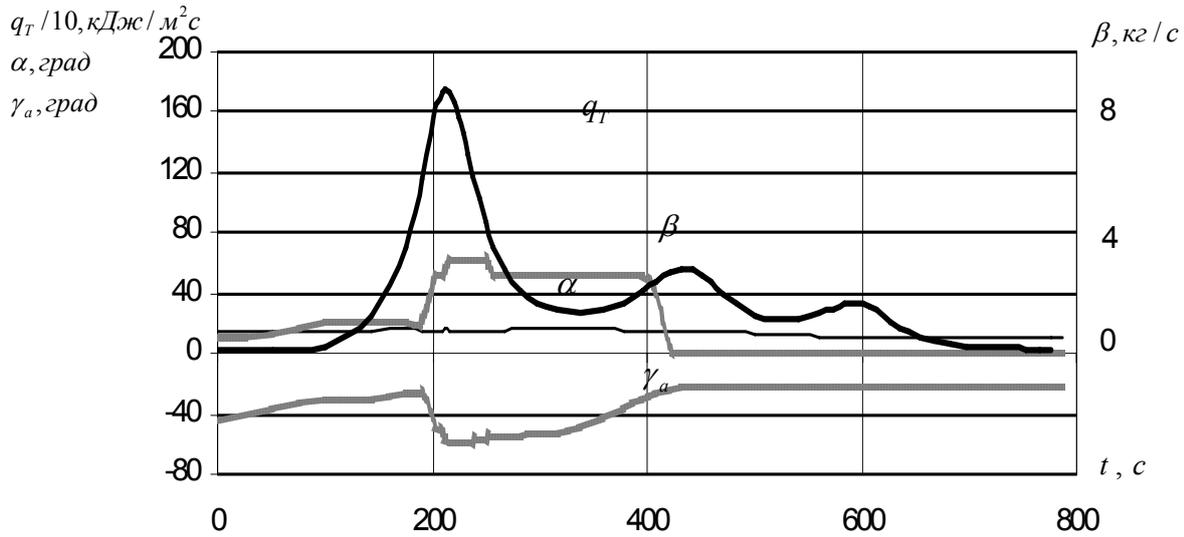


Рис. 4. Программы управления и параметры траектории с максимальной боковой дальностью

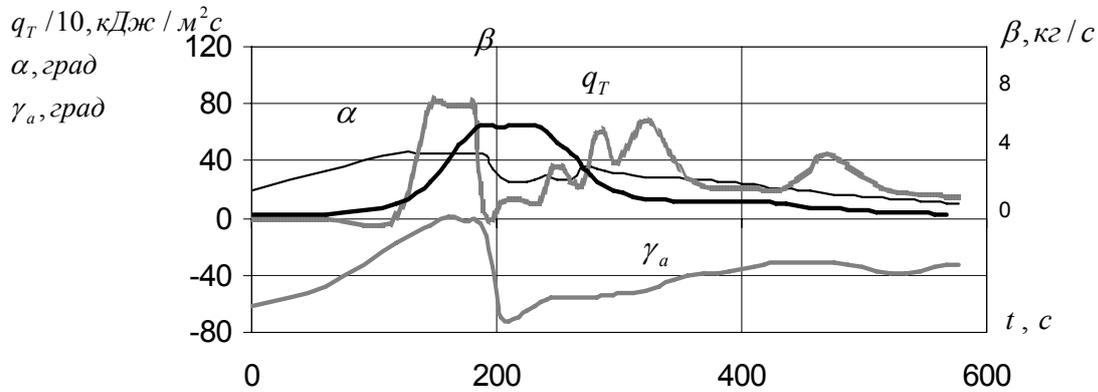


Рис. 5. Программы управления и параметры траектории с максимальной боковой дальностью при ограничении  $q_{Tmax}$

ные с учетом выполнения ограничения (4) на удельный тепловой поток при  $q_{T доп} = 630$  кДж/м<sup>2</sup>с. Из рисунков 4 и 5 следует, что наибольшее изменение структуры программ управления происходит на участке траектории, где достигается максимум теплового потока (200-я секунда, рис. 5): для выполнения ограничения угол атаки возрастает и достигает максимально допустимого значения ( $\alpha_{max}$ ); удельный расход топлива и скоростной угол крена уменьшаются до нуля.

Результаты расчетов показывают, что ограничение на удельный тепловой поток, во-первых, существенно (примерно в два раза) уменьшает максимальную боковую дальность и, во-вторых, существенно изменяет структуру программ трехканального управления.

### Список литературы

1. Баяндина Т. А., Киселева С. А., Лазарев Ю. Н. Исследование маневренных возможностей при спуске в атмосфере орбитального самолета в нештатных ситуациях, возникающих при выведении на орбиту. // Сб. трудов IX Всероссийского научно-технического семинара по управлению движением и навигации летательных аппаратов. Самара, 1999, ч. I, с. 39-42.
2. Лазарев Ю. Н., Баяндина Т. А. Исследование маневренных возможностей орбитального самолета при спуске в нештатных ситуациях. // Известия Самарского научного центра Российской академии наук, 2000, № 1, с. 89-93.
3. Лазарев Ю. Н., Баяндина Т. А. Области достижимости орбитального самолета

при спуске в нештатных ситуациях. // Тезисы докладов VI Международной конференции «Системный анализ и управление космическими комплексами». М.: МАИ, 2001, с. 46-47.

4. Федоренко Р. П. Приближенное решение задач оптимального управления. М.: Наука, 1978.

## **THE PROGRAMME OF THREE-CHANNEL CONTROL OF SUBORBITAL MOTION TRAJECTORY OF ORBIT PLANE**

© 2004 V. L. Balakin, T. A. Bayandina, Yu. N. Lazarev

Samara State Aerospace University

Suborbital motion trajectories of an orbit plane when the second stage of a multipurpose air-and-space system is stopped from being placed into orbit are discussed, based on the successive linearization method. The algorithm, forming nominal control, is developed, allowing to calculate controlling functions of the attack angle, the velocity angle of rolling and the thrust which optimize the given criteria, taking into account constraints on control, phase coordinates and motion modes. The character of controlling functions providing maximum lateral range is defined.

## ОЦЕНКА ЭФФЕКТИВНОСТИ ПРОЦЕССА УПРАВЛЕНИЯ НАУЧНЫМИ ЭКСПЕРИМЕНТАМИ НА АВТОНОМНЫХ МИКРОГРАВИТАЦИОННЫХ КОСМИЧЕСКИХ ПЛАТФОРМАХ

© 2004 И. В. Белоконов, И. В. Козлов

Самарский государственный аэрокосмический университет

Предложена математическая модель, позволяющая провести анализ и оценку эффективности нового вида космических услуг - контроля и управления ходом проведения научных экспериментов на автономных микрогравитационных космических платформах (АМКП). Эффективность проведения научного эксперимента характеризуется мерой степени его неопределенности – энтропией. Записаны критерии, позволяющие сравнивать различные варианты организации контроля и управления ходом проведения экспериментов, отличающиеся привлечением существующих в настоящее время наземных центров, способных получать и передавать информацию на АМКП типа «Фотон»/«Бион». Сформулированы выводы об эффективности типовых вариантов организации экспериментов на АМКП, даны рекомендации по использованию и дальнейшему развитию Самарского наземного центра приема информации из космоса.

Большинство научных экспериментов в космосе посвящено развитию науки о поведении вещества в космических условиях с целью создания теоретических основ космического производства. Рынок космических услуг по обеспечению проведения таких исследований разделяется на услуги, предоставляемые автоматическими микрогравитационными космическими платформами (АМКП), пилотируемые космическими аппаратами (КА) и международной космической станцией (МКС).

Особое место в перечисленном ряду космических средств принадлежит АМКП «Фотон» и «Бион». С 1985 года на двенадцати АМКП «Фотон» и десяти АМКП «Бион» было проведено множество уникальных экспериментов, в результате которых получены полупроводниковые материалы с новыми свойствами и биологически чистые лекарственные препараты, исследовано протекание физико-химических процессов в условиях микрогравитации, проведена отработка бортовых технических средств для создания основ будущего космического производства [1]. С конца 80-х годов АМКП «Фотон» и «Бион» начали использоваться в коммерческих целях в международных космических программах.

В настоящее время возможности АМКП «Фотон» и «Бион» позволяют решать практически все принципиальные вопросы

перспективных космических технологий в космосе. Однако требуется увеличение располагаемой мощности энергопитания и увеличение срока существования АМКП на орбите, что и осуществляется сейчас в рамках программы модернизации и создания АМКП «Фотон-М» [2].

Сравнительный анализ возможностей космических средств можно выполнить, используя набор следующих показателей:

- уровень микрогравитации, который является основным показателем качества проведения экспериментов в условиях космического пространства;
- коммерческая стоимость размещения 1 кг полезной нагрузки на борту;
- возможность оперативной доставки результатов экспериментов сразу после их завершения;
- сервис проведения экспериментов, под которым подразумевается возможность контроля и управления их ходом;
- продолжительность проведения экспериментов;
- ограничения на вид проводимых экспериментов (например, биологические эксперименты на млекопитающих невозможно проводить на пилотируемых космических объектах ввиду трудности поддержания комфортного для человека состава атмосферы).

На рис. 1 показан многоугольник конкурентоспособности космических средств.

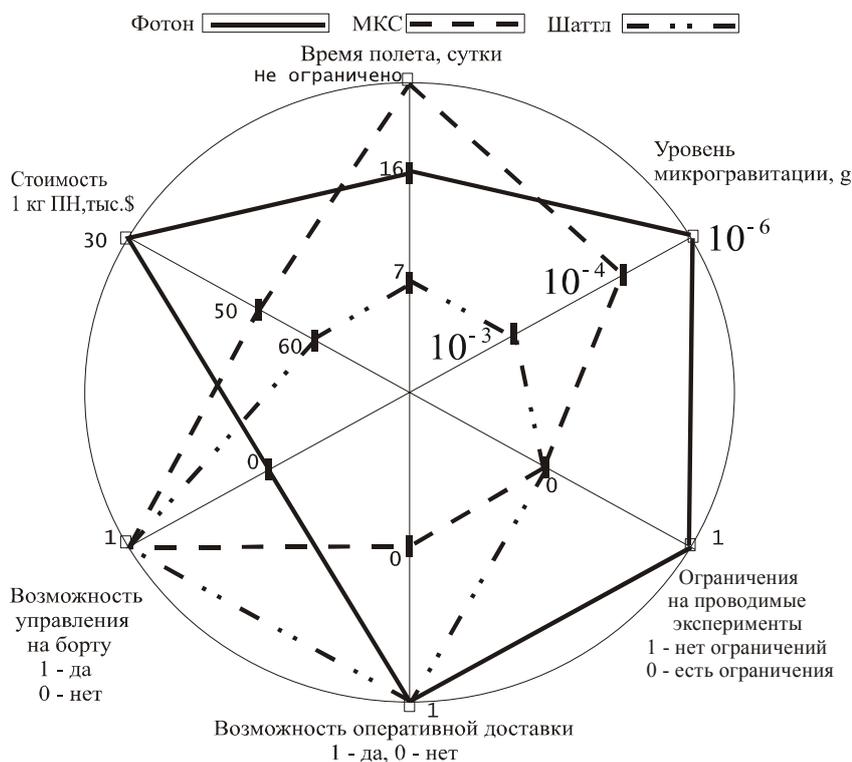


Рис. 1

Его анализ позволяет сделать вывод, что АМКП «Фотон»/«Бион» по большинству показателей опережают конкурирующие с ними космические средства, но проигрывают в возможности контроля и управления экспериментами. Последнее является весьма важным, так как позволяет снизить вероятность появления неплановых режимов проведения экспериментов, что в свою очередь имеет опосредствованный экономический эффект.

Инновационные проекты и направления работ, связанные с улучшением характеристик и повышением конкурентоспособности АМКП на мировом рынке космических услуг, являются весьма перспективными. Целью данной работы является разработка модели, проведение анализа и оценка эффективности нового вида космических услуг, а также формирование предложений по их реализации.

В настоящее время наблюдается устойчивая тенденция усложнения экспериментов на АМКП «Фотон», сопровождаемая потребностью доступа к научной информации для постановщиков экспериментов во время их проведения.

В таблице 1 отражена динамика изменения количества и видов проводимых кос-

мических экспериментов на АМКП «Фотон» (неконтролируемых, контролируемых, управляемых во время полета). Как видно, начиная с «Фотон» №12, появляются эксперименты, информация о ходе которых доставляется оперативно на Землю по радиоканалу, а на модернизированном АМКП «Фотон-М» уже предоставляются услуги и по частичному управлению ходом отдельных экспериментов.

Примером реализации такой услуги является установка системы «Телесайенс» на последних двух АМКП «Фотон», которая расширяет сервисные возможности по работе с научной аппаратурой во время орбитального полета, обеспечивая передачу информации о ее функционировании и ходе экспериментов непосредственно на Европейские региональные пункты приема информации. Первые летные испытания системы «Телесайенс» были успешно проведены на «Фотон-12» в сентябре 1999 г. [3]. Аппаратура «Телесайенс» использовалась совместно с аппаратурой «Флюидпак», предназначенной для проведения исследований в области физики жидкостей в условиях микрогравитации. Она обеспечивала не только передачу на Землю науч-

Таблица 1  
Динамика изменения количества и видов проводимых экспериментов  
на АМКП «Фотон»

АМКП	Год запуска	Число экспериментов каждого вида в %		
		Пассивные	Активные	Управляемые
Фотон 11	1997	70	30	–
Фотон 12	1999	55	18	27
Фотон-М №1	2001	47	41	12
Фотон-М №2	2005	40	45	15
Фотон-М №3	2006	37	46	17

ной информации (включая видеоизображения), но и передачу новых параметров по управлению экспериментами на борт АМКП. После получения на наземной станции Европейского космического агентства в г. Кируна (Швеция) научная информация оперативно анализировалась представителями заказчиков экспериментов, а затем передавалась по сети Интернет в основные европейские центры и университеты, являющиеся непосредственными постановщиками экспериментов. Это позволило вмешиваться в ход проведения экспериментов в нештатных ситуациях.

Процесс проведения экспериментов, проводящихся в условиях воздействия большого числа случайных факторов и возмущений, сопровождается большим объемом информации о его состоянии. Поэтому он может быть охарактеризован такой универсальной информационной характеристикой, как энтропия результатов процесса проведения эксперимента, которая является мерой степени неопределенности его состояний:

$$H(X) = - \sum_{i=1}^n p_i \log_2 p_i, \quad (1)$$

где  $p_i$  - вероятность того, что в момент  $T$  случайная величина  $X$  принимает значение  $X_i$ ;  $i = 1, \dots, n$ ;  $n$  - число возможных значений.

Доказано, что энтропия непрерывного процесса  $X$  с заданным среднеквадратическим отклонением (СКО)  $\sigma_x$  его случайной координаты максимальна при нормальном законе распределения [4]. Примем допущение, что результаты контролируемого эксперимента в текущий момент времени имеют случай-

ный характер и описываются нормальным законом распределения. Тогда энтропию, исчисляемую в битах, можно оценить по соотношению

$$H(X) = \log_2 \sigma_x \sqrt{2\pi e}. \quad (2)$$

Суммируя энтропию по всем экспериментам, можно найти общую энтропию, характеризующую в целом эффективность организации экспериментов.

Примем допущение, что энтропия возрастает пропорционально времени.

За время своего функционирования АМКП «Фотон» неоднократно пролетает над наземными пунктами приема-передачи информации. Во время каждого сеанса связи может осуществляться передача на Землю информации о ходе эксперимента. В результате этого происходит снижение общего объема энтропии (степени неопределенности) о ходе проведения экспериментов. Возрастание энтропии определяется условиями проведения эксперимента, объемом накапливаемой информации, а также вероятностными характеристиками процесса эксперимента (например, дисперсией), на которые можно влиять за счет управленческих решений, принимаемых на основании наземного анализа хода эксперимента. Можно принять, что значение дисперсии результатов эксперимента зависит от эффективности организации процедуры контроля за его ходом, которая в свою очередь определяется квалификацией научного персонала, привлекаемого к оперативному управлению. На рис. 2 показана предлагаемая структурная схема изменения энтропии результатов экспериментов при привлечении

наземного центра контроля и управления ходом экспериментов (НЦКУ), где  $i$  и  $i-1$  - признаки текущего и предыдущего циклов изменения энтропии, индексы «-» и «+» определяют параметры, соответственно до и после изменения  $\sigma_x$  в результате управленческого решения.

На основании принятых гипотез и предложенной структурной схемы (рис. 2) модель процесса изменения энтропии результатов научных экспериментов на борту АМКП «Фотон» может быть представлена в виде совокупности следующих моделей.

1. За время полета между соседними сеансами связи энтропия эксперимента изменяется пропорционально времени и рассчитывается по соотношению

$$\Delta H_i^+ = \Delta t \omega \log_2 (\sigma_{x_{i-1}}^+ \sqrt{2\pi e}). \quad (3)$$

При этом величина энтропии принимает значение, равное

$$H_i^- = H_{i-1}^+ + \Delta H_i^+, \quad (4)$$

где  $\Delta H_i^+$  - приращение энтропии за время  $\Delta t$  между двумя последовательными  $(i-1)$ -ым и

$i$ -ым прохождением АМКП над НЦКУ;  $H_i^-$  - накопленная величина энтропии к моменту предстоящего  $i$ -го прохождения над НЦКУ;  $H_{i-1}^+$  - остаточная величина энтропии после передачи информации во время  $(i-1)$ -ого прохождения над НЦКУ (в случае, если передается не вся бортовая информация);  $\omega$  - частота запоминания информации об эксперименте (принимается для простоты 1 Гц);  $\sigma_{x_{i-1}}^+$  - величина СКО результатов

эксперимента после анализа хода их проведения и выработки управленческого решения, направленного на снижение СКО  $\sigma_x$ , во время  $(i-1)$ -ого прохождения над НЦКУ.

2. Оценка снижения объема накопленной энтропии в результате передачи информации на Землю во время прохождения над НЦКУ описывается соотношением [5]

$$\Delta H_i^- = \Omega \log_2 (1 + W) \cdot \Delta t_{mn}, \quad (5)$$

и при этом величина энтропии, которая остается после сеанса связи, определяется как

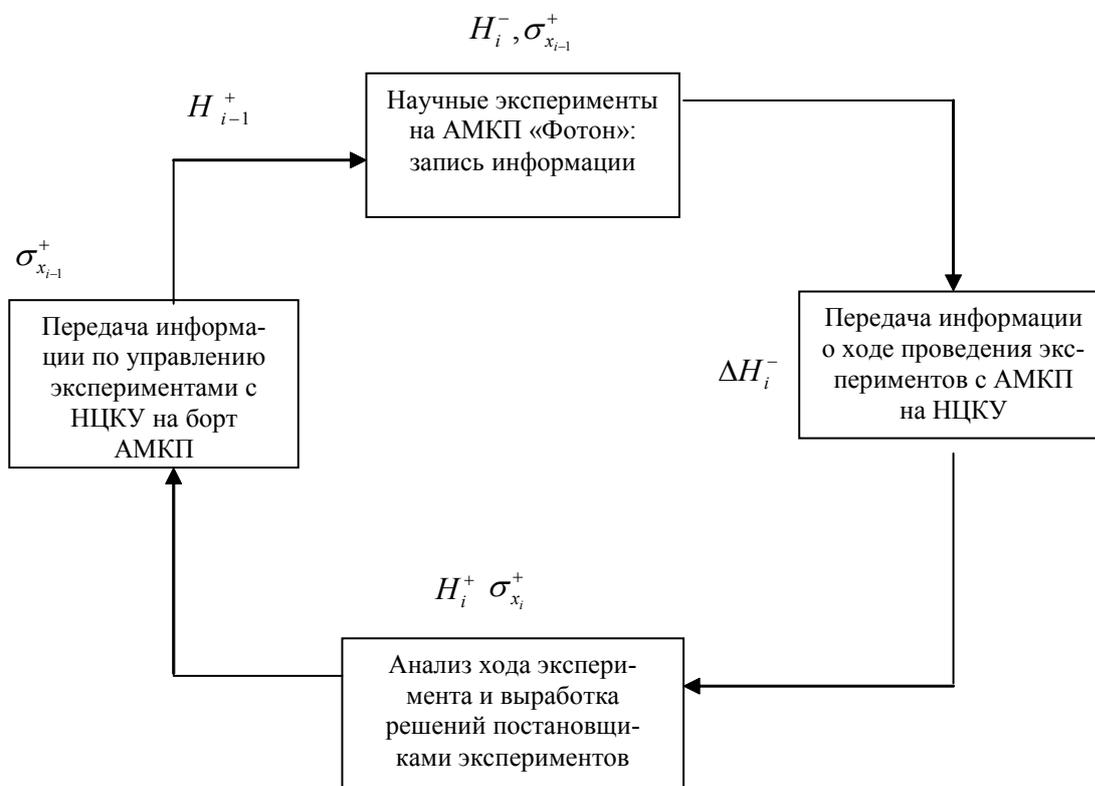


Рис. 2. Структурная схема процесса изменения энтропии результатов экспериментов

$$H_i^+ = H_i^- - \Delta H_i^-, \quad (6)$$

где  $H_i^+$  - величина остаточной энтропии после передачи информации;  $\Omega$  - полоса частот приемного оборудования НЦКУ;  $W$  - отношение мощности полезного сигнала к шуму,  $\Delta t_{ин}$  - время нахождения АМКП в зоне видимости НЦКУ.

На этом этапе величина СКО разброса результатов экспериментов переобозначается

$$\sigma_{x_i}^- = \sigma_{x_{i-1}}^+.$$

3. Процедура анализа информации и принятия решения на Земле о коррекции хода проведения эксперимента влияет на дисперсию контролируемого процесса, причем для простоты принимается линейный закон ее изменения в зависимости от объема поступившей информации (эквивалентной величине уменьшения энтропии) в ходе  $i$ -ого прохождения НЦКУ

$$\sigma_{x_i}^+ = \sigma_{x_i}^- - K \Delta H_i^-, \quad (7)$$

где  $\sigma_{x_i}^-$  - величина СКО результатов экспериментов на этапе от  $(i-1)$ -ого до  $i$ -ого прохождения над НЦКУ до очередного анализа хода проведения эксперимента и выработки управленческого решения;  $K$  - эмпирический коэффициент, учитывающий объем информации и квалификацию специалистов НЦКУ;

$\sigma_{x_i}^+$  - величина СКО результатов экспериментов после выработки управленческих решений.

4. Передача информации на АМКП с целью коррекции хода экспериментов осуществляется с запаздыванием во время последующего прохождения НЦКУ (при этом в зависимости от возможностей НЦКУ она может быть совмещена с процессом передачи на Землю нового объема информации для анализа).

На этом цикл изменения и управления энтропией завершается. Для следующего

цикла (который становится текущим) начальными значениями энтропии  $H_{i-1}^+$  и СКО

$\sigma_{x_{i-1}}^+$  будут являться результаты предыдущего цикла  $H_i^+$  и  $\sigma_{x_i}^+$ .

Для сравнительного анализа эффективности возможных схем организации контроля и управления экспериментами предлагается использовать следующий критериальный базис:

- максимальный достигнутый уровень энтропии к текущему моменту времени  $I_{\max}$  (этот показатель важен для оперативного контроля за ходом проведения эксперимента в реальном масштабе времени и характеризует текущее качество процесса оперативного управления научными экспериментами);

- интегральная величина накопленной энтропии на всем интервале полета  $I_{\Sigma}$  (этот критерий позволяет оценить качество информации об эксперименте, полученной за все время полета КА, что важно при послеполетной обработке информации).

Чтобы оценить эффективность процесса контроля и управления экспериментами и сформировать рекомендации по его организации при использовании НЦКУ, рассмотрены различные схемы привлечения действующих в настоящее время наземных станций контроля и управления полетом КА. При этом моделировалась траектория полета АМКП «Фотон-М» (наклонение орбиты КА 62,8 град.; высоты апогея и перигея, соответственно, 304 км и 262 км), рассчитывались трассы орбиты, анализировались условия видимости и определялись моменты входа и выхода из зон видимости НЦКУ с заданными географическими координатами и углами наблюдения.

В качестве организационных схем контроля и управления полетом рассматривались следующие варианты привлечения НЦКУ:

- 1 вариант – НЦКУ в г. Кируна (Швеция)-прием и передача научной информации;
- 2 вариант – НЦКУ в г. Кируна (Швеция) – прием и передача научной информации;

Таблица 2  
Максимальные значения энтропии на всем интервале полета

Номер варианта	Схема управления	Максимальные значения энтропии, бит сек	Процентное соотношение
1 вариант	Москва + Кируна	$1,98 \cdot 10^5$	100
2 вариант	Москва + Кируна + Перт	$1,08 \cdot 10^5$	54
3 вариант	Москва + Кируна + Самара	$1,67 \cdot 10^5$	84
4 вариант	Москва + Кируна + Перт + Самара	$0,74 \cdot 10^5$	37
Без контроля	—————	$2,3 \cdot 10^5$	—

г. Перт (Австралия) - прием и передача научной информации;  
3 вариант – НЦКУ в г. Кируна (Швеция) – прием и передача научной информации;  
г. Самара – прием научной информации;  
4 вариант – НЦКУ в г. Кируна (Швеция) – прием и передача научной информации;  
г. Перт (Австралия) - прием и передача научной информации;  
г. Самара – прием научной информации.

Во всех вариантах считалось, что НЦКУ в г. Москве используется только для приема и передачи служебной информации.

В случае отсутствия возможности контроля за ходом проведения экспериментов (как это было до запуска АМКП «Фотон» № 12) оценка величины накопленной энтропии составляет ориентировочно  $2,3 \cdot 10^5$  бит.

Результаты моделирования процесса полета АМКП «Фотон-М» и изменения энтропии процесса проведения экспериментов для различных вариантов приведены в таблицах 2 и 3 и показаны на диаграммах (рис. 3, 4). На рис. 5 изображены циклограммы

прохождения АМКП над НЦКУ в первые сутки полета.

Сравнивая циклограммы для первого и второго вариантов схемы контроля и управления экспериментами, можно сделать вывод о более частом и равномерном распределении сеансов связи на траектории полета при привлечении НЦКУ г. Перт, что является предпочтительным.

В случае использования НЦКУ в г. Самаре (третий и четвертый варианты) наблюдается перекрытие зон видимости АМКП с НЦКУ г. Кируна и г. Самары, что не позволяет получить эффект, аналогичный тому, что достигается при использовании НЦКУ г. Перт.

Первый вариант схемы контроля и управления экспериментами, который был реализован во время полета АМКП «Фотон» № 12 и который предполагалось осуществить на «Фотон-М» № 1, принят за базовый для выполнения сравнительного анализа эффективности, и поэтому соответствующие значения оцениваемых характеристик принимались за 100 %.

Из сравнения вариантов 1 и 2 можно сделать вывод, что включение в организаци-

Таблица 3  
Интегральные значения энтропии на всем интервале полета

Вариант	Схема управления	Интегральные значения энтропии, бит -сек	Процентное соотношение
1 вариант	Москва + Кируна	$12,8 \cdot 10^9$	100
2 вариант	Москва + Кируна + Перт	$2,6 \cdot 10^9$	20
3 вариант	Москва + Кируна + Самара	$4,6 \cdot 10^9$	35
4 вариант	Москва + Кируна + Перт + Самара	$1,7 \cdot 10^9$	13
Без контроля	—————	$15 \cdot 10^{13}$	—

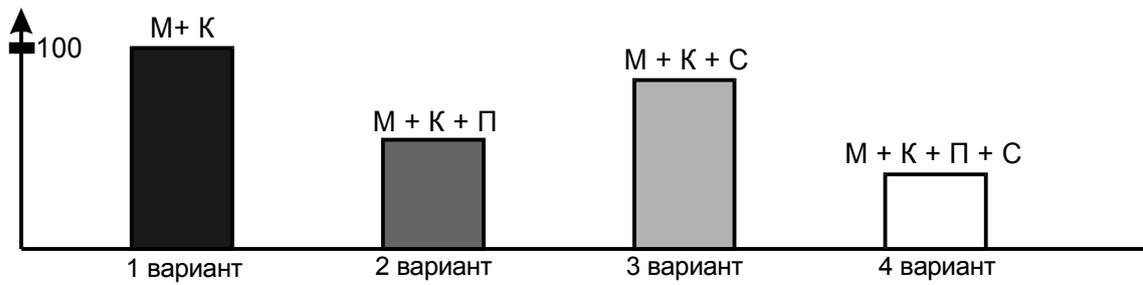


Рис. 3. Сравнительный анализ достигаемых максимальных уровней энтропии на всем интервале полета

онную схему обеспечения полета НЦКУ в г. Перт является весьма эффективным решением с точки зрения понижения энтропии: максимальное значение энтропии снижается на 46 %, а интегральное значение энтропии – на 80 %. Организационная схема является весьма привлекательной с точки зрения снижения информационной неопределенности и может значительно повысить уровень качества контроля за проведением экспериментов в течение полета АМКП и уровень сервиса, предоставляемый заказчикам научных экспериментов. Однако стоимость включения в организационную структуру НЦКУ в г. Перт весьма велика и требует значительных финансовых вложений со стороны Европейского космического агентства.

В случае модернизации Самарского наземного центра приема служебной информации из космоса, дооснащения его оборудованием для приема научной информации (без функции передачи информации в целях сокращения стоимостных издержек) и придания ему функции НЦКУ с включением в штатную схему обеспечения научных экспериментов в космосе появляется дополнительная возможность использовать его в орга-

низационной структуре информационного обмена при проведении научных экспериментов. За счет совершенствования специализированной телекоммуникационной поддержки, базирующейся как на наземных, так и на спутниковых информационных сетях и современном программном обеспечении, эти преимущества могут быть существенно увеличены.

В случае использования НЦКУ в г. Кирюна и г. Самаре уровень максимального значения энтропии снижается на 16 %, а интегрального значения энтропии – на 65 %. Эффективность использования НЦКУ в г. Самаре значительно ниже, чем в г. Перт из-за географической близости городов Самара и Кирюна и частичного перекрытия зон видимости на орбите. Однако необходимо учитывать, что может быть достигнуто повышение надежности получения информации в результате интегрированной работы двух центров.

В случае использования всех рассматриваемых НЦКУ (четвертый вариант) степень информационной неопределенности снижается существенно: уровень максимального значения энтропии снизится на 63 %, а интегральное значение энтропии - на 87 %.

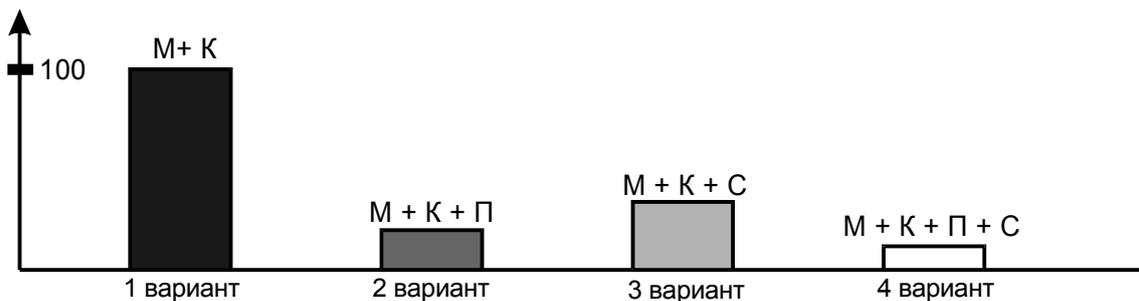
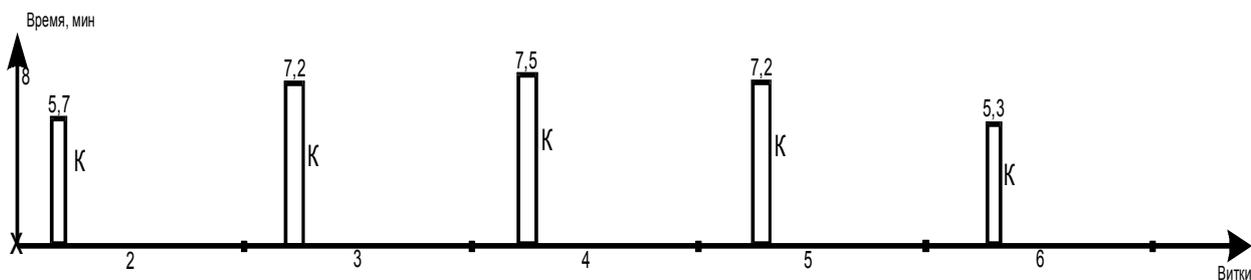
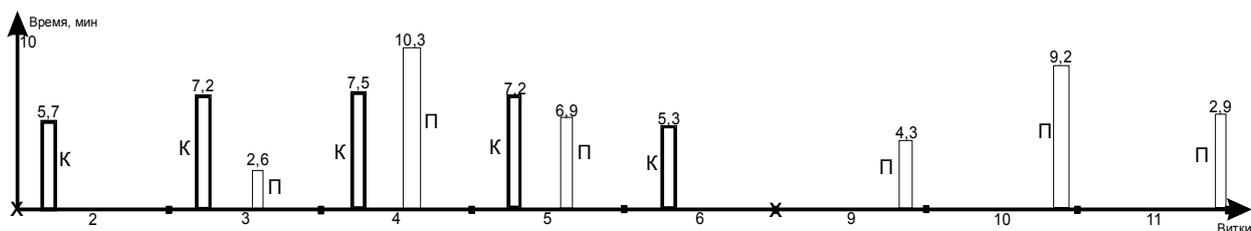


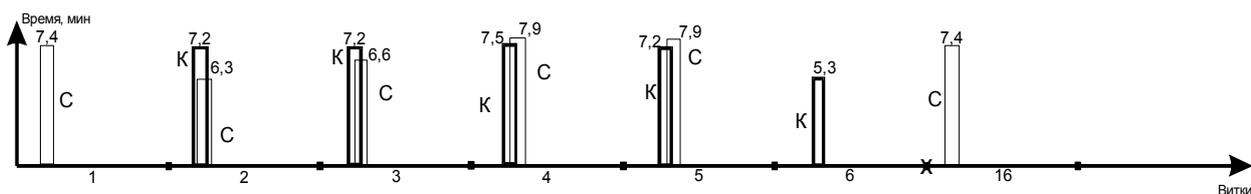
Рис. 4. Сравнительный анализ достигаемых интегральных значений энтропии на всем интервале полета



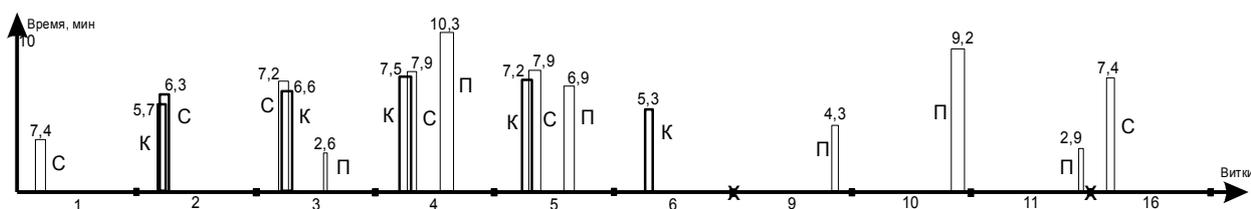
а) для первого варианта



б) для второго варианта



в) для третьего варианта



г) для четвертого варианта

Рис. 5. Циклограммы пролета НЦКУ

Таким образом, привлечение дополнительных НЦКУ для контроля и управления ходом проведения экспериментов существенно снижает степень информационной неопределенности и повышает их качество. Особенно эффективным для понижения энтропии является дополнительное включение в организационную схему обеспечения полета НЦКУ г. Перта. При этом в сравнении с базовым, используемым в настоящее время

вариантом, обеспечивается снижение почти вдвое максимального значения энтропии (что крайне важно для оперативного управления ходом проведения экспериментами), а интегральное значение энтропии снижается в пять раз (что характеризует высокий уровень достоверности получаемых результатов).

Инновационное организационно-техническое решение, заключающееся в модернизации Самарского наземного центра при-

ема служебной информации из космоса (дооснащение аппаратурой, совместимой с бортовой научной аппаратурой заказчика экспериментов), и придании ему функции НЦКУ (без функции передачи на борт АМКП управляющих команд), оказывает заметное влияние на качество предоставляемых услуг при проведении экспериментов в космосе по сравнению с базовым вариантом. По сравнению с базовым вариантом максимальное значение энтропии снижается на 16 %, а интегральное значение энтропии – на 65 %.

Полученные результаты, дополненные финансовой оценкой величины требующихся капитальных вложений на модернизацию Самарского центра, могут составить основу бизнес-плана для Европейского космического агентства по финансированию практической реализации предлагаемого организационно-технического решения. На основании разработанных универсальных методики и моделей могут быть проанализированы и другие варианты и схемы контроля и управ-

ления экспериментами на космических аппаратах.

### Список литературы

1. Авдеевский В. С., Успенский Г. Р. Народнохозяйственные и научные комплексы. М: Машиностроение, 1985. - 416 с.
2. G. E. Fomin. Modified Foton SC: outlooks of its application. Proceedings of the International Conference “Scientific and Technological Experiments on Russian Foton/Bion Recoverable Satellites: Results? Problems and Outlooks” (25-30 June 2000, Samara, Russia), Samara, 2001-409 pp.
3. Питер Э., Бо Е. Логика управления аппаратурой «Телесайенс». //Шведская космическая корпорация, 2001. - 31 с.
4. Росин М. Ф., Булыгин В. С. Статистическая динамика и теория эффективности систем управления. М.: Машиностроение, 1981. – 312 с.
5. Смирнов Г. Д. Управление космическими аппаратами. М.: Наука, 2001. – 192 с.

## ESTIMATION OF EFFICIENCY OF CONTROLLING SCIENTIFIC EXPERIMENTS AT AUTONOMOUS MICROGRAVITATIONAL SPACE PLATFORMS

© 2004 I. V. Belokonov, I. V. Kozlov

Samara State Aerospace University

A mathematical model is proposed making it possible to analyse and estimate the efficiency of a new kind of space services – control and supervision over scientific experiments at autonomous microgravitational space platforms (AMSP). The efficiency of carrying out a scientific experiment is characterized by the degree of its uncertainty, i. e. entropy. Criteria are recorded making it possible to compare different versions of organizing control and supervision over experiments. They are distinguished by attracting the currently available ground-based centres of the “Photon” / “Bion” which can receive and transmit information to AMSP. Conclusions are made concerning the efficiency of standart version of organizing experiments at AMSP, recommendations on the use and further development of Samara information receiving ground-based centre are given.

## ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЬ МИКРОМЕТЕОРОИДНЫХ И ТЕХНОГЕННЫХ ЧАСТИЦ НА ОСНОВЕ ПЛЕНОЧНОЙ МДМ-СТРУКТУРЫ

© 2004 К. Е. Воронов, Н. Л. Богоявленский, Н. Д. Семкин

Самарский государственный аэрокосмический университет

Решается задача образования ионов многокомпонентной плазмы и проводимости ударносжатого или закороченного частицей участка пленочной МДМ-структуры при высокоскоростном ударе. Рассматриваются модели взаимодействия частицы с преградой. Получены аналитические выражения для зарядов многокомпонентной ударной плазмы и проводимости ударносжатой и закороченной МДМ-структуры. Разработаны детекторы микрометеороидных и техногенных частиц ионизационно-конденсаторного типа на основе тонких МДМ-структур и проведены лабораторные и космические эксперименты на геостационарной орбите на спутниках «Горизонт-41» и «Горизонт-43».

Интерес к вопросу о взаимодействии высокоскоростной частицы с тонкой (металл-диэлектрик-металл) структурой связан с проблемой регистрации микрометеороидов и частиц космического мусора [1-6]. Использование пленочных МДМ-структур в преобразователях параметров частиц вызвано необходимостью повышения чувствительности в нижнем диапазоне скоростей и масс ( $W \leq 10$  км/с;  $m \leq 10^{-8}$  кг), а также созданием детекторов микрометеороидов с большой рабочей площадью чувствительной поверхности [4].

В данной работе на качественном уровне решается задача образования ионов многокомпонентной плазмы и проводимости ударносжатого или закороченного частицей участка пленочной МДМ-структуры при высокоскоростном ударе и приводятся некоторые результаты лабораторных и космических экспериментов. В основу моделей расчета проводимости ударносжатой МДМ-структуры и параметров ударной плазмы положены результаты решения уравнений гидродинамики [8] и кинетики разлета плазмы [5, 7, 8]. Рассматривается вопрос о влиянии характеристик внешнего электрического поля на электропроводность и характеристики плазмы, образованной в результате высокоскоростного взаимодействия частицы с тонкой преградой в виде МДМ-структуры [8, 9].

В рамках единой модели не представляется возможным решить указанные задачи для широкого диапазона скоростей частицы

(1...70 км/с), так как механизмы рассматриваемых явлений для различных скоростей различны. Для диапазона скоростей 0,5...7 км/с справедлива модель поверхностной ионизации, а для диапазона скоростей 15...50 км/с — модель объемной ионизации [10, 12].

Рассмотрим процессы генерации носителей заряда и изменения проводимости закороченного участка пленочной МДМ-структуры.

При взаимодействии частицы с МДМ-структурой в них начинают распространяться ударные волны, параметры состояния которых находятся из следующей системы уравнений [5]:

уравнение для внутренней энергии во фронте ударной волны

$$E_{\phi} = E_x + E_l + E_e; \quad (1)$$

уравнение Ренкина-Гюгонио

$$E_{\phi} = \frac{p(x)}{\rho_0 \gamma}; \quad (2)$$

уравнение ударной адиабаты

$$p = p(x), \quad (3)$$

где  $E_{\phi}$  - внутренняя энергия во фронте ударной волны;  $E_x$  - энергия холодного сжатия;  $E_l = C_v T_{\phi}$  - тепловая энергия колебаний кристаллической решетки;  $E_e = \frac{1}{2} \beta_0 x^{1/2} T_{\phi}^2$  - энергия теплового возбуждения электронов;

$C_v$  - теплоемкость решетки;  $T_\phi$  - температура во фронте ударной волны;  $\beta_0$  - коэффициент электронной теплоемкости;  $x$  - безразмерный удельный объем.

Аналогичная система уравнений записывается для вещества мишени, причем обе системы уравнений связаны друг с другом условием:  $P_m = P_y$ , где  $P_m$  - давление в мишени;  $P_y$  - давление в ударнике.

Термодинамические параметры во фронте ударной волны и при изоэнтропийной разгрузке в соответствии с системой (1)-(3) приведены в [4].

Поскольку зависимость  $P(x)$  не может быть определена теоретически, то необходимо использовать эмпирические зависимости, связывающие скорость ударной волны и массовую скорость вещества за фронтом ударной волны. Для установления взаимосвязи параметров состояния во фронте ударных волн с параметрами мишени и налетающей пылевой частицы (скорость, плотность) используем следующие уравнения [5]:

$$P_m = P_y; \quad (4)$$

$$U_m + U_y = V_0, \quad (5)$$

где  $U_m$  - массовая скорость ударных волн в мишени;  $U_y$  - массовая скорость ударных волн в ударнике;  $V_0$  - скорость соударения.

При выходе ударной волны на свободную поверхность сжатое ударной волной вещество адиабатически разгружается практически до нулевого давления, и при этом происходит нагрев и расширение вещества по сравнению с исходным состоянием (до взаимодействия).

В процессе разгрузки температура понижается, и закон охлаждения можно найти, используя адиабатическую связь температуры и удельного объема:

$$\frac{T}{T_\phi} = \left( \frac{V_\phi}{V} \right)^{\Gamma_0}, \quad (6)$$

где  $\Gamma_0$  - параметр Грюнайзена [5].

Полагая, что при разгрузке вещество расширяется с постоянной скоростью

$$U_p = \frac{R_y}{t_0}, \quad \text{где } R_y - \text{ радиус ударника, время}$$

$t_0$  можно оценить как  $t_0 = R_y/V_0$ , а закон изменения радиуса образовавшегося газового облака имеет вид

$$R = R_y \cdot \frac{t}{t_0}.$$

Объем сферы и ее радиус связаны кубической зависимостью, и поэтому изменение объема газового облака во времени имеет вид

$$V = V_\phi \cdot \left( \frac{t}{t_0} \right)^3. \quad (7)$$

Из (6) и (7) следует

$$T = T_\phi \cdot \left( \frac{t_0}{t} \right)^{3\Gamma_0}. \quad (8)$$

Основным параметром, характеризующим явление поверхностной ионизации, является степень ионизации

$$\alpha = \frac{N_+}{N_0}, \quad (9)$$

где  $N_+$ ,  $N_0$  - соответственно количество одновременно десорбируемых одинаковых по химическому составу ионов и нейтральных частиц. Степень ионизации определяется по формуле Саха-Ленгмюра [7]:

$$\alpha = \frac{q_i}{q} \exp\left( \frac{\Phi - J}{T} \right), \quad (10)$$

где  $q_i = 1/2$  - статистический вес ионов;  $q = 1$  - статистический вес нейтральных атомов;  $\Phi$  - работа выхода электрона;  $J$  - потенциал ионизации.

Известно [5], что при подаче напряжения к переходу „металл-диэлектрик” высота энергетического барьера снижается на величину

$$\varphi_m = 3.79 \cdot 10^{-4} \sqrt{\frac{U_0}{d}}, \text{ эВ}, \quad (11)$$

где  $U_0 = 50 \dots 100$  В;  $d = (10 \dots 20) \cdot 10^{-4}$  см - толщина диэлектрического слоя МДМ-структу-

ры. Выражение (10) с учетом (11) запишется в виде

$$\alpha = \frac{q_i}{q} \exp\left(\frac{\Phi - J + \varphi_m}{T}\right). \quad (12)$$

Анализируя (12), легко видеть, что наибольший выход имеют ионы атомов с низким потенциалом ионизации. Согласно экспериментальным и расчетным данным [4], спектр зарядов состоит в основном из ионов примесей щелочных металлов (*Li, Na, K*) в материале мишени, потенциал ионизации которых низок (5,39; 5,14 и 4,34 эВ, соответственно), и ионов *Al* (материал обкладок структуры), имеющих сравнительно невысокий потенциал ионизации (5,98 эВ).

Эмиссия носителей заряда определяется процессом диффузии атомов примесей к нагретой в результате удара поверхности. Характерный объем, из которого могут диффундировать атомы, определяется соотношением

$$V_{\text{дифф}} = R_x^2 \cdot l_{\text{дифф}}. \quad (13)$$

Здесь  $R_x = (2...3)R_y$  - характерный размер;  $l_{\text{дифф}}$  - длина диффузионного пробега частицы, определяемая соотношением

$$l_{\text{дифф}} = \sqrt{2D\tau_{\text{дифф}}}, \quad (14)$$

где  $D$  - коэффициент диффузии;  $\tau_{\text{дифф}}$  - время, соизмеримое с характерным временем образования кратера (порядок  $10^{-7}$  с).

В результате газокINETического разлета плазмы происходит изменение ее температуры. Для примесных атомов температурная зависимость коэффициента диффузии  $D$  согласно [7] имеет вид

$$D(T) = 5 \cdot 10^{-5} \exp\left(\frac{-0.431}{T}\right). \quad (15)$$

Заряд  $Q$ , образованный в результате ударного взаимодействия, определяется по формуле

$$Q = e \cdot n_{np} \cdot V_{\text{дифф}} \cdot \frac{\alpha}{1 + \alpha}, \quad (16)$$

где  $e$  - заряд электрона;  $n_{np} = 10^{19} \text{ см}^{-3}$  - концентрация примесных атомов.

С учетом (12)-(15) после некоторых преобразований (16) примет вид

$$Q = 4 \cdot 10^{-5} \cdot \frac{\exp\left(\frac{\Phi - J + \varphi_m - 0,431}{T}\right)}{2 + \exp\left(\frac{\Phi - J}{T}\right)}. \quad (17)$$

Рассмотрим процесс образования ионов многокомпонентной плазмы и проводимости закороченного участка пленочной МДМ-структуры при высокоскоростном ударе. Модель расчета справедлива в диапазоне скоростей частиц выше 10...15 км/с [11]. В основу модели расчета электропроводности ударносжатой МДМ-структуры положены результаты решения задачи об инерциальном разлете ударной плазмы и модель объемной ионизации [4, 5, 11]. В рамках данной модели решается задача о влиянии характеристик внешнего электрического поля на параметры плазмы, образованной в результате высокоскоростного взаимодействия частицы с тонкой преградой в виде МДМ-структуры (конденсатора).

Используя известные соотношения из теории ударных волн [5], для случая скоростей частицы-ударника  $V_0 = 15...50$  км/с можно получить следующие выражения.

1. Температура во фронте ударной волны

$$T_\phi = G \cdot \frac{V_0}{1 + \sqrt{p}}, \quad (18)$$

где  $p = \frac{\rho_y}{\rho_m}$ ;  $V_0$  - скорость ударника;  $\rho_y$  - плот-

ность ударника;  $\rho_m$  - плотность мишени;

$G = \frac{1}{\beta^{1/2} x^{1/4}}$  - коэффициент пропорциональ-

ности;  $\beta$  - коэффициент электронной теплопроводности;  $x$  - безразмерный удельный объем.

2. Начальная температура образовавшегося плазменного сгустка

$$T_0 = T_\phi \left( \frac{n_0}{n_\phi} \right)^{\frac{1}{3}}, \quad (19)$$

где  $n_0 \leq 10^{20} \text{ см}^{-3}$  - концентрация тяжелых частиц в плазме;  $n_\phi \leq 10^{23} \text{ см}^{-3}$  - концентрация атомов ударносжатого вещества.

Подставляя выражение (18) в (19), для  $T_0$  получим

$$T_0 = 0,1 \cdot \frac{V_0}{1 + \sqrt{p}}. \quad (20)$$

### 3. Время образования плазмоида

$$t_0 = \frac{R_0}{u},$$

где  $u = \frac{V_0}{1 + \sqrt{p}}$  - скорость расширения границы сгустка;

$R_0 = 10 \cdot R_y$  - размер плазмоида;  $R_y$  - характерный размер ударника.

Для определения проводимости ударносжатой МДМ-структуры вначале рассмотрим процесс разлета плазменного облака. По координатам  $x$  и  $y$  облако расширяется значительно медленнее, чем по координате  $z$  (рис. 1).

Это связано с тем, что одна часть плазменного сгустка находится внутри конденсатора, а другая часть выбрасывается наружу. Часть плазмоида, вышедшая за пределы кон-

денсатора, под действием газодинамических сил беспрепятственно расширяется. Расширение плазменного облака внутри конденсатора происходит в других условиях: на пути расширения облака находится преграда в виде стенок конденсатора. Расширение этой части сгустка возможно при испарении обкладок и диэлектрика конденсатора под действием высокой температуры.

Элементный состав плазмы определяется из уравнений Саха. Для пылевых частиц размером  $R_y = (10^{-5} \dots 10^{-3}) \text{ см}$  и скоростью  $V_0 = (20 \dots 50) \text{ км/с}$  параметры плазменных сгустков лежат в пределах:  $10^{-4} \leq R_0 \leq 10^{-2} \text{ см}$ ,  $n_0 \leq 10^{20} \text{ см}^{-3}$ ,  $1 \leq T \leq 3 \text{ эВ}$ . Низкие температуры плазмы позволяют учитывать только однократную ионизацию, что дает возможность проведения расчета остаточных зарядов без применения численных методов.

Пусть в момент времени  $t = t_0$  имеется равновесная, в общем случае многокомпонентная плазма заданной плотности со следующими параметрами:

$n_0 = \sum_{k=1}^{k_{\max}} n_{0k}$ , радиуса  $R_0$ , температуры  $T_0$ . Законы расширения запишем в виде, принятом в [4, 5]:

$$\frac{dx_k}{dt} = (1 - x_l) \cdot x_e \cdot \frac{ACt_0 n(t)}{T^3(t)} \times \exp\left(-\frac{J_k}{T_0}\right) - \frac{x_k x_e^2 n^2(t) A t_0}{T^{9/2}(t)}, \quad (21)$$

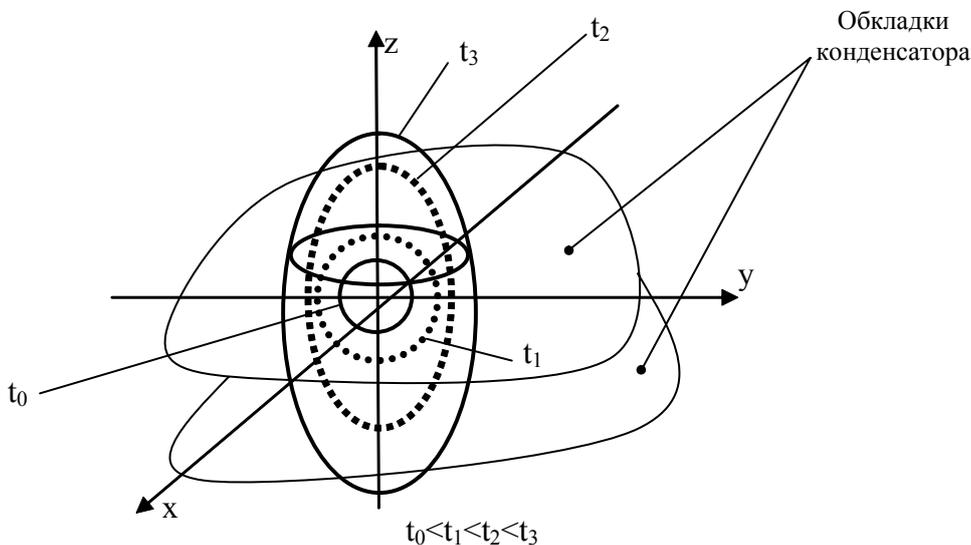


Рис. 1. Схематическое изображение разлета плазменного облака

$$n(t) = \frac{n_0}{t^3}; \quad (22) \quad \frac{dx}{dt} = \frac{x_k x_e^2 n^2(t) A t_0}{T^{9/2}(t)}. \quad (28)$$

$$T(t) = \frac{T_0}{t}; \quad (23)$$

$$x_e = \sum_{k=1}^{k_{\max}} C_k x_k, \quad (24) \quad \frac{dx_e}{dt} = -\frac{x_e^3 \cdot A \cdot t_0 \cdot n^2}{T^{9/2}}. \quad (29)$$

где  $A = 8.75 \cdot 10^{-27} \text{ см}^6 \cdot (\text{эВ})^{-9/2} \cdot \text{с}^{-1}$ ;  $t$  - безразмерное время, нормированное на  $t_0$ ;  $x_e$  - степень ионизации электронов;  $x_k$  - степени ионизации ионов  $k$ -ого элемента;  $v_k$  - содержание тяжелых частиц  $k$ -ого сорта:

$$v_k = \frac{n_k}{n_0} = \frac{n_{k0}}{n_0} = \text{const}; \quad \sum_{k=1}^{k_{\max}} v_k = 1.$$

Начальные условия определяются из уравнения Саха [5], решение которого при начальной степени ионизации  $x_k \ll 1$  имеет вид:

$$x_{e0} = \left( \sum_{k=1}^{k_{\max}} v_k \mu_k \right)^{1/2}, \quad (25)$$

$$\mu_k = \frac{C \cdot T^{3/2}}{n_0} \cdot \exp\left(-\frac{J_k}{T_0}\right), \quad (26)$$

где

$$C = 6.06 \cdot 10^{21} \text{ см}^{-3} \cdot (\text{эВ})^{-3/2},$$

$$x_{k0} = \frac{\mu_k}{x_{e0}}. \quad (27)$$

Введя время  $t > t_0$  нарушения ионизационного равновесия, можно получить решение системы (25)-(27) с помощью следующего приема. При  $t_0 \leq t \leq t_1$  значения степеней определяются приближенно по уравнениям Саха для  $n = n(t)$ ,  $T = T(t)$ . При  $t > t_1$  скоростью ионизации из-за экспоненциальной зависимости можно пренебречь по сравнению со скоростью рекомбинации и уравнение (21) записать в виде

Умножая правую и левую части (28) на  $n_k$  и суммируя по индексу  $k$  с учетом (24), получим

Интегрируя (29), с использованием (21)-(25) получим

$$x_e(t) = r \cdot \left[ 1 + \left( \frac{r}{x_{el}} \right)^2 - \sqrt{\frac{t_1}{t}} \right]^{-1/2}; \quad (30)$$

$$x(t) = r \cdot \frac{x_{kl}}{x_{el}} \cdot \left[ 1 + \left( \frac{r}{x_{el}} \right)^2 - \sqrt{\frac{t_1}{t}} \right]^{-1/2}, \quad (31)$$

где  $r = \left( \frac{T_0^{9/2} \cdot t_1^{1/2}}{2 \cdot A \cdot t_0^{3/2} \cdot n_0^2} \right)^{1/2}$ ;  $x_{e1}$ ,  $x_{k1}$  - значения

степеней ионизации при  $t = t_1$ , определяемые из уравнений Саха для  $n_1 = n_{t1}$ ,  $T_1 = T(t_1)$ .

Для оценки времени  $t_1$  воспользуемся выражением, справедливым для однокомпонентной плазмы

$$\frac{A \cdot n_1^2 \cdot x_e^2 \cdot t_0}{T_1^{9/2}} = \frac{3}{2} \cdot (\gamma_{\text{эфф}} - 1) \cdot \frac{J}{T_1}. \quad (32)$$

Для однокомпонентной плазмы по уравнению Саха имеем

$$x_{e1}^2 = \frac{C \cdot T_0^{9/2}}{n_0} \cdot \exp\left(-\frac{J}{T_0}\right). \quad (33)$$

При сохранении вида уравнения (32) для многокомпонентной плазмы потенциал  $J$  будет определяться из условия равенства электронных степеней ионизации для одно- и многокомпонентной плазмы

$$x_{el}^2(J_k) = x_{el}^2(J). \quad (34)$$

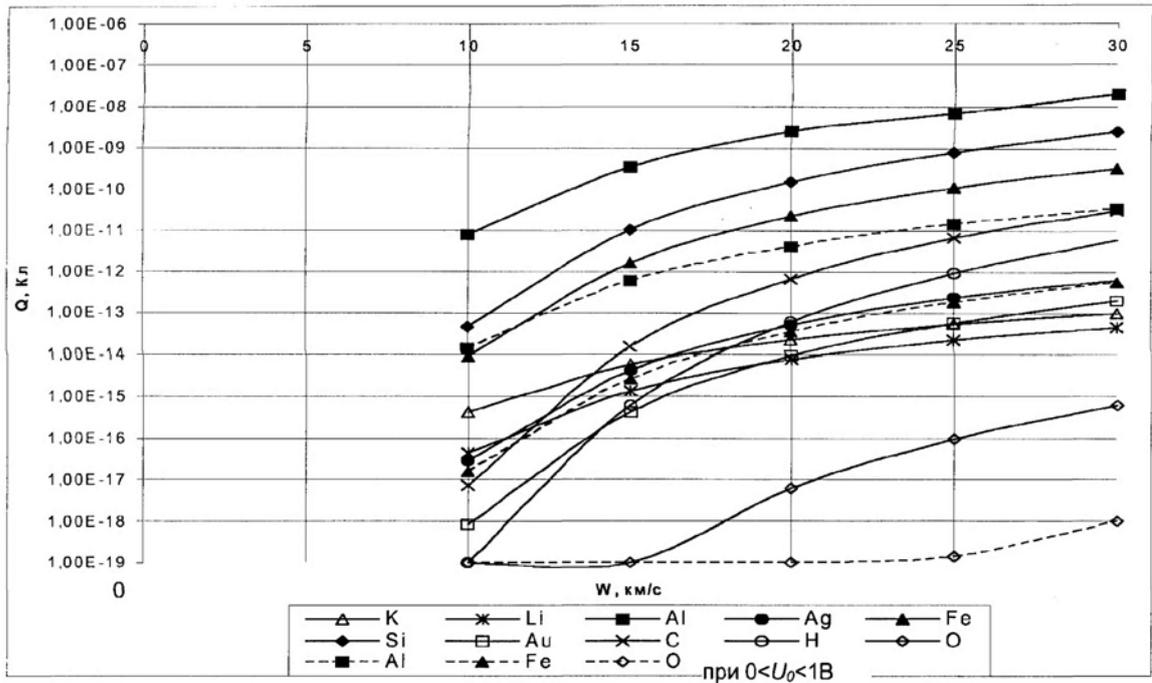


Рис. 2. Зависимость интегральных зарядов от скорости для различных элементов

Подставляя в (34) выражения (25) и (32), получим уравнение для эффективного потенциала  $J$ :

$$\sum_{k=1}^{k_{\max}} \nu_k \cdot \exp\left(-\frac{J_k}{T_l}\right) = \exp\left(-\frac{J}{T_l}\right). \quad (35)$$

Совместное решение (33) и (35) позволяет определить зависимости  $t_l = t_l(n_{\sigma}, T_{\sigma}, t_{\sigma}, n_k, J_k)$  и  $J = J(n_{\sigma}, T_{\sigma}, t_{\sigma}, n_k, J_k)$ . Асимптотические значения степеней ионизации можно определить из (30) и (31) при  $t \rightarrow \infty$ :

$$x_{e\infty} = \frac{r}{\left[1 + \left(\frac{r}{x_{el}}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}}, \quad (36)$$

$$x_{k\infty} = \frac{x_{kl}}{x_{el}} \cdot x_{e\infty}. \quad (37)$$

Так как  $\left(\frac{r}{x_{el}}\right)^2 \ll 1$ , то  $x_{e\infty} \approx r$ , и, используя выражения (36) и (37), можно записать формулы для остаточных зарядов:

$$Q_e = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot R_0^3 \cdot n_0 \cdot x_{e\infty}; \quad (38)$$

$$Q_k = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot R_0^3 \cdot n_0 \cdot C_k \cdot x_{k\infty}; \quad (39)$$

$$Q_e = \sum_{k=1}^{k_{\max}} Q_k,$$

$$C_k = \frac{n_k}{n_0}.$$

Полученные выражения (38) и (39) описывают приближенную модель инерциального разлета плазменного сгустка за счет газодинамических сил. Данную модель следует дополнить данными о влиянии внешнего электрического поля на процесс разлета плазменного облака.

Проводимость плазмы складывается из электронной и ионной составляющих [7]:

$$\sigma = \sigma_e + \sigma_i = e \cdot (n_e \cdot \mu_e + n_i \cdot \mu_i), \quad (40)$$

где  $\sigma_e$  - электронная составляющая проводимости;  $\sigma_i$  - ионная составляющая проводимости;

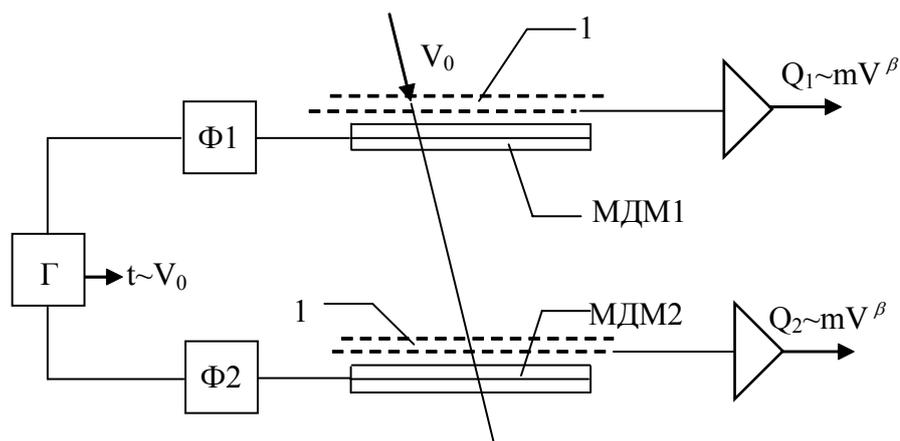


Рис. 3. Структурная схема пленочного детектора ионизационно-конденсаторного типа

сти;  $\mu_e$  - подвижность электронов;  $\mu_i$  - подвижность ионов.

С электронной составляющей проводимости связано явление токового разогрева плазмы. Под действием электрического поля заряженные частицы (электроны и ионы) повышают свою кинетическую энергию, при этом ионы с массой  $\mu_i > \mu_e$  можно считать практически неподвижными. Плазма может быть представлена как смесь электронной и ионной жидкостей. Сила трения электронной жидкости об ионную вызывает разогрев плазмы. Скорость нагрева электронов за счет работы силы трения определяется из уравнения [7]:

$$\frac{3}{2} \cdot n_e \cdot \frac{dT_{наг}}{dt} = \sigma_e \cdot E. \quad (41)$$

Рост температуры плазмы за счет токового (джоулева) разогрева следует учитывать при решении задачи газокинетического разлета плазменного сгустка. Полная температура плазмы может быть представлена как сумма двух компонент:

$$T_{\Sigma} = T + \tilde{T}, \quad (42)$$

где  $T$  - температура расширяющегося сгустка (8);  $\tilde{T}$  - температура джоулева разогрева плазмы

$$\tilde{T} = T_{нар} \sqrt{\frac{m_e}{m_i}}. \quad (43)$$

Поскольку плазма обладает в начальный момент времени достаточно высокой электропроводностью, то внешнее электрическое поле проникает внутрь объема плазмы на малую глубину, для оценки которой воспользуемся формулой [6]

$$E(y) = E_0 \cdot \exp\left(-\frac{y}{r_D}\right),$$

где  $E_0$  - напряженность внешнего электрического поля;  $E(y)$  - напряженность поля внутри объема плазмы на глубине  $y$ ;

$$r_D = \sqrt{\frac{T_i + T_e}{8\pi n e^2}} - \text{дебаевский радиус; } T_e, T_i -$$

температуры электронной и ионной жидкостей;  $n$  - равновесная концентрация частиц.

Для упрощения модели примем, что в начальный момент времени внешнее электрическое поле не влияет на процессы ионизации и рекомбинации. Лишь по истечении некоторого времени, когда проводимость плазмы уменьшается, внешнее поле начинает проникать в плазму, ускорять заряженные частицы и разогревать плазму.

Для расчета заряда как функции времени необходимо определить ток, протекающий через пробитый конденсатор. С учетом уравнений электродинамики получено выражение для величины тока через МДМ-структуру в виде [8]

$$J(t) = \frac{U(t)}{d^2} \sigma(\bar{i}, t) dV, \quad (44)$$

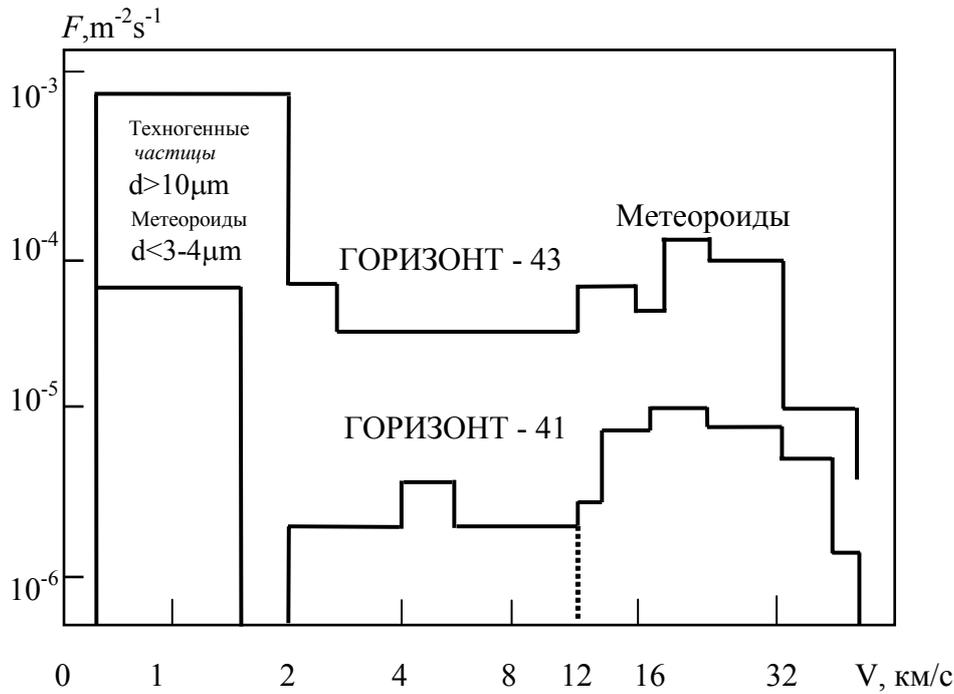


Рис. 4. Экспериментальные зависимости величины потока техногенных и микрометеороидных частиц, полученные на КА «Горизонт-41» и «Горизонт-43»

где  $U(t)$  - напряжение, приложенное между обкладками структуры;  $\sigma$  - проводимость МДМ-структуры;  $V$  - объем пробитого конденсатора.

Определим закон изменения напряжения в МДМ-структуре, которая разряжается через возникший канал проводимости (плазму). Для этого рассмотрим дифференциальное уравнение, описывающее разрядку конденсатора [8]:

$$U_C + \frac{dU_C}{dt} \cdot R_{пл} \cdot C = 0, \quad (45)$$

где  $U_C$  - напряжение на конденсаторе;  $R_{пл}$  - сопротивление плазмы;  $C \approx 1$  мкФ - емкость конденсатора.

Сопротивление проводящего канала плазмы [5]

$$R_{пл} = \frac{1}{\sigma} \cdot \frac{d}{S}, \quad (46)$$

где  $\sigma = e \cdot n(t) \cdot \mu(t)$  - проводимость плазмы; концентрация  $n(t)$  и подвижность  $\mu(t)$  заряженных частиц изменяются в соответствии с законами газокINETического разлета плазмы, приведенными ранее;  $d$  - толщина диэ-

лектрического слоя конденсатора;  $S = 4\pi R_y^2$  - площадь сечения проводящего канала;  $R_y$  - радиус кратера, образовавшегося в результате удара частицы.

Полученные на основе данной модели зависимости заряда с конденсатора как функции параметров частицы и напряжения на конденсаторе представлены на рис. 2.

Экспериментально рассмотрены три механизма взаимодействия частицы с МДМ-структурой (конденсатором):

1. Взаимодействие частиц с диаметром, равным или большим толщины конденсатора.
2. Образование ионов и проводимости в процессе ударного сжатия в непробиваемом и пробиваемом конденсаторе в диапазоне скоростей частиц 0.1...8 км/с.
3. Проводимость конденсатора, инициируемая электрическим разрядом в процессе ударного взаимодействия.

Экспериментальные исследования проводились с помощью электростатических ускорителей КГ-500 и ЭГ-8 с ускоряющими напряжениями 500 кВ и 2 МВ по методике, приведенной в [12].

Экспериментальный стенд состоял из инжектора (источника) пылевых частиц, электростатического ускорителя, системы

сепарации и регистрации параметров пылевых частиц, исследуемого детектора и его системы регистрации [12, 13]. Исследуемый детектор (рис. 3) состоит из двух пленочных конденсаторов (МДМ1, МДМ2), приемника ионов в виде двухфазной решетки 1, усилителей  $Q_1$  и  $Q_2$ , усилителей-формирователей  $\Phi_1$  и  $\Phi_2$  и генератора для измерения времени пролета частицы между двумя конденсаторами Г.

Для изучения первого механизма взаимодействия с пленочным конденсатором использовались частицы из  $Al$  (1...4 мкм),  $Fe$  (1...4 мкм),  $W$  (3...5 мкм). В качестве объекта исследования использовались пленочные МДМ-структуры с диэлектриком  $h = 2$  мкм, 4 мкм и 20 мкм. Форма и амплитуда наблюдаемых сигналов при пробое конденсатора частицами свидетельствовала о полном закорачивании структуры.

Для второго случая в процессе эксперимента исследовались заряд  $Q$  и скорость разлета ионов  $V$ , образывавшихся в результате соударения частицы с конденсатором. Сбор ионов осуществляется приемником в виде тонких проводников, установленным на расстоянии 13 мм от верхней обкладки конденсатора. Параметры частицы: масса  $m$  и скорость  $V$  - связаны с параметрами электрического импульса соотношением

$$Q = c \cdot m^\alpha \cdot V^\beta, \quad (47)$$

где  $c$  - коэффициент, зависящий от плотностей частиц и мишени (конденсатора).

Максимум импульса тока связан с наличием наиболее вероятной скорости, то есть связан со скоростью разлета ионов, которая пропорциональна скорости соударения, зависит от плотности частицы и практически не зависит от ее массы. Это позволяет использовать параметр времени разлета ионов для измерения скорости частицы при априорно заданной плотности [9, 10].

Анализ полученных характеристик показывает, что коэффициенты  $\alpha$  и  $\beta$  в формуле (47) равны:  $\alpha = 0.63 \pm 0.1$  и  $\beta = 2.04 \pm 0.3$ .

При исследовании случая ударного сжатия наблюдалось 30 - 40 % увеличение остаточного заряда, вызванное дополнительным

токовым разогревом материала ударного кратера.

На основе теоретических и лабораторных исследований был разработан детектор микрометеороидных и техногенных частиц по схеме, изображенной на рис. 3. С помощью него в период 1993 - 1996 гг. на геостационарной орбите проведены эксперименты на космических аппаратах (КА) «Горизонт-41» и «Горизонт-43» [15].

Площадь чувствительной поверхности детектора  $230 \text{ см}^2$  (площадь пленочного конденсатора), толщина пленок 20 мкм, расстояние между конденсаторами (МДМ-структурами) 8 см.

Над каждым конденсатором были установлены приемники ионов в виде полосковой структуры. Таким образом, детектор содержал конденсаторные и ионизационные датчики. Кроме того, измерялось время пролета частицы между двумя конденсаторами в случае их пробоя частицей. Результаты в виде распределений потоков (техногенных частиц и микрометеороидов) по скоростям в двух экспериментах на КА «Горизонт-41» и «Горизонт-43» приведены на рис. 4. Было зафиксировано 86 частиц за 11 месяцев экспонирования детектора на КА «Горизонт-41» и «Горизонт-43».

Величина потока, полученная в эксперименте на КА «Горизонт-41», составляет  $5.9 \cdot 10^{-5} \text{ м}^{-2} \cdot \text{с}^{-1}$  для скоростей частиц выше 12 км/с, при этом общий поток частиц за время работы детектора составил  $1.2 \cdot 10^{-4} \text{ м}^{-2} \cdot \text{с}^{-1}$ . Поток частиц, полученный в эксперименте на КА «Горизонт-43», интенсивнее, чем на КА «Горизонт-41» (рис. 4). Величина потока частиц в эксперименте на КА «Горизонт-43» равна  $3.6 \cdot 10^{-4} \text{ м}^{-2} \cdot \text{с}^{-1}$ . Максимальная скорость частиц составляет 20...25 км/с. Скорость частиц измерялась по времени пролета ионами расстояния  $L$  между двумя МДМ-структурами, а также времени нарастания переднего фронта ионного импульса с приемника 1 (рис. 3). Минимальные и максимальные значения потоков частиц (рис. 4) составляют по данным [15]:

«Горизонт-41»:  $5.9 \cdot 10^{-5} \text{ м}^{-2} \cdot \text{с}^{-1}$ ,  $1.2 \cdot 10^{-4} \text{ м}^{-2} \cdot \text{с}^{-1}$ ;

«Горизонт-43»:  $3.6 \cdot 10^{-4} \text{ м}^{-2} \cdot \text{с}^{-1}$ ,  $1.1 \cdot 10^{-3} \text{ м}^{-2} \cdot \text{с}^{-1}$ , однако для уточнения величины потока частиц требуются дополнительные натурные эксперименты.

Дальнейшее развитие рассмотренной системы регистрации частиц “космического мусора” заключается в увеличении рабочих площадей чувствительной поверхности детектора, его эффективности и информативности [16].

#### Список литературы

1. Околоземное пространство. / Под ред. Джонсона Ф. С. М.: Мир. 1966.
2. Патент М.2050008(РОССИЯ). Детектор микрометеороидных и техногенных частиц / Семкин Н. Д. Оpubл. 10.12.95.БИ N.34.
3. Семкин Н. Д. Исследование характеристик конденсаторного датчика для регистрации твердых частиц с помощью импульсного лазера /Изв. Вузов СССР. Сер. Приборостроение, 1986. Т. XXIX, № 8. - С. 60-64.
4. Гришин В. К., Семкин Н. Д., Юсупов Г. Я. Расчет ионного спектра, образованного ударной плазмой во времяпролетном масс-спектрометре. // Методы обработки и отображения информации в радиотехнических устройствах. Куйбышев: КуАИ, 1985.
5. Зельдович Я. Б., Райзер Ю. П. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. М.: Физматгиз, 1966.
6. Ораевский В. Н. Плазма на Земле и в космосе. Киев: Наукова думка, 1974.
7. Телеснин Р. В. Курс физики. М.: Просвещение, 1970.
8. Семкин Н. Д., Воронов К. Е. Проводимость ударносжатых МДМ-структур на основе полиметилметакрилата, // ЖТФ, 1998, том 68, вып. 8. - С. 63-66.
9. Семкин Н. Д., Воронов К. Е., Кондрашов В. Н. Исследование характеристик ионизационно-конденсаторного преобразователя пылевых частиц, получаемых с помощью импульсного лазера. ЦНИИАтомИнформ, 1998.
10. Smith D., Adams N. G. Studies of Plasma Production at Hypervelocity Microparticle Impact// J.Phys. D.:Appl. Phys.1973,v. G, N 4. p. 700-719/
11. Drapatz S., Michel K. W. Theory of Shock – wave Ionisation upon High – Velocity Impact of Micrometeorites. Z. Naturforsch, 1974, 20a, p. 870-879.
12. Новиков Л. С., Семкин Н. Д., Куликаускас В. С. Масс-спектрометрия ионов, эмиттируемых при соударении микрометеороидных частиц с материалами // ФХОМ, 1989, № 6. - С. 49 - 56.
13. Novikov L. S., Voronov K. E., Semkin N. D., etc. Measurements of Solid Micro – Particle Fluxes in Geosynchronous Orbit. ESTEC, Norvik, 19 – 20 Nov., 1996. ESA.SP - 392. 1996.
14. Семкин Н. Д., Семенчук С. М., Юсупов Г. Я. // Письма в ЖТФ, 1990. т. 14. Вып. 6. - С. 517-521.
15. Novikov L. S., Voronov K. E., Semkin N. D., etc. Attempt of Measurements of Space Debris Microparticle Flux of Geosynchronous Orbit. Proceedings of the Second European Conference on Space Debris, ESOC, Darmstadt, Germany, 17 – 19 March, 1997, (ESA SP-393, May, 1997).
16. Семкин Н. Д., Воронов К. Е., Рогов С. В. Детектор микрометеороидных и техногенных частиц // Измерительная техника. № 8, 1999. - С. 3-9.

### TRANSFORMER REFORMER OF MICROMETEORIODS AND TECHNICAL DEBRIS BASED ON FILM MDM STRUCTURES

© 2004 K. E. Voronov, N. L. Bogoyavlensky, N. D. Semkin

Samara State Aerospace University

The problem of formation of ions of multicomponent plasma and conduction of a film MDM- structure part which is impact-compressed or particle-short-circuited under high-speed impact is solved. Models of plasma-barrier interaction are considered. We obtained analytical equations for multicomponent impact plasma charges and conduction of impact-compressed and short-circuited MDM structure. Ionization-capacitor type detectors of micrometeoroids and technical debris have been developed on the basis of thin MDM structures. Laboratory and space tests have been conducted on the geostationary orbit by «Gorizont-41» and «Gorizont-43» satellites.

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ КОСМИЧЕСКИХ АППАРАТОВ С УЧЕТОМ НАКАПЛИВАЮЩИХСЯ ОТКАЗОВ ЭЛЕМЕНТОВ БОРТОВЫХ СИСТЕМ

© 2004 В. Д. Еленев

Самарский государственный аэрокосмический университет

Рассмотрен подход, позволяющий моделировать процессы функционирования космических аппаратов (КА) с учетом вероятности появления накапливающихся отказов элементов бортовых систем (БС). В качестве средства описания и исследования математических моделей предлагается использовать формальный аппарат теории макро-Е-сетей (являющихся модификацией сетей Петри), который обладает возможностью иерархического описания систем с учетом динамики изменения технического состояния КА, простотой представления событий, большой описательной мощностью. Показано, как с использованием сетевых моделей можно учитывать разнесенные по времени накапливающиеся отказы элементов.

### 1. Введение

Для КА процесс функционирования зависит от сложного взаимодействия временных распределений различных дискретных событий (временной циклограммы работы бортовых систем (БС), технического состояния отдельных элементов и т. д.). Поэтому КА можно рассматривать в виде динамической системы с дискретными событиями (ДСДС), в которой “состояние” БС изменяется во времени не непрерывно, а только в эти дискретные моменты времени.

Разработка моделей процессов функционирования КА является очень сложной и трудоемкой проблемой, при решении которой необходимо учитывать большое количество разнообразных факторов, в том числе и вероятность накапливающихся отказов элементов. Динамика наступления отказов элементов играет существенную роль в исследовании процессов функционирования технических систем.

При рассмотрении задач оценки эффективности функционирования будем использовать формальную модель, учитывающую смену состояний КА, разработка которой осуществляется с использованием подхода, предложенного Н. Н. Бусленко и базирующегося на понятии агрегативной системы [1].

Любой агрегат рассматриваемой системы характеризуется следующими множествами: множеством моментов времени  $T$ , множеством входных сигналов  $X$ , множеством

выходных сигналов  $Y$ , множеством состояний  $Z$  в каждый момент времени  $t \in T$ . Агрегат переходит из состояния  $z(t_1)$  в состояние  $z(t_2)$  за малый промежуток времени, т. е. имеет место скачок состояний  $\delta z$ . Переход агрегата из состояния  $z(t_1)$  в состояние  $z(t_2)$  происходит под действием внутренних параметров  $h(t) \in H$  и входных сигналов  $x(t) \in X$  с учетом случайных операторов  $V$  (описывающего случайный характер входного сигнала  $X$ ) и  $U$  (описывающего случайный характер состояний агрегата в моменты времени между поступлениями входных сигналов). Таким образом, будем описывать техническую систему следующей совокупностью множеств:  $A = \{T, X, Y, Z, H, V, U\}$ . (1)

Формальная модель (1) позволяет организовать моделирование процессов функционирования с учетом накапливающихся отказов элементов в виде итерационного процесса вычислений. Состояние системы  $z(t_{i+1})$  в некоторый момент времени  $t_{i+1}$  после наступления  $(i+1)$ -го отказа определяется ее текущим  $z(t_i)$  состоянием и вероятностью появления  $(i+1)$ -го отказа. Можно считать, что процесс смены состояний в данном случае является процессом накопления повреждений технической системой, который определяется потоком отказов ее поврежденных элементов.

### 2. Моделирование отказов элементов

В [2, 3] обсуждалась возможность использования аппарата теории сетей Петри

при моделировании процессов функционирования КА. В данном случае при моделировании рассматривается возможность использования макро- $E$ -сетевых моделей [4].

Очевидно, что методическая сложность учета накапливающихся отказов элементов возникает только при сложной структуре взаимосвязи и взаимодействия элементов БС. Наиболее сложными случаями моделирования процессов функционирования является моделирование разветвляющихся процессов, схем с резервированием, учет циклограмм работы БС.

Для схемы с последовательным соединением элементов выход из строя одного из них приводит к нереализации выходных характеристик всей схемы. Поэтому в целях упрощения участки схемы с последовательным соединением элементов будем представлять в виде одного обобщенного элемента.

Временная последовательность отказов элементов легко учитывается в макро- $E$ -сетевых моделях процессов функционирования, так как в них динамика смены состояний может быть непосредственно увязана со временем.

Формально макро- $E$ -сеть определяется множеством  $MEN = (P, T, K, S)$ , где  $P = \{p, r, Q\}$  - конечное непустое множество позиций;  $T$  - конечное непустое множество переходов;  $K$  - множество дуг, связывающих между собой множества позиций и переходов;  $S = \{m, b, R, l\}$  - множество функциональных правил.

Элементы множества  $P = \{p, r, Q\}$  называются:  $p$  - простыми позициями,  $r$  - решающими позициями,  $Q$  - макропозициями.

Множество переходов  $T = \{T^T, T^E, T^A, T^F, T^J, T^{(c,g)}, T^X, T^Y\}$  описывает базовые структуры переходов, которые подразделяются на простые переходы  $T^T, T^E, T^A, T^F, T^J, T^{(c,g)}$  (соответственно, переходы “исполнение”, “включение”, “выключение”, “разветвление”, “объединение”, “перераспределение”) и макропереходы  $T^X$  (“распределение”) и  $T^Y$  (“выбор”).

Дуги  $k \in K$  связывают вершины  $P$  и  $T$  по следующему правилу: начало и конец любой дуги соединяет только разноименные вершины  $P$  и  $T$ , т. е.  $P \cap T = \emptyset$ .

Функциональные правила  $S = (m, b, R, L)$  включают разметочную функцию  $m: P \rightarrow (0, 1)$ , функцию обозначения  $b: T \rightarrow L$ , решающую функцию  $R$  и используемый алфавит  $L = U \cup V$ , где  $U$  - входной и  $V$  - выходной алфавиты сигналов управления, соответственно.

Разметочная функция  $m$  устанавливает в каждой позиции  $p_e$  в соответствии с правилом срабатывания переходов определенное число меток  $\Sigma = (0, 1)$ .

Функция обозначения  $b$  показывает, какие входные сигналы  $U$  из внешней среды влияют на срабатывание переходов  $T$  и какие воздействия формируются в сети в результате их срабатывания.

Решающая функция  $R$  позволяет указать позиции, от которых зависит срабатывание перехода  $T$  в рассматриваемый момент времени, и указать позиции, в которые должна перейти метка после его срабатывания.

В макро- $E$ -сетях решающие позиции  $r_s$  позволяют реализовать управление появлением меток в одной или нескольких простых позициях  $p_e$  с помощью внутренних связей.

**Анализ технического состояния БС.**  
В общем случае задача анализа технического состояния БС в некоторый фиксированный момент времени  $t^*$  решается с учетом циклограмм работы БС и заданных вероятностей отказов элементов БС.

В модели отказов необходимо обеспечить установление факта пребывания  $j$ -ой БС в момент времени  $t^*$  во включенном состоянии. Для этого с использованием циклограммы работы БС проводится проверка выполнения условия попадания текущего времени  $t^*$  на  $i$ -е включение  $j$ -ой БС:  $t^{*ji} \leq t^* \leq t^{*ji}$ , где  $t^{*ji}$ ,  $t^{*ji}$  - соответственно, времена  $i$ -го включения и отключения  $j$ -й БС. Для проведения такой проверки может быть использована отдельная сетевая модель.

Пример сетевой модели проверки технического состояния бортовой системы с учетом возможности восстановления работоспособности элементов приведен на рис. 1.

Поступление команды на проверку технического состояния ассоциируется с наличием метки в позиции  $p_1$ . Переходы  $T_1^Y, T_2^X, T_3^X, T_4^Y, T_5^X$  образуют цикл для про-

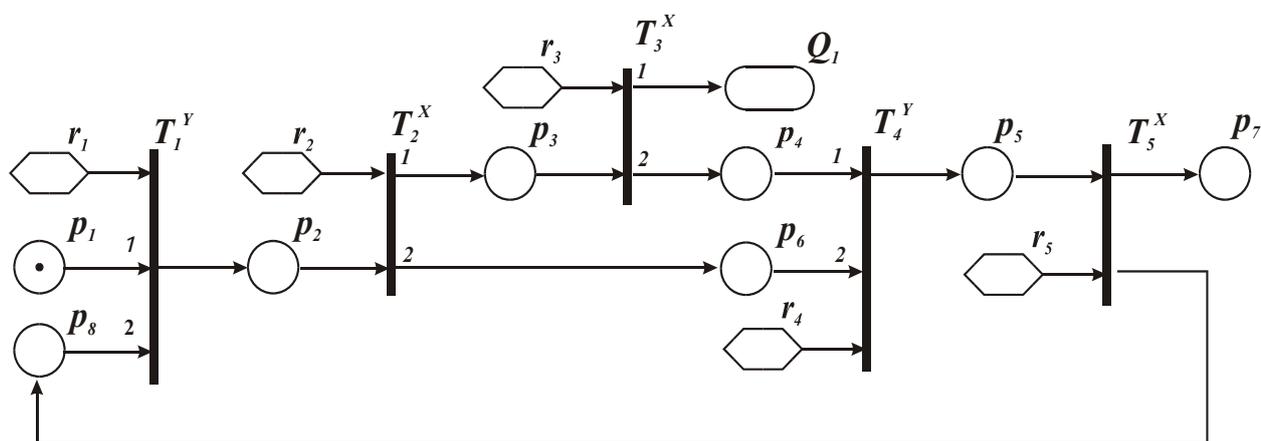


Рис. 1. Модель проверки технического состояния БС с учетом возможности восстановления работоспособности элементов

верки поочередно технического состояния всех элементов БС.

Переход  $T_1^Y$  активизируется при первом срабатывании при условии наличия метки в позиции  $p_1$  и при последующих срабатываниях – в позиции  $p_8$ . Эту функцию выбора обеспечивает решающая позиция  $r_1$ .

После срабатывания перехода  $T_2^X$  метка перемещается в позицию  $p_6$ , если элемент не поврежден, и в позицию  $p_3$ , если имеет место его повреждение.

На переходе  $T_2^X$  разыгрывается состояние текущего элемента по заданной или вычисляемой (как функции времени) вероятности безотказной работы.

На переходе  $T_3^X$  с помощью решающей процедуры позиции  $r_3$  проводится анализ возможности восстановления свойств поврежденного элемента и определения для этого случая времени его восстановления. Если работоспособность элемента может быть восстановлена, то метка передается в позицию  $p_4$ , в противном случае - в макропозицию  $Q_1$ .

Переход  $T_4^Y$  срабатывает при наличии метки в позиции  $p_6$  или  $p_4$ .

На переходе  $T_5^X$  проводится проверка окончания перебора всех элементов. Если все элементы проверены, то решающая позиция  $r_5$  передает метку в позицию  $p_5$ , в противном случае передает метку в позицию  $p_2$ , т. е. цикл повторяется, и проверке подвергается следующий элемент.

Попадание метки в позицию  $p_7$  завершает цикл проверки технического состояния всех элементов и характеризует работоспособное техническое состояние БС.

Атрибуту метки позиции  $p_7$  присваивается значение, равное максимальному времени восстановления работоспособности элементов системы (если такие отказы были у нескольких элементов).

**Моделирование схем с резервированием элементов.** Для КА характерно резервирование (дублирование) наиболее ответственных систем и элементов, позволяющее повысить общую надежность системы. Будем различать структурное резервирование, когда параллельно с основными системами на борт устанавливаются резервные системы, включаемые в работу в случае выхода из строя основной системы, и функциональное резервирование, когда в случае отказа какой-либо системы ее функции частично или полностью выполняются другими системами.

Рассмотрим учет резервирования в макро-*E*-сетевых моделях. Вариант макро-*E*-сетевой схемы модели структурного резервирования с отличающимися контурами основной и резервных систем приведен на рис. 2.

В этой схеме рассматривается случай основной системы (процесс функционирования ассоциируется с переходом  $T_4^T$ ) и резервной системы (процесс функционирования которой ассоциируется с переходом  $T_5^T$ ).

Управляющая процедура позиции  $r_1$  определяет, по которому контуру будет проводиться моделирование рассматриваемого

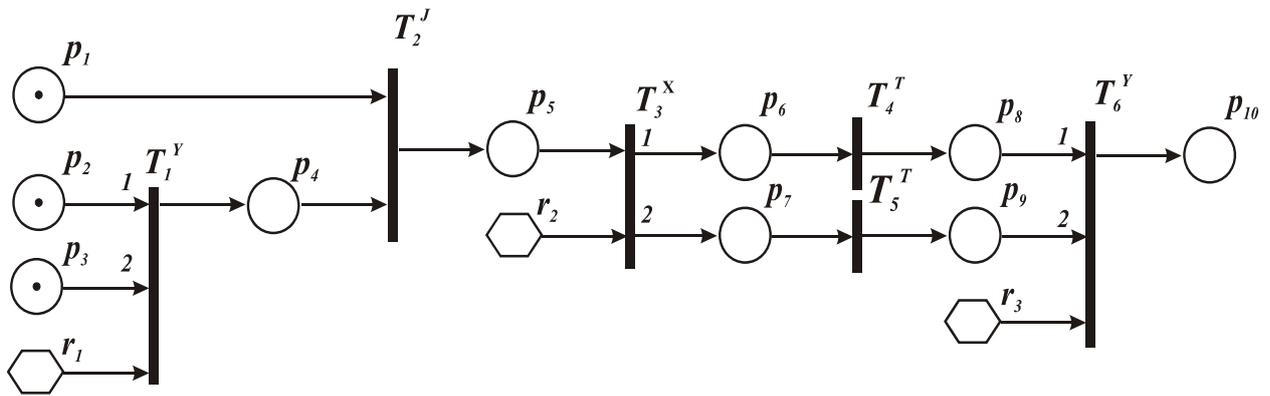


Рис. 2. Макро-Е-сетевая схема модели структурного резервирования с отличающимися контурами основной и резервных систем

процесса. В случае работоспособности всех систем (наличие меток в позициях  $p_2, p_3$ ) приоритет отдается основной системе.

Переход  $T_3^X$  обеспечивает разветвление вариантов моделирования в зависимости от атрибута метки позиции  $p_5$ .

Переход  $T_6^Y$  срабатывает при условии появлении метки в позиции, соответствующей выбранному контуру моделирования. После срабатывания перехода в позицию  $p_{10}$  передается метка, одним из атрибутов которой является номер системы, обеспечивающей процесс функционирования.

Макро-Е-сетевая схема модели, описывающей функциональное резервирование, будет выглядеть аналогично модели структурного резервирования с отличающимися контурами основной и резервных систем.

**Моделирование временной последовательности отказов элементов.** Как отмечается во многих работах по теории надежности и оценке эффективности функционирования технических систем, учет временной последовательности отказов элементов — одна из наиболее актуальных и трудно реализуемых задач. Динамика наступления отказов элементов играет существенную роль в исследовании процессов функционирования технических систем.

Рассмотрим наиболее простой случай структурного резервирования систем (рис. 3). Имеется система, в которой элемент  $A_1$  имеет резервный элемент  $A_2$ . В случае отказа элемента  $A_1$  с помощью переключателя  $U$  в рассматриваемой системе в работу включа-

ется элемент  $A_2$ . Здесь важным является условие, в какой последовательности могут произойти отказы элементов  $A_1$  и  $U$ . Если первым откажет элемент  $A_1$ , то система переключится на работу с резервным элементом  $A_2$ . Последующий отказ элемента  $U$  не окажет влияния на работоспособность всей системы. Если же первым откажет элемент  $U$ , то система не сможет переключиться на работу с резервным элементом  $A_2$  и окажется в неработоспособном состоянии.

Для рассматриваемого примера можно воспользоваться макро-Е-сетевой схемой, приведенной на рис. 4. В этой схеме наличие метки в позиции  $p_1$  ассоциируется с началом моделирования работы системы. На переходе  $T_1^X$  происходит розыгрыш технического состояния элемента  $A_1$ . Метка передается в позицию  $p_2$ , если элемент  $A_1$  находится в работоспособном состоянии и в позицию  $p_3$  — в противном случае. Переход  $T_2^T$  ассоциируется с работой элемента  $A_1$  системы. Если элемент  $A_1$  находится в неработоспособном состоянии (наличие метки в позиции  $p_3$ ), то происходит анализ работоспособного состояния элемента  $U$  (переход  $T_3^X$ ). Если элемент  $U$  в работоспособном состоянии, то схема переключается на работу с элементом  $A_2$  (мет-

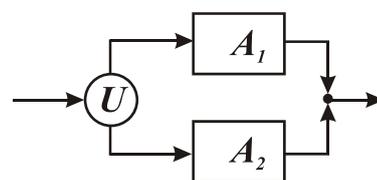


Рис. 3. Случай структурного резервирования систем

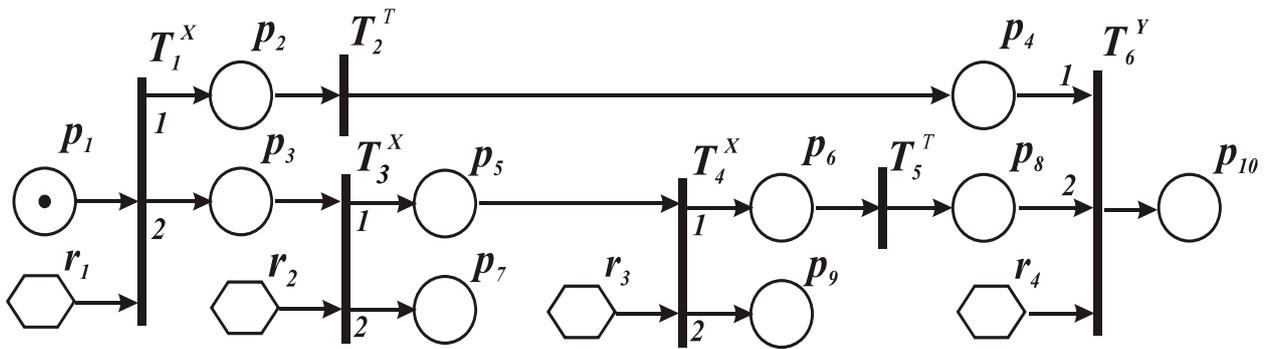


Рис. 4. Модель временной последовательности отказов элементов

ка в позиции  $p_5$ ), в противном случае метка поступает в позицию  $p_7$ , и дальнейшая работа процесса блокируется. На переходе происходит анализ технического состояния элемента  $A_2$ . Если этот элемент в работоспособном состоянии, то метка передается в позицию  $p_6$ , если нет – в позицию  $p_9$ . Переход  $T_5^T$  ассоциируется с работой элемента  $A_2$  системы. Попадание метки в позицию  $p_{10}$  означает завершение процесса моделирования работы схемы.

**Моделирование процесса накопления информации о состоянии системы.** При использовании макро-Е-сетевых моделей накопление информации о состоянии системы может быть организовано с применением некоторого универсального типового сегмента сетевой модели, принцип работы которого заключается в следующем (рис. 5.)

Текущее состояние  $z(t_i)$  БС описывается с помощью атрибута метки  $p_4$ . Позиция  $p_1$  является входной для сегмента. Поступление в нее метки ассоциируется с новой информацией о вероятности отказа элемента. Переходы  $T_1^I$  и  $T_2^F$  образуют цикловой механизм изменения технического состояния БС.

При поступлении метки в позицию  $p_1$  срабатывает переход  $T_1^I$ . Во время фазы активности этого перехода происходит изменение исходного технического состояния БС с учетом информации о вероятности отказа элемента, которая поступила с приходом метки в позицию  $p_1$ , а также информации о текущем техническом состоянии БС, которое описывается атрибутом метки в позиции  $p_4$ .

После срабатывания перехода  $T_1^I$  в позицию  $p_2$  поступает метка, атрибуты которой будут содержать информацию об изменении

технического состояния БС, связанного с наступившим отказом одного из элементов БС.

При срабатывании перехода  $T_2^F$  происходит восстановление активности позиции  $p_4$  посредством помещения в нее метки, которая несет в себе информацию о новом текущем состоянии БС и одновременно снимает блокировку с перехода  $T_1^I$ .

Переход  $T_1^I$  опять готов к срабатыванию при условии поступления в позицию  $p_1$  новой метки, которая будет ассоциироваться с появлением нового отказа одного из элементов БС.

Рассмотренная последовательность срабатывания переходов  $T_1^I$  и  $T_2^F$  по изменению технического состояния БС продолжается до момента окончания поступления меток в позицию  $p_1$ .

### 3. Заключение

С помощью предложенного подхода был решен ряд практических задач моделирования процессов функционирования космических аппаратов зондирования Земли с учетом накапливающихся отказов элементов бортовых систем. При этом временные характеристики отказов элементов генерировались с помощью заданных законов распределения.

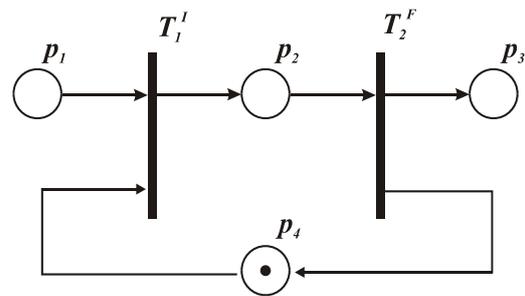


Рис. 5. Сегмент сетевой модели, обеспечивающий накопление информации

Рассмотренные варианты реализации сетевых моделей показывают, что использование аппарата теории сетей Петри позволяет значительно расширить возможности моделирования процессов функционирования при решении задач оценки эффективности КА с учетом накапливающихся отказов элементов БС.

#### Список литературы

1. Бусленко Н. П. Моделирование сложных систем. - М.: Наука, 1978. - 399 с.
2. Yelenev V., Shostak N. Petry Nets Using Simulation of SpaceCraft Functiong//The 1st Sino-Soviet Symposium on Astronautical

Science and Technology, Harbin, China, 1991. pp. 63.

3. Yelenev V., Shostak N. The Method For Spacecraft Work-ability Simulation//The Second Russian-Sino Symposium on Astronautical Science and Technology. Samara, Russia, 1992. pp. 101.

4. Сети Петри, параллельные алгоритмы и модели мультипроцессорных систем./ Васильев В. В., Кузьмук В. В./ Под ред. Хорошевского В. Г., АН УССР, Ин-т проблем моделирования в энергетике. - Киев: Наук. думка, 1990. – 216 с.

### **SIMULATION OF SPACECRAFT FUNCTIONING PROCESSES WITH REGARD TO ACCUMULATED FAILURES OF OBOARD SYSTEM ELEMENTS**

© 2004 V. D. Elenev

Samara State Aerospace University

We consider an approach that allows simulating processes of spacecraft (SC) functioning with regard to the possibility of accumulated failures of onboard system (SC) elements. For describing and analyzing mathematical models we suggest using the formal apparatus of macro-E-nets (updated Petri nets) theory. It is characterized by the possibility of hierarchical description of systems with regard to the dynamics of changing technical state of the spacecraft, the simplicity of presenting events and great descriptive power. The possibility of taking into account accumulated element failures separated in time is shown.

## ОПТИМАЛЬНОЕ РАЗМЕЩЕНИЕ СЕАНСОВ НАВИГАЦИОННЫХ ОПРЕДЕЛЕНИЙ КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА ДИСТАНЦИОННОГО ЗОНДИРОВАНИЯ ЗЕМЛИ ПРИ ИСПОЛЬЗОВАНИИ ИНФОРМАЦИИ ОТ ИНТЕГРИРОВАННЫХ НАВИГАЦИОННЫХ КОМПЛЕКСОВ

© 2004 И. В. Елисеев

Самарский государственный аэрокосмический университет

Рассматривается задача повышения эффективности выполнения целевой задачи космическим аппаратом дистанционного зондирования Земли за счет оптимального размещения сеансов навигационных определений на временных интервалах планирования. Данная задача трактуется как задача оптимального управления динамической системой, определяемой дискретным аналогом дифференциального уравнения типа Риккати. Для решения используется подход, основанный на сведении исходной нелинейной задачи к эквивалентной линейной большей размерности. Анализируются результаты решения, полученные для случаев наличия и отсутствия шумов в модели движения. Оценивается влияние зон ненаблюдаемости на полученное решение.

### 1. Техническая постановка задачи.

Показатели эффективности выполнения целевой задачи космическим аппаратом дистанционного зондирования Земли (КАДЗЗ), такие как информационная производительность, линейное разрешение на местности, сдвиг изображения, сферическая ошибка по положению и по скорости, непосредственно зависят от параметров движения его центра масс [1]. Поэтому КАДЗЗ нуждается в высокоточном координатно-скоростном навигационном определении центра масс.

Повышенным требованиям к точности навигационных определений в настоящее время наиболее полно удовлетворяют спутниковые радионавигационные системы (СРНС). Одним из приоритетных направлений развития аппаратуры потребителя информации от СРНС является ее объединение с другими источниками навигационной информации в интегрированные навигационные комплексы. Большинство подвижных объектов имеют в составе своего оборудования помимо приемников сигналов от СРНС автономные нерадиотехнические системы, основными из которых являются инерциальные навигационные системы (ИНС). Типовая ИНС может состоять из триады датчиков углового движения, триады акселерометров, электронных блоков, процессора с программным обеспечением и интерфейса с аппаратурой СРНС. Из состава ИНС, реализуемых на борту КАДЗЗ, может быть исключен блок

акселерометров, поскольку в силу определенности движения информация о параметрах движения центра масс может быть получена из математической модели движения, реализованной в бортовой вычислительной машине.

Дальнейшее совершенствование навигационной аппаратуры, включающей в себя приемник сигналов от СРНС, связано с улучшением алгоритмического обеспечения, которое в свою очередь можно получить за счет оптимизации планирования размещения сеансов навигационных определений (СНО) по СРНС на временных интервалах функционирования КАДЗЗ. Применительно к ИНС/СРНС интегрированным комплексам это направление оптимизации состоит в определении при заданных ограничениях на трудоемкость навигации (фиксированном количестве СНО по СРНС) размещения СНО по СРНС на временном интервале функционирования КАДЗЗ, минимизирующего ошибки ИНС (или математической модели движения) и, как следствие, доставляющего минимум критериям оптимальности, сформированным на основе показателей эффективности КАДЗЗ.

### 2. Математическая постановка задачи.

Данная задача при допущении, что обработка измерительной информации осуществляется по алгоритму, представляющему собой фильтр Калмана, является задачей оптимального управления динамической системой, описываемой дифференциальным урав-

нением типа Риккати [2]. В дискретном виде модель оптимизируемой системы задается соотношениями [2]

$$\begin{cases} K_i^* = (K_i^{-1} + \gamma_i D_{\eta_i}^{-1})^{-1}, \\ K_i = A_{i,i-1} K_{i-1}^* A_{i,i-1}^T + D_{\xi_i}, \quad i \in 1, \dots, N, \quad K_0^* = K_0, \end{cases} \quad (1)$$

где  $K_i^*$  - ковариационная матрица ошибок навигационных определений по ИНС/СРНС;  $K_i$  - ковариационная матрица ошибок навигационных определений по ИНС;  $D_{\xi_i}$  - ковариационная матрица случайных возмущений, действующих на ИНС;  $D_{\eta_i}$  - ковариационная матрица ошибок навигационных определений по СРНС; параметр  $\gamma_i$  формализует программу проведения СНО по СРНС и принимает значения 1, если в  $i$ -й момент СНО проводится, и 0, если не проводится;  $N$  - количество подынтервалов дискретности, на которые разбивается временной интервал функционирования КАДЗЗ;  $A_{i,i-1}$  - матрица, определяемая выбранной математической моделью движения.

Критерии оптимальности, по которым оптимизируется система (1), отражают специфику показателей эффективности КАДЗЗ и имеют вид:

$$I = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \text{tr} \{ C^T K_i^* C \}, \quad (2)$$

где  $C$  – нормирующая матрица, определяющая вид конкретного критерия оптимальности.

Ограничение на трудоемкость навигации записывается следующим образом:

$$\sum_{i=1}^N \gamma_i = N_{\Sigma} \quad \sum_{i=1}^N \gamma_i = N_{\Sigma}, \quad (3)$$

где  $N_{\Sigma}$  - количество СНО по СРНС.

Таким образом, задача оптимального размещения СНО по СРНС состоит в выборе такой последовательности значений управ-

ляющей функции, которая, удовлетворяя ограничению (3), переводила бы систему (1) из начального состояния в конечное (определяемых началом и концом временного интервала функционирования КАДЗЗ), доставляя минимум критерию (2).

**3. Алгоритм решения задачи.** Непосредственное решение сформулированной задачи [3] затруднительно из-за нелинейности оптимизируемой системы (1), и поэтому используем подход, основанный на переходе к эквивалентной задаче [2]. Эквивалентная оптимизируемая система имеет вид

$$\begin{cases} S_{i,j} = S_{i-1,j} + \gamma_i R_{i,j} Q_{i,j}, \\ Q_{i,j} = Q_{i-1,j} + V_{i,j} S_{i-1,j}, \quad i = 1, \dots, j, \quad j = 1, \dots, N. \end{cases} \quad (4)$$

Здесь  $R_{i,j} = (A_{j,i-1}^T)^{-1} D_{\eta_i}^{-1} A_{j,i-1}^{-1}$ ,  $V_{i,j} = A_{j,i} D_{\xi_i} A_{j,i}^T$ ,  $S_{i,j}, Q_{i,j}$  - матрицы, определяемые из соотношения

$$K_{i,j} S_{i,j} = Q_{i,j}, \quad (5)$$

где  $K_{i,j} = A_{j,i} K_i^* A_{j,i}^T$  - прогнозируемая на момент  $j$  матрица  $K_i^*$ .

Эквивалентный критерий оптимальности с учетом ограничения

$$S_{j,j} = C \quad (6)$$

записывается в виде

$$I^{экс} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \text{tr} \{ C^T Q_{j,j} \}. \quad (7)$$

Применение формализма дискретного принципа максимума Понтрягина для эквивалентной задачи (4)-(7) с учетом ограничения (3) позволяет получить необходимые условия оптимальности в виде

$$\gamma_i = \begin{cases} 1, & \text{если } i \in G, \\ 0, & \text{если } i \notin G, \end{cases} \quad (8)$$

где  $G = \{i_1, i_2, \dots, i_N\}$  - множество дискретных

моментов времени, в которые программная последовательность  $\{M_i\}$  с элементом

$$M_i = \sum_{j=1}^N \text{tr}\{Q_{i,j}^T R_{i,j} Q_{i,j}\} \quad (9)$$

достигает своих наибольших  $N_\Sigma$  значений.

Соотношения (4), (5), (6), (8), (9) определяют следующую краевую задачу: для системы (4) необходимо подобрать такие начальные матрицы  $S_{0,j}$ , чтобы система переводилась из состояния  $(S_{0,j} : K_{0,j} S_{0,j})^T$  в состояние  $(C : Q_{j,j})^T$  (где на  $Q_{j,j}$  не накладывается никаких ограничений) с помощью управления, определяемого из условий (8), (9) и (3).

Решение краевой задачи проводится методом Крылова-Черноусько [4], в соответствии с которым методом последовательных приближений определяется неподвижная точка  $S_{0,j}$  некоторого оператора  $A\{S_{0,j}\}$ , то есть точка, удовлетворяющая уравнению

$$S_{0,j} = A\{S_{0,j}\}. \quad (10)$$

Алгоритм решения данной краевой задачи будет состоять из следующей последовательности действий:

1. Задается начальный план измерений.
2. В соответствии с планом находится вектор (значение оператора A):
- 2.1. Решается система линейных уравнений

$$(W_2^\gamma)_j d_j^0 = C. \quad (11)$$

- 2.2. Восстанавливается вектор  $k_j^0$ :

$$(W_1^\gamma)_j d_j^0 = k^0. \quad (12)$$

Здесь матрицы  $(W_1^\gamma)_j$  и  $(W_2^\gamma)_j$  вычисляются в зависимости от используемого плана измерений  $\{\gamma_i^0\}$ :

$$(W_1^\gamma)_j = \Lambda_{qs}^\gamma(j,1) + \Lambda_{qq}^\gamma(j,1)K_{1,j}, \quad (13)$$

$$(W_2^\gamma)_j = \Lambda_{ss}^\gamma(j,1) + \Lambda_{sq}^\gamma(j,1)K_{1,j}, \quad (14)$$

где матрицы  $(\Lambda_{ss}^\gamma)_{j,1}$ ,  $(\Lambda_{sq}^\gamma)_{j,1}$ ,  $(\Lambda_{qs}^\gamma)_{j,1}$ ,  $(\Lambda_{qq}^\gamma)_{j,1}$  являются соответствующими блоками в матрице  $\Lambda^\gamma$ , представляющей собой дискретный аналог фундаментальной матрицы для системы (4) и определяемой в результате операции:

$$\Lambda^\gamma(j,1) = \begin{bmatrix} \Lambda_{ss}^\gamma(j,1) & \Lambda_{sq}^\gamma(j,1) \\ \Lambda_{qs}^\gamma(j,1) & \Lambda_{qq}^\gamma(j,1) \end{bmatrix} = \prod_{i=1}^j \begin{bmatrix} E_n + \gamma_i^0 R_{i,j}^\gamma V_{i,j} & \gamma_i^0 R_{i,j}^\gamma \\ V_{i,j} & E_n \end{bmatrix} \quad (15)$$

3. Ищется новый план измерений в виде

$$\{\gamma_i'\} = \{\gamma_i^0\}_{\mu^0} \cup \{\gamma_i^0\}_{1-\mu^0}. \quad (16)$$

Здесь план измерений определяется из условия (8). Параметр  $\mu^0$  представляет собой долю числа измерений, соответствующих плану  $\{\gamma_i^0\}$  и выбираемых из него для формирования нового плана  $\{\gamma_i'\}$ ; соответственно значение  $(1 - \mu^0)$  - долю измерений из плана  $\{\gamma_i^0\}$ , оставленных для формирования  $\{\gamma_i'\}$ . Рассматриваемый прием обновления плана  $\{\gamma_i^0\}$  состоит в добавлении  $\mu^0 \bar{N}_\Sigma$  моментов измерений, в которых программная последовательность  $\{\tilde{M}_i^0\}$  принимает наибольшие значения, и при этом из обновленного плана удаляется такое же количество моментов измерений, в которых значение  $\{\tilde{M}_i^0\}$  минимально.

Параметр выбирается из условия

$$\mu^0 = \arg \min_{\bar{\mu}_0 \in \mathfrak{R}} I(\bar{\mu}^0), \quad (17)$$

где  $\mathfrak{R} = \{0, \frac{1}{N_\Sigma}, \frac{2}{N_\Sigma}, \dots, \frac{N_\Sigma - 1}{N_\Sigma}, 1\}$  - множество

дробно-рациональных чисел, вводимое с целью исключения «дробных» планов, то есть планов, в которых  $0 < \gamma_i < 1$ ;  $I(\bar{\mu}_0)$  - эквивалентное значение выбранного критерия, определяемое в соответствии с (7) как

$\frac{1}{N} \sum_{j=1}^N tr\{C^T \kappa^1(\bar{\mu}_0)\}$ , где  $\kappa^1(\bar{\mu}_0)$  вычисляется на основе действия 2 при новом управлении  $\{\gamma_i'\}$ .

Затем действия 2-3 повторяются с заменой номера итерации “0” номером “1” и так далее до момента, когда значение критерия оптимальности на текущей итерации не будет отличаться от значения, полученного на предыдущей итерации, на некоторую заданную величину, определяющую точность решения краевой задачи.

**4. Решение оптимизационной задачи в случае отсутствия шумов в модели движения.** Важнейшим средством повышения эффективности численного решения краевой задачи является выбор такого начального приближения для размещения СНО, которое обеспечивало бы быструю сходимость итерационной процедуры. В качестве такого предлагается использовать решение аналогичной краевой задачи при отсутствии случайных возмущений, действующих на ИНС. В этом случае за счет упрощения эквивалентной системы (4) ( $V_{i,j} = 0$ ,  $Q_{i,j} = Q_{i-1,j} = const$ ) и возможности проинтегрировать упрощенную систему сначала в прямом, а затем в обратном времени, оператор  $A\{\bullet\}$  может быть записан в явном виде

$$A\{S_{0,j}\} = C - B_j S_{0,j}, \quad (18)$$

где  $B_j$  определяется соотношением

$$B_j = \left[ \sum_{i=1}^j \gamma_i R_{i,j} \right] K_{0,j}. \quad (19)$$

Кроме того, при отсутствии случайных возмущений, действующих на ИНС, может быть получено аналитическое выражение для выбора начального приближения:

$$M_i^0 = \sum_{j=i}^N \{K_{0,j} R_{i,j} K_{0,j}\}. \quad (20)$$

Для определения программ размещения СНО по СРНС в случае отсутствия случайных возмущений рассматривался КАДЗЗ,

функционирующий на околокруговой орбите в диапазоне высот 250...500 км. На временных интервалах планирования различной протяженности (от 1 до 16 витков) размещались СНО в количестве  $N_\Sigma$  от 1 до 5. В качестве вектора ошибок ИНС взят 6-мерный вектор, элементами которого являются проекции ошибок координат и скорости на оси орбитальной системы координат, и поэтому размерность матрицы  $K_i$  [6×6]. Использовалась математическая модель движения КАДЗЗ, описывающая возмущенное движение в отклонениях от околокруговой орбиты [5]. Для упрощения формализации процесса навигационных определений по СРНС использовались аппроксимационные модели поля потенциальной точности навигационных определений, создаваемого СРНС [6]. В качестве критериев оптимальности для КАДЗЗ рассматривались критерии, определяющие среднее на временном интервале планирования значение величины ухудшения информационной производительности  $I_1$ , ухудшения линейного разрешения на местности  $I_2$ , возрастания сдвига изображения на местности  $I_3$ , возрастания сферической ошибки по положению  $I_4$ , возрастания сферической ошибки по скорости  $I_5$  [1].

Анализ результатов моделирования позволяет сделать следующие выводы:

1. Для критериев  $I_1$ ,  $I_4$  оптимальное размещение СНО одинаково и подчиняется правилу равномерного размещения СНО на временном интервале планирования:

$$i_k = k \frac{N}{N_\Sigma + 1}, \quad k = 1, \dots, N_\Sigma, \quad (21)$$

где  $i_k$  - дискретный момент времени проведения СНО.

2. Для критериев  $I_2, I_3, I_5$  оптимальное размещение СНО одинаково и зависит от соотношения количества размещаемых СНО  $N_\Sigma$  и протяженности интервала функционирования КАДЗЗ (интервала планирования),

выраженной в витках  $N_g$ , подчиняясь правилу:

$$(22) \quad \begin{cases} i_k = \frac{1}{2}k \frac{N}{N_g}, & \text{если } N_\Sigma < N_g, \\ i_k = k \frac{N}{N_\Sigma + 1}, & \text{если } N_\Sigma \geq N_g, \quad k = 1, \dots, N_\Sigma. \end{cases}$$

**5. Решение оптимизационной задачи в случае наличия шумов в модели движения.** Для нахождения программ оптимального размещения СНО в случае наличия шумов в модели движения рассматривались следующие возмущающие ускорения, действующие на КАДЗЗ: ускорения, обусловленные нецентральностью поля тяготения и аномалиями гравитационного потенциала; ускорения, вызванные тормозящим действием атмосферы; «немоделируемые» ускорения, то есть не поддающиеся непосредственной формализации в виде аналитических моделей; ускорения, вызванные движением КАДЗЗ относительно центра масс.

В качестве начального приближения  $\{\gamma_i^0\}$  для решения оптимизационной задачи принимались программы размещения СНО, соответствующие соотношениям (21), (22).

Анализ полученных результатов позволяет сделать следующие выводы.

1. Для критериев  $I_1, I_4$  программа оптимального размещения СНО в случае наличия шумов в модели движения практически совпадает с программой оптимального размещения СНО в случае отсутствия шумов в модели и подчиняется правилу равномерного размещения СНО на интервале планирования (21). Присутствующий сдвиг моментов времени проведения СНО в первом случае относительно моментов проведения СНО во втором случае больше для СНО, расположенных во второй половине интервала планирования.

2. Для критериев  $I_2, I_3, I_5$  программа размещения СНО на интервале планирования зависит от соотношения количества размещаемых СНО  $N_\Sigma$  и протяженности интервала планирования  $N_g$ :

- если  $N_\Sigma \geq N_g$ , то программа размещения СНО соответствует приведенной в выводе 1;

- если  $N_\Sigma < N_g$ , то моменты времени оптимального размещения СНО сдвигаются относительно моментов времени квазиоптимального размещения СНО (при отсутствии шумов в модели движения) в направлении моментов времени, соответствующих равномерному размещению СНО. Сдвиг моментов времени проведения СНО увеличивается с удалением от начала интервала планирования. При фиксированной протяженности интервала планирования с увеличением количества размещаемых СНО сдвиг стремится к нулю.

**6. Исследование влияния зон ненаблюдаемости на размещение СНО.** Зоны ненаблюдаемости оказывают существенное влияние на размещение СНО, если их расположение на интервале планирования совпадает с оптимальными (в смысле того или иного критерия) моментами проведения СНО. Причинами возникновения на интервале планирования зон ненаблюдаемости первого типа могут быть выход из строя сегмента СРНС, затемнение антенны навигационного приемника элементами конструкции, организованные помехи. Все эти причины обусловлены отсутствием на входе навигационного приемника сигнала от одного или нескольких навигационных искусственных спутников Земли (НИСЗ), выбранных для решения задачи навигационного определения. Протяженность таких зон ненаблюдаемости сравнительно невелика.

С практической точки зрения к зонам ненаблюдаемости второго типа целесообразно отнести участки интервала планирования, на которых КАДЗЗ решает целевую задачу своего функционирования. Эти участки характеризуются тем, что хотя сигнал и поступает на антенну навигационного приемника, но задача навигации не решается в связи с ее второстепенностью по сравнению с целевой задачей. Протяженность таких зон ненаблюдаемости значительно больше протяженности зон ненаблюдаемости первого типа и может составлять до 40 и более процентов от протяженности интервала планирования.

Кроме того, отличительной особенностью зон второго типа является то, что их появление на интервале планирования заранее известно или по крайней мере прогнозируемо, в то время как появление зон первого типа трудно предсказуемо.

Для исследования влияния зон ненаблюдаемости второго типа на размещение СНО проведены расчеты для случая отсутствия шумов в модели движения. При этом предполагалось, что СНО по СРНС не проводится в случае отсутствия сигнала хотя бы от одного НИСЗ. В данном случае из соотношений, определяющих последовательность программных функций, исключаются  $M_i^l$  элементы, удовлетворяющие условию

$$i \in \bar{T}, \quad (23)$$

где  $\bar{T} = \{i_1, i_2, \dots, i_T\}$  - множество дискретных моментов времени, в которых СНО проводить невозможно.

Протяженность зон ненаблюдаемости варьировалась в диапазоне 5...40 % от протяженности интервала планирования. Анализ результатов позволяет сделать следующие выводы:

1. Для любого критерия моменты времени оптимального размещения СНО при наличии зон ненаблюдаемости стремятся к моментам времени оптимального размещения СНО при отсутствии зон ненаблюдаемости. На размещение СНО существенное влияние оказывает увеличение протяженности зон ненаблюдаемости. Если протяженность зоны ненаблюдаемости в окрестности оптимального момента времени проведения какого-либо  $i$ -го СНО ( $i = 1, \dots, N_\Sigma$ ) не превышает некоторого критического значения, то данный СНО необходимо проводить в начале зоны ненаблюдаемости. После достижения и превышения протяженности зоны ненаблюдаемости этого критического значения,  $i$ -й СНО стремится к расположению в непосредственной близости от  $i-1$  или  $i+1$  СНО. Для критериев оптимальности  $I_1, I_4$  критическое значение зависит от протяженности интервала планирования и количества СНО  $N_\Sigma$ , размещаемых на интервале. Для критериев оптимальности  $I_2, I_3, I_5$  изменение критическо-

го значения протяженности зоны ненаблюдаемости в случае, если  $N_\Sigma \geq N_6$ , соответствует критериям  $I_1, I_4$ . Если  $N_\Sigma < N_6$ , то критическое значение постоянно.

2. Оптимальное размещение  $i$ -го СНО для критериев  $I_1, I_4$  подчиняется следующему логическому условию:

**ЕСЛИ** протяженность  $i$ -ой зоны ненаблюдаемости меньше критического значения,

**ТО**  $i$ -й СНО размещается в начале  $i$ -ой зоны ненаблюдаемости;

**ИНАЧЕ: ЕСЛИ**  $i = 1$ ,

**ТО** первый СНО размещается в начале первой зоны ненаблюдаемости;

**ИНАЧЕ: ЕСЛИ** в месте проведения  $i-1$ -го СНО нет зоны ненаблюдаемости

**ИЛИ** величина протяженности  $i-1$ -ой зоны ненаблюдаемости меньше критического значения,

**ТО**  $i$ -й СНО размещается в непосредственной близости от  $i-1$  СНО;

**ИНАЧЕ:**  $i$ -й СНО размещается в начале  $i$ -ой зоны ненаблюдаемости.

3. Оптимальное размещение  $i$ -го СНО для критериев  $I_2, I_3, I_5$  подчиняется следующему логическому условию:

**ЕСЛИ**  $N_\Sigma \geq N_6$ ,

**ТО** размещение СНО происходит по логическому условию п.2;

**ИНАЧЕ: ЕСЛИ** протяженность  $i$ -ой зоны ненаблюдаемости меньше критического значения,

**ТО**  $i$ -й СНО размещается в начале  $i$ -ой зоны ненаблюдаемости;

**ИНАЧЕ:**  $i$ -й СНО размещается в непосредственной близости от  $i+1$  СНО.

**7. Заключение.** Таким образом, выявлены общие закономерности оптимального размещения СНО для КАДЗЗ и оценена степень чувствительности оптимального размещения СНО к различным неблагоприятным

факторам (случайным возмущениям, действующим на КАДЗЗ; появлению зоны ненаблюдаемости на интервале планирования). Полученные результаты позволяют повысить эффективность выполнения целевых задач КАДЗЗ за счет оптимального размещения СНО.

#### **Список литературы**

1. Белоконов И. В. Модели критериального базиса космических систем наблюдения для оптимизации навигации по спутниковым радионавигационным системам. // Сб. Трудов VII Всероссийского научно-технического семинара по управлению движением и навигации летательных аппаратов. Самара, 1996., ч. I, с. 35-38.

2. Малышев В. В., Красильщиков М. Н., Карлов В. И. Оптимизация наблюдения и управления летательных аппаратов. М.: Машиностроение, 1989.

3. Черноусько Ф. Л., Колмановский В.Б. Оптимальное управление при случайных возмущениях. М.: Наука, 1980.

4. Крылов И. А., Черноусько Ф. Л. Алгоритм метода последовательных приближений для задач оптимального управления. // ЖВМ и МФ 1962, Т2, № 6, с. 142-153.

5. Эльясберг П. Е. Введение в теорию полета искусственных спутников Земли. М.: Наука, 1969.

6. Белоконов И. В., Елисеев И. В. Исследование условий оптимальности программ проведения измерений при спутниковой радионавигации КА при отсутствии шумов в модели движения. // Сб. Трудов IX Всероссийского научно-технического семинара по управлению движением и навигации летательных аппаратов. Самара, 1999, ч. I, с. 47-52.

### **OPTIMUM DISTRIBUTION OF NAVIGATIONAL POSITION AND VELOCITY SESSIONS FOR A SPACECRAFT WITH REMOTE SOUNDING OF THE EARTH USING DATA FROM INTEGRATED NAVIGATION COMPLEXES**

© 2004 I. V. Yeliseev

Samara State Aerospace University

The problem of increasing the mission efficiency of a spacecraft with remote sounding of the Earth using optimum distribution of sessions at time intervals is discussed. The problem is treated as one of optimum control of a dynamic system defined by a discrete analog of a Riccati differential equation. A method based on reducing the initial non-linear problem to the equivalent linear one with a larger number of equations is used. The results obtained for both the presence and absence of noise in the motion models are analyzed. The effect of unobservability zones on the result is estimated.

## К ДОКАЗАТЕЛЬСТВУ ТЕОРЕМ ОБ ИЗМЕНЕНИИ ЖЕСТКОСТИ КОНСТРУКЦИЙ

© 2004 В. А. Комаров

Самарский государственный аэрокосмический университет

Предлагается доказательство теорем о производных потенциальной энергии деформаций конструкций по изменению количества материала ее элементов с использованием принципа возможных изменений напряжений (усилий).

Некоторые читатели высказывают сомнение в правильности доказательства теорем нашей статьи [1]. При этом они соглашаются с их верностью только для статически определимых систем.

Действительно, при выводе производных потенциальной энергии упругих деформаций конструкций по объемам материала их элементов в [1] использована запись энергии через внутренние усилия в элементах конструкции. Эти усилия в общем случае – в статически неопределимых конструкциях и в сплошной среде – зависят от соотношения жесткостей элементов. Определенному распределению материала в конструкции соответствует определенное распределение внутренних усилий. Выписать аналитически такие зависимости удастся только в простейших случаях.

При вычислении производных в [1] внутренние усилия в конструкции предполагаются неизменными. Именно это упрощение вызывает сомнение в полученных результатах и нуждается, по-видимому, в обосновании.

Для этих целей удобно воспользоваться принципом *возможных изменений напряжений (усилий)*, который симметричен хорошо известному и широко используемому принципу *возможных перемещений*.

Принцип возможных изменений напряжений формулируется так: “если деформация системы согласована со всеми имеющимися внутренними и внешними связями, т.е. если соблюдена совместимость деформаций системы, то *сумма работ*, производимых бесконечно малыми возможными изменениями всех внешних и внутренних сил на действительных перемещениях системы (вызванных

самими статически действующими силами), *равна нулю*” (цитирование по [2], курсив наш). Принцип выражает условие стационарности полной потенциальной энергии упругой системы [2, 3].

Не поступаясь общностью рассуждений, рассмотрим вначале произвольную статически неопределимую стержневую систему. Некоторому распределению материала по элементам  $V_i = F_i l_i$  соответствует распределение усилий  $N_i$  для определенной нагрузки (здесь и далее используются обозначения [1]). Дадим какому-либо элементу конструкции с номером  $j$  бесконечно малое приращение объема материала  $dV_j$ . Тогда усилия в элементах конструкции изменятся и станут  $N_i + dN_{ij}$ , где  $dN_{ij}$  - изменение усилий в  $i$ -ом элементе от изменения объема (жесткости) элемента. Теперь заметим, что усилия  $N_i$  и  $N_i + dN_{ij}$  удовлетворяют условиям равновесия. Поэтому  $dN_{ij}$  также удовлетворяют условиям равновесия и, более того, являются самоуравновешенными и поэтому могут рассматриваться как *возможное изменение усилий*, то есть как вариации. В случае сплошной среды такими вариациями будут напряжения, которые удовлетворяют условиям равновесия. Такие вариации не изменяют потенциальной энергии деформаций  $\delta U = 0$ , как следует из названного принципа.

Поэтому процедура дифференцирования выражений (5), (13) и (22) в [1] для потенциальной энергии деформаций конструк-

ций может быть представлена следующей последовательностью:

1. Вычисляется потенциальная энергия исходной конструкции.

2. Дается бесконечно малое приращение количества материала (жесткости) одному из элементов.

3. Вычисляется соответствующее новое значение потенциальной энергии в предположении неизменности внутренних усилий (напряжений – для сплошной среды).

4. К усилиям исходной системы добавляются самоуравновешенные приращения сил (напряжений), которые обеспечивают выполнение условий совместности деформаций, но не изменяют вычисленного нового значения потенциальной энергии.

5. Вычисляется соответствующая производная.

Таким образом, правильность результатов дифференцирования величины потенциальной энергии деформаций конструкции при фиксированных величинах внутренних усилий (напряжений) обеспечивается ее стационарностью по отношению к распределению внутренних усилий.

В качестве примера рассмотрим статически неопределимую ферму, нагруженную силой (рис. 1).

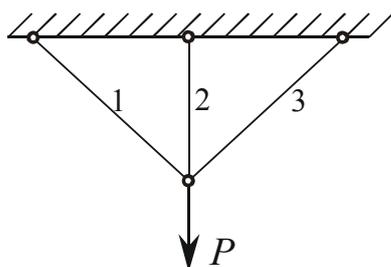


Рис. 1

Примем следующие обозначения и параметры:

1, 2, 3 – номера стержней;  $N_i$ ,  $l_i$ ,  $F_i$ ,  $V_i$  – усилие в  $i$ -ом стержне, его длина, площадь поперечного сечения и объем материала,

соответственно; углы между стержнями  $\pi/4$ ;  $F_1 = F_3$ .

Пользуясь одним из способов раскрытия статической неопределимости, можно получить следующие выражения для усилий в стержнях:

$$N_1 = \frac{F_1 P}{2 \left( F_2 + F_1 \frac{\sqrt{2}}{2} \right)}; \quad (1)$$

$$N_2 = \frac{F_2 P}{F_2 + F_1 \frac{\sqrt{2}}{2}}. \quad (2)$$

Как видим, величины усилий в стержнях существенно зависят от соотношения их жесткостей.

Этим усилиям соответствует потенциальная энергия деформаций фермы

$$U = \frac{P^2}{2E} \frac{l_2}{\left( F_2 + F_1 \frac{\sqrt{2}}{2} \right)}. \quad (3)$$

Из (3), учитывая, что  $V_i = F_i l_i$ , получим для изменения объема стержня 2 величину производной

$$\frac{\partial U}{\partial V_2} = \frac{\partial U}{l_2 \partial F_2} = - \frac{P^2}{2E} \frac{1}{\left( F_2 + F_1 \frac{\sqrt{2}}{2} \right)^2}. \quad (4)$$

Вычисление удельной потенциальной энергии в этом стержне непосредственно по (2) дает

$$U_2 = \frac{1}{V_2} \frac{N_2^2 l_2}{2EF_2} = \frac{P^2}{2E \left( F_2 + F_1 \frac{\sqrt{2}}{2} \right)^2},$$

то есть точно такую же величину (но с обратным знаком), как и по (4), во всем диапазоне отношений  $F_2/F_1$ .

В заключение отметим, что показанное здесь применение принципа возможных изменений напряжений (усилий) может быть полезным и в других задачах, связанных с вычислением коэффициентов чувствительности конструкций, как более строгий подход, чем феноменологический, основанный на наблюдениях свойств консервативности усилий в конструкциях [4, 5].

Автор благодарит А. И. Данилина за дискуссию по данной работе.

## PROVING THEOREMS OF CHANGING STRUCTURE RIGIDITY

© 2004 V. A. Komarov  
 5. Новые направления оптимизации в конструктивном проектировании. Перевод с англ. М.: Стройиздат. 1989. – 588 с.

Samara State Aerospace University

Работа выполнена при поддержке Межотраслевой программы сотрудничества Минобразования России и АО “АВТОВАЗ” (шифр проекта 02.02.016) и гранта CRDF RE0-1386.

### Список литературы

1. Комаров В. А. Повышение жесткости конструкций топологическими средствами // Вестник СГАУ, № 1, 2003, с. 24-37.
2. Филин А. П. Прикладная механика твердого деформируемого тела. Том 2. М.: Наука. 1978. – 616 с.
3. Работнов Ю. Н. Механика деформируемого твердого тела. М.: Наука. 1979. – 744 с.
4. Малков В. П., Угодчиков А. Г. Оптимизация упругих систем. М.: Наука. 1981. – 288 с.
5. Новые направления оптимизации в конструктивном проектировании. Перевод с англ. М.: Стройиздат. 1989. – 588 с.

We propose demonstration of theorems of structure deformation potential energy derivatives according to changing of the amount of the material it consist of using the principle of possible stress changes.

## ЧИСЛЕННО-АНАЛИТИЧЕСКИЙ МЕТОД РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ПОТЕНЦИАЛЬНОГО ТЕЧЕНИЯ ОКОЛО ГРУППЫ ДВУМЕРНЫХ ТЕЛ

© 2004 В. А. Фролов

Самарский государственный аэрокосмический университет

Разработан численно-аналитический метод решения задач потенциального течения около группы двумерных тел. Метод основан на применении конформного отображения теории функций комплексного переменного (ТФКП) и метода дискретных вихрей (МДВ). Экономичность метода достигается использованием численной процедуры только для одного тела. Точность разработанного метода выше из-за аналитического выполнения условий непротекания на центральном теле.

**1. Введение.** Задачи обтекания группы тел часто встречаются в различных областях техники, а также при воздействии воздушных потоков на высотные строительные сооружения. В качестве примеров можно привести интерференцию боковых ускорителей ракетносителя с его корпусом при поперечном обтекании, интерференцию некругового фюзеляжа и подвесных баков или гондол, интерференцию высотных труб теплоэлектростанций, обтекание семейства труб в теплообменных аппаратах.

Модель потенциального обтекания таких объектов является наиболее простой и может быть использована в качестве одной из составляющих в более общей модели течения. Иногда при аэродинамическом проектировании летательных аппаратов (ЛА) модель потенциального течения является достаточной для получения аэродинамических характеристик на стадии предварительного проектирования. Модели на основе уравнений Эйлера или Навье-Стокса при аэродинамическом проектировании, когда выполняется оптимизация, требуют больших затрат машинного времени. Однако даже модель потенциального течения около группы тел может привести к большим временным затратам, если напрямую использовать методы особенностей (панельный метод [1, 2], МДВ [3], комплексный метод граничных элементов [4, 5]). С математической точки зрения эти методы можно отнести к группе численных методов граничных элементов, которые, в конечном счете, сводятся к решению системы линейных алгебраических

уравнений (СЛАУ) с матрицей плотной структуры. Порядок системы определяется общим количеством граничных элементов, на которые разбиваются образующие тел.

Рассмотрим частный случай, когда каждый контур имеет приблизительно одинаковую длину образующей. Разобьем образующую каждого тела на  $N$  граничных элементов. Если число контуров принять за  $k$ , то общее количество элементов равно  $k \cdot N$ . Известно, что машинное время при решении СЛАУ с матрицей плотной структуры методом исключения пропорционально  $(k \cdot N)^3$ , а при применении итерационных методов –  $m \cdot (k \cdot N)^2$ , где  $m$  – количество необходимых итераций для достижения заданной точности. Ясно, что при  $m < k \cdot N$  итерационные методы оказываются более экономичными по сравнению с методами исключения. Для удовлетворения высокой точности требуется большое число элементов, что независимо от выбранного численного метода решения СЛАУ неизбежно будет приводить к значительным затратам компьютерного времени. Поэтому поиск путей повышения экономичности методов решения потенциальных задач обтекания тел является актуальной задачей вычислительной гидроаэродинамики.

Эффективным методом решения потенциальных задач обтекания тел является теория функций комплексного переменного (ТФКП) [6], в которой широко используется конформное отображение физической области течения на вспомогательную плоскость комплексного переменного. Однако для задачи обтекания группы тел расчетная область

является многосвязной, для которой применение конформного отображения затруднительно. Для частного случая круговых цилиндров предложен метод инверсий диполей и вихрей [7, 8], но он ограничен геометрией только круговых цилиндров. Для произвольного тела и двух круговых цилиндров задача решена в работе автора [9]. Однако предложенный метод является приближенным, поскольку условия непротекания на центральном произвольном теле строго не выполняются и погрешность определения скоростей на теле увеличивается при приближении к нему цилиндров.

Суть предлагаемого ниже численно-аналитического метода состоит в совместном применении конформного отображения ТФКП и МДВ. Использование инверсии дискретных вихрей относительно окружности, на которую преобразуется центральное тело, позволяет обеспечить точное выполнение условий непротекания поверхности центрального тела. Условие непротекания тел, расположенных около центрального тела, обеспечивается решением СЛАУ. Подобная идея использования конформного отображения ТФКП и присоединенных дискретных вихрей использовалась в работе [10] для расчета присоединенных масс эллиптического контура, движущегося вблизи неплоской бесконечной границы.

Использование симметрии задачи позволяет рассматривать одновременно обтекание двух или четырех одинаковых тел, расположенных около центрального тела симметрично. При этом сохраняется порядок СЛАУ как для одного тела. Симметрия течения используется при вычислении матрицы аэродинамического влияния. Основной трудностью задачи является проблема отыскания преобразующей функции конформного отображения внешности центрального тела в физической плоскости на внешность окружности во вспомогательной плоскости. Идея метода демонстрируется на примерах известных функций преобразования двуугольника [11] и эллипса [12] в физической плоскости на окружность во вспомогательной плоскости. Геометрия тел, расположенных около центрального тела, может быть произвольной. Возможны следующие варианты геометрии задачи:

- обтекание изолированного центрального тела;
- обтекание центрального тела в присутствии одного внешнего тела;
- обтекание комбинации центрального тела и двух симметрично расположенных внешних тел;
- обтекание комбинации тела с четырьмя симметрично расположенными внешними телами.

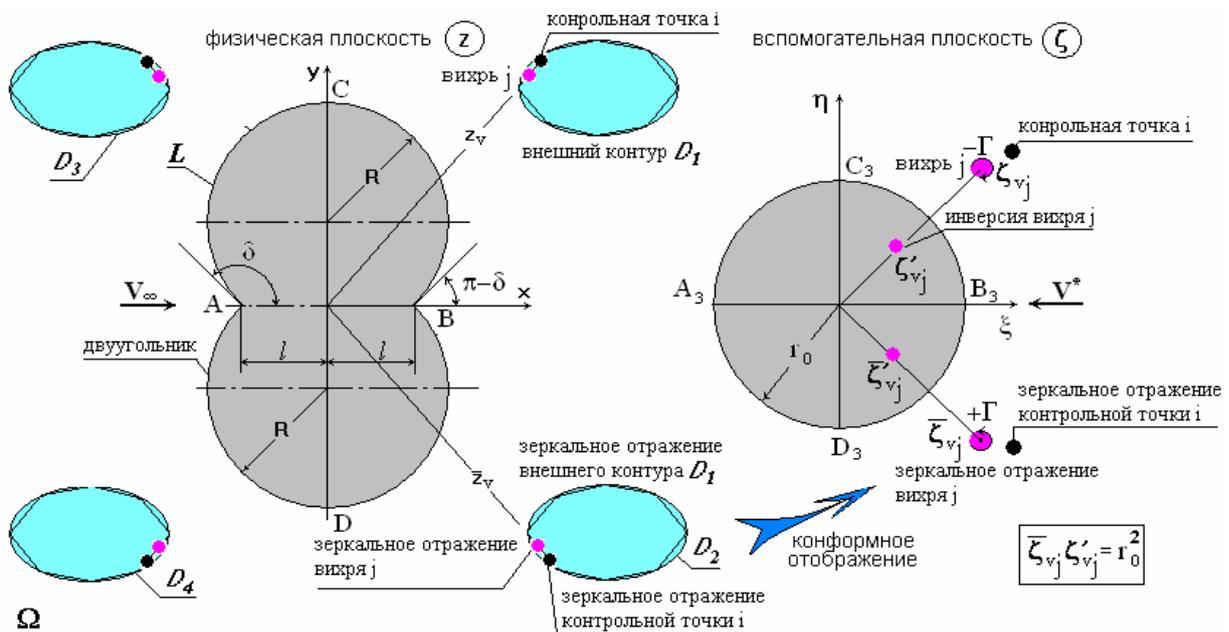


Рис. 1. Физическая и вспомогательная плоскости комплексного переменного при конформном преобразовании двуугольника в окружность

Модель позволяет решать задачи при отсутствии и наличии циркуляции. Наложение циркуляции может быть осуществлено независимо как на центральное тело, так и на внешние цилиндры.

**2. Модель потенциального течения около группы тел.** Рассматривается течение идеальной несжимаемой жидкости около группы двумерных тел. Пусть физическая область течения  $\Omega$  ограничена кривой  $L$ , являющейся образующей центрального тела, и одинаковыми симметрично расположенными произвольными контурами  $D_1, D_2, D_3$  и  $D_4$ . Пусть контуры  $D_2$  и  $D_4$  симметричны контурам  $D_1$  и  $D_3$  относительно оси  $OX$ , а контуры  $D_3$  и  $D_4$  симметричны контурам  $D_1$  и  $D_2$  относительно оси  $OY$  (рис. 1 и рис. 2).

Как известно, потенциальное течение описывается уравнением Лапласа

$$\Delta\varphi = 0, \tag{1}$$

где  $\varphi$  – потенциал скорости.

Для неподвижного контура граничные условия записываются в виде: на границе контура

$$V_n = \frac{\partial\varphi}{\partial n} = 0; \tag{2}$$

на бесконечности

$$\begin{aligned} \frac{\partial\varphi}{\partial x} &= V_\infty \cos(V_\infty, x), \\ \frac{\partial\varphi}{\partial y} &= V_\infty \cos(V_\infty, y), \end{aligned} \tag{3}$$

где  $n$  – внешняя нормаль к образующей контура;  $x, y$  – декартовы координаты;  $V_n, V_\infty$  – нормальная составляющая скорости на границе тела и скорость течения на бесконечности, соответственно.

Фундаментальное решение задачи (1)-(3) можно получить методом ТФКП, используя принцип суперпозиции частных фундаментальных решений для диполя;  $N$  присоединенных вихрей, распределенных по внешнему контуру  $D_1$ , и линейной функции для плоскопараллельного потока. Интенсивности дискретных точечных вихрей должны быть выбраны так, чтобы выполнялись условия непротекания на всех телах одновременно. Непротекание на контуре  $L$  центрального тела обеспечивается аналитически применением инверсии вихрей относительно окружности во вспомогательной плоскости комплексного переменного. Непротекание на контуре  $D_1$  выполняется удовлетворением равенства нулю нормального компонента скорости в контрольных точках этого контура.

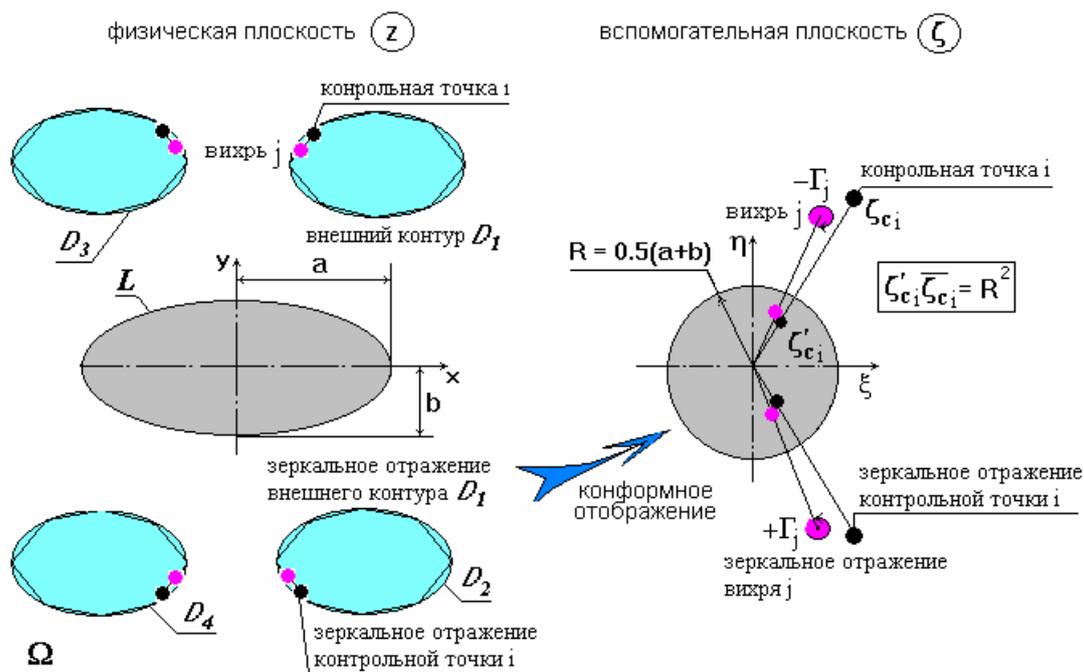


Рис. 2. Физическая и вспомогательная плоскости комплексного переменного при конформном преобразовании эллипса в окружность

Разобьем произвольный контур  $D_1$  на  $N$  элементов, как показано на рис. 1 и рис. 2. Расположим на каждом элементе точечный дискретный вихрь и контрольную точку. Координаты этих точек расположим на расстоянии  $0,25$  и  $0,75$  длины элемента соответственно. Комплексные координаты таких точек в физической плоскости равны

$$z_{vj} = x_{vj} + iy_{vj}, \quad z_{ci} = x_{ci} + iy_{ci},$$

где  $i^2 = -1$  – мнимая единица;

$(x_{vj}, y_{vj}), (x_{ci}, y_{ci})$  – координаты  $j$ -го точечного вихря и координаты  $i$ -ой контрольной точки, соответственно.

Конформное преобразование внешности двуугольника в физической плоскости на внешность окружности выполняется при помощи функции преобразования [11]

$$\zeta = r_0 \frac{(z+l)^k + (z-l)^k}{(z+l)^k - (z-l)^k}, \quad (4)$$

где  $\zeta = \xi + i\eta$  – комплексная переменная во вспомогательной плоскости;  $l$  – полухорда двуугольника (рис. 1);  $r_0$  – радиус окружности во вспомогательной плоскости; параметр определяется формулой

$$k = \frac{\pi}{2(\pi - \delta)},$$

где  $\delta$  – угол при пересечении окружностей двуугольника (рис. 1).

Конформное преобразование внешности эллипса в физической плоскости на внешность окружности выполняется при помощи функции преобразования Н. Е. Жуковского [12]

$$\zeta = z + \sqrt{z^2 - c^2}, \quad (5)$$

где  $c^2 = a^2 - b^2$  – квадрат межфокусного расстояния эллипса;  $a, b$  – большая и малая полуоси эллипса.

В зависимости от геометрии контура  $L$  комплексные координаты во вспомогательной плоскости  $j$ -го точечного вихря  $\zeta_{vj}$  и  $i$ -ой контрольной точки  $\zeta_{ci}$  определяются по формулам (4) или (5).

Комплексный потенциал течения во вспомогательной плоскости может быть представлен в виде суммы пяти составляющих: комплексного потенциала обтекания цилиндра; комплексного потенциала, определяющего циркуляцию скорости по контуру  $L$ ; комплексного потенциала от суммы точечных вихрей, расположенных на контуре  $D_1$ , и их инверсий; комплексного потенциала от суммы точечных вихрей, расположенных на контуре  $D_2$  с соответствующей инверсией вихрей; комплексного потенциала от суммы точечных вихрей, расположенных на контуре  $D_3$  и  $D_4$  с соответствующей инверсией вихрей.

Таким образом, суммарный комплексный потенциал течения можно представить в виде следующей суммы:

$$w = w_1 + \Delta_1 w_2 + \Delta_2 w_3 + \Delta_3 w_4 + w_5, \\ w_1 = m_\infty \left( \bar{V}_\infty \zeta + \frac{V_\infty r_0^2}{\zeta} \right); \\ w_2 = \frac{1}{2\pi i} \left\{ \sum_{j=1}^N \Gamma_j \left[ \ln \frac{(\zeta - \zeta_{vj})}{\left( \zeta - \frac{r_0^2}{\bar{\zeta}_{vj}} \right)} \right] \right\}; \\ w_3 = \frac{1}{2\pi i} \left\{ \sum_{j=1}^N \Gamma_j \left[ \ln \frac{\left( \zeta - \frac{r_0^2}{\zeta_{vj}} \right)}{(\zeta - \bar{\zeta}_{vj})} \right] \right\}; \quad (6)$$

$$w_4 = \frac{1}{2\pi i} \left\{ \sum_{j=1}^N \Gamma_j \left[ \ln \frac{(\zeta + \zeta_{vj}) \left( \zeta + \frac{r_0^2}{\bar{\zeta}_{vj}} \right)}{\left( \zeta + \frac{r_0^2}{\zeta_{vj}} \right) (\zeta + \bar{\zeta}_{vj})} \right] \right\}; \\ w_5 = \frac{\Gamma_0}{2\pi i} \ln \zeta,$$

где  $\Delta_1 = \Delta_2 = \Delta_3 = 0$  для случая обтекания изолированного контура  $L$ ;  $\Delta_1 = \Delta_2 = \Delta_3 = 1$  для случая обтекания контура  $L$  и симметрично расположенных контуров  $D_1$  и  $D_2$ ;

$\Gamma_0$  – величина циркуляции скорости на контуре  $L$ ;  $m_\infty$  – действительный параметр, характеризующий отношение скоростей на бесконечности в физической плоскости  $z$  и во вспомогательной плоскости  $\zeta$ :

$$m_\infty = \frac{\bar{V}_\infty^*}{V_\infty^*} = \frac{V_\infty^*}{V_\infty^*},$$

$V_\infty^*, \bar{V}_\infty^*$  – комплексная и сопряженная скорости течения на бесконечности во вспомогательной плоскости, соответственно. Величина  $m_\infty$  равна

$$m_\infty = \begin{cases} \frac{1}{2}, & \text{для эллипса;} \\ \frac{1}{4lkr_0}, & \text{для двуугольника.} \end{cases}$$

Комплексно-сопряженная скорость в любой точке области  $\Omega$  и на ее границе находится формулой

$$\bar{V} = u - iv = \frac{dw}{d\zeta} \frac{d\zeta}{dz}, \quad (7)$$

где  $u, v$  – компоненты скорости вдоль оси  $OX$  и  $OY$ , соответственно.

Найдем неизвестные интенсивности присоединенных точечных вихрей из решения СЛАУ, составленной из условий непротекания в контрольных точках внешнего контура:

$$[A][\Gamma] = [R], \quad (8)$$

где  $[A]$  – матрица аэродинамического влияния для произвольного внешнего контура  $D_1$  с учетом его зеркальных отражений относительно осей  $OX$  и  $OY$ . Элементы матрицы  $A_{ji}$  вычисляются по формулам (6) и (7) для комплексных потенциалов  $w_2, w_3$  и  $w_4$ ;  $[\Gamma]$  – вектор-столбец неизвестных интенсивностей присоединенных вихрей  $\Gamma_j$ , входящих в формулы (6);  $[R]$  – правые части, в которые входят нормальные компоненты скорости в контрольных точках контура  $D_1$ . Нормальные компоненты рассчитываются по формулам (6) и (7) для комплексных потенциалов  $w_1$  и  $w_5$ .

СЛАУ (8) является переопределенной, поскольку должно быть выполнено условие заданной циркуляции для внешнего контура. Случай бесциркуляционного обтекания означает, что значение циркуляции равно нулю.

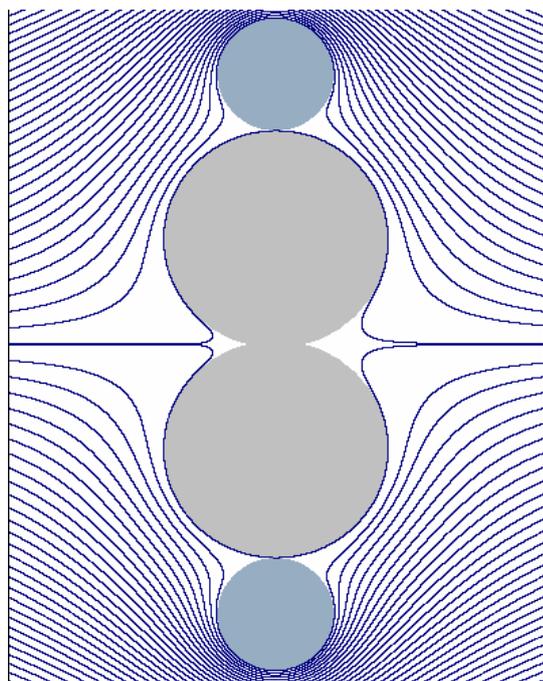


Рис. 3. Линии тока потенциального течения около двуугольника ( $\delta = 165^0$ ;  $l = 0,5$ ) и двух цилиндров ( $R = 1,5$ )

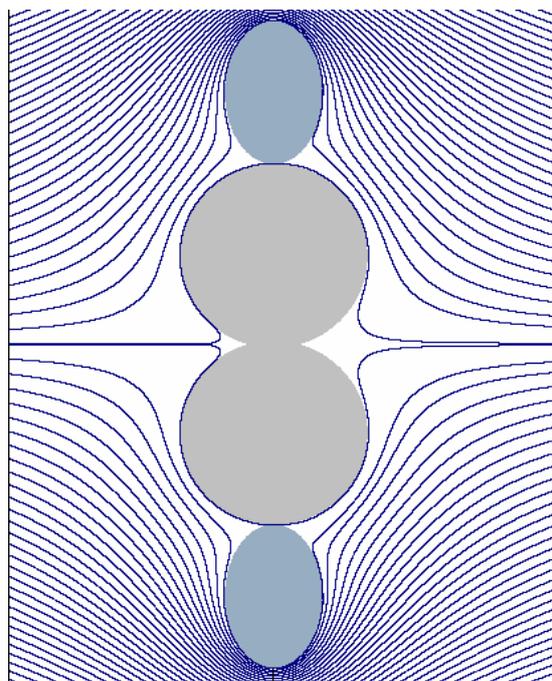


Рис. 4. Линии тока потенциального течения около двуугольника ( $\delta = 165^0$ ;  $l = 0,5$ ) и двух эллипсов ( $b = 1,5$ )

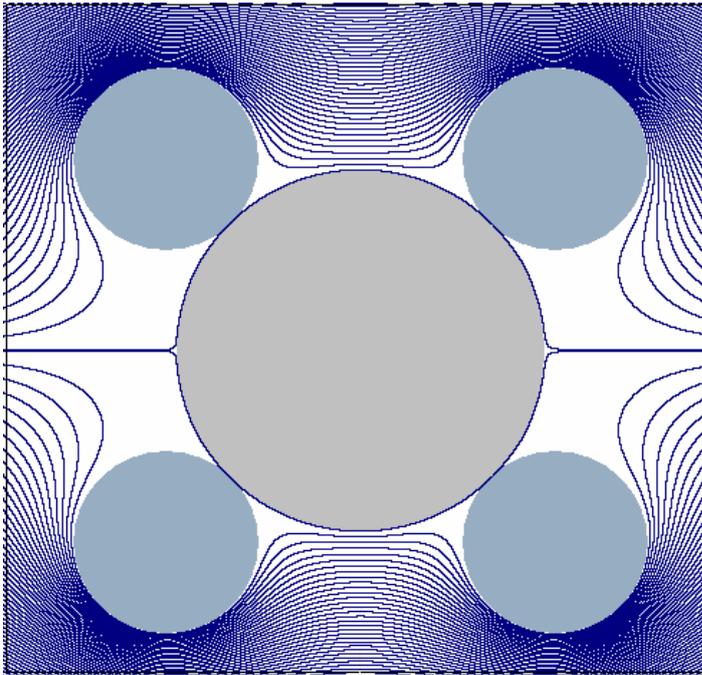


Рис. 5. Линии тока потенциального течения около пяти цилиндров

Чтобы выполнить условие по заданному значению циркуляции, необходимо исключить одну из контрольных точек из решения. Тогда (8) принимает вид

$$\sum_{j=1}^N \Gamma_j (V_{cji})_{2,3,4n} = (V_{ci})_{1,5n}, \quad i = \overline{1, N-1},$$

$$\sum_{j=1}^N \Gamma_j = \Gamma_1,$$

где  $(V_{cji})_{2,3,4n}$  – нормальный компонент скорости, индуцированный  $j$ -м вихрем в  $i$ -й кон-

трольной точке и вычисляемый по комплексным потенциалам  $w_2, w_3$  и  $w_4$ ;  $(V_{ci})_{1,5n}$  – нормальный компонент скорости в  $i$ -й контрольной точке, рассчитываемый по комплексным потенциалам  $w_1$  и  $w_5$ ;  $\Gamma_1$  – заданная величина циркуляции вокруг контура  $D_1$ .

После нахождения распределения интенсивностей присоединенных точечных вихрей  $\Gamma_j$  компоненты скорости, обусловленные внесением группы тел в однородный поток, определяются по формулам (6) и (7). Компоненты скорости в любой точке облас-

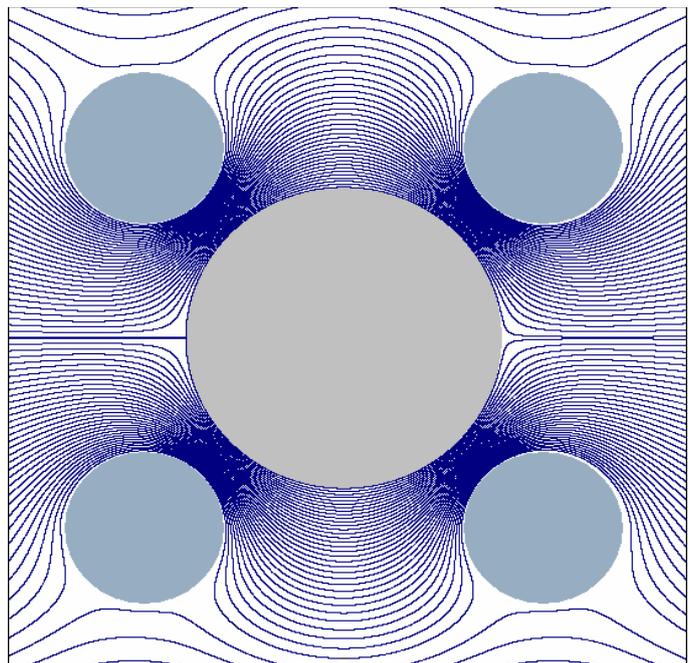


Рис. 6. Линии тока потенциального течения около пяти цилиндров при наличии циркуляции около малых цилиндров ( $\Gamma_1 < 0$ )

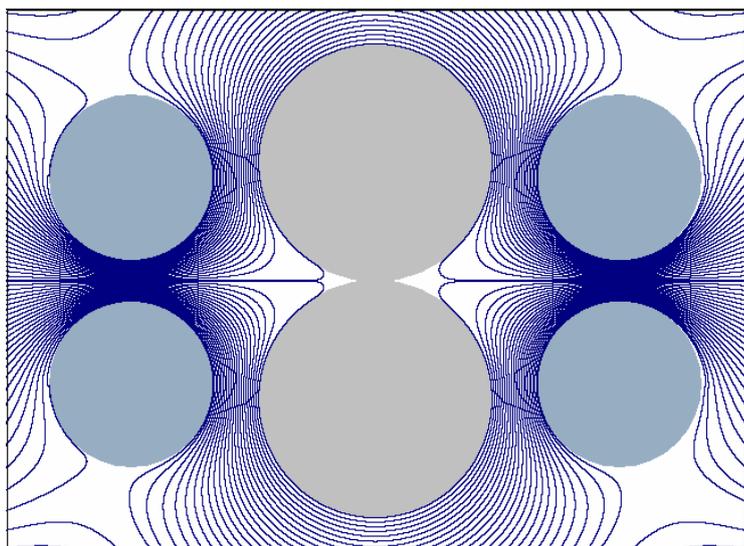


Рис. 7. Линии тока потенциального течения около пяти цилиндров при наличии циркуляции около малых цилиндров ( $\Gamma_1 > 0$ )

ти  $\Omega$  и на ее границах  $L, D_1, D_2, D_3$  и  $D_4$  входят по формулам

$$u = \operatorname{Re}(\bar{V}), \quad v = -\operatorname{Im}(\bar{V}).$$

**3. Результаты расчетов.** Картины течения могут быть построены различными способами. Выберем для визуализации течения метод построения линии тока. Для этого проинтегрируем дифференциальное уравнение линии тока

$$\frac{dx}{u} = \frac{dy}{v} = dt, \quad (9)$$

где  $dt$  – произвольная константа, задающая шаг интегрирования.

Интегрирование уравнения (9) проводилось по схеме Эйлера первого порядка

$$\begin{aligned} x_{i+1} &= x_i + \tau u^{(i)}; \\ y_{i+1} &= y_i + \tau v^{(i)}, \end{aligned}$$

где  $x_{i+1}, y_{i+1}$  и  $x_i, y_i$  координаты в  $(i+1)$ -ой и  $i$ -ой расчетных точках, соответственно;  $u^{(i)}, v^{(i)}$  – компоненты скорости в  $i$ -ой расчетной точке;  $\tau \approx dt = \text{const}$ .

На рис. 3...8 показаны линии тока обтекания различных комбинаций двумерных тел. Результаты, представленные на рис. 5 и на рис. 6, могут быть получены двумя способами: преобразованием (4) двуугольника

$\left(\delta \rightarrow \frac{\pi}{2}\right)$  и преобразованием (5) эллипса  $(a \rightarrow b)$  в окружность.

**4. Погрешность метода.** Граничные условия непротекания на контуре  $L$  выполняются точно, поэтому на основании теоремы о максимуме основная погрешность метода сосредоточена на границе  $D_1$  внешнего контура. Для оценки данной погрешности вычислим среднеквадратичное отклонение  $RMS$  нормального компонента скорости на контуре  $D_1$  от нулевого значения по формуле

$$RMS = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N \sqrt{V_{ni}^2}, \quad (10)$$

где  $V_{ni}$  – нормальный компонент скорости, вычисленный на самом контуре  $D_1$  в точке, полученной от пересечения прямой, соединяющей центр тела с  $i$ -ой контрольной точкой на  $i$ -ом элементе и образующей контура  $D_1$ .

В общем случае  $RMS$  зависит от взаимного расположения тел, от их геометрии и от заданных значений циркуляций  $\Gamma_0$  и  $\Gamma_1$ . Максимальная погрешность наблюдается, когда тела касаются друг друга. На рис. 9 показаны типичные зависимости среднеквадратичного отклонения от количества вихрей и величины циркуляции на контуре  $D_1$ . В качестве примера выбраны варианты расчета для комбинации тел, изображенных на рис. 4 и рис. 5, когда внешние цилиндры касаются двуугольника. Для варианта комбинации тел, показанной на рис. 5, расчеты величины  $RMS$  выполнены для двух значений циркуляции

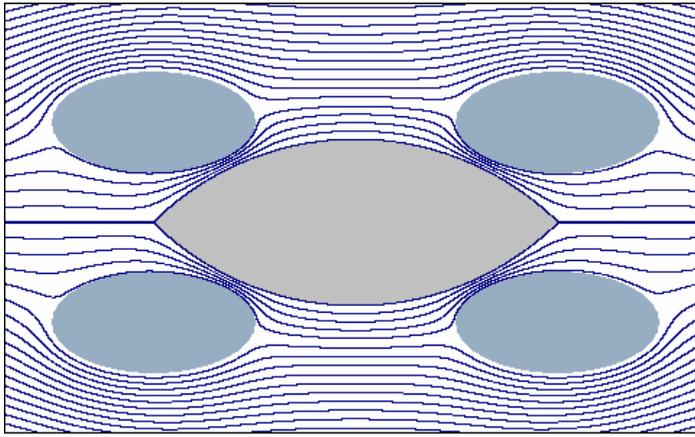


Рис. 8. Линии тока потенциального течения около двуугольника ( $\delta = 45^0$ ;  $l = 2,0$ ) и четырех эллипсов ( $b = 0,5$ )

$\Gamma_1 = 0$  и  $\Gamma_1 = 10$ . Из рис. 9 следует, что при одинаковом количестве вихрей значение  $RMS$  снижается с уменьшением величины циркуляции и количества тел.

**5. Заключение.** Предложенный численно-аналитический метод расчета потенциальных течений около группы тел обладает высокой точностью и экономичностью по сравнению с прямым применением методов граничного элемента. Экономичность метода и повышенная точность расчета обеспечивается аналитическим выполнением граничных условий на контуре  $L$ .

Минимальный выигрыш во времени счета составляет приблизительно 8 раз ( $k^3$ , где  $k = 2$ ) по сравнению с численным методом граничных элементов при одинаковых количествах элементов и дискретных вихрей  $N$  на равных по длине образующих двух тел.

Если длина образующей контура центрального тела будет больше длины образующей внешнего тела, то выигрыш во времени счета будет больше. Это объясняется необходимостью выбирать приблизительно одинаковый размер граничного элемента на всех контурах для обеспечения требуемой точности расчета. Преимущества предлагаемого метода будут проявляться существеннее, если в вычислительных программах по методу граничного элемента не будет учитываться симметрия течения. В этом случае при выигрыш приблизительно составит 125 раз.

**Список литературы**

1. Андерсон Д., Таннехилл Дж., Плетчер Р. Вычислительная гидромеханика и теплообмен: В 2-х т.: Т. 1: Пер. с англ. – М.: Мир, 1990. - 384 с.
2. Флетчер К. Вычислительные методы в динамике жидкостей: В 2-х т.: Т. 2: Пер. с англ. – М.: Мир, 1991. – 552 с.

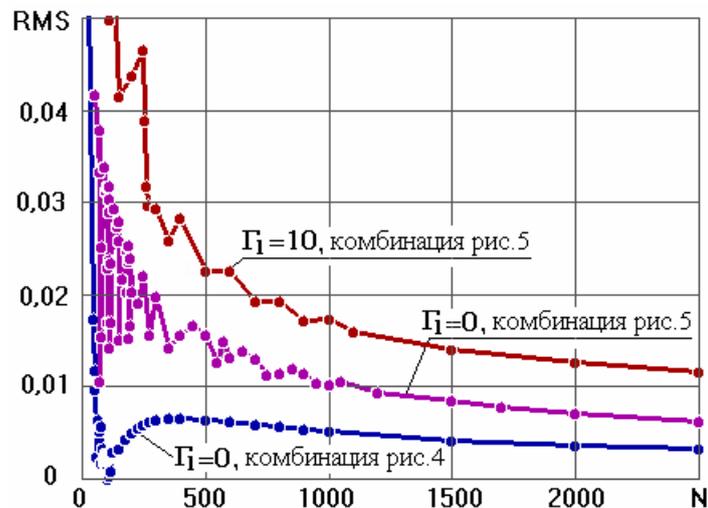


Рис.9. Зависимость среднеквадратичного отклонения от количества вихрей и величины циркуляции

3. Белоцерковский С. М., Котовский В. Н., Ништ М. И., Федоров Р. М. Математическое моделирование плоскопараллельного отрывного обтекания тел. – М.: Наука, 1988. – 232 с.

4. Громадка П. Т., Лей Ч. Комплексный метод граничных элементов в инженерных задачах: Пер. с англ. – М.: Мир, 1990. – 303 с.

5. Афанасьев К. Е., Стуколов С. В. КМГЭ для решения плоских задач гидродинамики и его реализация на параллельных компьютерах: Учебное пособие. – Кемерово: КемГУ, 2001. – 208 с.

6. Седов Л. И. Плоские задачи гидродинамики и аэродинамики. – 3-е изд. – М.: Наука, 1980. – 448 с.

7. Фролов В. А. Модель потенциально-го обтекания комбинации двух круговых контуров в присутствии пары дискретных стационарных вихрей // Ракетно-космическая техника. Научно-технический сборник, серия XII, выпуск 1. – Самара: Волжское конструкторское бюро РКК «Энергия», Самарский государственный аэрокосмический университет, 2001. – С. 194-201.

8. Frolov V. A. High-speed flows of the compressible fluid around two circle contours

with a pair of symmetric vortices, The International Summer Scientific School “High Speed Hydrodynamics”, June 16-23, 2002, Cheboksary, Russia, 2002. – P. 331-338.

9. Фролов В. А. Модель потенциально-го обтекания произвольного контура в присутствии двух круговых контуров // Управление движением и навигация летательных аппаратов. Сборник трудов X Всероссийского научно-технического семинара по управлению движением и навигации летательных аппаратов (Самара, 26-27 июня 2001 г.). – Самара: Самарский государственный аэрокосмический университет, 2002. – С. 315-322.

10. Горбань И. Н. Гидродинамические характеристики эллиптического контура, двигающегося вблизи неплоской границы // Гидродинамика, Республиканский межведомственный сборник научных трудов, вып. 59. – Киев: Наукова думка, 1989. – С. 64-68.

11. Фабрикант Н. Я. Аэродинамика. Часть первая. – Л., М.: Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1949. – 624 с.

12. Лойцянский Л. Г. Механика жидкости и газа. – М.: Наука, 1978. – 736 с.

## **NUMERICALLY - ANALYTICAL METHOD OF SOLVING OF PROBLEMS OF POTENTIAL FLOW ABOUT GROUP OF TWO-DIMENSIONAL**

© 2004 V. A. Frolov

Samara State Aerospace University

A new numerically-analytical method of solving problems of potential flow about group of two-dimensional bodies is developed. The method is based on the use of conformal mapping of the theory of complex variable function (TCVF) and the method of discrete vortices (MDV). The efficiency of the method is achieved by using the numerical procedure for one body only. The accuracy of the developed method is higher due to analytical fulfillment of zero normal velocity for the central body contour.

## ГРАВИТАЦИОННАЯ ТЕРАПИЯ: ЧЕТЫРЕ АСПЕКТА МОДЕЛИРОВАНИЯ ГЕМОДИНАМИКИ КОНЕЧНОСТЕЙ

© 2004 В. А. Акулов

Самарский государственный технический университет

Разработана модель сосудистого русла конечностей с учетом искусственной силы тяжести, создаваемой центрифугой короткого радиуса действия (ЦКР). Модель реализована в виде интерфейса, обеспечивающего режим вычислительного эксперимента и являющегося техническим средством врача гравитационной терапии (ГТ). С помощью интерфейса вычисляется распределение инерционного напора и перегрузок вдоль продольной оси с учетом антропометрических данных пациентов или фантомов (прямая задача). Рассчитывается частота вращения ротора ЦКР из условия обеспечения дозированной нагрузки в месте локализации (обратная задача). Разработан «имитационный» критерий, и в результате его применения показано, что нагрузки на сосуды конечностей при ГТ и ортопробах близки. Приведены объяснения некоторых специфических эффектов ГТ. Сформулированы перспективные задачи биомеханического плана.

Гравитационная терапия относится к числу новых физиотерапевтических средств в травматологии и ортопедии [1], [2]. В ходе ГТ пациент периодически подвергается воздействию искусственной гравитации в направлении «голова-ноги» на центрифуге короткого радиуса действия (ЦКР). Своим появлением ГТ обязана успехам, достигнутым авиакосмической медициной (АКМ). Серия фундаментальных исследований была выполнена под руководством О. Г. Газенко (А. И. Григорьев, Е. А. Ильин, А. Р. Котовская, А. А. Шипов, И. Ф. Виль-Вильямс, Б. А. Адамович, Е. Б. Шульженко и др.) [3], [4]. В ходе многочисленных экспериментов и физико-математического анализа (В. Я. Климовицкий, Г. Л. Пасторе) получен ряд важных результатов, послуживших методической основой ГТ. В качестве иллюстрации приведем некоторые из них [4]:

- «Перегрузки величиной от 1 до 3 G, как правило, переносились 120 мин без лимитирующих симптомов... Самочувствие обследуемых в подавляющем большинстве исследований (97,4 %) было хорошим».

- Искусственная гравитация вызывала перераспределение жидких сред в организме с их депонированием в нижних отделах. В частности, «систолическое и диастолическое артериальное давление в сосудах голени существенно возрастало». Прирост составил от 37 до 100 % в зависимости от уровня перегрузки (0,8...1,6 G на уровне стоп).

- Под действием перегрузок величиной 1,5 G зафиксировано «увеличение минутного объема дыхания на 17 % и потребление кислорода на 19 %».

Имея своими истоками АКМ, ГТ вносит свою специфику. Ее проявлениями являются дополнительные требования к информационному оснащению и необходимость в более детальных исследованиях регионарного кровообращения нижних конечностей. Если в первом случае (космонавт) во вращающейся системе находится здоровый человек, а ЦКР выполняет функции профилактического средства от последствий длительной невесомости, то во втором - больной ортопедического профиля. В этом случае ЦКР становится специализированным лечебным средством. Не случайно, что в ГТ вместо термина «голова-таз» применяется термин «голова-ноги». Более существенно то обстоятельство, что в условиях ГТ ряд параметров изменяется в весьма широких пределах. В их числе рост пациентов, локализация патологий (расстояние от оси вращения) и положение гидростатически индифферентной точки (ГИТ). Кроме того, некоторые из исследований в интересах ГТ выполняются на физических моделях системы кровообращения (фантомах).

С учетом сказанного, принципиальное значение приобретают четыре группы задач. Первая из них, получившая название «прямой», заключается в следующем. Известны

данные конкретного пациента: его рост, положение головы и сердца относительно оси вращения, частота вращения ротора ЦКР. Необходимо вычислить и выдать на экран персонального компьютера в удобном для врача виде распределение гидростатического давления (напора) и уровня перегрузок вдоль магистральных сосудов конечностей:

$$\Delta H = f(\omega, z, R_2, R_1), \quad (1)$$

$$+Gz = F(\omega, z, R_2), \quad (2)$$

где  $\Delta H$  – инерционный напор (повышение гидростатического напора, обусловленного перегрузками),  $+Gz$  – перегрузка в направлении “голова-ноги”,  $\omega$  – угловая скорость вращения ротора ЦКР,  $z$  – положение (текущий радиус вращения) точки локализации,  $R_2$  – рост пациента,  $R_1$  – положение ГИТ.

Вторая группа (обратные задачи) предусматривает определение частоты вращения из условия обеспечения дозированной нагрузки, т. е. заданного уровня напора  $\Delta H$  или перегрузки  $+Gz$  в заданной точке конечностей  $z$ :

$$\omega = y(z, \Delta H), \quad (3)$$

$$\omega = q(z, +Gz). \quad (4)$$

Необходимо подчеркнуть, что актуальность задач (1) – (4) определяется как потребностями практической медицины (индивидуальным подходом с учетом антропометрических данных конкретного пациента), так и потребностями научных исследований. В стадии решения находятся такие проблемы, как выявление скрытых механизмов лечения и оптимизация методик ГТ с учетом конкретных патологий (заболеваний, травм). Кроме того, прямая и обратная задачи непосредственно связаны с перспективой ГТ как физиотерапевтического средства.

Третья и четвертая группы относятся к классу «имитационных». Известно, что «ортостатическая устойчивость в значительной степени определяется состоянием сосудов ног ...» [3]. Одним из способов поддержания надлежащего состояния сосудов у больных с

длительным постельным режимом является создание искусственной силы тяжести (ИСТ) в направлении «голова – ноги». В связи с этим необходима количественная оценка (критерий) соответствия искусственной и естественной (вертикальной позы) нагрузки на сосуды. Кроме того, в случае необходимости, т. е. значительных отличий, должна выполняться коррекция режима вращения ( $\omega$ ). Это требует расчета индивидуальной поправки (четвертая группа). Отдельно следует упомянуть проблему «физиологичности» ГТ, по которой нет единого мнения специалистов и которая объединяет все четыре перечисленные группы.

С учетом изложенного представляется целесообразным решение следующих задач, ориентированных, прежде всего, на проблемы ГТ.

- Вывод рабочих формул, предназначенных для решения прямых и обратных задач, представленных в общем виде как (1)÷(4), с последующим их преобразованием к размерностям, принятым в медицине (в частности, напор  $\Delta H$  в мм. рт. ст.).

- Постановка и решение «имитационных» задач с энергетических позиций: критерий соответствия, расчет поправок.

- Реализация формул в виде Windows-подобного интерфейса, обеспечивающего режим вычислительного эксперимента.

- Апробация программного интерфейса в реальных условиях ГТ.

- Формулировка задач на перспективу на основе результатов вычислительного эксперимента.

- Обсуждение полученных результатов и их сопоставление с известными данными, прежде всего в АКМ, с позиций ГТ.

## МЕТОДИКА ИССЛЕДОВАНИЙ И ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

В качестве основного принят метод математического моделирования с реализацией моделей в виде программного продукта, обеспечивающего технологию вычислительного эксперимента в интересах ГТ. С целью получения модели сосудистого русла конечностей (рабочих формул) рассмотрим равно-

весие элемента крови, заключенного в это русло<sup>1</sup>. Запишем уравнение гидростатики для общего случая (поверхностные и массовые силы), известное как уравнение Л. Эйлера [5]:

$$X - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = 0, \quad Y - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} = 0, \quad Z - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} = 0.$$

Здесь  $X, Y, Z$  – проекции результирующей массовой силы на соответствующие оси в пересчете на единицу массы;  $\rho$  – плотность;  $p$  – давление;  $\partial \bullet / \partial \ast$  – оператор частного дифференцирования по соответствующему аргументу.

После преобразований получим

$$dp = \rho (X dx + Y dy + Z dz). \quad (5)$$

Руководствуясь принципом «от простого - к сложному», ограничимся случаем<sup>2</sup>  $X = 0, Y = 0$ . Тогда (5) принимает вид:

$$dp = \rho Z dz.$$

Так как согласно [6]

$$Z = z \omega^2,$$

имеем

$$dp = \rho z \omega^2 dz. \quad (6)$$

Проинтегрируем (6) по переменной  $z$  в пределах от  $R_1$  (положение ГИТ) до места локализации ( $z$  текущее, м); перейдем к размерностям, принятым в медицине (мм. рт. ст.); заменим угловую скорость ( $\omega$ ) угловой частотой  $n$  (об/мин) и пересчитаем все константы ( $\rho, \pi$  и т. д.) к единому значению (0,0424). В итоге получим рабочую формулу, соответствующую (1):

$$\Delta H = 0,0424 n^2 (z^2 - R_1^2). \quad (7)$$

Необходимо отметить два существенных момента, вытекающих из (7). Прежде всего, инерционный напор крови, обусловленный вращением, существенно (во второй степени) зависит от текущего радиуса ( $z$ ), положения ГИТ и от частоты вращения ротора ЦКР ( $n$ ). Кроме того, для получения  $\Delta H$ , приведенной к уровню стоп<sup>3</sup>, достаточно положить  $z = R_2$ .

В качестве примера в таблице 1 (столбец 2) приведены расчетные значения инерционного напора крови ( $\Delta H$ ) для двух характерных сечений  $z$ , соответствующих бедру и голени взрослого человека среднего роста. Как видно, в сечении  $z = 1,5$  м прирост напора соизмерим с уровнем артериального давления (АД).

Что касается расчета перегрузок  $+Gz$  в произвольном сечении  $z$ , то легко показать справедливость формулы

$$+Gz = \pi^2 \cdot n^2 \cdot z / (900 \cdot g), \quad (8)$$

где  $g$  – ускорение свободного падения.

Важно отметить следующие закономерности. Перегрузки существенно (во второй степени) зависят от частоты вращения ротора и линейно – от радиуса текущей точки, изменяясь в пределах 0...100 %, что является весьма специфичным для ЦКР [4]. Чтобы рассчитать перегрузки на уровне стоп, достаточно в (8) положить  $z = R_2$ .

В качестве примера в таблице 1 (столбец 3) приведены уровни перегрузки для двух характерных сечений. Видно, что в районе голени перегрузки становятся значительными, достигая почти двукратного уровня.

В обратных задачах для получения расчетных формул достаточно разрешить (7) и (8) относительно частоты вращения.

Полученные модели реализованы в виде программ для ПК. Windows-подобный интерфейс построен в среде Delphi. Типовой

<sup>1</sup> Все формулы записаны в системе координат следующего вида: начало расположено в области переносицы, ось  $OZ$  направлена вдоль продольной оси человека (по радиусу ЦКР), ось  $OY$  – вертикально вниз («грудь-спина»), ось  $OX$  так, чтобы образовывалась правая система координат.

<sup>2</sup> Так как составляющие  $X, Y$  ортогональны оси  $OZ$ , а поперечные размеры сосудов много меньше продольных, их «вклад» в инерционный напор, обусловленный вращением, незначителен. Что касается составляющей  $Y$ , она является предметом отдельного рассмотрения, прежде всего, как сила Кориолиса [6], [7].

<sup>3</sup> В связи с распределенностью параметров по длине это сечение рассматривается в космической медицине как стандартное, и к нему приводятся результаты исследований [4].

Таблица 1  
Примеры расчетных значений  $\Delta H$ ,  $+Gz$ , режим  $n = 33$  об/мин

$z$ , м	$\Delta H$ , мм. рт. ст	$+Gz$	Примечание
1	2	3	4
1,0	42, 1	1,22	Бедро
1,5	93,8	1,82	Голень

экран, показанный на рис. 1, состоит из четырех областей I – IV. Область II предназначена для ввода исходных данных, а остальные – для вывода результатов моделирования. График распределения  $+Gz$  по координате  $z$  размещается в области I, а распределение  $\Delta H$  – в области III.

Среди свойств, повышающих потребительские качества продукта (наглядность, простоту и удобство пользования), отметим следующие.

- Графики автоматически масштабируются в соответствии с индивидуальными данными пациента или размерами лабораторной установки (фантома).

- В качестве фона графиков применены анатомические схемы человека.

- Наряду с графической формой представления результатов моделирования применяется табличная форма - область IV, которая используется и для решения обратной задачи.

- Ввод исходных данных сопровождается проверкой их корректности. Если данные корректны, то выполняется расчет. В противном случае выдается соответствующее предупреждение, и программа переводится в режим ожидания корректного ввода.

- Интерфейс тщательно отлажен на фантомах системы кровообращения, ошибка определения  $\Delta H$  не превышает 3 % [6].

- Предусмотрена распечатка на принтере.

Что касается «имитационных» задач, то предлагается подход, основанный на учете распределений инерционного напора вдоль продольной оси конечностей (рис. 2).

Сопоставим обобщенную нагрузку на сосуды, обусловленную повышенным давлением, характерным для вертикальной позы («Земля») и ЦКР. В качестве нагрузочных параметров предлагаются площади криволинейных трапеций ( $S_1, S_2$ ), ограниченных линиями  $\Delta H$ , осью  $OZ$  и вертикалями  $z_1$  и  $R_2$  ( $z_1$  – начальное сечение конечности).

Важно, что параметр  $S$  учитывает как длину сосудов, так и распределенность напора по длине, причем для произвольного закона распределения. Поэтому он может служить мерой общей нагруженности сосудов, связанной с гравитационным импульсом. Кроме того,  $S$  имеет ясный физический смысл механической работы, т. е. является энергетическим показателем<sup>4</sup>.

Для «Земли» имеем (обычная трапеция)

$$S_1 = (\Delta H_1 + \Delta H_2) (R_2 - z_1) / 2, \quad (9)$$

где  $\Delta H_1, \Delta H_2$  – гидростатический напор соответственно в начальном ( $z_1$ ) и конечном ( $R_2$ ) сечениях конечностей.

Учитывая (7), для ЦКР имеем

$$S_2 = \int_{z_1}^{R_2} 0,0424 n^2 (z^2 - R_1^2) dz .$$

После интегрирования получим:

$$S_2 = 0,0424 n^2 \left( \frac{R_2^3}{3} - \frac{z_1^3}{3} - R_1^2 (R_2 - z_1) \right). \quad (10)$$

В качестве критерия соответствия выберем относительную разность вида:

<sup>4</sup> Работа сил давления на выделенном участке сосудистого русла, приведенная к единичной площади сечения.

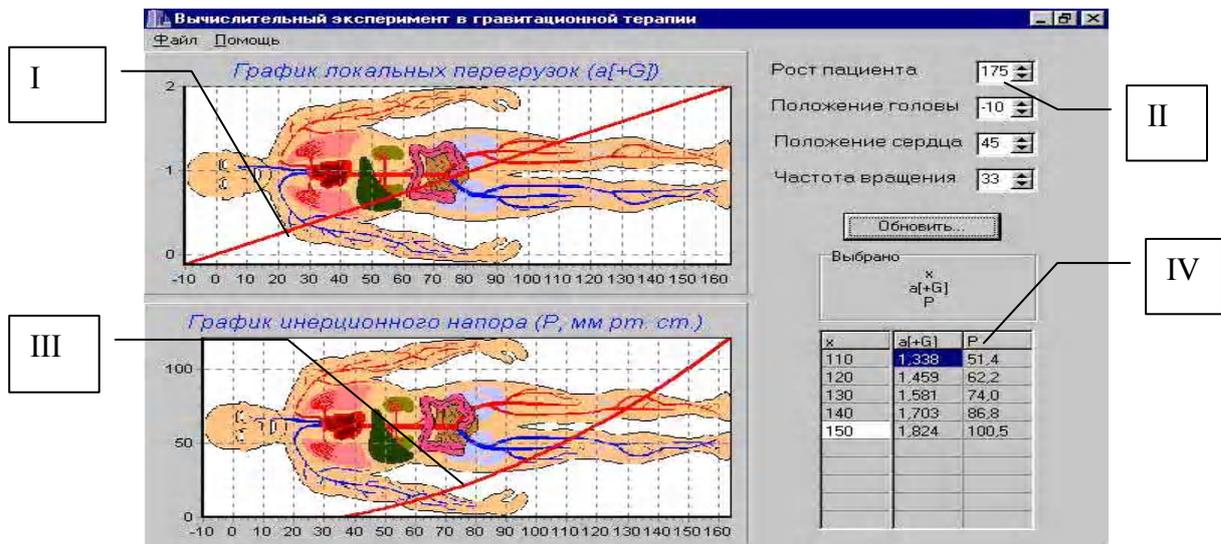


Рис. 1. Типовой экран интерфейса врача гравитационной терапии для решения прямой и обратной задач

$$\delta = \frac{(S_2 - S_1) 100\%}{S_1} \quad (11)$$

Очевидно, что если критерий  $\delta = 0$ , то имеет место энергетический баланс. Если  $\delta > 0$ , обобщенные нагрузки на сосуды на ЦКР больше, чем в естественных условиях («Земля»). Если  $\delta < 0$ , то превалирует «Земля». Следовательно,  $\delta$  можно рассматривать в качестве энергетического критерия соответствия.

Таким образом, оценка имитационных свойств сводится к следующим простым операциям:

- вычисление нагрузки  $S_1$  по формуле (9), являющейся базовой («Земля»);
- вычисление нагрузки  $S_2$  по (10);
- вычисление критерия  $\delta$  по (11);
- трактовка результатов с учетом величины и знака критерия.

Вторая имитационная задача (коррекция  $\delta$ ) возникает, если не устраивает величина или знак критерия. В этом случае достаточно разрешить (10) относительно  $n$ , подставить  $S_2 = S_1$ , т. е. «идеальное» совпадение, и ввести данные пациента.

## ОБСУЖДЕНИЕ

Закономерности регионарного кровообращения в сосудах нижних конечностей в условиях вращения отличаются исключительной сложностью и зависят от многочисленных факторов<sup>5</sup>. Речь идет не только о физических процессах в сосудах с податливыми стенками, но и специфических реакциях системы регуляции в условиях перетока крови из бассейна сонных артерий в нижние отделы [4]. Исследования указанных закономерностей в интересах ГТ требуют постановки технически сложных и дорогостоящих экспериментов, а также применения инвазивных методов. Поэтому необходима разработка и апробация различных междисциплинарных подходов (медицина-техника). С этих позиций и следует рассматривать данные исследования как некоторые итерационные приближения к конечной цели с привлечением методов вычислительного эксперимента. Для обсуждения вычленен лишь один из факторов – составляющая  $Z$  (5). Проанализируем наиболее важные из полученных результатов и сопоставим их с известными данными.

- ГТ выступает в качестве нелинейного расширителя сосудов, действующего изнутри, что является следствием квадратичной зависимости  $\Delta H$  от радиуса  $z$  (7) (рис. 1, об-

<sup>5</sup> В их числе насосная функция миокарда, состояние и вязко - упругие свойства сосудов; действия системы регуляции; специфические факторы, обусловленные вращением и т. п.

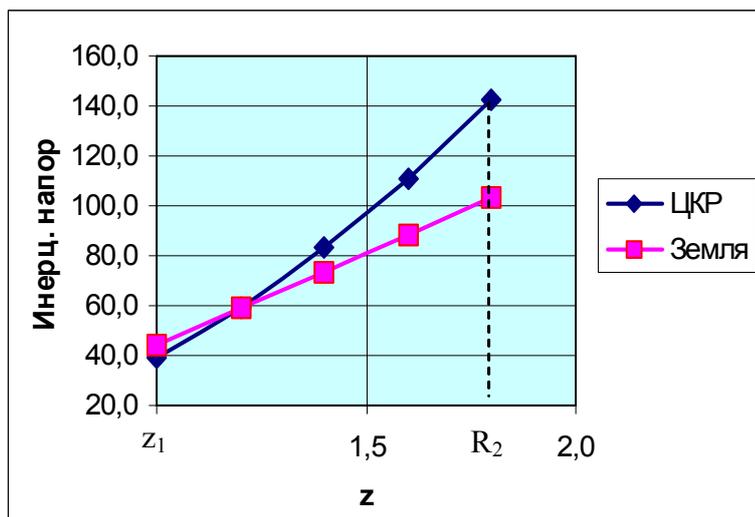


Рис. 2. Типовое распределение инерционного напора в конечностях человека среднего роста (таблица 2, колонки 1-4) при естественной гравитации («Земля») и в условиях ГТ

ласть III). Поэтому есть основания полагать, что увеличение просвета сосудов в сочетании с удовлетворительной насосной функцией сердца способствуют интенсификации регионарного кровообращения в сосудах конечностей. Этот эффект имеет важное значение, поскольку одной из проблем травматологии является недостаточность кровообращения поврежденных участков.

- В то же время последствия искусственного расширения изучены недостаточно, поэтому необходимо решение задачи из области биомеханики по количественной оценке деформаций сосудов (изменению проходного сечения) в условиях ЦКР. Важность ее обусловлена тем, что параметр определяют такие показатели, как емкость сосудов и их пропускная способность, вариации пульсаций расхода и т. д. Задача является междисциплинарной (медицина, механика жидкости) и требует привлечения как расчетных, так и экспериментальных методов. Предстоит исследовать систему кровообращения конечностей как в условиях ЦКР, так и при ортостатической пробе с последующим их сопоставлением.

- Разработанный интерфейс применен для количественной оценки ЦКР (9) ÷ (11) как средства имитации физической нагрузки на конечности. Как следует из визуального анализа (рис. 2), нагрузки (площади фигур) не имеют существенных отличий, причем ЦКР создает несколько более высокий уровень<sup>6</sup>.

Как показывает расчет (таблица 2, колонки 5 ÷ 7), суммарные нагрузки на сосуды ( $S_1, S_2$ ), обусловленные вертикальной позой человека («Земля») и инерционным напором на ЦКР, сопоставимы по величине.

Несколько большая нагрузка ( $\delta = +16\%$ ) оправдана кратковременностью сеансов ГТ. Полученный результат позволяет сформулировать следующие выводы.

1. ГТ обеспечивает приемлемую имитацию естественных нагрузок на сосуды конечностей, характерных для вертикальной позы, что важно для больных ортопедического профиля как средство профилактики последствий длительной детренированности.
2. Степень имитации (величина и знак  $\delta$ ) является управляемым параметром. Значению  $\delta = 0$  для типового случая (таблица 2, колонки 1 ÷ 3) соответствует  $n = 30,6$  об/мин.
3. ГТ при выбранных режимах является физиологически оправданной процедурой.
4. В процессе исследований закономерностей ГТ (деформаций сосудов, вариаций скорости, обусловленных насосной функцией сердца и др.) в качестве первого приближения допустимо применение ортостатических проб.
5. Методика оценки и коррекции имитационных свойств ЦКР отличается простотой применения и ясным физическим (энергетическим) смыслом.
6. Полностью оправдали себя рекомендации специалистов Государственного науч-

<sup>6</sup> Необходимо учесть, что часть площадей, соответствующих  $\Delta H < 20$ , на рис. 2 не показана.

Таблица 2  
К расчету обобщенной нагрузки на сосуды

Исходные данные				Результаты расчетов		
1	2	3	4	5	6	7
Рост, м	Положение ГИТ	Начальное сечение $Z_1$	Частота вращения об/мин	$S_1$	$S_2$	$\delta, \%$
1,8	0,4	1,0	33	58,9	68,5	16

ного центра Института медико-биологических проблем (А. Р. Котовская, А. А. Шипов и др.) по выбору режимов работы ЦКР, сформулированные на этапе становления ГТ.

### ВЫВОДЫ

В результате исследований получены новые данные и техническое средство (интерфейс врача), необходимые для осуществления практической ГТ, выполнения научных исследований и разработки перспективных ЦКР. В частности, сформулированы направления исследований биомеханического профиля, осуществление которых возможно только на междисциплинарном уровне. Предложен энергетический критерий оценки имитационных свойств ЦКР (11). В результате моделирования (9), (10), (таблица 2) выявлено относительно небольшое отличие в величинах обобщенной нагрузки на сосуды конечностей по сравнению с естественной гравитацией (вертикальная поза). Это позволяет решать ряд биомеханических задач в стационарных условиях (в поликлиниках, диагностических центрах) с привлечением ортопроб. Такая замена существенно расширяет исследовательские возможности, упрощает и удешевляет технологию экспериментов в интересах ГТ и космической медицины.

Автор приносит благодарность профессорам Е. А. Ильину, А. Р. Котовской, И. Н.

Денисову, космонавту В. В. Полякову, врачу Т. Н. Провинцевой, старшему преподавателю В. И. Кошеву, ассистенту Н. А. Качалову за внимание, ценные указания и замечания.

### Список литературы

1. Котельников Г. П. Повышенная гравитационная нагрузка в системе реабилитационных мероприятий у травматолого-ортопедических больных // VI съезд травматологов-ортопедов России: Тез. докл. Н-Новгород, 1997.
2. Яшков А. В. Клинико-экспериментальное обоснование применения гравитационной терапии у больных с нарушением репаративного остеогенеза нижних конечностей: Дисс. д-ра мед. наук. Самара, 1998.
3. Газенко О. Г., Григорьев А. И., Егоров А. Д. // Авиакосм. и эколог. мед. Т 35, №2, 2001.
4. Котовская А. Р., Шипов А. А., И. Ф. Виль-Вильямс. Медико-биологические аспекты проблемы создания искусственной силы тяжести. М: Слово, 1996.
5. Башта Т. М. и др. Гидравлика, гидравлические машины и гидравлические приводы. М.: Машиностроение, 1970.
6. Акулов В. А. Нелинейная модель гемодинамики нижних конечностей с учетом искусственной гравитации. Обзорение прикладной и промышленной математики под редакцией Ю. В. Прохорова. М., том 8, 2001.
7. Титов С. М. Краткий курс теоретической механики. М.: Высш. школа, 1986.

### GRAVITATIONAL THERAPY: FOUR ASPECTS OF SIMULATING LIMB HEMODYNAMICS

© 2004 V. A. Akulov

Samara State Technical University

Simulation of vascular channel of limbs with regard to artificial gravity caused by a centrifuge with a short effective range is designed. The simulation provides the mode of computational experiment and serves as an instrument for a gravitation therapist. Distribution of inertia head and longitudinal load factor with reference to anthropometric characteristics of patients or phantoms is calculated. Rotational speed of the centrifuge rotor for dose-related load is calculated. Explanations of certain effects of gravitational therapy are given. Further biomechanical problems are formulated.

УДК 531.781.2(088.8)

## МЕТОДИЧЕСКАЯ ПОГРЕШНОСТЬ ОПТОЭЛЕКТРОННОГО ДИСКРЕТНО - ФАЗОВОГО МЕТОДА ПРИ ИЗМЕРЕНИИ ДЕФОРМАЦИЙ ЛОПАТОК ТУРБОАГРЕГАТОВ

© 2004 А. И. Данилин

Самарский государственный аэрокосмический университет

Приводится описание одного из вариантов определения методической погрешности оптоэлектронного дискретно-фазового метода определения деформаций лопаток турбоагрегатов с помощью регрессионных математических моделей, построенных на основе теории планирования факторного эксперимента. Рассматривается процесс получения интерполяционных полиномов для описания методической погрешности. Приведены графики для методической погрешности в зависимости от вариаций влияющих факторов и показано, что существуют оптимальные параметры измерительной системы, позволяющие минимизировать методическую погрешность определения деформаций лопаток турбоагрегатов.

При определении деформаций лопаток турбоагрегатов с помощью оптоэлектронного дискретно-фазового метода (ОЭДФМ) измеряется временной интервал между информационным импульсом оптоэлектронного первичного преобразователя (ОЭП) и опорным импульсом вихретокового первичного преобразователя (ВТП) [1]. Импульсы в первом приближении имеют колоколообразную форму. Для выполнения корректных измерений необходимо определить характерные точки импульсов, которые будут являться отсчетными при нахождении временного интервала. Из сущности ОЭДФМ следует, что такими характерными точками должны быть временные отметки, соответствующие амплитудным значениям импульсов. Нахождение амплитудных значений импульсных сигналов аналоговыми способами, например с помощью схем пикового детектирования, не позволяет определять момент времени наступления максимального значения сигнала. При использовании цифровых методов точность нахождения амплитудно-временных значений информационных импульсов в значительной мере определяется быстродействием и разрядностью используемых аналого-цифровых преобразователей, устройствами и программным обеспечением для последующего анализа и сравнения амплитудных отсчетов, выбора среди них максимального значения и привязки его к текущему времени. Поэтому аппаратная реализация такого

функционального узла оказывается громоздкой и дорогостоящей.

Компромиссный вариант основан на аналоговом компарировании по одному уровню переднего и заднего фронтов колоколообразного импульса [2] и последующего использования в качестве характерной точки середины полученного прямоугольного импульса. Временные же интервалы между серединами прямоугольных импульсов легко определяются классическими цифровыми способами. Такой подход оказывается значительно проще и эффективнее с точки зрения компактности аппаратной реализации измерительного блока. Поэтому для построения оптоэлектронных устройств, реализующих дискретно-фазовый метод амплитудных отсчетов, выбора среди них максимального значения и привязки его к текущему времени. Поэтому аппаратная реализация такого функционального узла оказывается громоздкой и дорогостоящей.

Компромиссный вариант основан на аналоговом компарировании по одному уровню переднего и заднего фронтов колоколообразного импульса [2] и последующего использования в качестве характерной точки середины полученного прямоугольного импульса. Временные же интервалы между серединами прямоугольных импульсов легко определяются классическими цифровыми способами. Такой подход оказывается значительно проще и эффективнее с точки зрения

компактности аппаратной реализации измерительного блока. Поэтому для построения оптоэлектронных устройств, реализующих дискретно-фазовый метод определения деформаций лопаток, использовался именно такой вариант, и дальнейшее рассмотрение погрешностей метода ведется с точки зрения точности определения временных интервалов между серединами импульсов ОЭП и ВТП. Источником же методической погрешности является асимметрия колоколообразных импульсов, обусловленная физическими процессами взаимодействия объекта контроля, т. е. торца лопатки, и чувствительных элементов в первичных преобразователях.

Определение середины  $S$  импульса ОЭП - процесс неоднозначный, зависящий от комбинационного соотношения таких факторов, как установочный зазор  $\delta$ , уровень компарирования  $U_k$  и диапазон изменения угловых положений  $\alpha$  торца лопатки. Поэтому при минимизации методической погрешности требуется определить оптимальные значения установочного зазора и уровня компарирования в требуемом диапазоне угловых положений торцов лопаток. Для этого необходимо найти аналитическое задание линии, которая проходит через середины отрезков, соединяющих равные значения на переднем и заднем фронтах импульса. Пусть это будет линия середины импульса (ЛСИ):  $S_{ОЭП} = \varphi(\delta; U_k; \alpha)$ . При нахождении аналитического выражения ЛСИ в качестве исходных будут выступать данные, полученные как экспериментально, так и в результате теоретических расчетов. Поэтому целесообразно воспользоваться методами построения интерполяционных моделей, разработанными в теории планирования факторного эксперимента, с последующим регрессионным анализом полученных зависимостей [3, 4, 5].

Методика нахождения интерполяционного полинома [3] применительно к решению поставленной задачи выглядит следующим образом. Необходимо получить некоторое представление о функции отклика  $S_{ОЭП} = \varphi(x_1, x_2, \dots, x_n)$ , где  $x_1, x_2, \dots, x_n$  - независимые переменные факторы, варьиру-

емые при проведении эксперимента. Для этого искомую функцию отклика аппроксимируют полиномом

$$S_{РОЭП} = b_0 + \sum_1^n b_i x_i + \sum_{i \leq j}^n b_{ij} x_i x_j + \sum_1^n b_{ii} x_i^2 + \dots,$$

где  $S_{РОЭП}$  - полиномиальное выражение ЛСИ;  $b$  - соответствующие коэффициенты регрессионного полинома.

Факторный эксперимент осуществляется с помощью матрицы планирования. В результате кодирования факторов она приобретает стандартную форму. При кодировании факторов осуществляется линейное преобразование факторного пространства с переносом начала координат в центр эксперимента и выбором масштаба по осям в единицах варьирования факторов. Кодирование факторов основано на отношении

$$x_i = \frac{c_i - c_{0i}}{\varepsilon},$$

где  $x_i$  - кодированное значение фактора;  $c_i$  - натуральное значение фактора;  $c_{0i}$  - натуральное значение фактора на нулевом уровне;  $\varepsilon$  - натуральное значение интервала варьирования.

После построения матрицы планирования ее преобразуют в рабочую матрицу, заменяя кодированные значения переменных соответствующими именованными величинами. Затем с помощью рабочей матрицы ведется эксперимент. После получения экспериментальных данных вновь возвращаются к матрице планирования, преобразуя ее в расчетную матрицу. Если модель первого порядка оказалась неадекватной, то переходят к модели второго порядка, расчет коэффициентов регрессии которой осуществляется по формулам [5]

$$b_0 = \frac{A}{N} \left[ 2\lambda^2 (n+2) \sum_u S_u - 2\lambda C \sum_{i=1}^n \sum_u x_{iu}^2 S_u \right];$$

$$b_i = \frac{C}{N} \sum_u x_{iu} S_u; \quad b_{ij} = \frac{C^2}{N\lambda} \sum_u x_{iu} x_{ju} S_u;$$

$$b_{ii} = \frac{A}{N} \left\{ C^2 [(n+2)\lambda - n] \sum_u x_{iu}^2 S_u + \right. \\ \left. + C^2 (1-\lambda) \sum_{i=1}^n \sum_u x_{iu}^2 S_u - 2\lambda C \sum_u S_u \right\};$$

$$A = \frac{1}{2\lambda [(n+2)\lambda - n]}; \quad C = \frac{N}{\sum_{u=1}^n x_{iu}^2};$$

$$\lambda = \frac{nN}{(n+2)(N - n_0)},$$

где  $n$  - число варьируемых факторов;  $n_0$  - число нулевых точек;  $N$  - общее число опытов;  $u$  - номер опыта;  $S_u$  - значение ЛСИ в  $u$ -ом опыте;  $\lambda$  - константа.

Дисперсии адекватности коэффициентов регрессии определяются с помощью следующих выражений [6]:

$$D_{\{b_0\}}^2 = \frac{2 A \lambda^2 (n+2) D_{\{S\}}^2}{N};$$

$$D_{\{b_i\}}^2 = \frac{C D_{\{S\}}^2}{N}; \quad D_{\{b_{ij}\}}^2 = \frac{C^2 D_{\{S\}}^2}{\lambda N};$$

$$D_{\{b_{ii}\}}^2 = \frac{A [(n+1)\lambda - (n-1)C^2 D_{\{S\}}^2]}{N},$$

где  $D_{\{S\}}^2 = \frac{\sum_{i=1}^N \sum_{c=1}^m (S_{iu} - S_{cu})^2}{N(m-1)}$  - дисперсия, ха-

рактеризующая ошибку опытов;  $S_{iu}$  - значения ЛСИ в параллельных опытах;  $S_{cu}$  - среднее значение ЛСИ по параллельным опытам;  $m$  - число параллельных опытов.

При проверке адекватности модели второго порядка используются [3] следующие формулы:

$$G_E = \sum_{u=1}^{n_0} (S_{0u} - \bar{S}_0)^2; \quad G_R = \sum_{u=1}^N (S_{cu} - S_{POЭП})^2;$$

$$G_{AD} = G_R - G_E; \quad f_{AD} = N - \frac{(n+2)(n+1)}{2} - (n_0 - 1);$$

$$F_p = \frac{G_{AD} f_E}{G_E f_{AD}},$$

где  $G_E$  - сумма квадратов, связанная с дисперсией, характеризующей ошибку опыта;  $G_R$  - остаточная сумма квадратов;  $G_{AD}$  - сумма квадратов, связанная с дисперсией адекватности модели;  $f_E, f_{AD}$  - соответствующие числа степеней свободы;  $F_p$  - расчетное значение критерия Фишера;  $S_{0u}$  - значение ЛСИ в нулевой точке в  $u$ -ом опыте;  $\bar{S}_0$  - среднее значение ЛСИ по нулевым точкам.

После сравнения расчетного значения критерия Фишера с табличным, при 5 %-ном уровне значимости, делается вывод об адекватности представления функции отклика уравнением регрессии второй степени. Далее проверяется значимость коэффициентов регрессии путем построения доверительных интервалов:  $\pm \Delta b = \pm t D_{\{b\}}$ , где  $t$  - табличное значение критерия Стьюдента с 95 %-ой достоверностью при соответствующем числе степеней свободы;  $D_{\{b\}}$  - дисперсии адекватности соответствующих коэффициентов регрессии.

При нахождении аналитического задания ЛСИ ОЭП линейная модель функции отклика оказалась неадекватной. Поэтому проводилось центральное композиционное планирование второго порядка. Функция отклика аппроксимировалась полиномом второй степени, который имеет вид

$$S_{POЭП} = b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 + b_3 x_3 + b_{12} x_1 x_2 + \\ + b_{13} x_1 x_3 + b_{23} x_2 x_3 + b_{11} x_1^2 + b_{22} x_2^2 + b_{33} x_3^2.$$

После расчета коэффициентов регрессии получено уравнение

$$S_{\text{РОЭП}} = 10^{-3} [ 677 + 251x_1 + 396x_2 + 0,32x_3 + 144x_1x_2 - 8,5x_1x_3 + 5,25x_2x_3 - 16,9x_1^2 + 2,54x_2^2 - 13,4x_3^2 ]$$

Проверка адекватности модели второго порядка по вышеприведенным формулам показала, что

$$G_E = 1,82 \cdot 10^{-2}; G_R = 6,6 \cdot 10^{-2};$$

$$G_{\text{Ад}} = 4,78 \cdot 10^{-2}; f_{\text{Ад}} = 5; F_p = 2,63.$$

В связи с тем, что табличное значение критерия Фишера  $F_{0,05} = 5,05 > F_p$ , гипотезу об адекватности уравнения с 95 %-ой вероятностью можно считать верной. Результаты определения значимости коэффициентов найденного уравнения регрессии приведены в таблице 1.

Коэффициент регрессии можно считать значимым, если его абсолютное значение больше величины доверительного интервала [4]. Таким образом, в полученном уравнении значимыми с 95 %-ой вероятностью являются все коэффициенты, кроме  $b_3, b_{23}, b_{22}$  (для учета эффекта, обусловленного произведением факторов  $x_1x_3$ , коэффициент  $b_{13} = 8,5$  можно считать значимым в силу его близкого значения к величине соответствующего доверительного интервала  $\Delta b_{ij} = \pm 10,31 \cdot 10^{-3}$ ). Поэтому искомое уравнение преобразуется к виду

$$S_{\text{РОЭП}} = 10^{-3} [ 677 + 251x_1 + 396x_2 + 144x_1x_2 - 8,5x_1x_3 - 16,9x_1^2 - 13,4x_3^2 ]$$

Таблица 1

$D_{\{S\}}^2$	$8,357 \cdot 10^{-5}$	$t=3,182$ для $f=3$	
$D_{\{b_0\}}^2$	$1,39 \cdot 10^{-5}$	$\Delta b_0$	$\pm 11,86 \cdot 10^{-3}$
$D_{\{b_i\}}^2$	$6,12 \cdot 10^{-6}$	$\Delta b_i$	$\pm 7,87 \cdot 10^{-3}$
$D_{\{b_{ij}\}}^2$	$1,05 \cdot 10^{-5}$	$\Delta b_{ij}$	$\pm 10,31 \cdot 10^{-3}$
$D_{\{b_{ii}\}}^2$	$5,81 \cdot 10^{-6}$	$\Delta b_{ii}$	$\pm 7,67 \cdot 10^{-3}$

Это уравнение с кодированными факторами неудобно для интерпретации полученных результатов и практического использования. Преобразуем его к именованным величинам с помощью формул перехода

$$x_1 = \frac{\ln \delta - 1}{0.4}; x_2 = \frac{\alpha - 15}{9}; x_3 = \frac{K_1 - 0.5}{0.2},$$

где  $K_1$  - нормированный уровень компарирования импульса ОЭП,

$$S_{\text{РОЭП}} = 10^{-3} [ -253 + 292 \ln \delta + 4\alpha + 40\alpha \ln \delta - 106K_1 \ln \delta + 441K_1 - 106 \ln^2 \delta - 335K_1^2 ]$$

Методическая приведенная погрешность [6] определения информационного параметра ОЭП при условии, что положение опорной метки соответствует нулевому значению:  $S=0$ , представляется в виде  $\psi = \frac{\Delta S}{S_m}$ ,

$$\psi = \frac{\Delta S}{S_m}$$

где

$$\Delta S = S_1 - S_2 = \varphi(\delta_1; \alpha; K_{11}) - \varphi(\delta_2; \alpha; K_{12});$$

$S_m$  - значение информационного параметра, соответствующее конечной точке диапазона измерений.

Известно, что максимально допустимые уровни вибраций корпуса двигателя НК-12СТ вызывают нестабильность установочных зазоров порядка  $\pm 0,2$  мм. Это приводит к изменению амплитуды сигналов первичных преобразователей на  $\pm (10...15)$  % и, как следствие, к изменению на такую же величину опорных уровней компарирования. Поэтому при расчетах методической приведенной погрешности ОЭДФМ принято:  $\Delta \delta = \delta_1 - \delta_2 = \pm 0,2$  мм - нестабильность установочного зазора;  $\delta = (1...5,5)$  мм - диапазон возможных значений установочного зазора;  $\Delta K_1 = K_{11} - K_{12} = \pm 0,1$  - нестабильность нормированного уровня компарирования;  $K_1 = 0,1...0,8$  - возможные значения нормированного уровня компарирования;  $\Delta \alpha = 0...30^\circ$  - диапазон изменений угловых положений торца лопатки. Тогда выражение

для методической приведенной погрешности запишется в виде

$$\Psi = \frac{\varphi(\delta_1; \alpha; K_{11}) - \varphi(\delta_2; \alpha; K_{12})}{\varphi\left(\frac{\delta_1 - \delta_2}{2}; 30^\circ; \frac{K_{11} - K_{12}}{2}\right)} \cdot 100.$$

Результаты расчетов для значений  $\alpha = 5^\circ, 15^\circ, 30^\circ$  приведены на рис. 1.

Для определения общей методической погрешности ОЭДФМ необходимо найти вторую составляющую погрешности, обусловленную алгоритмом обработки аналоговых импульсов ВТП. С этой целью экспериментально были получены трассовые характеристики выходных сигналов преобразователя. Эксперименты проводились с лопаткой, длина которой  $L = 50$  мм, для значений установочных зазоров  $\delta$ , равных (0,5; 2,0; 4,0; 6,0) мм, при угловых положениях торца лопатки  $\alpha$ , равных  $10^\circ, 20^\circ, 30^\circ$ , и радиусе обмотки ВТП  $R_{ВТП} = 4$  мм. Значения угловых координат  $\gamma$

отсчитывались с помощью нониусного гониометра, выходные напряжения ВТП измерялись цифровым вольтметром. Для примера на рис. 2 приведены нормированные трассовые характеристики импульсов ВТП:  $U/U_{max} = f(\gamma)$  при нескольких фиксированных значениях  $\delta$  и  $\alpha = 20^\circ$ . Нулевое значение текущей абсциссы соответствует местоположению оси ВТП.

На основании экспериментальных трассовых характеристик ВТП рассчитаны середины импульсов с учетом нормировки размерных соотношений лопатки и ВТП:  $S = \gamma_{cp} L / R_{ВТП}$ . По результатам расчетов построены ЛСИ:  $S_{ВТП} = f(K_2)$  для различных уровней компарирования  $K_2$  при фиксированных значениях  $\delta$  и  $\alpha$ . В качестве примера для  $\alpha = 10^\circ$  на рис. 3 приведены графики ЛСИ ВТП.

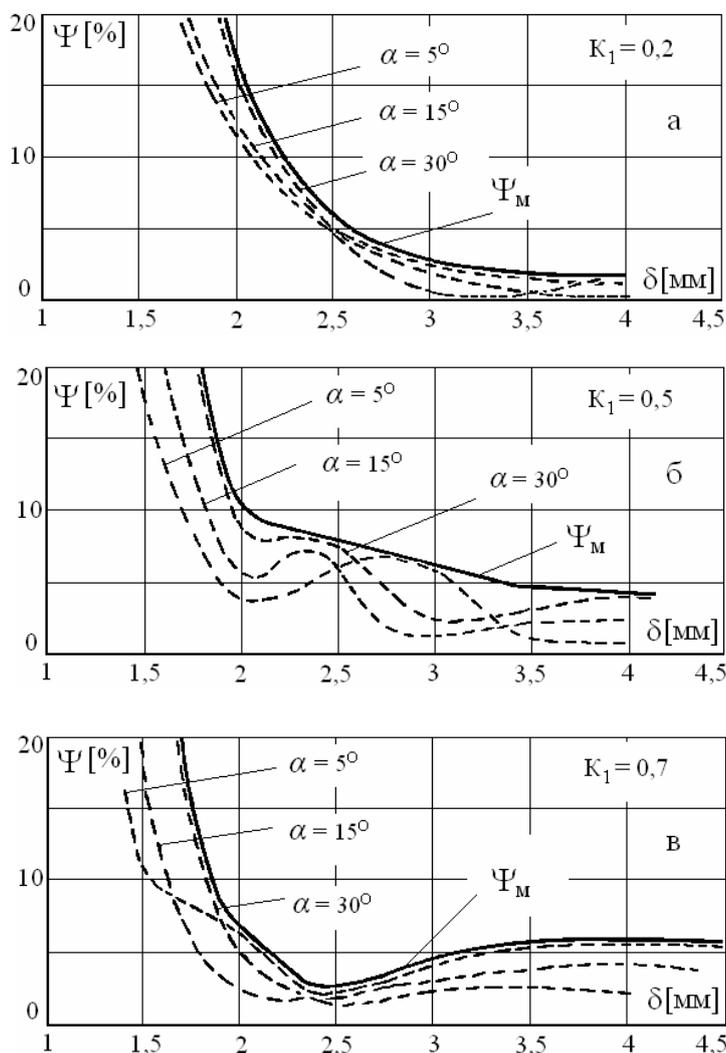


Рис. 1. Методическая приведенная погрешность определения информационного параметра ОЭП: а –  $K_1=0,2$ ; б –  $K_1=0,5$ ; в –  $K_1=0,7$

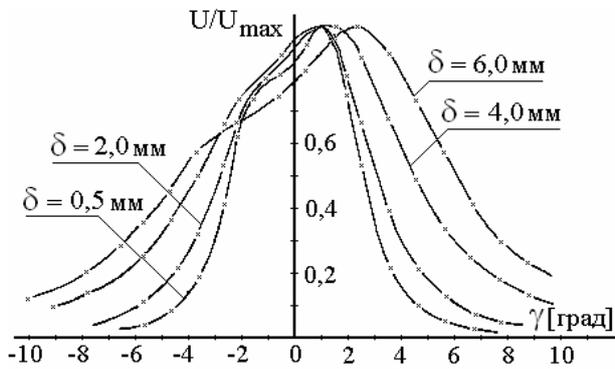


Рис. 2. Нормированные трассовые характеристики импульсов ВТП для фиксированных уст ановочных зазоров и  $\alpha = 20^\circ$

Известно [8], что передаточная характеристика ВТП определяется многими факторами, которые группируются в три основные группы: функциональные, конструктивно-технологические и конструктивные.

К функциональным факторам относятся: рабочая частота возбуждения, электропроводность, магнитная проницаемость, геометрические параметры контролируемого металлоизделия и некоторые другие факторы. В группу конструктивно-технологических параметров рационально объединить плотность и равномерность намотки катушек ВТП, способ намотки, число витков, материал провода обмоток и его характеристики. Конструктивные параметры включают в себя диаметры обмоток ВТП, их ширину, длину и расстояние между ними.

Из перечисленных параметров наибольшее влияние на передаточную характеристику ВТП оказывают конструктивные

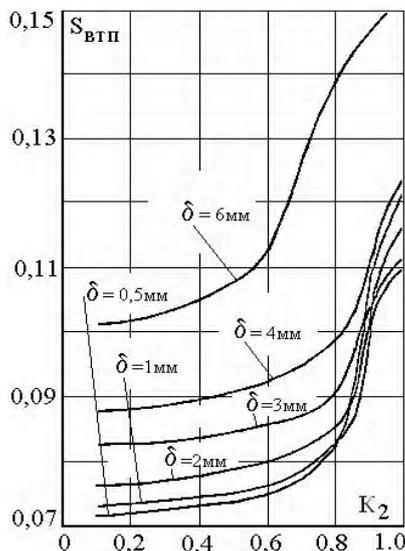


Рис. 3. Линии середин импульсов ВТП для  $\alpha = 10^\circ$

[7, 8]. Таким образом, меняя конструктивные параметры, можно сформировать необходимую передаточную характеристику ВТП [7] с минимальными для конкретных условий абсолютными погрешностями отклонения середин импульсов. Для этого составляется матрица планирования эксперимента [3, 5], в которой указываются факторы и диапазон их изменения. Поиск оптимальных конструктивных соотношений осуществляется на ЭВМ методом ускоренного симплекс-планирования, и результаты экспериментальных работ в этом направлении показывают на возможность уменьшения указанных погрешностей практически до нулевых значений [7].

Информационный параметр, как было определено ранее, заключен между серединами импульсов генерируемых ОЭП и ВТП во время прохождения возле них торца лопатки. Поэтому можно записать

$$S_{инф}(\delta; \alpha; K_1; K_2) = |S_{ОЭП}(\delta; \alpha; K_1)| + |S_{ВТП}(\delta; \alpha; K_2)|.$$

Для нахождения аналитического выражения зависимости  $S_{инф}$  от четырех независимых переменных воспользуемся методами теории планирования факторного эксперимента. В этом случае искомый аппроксимирующий квадратичный полином представляется в виде

$$S_u = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3 + b_4x_4 + b_{12}x_1x_2 + b_{13}x_1x_3 + b_{14}x_1x_4 + b_{23}x_2x_3 + b_{24}x_2x_4 + b_{34}x_3x_4 + b_{11}x_1^2 + b_{22}x_2^2 + b_{33}x_3^2 + b_{44}x_4^2.$$

Обозначения переменных, уровни и интервалы варьирования факторов сведены в таблицу 2. Рассчитанные коэффициенты аппроксимирующего полинома сведены в таблицу 3.

Проверка адекватности представления искомой зависимости уравнением второй степени показала, что

$$G_E = 5,92 \cdot 10^{-4}; G_R = 3,717 \cdot 10^{-3};$$

$$G_{АД} = 3,125 \cdot 10^{-3}; f_E = 6; f_{АД} = 10;$$

$$F_p = 3,167.$$

Таблица 2

Переменные		$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$
		$\ln \delta$	$\alpha$	$K_1$	$K_2$
Уровни варьирования	2	1,8	30	0,8	0,8
	1	1,35	22,5	0,65	0,65
	0	0,9	15	0,5	0,5
	-1	0,45	7,5	0,35	0,35
	-2	0	0	0,2	0,2
интервал	$\varepsilon$	0,45	7,5	0,15	0,15

Таблица 3

$b_1$	$273,4 \cdot 10^{-3}$	$b_{11}$	$56,36 \cdot 10^{-3}$	$b_{12}$	$139,9 \cdot 10^{-3}$	$b_{23}$	$-2,31 \cdot 10^{-3}$
$b_2$	$338,7 \cdot 10^{-3}$	$b_{22}$	$-1,389 \cdot 10^{-3}$	$b_{13}$	$0,44 \cdot 10^{-3}$	$b_{24}$	$0,44 \cdot 10^{-3}$
$b_3$	$-4,88 \cdot 10^{-3}$	$b_{33}$	$-2,64 \cdot 10^{-3}$	$b_{14}$	$1,19 \cdot 10^{-3}$	$b_{34}$	$-0,688 \cdot 10^{-3}$
$b_4$	$1,63 \cdot 10^{-3}$	$b_{44}$	$1,36 \cdot 10^{-3}$	$b_0$	$658,7 \cdot 10^{-3}$		
A = 0,49804		C = 1,29167			$\lambda = 0,861$		

Таблица 4

$D_{\{S\}}^2$	$59,2 \cdot 10^{-5}$	$t = 2,447$ для $f = 6$	
$D_{\{b_0\}}^2$	$8,461 \cdot 10^{-5}$	$\Delta b_0$	$\pm 2,25 \cdot 10^{-3}$
$D_{\{b_i\}}^2$	$2,467 \cdot 10^{-5}$	$\Delta b_i$	$\pm 12,2 \cdot 10^{-3}$
$D_{\{b_{ij}\}}^2$	$3,7 \cdot 10^{-5}$	$\Delta b_{ij}$	$\pm 14,9 \cdot 10^{-3}$
$D_{\{b_{ii}\}}^2$	$2,07 \cdot 10^{-5}$	$\Delta b_{ii}$	$\pm 11,1 \cdot 10^{-3}$

В связи с тем, что табличное значение критерия Фишера  $F_{0,05} = 4,06 > F_p$ , гипотезу об адекватности полученной математической модели с 95 %-ной вероятностью можно считать верной. Результаты расчетов дисперсии адекватности коэффициентов, приведенных в таблице 3, сведены в таблицу 4.

Согласно [5] значимыми с 95 %-ой вероятностью являются коэффициенты  $b_0; b_1; b_2; b_{12}; b_{11}$ . Незначимость коэффициентов  $b_3; b_4$  означает, что эффекты, определяемые параметрами  $x_3; x_4$ , и связанные с ними эффекты взаимодействия, не оказывают существенного влияния на получение информационного параметра по сравнению с остальными в диапазоне проведенных экспе-

риментов. Поэтому аппроксимирующий полином можно записать в виде

$$S_u = 10^{-3} [ 659 + 273x_1 + 339x_2 + 140x_1x_2 + 56,4x_1^2 ] .$$

Формулы перехода к значимым натуральным коэффициентам имеют вид

$$x_1 = \frac{\ln \delta - 0,9}{0,45} ; x_2 = \frac{\alpha - 15}{7,5} .$$

После приведения к натуральным величинам полученное уравнение представляется следующим образом:

$$S_{pu} = 10^{-3} [ 219,67 - 515,38 \ln \delta + 7,85\alpha + 41,46\alpha \ln \delta + 278,32 \ln^2 \delta ] .$$

Тогда выражение для методической приведенной погрешности определения информационного временного интервала можно представить в следующем виде:

$$\psi = \frac{\varphi(\delta_1; \alpha) - \varphi(\delta_2; \alpha)}{\varphi\left(\frac{\delta_1 - \delta_2}{2}; 30^\circ\right)} \cdot 100.$$

Проведенный количественный анализ методической приведенной погрешности для системы ОЭП-ВТП в диапазоне  $\alpha: (5...30)^\circ$  и  $\delta: (0...5)$  мм, представленный в виде графиков на рис. 4, показывает, что минимальное значение погрешности (около 1 %) достигается при  $\delta = 2,25$  мм.

Таким образом, рассмотренный подход к определению методической погрешности ОЭДФМ позволяет на основе экспериментально-расчетных параметров исследуемой системы получать аналитические выражения необходимых зависимостей, оценивать вклад и значимость каждого параметра в формирование методической точности измерительной системы. Полученные результаты позволяют

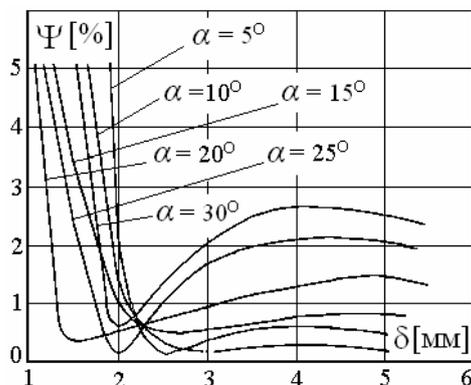


Рис. 4. Методическая приведенная погрешность определения информационного параметра в системе ОЭП-ВТП

сделать вывод о том, что основными факторами, влияющими на точность формирования информационного параметра в системе ОЭП-ВТП, являются нестабильность установочного зазора  $\delta$  и угловое положение  $\alpha$  торца лопатки.

#### Список литературы

1. А. с. 1450531 СССР. Способ определения деформаций лопаток вращающегося колеса турбомшины и устройство для его осуществления / В. А. Медников, А. И. Данилин (СССР). Оpubл. Бюл. № 33, 1998 г.
2. А. с. 1332258 СССР. Компаратор / В. А. Медников, А. И. Данилин, В. А. Антропов (СССР). Оpubл. Бюл. № 31, 1987 г.
3. Адлер Ю. П., Маркова Е. В., Грановский Ю. В. Планирование эксперимента при поиске оптимальных условий. М.: Наука, 1976. - 279 с.
4. Налимов В. В., Чернова Н. А. Статистические методы планирования экстремальных экспериментов. М.: Наука, 1975. - 119 с.
5. Тихомиров В. Б. Математические методы планирования эксперимента при изучении нетканых материалов. М.: Легкая индустрия, 1968. - 155 с.
6. Рабинович С. Г. Погрешности измерений. Л.: Энергия, 1978. - 262 с.
7. Данилин А. И., Макарычев Ю. И., Медников В. А. Выбор и оценка влияния факторов, определяющих передаточную характеристику электромагнитных первичных преобразователей: Тез. докл. VII областной НТК. Куйбышев, 1985. С. 109.
8. Соболев В. С., Шкарлет Ю. М. Накладные и экранные датчики. М.: Наука, 1967. - 139 с.

## METODICAL ERROR OF THE OPTICAL-ELECTRONIC DISCRETE-PHASE METHOD OF TURBOMACHINE BLADES DEFORMATION MEASUREMENT

© 2004 A. I. Danilin

Samara State Aerospace University

The article describes one of the variants to determine methodical error of the optical-electronic discrete-phase method of turbomachine blade deformation measurement with the aid of regressive mathematical models based on the factor experiment planning theory. The process of obtaining interpolation polynomials for the description of methodical error is considered. Graphs of methodical error as a function of variations of the factors that influence it are given. Optimal parameters of the measuring system which make it possible to minimize the methodical error in measuring turbomachine blade deformations are shown to exist.

УДК 621.983.3

## ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ХИМИЧЕСКОГО СОСТАВА ШИХТОВЫХ ЗАГОТОВОК НА СТРУКТУРУ И КАЧЕСТВО ЛОПАТОК ГАЗОТУРБИННЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ, ОТЛИВАЕМЫХ МЕТОДОМ НАПРАВЛЕННОЙ КРИСТАЛЛИЗАЦИИ

© 2004 Р. Заббаров, В. В. Уваров

Самарский государственный аэрокосмический университет

Проведено комплексное изучение влияния химического состава шихтовой заготовки различных поставок для производства лопаток газотурбинных двигателей на присутствие в лопатках углерода, серы, кислорода, азота и качество получаемых изделий. Установлены значения распределения общего количества металлургических дефектов в лопатках из шихты, поставляемой предприятиями России, Германии и Англии. Проведенные исследования позволяют заключить, что необходим входящий контроль химического состава шихтовых заготовок, включающий газовый анализ.

Важнейшими деталями современных газотурбинных двигателей (ГТД) являются лопатки турбин, эксплуатационные характеристики которых в значительной степени определяют рабочие параметры двигателей. Лопатки работают в высокотемпературном газовом потоке в условиях воздействия значительных нагрузок от центробежных сил, термических напряжений, подвергаются газовой коррозии и могут испытывать удары при эксплуатации. Для изготовления лопаток разработаны специальные жаропрочные сплавы на никелевой основе.

Одним из важнейших факторов, определяющих качество лопаток, является химический состав шихтовой заготовки сплавов типа ЖС. Шихтовые заготовки поставляются на предприятие несколькими изготовителями. Заготовки соответствуют стандартам по химическому составу, определяемым спектральным анализом в условиях заводской лаборатории. Однако при этом не контролируются газовые (азот, кислород) примеси и компоненты, требующие уточненного определения (углерод, сера). В то же время эти элементы во многом могут определять качество лопаток [1-3].

В связи с этим необходимо:

- выявление отличий в составах шихты различных поставщиков;
- установление закономерностей влияния этих различий на структуру и качество лопаток;
- изучение влияния защитной среды при

выплавке лопаток (вакуума, аргона) на их качество.

Каждая шихтовая заготовка при номинальном химическом составе отличается содержанием элементов (нижним и верхним пределами), а также наличием других компонентов. При этом не регламентируется газосодержание. Анализ всех элементов такого многокомпонентного сплава, как ЖС6Ф, достаточно сложен и трудоемок. Поэтому исследовались те элементы, которые наиболее полно определяют свойства лопаток: компоненты сплава шихты - углерод, сера, кислород и азот.

Анализ образцов шихты и лопаток проводился способом фирмы ЛЕКО по методике Института металлургии и материаловедения им. А. А. Байкова РАН. Массовые доли кислорода и азота в сплавах определялись методом восстановительного плавления в среде инертного газа (гелия). Для оценки содержания углерода и серы навеску из образца шихтового металла расплавляли в керамическом тигле и проводили ее анализ в специальных условиях. Для изучения структуры шихтовых заготовок и отлитых лопаток использовались стандартные методики микроструктурного анализа на оптических металлографических микроскопах типа МИМ-7 и МИМ-8.

Исследованию подвергались образцы шихты четырех различных поставок: А и Б - отечественная шихта, В - Германия (сплав SRR-99) и Г - Англия.

Таблица 1  
Основные виды брака лопаток металлургического характера

Виды брака	Поставщик		Виды брака	Поставщик	
	Б	А		Б	А
Засоры	17,5	8,9	Трещины	3,8	0,9
Спаи	4,6	0,19	Макроструктура	16,6	4,5
Рыхлоты	0,4	1,7	Суммарный брак	45,1	17,59
Плены	2,2	1,4			

Таблица 2  
Массовая доля углерода и серы в лопатках из шихты различных поставок

№ образца	C	S	№ образца	C	S
1	0,137	0,0010	5	0,145	0,0011
2	0,151	0,0008	6	0,150	0,0012
3	0,0225	0,0011	7	0,0163	0,0010
4	0,145	0,010	8	0,151	0,0007

Результаты исследований приведены в таблицах 1-5. Лопатки из различной шихты отливались в печи ПМП-2 по двум вариантам:

- по серийной технологии (таблицы 2, 3, образцы №№ 1-4 и №№ 9-12);
- с натеком аргона (таблицы 2, образцы №№ 5-8 и №№ 13-15).

В указанных таблицах последовательно приведены сверху вниз образцы поставок шихты А, Б, В и Г. Анализ макро- и микроструктур выявил следующее:

1. Микроструктура прутка шихты поставки А однородная и идентичная по сечению прутка и состоит из игольчатых и глобулярных карбидов в виде «иероглифов», частиц первичной упрочняющей  $\gamma$ -фазы в виде кубиков размером до 0,3-0,5 мкм, выделений вторичной  $\gamma'$ -фазы в количестве около 10-15 %, расположенной между осями дендритов и равномерно распределенной по всему сечению, и небольшого количества (до 1 %) эвтектической составляющей на фоне

$\gamma$ -фазы. Дендриты мелкие, плотные и равномерные.

2. Микроструктура прутка шихты поставки Б имеет отличие от структуры прутка поставки А: карбиды в основном глобулярной формы, выделение избыточной фазы гораздо больше (около 30 %), частицы ее более крупные и количество эвтектической составляющей также значительно больше (до 5-10 %). Дисперсность и распределение частиц вторичной упрочняющей  $\gamma'$ -фазы примерно одинаковое, величина частиц 0,5-0,7 мкм. В макроструктуре шихты поставки Б выявлена значительная неоднородность зерна и дендритов по сечению прутка; зерна крупные, вытянутые в радиальном направлении; в центральной части прутка зерна равноосные, более мелкие. Дендриты также более крупные, чем в прутке поставки. Имеется мелкая междендритная пористость.

3. Материал лопатки из шихты поставки А в литом состоянии имеет такую структуру, что и исходный пруток: карбиды в виде

Таблица 3  
Массовая доля общего кислорода и азота в лопатках из шихты различных поставок

№ образца	O <sub>2</sub>	N <sub>2</sub>	№ образца	O <sub>2</sub>	N <sub>2</sub>
9	0,053	0,0046	13	0,0064	0,0037
10	0,0109	0,0040	14	0,0068	0,0046
11	0,0069	0,0044	15	0,0043	0,0046
12	0,053	0,0045	16	0,0174	0,0055

Таблица 4

Массовая доля углерода, серы, кислорода и азота в лопатках, отлитых по двум вариантам из различных шихтовых заготовок, %

Элемент	Серийная технология (вакуум)	С напуском аргона	Серийная технология (вакуум)	С напуском аргона
<i>1. ЖС6ФВИ, А</i>		<i>3. SRR-99, Германия, В</i>		
С	0,13	0,14	0,0225	0,0163
S	0,010	0,00	0,0011	0,0010
O <sub>2</sub>	0,0053	0,00	0,0069	0,0041
N <sub>2</sub>	0,046	0,00	0,0044	0,0046
<i>2. ЖС6ФВИ, Б</i>		<i>4. Типа ЖС6ФВИ, Англия, Г</i>		
С	0,15	0,150	0,145	0,151
S	0,0008	0,0012	0,0010	0,0007
O <sub>2</sub>	0,0109	0,0068	0,0053	0,0174
N <sub>2</sub>	0,0040	0,0046	0,0045	0,055

«иероглифов» глобулярной и игольчатой формы; избыточная фаза (до 10-15 %); эвтектика (до 1 %); частицы упрочняющей  $\gamma$ -фазы кубической формы размером 0,3 - 0,5 мкм в замке и 0,5 - 0,7 мкм на пере лопатки. Микрорыхлота не выявлена.

4. Микроструктура лопатки из шихты поставки Б следующая: карбиды глобулярной и игольчатой формы в виде «иероглифов»; избыточная фаза в количестве до 30 %; эвтектика 5-10 %. Частицы упрочняющей  $\gamma$ -фазы более крупные (до 0,7 - 1,0 мкм). Микрорыхлота не выявлена.

Анализ химического состава шихтовой заготовки различных поставок показал, что содержание углерода больше всего в сплаве ЖС6ФВИ (Англия), кислорода в сплаве ЖС6ФВИ (Б), серы и азота практически одинаково во всех поставках.

Последующий анализ полученных данных выявил:

1. Суммарный брак по металлургическим дефектам (засорам, срям, рыхлотам, пленам, трещинам и макроструктуре) в лопатках ГТД, выплавляемых из шихты, составил соответственно: поставок Б – 45,1 % и А – 17,59 %

2. Рентгеноструктурный анализ показал, что фазовый состав представляет  $\gamma$ -фазу, когерентно связанную с  $\gamma$ -фазой; наличие карбидов типа Me<sub>23</sub>C<sub>6</sub> и боридов типа MoB<sub>2</sub>.

3. При выплавке и литье лопаток в печи ПМП-2 с напуском аргона возрастает содер-

жание углерода и кислорода (вариант 2) по сравнению с серийной технологией (вариант 1). Содержание серы и азота практически не меняется.

4. Сопоставление химического состава отечественного литейного сплава марки ЖС6ФВИ и зарубежного сплава SRR-99 (MTS1162) показало, что последний имеет более низкое содержание углерода, более легирован хромом, содержит тантал и имеет пониженное содержание кобальта.

5. Сравнение свойств по техническим условиям и нормам показало, что по характеристикам длительной прочности сплав ЖС6ФВИ и MTS1162 имеют близкие значения. Вместе с тем, зарубежный сплав имеет более высокие значения характеристик пластичности, что обеспечивает лучшую обрабатываемость. Кроме того, сумма легирующих элементов в зарубежном сплаве на 11 % меньше по сравнению с отечественным сплавом, что также способствует повышению технологичности сплава.

Таким образом, проведенные исследования показывают, что крайне необходим входной контроль химического состава шихтовой заготовки, включая газовый анализ.

#### Список литературы

1. Заббаров Р., Голанов С. П. Материалы и современные технологические процессы изготовления отливок и заготовок аэрокосмического назначения. // Научное издание. Самара: СГАУ, 2000.

Таблица 5

Химический анализ образца сплава SRR-99 (MTS 1162) и требований норм в сопоставлении со сплавом ЖС6ФВИ

Сплав	SRR-99, факт	SRR-99, норма	ЖС6ФВИ*	
Содержание элементов, % по массе	C	0,022	0,01-0,02	0,12-0,19
	Si	≤0,3	≤0,3	≤0,3
	Mn	≤0,01	≤0,01	≤0,01
	Ni	основа	основа	основа
	Cr	8,9	8,25 - 8,75	4,0 - 7,0
	Al	5,6	5,3 - 5,7	5,1 - 6,1
	Co	5,4	4,8 - 5,2	6,0 - 6,1
	W	9,3	9,25 - 9,75	11,0 - 13,0
	Ti	2,3	1,05-2,35	0,8 - 1,5
	Mo	0,1	≤0,5	0,8 - 1,5
	Nb	—	—	1,2 - 1,7
	Hf	—	≤0,05	1,0 - 1,5
	V	—	≤0,1	0,8 - 1,2
	В	—	≤0,025	0,0015
	Fe	—	≤0,1	1,0
	Ta	2,9	2,65 - 2,95	—
Прочие	Zr ≤ 0,01 Ce ≤ 0,01 Mg ≤ 0,03 Nb ≤ 0,001	Zr = 0,10 Y = 0,01 S = 0,01 P = 0,15 Ce = 0,03		

\*- технические условия ТУ 1-92-177-91

2. Голанов С. П., Заббаров Р., Уваров В. В. Совершенствование технологического процесса литья рабочих лопаток ГТД с монокристаллической структурой.// Тезисы докладов международной научно-технической конференции, посвященной памяти генерального конструктора аэрокосмической техники

академика Кузнецова Н. Д. Самара: СГАУ, 2001.

3. Уваров В. В., Заббаров Р., Голанов С. П. Влияние химического состава шихтовых заготовок на структуру и свойства литых лопаток.// Литейное производство, № 10, 2002.

### INFLUENCE OF INGOT BAR CHEMICAL COMPOSITION ON THE STRUCTURE AND QUALITY OF GAS TURBINE ENGINE BLADES CAST BY DIRECTED CRYSTALLIZATION

© 2004 R. Zabbarov, V. V. Uvarov

Samara State Aerospace University

The influence of chemical composition of ingot bars of different suppliers for the production of gas-turbine engine blades has been studied. The presence of carbon, sulphur, oxygen, nitrogen in the blades and the quality of the items produced were the objects of investigation. The values of the distribution of the total number of metallurgical defects in the blades made of ingot bars supplied by Russian, German and British companies are established. The investigation conducted makes it possible to conclude that it is necessary to check the chemical composition of the ingot bars supplied, including a gas analysis.

УДК 621.774:621.778

## РАСЧЕТ ПАРАМЕТРОВ ВОЛОЧЕНИЯ С КРУЧЕНИЕМ КВАДРАТНЫХ И ПРЯМОУГОЛЬНЫХ ТРУБ

© 2004 В. Р. Каргин, Е. В. Шокова

Самарский государственный аэрокосмический университет

Проведен анализ волочения с кручением квадратных и прямоугольных труб. Предложена методика по расчету технологических параметров, обеспечивающая удовлетворительную сходимость с экспериментальными данными.

Квадратные и прямоугольные трубы чаще всего получают из круглой заготовки безоправочным волочением в волоку с каналом фасонного сечения [1]. Более широкие технологические возможности этого процесса открываются при воздействии на заготовку крутящего момента, расположенного в плоскости, перпендикулярной оси волочения, что позволяет получать квадратные и прямоугольные трубы, свернутые в спираль.

Возможны следующие способы волочения в сочетании с кручением (рис. 1): скручивание фасонной трубы вращающимся захватом, установленным на тележке волочильного стана [2]; скручивание фасонной трубы путем принудительного вращения волоки [2]; скручивание фасонной трубы при одновременном волочении через две волоки [3]. Преимуществом рассматриваемых способов является то, что каналы волок имеют на внутреннем контуре плоские поверхности (грани), что исключает проворот заготовки относительно оси волочения во время скручивания и дает возможность прикладывать к протягиваемой заготовке необходимый крутящий момент.

При волочении по первому и второму способам в волоке происходит формоизменение круглой заготовки в фасонное сечение, а на участке между волокой 1 и захватом 2 труба скручивается в спираль (рис. 1а, б) крутящим моментом  $M_{кр}$ .

При волочении по третьему способу скручивание квадратной (прямоугольной) заготовки происходит между фасонными волоками (рис. 1в), расположенными на расстоянии  $l$  в и повернутыми относительно друг друга на угол  $\alpha$  вокруг их общей оси. Воло-

ки имеют возможность совместного свободного вращения относительно оси волочения.

При разработке методики расчета технологических параметров волочения с кручением квадратных и прямоугольных труб приняты следующие допущения: рассматривались тонкостенные трубы постоянной толщины; полагалось, что все сечения трубы за пределом упругой деформации сразу переходят в пластическое состояние; учитывался степенной закон упрочнения; заготовка считалась трансверсально изотропной, механические свойства в поперечном сечении одинаковы, но отличны от свойств в продольном направлении. Главные оси анизотропии 1 и 2 расположены в плоскости поперечного сечения заготовки, а ось 3 – вдоль продольной оси трубы, совпадающей с осью волочения.

Распределение касательных напряжений  $\tau_{z\varphi}$  при пластическом кручении тонкостенных прямоугольных труб постоянной толщины  $t$  с размерами граней  $a$  и  $b$  по срединной линии имеет вид [4]

$$\tau_{z\varphi} = \frac{M_{кр}}{2abt}, \quad (1)$$

где  $M_{кр}$  – крутящий момент.

Из формулы (1) следует, что касательные напряжения распределены по толщине сечения равномерно и направлены параллельно касательной к срединной линии контура трубы.

Для определения угла упругой раскрутки после волочения применялась формула Бредта [4]

$$\gamma_{z\varphi} = \frac{M_{кр}}{2G_{1-2}t} \frac{a+b}{a^2b^2}, \quad (2)$$

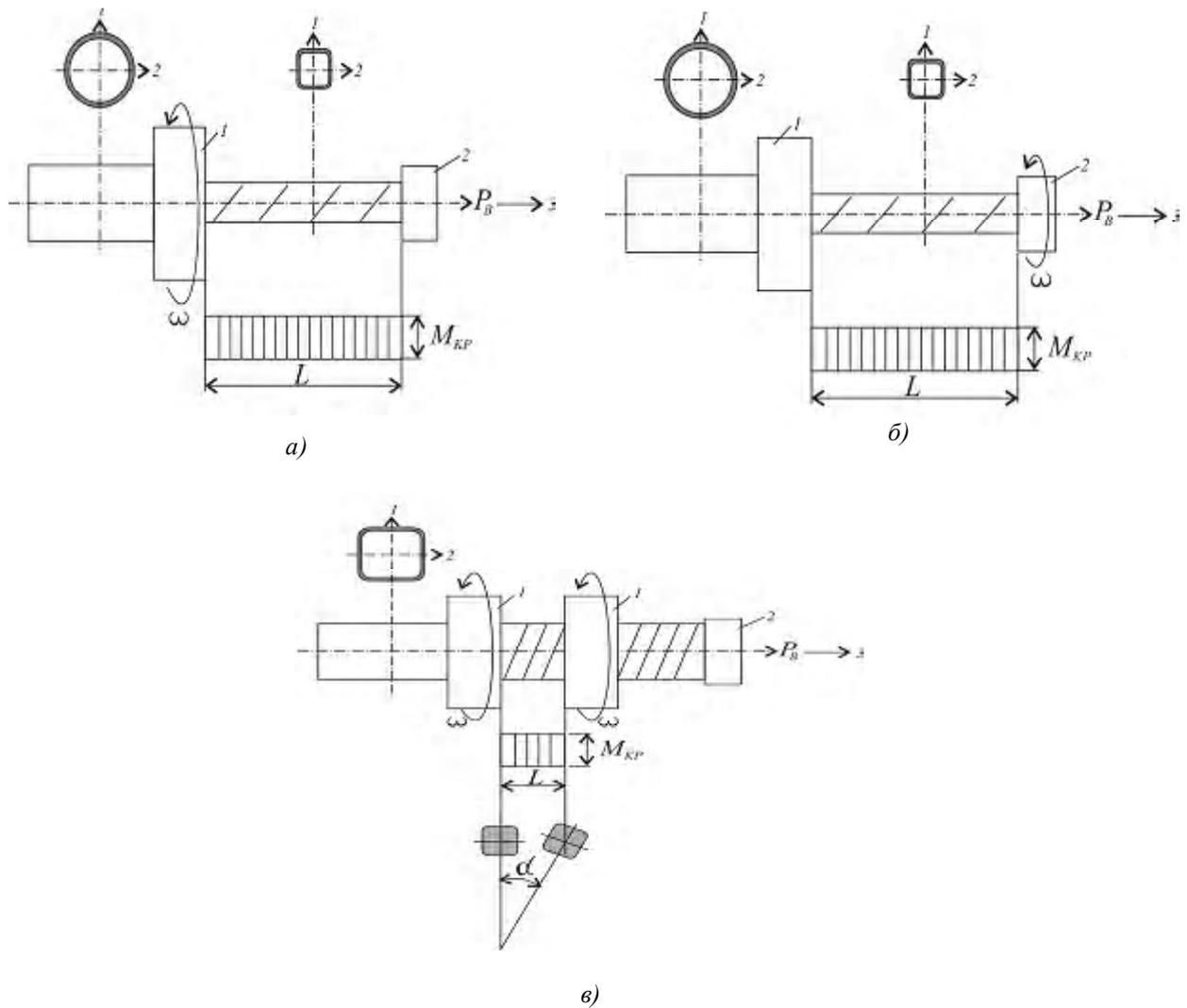


Рис. 1 Способы волочения в сочетании с кручением: 1 – волокна, 2 – захват

где  $M_{кр}$  – величина крутящего момента перед разгрузкой,  $G_{1-2}$  – модуль сдвига в плоскости поперечного сечения трубы.

Для расчета кручения тонкостенных квадратных труб ( $a = b$ ) формулы (1) и (2) принимают вид:

$$\tau_{z\varphi} = \frac{M_{кр}}{2a^2t}, \quad \gamma_{z\varphi} = \frac{M_{кр}}{G_{1-2}t} \frac{1}{a^3}.$$

При волочении по первому и второму способам угловую скорость вращения волокна (захвата)  $\omega$  выбирают так, чтобы угол относительной закрутки  $\theta$  был постоянным в течение всего процесса протягивания

$$\theta = \frac{n_е}{\tau_е}, \tag{3}$$

где  $n_е$  – число оборотов волокна (захвата);  $\tau_е$  – время, необходимое для волочения одной трубы длиной  $l_{mp}$ :

$$\tau_е = \frac{l_{mp}}{v_е}; \tag{4}$$

$v_е$  – скорость волочения.

Угол закрутки можно выразить через число оборотов вращающейся волокна (захвата) из выражения

$$n_е = \frac{\theta l_{mp}}{2\pi}. \tag{5}$$

Подставив формулы (4) и (5) в выражение (3), получим соотношение для расчета угловой скорости вращения волоки (захвата)  $\omega$ , соответствующей скорости волочения

$$\omega = \frac{\theta v_6}{2\pi}. \quad (6)$$

При волочении по третьему способу необходимый угол относительной закрутки может быть найден подбором величин  $\alpha$  и  $l_6$

$$\theta = \frac{\alpha}{l_6}.$$

Крутящий момент для квадратного и прямоугольного сечений труб можно вычислить с помощью эмпирического уравнения

$$M_{кр} = M_{кр.тр} \frac{J_k}{(J_k)_{кр.тр}}, \quad (7)$$

где  $M_{кр.тр}$  и  $(J_k)_{кр.тр}$  – момент кручения и полярный момент инерции сечения для круглой тонкостенной трубы, имеющей тот же периметр по средней линии, что и поперечное сечение скручиваемой квадратной (прямоугольной) трубы. Полярные моменты инерции квадратной (прямоугольной) и круглой тонкостенных труб соответственно равны [4]:

$$J_k = \frac{4F^2 t}{S}, \quad (J_k)_{кр.тр} = \frac{\pi d^3 t}{4},$$

где  $F$  - площадь, ограниченная средней линией сечения прямоугольной (квадратной) трубы;  $S$  - длина срединной линии прямоугольной (квадратной) трубы;  $d$  - средний диаметр круглой трубы.

Из анализа уравнения (7) следует, что конфигурация контура поперечного сечения фасонных труб заметно влияет на величину момента. Максимальный крутящий момент будет иметь место при скручивании круглой трубы. По сравнению с квадратным поперечным сечением при равенстве периметров по средней линии наименьший момент имеют трубы прямоугольного сечения.

Момент кручения круглой трубы с учетом деформационного упрочнения [2]

$$M_{кр} = \frac{6FA_{1-2}\gamma_{i1-2}^n t}{n+3}, \quad (8)$$

где  $F$  - усредненное значение площади, заключенной между внешним с радиусом  $R_n$  и внутренним  $R_6$  контурами поперечного сечения трубы;  $A_{1-2}$ ,  $n$  - константы упрочнения.

Если считать, что под влиянием крутящего момента распределение нормальных напряжений в поперечном сечении, вызванных силой волочения, не изменяется, то согласно энергетической теории предельного состояния при одном и том же пределе текучести материала получим

$$\left(\frac{\sigma_z}{\sigma_{s3}}\right)^2 + \frac{1+\mu_r}{1-\mu_r} \left(\frac{\tau_{\varphi z}}{\sigma_{s3}}\right)^2 = 1,$$

где  $\sigma_{s3}$  - предел текучести металла трубы в направлении 3;  $\mu_r$  - коэффициент анизотропии.

Это уравнение можно представить в виде

$$\left(\frac{P_6}{P_{пред}}\right)^2 + \left(\frac{M_{кр}}{M_{пред}}\right)^2 = 1, \quad (9)$$

где  $P_{пред}$  и  $M_{пред}$  - предельные значения усилия волочения и крутящего момента, соответственно.

Из формулы (9) видно, что связь между усилием волочения и крутящим моментом подчиняется закону эллипса (рис. 2).

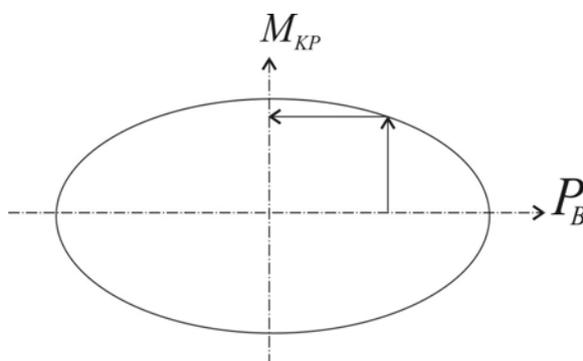


Рис. 2. Зависимость между энергосиловыми параметрами волочения с кручением

Чем больше величина силы волочения квадратной (прямоугольной) трубы, тем меньший момент необходимо приложить к трубе, чтобы привести ее в пластическое состояние. С другой стороны, касательные напряжения, возникающие от крутящего момента на проволоченном участке, снижают нормальные напряжения, а в целом ограничивают величину активных сил, прикладываемых к заготовке, на выходе из волоки.

При волочении по третьему способу усилие равно

$$P_{np} = P_{кр} + P_{тр},$$

где  $P_{кр}$  - составляющая усилия волочения, необходимая для создания винтового движения,  $P_{тр}$  - составляющая усилия волочения, необходимая для преодоления сил трения в канале волоки.

При расчете составляющих полного усилия протягивания используем уравнение баланса мощностей активных и реактивных сил. Мощность, необходимую для создания винтового движения, равную произведению внешнего момента на искомую угловую скорость вращения трубы на выходе из волоки, приравняем к мощности, передаваемой захватом, определяемой произведением осевой силы на скорость волочения

$$P_{кр} v_в = M_{кр} \omega.$$

Откуда

$$P_{кр} = \frac{M_{кр} \omega}{v_в}.$$

Используя соотношение между угловой и поступательной скоростями движения

$$\omega = \frac{2\pi}{B} v_в,$$

окончательно получим

$$P_{кр} = \frac{M_{кр} 2\pi}{B},$$

где  $B$  - шаг спирали винтовой закрутки.

Аналогично находим составляющую из равенства мощностей

$$P_{тр} v_в = \Pi l_{кал} f \sigma_T v_в,$$

$$P_{тр} = \Pi l_{кал} f \sigma_T,$$

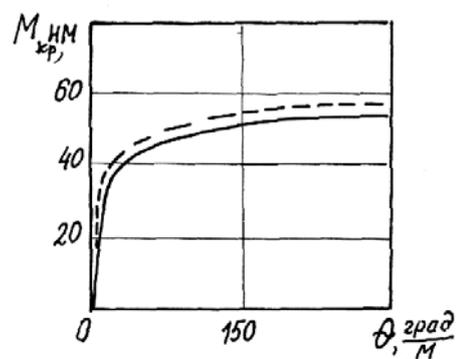
где  $\Pi$  - периметр квадратной (прямоугольной) трубы по внешнему контуру,  $l_{кал}$  - длина калибрующего участка,  $f$  - коэффициент внешнего трения.

Окончательно имеем

$$P_{np} = \frac{M_{кр} 2\pi}{B} + \Pi l_{кал} f \sigma_{T3}.$$

Адекватность уравнения (7) проверялась на основе экспериментальных данных, полученных для прямоугольных труб ( $a = 18$  мм,  $b = 12$  мм,  $t = 1$  мм) из сплава Д16. Волочение трубы производилось из круглой заготовки путем ее протягивания через прямоугольный канал волоки. Скручивание осуществлялось вращающимся захватом. Из сопоставления графиков, приведенных на рис. 3, следует, что расчетная и экспериментальная диаграммы кручения имеют удовлетворительное совпадение (в пределах 10 %).

На рис. 4 показаны образцы прямоугольных винтообразно закрученных труб, полученных в процессе волочения по третьему варианту и на закруточной машине. Кручение тонкостенных прямолинейных труб на закруточной машине не позволяет получить винтовые трубы из-за потери заготовкой устойчивости поперечного сечения при приложении к ней крутящего момента.



— расчет, - - - эксперимент

Рис. 3. Диаграмма кручения

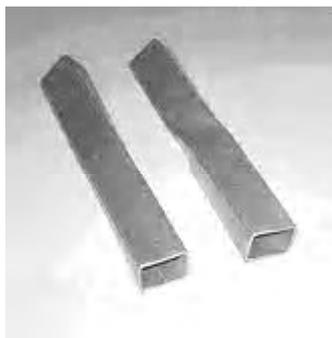


Рис. 4. Образцы профильных винтообразно закрученных труб:  
а – в процессе волочения,  
б – на закруточной машине



Рис. 5. Образцы профильных винтообразно закрученных труб

Образцы квадратных и прямоугольных винтообразно закрученных труб из медных и алюминиевых сплавов, полученных в лабораторных условиях при различных способах волочения в сочетании с кручением, приведены на рис. 5.

Рассмотренные способы волочения в сочетании с кручением позволяют получить разнообразные квадратные и прямоугольные винтообразно закрученные трубы требуемой геометрии поперечного сечения и угла подъема спирали. При скручивании квадратных и прямоугольных труб целесообразно использовать формулы для круглой тонкостенной трубы того же периметра, что и поперечное сечение квадратной (прямоугольной) трубы.

### Список литературы

1. Шурупов А. К., Фрейберг М. А. Производство труб экономичных профилей. – Свердловское государственное научно-техническое издательство литературы по черной и цветной металлургии. 1963. - 296 с.
2. Каргин В. Р. Процессы получения винтовых профилей и труб. М.: Металлургия. 1994. - 96 с.
3. А. С. № 130481 МКИ 7с5. Устройство для скручивания некруглых профилей волочением / В. Л. Колмогоров, Г. М. Моисеев, Ю. И. Шахмаев и др. Опубл. Б. И., 1960. № 15, с. 21.
4. Тимошенко С. П. Статические и динамические проблемы теории упругости. Киев: Наукова думка. 1975. - 563 с.

## CALCULATION OF TWIST DRAWING PARAMETERS FOR SQUARE AND RESTANGULAR PIPES

© 2004 V. R. Kargin, E. V. Shokova

Samara State Aerospace University

Analysis of twist drawing has been carried out for square and rectangular pipes. A procedure for calculating technical parameters providing satisfactory agreement with the experimental data is proposed.

**К МАГНИТНО-ИМПУЛЬСНОЙ ОБРАБОТКЕ БЫСТРОРЕЖУЩИХ СТАЛЕЙ**© 2004 О. К. Колеров, А. П. Трухов, А. Н. Логвинов, А. В. Мокеев

Самарский государственный аэрокосмический университет

По результатам структурных исследований предложен механизм межфазового перераспределения углерода при магнитно-импульсной обработке инструмента из быстрорежущих сталей.

Одна из задач магнитно-импульсной обработки (МИО) инструмента состоит в повышении стабильности результатов. В настоящее время выбор режимов обработки осуществляют по данным испытаний на износ, т. е. испытаний, далеких от стандартизации и требующих значительных затрат. Облегчению выбора мог бы способствовать структурный параметр оптимизации режимов, однако он пока не найден из-за недостаточного объема исследований структурных изменений, происходящих в объектах МИО.

Ранее [1] по результатам рентгеноструктурного анализа инструмента из быстрорежущих сталей до и после обработки, проведенной по режимам, близким к оптимальным, было показано, что фазовый состав сталей не изменяется. Значительные изменения происходят в остаточной намагниченности и напряженном состоянии инструмента, приближающемся после МИО к всестороннему сжатию. Менее заметные изменения наблюдаются в тонкой структуре фаз и кристаллографической ориентации мартенсита отпуска.

Между тем износостойкость инструмента – сверла – после обработки возрастает в 2...3,6 раза, причем возросшая стойкость сохраняется и после перезаточки инструмента. Объяснение столь существенного роста стойкости менее заметным уровнем структурных изменений (вместе с напряженным состоянием инструмента) представляется недостаточно убедительным.

В развитии [2] структурных исследований тех же объектов с использованием методики [3] анализа тетрагональных мартенситных структур с неразрешенными дифракционными дублетами оказалось, что после обработки происходит также уменьшение тетрагональности мартенсита, обусловленное понижением содержания углерода. Хотя этот

факт согласуется с отмеченным ранее [1] ростом степени кристаллографической ориентации  $\langle 100 \rangle$  мартенсита относительно оси сверла, тем не менее в работе [2] нет объяснения происходящего перераспределения углерода.

Предложен механизм межфазового перераспределения углерода при МИО быстрорежущих сталей.

Объектами исследования служили сверла из сталей Р6М5 и Р6М5К5, подвергнутые электроэрозионной резке вдоль и поперек оси для реализации металлографического и рентгеноструктурного анализа. Химический состав сталей указан в работе [1]. В качестве травителя использовали 80 % водный раствор азотной кислоты.

Образцы рентгенографировались в двух излучениях – кобальта и хрома. При этом интерференционная линия (211) мартенсита отпуска анализировалась в излучении хрома, а линия (220) – кобальта. На основании анализа и обработки результатов по методике [3] получены значения периодов кристаллической решетки, уровень тетрагональности и связанное с ней содержание углерода в сталях до и после обработки.

На рис. 1 представлена микроструктура стали Р6М5К5 до и после обработки.

Из нее следует, что распределение карбидных фаз по сечению инструмента после обработки становится более равномерным. С одной стороны, большинство исходных включений карбидов увеличилось в размерах, а с другой стороны, отдельные грубые включения исчезли.

В таблице 1 показано уменьшение содержания углерода в мартенсите после обработки сталей и связанное с ним понижение тетрагональности кристаллической решетки.

Из представленных результатов следует, что в ходе МИО происходит перераспределение углерода в сталях, вызывающее более равномерное распределение по сечению инструмента карбидных фаз.

Наиболее важными особенностями МИО, которые могут оказать влияние на кинетику превращений в метастабильных структурных составляющих, каковыми в исследуемых сталях служат мартенсит отпуска и остаточный аустенит, являются две. Во-первых, высокий уровень макронапряжений, возникающих под воздействием на инструмент изменений внешнего магнитного поля. Согласно теоретическим оценкам [1], он превышает прочность быстрорезов, не вызывая разрушения инструмента благодаря преобладанию в напряженном состоянии всестороннего сжатия и протеканию релаксационных

процессов. Во-вторых, нагревание поверхностных слоев объекта. Температура в локальных объемах инструмента достигает не менее 300 °С.

Такой нагрев способствует развитию диффузионных процессов, анизотропно инициируемому напряженным состоянием инструмента. В качестве аналога можно представить структурные превращения в ходе низкого отпуска закаленной стали, но с принципиальным отличием – обычный отпуск не сопровождается возникновением напряжений столь высокого уровня.

Очевидно, что превращение остаточного аустенита в мартенсит закалки при обработке по реакции



где K – карбидные фазы, происходить не может, поскольку аустенит парамагнитен и в

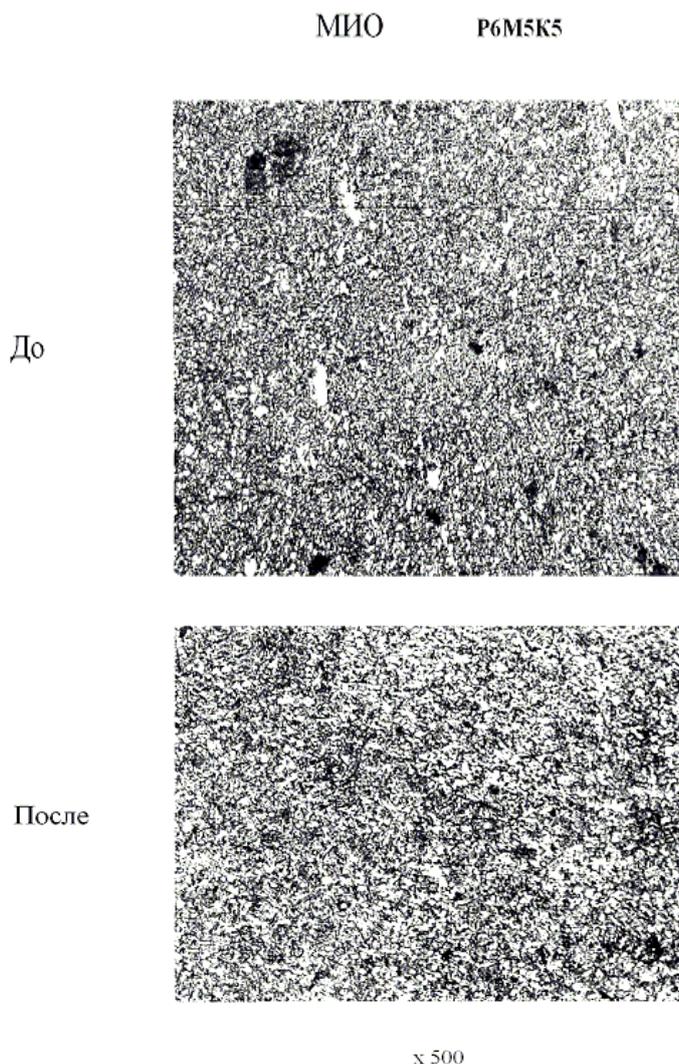


Рис. 1. Микроструктура инструмента (разрез поперек оси) из стали P6M5K5 до и после магнитно-импульсной обработки

Таблица 1  
Периоды а и с кристаллической решетки мартенсита до/после МИО

Сталь	а, нМ	с, нМ	с / а	% углерода
P6M5K5	0,2855 / 0,2860	0,2900 / 0,2890	1,016 / 1,010	0,30 / 0,20
P6M5	0,2860 / 0,2865	0,2910 / 0,2905	1,018 / 1,014	0,35 / 0,25

отличие от мартенсита отпуска непосредственно магнитного поля не воспринимает.

Об этом свидетельствуют данные рентгеноанализа сталей до и после обработки: интенсивность единственной интерференционной линии (111) остаточного аустенита сохраняется неизменной [1, 2]. Что касается воздействия магнитного поля через посредство смежных ферромагнитных фаз: мартенсита и карбидов, то оно вызывает лишь упрочнение в нем как в самой пластичной фазе быстрорезов, приводя к уширению линии после МИО.

Уширение же интерференционных линий мартенсита отпуска, сопровождаемое ростом интенсивности линий карбидов, что было отмечено в работах [1, 2], но не получило должной интерпретации, объясняется превращением



где Mk – мартенсит отпуска с пониженным содержанием углерода и тетрагональностью кристаллической решетки после МИО, приближающийся по кристаллической структуре к легированному ферриту.

Уширение линий мартенсита после обработки связано с протеканием термически активируемого превращения (2) следующим образом. По мере обезуглероживания и снижения тетрагональности мартенсит приобретает пластичность и возможность последующего упрочнения в ходе МИО.

Уменьшение ширины линий карбидных фаз, происходящее при обработке, указывает на релаксацию напряжений в карбидах. Судя по их наиболее интенсивной интерференционной линии (333)(511), релаксация осуществляется сдвиговым путем. Векторы  $\langle 333 \rangle$  или  $\langle 111 \rangle$ , что кристаллографически одно и то же, являясь направлениями сколь-

жения в объемно-центрированных кубических (ОЦК) структурах, образуют с направлениями  $\langle 100 \rangle$  легкого намагничивания или осью сверла угол  $53^\circ$ , близкий к  $45^\circ$ , т. е. к углу пересечения линий скольжения с направлением нормальных напряжений. Поскольку карбиды не обладают пластичностью, то под действием возникающих напряжений частично разрушаются, причем разрушению подвергаются прежде всего грубые включения из-за более высокой концентрации на них напряжений. По крайней мере, исчезновение грубых включений карбидов после обработки иллюстрируется микроструктурой (рис. 1).

Таким образом, высокий уровень возникающих при обработке макронапряжений и происходящий нагрев инструмента способствуют диффузионному образованию из метастабильного мартенсита отпуска более равновесной мартенситно-карбидной смеси, в результате которого и происходит межфазовое перераспределение углерода. Согласно термодинамическим представлениям об уменьшении работы образования зародыша новой фазы на готовой поверхности раздела и протекающим изменениям в микроструктуре (рис. 1), вновь образующиеся карбиды выделяются на мелких исходных включениях карбидной фазы, укрупняя их. Это вместе с частичной релаксацией напряжений в той же фазе за счет разрушения грубых включений вызывает более равномерное по сравнению с исходным распределение карбидов. В конечном итоге именно межфазовое перераспределение углерода, вследствие которого мартенсит по мере обезуглероживания упрочняется под воздействием возникающих напряжений, наряду с формированием напряженного состояния, близкого к всестороннему сжатию, и приводит к наблюдаемому росту износостойкости инструмента.

Возможно, что последующий анализ взаимосвязи протекающих в объектах структурных превращений и режимов обработки позволит выявить структурный параметр оптимизации режимов МИО.

#### **ВЫВОДЫ**

1. При магнитно-импульсной обработке быстрорежущих сталей происходит диффузионное перераспределение углерода между мартенситом отпуска и вновь образующимися карбидами, которые, выделяясь на мелких исходных включениях той же фазы, способствуют их укрупнению, что наряду с частичной релаксацией возникающих напряжений за счет разрушения грубых включений приводит к более равномерному распределению карбидов.

2. Рост износостойкости инструмента после магнитно-импульсной обработки обусловлен межфазовым перераспределением углерода, объемным упрочнением мартенсита по мере обезуглероживания и формирова-

нием напряженного состояния, близкого к всестороннему сжатию.

#### **Список литературы**

1. Колеров О. К., Логвинов А. Н. и др. Влияние магнитно-импульсной обработки на структуру быстрорежущих сталей // Физика и химия обработки материалов. 1997. № 1. С. 98-103.

2. Колеров О. К., Логвинов А. Н. К рентгеноструктурному анализу быстрорежущих сталей // Заводская лаборатория. Диагностика материалов. 1999. Т. 65. № 1. С. 28-30.

3. Ткачев С. П., Ткачева Г. И. Рентгенографическое исследование тетрагональных мартенситных структур с неразрешенными дифракционными дублетами (случай однофазного мартенсита) // Заводская лаборатория. 1987. Т. 53. № 3. С. 33-35.

### **MAGNETIC – IMPULSE WORKING OF RAPID CUTTING STEELS**

© 2004 O. K. Kolerov, A. P. Trukhov, A. N. Logvinov, A. V. Mokeev

Samara State Aerospace University

On the basis of structural research a mechanism of carbon interphase redistribution during magnetic–impulse working of rapid cutting steel tools is proposed.

## О ВОЗМОЖНОСТИ ГИБКИ ТРУБ ЭЛАСТИЧНЫМ ИНСТРУМЕНТОМ

© 2004 В. К. Моисеев

Самарский государственный аэрокосмический университет

Теоретически и экспериментально показана возможность осуществления технологического процесса гибки труб эластичным инструментом. Получены зависимости, определяющие границы применимости процесса.

Трубопроводные системы машин и механизмов в большом количестве содержат трубы, изогнутые в различных плоскостях на различные углы и радиусы. Такие трубы отличаются большим разнообразием диаметров, толщин и материалов.

Для гибки труб применяются, как правило, оборудование и инструмент, содержащие жесткие ролики либо гибочные оправки. Большое количество труб сложной нетиповой конфигурации в мелкосерийном производстве изгибают вручную с помощью жесткого инструмента.

В заготовительно-штамповочном производстве на авиационных и ракетно-космических предприятиях, для которых характерным является мелкосерийность и частая сменяемость продукции, широко распространена штамповка эластичными средами – резиной и полиуретаном. Эластичным инструмен-

том производится вырезка, формовка и гибка деталей в основном из тонколистовых материалов. Известно также применение эластичного инструмента для формоизменяющих и разделительных операций на трубчатых заготовках и гибки прессованных профилей. О гибке труб с помощью резины или полиуретана в технической литературе сведений не обнаружено. В связи с этим представляется целесообразным проанализировать принципиальную возможность применения эластичного инструмента для такого технологического процесса.

Гибку труб эластичным инструментом можно осуществлять по двум схемам:

- прокаткой между двух валков, один из которых является жестким, а другой – эластичным либо имеет эластичное покрытие (рис. 1);

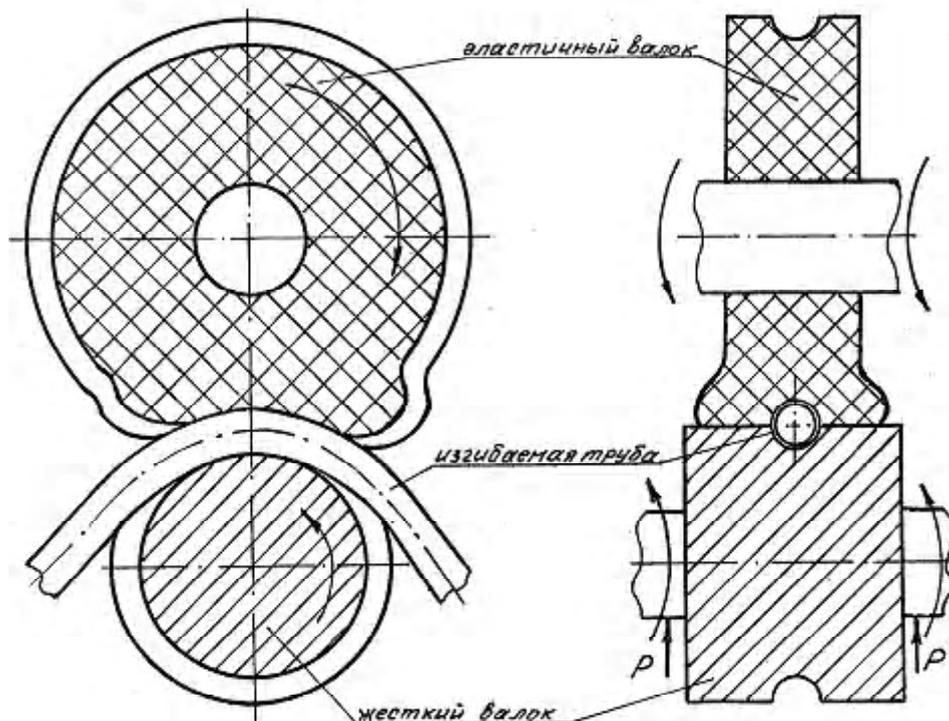


Рис. 1. Схема гибки-прокатки между эластичным и жестким валками

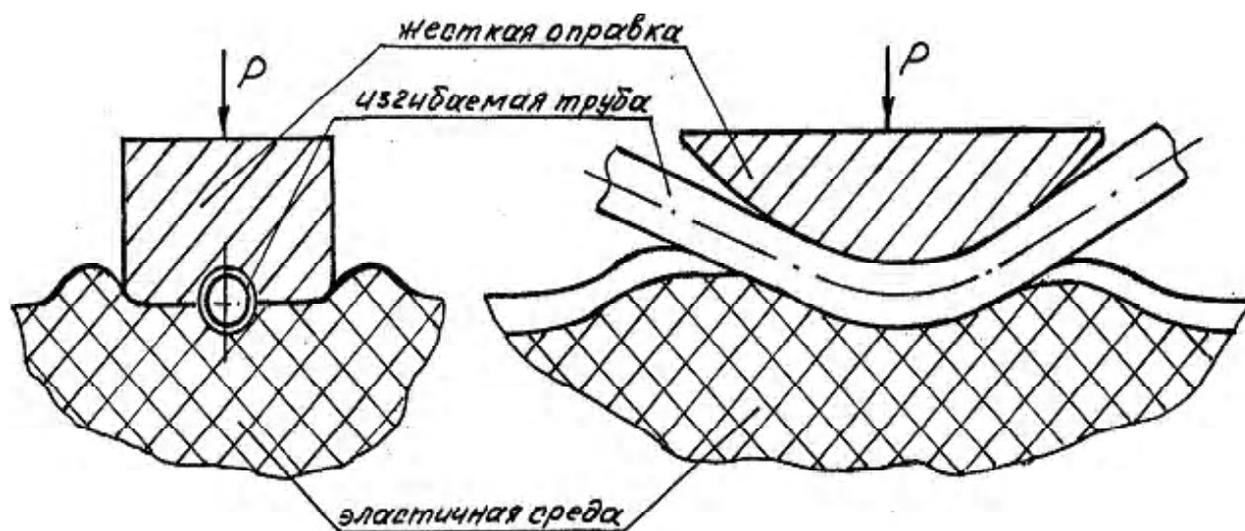


Рис. 2. Схема гибки вдавливанием трубы жестким инструментом в эластичное полупространство

- вдавливанием трубы жестким инструментом в эластичное полупространство (рис. 2).

В обоих случаях труба находится под воздействием некоторой распределенной нагрузки, которая может привести к продольному изгибу, что и требуется от технологического процесса, но она может также вместе с изгибом привести либо к смятию трубы (потере устойчивости), либо к пластическому обжиму трубы (уменьшению диаметра и увеличению толщины стенки). Как потеря устойчивости, так и обжим – явления нежелательные, поскольку они искажают внешний вид и размеры, изменяют пропускную способность трубопроводной системы и несущие способности трубы. Следовательно, нагрузка, действующая со стороны эластичного инструмента, должна обеспечивать изгиб тру-

бы, но не быть разрушительно большой для эластичного материала и не приводить к потере ее устойчивости и ее пластическому обжиму.

Для анализа возможности такого деформирования идеализируем схему нагружения трубы. Изгибаемую трубу будем считать балкой, лежащей на одной опоре и нагруженной распределенной по длине нагрузкой (рис. 3). Примем линейным изменение нагрузки вдоль оси трубы. Реально создать такую нагрузку не представляется возможным, так как эпюра нагружения будет меняться во времени, однако в начальной стадии гибки в первом приближении такое допущение можно считать приемлемым.

В поперечном сечении нагрузка на балку со стороны эластичной среды будет также распределенной по некоторому закону, изме-

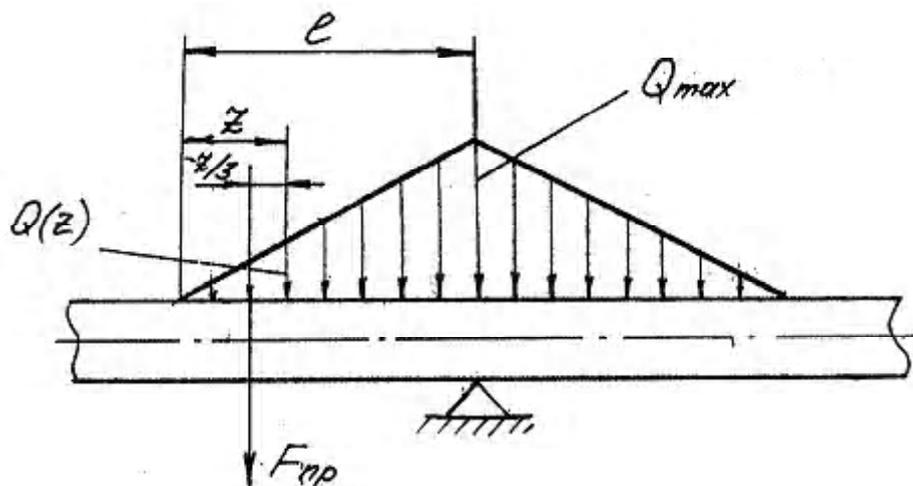


Рис. 3. Идеализированная схема нагружения трубы

няющемуся во времени. В первом приближении представляется допустимым считать эту нагрузку равномерно распределенной и направленной по нормали к поверхности трубы (рис. 4).

Распределенная по длине нагрузка  $Q$  и равномерная нагрузка  $q$  связаны соотношением

$$Q = \int_0^\pi q \sin \gamma R d\gamma = 2qR = qD, \quad (1)$$

где  $\gamma$  - текущий угол;  $R$  - наружный радиус трубы;  $D$  - наружный диаметр трубы.

Условием изгиба балки от действия распределенной нагрузки  $Q$  является известная зависимость [1]

$$|\sigma|_{\text{наиб}} = \frac{|M|_{\text{наиб}}}{W} \geq \sigma_T, \quad (2)$$

где  $|\sigma|_{\text{наиб}}$  - наибольшие напряжения;  $|M|_{\text{наиб}}$  - наибольший изгибающий момент;  $W$  - момент сопротивления поперечного сечения;  $\sigma_T$  - предел текучести материала трубы-балки.

Для трубчатого сечения

$$W = \frac{\pi D^3}{32} \left(1 - \frac{d^4}{D^4}\right) = \frac{\pi D^3}{32} (1 - \alpha^4),$$

где  $d$  - внутренний диаметр трубы;  $\alpha = \frac{d}{D}$ .

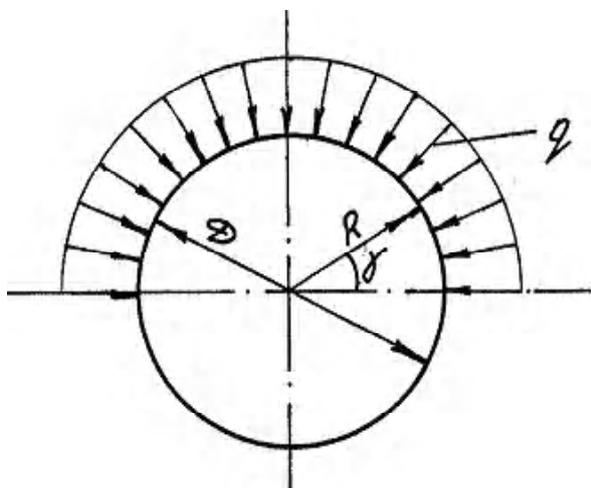


Рис. 4. Распределение нагрузки со стороны эластичного инструмента в поперечном сечении трубы

Наибольший изгибающий момент по известным решениям будет наблюдаться в опорном сечении и составит

$$|M|_{\text{наиб}} = \frac{1}{6} Q_{\text{max}} l^2,$$

где  $Q_{\text{max}}$  - максимальное значение распределенной по длине нагрузки;  $l$  - длина нагруженного участка трубы.

Таким образом, условие изгиба (2) примет вид

$$\frac{\pi D^3}{32} (1 - \alpha^4) \leq \frac{1}{6} \frac{Q_{\text{max}} l^2}{\sigma_T}.$$

Отсюда с учетом зависимости (1) после преобразований можно получить, что изгиб начнется при давлении  $q_{\text{из}}$  в опорном сечении

$$q_{\text{из}} = \frac{3}{16} \pi (1 - \alpha^4) \left(\frac{D}{l}\right)^2 \sigma_T. \quad (3)$$

Для цилиндрической оболочки, находящейся под действием внешнего давления, критическое давление, превышение которого приводит к потере устойчивости, определяется по различным формулам [2, 3] в зависимости от относительной длины  $L$  нагруженного участка. В случае, когда эта длина многократно превышает радиус оболочки  $R$  (длинный участок)

$$q_{\text{кр}}^{\text{дл}} = 0,275 \frac{ES^3}{R^3}, \quad (4)$$

в противном случае (короткий участок)

$$q_{\text{кр}}^{\text{кор}} = 0,92E \frac{S}{L} \cdot \frac{S}{R} \sqrt{\frac{S}{R}}, \quad (5)$$

где  $S$  - толщина стенки оболочки;  $E$  - модуль упругости материала оболочки.

Формулы (4) и (5) имеют смысл в том случае, когда окружные напряжения  $\sigma_{\text{окр}}$  не превышают предела текучести  $\sigma_T$ . Окружные

напряжения определяются из уравнения равновесия Лапласа для оболочки одинарной кривизны [4]

$$\sigma_{окр} = q \frac{R}{S}.$$

Таким образом, пластический обжим трубы будет наблюдаться при следующей равномерной нагрузке:

$$q_{об} = \sigma_T \frac{S}{R}. \quad (6)$$

Схемы, приведенные на рис. 1 и 2, подразумевают незамкнутый (открытый) объем эластомера. При штамповке эластичными средами в незамкнутых объемах давление эластичной среды  $q_{из}$  не должно превышать предельного значения  $q_{кр}$ :

$$q_{из} < q_{кр}, \quad (7)$$

которое, как показывает практика листовой штамповки, составляет 10...15 МПа для резины и 20...25 МПа для полиуретана. В противном случае инструмент претерпевает чрезмерные деформации, приводящие к его быстрому разрушению.

Оценка возможности гибки трубы эластичным инструментом сводится к анализу зависимостей (3 – 6) с учетом ограничения (7). При этом необходимо выяснить, будут ли гнуться трубы наиболее распространенных типоразмеров, не теряя устойчивости в поперечном сечении и не деформируясь пластически в окружном направлении от действия нагрузки, не превышающей предельную для заданного эластомера, т. е. могут ли одновременно выполняться четыре неравенства:

$$\begin{cases} q_{из} < q_{кр}^{дл.} \\ q_{из} < q_{кр}^{кор.} \\ q_{из} < q_{об} \\ q_{из} < q_{пр} \end{cases} \quad (8)$$

Для получения конкретных результатов преобразуем неравенства (8) к более удобному виду.

Из первого неравенства с учетом выражений (3) и (4) следует

$$\frac{q_{из}}{q_{кр}^{дл.}} = \frac{3\pi(1-\alpha^4)D^2\sigma_T R^3}{16l^2 \cdot 0,275 \cdot E \cdot S^3} < 1.$$

Приняв за  $R$  радиус срединной поверхности и решив полученное неравенство относительно  $l/D$ , можно получить

$$\frac{l}{D} > \sqrt{\frac{0,0335 \cdot (1-\alpha^4) \sigma_T (D+d)^3}{ES^3}}. \quad (9)$$

Из второго неравенства

$$\frac{q_{из}}{q_{кр}^{кор.}} = \frac{3\pi(1-\alpha^4)D^2\sigma_T LR\sqrt{R}}{16l^2 \cdot 0,92 \cdot E \cdot S^2 \sqrt{S}} < 1,$$

откуда

$$\frac{l}{D} > \frac{0,16 \cdot (1-\alpha^4) \sigma_T (D+d)^{3/2} D}{ES^{5/2}}. \quad (10)$$

Из третьего неравенства

$$\frac{q_{из}}{q_{об}} = \frac{3\pi(1-\alpha^4)D^2\sigma_T R}{16l^2 \sigma_T S^3} < 1,$$

откуда

$$\frac{l}{D} > \sqrt{\frac{0,147 \cdot (1-\alpha^4) (D+d)}{S}}. \quad (11)$$

Из четвертого неравенства

$$\frac{q_{из}}{q_{пр}} = \frac{3\pi(1-\alpha^4)D^2\sigma_T}{16l^2 q_{пр}} < 1,$$

откуда

$$\frac{l}{D} > \sqrt{\frac{0,64 \cdot (1-\alpha^4) \sigma_T}{q_{пр}}}. \quad (12)$$

Таким образом, изгиб труб эластичной средой возможен в тех случаях, когда длина участка трубы, нагруженного давлением эластичного инструмента, диаметр и толщина стенки, а также механические свойства материала трубы подчиняются условиям (9-12), т. е. системе неравенств

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{l}{D} > \sqrt{\frac{0,0335 \cdot (1 - \alpha^4) \sigma_T (D + d)^3}{ES^3}}; \\ \frac{l}{D} > \frac{0,16 \cdot (1 - \alpha^4) \sigma_T (D + d)^{1,5} D}{ES^{2,5}}; \\ \frac{l}{D} > \sqrt{\frac{0,147 \cdot (1 - \alpha^4) (D + d)}{S}}; \\ \frac{l}{D} > \sqrt{\frac{0,64 \cdot (1 - \alpha^4) \sigma_T}{q_{np}}} \end{array} \right.$$

На рис. 5 и рис. 6 в качестве примера представлены результаты расчетов по полученной системе неравенств. Расчеты произведены для труб с толщиной стенки 1 мм из наиболее распространенных в авиаракетостроении материалов: алюминиевого сплава АМгЗМ ( $\sigma_T = 120$  МПа,  $E = 69000$  МПа) и нержавеющей стали 12Х18Н10Т ( $\sigma_T = 300$  МПа,  $E = 190000$  МПа). Графики, соответствующие неравенствам (9 - 12), определяют зоны соотношений размеров нагруженного участка и диаметра труб, для которых возможен изгиб инструментом, выполненным из резины или полиуретана. На рисунках эти зоны заштрихованы.

Из приведенных графиков следует, что для сплава АМгЗМ (рис. 5) ограничения применимости изгиба эластичной средой определяются для труб диаметром более 27 мм потерей устойчивости, а именно условием (9), которое учитывает нагружение на длине трубы, многократно превышающей ее радиус. Ограничение, вносимое условием (12), т. е. предельно допустимым для эластичной среды давлением, сказывается для резины (график 4) на трубах диаметром менее 16 мм и для полиуретана (график 5) на трубах диаметром менее 11 мм. Для труб диаметром от 11 мм при полиуретановой оснастке или от 16 мм при резиновой оснастке и до 27 мм ограничения обуславливаются возникающим в соответствии с условием (11) обжимом, т. е. изменением проходного сечения трубы. Для нержавеющей стали 12Х18Н10Т (рис. 6) ограничение по причине обжима не играет роли, поскольку зона допустимых соотношений  $l$  и  $D$  ограничивается только графиками 1, 4 и 5. Следовательно, с одной стороны, она

ограничивается потерей устойчивости по условию (9) для труб диаметром более 32 мм при применении резины и более 27 мм при применении полиуретана, а с другой стороны, - предельно допустимым давлением по условию (2) для труб диаметром, соответственно, менее 32 мм (оснастка из резины) и менее 27 мм (оснастка из полиуретана).

Следует отметить, что при использовании эластичного инструмента с небольшими длинами  $l$  требуется большое давление эластичной среды, а при больших  $l$  увеличиваются габариты технологической оснастки и, соответственно, ее стоимость, особенно для гибки прокаткой между валками. В связи с этим зона допустимых соотношений  $l$  и  $D$  на рис. 5 и 6 ограничена сверху дополнительными ориентировочными условиями для гибки прокаткой и для гибки вдавливанием.

Таким образом, изгиб труб вдавливанием можно проводить при диаметрах не более 68 мм для сплава АМгЗМ и не более 72 мм для сплава 12Х18Н10Т. Изгиб прокаткой – при диаметрах не более 43 мм для АМгЗМ и 46 мм для 12Х18Н10Т. При этом соотношение размеров  $l$  и  $D$  должно отвечать соответствующим заштрихованным зонам, показанным на рис. 5 и 6.

На рис. 7 и 8 представлены экспериментальная технологическая оснастка для гибки труб и образцы, изогнутые прокаткой и вдавливанием.

Для экспериментального изгиба использовались трубы диаметром 10 мм при толщине стенки 1 мм из материалов АМгЗМ и 12Х18Н10Т, в качестве оборудования применялись токарный станок и гидравлический пресс. Эластичный инструмент был изготовлен из полиуретана марки СКУ-7Л твердостью 80 единиц по Шору А.

Таким образом, показана возможность осуществления технологического процесса гибки труб эластичным инструментом. Этот техпроцесс применим в определенном диапазоне соотношений геометрических размеров труб, зависящем от механических свойств материала труб. При увеличении диаметра труб и уменьшении толщины стенки и длины нагруженного участка возможна потеря устойчивости, предотвращение которой требует дополнительных мероприятий, напри-

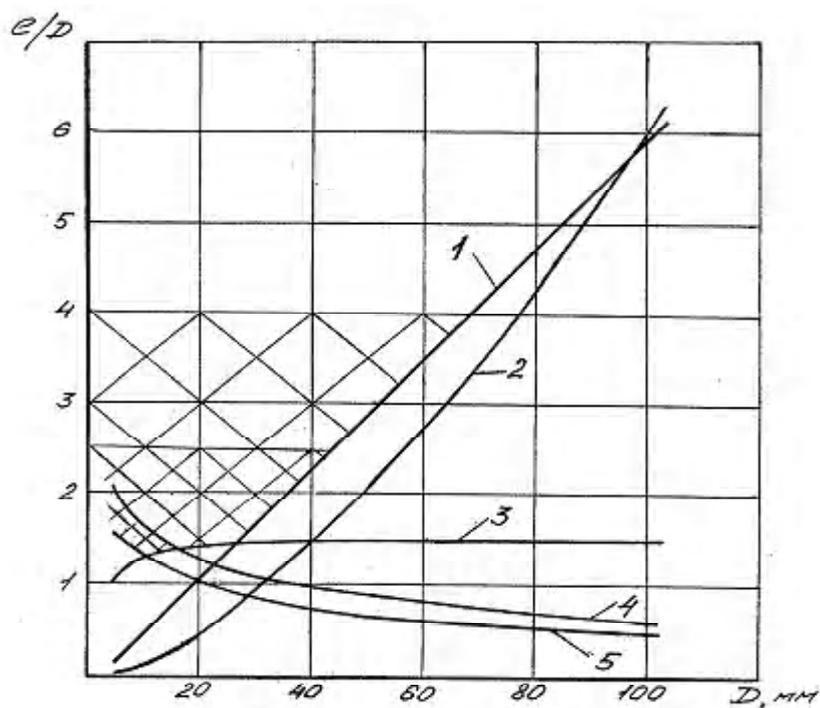


Рис. 5. Зона соотношений размеров  $l$  и  $D$  для изгиба труб из АМг3М:  
1 – граница зоны по условию (9); 2 – граница зоны по условию (10); 3 – граница зоны по условию (11);  
4 – граница зоны по условию (12) для резины; 5 – граница зоны по условию (12) для полиуретана

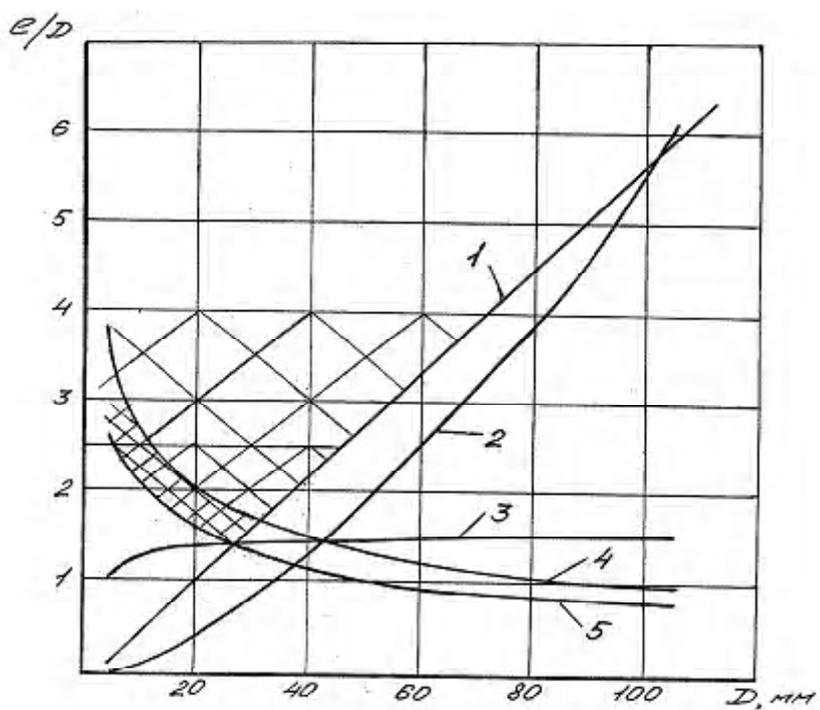


Рис. 6. Зона соотношений размеров  $l$  и  $D$  для изгиба труб из 12Х18Н10Т:  
1 – граница зоны по условию (9); 2 – граница зоны по условию (10); 3 – граница зоны по условию (11);  
4 – граница зоны по условию (12) для резины; 5 – граница зоны по условию (12) для полиуретана

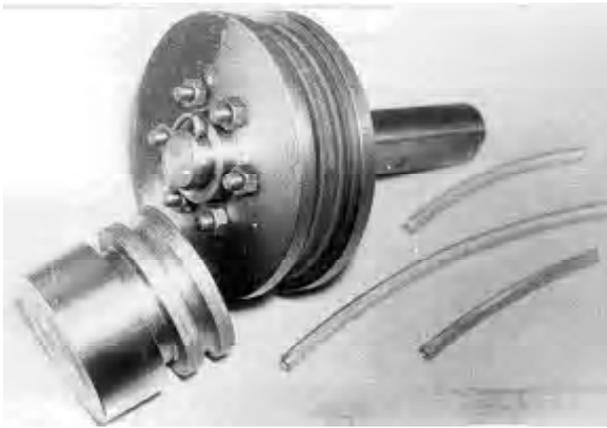


Рис. 7. Экспериментальная оснастка для гибки и образцы труб, изогнутых прокаткой



Рис. 8. Образцы изогнутых труб, полученные вдавливанием

мер, заполнения полости трубы специальным наполнителем. Увеличение диаметра и толщины стенки и уменьшение длины нагруженного участка вызовет увеличение необходимого давления эластичной среды, что, как следствие, потребует увеличения технологического усилия оборудования и конструктивного усложнения оснастки для предотвращения чрезмерного деформирования эластичного инструмента.

Увеличение длины нагруженного участка увеличит габариты оснастки и, соответственно, ее стоимость.

Автор выражает признательность доценту Самарского государственного аэрокос-

мического университета И. С. Ахмедьянову за обсуждение статьи.

#### Список литературы

1. Малинин Н. Н. Прикладная теория пластичности и ползучести. М: Машиностроение, 1968. – 400 с.
2. Вольмир А. С. Устойчивость упругих систем. М.: Госфизматиздат, 1963. – 879 с.
3. Алфутов Н. А. Основы расчета на устойчивость упругих систем. М.: Машиностроение, 1991. – 335 с.
4. Пономарев С. Д., Бидерман В. Л., Лихарев К. К. и др. Расчеты на прочность в машиностроении, том II. М.: Машгиз, 1958. – 974 с.

## POSSIBILITY OF PIPE BENDING BY ELASTIC INSTRUMENTS

© 2004 V. K. Moiseev

Samara State Aerospace University

The possibility to realize the technological process of pipe bending by elastic instruments is shown both theoretically and experimentally. The functions determining the limitations of using the process are obtained.

УДК 629.78.064

## ВЛИЯНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ПРИСОЕДИНЕННЫХ ГИДРАВЛИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ НА ВИБРАЦИОННЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ТРУБОПРОВОДОВ

© 2004 Е. В. Шахматов, А. Б. Прокофьев, Г. М. Макарьянц

Самарский государственный аэрокосмический университет

Представлены результаты исследования на базе использования метода конечных элементов вибропараметров коленообразного трубопровода при его силовом возбуждении пульсациями давления рабочей жидкости для различных случаев динамических характеристик присоединенных к выходному участку гидравлических цепей. Показана существенная зависимость виброакустических характеристик трубопровода от динамической нагрузки присоединенной гидравлической подсистемы.

Эксплуатация гидравлических систем различных технических объектов всегда сопровождается наличием динамических процессов в рабочей жидкости, обусловленных, например, дискретным характером работы качающих узлов насосных агрегатов. Пульсационные процессы в жидкости определяют силовое возбуждение, действующее на элементы трубопроводных систем, которое приводит к их вибрации. Механические колебания трубопроводов снижают надежность и работоспособность систем, сопровождаются поломками и разгерметизацией. Одним из эффективных методов борьбы с данными виброакустическими нагрузками является применение гасителей колебаний давления

[1, 2]. Установка в гидравлическую систему гасителя колебаний приводит не только к уменьшению амплитуд колебаний, но и к изменению формы волны давления [2]. В то же время вопрос оценки влияния формы волны давления в жидкости на вибрационную нагруженность участков трубопроводных цепей остается открытым. В настоящей работе представлены результаты расчетного исследования влияния динамических характеристик присоединенных гидравлических цепей на вибрационные характеристики трубопроводов.

В качестве объекта исследования принят коленообразный участок трубопроводной системы, геометрические характеристики

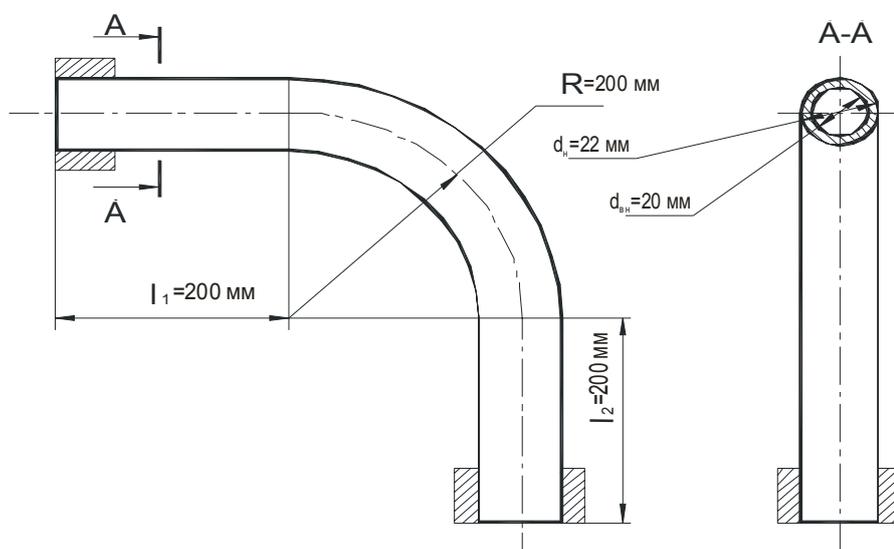


Рис. 1. Форма и основные геометрические характеристики исследуемого трубопровода

которого представлены на рис. 1. Рассматриваемая достаточно простая пространственная конфигурация трубопровода выбрана потому, что, с одной стороны, известные аналитические модели не позволяют осуществить расчет параметров его вибрации в случае силового возбуждения пульсациями давления рабочей жидкости, а с другой стороны, используемые методы моделирования могут быть проиллюстрированы на этом примере в полном объеме. В качестве основного метода моделирования использовался метод конечных элементов. Методика построения модели на базе применения программного комплекса ANSYS описана в работах [3, 4]. Основные допущения разработанной модели: линеаризация уравнений, описывающих виброакустические процессы; пренебрежение вязкими потерями в рабочей жидкости; отсутствие постоянной составляющей расхода жидкости; адиабатичность волновых процессов; постоянство массовых коэффициентов, коэффициентов демпфирования и податливости гидравлической и механической подсистем; пренебрежение эффектами теории тонких оболочек. В качестве граничных условий решаемой задачи задавались: для механической системы – условия закрепления концов трубопровода (для конкретного рассматриваемого случая – жесткая заделка); для гидравлической подсистемы – импеданс в выходном сечении, амплитуда и частота колебаний давления во входном сечении трубопровода. Внешний вид конечноэлементной модели представлен на рис. 2.

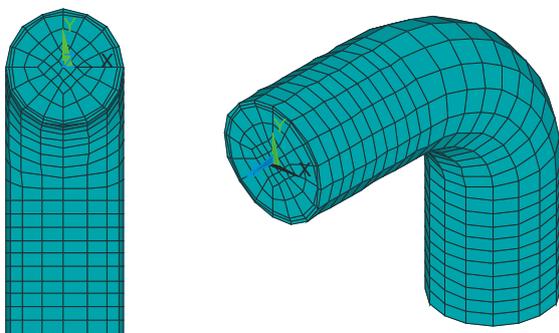


Рис. 2. Конечноэлементная модель исследуемого трубопровода

В данной работе результаты исследования вибрационных характеристик трубопровода ограничены рассмотрением двух крайних случаев динамической нагрузки выходного участка:

- акустически закрытый конец;
- нагрузка на неотражающее сопротивление.

Результаты расчета представлены в виде зависимостей распределения относительной виброскорости по длине трубопровода для различных частот и характеристики нагружения (рис. 3). Под относительной виброскоростью  $\bar{v}$  понимается отношение виброскорости в анализируемой точке к амплитуде пульсаций давления во входном сечении.

Анализ полученных зависимостей позволяет отметить следующие особенности.

1. В исследуемом диапазоне частот независимо от акустической нагрузки на выходе наблюдается тенденция увеличения максимальной относительной виброскорости с ростом частоты и приближением ее к резонансной области механической подсистемы.

2. В диапазоне частот от 50 до 200 Гц максимальное значение относительной виброскорости для случая нагрузки на неотражающее сопротивление несколько больше, чем для акустически закрытого конца. В некоторых поперечных сечениях трубопровода разница между ними достигает 50...70%. Объясняется это тем, что из-за сдвига фаз в различных точках бегущей волны на трубопровод воздействуют местные повышенные изгибающие моменты, в то время как в стоячей волне в частотной области до первого гидравлического резонанса все точки колеблются софазно и нагружение является более равномерным. Форма колебаний трубопровода для обоих случаев схожа.

3. С увеличением частоты в диапазоне от 250 до 700 Гц максимум относительной виброскорости, а также и общая виброн нагруженность в случае нагрузки на акустически закрытый конец резко возрастает по сравнению со случаем нагрузки на неотражающее сопротивление. Это связано с близостью первого гидравлического резонанса 424 Гц, когда в стоячей волне увеличивается ампли-

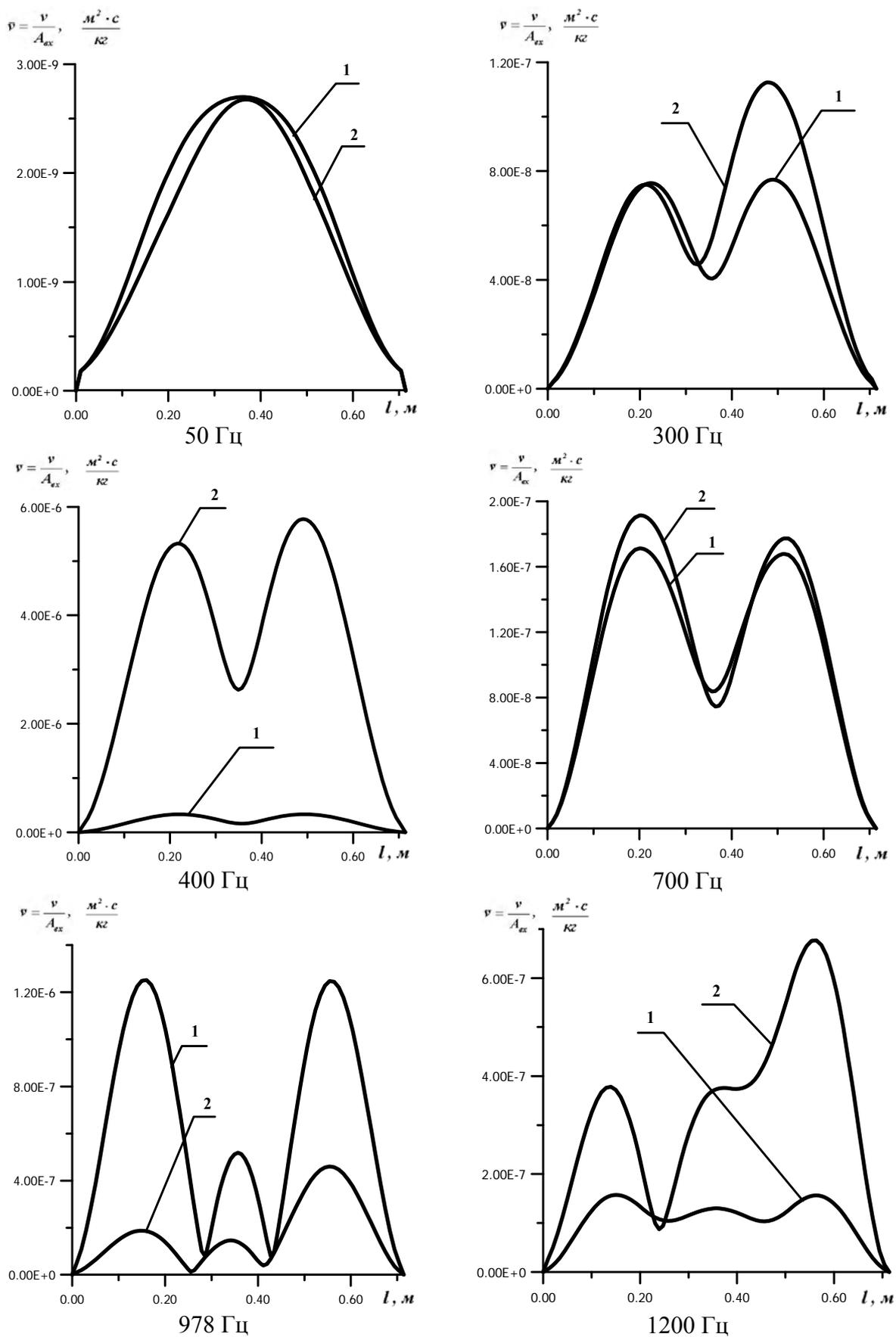


Рис. 3. Распределение относительной виброскорости по длине коленообразного трубопровода:  
 1 – нагрузка на выходе – неотражающее сопротивление,  
 2 – нагрузка на выходе – акустически закрытый конец

туда пучности, расположенной в сечении акустически закрытого конца.

4. В диапазоне частот от 200 Гц до частоты первого гидравлического резонанса положение глобального максимума относительной виброскорости для случая стоячей волны давления плавно перемещается от середины трубопровода к выходу с увеличением частоты возбуждения. При этом во входном участке отмечено появление двух дополнительных экстремальных точек по  $\bar{v}$ : локального минимума и максимума. С увеличением частоты возбуждения и приближением ее к гидравлическому резонансу локальный максимум перемещается в сторону входного сечения, а минимум смещается к центру. Картина распределения приобретает несимметричный характер (например частота 300 Гц, рис. 3). Похожая картина наблюдается и для бегущей волны давления. Однако в данном случае распределение носит симметричный характер относительно середины трубопровода. В частотном диапазоне выше гидравлического резонанса глобальный максимум относительной виброскорости для случая нагрузки на акустически закрытый конец перемещается с выхода на вход трубопровода. Это связано с изменением формы волны давления (рис. 4).

5. В окрестности частоты механического резонанса 977 Гц общий уровень относительной виброскорости для трубопровода с неотражающим сопротивлением на выходе больше, чем для трубопровода с акустически закрытым концом. Это связано с тем, что при одинаковой амплитуде пульсаций давления на входе в трубопровод в случае стоячей волны колебания давления по длине трубопровода несколько меньше, чем в бегущей волне – реализуется так называемый «полу-волновой антирезонанс» (рис. 5).

6. В частотном диапазоне 750...1250 Гц изменяется форма вибрации и появляется второй локальный минимум относительной виброскорости.

7. В районе второго гидравлического резонанса на частоте 1270 Гц также отмечено возрастание относительной виброскорости по длине трубопровода с акустически закрытым концом и ее существенное увеличение по сравнению с трубопроводом, нагруженным на неотражающее сопротивление на выходе.

Представленные данные позволяют сформулировать следующие выводы.

- С увеличением частоты возбуждающей силы и приближением ее к резонансной области механической подсистемы возраста-

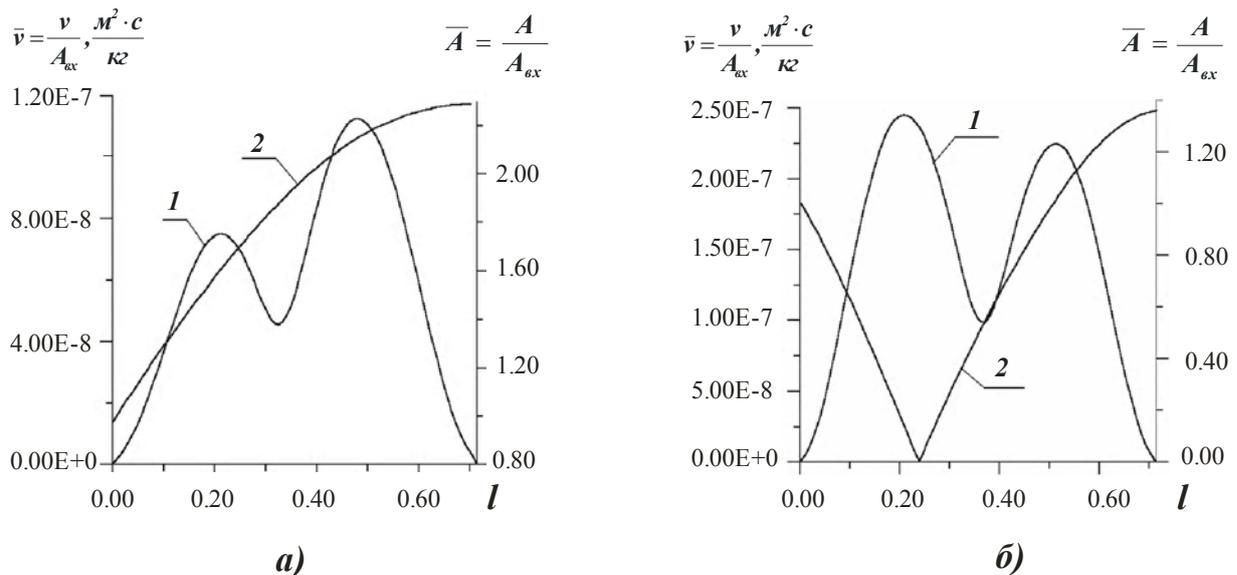


Рис. 4. Динамическая нагруженность коленообразного трубопровода при частоте пульсаций рабочей жидкости 300 Гц (а) и 650 Гц (б) для случая нагрузки на акустически закрытый конец:  
1 – относительная виброскорость,  
2 – относительная амплитуда пульсаций давления

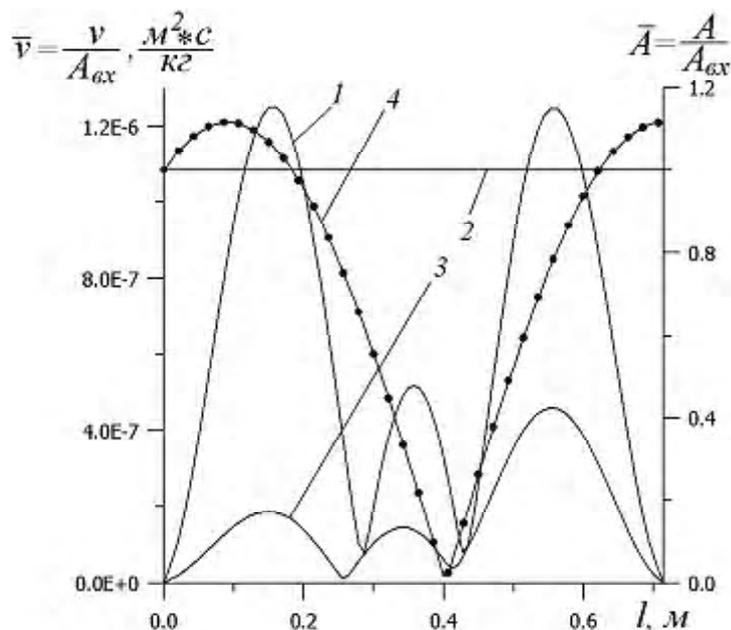


Рис. 5. Виброакустические характеристики коленообразного трубопровода при частоте пульсаций рабочей жидкости 977 Гц:

- 1 - относительная виброскорость при нагрузке на неотражающее сопротивление;
- 2 - относительная амплитуда пульсаций давления при нагрузке на неотражающее сопротивление;
- 3 - относительная виброскорость при нагрузке на акустически закрытый конец;
- 4 - относительная амплитуда пульсаций давления при нагрузке на акустически закрытый конец

ет общий уровень вибронпряженности системы. При этом изменяется форма эпюры распределения вибропараметров по длине трубопровода. С увеличением частоты увеличивается количество пучностей и узлов. При приближении к собственной частоте колебаний механической подсистемы характеристика распределения относительной виброскорости качественно повторяет собственную форму колебаний трубопровода. В межрезонансных областях распределение относительной виброскорости и формы колебаний трубопровода представляет собой взвешенную суперпозицию собственных форм колебаний механической подсистемы.

- Акустическая нагрузка на выходе трубопровода оказывает значительное влияние на его вибронгруженность. В диапазоне частот, находящихся вне зон гидравлического резонанса, максимальный уровень вибронгружения трубопровода с неотражающим акустическим сопротивлением на выходе несколько больше, чем у трубопровода с акустически закрытым концом. Однако с прибли-

жением к области гидравлического резонанса, картина меняется на прямо противоположную. Если трубопровод имеет симметричную (относительно середины) форму, то нагрузка пульсациями давления в виде бегущей волны приводит к симметричному распределению виброскорости по его длине. Для случая динамической нагрузки на акустически закрытый конец симметричность распределения виброскорости нарушается. При этом в межрезонансной области характерно смещение глобального максимума относительной виброскорости к выходу или ко входу в зависимости от эпюры распределения пульсаций давления по длине трубопровода.

Работа выполнена при поддержке Министерства образования России (грант ТО2-06.8-2815), Администрации Самарской области и Американского фонда гражданских исследований и развития (CRDF Project SA-014-02) в рамках российско-американской программы «Фундаментальные исследования и высшее образование» (BRHE).

**Список литературы**

1. Гладких П. А., Хачатурян С. А. Вибрации в трубопроводах и методы их устранения. М.: Машгиз, 1959. – 243 с.
2. Шорин В. П. Устранение колебаний в авиационных трубопроводах. М.: Машиностроение, 1980. – 156 с.
3. Макарьянц Г. М., Прокофьев А. Б., Шахматов Е. В. Моделирование виброакустических характеристик трубопровода с использованием метода конечных элементов // Изв. СНЦ РАН. – Самара, СНЦ РАН, 2002, Т. 4, № 2(8). С. 327-333.
4. Макарьянц Г. М., Прокофьев А. Б., Шахматов Е. В. Использование численных методов при моделировании собственных колебаний трубопроводных систем // Сборник трудов третьей конференции пользователей программного обеспечения CAD-FEM GmbH. М.: Полигон-пресс, 2003. С. 401-408.

**INFLUENCE OF DYNAMIC CHARACTERISTICS OF JOINED HYDRAULIC CHAINS ON VIBRATIONAL CHARACTERISTICS OF PIPELINES**

© 2004 E. V. Shakhmatov, A. B. Prokofiev, G. M. Makariants

Samara State Aerospace University

The results of investigating vibrational parameters of an elbowed pipeline under force excitation by working fluid pressure pulsations using the finite element method are presented. Various cases of dynamic characteristics of hydraulic chains joined to the outlet section are taken into account. Pipeline vibroacoustic characteristics are shown to depend essentially on the dynamic load of the joined hydraulic subsystem.

## ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МЕТОДА ОПОРНЫХ ФУНКЦИЙ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ МАТЕМАТИКИ И МЕХАНИКИ

© 2004 Б. А. Горлач, Г. Ю. Ермоленко

Самарский государственный аэрокосмический университет

Излагается метод решения задач математики и механики – метод опорных функций [1]. Идея метода излагается на примере решения задачи Коши для обыкновенного дифференциального уравнения, задачи Дирихле для эллиптического дифференциального уравнения и задачи теории упругости для анизотропного материала.

I. Пусть требуется решить задачу Коши для обыкновенного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами:

$$\begin{aligned} a_0 y^{(n)}(t) + a_1 y^{(n-1)}(t) + \dots + a_n y(t) &= f(t), \\ y(0) = y_0, \quad y'(0) = y_1, \quad y^{(n-1)}(0) &= y_{n-1}. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь  $y(t)$  – искомая функция;  $y^{(i)}(t)$  – производная искомой функции порядка  $i$ ;  $f(t)$  – свободный член уравнения;  $a_i$  – постоянные коэффициенты уравнения;  $y(0) = y_0, \quad y'(0) = y_1, \quad y^{(n-1)}(0) = y_{n-1}$  – начальные условия.

Будем считать, что искомое решение  $y(x)$  и свободный член  $f(x)$  удовлетворяют условиям существования преобразования Лапласа. Тогда для (1) в образах будем иметь:

$$\begin{aligned} a_0 p^n (Y(p) - \frac{y(0)}{p} - \dots - \frac{y^{(n-1)}(0)}{p^{n-1}}) + a_1 p^{n-1} (Y(p) - \frac{y(0)}{p} - \dots - \frac{y^{(n-2)}(0)}{p^{n-1}}) + \dots + a_n Y(p) &= F(p). \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь  $p$  – параметр преобразования Лапласа,  $Y(p)$  – образ Лапласа искомого решения,  $F(p)$  – образ Лапласа свободного члена уравнения.

Перепишем (2) в виде

$$\begin{aligned} Y(p) &= \frac{F(p)}{a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_n} + \\ &+ \frac{(a_0 p^{n-1} + a_1 p^{n-2} + \dots + a_{n-1})y(0) + \dots + a_0 y^{(n-1)}(p)}{a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_n}. \end{aligned} \quad (3)$$

Если ввести обозначения

$$\begin{aligned} (a_0 p^{n-1} + a_1 p^{n-2} + \dots + a_{n-1})y(0) + \\ + \dots + a_0 y^{(n-1)}(p) &= \Psi(p), \\ \frac{1}{a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_n} &= G(p), \end{aligned} \quad (4)$$

то соотношение (3) можно записать в виде

$$Y(p) = G(p)(F(p) + \Psi(p)). \quad (5)$$

Из соотношения (5) в соответствии с теоремой о свертке и свойствами преобразования Лапласа получаем

$$y(t) = \int_0^t G(t-\tau) f(\tau) d\tau + \int_0^t G(t-\tau) \psi(\tau) d\tau. \quad (6)$$

Здесь  $G(t)$  – оригинал для образа Лапласа,  $G(p)$  – функция Грина исходной краевой задачи, а  $\psi(\tau)$  – оригинал для  $\psi(p)$  – образа Лапласа начальных условий.

Запишем (5) в виде

$$\frac{1}{a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_n} = G(p) = \frac{Y(p)}{F(p) + \Psi(p)}. \quad (7)$$

Из равенства (7) следует, что отношение образов Лапласа  $Y(p)$  и  $F(p) + \Psi(p)$  должно быть постоянным для любых решений исходной задачи (1) и представлять собой образ Лапласа ее функции Грина. Поэтому для того, чтобы найти образ Лапласа функции Грина исходной задачи Коши, достаточ-

но взять произвольное решение – опорную функцию, вычислить образы Лапласа  $Y(p)$  и  $F(p) + \Psi(p)$  и поделить одно на другое.

Проиллюстрируем это на примере задачи Коши для уравнения второго порядка:

$$\begin{aligned} a_0 y''(t) + a_2 y(p) &= f(t), \\ y(0) = y_0, \quad y'(0) &= y_1. \end{aligned} \quad (8)$$

1. Выберем в качестве опорной функции  $y(t) = t^3$ . Тогда  $f(t) = a_0 6t + a_2 t^3$ .

Вычислим начальные условия  $y(0) = 0$ ,  $y'(0) = 0$  и образы Лапласа этих функций. Будем иметь

$$Y(p) = \frac{6}{p^4}, \quad F(p) = \frac{a_0 6}{p^2} + \frac{a_2 6}{p^4},$$

откуда

$$G(p) = \frac{\frac{6}{p^4}}{\frac{a_0 6}{p^2} + \frac{a_2 6}{p^4}}$$

либо

$$G(p) = \frac{1}{a_0 p^2 + a_2}.$$

2. Выберем в качестве опорной функции  $y(t) = \sin(kt)$ . Тогда

$$\begin{aligned} f(t) &= -a_0 k^2 \sin(kt) + a_2 \sin(kt) = \\ &= \sin(kt)(-a_0 k^2 + a_2). \end{aligned}$$

Вычислим начальные условия  $y(0) = 0$ ,  $y'(0) = k$  и образы Лапласа этих функций. Будем иметь

$$Y(p) = \frac{k}{p^2 + k^2},$$

$$F(p) + \Psi(p) = \frac{(-a_0 k^2 + a_2)k}{p^2 + k^2} + a_0 k$$

откуда

$$G(p) = \frac{\frac{k}{p^2 + k^2}}{\frac{(-a_0 k^2 + a_2)k}{p^2 + k^2} + a_0 k}$$

либо

$$G(p) = \frac{1}{a_0 p^2 + a_2}.$$

Видно, что в обоих случаях при столь не похожих опорных функциях получен один и тот же образ Лапласа функции Грина исходной задачи Коши. В качестве опорной функции можно брать любую функцию, имеющую производные - функции, отличные от тождественного нуля до порядка  $n$  – порядка уравнения включительно. Например, в случае дифференциального уравнения второго порядка опорная функция должна иметь производные, отличные от тождественного нуля до второго порядка. Поэтому в качестве опорных функций в этих примерах взяты  $t^3$  и  $\sin(kt)$ . Если это условие не выполняется, то исходное дифференциальное уравнение относительно опорной функции вырождается в уравнение меньшего порядка.

Таким образом, из соотношения (6) и его образа Лапласа (5) следует, что для поиска решения задачи Коши не нужно решать дифференциальное уравнение, а достаточно методом опорных функции найти образ Лапласа функции Грина, умножить его на сумму образов Лапласа свободного члена и начальных условий и вычислить обратное преобразование Лапласа.

II. Аналогичная ситуация складывается в случае решения краевых задач для эллиптических дифференциальных уравнений. В случае задачи Дирихле

$$\begin{aligned} \operatorname{div}(k \nabla u(\bar{x})) - qu(\bar{x}) &= f(\bar{x}); \\ u(\bar{x})|_S &= \bar{u}(\bar{x}) \end{aligned} \quad (9)$$

для поиска функции Грина необходимо решить задачу

$$\begin{aligned} \operatorname{div}(k \nabla G(\bar{x})) - qu(\bar{x}) &= \delta(\bar{x}); \\ G(\bar{x})|_S &= 0. \end{aligned} \quad (10)$$

В случае задачи Неймана

$$\begin{aligned} \operatorname{div}(k \nabla u(\bar{x})) - qu(\bar{x}) &= f(\bar{x}); \\ \frac{\partial u(\bar{x})}{\partial n} \Big|_S &= \varphi(\bar{x}) \end{aligned} \quad (11)$$

для поиска функции Грина необходимо решить задачу

$$\begin{aligned} \operatorname{div}(k \nabla G(\bar{x})) - qu(\bar{x}) &= \delta(\bar{x}); \\ \frac{\partial G(\bar{x})}{\partial n} \Big|_S &= 0. \end{aligned} \quad (12)$$

В задачи для поиска функций Грина (10) и (12) не входят свободные члены уравнений и краевые условия задач Дирихле и Неймана, и они для всех возможных решений этих задач, определяемых краевыми условиями и свободными членами уравнений, всегда одни и те же. Поэтому найти функцию Грина задачи Дирихле или задачи Неймана для конечных областей произвольной формы можно методом опорных функций, не прибегая к решению задач (10) и (12). Действительно, в случае задачи Дирихле (9) решение  $u(\bar{x})$  выражается через функцию Грина соотношением

$$u(\bar{x}) = -k \int_S \varphi(\bar{y}) \frac{\partial G(\bar{x} - \bar{y})}{\partial n} dS - \int_V G(\bar{x} - \bar{y}) f(\bar{y}) d\bar{y}. \quad (13)$$

Используя метод опорных функций, из соотношения (13), не решая задачу (10), можно найти функцию Грина. Для этого достаточно решить уравнение (13) относительно функции Грина  $G$  при выбранной опорной функции  $u(\bar{x})$ . Поскольку в уравнении (13) присутствуют свертки, то удобно решать его методом преобразования Фурье, предполагая наличие Фурье-образа у функции Грина, опорной функции и соответствующего свободного члена уравнения. Из всех возможных

опорных функций удобнее взять такую, чтобы уравнение (13) для поиска функции Грина получилось легко решаемым. Если, например, в качестве опорной взять функцию, принимающую нулевые значения на границе области, то уравнение (13) примет вид

$$u(\bar{x}) = - \int_V G(\bar{x} - \bar{y}) f(\bar{y}) d\bar{y}. \quad (14)$$

В этом случае Фурье-образ функции Грина  $G^*(\bar{k})$  выразится через Фурье-образы опорной функции и вычисленной по ней правой части уравнения согласно теореме о свертке

$$G^*(\bar{k}) = - \frac{u^*(\bar{k})}{f^*(\bar{k})}. \quad (15)$$

Выбор функций, дважды непрерывно дифференцируемых в рассматриваемой области и принимающих нулевые значения на ее границе, достаточно широк. В качестве таких функций можно, например, выбрать функции вида:  $u(\bar{x}) = ((z - \gamma(x, y))^n)$ , где  $z = \gamma(x, y)$  - уравнение границы области.

III. Работоспособность метода опорных функций проверялась на решении различных задач. Приведем здесь решение задачи Дирихле для эллиптического дифференциального уравнения в случае, когда рассматриваемая область представляет собой кольцо:

$$\frac{\partial^2 u(x, y)}{\partial x^2} + 0,3 \frac{\partial^2 u(x, y)}{\partial y^2} - 7u(x, y) = f(x, y). \quad (16)$$

Внутренний радиус кольца равняется  $5\pi$ , а внешний -  $10\pi$ . Опорное решение имеет вид

$$u(x, y) = (x^2 + y^2 - (5\pi)^2)^2 (x^2 + y^2 - (10\pi)^2)^2$$

и принимает на границах кольца нулевое значение. По опорному решению вычисляется свободный член уравнения, а затем Фурье-образы опорного решения и свободного члена. Фурье-образ функции Грина находится как частное Фурье-образов опорного реше-

ния и свободного члена. В качестве контрольного решения выбирается функция

$$u(x, y) = \frac{(x+1)^{\frac{1}{4}}}{15} + 1 + \frac{(y+1)^{\frac{7}{15}}}{15}. \quad (17)$$

По контрольному решению вычисляется свободный член уравнения и краевое условие, по которым с помощью найденного Фурье-образа функции Грина строится решение задачи. Затем контрольное решение сравнивается с найденным по краевому условию и свободному члену. Результаты показали, что решения совпадают с точностью до третьего знака после запятой.

IV. Метод опорных функций можно применять и в задачах теории упругости, и при решении интегральных уравнений. Если можно выразить решение задачи в виде интегрального оператора, то его ядро может быть точно, либо, в крайнем случае, аналитически приближенно найдено методом опорных функций. Покажем, как этим методом решаются задачи теории упругости для анизотропных материалов при деформировании конечных тел произвольной формы.

Рассмотрим первую краевую задачу статической теории упругости для анизотропного материала:

$$\begin{aligned} \sigma_{ij,j}(\mathbf{x}) &= F_i(\mathbf{x}); & \varepsilon_{ij}(\mathbf{x}) &= \frac{1}{2} \{u_{i,j}(\mathbf{x}) + u_{j,i}(\mathbf{x})\}; \\ \sigma_{ij}(\mathbf{x}) &= \Gamma_{ijpq} \cdot \varepsilon_{pq}(\mathbf{x}); & u_i(\mathbf{x})|_S &= u_{i0}(\mathbf{x}). \end{aligned} \quad (18)$$

Здесь  $\Gamma_{ijpq}$  - компоненты тензора упругих постоянных, поверхность  $S$  - кусочно-гладкая,  $\mathbf{x}$  - радиус-вектор точки пространства.

Для решения краевой задачи (18) вектор перемещений  $u(\mathbf{x})$  представим в виде

$$\begin{aligned} u_i(\mathbf{x}) &= \int_V G_{ij}(\mathbf{x}-\mathbf{y}) F_j(\mathbf{y}) d\mathbf{y} - \\ &- \int_S u_{j0}(\mathbf{y}_S) (\sigma)_{ijq}(\mathbf{G}(\mathbf{x}-\mathbf{y}_S)) n_q(\mathbf{y}_S) dS, \end{aligned} \quad (19)$$

где  $G_{ij}(\mathbf{x}-\mathbf{y})$  - тензор Грина краевой задачи (18).

Соотношение (19) при известных вектор-функциях  $u_i(\mathbf{x}), F_j(\mathbf{y})$  представляет собой интегральное уравнение для поиска неизвестного  $G_{ij}(\mathbf{x})$  - тензора Грина краевой задачи (18). Выберем в качестве опорных несколько векторов  $u(\mathbf{x})$ , компоненты которых на поверхности  $S$  тела принимают нулевые значения. В этом случае уравнение (19) упростится:

$$u_i^\ell(\mathbf{x}) = \int_V G_{ij}(\mathbf{x}-\mathbf{y}) F_j^\ell(\mathbf{y}) d\mathbf{y}, \quad (20)$$

где индекс  $\ell$  определяет номер выбранной опорной вектор-функции.

Воздействуя оператором Ламе

$$(\mathbf{L} \cdot \mathbf{u}(\mathbf{x}))_i^\ell = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \Gamma_{ijkh} \frac{1}{2} \left( \frac{u_k^\ell(\mathbf{x})}{x_h} + \frac{u_h^\ell(\mathbf{x})}{x_k} \right) \right] = F_i^\ell(\mathbf{x})$$

на выбранные опорные векторы перемещений, вычислим соответствующие им векторы массовых сил.

Преобразуем равенство (20) по Фурье. Согласно теореме о свертке по конечной области

$$u_i^*{}^\ell(\mathbf{k}) = G_{ij}^*{}^\ell(\mathbf{k}) F_j^*{}^\ell(\mathbf{k}). \quad (21)$$

Равенство (21) позволяет найти искомый тензор Грина краевой задачи (18):

$$G_{ij}(\mathbf{x}) = \frac{1}{(2\pi)^3} \iiint_{R^3} e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{x}} u_i^*{}^\ell(\mathbf{k}) (F_j^*{}^\ell(\mathbf{k}))^{-1} d\mathbf{k}. \quad (22)$$

В качестве деформируемого тела рассматривается анизотропная прямоугольная пластина со стороной  $20\pi$  и с круглым отверстием, смещенным относительно центра пластины. По двум выбранным опорным вектор-функциям определяется тензор Грина задачи. Далее, аналогично предыдущему, в качестве контрольного решения выбирается вектор-функция с компонентами:

$$u_x(x, y) = x + xy^3 / 10^5 - y^3 / 10^5 + x^2 / 5 \cdot 10^3;$$
$$u_y(x, y) = xy^3 / 10^5.$$

свободному члену. Результаты, как и в предыдущем случае, совпали с точностью до третьего знака после запятой.

По контрольному решению вычисляется вектор массовых сил и краевое условие, по которым с помощью найденного Фурье-образа функции Грина строится решение задачи. Затем контрольное решение сравнивается с найденным по краевому условию и

#### **Список литературы**

1. Ермоленко Г. Ю. Напряженно-деформированное состояние упругих и вязкоупругих конечных тел произвольной формы при статических и динамических нагружениях. Самара: СГАУ, 2001. - 149 с.

## **THE SUPPORT FUNCTIONS METHOD FOR MATHEMATICAL AND MECHANICAL PROBLEMS**

© 2004 B. A. Gorlach, G. E. Ermolenko

Samara State Aerospace University

This article is devoted to support functions method for solving mathematical and mechanical problems. The method concept presented by the examples: Cauchy problem for ODE, Dirichlet problem for elliptic differential equation and elasticity problem for anisotropic material.

## КОНСОЛИДИРОВАННОЕ ФУНКЦИОНИРОВАНИЕ ЭЛЕКТРОННОЙ СИСТЕМЫ КОНКУРСНЫХ ЗАКУПОК

© 2004 М. А. Кораблин, А. В. Юрасов

Поволжская государственная академия телекоммуникаций информатики, г. Самара

Предложена модель электронной системы закупок на основе конкурса поставщиков и изучено ее функционирование на примере одноэтапного открытого конкурса поставщиков по закупке продукции для государственных нужд. В качестве примера приводится система «ПАРУС Госзакупки».

Повышение эффективности использования бюджета и снижение затрат на процессы закупок продукции для государственных нужд является одним из важнейших направлений государственной политики во всех странах. В настоящее время существенными особенностями этой политики во многих странах является приоритетное развитие систем информационного обеспечения, внедрение современных информационных технологий, технологий электронной коммерции как в процессы проведения государственных закупок, так и в анализ их результатов.

Принципы построения и порядок функционирования предлагаемой электронной системы конкурсных закупок можно рассмотреть на основе предусмотренного российским законодательством одноэтапного открытого конкурса по закупке товаров для государственных нужд без предварительного квалификационного отбора поставщиков [1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8].

На первом этапе организации закупок учреждения и организации – получатели бюджетных средств - создают заявки в электронной системе закупок, выбирая товарную категорию, описывая товар в существующих наборах характеристик, указывая требуемый срок поставки, бюджетную статью, необходимое количество и ориентировочную цену.

Работа подсистемы сбора заявок бюджетополучателей носит двухуровневый характер. На первом уровне администратор (как правило, им является начальник службы снабжения соответствующей организации) со своего компьютера выдает сотрудникам, ответственным за представление заявок на снабжение своих подразделений, пароли,

права доступа и лимиты расходования средств.

На втором уровне сотрудники отдельных структурных звеньев (отделов, департаментов и т. д.) одной организации принимают участие в формировании общей заявки организации. Представление ими заявок происходит в рамках лимитов расходования средств, определенных каждому сотруднику или отделу (фактически ответственный сотрудник формирует предварительную заявку своего подразделения). Эта схема аналогична традиционной, когда подразделения представляют заявки в письменном виде, но электронная форма позволяет автоматически осуществлять дополнительную обработку информации.

Программа формирует общую ведомость заказа с группировкой по сотрудникам, отделам, товарам или товарным группам. Ответственный за снабжение – администратор (например, руководитель административно-хозяйственной части) - может вносить в эти данные коррективы (убирать или добавлять товары, менять лимиты). После визирования заказ отправляется на сервер закупок.

При недостатке средств на полную оплату заказанных товаров (или выходе за лимиты бюджетного финансирования) сотрудник службы снабжения может указать, что будет оплачиваться в первую очередь, а что в дальнейшем. В этом случае сводная заявка будет отправлена на первоочередные товары, а остальные потребности программа «запомнит». По всем отделам ведется архив заказов, позволяющий отслеживать потребности и дублировать сделанные заказы.

Кроме значительного сокращения времени на сбор и обработку заявок по снабжению предлагаемая схема предоставляет ряд дополнительных сервисных возможностей. Подразделения организации на этапе оформления заявки знают сумму заявки; определяют, выходит ли она за установленные лимиты; могут изменять заявку, «подгоняя» ее под лимит, и т.п. После ввода в систему заявки государственных заказчиков отправляются для консолидации и утверждения вышестоящим организациям (например, отделу муниципального заказа).

Утвержденные заявки попадают в общий реестр нужд, где они могут быть обработаны контролирующими подразделениями распорядителя бюджетных средств, которым подчинен получатель бюджетных средств. Заявки, находящиеся в реестре нужд, проходят предварительную обработку. Основное действие, проводимое с заявками, – консолидация или объединение нескольких заявок одной товарной категории в единую (консолидированную) заявку по определенным параметрам (товарным и временным характеристикам, бюджетным статьям и т. д.). Над заявками могут производиться и следующие действия:

- замена номенклатуры – замена товарной номенклатуры или характеристик одной

или нескольких заявок для приведения заявок к единому виду;

- приостановление и аннулирование – отклонение заявки от участия в закупках;
- визирование заявки – поэтапное утверждение заявки уполномоченными ответственными работниками заказчика и передача ее на следующий уровень обработки.

Консолидированные заявки образуют лоты, по которым и проводятся конкурсные торги (рис. 1, ЭЦП – электронная цифровая подпись). Существует возможность дополнительной консолидации на уровне лотов.

При проведении консолидации возможны следующие операции с заявками и лотами:

- укрупнение (объединение нескольких) лотов;
- разбивка (детализация) лотов;
- утверждение лотов к закупке.

Заказчики имеют возможность в любой момент просмотреть состояние своих заявок (принята к исполнению, изменена, отложена, аннулирована, включена в лот, выполнена), получить информацию о внесенных в заявки изменениях. Информация об изменении статуса заявки сообщается заказчику с помощью системных сообщений.

Для сформированных лотов заказчик при участии организатора конкурсов формирует конкурсную документацию.

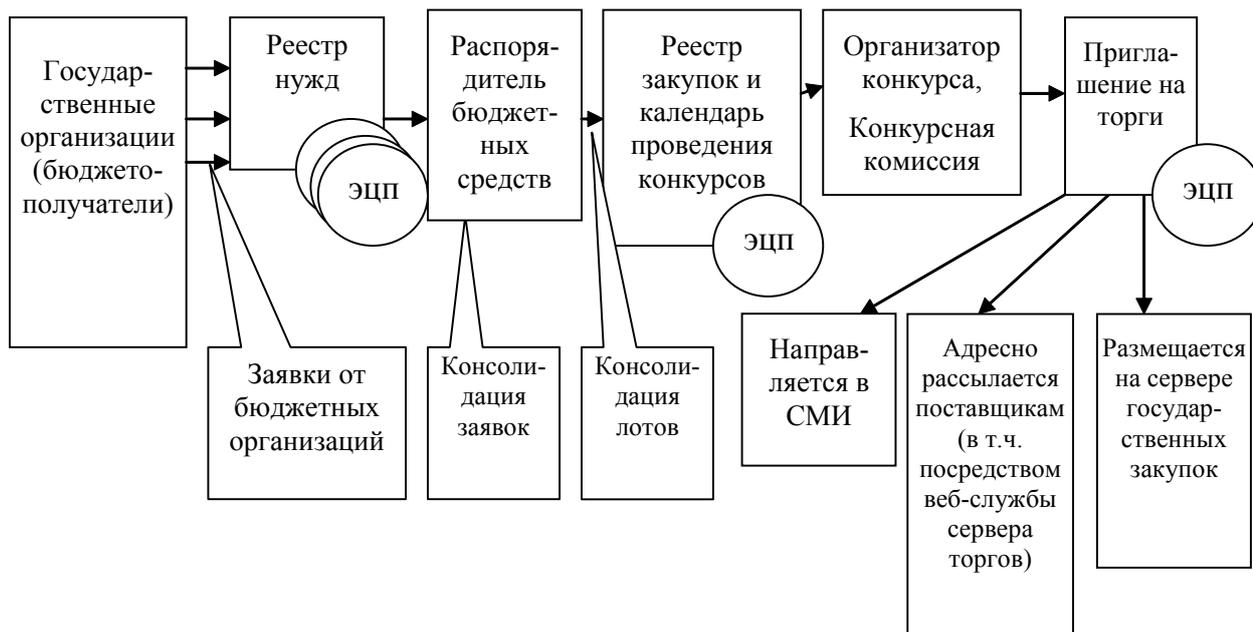


Рис. 1. Подготовка к проведению конкурса

После обработки и утверждения заявки она передается в реестр закупок и оформляется в лот для проведения торгов. Лоты размещаются в реестре закупок, где с ними работает аналитик государственного заказчика.

В реестре закупок происходит привязка лотов к определенной закупке, т. е. формируется закупочная спецификация. На основании имеющихся лотов создается календарь конкурсных торгов. Лот не может рассматриваться на нескольких конкурсах, однако на одном конкурсе может быть рассмотрено несколько лотов.

Далее начинается процедура привлечения к участию в торгах поставщиков и наполнения реестра предложений.

Организаторы конкурса размещают объявление о проведении конкурсных торгов на официальном сервере государственных закупок и в средствах массовой информации (СМИ). Приглашение может также рассылаться адресно поставщикам, зарегистрированным в базе данных поставщиков.

База данных пополняется в ходе проведения торгов. Для поиска поставщиков и информирования их о подготавливаемых конкурсах могут использоваться технологии веб-служб и реестра UDDI.

Одна из задач системы состоит в формировании маркетингового справочника, содержащего информацию о предложениях региональных поставщиков и позволяющего оперативно оценивать ситуацию на рынке. Данные справочника могут использоваться маркетологами и экспертами при бюджетном планировании, составлении конкурсных условий и оценке предложений поставщиков для участия в конкурсе.

С помощью системы можно проводить срочные закупки и закупки у единственного источника. В дальнейшем на базе системы можно организовать региональную торговую площадку, возможностями и предложениями которой могут воспользоваться сторонние, независимые покупатели.

Все эти преимущества системы должны быть доведены до поставщиков с помощью рекламы, СМИ, информационных семинаров и презентаций, прямой почтовой и электронной рассылки.

Поставщики могут регистрироваться в системе, используя модуль автоматической регистрации. При необходимости поставщик может указать дополнительную информацию (лицензии, расчетные счета и т. д.). Участие поставщиков в системе может быть платным, и деньги могут вноситься как в виде абонен-

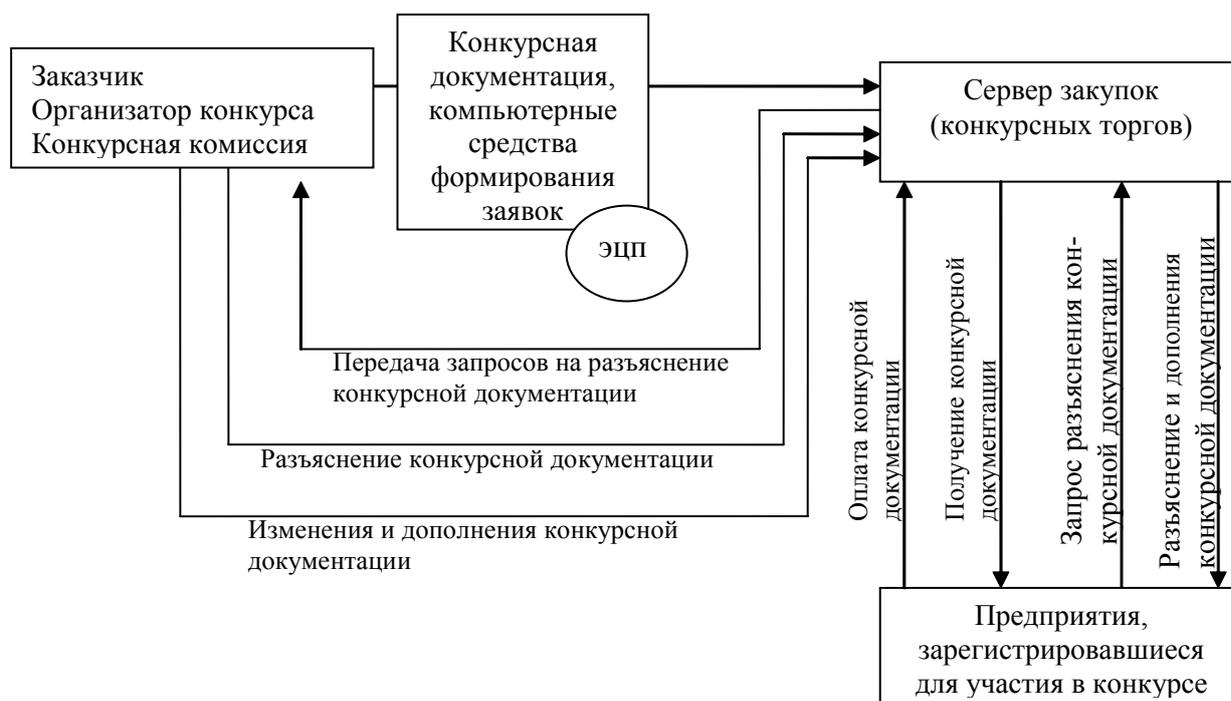


Рис. 2. Разработка и размещение конкурсной документации

тской платы, так и в виде разовых платежей за предоставление конкурсной документации по отдельным конкурсам.

Предложения поставщиков могут быть занесены в систему несколькими способами:

- через рабочее место поставщика в системе, используя Web-интерфейс;
- операторами системы, к которым предложения поступают в виде описания товаров и прайс-листов (данный сервис может быть платным);
- в виде файлов формата \*.XLS определенной структуры.

Затем поставщики регистрируются на выбранный конкурс, выбирая его из списка на сервере государственных закупок. Непосредственная подготовка к проведению конкурса состоит из следующих этапов:

1. *Создание конкурсной комиссии.* Конкурсная комиссия создается организатором конкурса, и информация о составе комиссии хранится в системе.

2. *Закрепление лотов за конкурсной комиссией.* Для каждой конкурсной комиссии определяются:

- дата и место заседания конкурсной комиссии (проведения конкурса);
- даты начала и окончания, а также порядок приема заявок от поставщиков на участие в конкурсе;

- порядок и место получения конкурсной документации;

- размер оплаты за конкурсную документацию и реквизиты для оплаты;

- вид конкурса (открытый или закрытый);

- список лотов, по которым будут проводиться конкурсные торги.

3. *Размещение конкурсной документации.* Конкурсная документация размещается в системе в виде файлов стандартных форматов.

4. *Автоматическое формирование плана-графика заседаний конкурсных комиссий.* План-график заседаний конкурсных комиссий доступен как участникам системы, так и всем желающим на гостевой странице сайта системы. При этом в открытом доступе публикуется только информация об открытых торгах, информация о закрытых конкурсах доступна только поставщикам, приглашенным к участию в них.

5. *Объявление о проведении конкурса.* При наступлении момента объявления о начале конкурса в плане-графике заседаний конкурсных комиссий изменяется статус данного конкурса. Председатель конкурсной комиссии, получив оповещение от электронной системы конкурсных торгов, инициирует процесс оповещения поставщиков:



Рис. 3. Получение конкурсных предложений

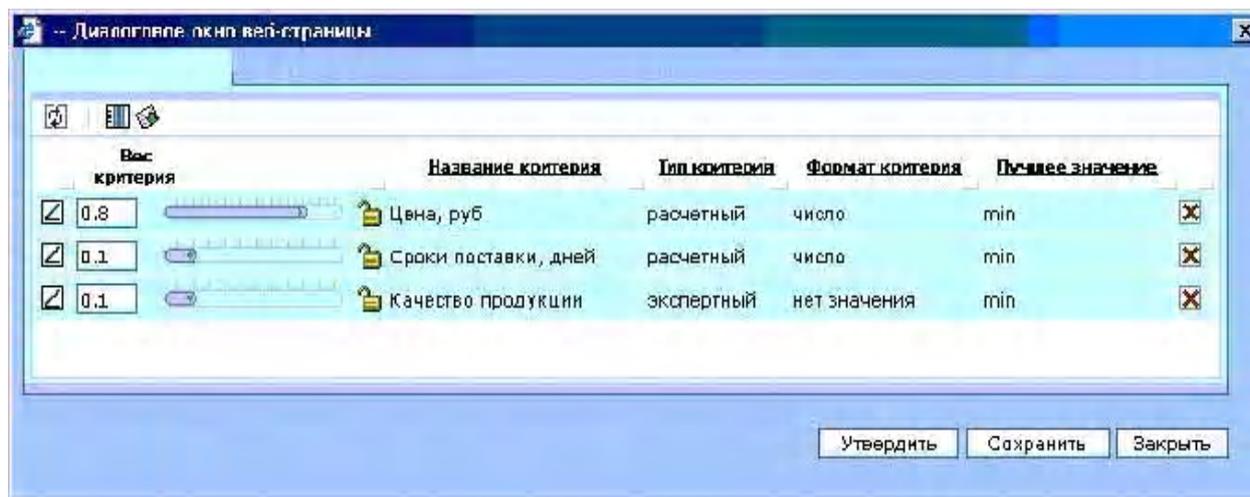


Рис. 4. Определение критериев балльного анализа и их весовых коэффициентов в системе «ПАРУС Госзакупки»

- информация о конкурсе становится доступной в гостевой зоне сервера торгов для просмотра;

- информация о конкурсе становится доступной в рабочей зоне сервера торгов для подачи заявок на участие в конкурсе;

- проводится электронная рассылка объявлений о начале приема документации на конкурс по поставщикам, подписавшимся на новостную рассылку по данной группе товаров.

Размещение конкурсной документации по проведению торгов (рис. 2) может по времени совпадать с рассылкой приглашения к участию в торгах [9].

Зарегистрированные для участия в конкурсе поставщики получают доступ к конкурсной документации. С этого момента сервер закупок организует прием и контролирует прохождение поступающих от поставщиков запросов на разъяснение конкурсной документации.

Выдав участнику конкурса квитанцию о приеме его вопроса (подписанную ЭЦП сервера), сервер контролирует, чтобы конкурсная комиссия в отведенный срок ответила на поставленный вопрос. Разъяснение комиссии автоматически рассылается всем участникам конкурса.

Размещение документации и прием вопросов от поставщиков в Интернете заметно ускоряет процедуру конкурсных торгов, давая поставщикам больше времени на содержательную подготовку конкурсных предложений.

В общем случае регистрация поставщиков на участие в конкурсе происходит в следующей последовательности:

- поставщик регистрируется в системе, если он не является участником системы;

- в рабочей зоне системы в разделе «План-график заседаний конкурсных комиссий» поставщик подает заявку на участие в конкурсе;

- при необходимости поставщик оплачивает получение конкурсной документации, а также предоставляет дополнительные документы, если это требуется;

- в случае отказа в аккредитации на участие в конкурсе (например, в связи с неудовлетворительным финансовым положением) поставщику высылается уведомление об отказе;

- при принятии положительного решения об аккредитации поставщика на участие в конкурсе поставщику отправляется уведомление об аккредитации;

- после аккредитации поставщику становится доступной конкурсная документация на лоты, участвующие в соответствующем конкурсе;

- в определенные сроки поставщик должен подать комплект документов своего предложения на конкурс в соответствии с требованиями конкурсной документации.

Следующий этап конкурсных процедур – сбор поступающих от поставщиков заявок (заполненных комплектов документов из конкурсной документации). На сервере государственных закупок размещаются специально

разработанные формы и программы для автоматизированного заполнения заявок на участие в конкурсе. При получении очередной заявки сервер оповещает об этом конкурсную комиссию, посылая оговоренный минимум информации о ней (рис. 3) [9].

Сервер государственных закупок может осуществлять закрытый контроль соответствия поступающих на конкурс заявок условиям, оговоренным в конкурсной документации (например, по срокам выполнения подрядных работ и финансово-экономическим характеристикам участника). При этом, если заявка успешно прошла входной контроль, сервер высылает участнику конкурса по электронной почте квитанцию приема заявки (подписанную ЭЦП сервера). В противном случае адресату направляются соответствующие замечания.

Следующий этап конкурсных процедур – непосредственное проведение конкурса. В определенный условиями конкурса срок сервер государственных закупок прекращает прием заявок и реализует процедуру, аналогичную традиционному «вскрытию конвертов». Процедура реализуется как предоставление конкурсной комиссии доступа к полным текстам заявок.

Сервер государственных закупок в момент вскрытия конвертов «оглашает» (т.е. публикует в Интернете и рассылает по почтовым адресам участников конкурса) всю информацию о составе участников конкурса и их предложениях, предоставление которой предусмотрено существующим законодательством.

Далее к работе приступает конкурсная комиссия. Поступившие заявки обрабатываются, проверяются на корректность, систематизируются. Разработанная система комплексной балльной оценки позволяет автоматизировать оценку и выбор поставщиков, предложивших наиболее выгодные условия исполнения заказа.

Принцип балльной оценки заключается в анализе поданных предложений по заранее определенному перечню критериев. Всем критериям оценки присваиваются весовые коэффициенты (рис. 4). Оценки определяются расчетным путем или ставятся членами конкурсной комиссии, суммируются с учетом весовых коэффициентов и используются для ранжирования объектов сравнения (поставщиков или их предложений).

Это ранжирование служит ориентиром для конкурсной комиссии при определении



Рис. 5. Направление уведомлений о результатах конкурса

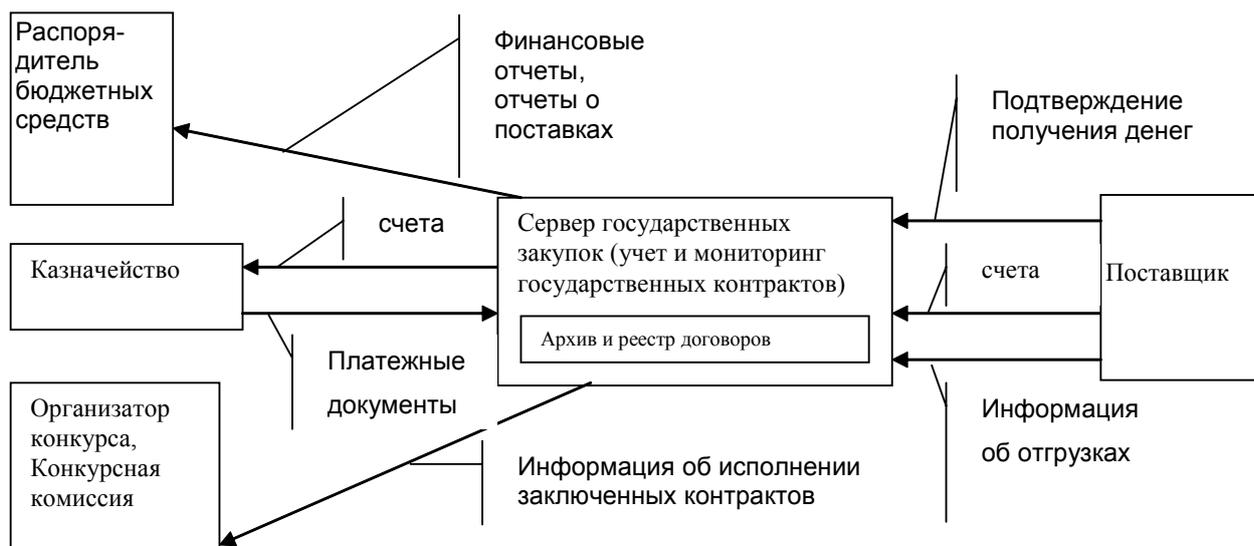


Рис. 6. Информационные потоки в процессе исполнения государственных контрактов

победителя. В настоящее время участники конкурсов в большинстве случаев могут представить в качестве доказательства своей способности выполнить предполагаемый контракт документы, подтверждающие их квалификацию, финансово-экономическое положение, деловую репутацию и опыт проведения аналогичных работ, а также техническое задание и описание порядка выполнения заказываемых работ.

Главной проблемой при автоматизации деятельности по оценке этой разнородной информации и выборе победителя конкурса выступают формализация квалификационных требований к участникам конкурса и определение весовых оценочных коэффициентов в формулах взвешенного суммирования при оценке технико-экономических характеристик закупаемой сложной продукции.

Формализация весовых оценочных коэффициентов и квалификационных требований к финансово-экономическим характеристикам предприятий-исполнителей работ (услуг) осуществляется с использованием методических положений финансового анализа, имитационного моделирования и статистического анализа экономической устойчивости предприятий-исполнителей подрядных контрактов, выставляемых на торги.

Все критерии, их весовые коэффициенты, оценки поставщиков и их предложений

хранятся в архиве для последующего анализа. Кроме того, анализ архивных данных может привести к фиксации наиболее выгодных для заказчика набора критериев и их весовых коэффициентов.

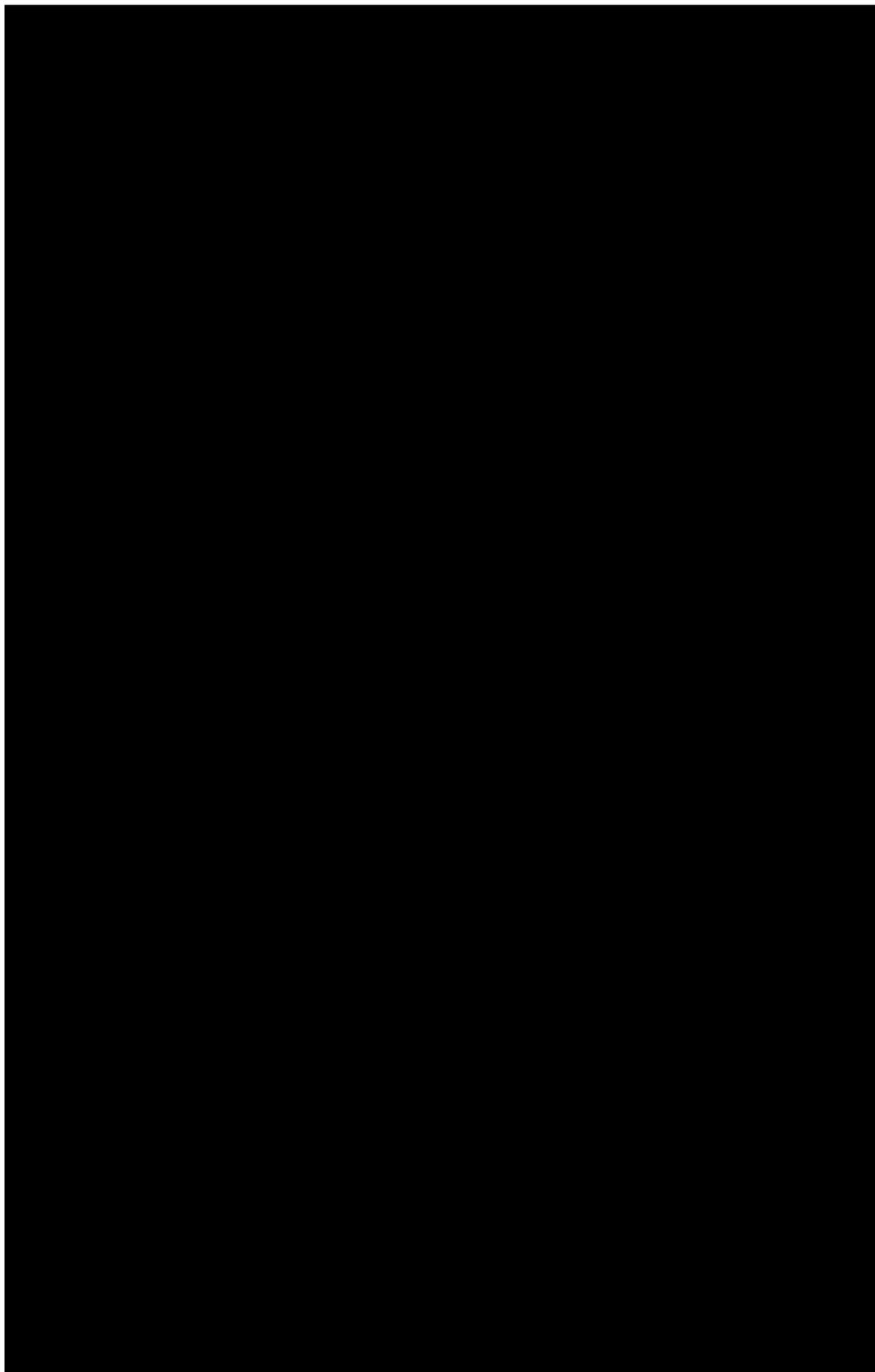
Существенно ускорить работу конкурсной комиссии может использование автоматизированных систем принятия решений на основе технологии экспертных систем, которые, автоматически обработав параметры заявок поставщиков, выявят победителя конкурса.

Для публикации информации о результатах конкурсная комиссия посылает серверу торгов соответствующее уведомление, подписанное ЭЦП конкурсной комиссии (рис. 5).

Следующий этап конкурсных процедур – заключение, ведение и контроль исполнения контракта:

- после подведения итогов конкурса в системе отмечаются победители по каждому лоту и происходит автоматическое оповещение победителей конкурсов. Общая информация по конкурсу, включая сведения о победителях и конкурсной комиссии, сохраняется в архиве конкурсов;

- для каждого поставщика, победившего в конкурсе, автоматически создаются договора на выигранные лоты. Конечная цена, количество, условия оплаты и поставки оп-



*Рис. 7. Схема организации закупок в электронной системе конкурсных торгов*

ределяются исходя из сведений, предоставленных поставщиком в своем предложении на конкурс. После окончательного согласования условий с поставщиком заключается договор на поставку продукции, выполнение работ, оказание услуг, который является основным документом, определяющим права и обязанности сторон по поставке продукции, и регулирует отношения поставщика с заказчиком, что отражается в системе;

- структурные подразделения – заказчики товаров (работ, услуг) - обеспечивают систему информацией о поставках, и система осуществляет контроль за исполнением поставщиками контрактов (обязательств);

- система позволяет контролировать процесс выполнения контракта, вводя планируемую и фактическую информацию об оплатах и поставках по контракту. Информация о сроках запланированных оплат и поставок, партиях поставляемых товаров и размерах денежных переводов отражается в графиках платежей и поставок системы. В графиках отмечается фактическое исполнение обязательств по контракту и строятся отчеты, позволяющие анализировать причины несвоевременных поставок и оплат, выделять недобросовестных поставщиков и т.д.;

- на основании заключенных контрактов формируются план оплат и поставок. Поставщик вводит информацию, необходимую для формирования счетов для оплаты через казначейство, на основании которых создаются документы на оплату (рис. 6). По факту получения денег поставщик ставит отметку в графике оплат. Для осуществления мгновенных платежей можно в принципе использовать технологии электронных денег, но это требует изменения существующего законодательства;

- в графике поставок отслеживается информация о ходе поставки заказанного товара. На основании графиков оплат и поставок формируются отчеты о поставках;

- система формирует отчеты о суммах расходов с расшифровкой по номенклатуре закупок и адресам поставок;

- система сводит информацию по заключенным на конкурсной основе контрактам и представляет отчеты заказчикам;

- обобщенная информация об исполненных контрактах хранится в архиве контрактов системы.

В любой момент времени сервер государственных закупок должен позволять получать аналитические, информационные и финансовые отчеты о проводимых конкурсах, договорных отношениях с поставщиками, исполнении планов закупок и бюджета и т. д.

На этом последнем этапе возникает вопрос о компьютерной поддержке процессов государственных закупок. Для такой поддержки используется электронное заключение договоров (с использованием технологии ЭЦП), электронная система взаиморасчетов, контроль выполнения заказов и т.п.

Схема функционирования электронной системы конкурсных торгов приведена на рис. 7. Описанный порядок взаимодействия участников конкурса с конкурсной комиссией через сервер закупок имеет еще и то преимущество, что в случае возникновения разногласий сервер предъявляет всем заинтересованным сторонам исчерпывающие объективные протоколы состоявшегося взаимодействия конкурсантов и комиссии, снабженные ЭЦП сторон, участвовавших в транзакции.

Одноэтапный открытый конкурс по покупке товаров (услуг) без предварительного квалификационного отбора поставщиков – не единственный способ организации закупок. Однако данный конкурс достаточно представительен, чтобы на предложенном примере электронных торгов увидеть практически все требующиеся и для остальных видов конкурсов алгоритмические решения.

### Список литературы

1. Федеральный закон от 6 мая 1999 г. № 97-ФЗ «О конкурсах на размещение заказов на поставки товаров, выполнение работ, оказание услуг для государственных нужд».
2. Федеральный закон от 13 декабря 1994 г. № 60-ФЗ «О поставках продукции для федеральных государственных нужд».
3. Указ Президента Российской Федерации от 8 апреля 1997 г. № 305 «О первоочередных мерах по предотвращению коррупции и сокращению бюджетных расходов».

при организации закупки продукции для государственных нужд».

4. Приказ министерства науки и техники Российской Федерации, министерства экономики Российской Федерации, министерства финансов Российской Федерации от 17 октября 1997 г. № 94/130/74н «Об утверждении типового положения о порядке размещения заказов на выполнение научно-исследовательских, опытно-конструкторских и технологических работ прикладного характера для государственных нужд путем проведения торгов (конкурсов) и иных способов закупки и порядке заключения государственных контрактов».

5. Приказ министерства экономики Российской Федерации от 30 сентября 1997 г. № 117 «Об утверждении методических рекомендаций по проведению торгов (конкурса) на закупку товаров (работ), квалификационному отбору поставщиков (подрядчиков) – (кон-

курсной документации)».

6. Методические рекомендации по проведению торгов (конкурсов) на закупку товаров (работ), предварительному квалификационному отбору поставщиков (подрядчиков) (конкурсная документация). Утверждены приказом министерства экономики Российской Федерации 30 сентября 1997 г. № 117.

7. Методические рекомендации МДС 80-17.01 «О порядке проведения конкурсов на выполнение работ, оказание услуг в строительстве и жилищно-коммунальном хозяйстве в Российской Федерации».

8. Законодательные и нормативные документы по государственным закупкам (сборник материалов). Часть 2. Составители Зеленова О. И., Воробьева О. М. – М.: ГУ – ВШЭ, 1999.

9. Юрасов А. В. Электронная коммерция. М.: Дело, 2003. – 480 с.

## **CONSOLIDATE FUNCTIONING OF COMPETING PURCHASES ELECTRONIC SYSTEM**

© 2004 M. A. Korablin, A. V. Urasov

Povolgskaya State Academy of Telecommunication and Information, Samara

A model of an electronic purchase system based on suppliers' competition is proposed. Its functioning is studied taking as an example one-stage open suppliers' competition regarding the purchase of products for the needs of the state. The "PARUS Goszakupki" system is given as an example.

## АВТОМАТИЗИРОВАННАЯ СИСТЕМА АППРОКСИМАТИВНОГО КОРРЕЛЯЦИОННО-СПЕКТРАЛЬНОГО АНАЛИЗА

© 2004 С. А. Прохоров<sup>1</sup>, М. А. Кудрина<sup>1</sup>, К. А. Кудрин<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Самарский государственный аэрокосмический университет

<sup>2</sup>Самарский центр стандартизации, сертификации и метрологии

Приводится описание автоматизированной информационной системы аппроксимативного анализа случайных процессов, с помощью которой осуществляется моделирование случайных процессов с заданным видом корреляционной функции, идентификация корреляционных функций по фазовым портретам, аппроксимация корреляционных функций и спектральных плотностей мощности параметрическими моделями и ортогональными функциями Лагерра, оценка обобщенных корреляционно-спектральных характеристик по параметрам модели.

На кафедре информационных систем и технологий Самарского государственного аэрокосмического университета разработана автоматизированная система аппроксимативного корреляционно-спектрального анализа случайных процессов (СП), используемая как при подготовке специалистов в области обработки информации и управления, так и при проведении научных исследований. Данная автоматизированная система позволяет моделировать случайные процессы с шестью типовыми моделями корреляционных функций (КФ) (табл. 1), проводить аппроксимацию КФ функциями заданного вида (методами Ньютона и деформируемого многогранника) и ортогональными функциями Лагерра.

Автоматизированная учебно-исследовательская система включает в себя следующие подсистемы:

- задания входных воздействий;
- генерирования неэквидистантных временных рядов;
- первичной и вторичной статистической обработки;
- идентификации корреляционных функций;
- аппроксимативного анализа;
- спектрального анализа;
- работы с базой данных.

**Подсистема задания входных воздействий** состоит из двух частей: генерирования псевдослучайной последовательности с заданным видом КФ и ввода данных из файла.

Генерирование псевдослучайной последовательности с заданным видом КФ осуществляется методом рекурсивной фильтрации [1].

**Подсистема генерирования НВР** включает в себя следующие способы получения неэквидистантных временных рядов:  $p$ -преобразования, дискретизация с “дрожанием”, дискретизация с “дрожанием” и пропусками наблюдений, аддитивная случайная дискретизация, аддитивная случайная дискретизация с пропусками наблюдений, аддитивная случайная дискретизация с “дрожанием” и пропусками наблюдений, адаптивно-временная дискретизация [2, 3].

**Подсистема первичной статистической обработки** включает в себя оценку числовых характеристик, центрирование и нормирование СП и оценку КФ. В данную

**Таблица 1**

Типовые модели корреляционных функций

№	Модель корреляционной функции
1	$K_{a1}(\tau) = e^{-\alpha \tau }$
2	$K_{a2}(\tau) = e^{-\alpha \tau }(1+\alpha \tau )$
3	$K_{a3}(\tau) = e^{-\alpha \tau }(1-\alpha \tau )$
4	$K_{a4}(\tau) = e^{-\alpha \tau } \cos \omega_0 \tau$
5	$K_{a5}(\tau) = e^{-\alpha \tau } \left( \cos \omega_0 \tau + \frac{\alpha}{\omega_0} \sin \omega_0  \tau  \right)$
6	$K_{a6}(\tau) = e^{-\alpha \tau } \left( \cos \omega_0 \tau - \frac{\alpha}{\omega_0} \sin \omega_0  \tau  \right)$

подсистему передаются массивы меток времени и соответствующих им отсчетов СП, объем выборки  $N$  и интервал дискретизации  $\Delta t_0$ .

В ходе работы данной подсистемы производится оценка математического ожидания и дисперсии, далее входной СП центрируется и нормируется, а затем производится оценка КФ с помощью интервальной корреляционной функции [2].

**Подсистема идентификации КФ** состоит из двух частей: построения и анализа фазовых портретов и проверки качества идентификации.

В данной подсистеме производится построение фазового портрета КФ [4], а затем его последовательное сравнение с фазовыми портретами типовых КФ, используемых в системе. На основании результатов сравнения выбирается одна из типовых моделей КФ, при помощи которой в следующей подсистеме производится аппроксимация исходной КФ. Проверка качества идентификации производится на основании расчета квадратической погрешности фазового портрета.

**Подсистема аппроксимативного анализа** состоит из двух частей: аппроксимации КФ функциями заданного вида и ортогональными функциями Лагерра [4].

В данной подсистеме вычисляются неизвестные параметры аппроксимирующих выражений и среднеквадратическая погрешность аппроксимации. Найденные численные значения параметров моделей корреляционных функций позволяют по известным формулам находить интервалы корреляции, моментные характеристики, спектральную плотность мощности.

В подсистеме спектрального анализа производится оценка спектральной плотности мощности СП по результатам аппроксимации корреляционной функции СП, а также оценка обобщающих спектральных характеристик СП, таких как эквивалентная ширина спектра мощности процесса, частота, соответствующая максимуму спектральной плотности мощности [4, 5].

**Подсистема работы с базой данных** предназначена для автоматизированного моделирования и обработки СП и занесения параметров СП в базу данных для последующего вычисления усредненных результатов моделирования и аппроксимации.

Благодаря такому блочному построению структуры программы в систему можно добавлять новые модули, не изменяя ее принципиально.

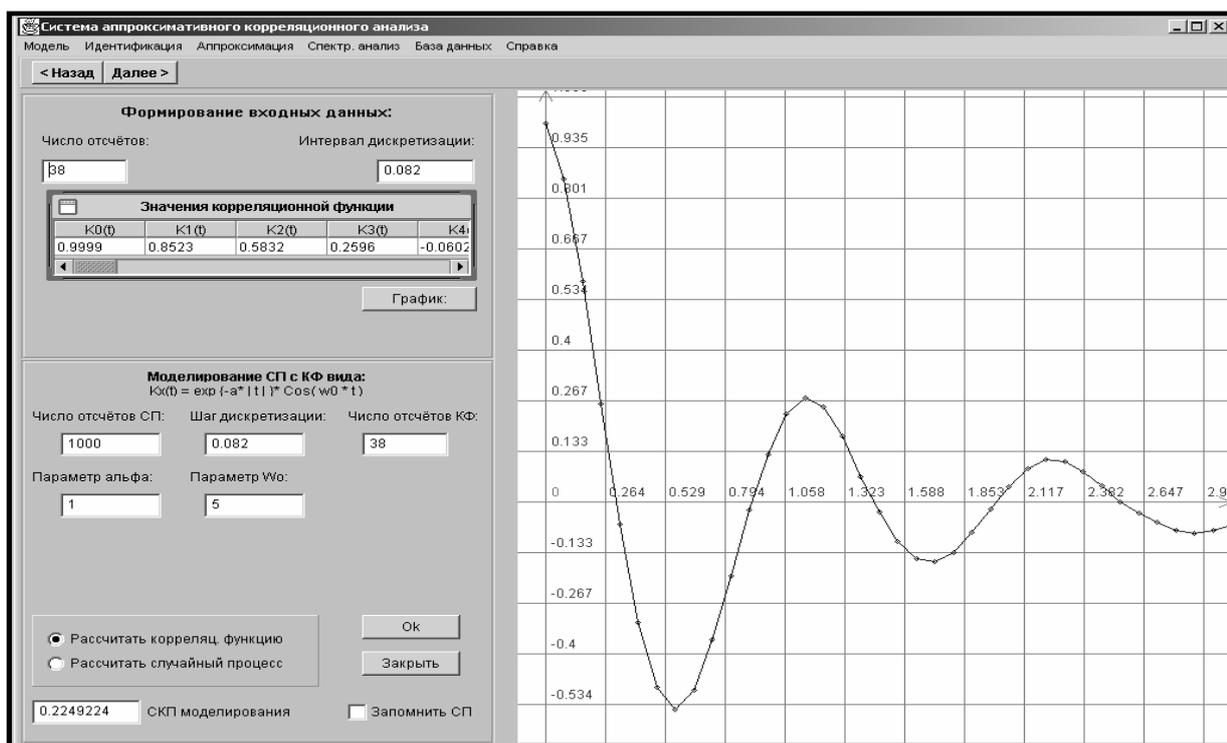


Рис. 1. Вид формы генерирования СП с заданным видом КФ

Рассмотрим программную реализацию.

**Генерирование СП с заданным видом КФ.** Основной формой работы автоматизированной системы аппроксимативного корреляционно-спектрального анализа является форма генерирования СП с заданным видом КФ (рис. 1).

Главное меню данной формы содержит следующие пункты:

**Модель** – выбор вида КФ моделируемого СП, работа с файлами, завершение работы с программой.

**Идентификация** – выбор способа идентификации (автоматическая позволяет строить фазовые портреты КФ и на основании их схожести с фазовыми портретами стандартных КФ выбирать вид аппроксимирующей модели, аналитическая позволяет выбирать вид КФ на основании визуальных представлений стандартных КФ).

**Аппроксимация** – выбор способа аппроксимации (функциями заданного вида при схожести исследуемой КФ с одним из стандартных ее видов; функциями Лагерра в случае, когда КФ не похожа ни на один из предложенных ее видов).

**Спектральный анализ** позволяет производить оценку спектральной плотности мощности СП по результатам параметрической

аппроксимации.

**База данных** – открытие и работа с базой данных.

**Справка** – предоставление справки о программе.

**Идентификация вида КФ.** Общий вид формы идентификации КФ на основе анализа фазовых портретов представлен на рис. 2. (Под фазовым портретом здесь понимается график КФ, построенный в координатах  $[K_x(\tau); K'_x(\tau)]$ ).

Для идентификации КФ необходимо сравнивать ее фазовый портрет с типовыми фазовыми портретами из списка. Если результаты идентификации удовлетворительны и вид КФ определен, можно переходить в форму аппроксимации КФ функциями заданного вида, где будет проводиться аппроксимация КФ моделью, выбранной при идентификации. В случае, если идентифицировать КФ не удалось, необходимо производить аппроксимацию КФ ортогональными функциями Лагерра.

**Аппроксимация КФ функциями заданного вида.** В случае, если вид КФ известен или его удалось идентифицировать, следует аппроксимировать КФ функциями заданного вида.

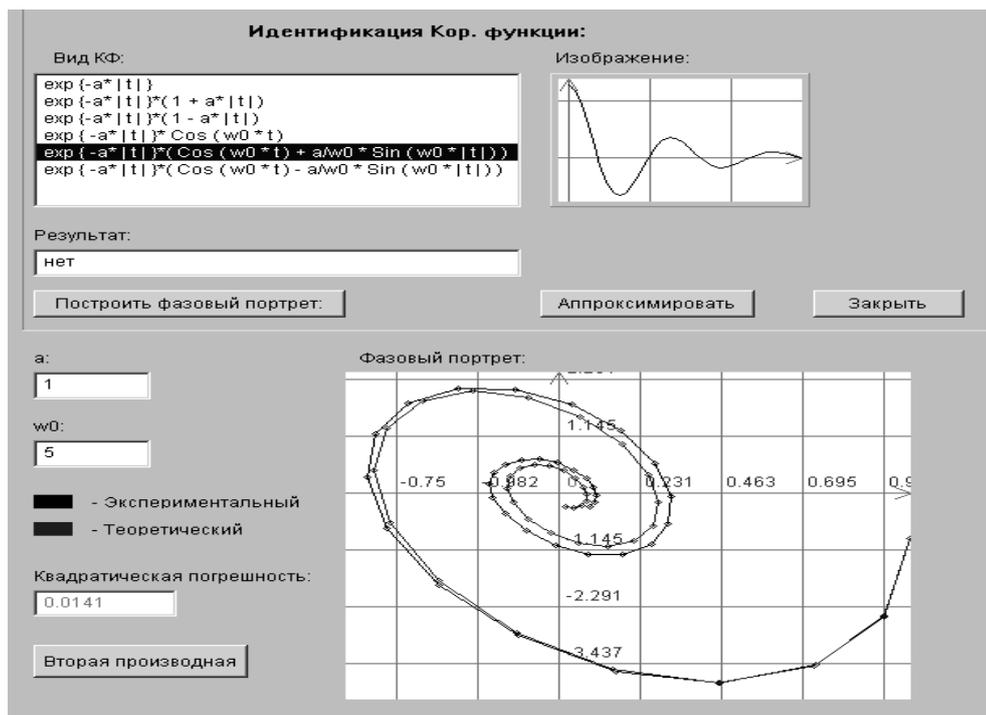


Рис. 2. Окно идентификации КФ при помощи анализа фазовых портретов

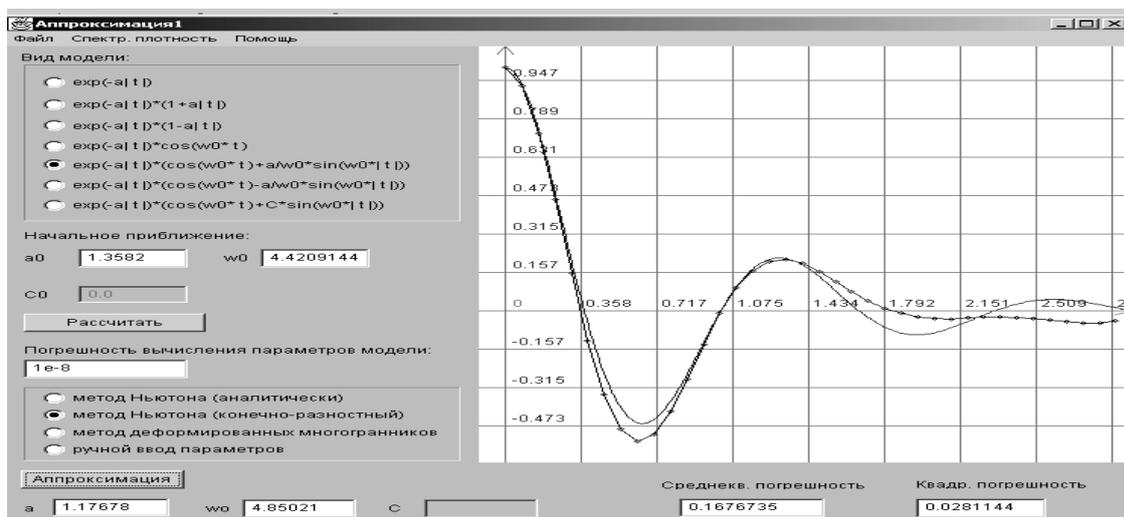


Рис. 3. Вид формы аппроксимации КФ функциями заданного вида

Среднеквадратичная аппроксимация функции - это нахождение для заданной функции другой функции из некоторого класса функций, для которой среднеквадратичное отклонение от заданной функции минимально.

При выбранной аналитической модели задача сводится к определению неизвестных параметров, удовлетворяющих минимуму квадратической погрешности аппроксимации:

$$\Delta(\alpha_1, \dots, \alpha_m) = \sum_{i=0}^N \left[ \hat{K}_x(\tau_i) - K_a(\tau_i, \alpha_1, \dots, \alpha_m) \right]^2 = \min$$

Условием минимума погрешности  $\Delta$  является следующая система уравнений:

$$\frac{\partial \Delta(\alpha_1, \dots, \alpha_m)}{\partial \alpha_k} = 0,$$

где  $k = 1, 2, \dots, m$ , решение которой определяет неизвестные параметры  $\alpha_1, \dots, \alpha_m$ .

В случае, если модель содержит один параметр, задача сводится к решению одного уравнения:

$$\frac{\partial \Delta(\alpha)}{\partial \alpha} = \sum_{i=0}^N [\rho_x(\tau_i) - \rho_a(\tau_i, \alpha)] \frac{\partial \rho_a(\tau_i, \alpha)}{\partial \alpha} = 0.$$

Если для решения полученного уравнения воспользоваться методом Ньютона, то получится следующее выражение:

$$\alpha_{n+1} = \alpha_n - \frac{\sum_{i=0}^N R_i \frac{\partial \rho_a(\tau_i, \alpha)}{\partial \alpha} \Big|_{\alpha = \alpha_n}}{\sum_{i=0}^N \left\{ R_i \frac{\partial^2 \rho_a(\tau_i, \alpha)}{\partial \alpha^2} - \left[ \frac{\partial \rho_a(\tau_i, \alpha)}{\partial \alpha} \right]^2 \right\} \Big|_{\alpha = \alpha_n}},$$

где  $R_i = \rho_x(\tau_i) - \rho_a(\tau_i, \alpha)$ .

Начальное приближение  $\alpha_0 = \frac{3}{\tau_{k \max}}$ .

Процесс вычисления заканчивается, когда  $|\alpha_{n+1} - \alpha_n| \leq \varepsilon$ , где  $\varepsilon$  - любое малое наперед заданное число.

Общий вид формы аппроксимации КФ функциями заданного вида представлен на рис. 3.

Для проведения аппроксимации КФ функциями заданного вида в автоматизированной системе реализованы три метода:

- метод Ньютона (с аналитическим взятием производных);
- метод Ньютона (с конечно-разностным взятием производных);
- метод деформируемого многогранника.

**Аппроксимация КФ ортогональными функциями Лагерра.** В тех случаях, когда вид КФ не известен или не может быть идентифицирован, можно произвести аппроксимацию КФ ортогональными функциями Лагерра, которые определяются выражением

$$L_k(\tau) = \sum_{s=0}^k \frac{k!}{(k-s)!} \frac{(-\alpha\tau)^s}{(s!)^2} e^{-\frac{\alpha\tau}{2}}.$$

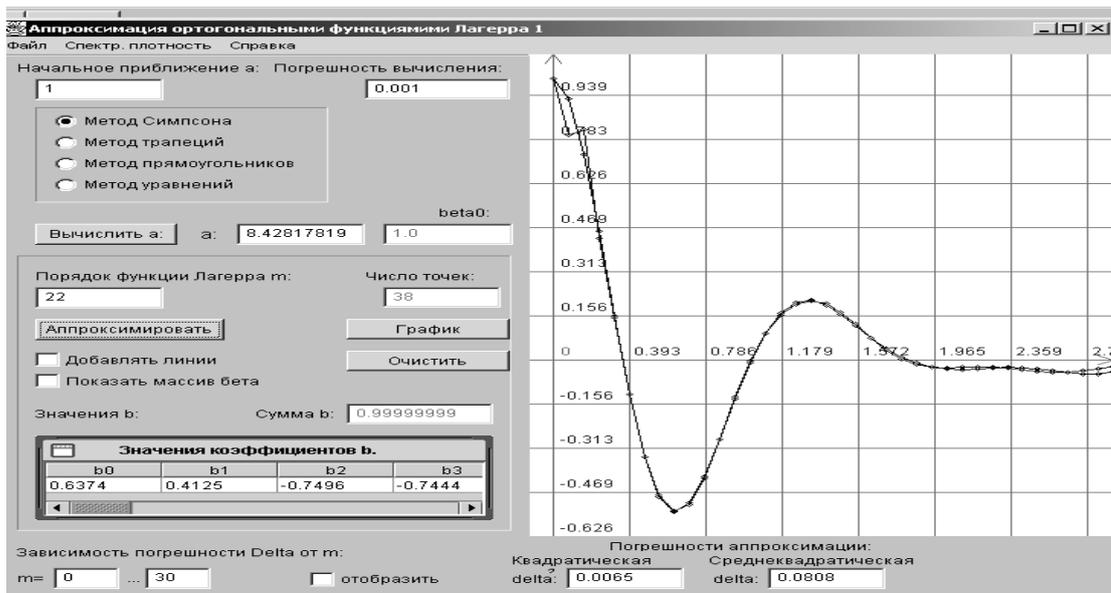


Рис. 4. Вид формы аппроксимации КФ ортогональными функциями Лагерра

Аппроксимирующее выражение имеет следующий вид [4]:

$$K_a(\tau) = \sum_{k=0}^m b_k L_k(\tau, \alpha),$$

где  $b_k = \beta_k + \frac{D_x - \sum_{k=0}^m \beta_k}{m+1}$ ,

$$\beta_k = \alpha \int_0^{\wedge} K_x(\tau) L_k(\tau) d\tau.$$

Выбор параметра  $\alpha$ , необходимого для вычисления коэффициентов  $b$  и  $\beta$ , в данной

системе осуществляется путем решения уравнения  $\beta_0 = \sigma_x^2$  методом Ньютона. Обоснование метода определения значения параметра  $\alpha$  приведено в [4].

Общий вид формы аппроксимации КФ ортогональными функциями Лагерра представлен на рис. 4.

**Спектральный анализ.** Спектральная плотность мощности определяется выражением

$$S_x(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} K_x(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau.$$

Однако процесс вычисления спектральной плотности мощности можно значитель-

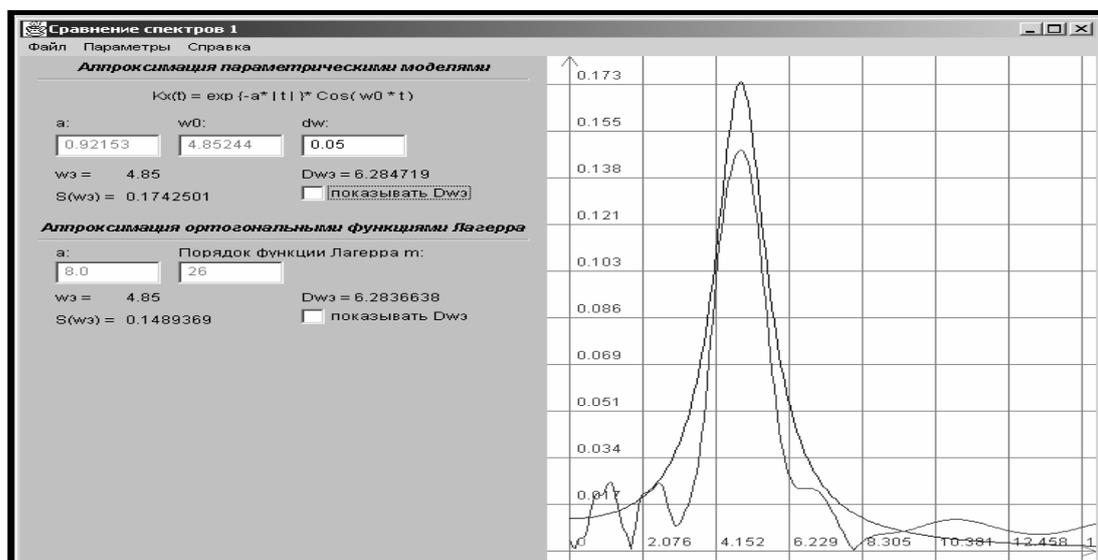


Рис. 5. Вид формы спектрального анализа

но облегчить, предварительно аппроксимировав КФ функциями заданного вида или ортогональными функциями Лагерра. В этом случае спектральная плотность мощности может быть вычислена при помощи заранее известных аналитических выражений, в которые подставляются параметры КФ, найденные при аппроксимации. Например, для СП с экспоненциальным видом КФ:

$K_x(\tau) = e^{-\alpha|\tau|}$  спектральная плотность мощности вычисляется по формуле

$$S_x(\omega) = \frac{\sigma_x^2 \alpha}{\pi(\alpha^2 + \omega^2)}.$$

Вид формы спектрального анализа представлен на рис. 5, где  $\omega_3$  – частота, соответствующая максимуму спектральной плотности мощности;  $S(\omega_3)$  – значение максимума спектральной плотности мощности;  $\Delta\omega_3$  – эквивалентная ширина спектра мощности, определяемая по формуле

$$\Delta\omega_3 = \frac{\sigma_x^2}{2S_x(\omega_3)_{\max}} + \omega_3.$$

**Автоматизированная обработка данных.** Для удобства работы с большим количеством однотипных данных была разработана подсистема автоматизированной обработки данных. Так, например, при проведении исследований оценки погрешности КФ

необходимо смоделировать 29 реализаций СП с одними и теми же параметрами для получения результатов с доверительной вероятностью 0,95 [6].

На рис. 6 представлен общий вид формы для работы с базой данных. В данной форме находятся две вкладки: “Моделирование СП” и “Аппроксимация КФ”.

Вкладка “Моделирование СП” предназначена для хранения экспериментальных данных (параметров случайных процессов, отсчетов корреляционных функций и результатов аппроксимации), автоматического моделирования случайных процессов с заданным видом корреляционной функции и статистической обработки результатов моделирования. При работе в данной вкладке формы также предусмотрена возможность визуального отображения коридора корреляционных функций случайных процессов в рамках отдельного эксперимента.

Вкладка “Аппроксимация КФ” содержит в себе две вкладки: для аппроксимации корреляционных функций функциями заданного вида и ортогональными функциями Лагерра.

Аппроксимацию можно производить в полуавтоматическом режиме, также существует возможность автоматической аппроксимации всех реализаций выбранного эксперимента при помощи функций заданного вида.

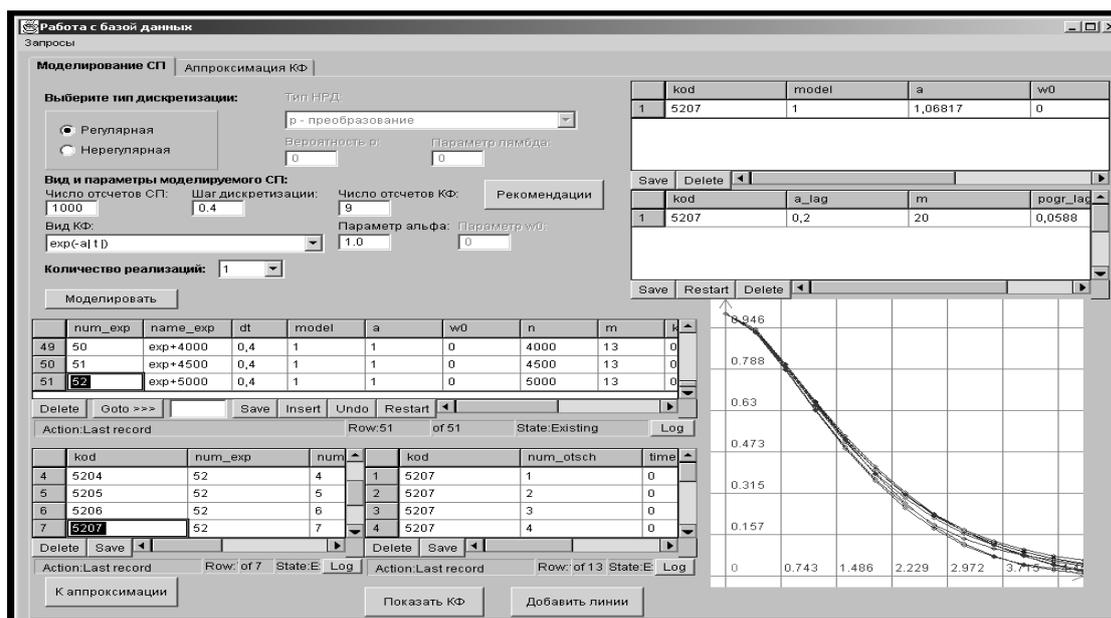


Рис. 6. Вид формы для работы с базой данных

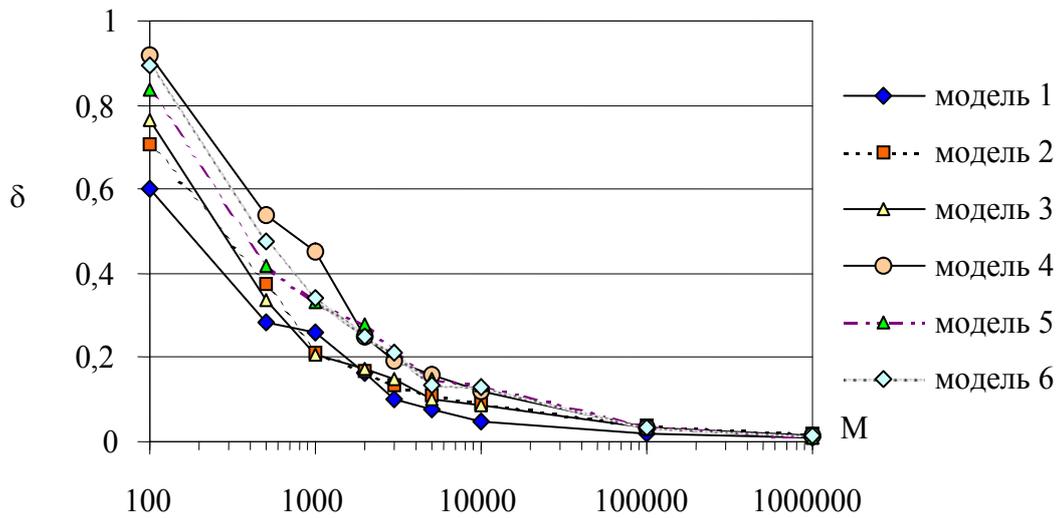


Рис. 7. Зависимость погрешности оценки КФ от числа отсчетов СП

На рис. 7 приведены результаты исследования, проведенного с использованием базы данных, по определению зависимости погрешности оценки корреляционной функции от числа отсчетов случайного процесса для случайных процессов с различными видами корреляционной функции (табл. 1).

#### Список литературы

1. Прохоров С. А. Математическое описание и моделирование случайных процессов/Самарский государственный аэрокосмический университет, 2001. – 209 с.
2. Прохоров С. А. Прикладной анализ неэквидистантных временных рядов/ Самарский государственный аэрокосмический уни-

верситет, 2001. – 375 с.

3. Прохоров С. А. Моделирование и анализ случайных процессов. Лабораторный практикум. – 2-е изд., перераб. и доп./ СНЦ РАН, 2002. – 277 с.

4. Прохоров С. А. Аппроксимативный анализ случайных процессов. – 2-е изд., перераб. и доп. / СНЦ РАН, 2001. – 380 с.

5. Романенко А. Ф., Сергеев Г. А. Вопросы прикладного анализа случайных процессов. – М.: “Советское радио”, 1968. – 256 с.

6. Методы нормирования метрологических характеристик, оценки и контроля характеристик погрешностей средств статистических измерений. РТМ 25 139-74//Мин-прибор. 1974. – 76 с.

## COMPUTER-AIDED SYSTEM FOR APPROXIMATION CORRELATION-SPECTRAL ANALYSIS

© 2004 S. A. Prokhorov<sup>1</sup>, M. A. Kudrina<sup>1</sup>, K. A. Kudrin<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Samara State Aerospace University

<sup>2</sup>Samara State Center of Standardization, Measurement and Certification

The system is intended for modelling random processes with a preset type of correlation function, correlation function identification using the phase portrait method, approximation of correlation functions and spectral densities using parametric models and Lagerr orthogonal functions, estimation of generalized relative-and spectral characteristics using model parameters.

## ТЕХНОЛОГИЯ ПРОЕКТИРОВАНИЯ НАДЕЖНЫХ УПРАВЛЯЮЩИХ АЛГОРИТМОВ РЕАЛЬНОГО ВРЕМЕНИ ДЛЯ КОСМИЧЕСКИХ АППАРАТОВ

© 2004 А. А. Тюгашев

Самарский государственный аэрокосмический университет

Рассматривается проблема создания надежных алгоритмов управления реальным временем, устанавливаемых на борт космического аппарата. Описывается базирующаяся на модели семантики алгоритма методология проектирования управляющих алгоритмов, обеспечивающая повышение надежности. Приводятся сведения об автоматизированной системе проектирования, поддерживающей данную технологию.

Одним из наиболее сложных компонентов технического комплекса, которым является космический аппарат (КА), является бортовой комплекс программ [1].

Широко применяемой и апробированной методикой повышения надежности программ является тестирование.

Однако проверить действительно *все* возможные варианты исполнения при достаточно сложной схеме программы и количестве логических условий в ней, равно как и правильность исполнения программы на *всех* возможных комбинациях исходных данных (ИД), практически невозможно. Таким образом, даже полностью успешное тестирование на некотором подмножестве вариантов исполнения управляющего алгоритма (УА) на некотором подмножестве возможных исходных данных (ИД) не дает гарантии правильности программы. Более того, в случае реального времени проблема усложняется тем фактором, что алгоритм взаимодействует с непредсказуемой внешней средой, изменения в которой могут происходить в произвольные моменты времени, и необходимо вводить время в качестве важной составляющей набора исходных данных.

В настоящей работе ставится задача построения методики повышения надежности программы при ее проектировании.

Сформулируем теоретический базис предлагаемой технологии.

Когда проводят исследование обычного алгоритма (либо программы), то, как правило, его ценность определяется результатом, который получается по окончании его работы. Под результатом подразумевается неко-

торый набор выходных данных, полученных в результате обработки набора ИД. Состояния программы (алгоритма), как начальное и конечное, так и промежуточные, определяются совокупностью значений в программной памяти. Например, известна общая формализация понятия программы, исходящая из формулировки так называемых постулов и предусловий [2]. Данные условия есть часть языка *алгоритмических логик*, включающих условия вида

$$\{U\} S \{B\}, \quad (1)$$

читающиеся следующим образом: “*U* – условие, относящееся к исходным данным программы *S*, истинное до ее выполнения, *B* – условие, относящееся к выходным данным программы *S*, которое должно быть истинным после ее исполнения”.

Данный подход не может быть непосредственно применен для случая управляющих алгоритмов реального времени (УА РВ), поскольку для них важным условием правильности является осуществление корректного управления бортовой аппаратурой на всем промежутке времени активного существования КА. Более того, для управляющей программы КА неприменим классический подход к алгоритму как к набору действий для получения *по завершению* его работы определенного результата.

С точки зрения правильности работы УА РВ его надежность может быть определена как успешное исполнение КА его целевой задачи при любом возможном развитии ситуации, или в обозначениях пред- и постусловий:

$$\{ U(D_0, t_0) \} YS \{ B(D_k(t_1, t_2, \dots, t_k), t_k) \}. \quad (2)$$

В момент времени  $t_0$  начала функционирования КА истинно условие корректного задания исходных данных  $D_0$ , а к моменту  $t_k$  завершения работы управляющего алгоритма  $YS$  истинно условие  $D_k$ , означающее успешное выполнение всех целевых задач на всех заданных моментах времени  $t_1, t_2, \dots, t_k$  на всем промежутке времени функционирования КА.

Отсюда логически следует предложенное автором [3] представление семантики УА РВ в виде набора четверок объектов:

$$УА РВ = \{ \langle f_i, t_i, \tau_i, \bar{l}_i \rangle \}, i = \overline{1, N}, \quad (3)$$

где  $f_i$  – функциональная программа (действие);  $t_i$  – момент начала исполнения действия;  $\tau_i$  – длительность действия;  $\bar{l}_i$  – логический вектор, обуславливающий действие.

Таким образом, управляющий алгоритм должен обеспечивать на некотором непустом множестве временных меток (“включений”) выполнение определенных действий по управлению КА, зависящих от текущей ситуации на борту, отражаемой вектором значений логических переменных. В этом заключается целевая задача, решение которой обеспе-

чивается алгоритмом [4].

УА РВ, отвечающие за качественное выполнение бортовой аппаратурой КА своих функций, являются сложной технической системой, а их проектирование – сложной инженерно-технической задачей.

Основная идея технологии проектирования надежных алгоритмов управления ГРАФКОНТ заключается в постепенном конструировании сложного УА из априори надежных блоков – более простых программ управления «базового» уровня – так называемых функциональных программ (ФП) [5].

Если при этом обеспечивается правильность алгоритма конструирования, т. е. соединения ФП в единое целое, то можно обеспечить повышение надежности получаемого в результате управляющего алгоритма.

Основой принципов надежного соединения функциональных программ, адекватно описывающего все возможные варианты в рамках логики и внутренних временных соотношений управляющего алгоритма, в технологии ГРАФКОНТ являются исчисления УА РВ и операции алгебры УА [6].

К функциональным программам и получаемым промежуточным результатам их объединения по правилам алгебры УА применяются операции, показанные на рис. 1.

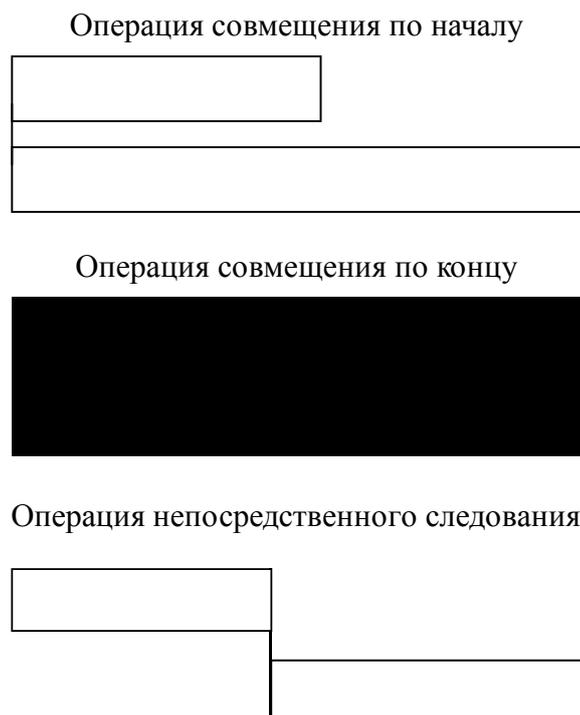


Рис. 1. Операции над УА

Данная методика позволяет описать все возможные варианты сочетаний моментов запуска ФП по времени и все возможные варианты исполнения УА РВ.

Для того, чтобы организация бортовой вычислительной системы (БВС) позволяла выполнять программы, реализующие УА, описываемые приведенной алгебраической моделью, необходима реализация в БВС нескольких принципов.

Бортовая операционная система (БОС), управляющая ходом вычислительного процесса в БВС, должна являться мультипрограммной и прерываемой, то есть диспетчер должен иметь возможность прервать выполнение любого процесса и предоставить вычислительный ресурс той задаче, которой он более необходим. Отсюда следует необходимость существования приоритетов задач.

При этом соответствие вышеприведенным требованиям могут обеспечить различные дисциплины организации вычислительного процесса в БВС [4]:

1. Регулярная синхронная с выделением задачам квантов времени процессора в соответствии с некоторым заранее составленным расписанием.

2. Приоритетная асинхронная, когда каждая задача решается по заявкам на ее выполнение, которые вырабатываются асинхронно текущему вычислительному процессу как со стороны внешних событий, так и самим бортовым программным обеспечением (БПО). В данном случае формируется специальная очередь готовых к исполнению задач, ждущих выделения вычислительного ресурса специальной программой БОС – планировщиком.

При выборе принципов организации вычислительного процесса в БВС необходимо учитывать, что БВС системы управления КА предназначена для решения фиксированного круга задач. Поэтому загрузка управляющей БВС детерминирована и может быть запланирована заранее путем составления расписания, учитывающего временную диаграмму работы системы управления КА.

По ряду причин, включающих, в частности, простоту коррекции БПО и добавление в него дополнительных задач, возмож-

ность оперативного дистанционного изменения состава решаемых БПО задач, более оптимальную загрузку вычислительных ресурсов для сложных многофункциональных комплексов БПО, в которых моменты начала и окончания решения задач могут меняться в широких пределах в зависимости от временных разбросов работы бортовой аппаратуры (БА) и исходных данных, передаваемых с Земли, предпочтительно использование приоритетной динамической асинхронной организации вычислительного процесса [4].

Ключевыми параметрами качества функционирования БВС и БПО как элемента системы управления КА при этом являются:

1.  $T_{сис\tau}$  – промежуток времени от поступления заявки на выполнение задачи в БВС до момента окончания ее обслуживания, включая время ожидания задачей дообслуживания в случае, если задача была прервана другой задачей в процессе выполнения («задержка»).

2. Загрузка  $\rho$  бортовой вычислительной системы, определяемая отношением времени работы без простоя БВС на определенном временном интервале к величине этого интервала. При этом необходимо обеспечить выполнение в реальном времени не менее 50 программ в любой последовательности с задержками, не превышающими допустимые. Для каждой конкретной программы управления величина допустимой задержки определяется с учетом функциональной задачи, решаемой управляемой данной программой БА, и может колебаться от единиц и десятков миллисекунд до десятков секунд [4].

Согласно теории массового обслуживания загрузка  $\rho$  определяется по формуле

$$\rho = \lambda / \mu, \quad (4)$$

где  $\lambda$  - интенсивность поступления заявок на обслуживание,  $c^{-1}$ ;  $\mu$  - интенсивность обслуживания заявок,  $c^{-1}$ .

Интервалы времени между последовательными заявками на исполнение для простейшего входного потока (стационарного, без последовательности, ординарного) – независимые случайные величины с функцией распределения

$$P(\tau) = 1 - e^{-\lambda \tau}, \quad (5)$$

где  $\tau$  – интервал времени между заявками, с.

Для простейшего входного потока и экспоненциального распределения длительности обслуживания среднее время задержки определяется как

$$T_{сист} = 1 / \mu(1 - \rho). \quad (6)$$

Однако использование аналитических методов теории массового обслуживания в данном случае приводит к необходимости учета множества различных деталей организации вычислительного процесса в БВС и в конечном итоге к необходимости численных расчетов по громоздким математическим моделям [4].

При значении загрузки БВС  $\rho > 0,8$  резко возрастают задержки на исполнение заявок в БВС на решение задач, и поэтому целесообразно ограничивать загрузку БВС значениями до  $\rho = 0,8$ .

В связи с этим особую важность представляет возможность автоматизированного получения временных характеристик конструктивным путем по результатам проектирования управляющих программ комплексного функционирования БА в рамках технологии ГРАФКОНТ.

При проектировании конкретного комплекса БПО работа начинается с анализа типовых временных диаграмм совместной работы программ БВС при реализации каждой из основных функциональных задач КА, которым соответствует специальная разновидность программ управления – программы комплексного функционирования и которые приводятся в проектном документе – циклограмме наложений программ БПО.

Циклограммы разбиваются на участки, характеризующиеся постоянством состава программ, могущих работать одновременно. Количество циклограмм определяется числом основных режимов, в которых функционирует бортовая аппаратура КА (ориентация, маневр и др.).

Часто требуется, чтобы некоторые из задач, решаемых БВС, имели меньшее время ожидания, а соответствующие им заявки – меньшее время задержки по сравнению с за-

дачами других типов. Например, аварийные сигналы, приходящие по системе прерывания БВС, требуют практически немедленной реакции по включению систем аварийной защиты. Программы управления высокодинамичными процессами, например угловой стабилизацией, требуют меньшего времени задержки, чем программы управления менее динамичными процессами, например включения аппаратуры автономной навигации [4].

Исходными данными для распределения приоритетов являются циклограммы наложений и временные характеристики программ, включающие в себя времена выполнения отдельных участков программ и допустимые задержки на их выполнение. Допустимая задержка на работу участков программ определяется разработчиками функциональных программ (ФП), исходя из логики работы управляемой БА.

Вначале определяется загрузка БВС на каждом участке циклограммы:

$$\rho_j = \sum_{i=1}^{m_j} \frac{t_i}{T_j}, \quad (7)$$

где  $t_i$  – время исполнения  $i$ -ой программы;  $T_j$  – период времени  $j$ -го участка;  $m_j$  – количество программ, работающих одновременно на  $j$ -м участке циклограммы

Затем проверяется, не превышает ли значение загрузки 80 %, и в противном случае предпринимаются меры для ее снижения путем изменения количества программ, работающих на данном  $j$ -м участке. Распределение приоритетов является итерационным процессом. Первоначально приоритеты назначаются исходя из условия, что участкам с большим временем выполнения и большими допустимыми задержками назначаются более низкие приоритеты. Если задержка какой-либо из программ, определяемая суммированием времени исполнения более приоритетных программ и времени работы БОС, превышает допустимую, то производится перераспределение приоритетов: повышение приоритета участков, для которых получено превышение допустимых задержек, и снижение приоритетов участков, для которых присутствует резерв по задержкам. Данный числен-

ный подход к распределению приоритетов, оценке загрузки БВС и определению значений допустимых задержек производится специально разработанным пакетом программ [4].

Задача построения (генерации) управляющей программы, реализующей управляющий алгоритм с заданной семантикой, сводится к построению логико-временной схемы функционирования, то есть фактически в терминах теории схем программ – схемы программы, но с учетом аспекта реального времени.

Будем называть такую схему **многовходовой моделью** управляющего алгоритма.

Таким образом, задача генерации ПКФ сводится к построению отображения

$$S \Rightarrow MWM,$$

где  $S$  – семантика УА в виде набора четверок;  $MWM$  – многовходовая модель УА.

Многовходовая модель представляет собой набор входов (включений) УА в определенные моменты времени. При этом считаем, что длительность входа равна нулю в условной временной шкале исполнения управляющей программы, т. е. длительность операций – функциональных задач внутри входа стремится к нулю по шкале бортового времени и несоизмерима с интервалами времени между входами, например, миллисекунды и секунды. Этот факт приводит к тому, что внутри входа генератор может произвольно переставлять моменты запуска  $f_i$ , и при необходимости сохранения определенного порядка последовательность надо задавать дополнительно в виде информации о существовании отношения предшествования на множестве  $f_i$  функциональных задач, обуславливаемого, например, тем, что одна программа использует данные, формируемые другой, то есть между ними существует информационная связь.

В наиболее простом случае число включений равно просто количеству различающихся друг от друга моментов времени  $t_i$ , содержащихся в семантике УА и соответствующих моментам запуска входящих в управляющий алгоритм отдельных функциональных программ  $f_i$ .

Соединенная передачами управления между входами совокупность входов образует граф

$$MWM = \langle W, U \rangle, \tag{8}$$

где  $W$  – множество вершин (входов);  $U$  – множество дуг (передач управления между входами), то есть бинарное отношение  $W \times W$ .

В общем случае, при наличии циклических действий в УВ граф может содержать циклы. В случае наиболее распространенного ациклического варианта должно выполняться условие последовательного запуска при передаче управления: если существует дуга  $(W_i, W_j)$ , то  $t_{0W_i} < t_{0W_j}$ , где  $t_{0W_i}$  – момент включения входа  $W_i$ ,  $t_{0W_j}$  – момент включения входа  $W_j$ .

Каждый вход представляет собой, в свою очередь, логическую схему (последовательность проверок условий и действий  $f_i$ ), реализующих логику входа.

Вход можно рассматривать как совокупность линейных участков и ветвлений по результатам проверки логических условий [2].

Линейным участком будем называть последовательность функциональных задач (ФЗ) без проверок логических условий и передач управления. Линейный участок может включать несколько  $f_i$  или ни одной.

Тогда логическая схема входа будет представлять собой граф в виде дерева:

$$W = \langle LU, Y \rangle, \tag{9}$$

где  $LU$  – множество вершин графа (линейных участков);  $Y$  – множество дуг - передач управления (ветвлений).

Каждая вершина логической схемы входа (помимо листьев, соответствующих заключительным линейным участкам входа) будет иметь две исходящих из нее дуги, соответствующие вариантам выполнения и невыполнения логического условия, то есть дерево будет бинарным. Пример графа входа приведен на рис. 2.

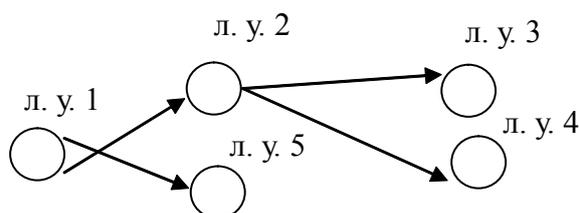


Рис. 2 Логическая схема входа

Ясно, что если внутри линейного участка важна последовательность выполнения ФЭ  $f_i$  и  $f_j$ , то должно выполняться условие  $t_i = t_j$ . Итак, управляющий алгоритм в виде набора действий, которые следует предпринять в заданные моменты времени в зависимости от заданных логических условий, необходимо реализовать в контексте конкретной операционной системы БВС реального времени.

Логические условия, фигурирующие в многовходовой модели, по времени их значимости (актуальности) могут относиться к одному из трех типов [2]:

1.  $\alpha(t)$ , то есть интересует значение логической переменной в текущий момент времени  $t$ , и с течением времени значение  $\alpha$  может меняться;

2.  $\alpha(t_0)$ , когда значение переменной может меняться, но интересует ее значение в указанный момент времени  $t_0$  (часто это момент начала исполнения УА), а изменения значения во времени не должны влиять на исполнение ПКФ;

3.  $\alpha_{const}$ , когда значение логической переменной не претерпевает изменений в процессе исполнения УА.

Очевидно, что подход при интерпретации этих трех типов логических переменных при построении многовходовой модели должен быть разным. Для случая  $\alpha(t)$  необходима проверка актуального значения в каждый текущий момент, то есть внутри каждого входа должен полностью при обусловленности некой  $f_i$  логическим вектором проверяться весь вектор значений логических переменных.

Для случая  $\alpha(t_0)$  необходимо один раз в начале выполнения УА выяснить, к какому варианту следует прибегнуть при исполнении, то есть один раз в момент времени  $t_0$  проверить все логические условия, фигурирующие в логических векторах, обуславливающих выполнение всех  $f_i$ , входящих в данный УА.

Для случая  $\alpha_{const}$  проверку можно проводить в любой удобный момент и соответствующим удобным и гибким образом распределять проверки логических условий между входами и организовывать передачи управления между входами в многовходовой

модели.

Так, для случаев  $\alpha(t_0)$  и  $\alpha_{const}$  можно считать, что от входа к входу логическая обусловленность «наследуется», и образуется цепочка входов, логически обусловленная так же, как отдельная функциональная задача  $f_i$  в модели семантики УА. При этом распределенная во времени цепочка входов является аналогом логической ветви исполнения обычного алгоритма, не выполняющегося в реальном времени.

В рамках CASE-системы автоматизированного проектирования УА РВ применяются файлы описания функциональных программ (специальный формат .ops), в которых содержатся данные по временным характеристикам исполнения отдельных действий. Это дает возможность подсчета временных характеристик линейных участков путем суммирования времен исполнения ассемблерных команд передач управления, выдачи команд управления (КУ) бортовой аппаратуре, а также времени выполнения функциональных программ, исполняемых с возвратом. При этом необходимо учесть все возможные варианты выполнения (маршруты) программы управления, определяемые значениями вектора логических переменных  $\bar{l} = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_M)$ . Необходимо рассматривать логику выполнения алгоритма, и тогда максимальное время выполнения входа определится формулой

$$\tau_{\text{вх max}} = \max_{\text{по всем маршрутам}} \sum_{i=1}^N \tau_{\text{лу } i}, \quad (10)$$

где  $N$  – число линейных участков на маршруте (варианте) исполнения входа,  $\tau_{\text{лу } i}$  – длительность  $i$ -го линейного участка.

В свою очередь, длительность выполнения линейного участка определяется суммарным временем выполнения присутствующих на нем операций (функциональных программ):

$$\tau_{\text{лу}} = \sum_{j=1}^L \tau_j, \quad (11)$$

где  $L$  – число операций линейного участка,  $\tau_j$  – время исполнения  $j$ -ой команды или функциональной программы.

В более крупномасштабном рассмотрении можно подсчитывать также временные характеристики УА в целом, по всем входам. В таком случае для описания передач управления при различных значениях компонент логического вектора можно применить в качестве модели ациклический граф, в котором вершинами являются входы УА, а на-правленные дуги соответствуют передачам управления между входами, как показано на рис. 3.

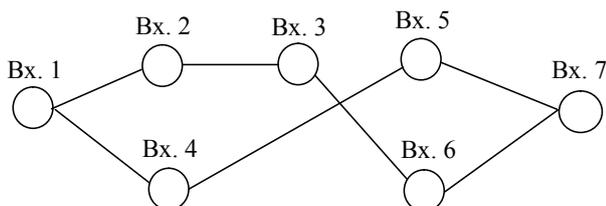


Рис. 3. Логическая структура УА

Выше описан вариант многовходовой модели УА, при котором точка передачи управления из каждого входа фиксирована. Модель становится более сложной при учете возможности передачи управления из произвольного места внутренней структуры входа.

Та же самая модель может быть использована и для представления логической структуры передачи управления внутри входа. Отличия заключаются только в том, что в данном случае на граф передач управления накладывается дополнительное ограничение, а именно: он должен представлять собой дерево с одним корнем.

Таким образом, при применении технологии ГРАФКОНТ возможен автоматический синтез временных характеристик исполнения построенных алгоритмов управления, легкость и оперативность сопоставления вариантов при внесении изменений в управляющие алгоритмы.

Технология ГРАФКОНТ поддерживается специально разработанной программной системой, функционирующей на платформе Windows 95/98/2000/XP и разработанной в основном средствами языка C/C++.

При этом человек-проектировщик, исходя из материалов по логике управления, которую должен реализовывать алгоритм, на входе системы осуществляет интерактивное

“конструирование” визуального образа в соответствующей графической подсистеме.

Выходными данными системы является техническая документация на УА РВ, требуемая согласно принятой на предприятии-заказчике системе, а именно: временная диаграмма управляющего алгоритма и блок-схема программы, а также собственно текст управляющей программы на языке автокода бортовой ЦВМ, реализующей УА РВ.

Говоря о методах обеспечения надежности программ путем их тестирования, необходимо отметить, что несмотря на повышение надежности проектируемого алгоритма при использовании технологии и программного комплекса ГРАФКОНТ, система не может парировать грубые семантические ошибки, допущенные при конструировании УА в графическом конструкторе, например, пробелы или упущение раздела в материалах по логике управления. Поэтому нецелесообразно отказываться от комплексного поэтапного тестирования полученного программного продукта, в ходе которого путем моделирования бортового функционирования УА выявляется его соответствие исходным требованиям.

На протяжении длительного периода времени на предприятии-заказчике (ГНПРКЦ “ЦСКБ-Прогресс”, г. Самара) выработана методика поэтапной отладки управляющих программ на специальном наземном отладочном моделирующем комплексе, в который входят ЭВМ, эмулирующие БВС и ЭВМ для моделирования внешних воздействий космического пространства и других факторов среды [4].

Отладка включает автономную отладку и комплексную отладку. При этом для каждой управляющей программы составляется отладочное задание на специальном символьном языке отладки. В отладочное задание входят перечень отслеживаемых по значению переменных, необходимых точек останова и т. д.

Созданная система автоматизированной генерации отладочных заданий ГЕОЗ позволяет на базе внутренних структур данных программного комплекса ГРАФКОНТ

автоматически формировать отладочное задание на автономную отладку УА.

Важными задачами при проведении отладки УА РВ являются автоматизированное выявление всех возможных вариантов исполнения («маршрутов») алгоритма в зависимости от значений компонент вектора логических переменных и выявление всех имеющихся в алгоритме информационных и управляющих связей с другими управляющими программами. Эти задачи также решаются в рамках программной системы ГЕОЗ.

#### Список литературы

1. «Авиастроение». Том 6 (Итоги науки и техники, ВИНТИ АН СССР). М., 1978.
2. Логика и компьютер. Моделирование рассуждений и проверка правильности программ / А. М. Анисов, П. И. Быстров, В. А. Смирнов и др. М.: Наука, 1990.
3. Тюгашев А. А. Проблема неоднозначности при порождении логико-временной

структуры управляющего алгоритма по многовходовой модели реального времени. // Сб. трудов Третьей международной молодежной школы-семинара БИКАМП-01, СПб, 2001.

4. Управление космическими аппаратами зондирования Земли: Компьютерные технологии / Д. И. Козлов, Г. П. Аншаков, Я. А. Мостовой, А. В. Соллогуб. М.: Машиностроение, 1998.

5. Калентьев А. А., Тюгашев А. А. Разработка подсистемы синтеза управляющих алгоритмов на базе исчисления УА // Всероссийская научная школа «Компьютерная алгебра, логика и интеллектуальное управление. Проблемы анализа стратегической стабильности»: Сб. трудов, Иркутск, ИрВЦ СО РАН, 1994.

6. Калентьев А.А. Автоматизированный синтез алгоритмов асинхронного управления технологическими системами с множеством дискретных состояний. Самара: Самар.аэрокосм.ун-т., 1998.

### METHOD OF DESIGNING RELIABLE REAL-TIME CONTROL ALGORITHMS FOR SPACECRAFT

© 2004 A. A. Tyugashev

Samara State Aerospace University

The problem of designing reliable real-time control algorithms mounted aboard spacecraft is under consideration. The method of designing control algorithms based on the algorithm semantics model is described which guarantees higher reliability. Data on a computer-aided design system that support the technology mentioned are given.

УДК 338.24.01

## ЗАДАЧИ СИНТЕЗА ПАРАМЕТРИЧЕСКИ СОГЛАСОВАННОГО МЕХАНИЗМА ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ В МНОГОЭЛЕМЕНТНОЙ ПРОИЗВОДСТВЕННО-ЭКОНОМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЕ

© 2004 В. Д. Богатырев

Самарский государственный аэрокосмический университет

Работа посвящена параметрически согласованному механизму взаимодействия, который позволяет согласовать взаимодействие между центром и активными элементами так, чтобы, с одной стороны, элементам было выгодно выполнение планового задания, установленного центром исходя из интересов производственно-экономической системы в целом, а, с другой стороны, центру было выгодно параметрически согласованное взаимодействие, которое реализуется путем выбора приращений ряда существенных для системы параметров.

Рассмотрим модель производственно-экономической системы (ПЭС), характеризующуюся двухуровневой детерминированной статической структурой, независимостью активных элементов (АЭ), полной информированностью центра о возможностях элементов. Изучаемая ПЭС включает управляющую подсистему верхнего уровня – центр и управляемые подсистемы нижнего уровня – активные элементы (рис. 1). Управляющая подсистема координирует работу активных элементов, задавая им плановые состояния  $x_n$  ( $n = \overline{1, N}$ ), а управляемые подсистемы нижнего уровня осуществляют их реализа-

цию. Причем в силу того, что элементы являются активными, они могут самостоятельно выбирать свои собственные состояния  $y_n$  ( $n = \overline{1, N}$ ), которые часто не совпадают с плановыми состояниями, назначенными центром. Такая модель активной системы [1, 2] содержит наиболее важные особенности, связанные с управлением иерархическими системами, и является базой для проведения исследовательских работ в более сложных производственных ситуациях, учитывающих зависимость активных элементов, неполную информированность центра, динамику и другие условия. Формализованную модель

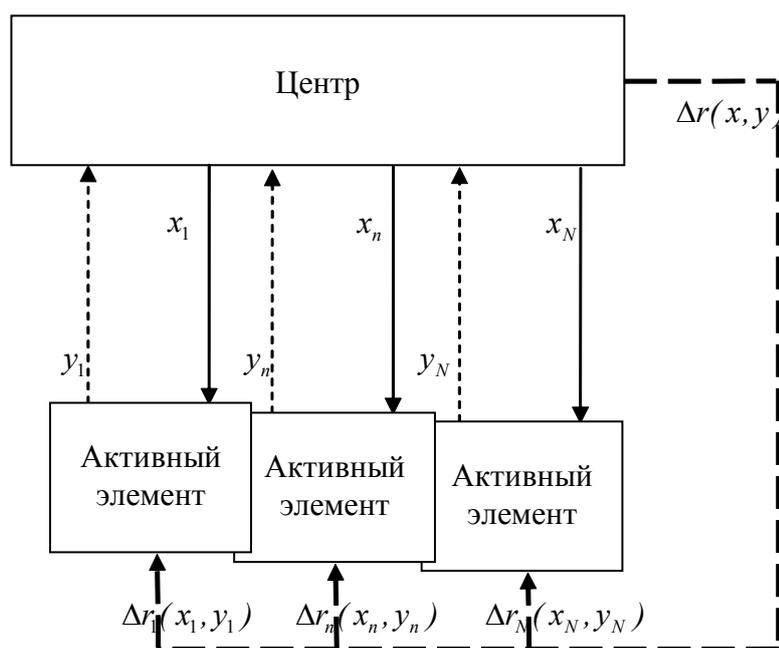


Рис. 1. Схема взаимодействия в многоэлементной производственно-экономической системе

функционирования активного элемента можно представить в виде ограничений и целевой функции. Ограничения описывают производственные возможности элемента, определяемые технологическими и материальными ресурсами. Каждый элемент выбирает свое состояние  $y_n$  ( $n = \overline{1, N}$ ) из технологического множества допустимых значений  $Y_n(r_n)$  ( $n = \overline{1, N}$ ), зависящих от параметра  $r_n$ , принадлежащего заданному множеству  $R_n$  ( $n = \overline{1, N}$ ) и характеризующего нормы расхода технологических, материальных и финансовых ресурсов, а также другие особенности производственной системы.

Пусть целевыми функциями для каждого элемента являются функции  $f_n(r_n, y_n) \in F_n$  ( $n = \overline{1, N}$ ), величины которых характеризуют степень достижения поставленных целей и отражают внутренние интересы элементов. Причем  $F_n$  - множество возможных значений целевой функции  $n$ -го элемента. В качестве целевой функции может быть, например, один из экономических показателей: прибыль, объем реализации продукции. Стремление к оптимизации значений целевой функции представляет собой рациональное поведение активного элемента.

При известной целевой функции и множестве допустимых значений состояний модель функционирования активного элемента будет иметь вид

$$f_n(r_n, y_n) \xrightarrow{y_n \in Y_n(r_n)} \max, \quad (n = \overline{1, N}). \quad (1)$$

Активность элемента в процессе производства продукции, как следует из модели, проявляется в выборе таких значений состояний  $y_n$ , которые обеспечивают максимальное значение целевой функции при заданных параметрах  $r_n \in R_n$ .

Обозначим через  $P_n(r_n, f_n)$  ( $n = \overline{1, N}$ ) множество состояний для  $n$ -го элемента, на котором достигается максимум его целевой функции:

$$P_n(r_n, f_n) = \arg \max_{y_n \in Y_n(r_n)} f_n(r_n, y_n), \quad (n = \overline{1, N}). \quad (2)$$

Примем, что  $g_n(r_n, f_n)$  ( $n = \overline{1, N}$ ) представляют собой значения целевых функций элементов при  $y_n \in P_n(r_n, f_n)$  ( $n = \overline{1, N}$ ):

$$g_n(r_n, f_n) = \max_{y_n \in Y_n(r_n)} f_n(r_n, y_n), \quad (n = \overline{1, N}). \quad (3)$$

Величины  $g_n(r_n, f_n)$  ( $n = \overline{1, N}$ ) являются максимальными значениями оценки эффективности функционирования элементов, которые они могут получить при заданных критериях и заданных технологических, материальных и финансовых ресурсах.

Состояния, выбранные элементами на основании своих критериев, могут отличаться от плановых состояний (далее план, плановые задания, заказ), определенных центром на основании критерия, характеризующего эффективность функционирования ПЭС в целом. Реализация активными элементами плана, определенного центром с позиции эффективной работы всей системы, может привести к снижению величин целевых функций элементов, к возникновению противоречий в производственной системе и снижению ее эффективности.

Определим условия согласованного взаимодействия с позиции интересов активных элементов ПЭС.

Пусть  $x_n \in Y_n(r_n)$  ( $n = \overline{1, N}$ ) - плановое состояние, определяемое центром для активных элементов,  $f_n(r_n, x_n)$  ( $n = \overline{1, N}$ ) - значения целевых функций элементов при реализации плановых состояний. Сравнивая значения целевых функций  $g_n(r_n, f_n)$  ( $n = \overline{1, N}$ ), определяемых в соответствии с (3), со значениями  $f_n(r_n, x_n)$  ( $n = \overline{1, N}$ ) для каждого элемента, можно сделать вывод о наличии противоречий в производственной системе. Так, если величина

$$\Delta g_n(x_n) = g_n(r_n, f_n) - f_n(r_n, x_n) > 0, \quad (n = \overline{1, N}), \quad (4)$$

то целевые функции активных элементов при выполнении планового задания центра уменьшатся на величины  $\Delta g_n(x_n)$  ( $n = \overline{1, N}$ ),

а это означает, что в производственной системе имеет место противоречие. Разность  $\Delta g_n(x_n) (n = \overline{1, N})$ , определяемая в соответствии с (4), является количественной мерой противоречий между  $n$ -ым активным элементом и центром.

Пусть  $y = (y_1, \dots, y_n, \dots, y_N) \in Y(r)$  - вектор состояний и множество его возможных значений для ПЭС,  $r = (r_1, \dots, r_n, \dots, r_N) \in R$  - вектор параметров системы,  $f(r, y) \in F$  - вектор целевых функций элементов,  $x = (x_1, \dots, x_n, \dots, x_N) \in Y(r)$  - вектор плановых заданий.

$$\text{Причем } Y(r) = \prod_{n=1}^N Y_n(r_n), \quad R = \prod_{n=1}^N R_n,$$

$$F = \prod_{n=1}^N F_n.$$

Целевую функцию центра, имеющую множество возможных значений  $\Xi$ , будем обозначать  $\Phi(r, x) \in \Xi$ . В качестве целевой функции центра так же, как и элементов, может быть прибыль, чистый приведенный доход, объем реализации продукции и другие показатели эффективности работы ПЭС в целом. Модель функционирования центра при точном выполнении элементами планового задания будет иметь вид

$$\Phi(r, x) \xrightarrow{x \in Y(r)} \max. \quad (5)$$

В предположении, что активные элементы выбирают состояния с позиции собственных интересов, модель функционирования центра будет иметь вид

$$\Phi(r, y) \xrightarrow{y \in P(r, f)} \max, \quad (6)$$

где  $P(r, f)$  - множество локально-оптимальных состояний элементов, определяемых по

$$\text{модели прогноза (2): } P(r, f) = \prod_{n=1}^N P_n(r_n, f_n).$$

Примем, что  $\Psi(r, f)$  представляет собой значения целевой функции центра при состояниях  $y \in P(r, f)$ :

$$\Psi(r, f) = \max_{y \in P(r, f)} \Phi(r, y).$$

Из модели функционирования центра (6) с учетом множества (2) следует, что центр, прогнозируя результаты решения элементами своих оптимальных задач при заданных целевых функциях, формирует множество локально-оптимальных состояний  $P(r, f)$ , на котором определяет максимальную оценку значения своей целевой функции. Эта оценка соответствует значению целевой функции центра при отсутствии сбалансированности интересов в ПЭС. Сравнивая значение целевой функции центра  $\Phi(r, x)$ , определяемой в соответствии с задачей (5), со значением  $\Psi(r, f)$ , полученным в результате решения задачи (6), можно оценить противоречия в ПЭС. Если величина

$$\Delta \Psi(x) = \Phi(r, x) - \Psi(r, f) > 0, \quad (7)$$

то в производственно-экономической системе имеется противоречие. То есть, элементы, выбирая с позиции своих интересов состояния  $y = (y_1, \dots, y_n, \dots, y_N) \in Y(r)$ , отличные от плановых состояний, заданных центром, приносят центру потери в размере  $\Delta \Psi(x)$ . Если  $\Delta \Psi(x) \leq 0$ , то в системе имеет место сбалансированность интересов между центром и активными элементами. Если в системе имеется противоречие интересов, то разность  $\Delta \Psi(x)$  можно также считать дополнительным эффектом, который получит центр от организации согласованного взаимодействия в ПЭС.

Предположим, что центр готов ввести систему стимулирования  $\eta(x, y)$ , которая обеспечит выполнение элементами плановых состояний. Тогда с учетом системы стимулирования целевая функция  $n$ -го элемента примет следующий вид:

$$f_n(r_n, y_n, x_n, \eta_n) = f_n(r_n, y_n) + \Delta f_n(x_n, \eta_n, y_n),$$

где  $\Delta f_n(x_n, \eta_n, y_n) (n = \overline{1, N})$  - приращения целевых функций элементов, получаемые ими в результате применения центром системы

стимулирования  $\eta(x, y)$  при выборе состояний  $y_n \in Y_n(r_n)$  ( $n = \overline{1, N}$ ), совпадающих с плановыми заданиями  $x_n \in Y_n(r_n)$  ( $n = \overline{1, N}$ ).

В то же время целевая функция центра изменится при применении системы стимулирования и будет выглядеть следующим образом:

$$\Phi(r, x, y, \eta) = \Phi(r, x) - \Delta\Phi(x, \eta, y),$$

где  $\Delta\Phi(x, \eta, y)$  - потери центра, на которые уменьшится его целевая функция, вызванные выплатой элементам стимулирующих воздействий.

Величины  $\eta_n(x_n, y_n)$  представляют собой стимулирующее воздействие, получаемое  $n$ -ым элементом только в случае реализации плановых заданий центра  $x_n \in Y_n(r_n)$ . Если же элемент выбирает состояние, отличное от планового, то он не получает стимулирующего воздействия. В качестве стимулирующего воздействия центр может выплачивать элементам дополнительные премии в явном виде. Центр также может стимулировать элементы косвенным образом путем повышения расценок за выполненные работы, увеличения объема заказываемых работ, путем предоставления отсрочки в выполнении работ.

С учетом введенных обозначений механизм взаимодействия в ПЭС представляет собой следующую совокупность компонент:  $\Phi(r, x, y, \eta)$  - целевая функция центра, включающая систему стимулирования; процедура  $\Pi^x$  формирования вектора планового задания, выбор которой определяет выбор плановых состояний  $x \in Y(r)$ ; целевые функции активных элементов  $f_n(r_n, y_n, x_n, \eta_n)$  ( $n = \overline{1, N}$ ), включающие систему стимулирования, которые формируют вектор  $f(r, y, x, \eta)$ .

Таким образом, если обозначить через  $Q \in G$  механизм взаимодействия в ПЭС, то, в общем случае, он представляет собой кортеж следующего вида:

$$Q = \langle \Pi^x, \Phi(r, x, y, \eta), f(r, y, x, \eta) \rangle,$$

причем механизм  $Q$  принадлежит допустимой области  $G$  - множеству возможных механизмов взаимодействия в изучаемой ПЭС.

В активной системе необходимо учитывать обратные связи в процессе взаимодействия центра и элементов. Обратная связь в системе определяется зависимостью выбираемых активными элементами состояний  $y_n \in Y_n(r_n)$  ( $n = \overline{1, N}$ ) от выбранных центром переменных компонент механизма взаимодействия  $Q$ . Причем элементы выбирают такие состояния  $y_n \in Y_n(r_n)$  ( $n = \overline{1, N}$ ), которые обеспечивают максимум их целевых функций, то есть выбираемые каждым элементом оптимальные состояния удовлетворяют соотношениям

$$y \in P(Q) = P(r, x, f) = \prod_{n=1}^N P_n(r_n, x_n, f_n),$$

где  $P_n(r_n, x_n, f_n) = \arg \max_{y_n \in Y_n(r_n)} f_n(r_n, y_n, x_n, \eta_n)$  - множество оптимальных состояний  $n$ -го элемента при выборе механизма взаимодействия  $Q$ .

Таким образом, действия каждого элемента по выбору своих состояний зависят от вида целевой функции  $f_n(r_n, y_n, x_n, \eta_n)$  ( $n = \overline{1, N}$ ), учитывающей стимулирующее воздействие, и плановых заданий  $x_n \in Y_n(r_n)$  ( $n = \overline{1, N}$ ). Иными словами, зависят от выбранного центром механизма взаимодействия  $Q$ , чем и обеспечивается обратная связь в ПЭС. Множество состояний элементов  $P(Q)$  называется множеством состояний, реализуемых данным механизмом взаимодействия  $Q$ .

В статье будет исследоваться задача выбора с позиции критерия центра целевых функций элементов  $f(r, y, x, \eta) \in F$  при фиксированном векторе плановых заданий  $x \in Y(r)$ . Такую задачу будем называть задачей синтеза согласованного по плановому заданию механизма взаимодействия в ПЭС. Механизмы взаимодействия в ПЭС форми-

ругие множества согласованных механизмов взаимодействия  $G_f^*$ , если при их выборе достигаются цели согласования – плановые состояния элементов  $x \in Y(r)$ , определенные центром:  $G_f^* = \{Q \in G | x \in P(Q)\}$ . В качестве конкретной системы стимулирования будем рассматривать параметрическую координацию, когда стимулирование элементов реализуется центром косвенно, путем изменения существенных для функционирования элементов параметров системы.

Рассмотрим постановку задачи синтеза параметрически согласованного механизма взаимодействия в ПЭС, то есть задачу одновременного определения плановых заданий  $x_n \in Y_n(r_n)$  ( $n = \overline{1, N}$ ) и изменения координирующих параметров ПЭС на величину

$$\Delta r(x, y) = (\Delta r_1(x_1, y_1), \dots, \Delta r_n(x_n, y_n), \dots, \Delta r_N(x_N, y_N)) \in R,$$

определяемых следующим образом:

$$\Delta r_n(x_n, y_n) = \begin{cases} \Delta r_n(x_n), & \text{если } y_n = x_n \\ 0, & \text{если } y_n \neq x_n \end{cases}, (n = \overline{1, N}),$$

где  $\Delta r = (\Delta r_1, \dots, \Delta r_n, \dots, \Delta r_N)$  - вектор приращений параметров (в дальнейшем для краткости вместо записи  $\Delta r_n(x_n)$  будем использовать  $\Delta r_n$ ).

Для этого сформулируем критерий эффективности центра, совпадающий с критерием эффективности ПЭС в целом. При параметрической координации целевая функция центра примет следующий вид:

$$\Phi(r, x, y, \Delta r) = \Phi(r, x) - \Delta \Phi(x, \Delta r, y), \quad (8)$$

где  $\Delta \Phi(x, \Delta r, y)$  - потери центра, на которые уменьшится его целевая функция, вызванные изменением координирующих параметров на величины  $\Delta r$ .

Очевидно, что в большинстве случаев потери центра, вызванные изменением координирующих параметров на величины  $\Delta r$ , совпадают с суммой приращений целевых

функций элементов при выполнении ими планового задания центра:

$$\Delta \Phi(x, \Delta r, y) = \sum_{n=1}^N \Delta f_n(x_n, \Delta r_n, y_n),$$

где

$$\Delta f_n(x_n, \Delta r_n, y_n) = \begin{cases} \Delta f_n(x_n, \Delta r_n), & \text{если } y_n = x_n \\ 0, & \text{если } y_n \neq x_n \end{cases}$$

- изменение целевой функции  $n$ -го элемента, вызванное изменением параметров на величину  $\Delta r_n$  при реализации элементами планового задания  $x_n$ .

Таким образом, задача выбора координирующих параметров, согласованных по плановому заданию при оптимальном функционировании ПЭС, заключается в определении таких планов  $x_n \in Y_n(r_n)$  ( $n = \overline{1, N}$ ), которые максимизируют целевую функцию  $\Phi(r, x, y, \Delta r)$ , и определении таких изменений координирующих параметров  $\Delta r_n$  ( $n = \overline{1, N}$ ), которые максимизируют целевые функции элементов при условии реализации ими оптимального планового задания центра.

Введем в рассмотрение множество согласованных с позиции интересов элементов координирующих воздействий  $\Delta R_c(x)$ , удовлетворяющих следующему соотношению:

$$\Delta R_c(x) = \{ \Delta r \in R | \underline{\Delta r}_n \leq \Delta r_n \leq \overline{\Delta r}_n,$$

$$\left( \frac{df_n(r_n, x_n)}{dr_n}, \Delta r_n \right) \geq \Delta g_n(x_n), (n = \overline{1, N}) \}, \quad (9)$$

где  $\underline{\Delta r}_n, \overline{\Delta r}_n$  - нижнее и верхнее значение изменения координирующего параметра для  $n$ -го элемента.

Если величины  $\Delta r_n$  ( $n = \overline{1, N}$ ) выбраны для каждого элемента в соответствии с (9), то для значений их целевых функций выполняются неравенства следующего вида:

$$f_n(r_n + \Delta r_n, x_n) \geq \max_{y_n \in Y_n(r_n)} f_n(r_n, y_n), (n = \overline{1, N}). \quad (10)$$

Эти неравенства означают, что элементы заинтересованы в реализации оптимальных с позиции ПЭС плановых заданий  $x_n \in Y_n(r_n) (n = \overline{1, N})$ , а величины изменения координирующих параметров являются согласованными по плановому заданию с позиции целевых функций элементов.

Осуществим постановку задачи выбора согласованного механизма взаимодействия в ПЭС. Для этого предположим, что центр определяет значение своей целевой функции  $\Phi(r, x, y, \Delta r)$  на множестве локально-оптимальных состояний:

$$y_n \in P_n(r_n, x_n, \Delta r_n) = \arg \max_{y_n \in Y_n(r_n)} (f_n(r_n, y_n) + \Delta f_n(x_n, \Delta r_n, y_n)) \quad (11)$$

или

$$y \in P(r, x, \Delta r) = \prod_{n=1}^N P_n(r_n, x_n, \Delta r_n). \quad (12)$$

В формализованном виде задача выбора параметрически согласованного с позиции интересов элементов оптимального механизма взаимодействия в ПЭС запишется следующим образом:

$$\begin{aligned} \Phi(r, x, y, \Delta r) &\xrightarrow{x, \Delta r} \max, \\ x &\in Y(r) \cap P(r, x, \Delta r) \\ \Delta r &\in \Delta R_c(x) \end{aligned} \quad (13)$$

где  $\Delta R_c(x)$  - множество согласованных координирующих воздействий, определяемое в соответствии с (9).

Выполнение ограничений (9) в задаче выбора оптимального параметрически согласованного механизма взаимодействия (13), обеспечивающего реализацию элементами оптимальных плановых заданий, позволяет получить каждому из них величину дополнительного эффекта, определяемого следующим образом:

$$\Delta f_n(x_n, \Delta r_n) = \left( \frac{df_n(r_n, x_n)}{dr_n}, \Delta r_n \right), (n = \overline{1, N}). \quad (14)$$

Стимулирующее воздействие, получаемое каждым элементом, представляет собой часть общего эффекта, получаемого центром в результате реализации оптимальных с позиции ПЭС плановых заданий  $\Delta \Psi(x)$ .

Для согласованного с позиции центра оптимального управления необходимо, чтобы величина общего эффекта  $\Delta \Psi(x)$  была не меньше величины суммарного стимулирующего воздействия, получаемого элементами при реализации оптимальных плановых заданий центра, то есть должно выполняться неравенство

$$\Delta \Psi(x) \geq \sum_{n=1}^N \left( \frac{df_n(r_n, x_n)}{dr_n}, \Delta r_n \right). \quad (15)$$

Обозначим множество координирующих воздействий, удовлетворяющих соотношению (15), через  $\Delta R_\Phi(x)$ :

$$\begin{aligned} \Delta R_\Phi(x) &= \{ \Delta r \in R \mid \underline{\Delta r}_n \leq \Delta r_n \leq \overline{\Delta r}_n \} (n = \overline{1, N}), \\ \Delta \Psi(x) &\geq \sum_{n=1}^N \left( \frac{df_n(r_n, x_n)}{dr_n}, \Delta r_n \right). \end{aligned} \quad (16)$$

Задача выбора параметрически согласованного с позиции интересов центра оптимального механизма взаимодействия с учетом (16) будет иметь следующий вид:

$$\begin{aligned} \Phi(r, x, y, \Delta r) &\xrightarrow{x, \Delta r} \max, \\ x &\in Y(r) \cap P(r, x, \Delta r) \\ \Delta r &\in \Delta R_\Phi(x) \end{aligned} \quad (17)$$

где  $\Delta R_\Phi(x)$  - множество согласованных координирующих воздействий, определяемое в соответствии с (16).

В результате решения задачи (17) определяются величины таких координирующих воздействий  $\Delta r$ , при которых суммарное стимулирующее воздействие, получаемое эле-

ментами, не превышает общего эффекта  $\Delta\Psi(x)$  от реализации оптимального планового задания.

Множество согласованных по оптимальному плановому заданию координирующих воздействий, таким образом, должно выбираться и с точки зрения целевых функций центра (17), и с точки зрения интересов элементов (13). В связи с этим рассмотрим задачу выбора механизма взаимодействия, параметрически согласованного по оптимальному плановому заданию с позиции целевых функций центра и элементов.

Для решения задачи выбора оптимального параметрически согласованного взаимодействия в ПЭС необходимо, чтобы пересеклись множества координирующих воздействий, согласованных по оптимальному плановому заданию с позиции целевых функций центра  $\Delta R_\Phi(x)$  и элементов  $\Delta R_c(x)$ :

$$\Delta R_\Phi(x) \cap \Delta R_c(x) \neq \emptyset. \quad (18)$$

Тогда, с учетом (18) задачу синтеза параметрически согласованного по оптимальному плановому заданию с позиций целевых функций центра и элементов механизма взаимодействия запишем в следующем виде:

$$\Phi(r, x, y, \Delta r) \xrightarrow{x, \Delta r} \max, \quad (19)$$

$$x \in Y(r) \cap P(r, x, \Delta r)$$

$$\Delta r \in \Delta R_\Phi(x) \cap \Delta R_c(x)$$

где  $\Delta R_\Phi(x) \cap \Delta R_c(x) = \{\Delta r \in R \mid \underline{\Delta r}_n \leq \Delta r_n \leq \overline{\Delta r}_n;$

$$\left( \frac{df_n(r_n, x_n)}{dr_n}, \Delta r_n \right) \geq \Delta g_n(x_n), (n = \overline{1, N});$$

$$\Delta\Psi(x) \geq \sum_{n=1}^N \left( \frac{df_n(r_n, x_n)}{dr_n}, \Delta r_n \right) \} - \text{множество}$$

координирующих воздействий, согласованных по плановому заданию с позиции целевых функций центра и элементов.

Решение задачи выбора оптимального согласованного взаимодействия в ПЭС (19)

при известной информации о производственных возможностях элементов, их целевых функциях и целевой функции центра сводится к определению для каждого элемента ограниченной области значений координирующих параметров, обеспечивающих сбалансированность целевых функций элементов и ПЭС в целом.

Отсутствие такой области означает неэффективность управления взаимодействием в ПЭС при реализации оптимального планового задания: получаемый общий эффект от согласованного взаимодействия не компенсирует всех потерь у элементов, связанных с реализацией ими оптимального планового задания.

Область согласованных значений координирующих воздействий имеет нижнюю и верхнюю границы. Нижняя граница определяется в результате решения задачи синтеза таких изменений координирующих параметров, при которых компенсируются потери элементов, связанных с реализацией оптимального планового задания. Верхняя граница области согласованных по плановому заданию координирующих воздействий определяется из условия превышения общего эффекта, получаемого ПЭС от согласованного взаимодействия, относительно суммарных потерь элементов, связанного с реализацией оптимального планового задания.

Множество (18) представляет собой ограниченную область изменения координирующих воздействий, любое значение из которой обеспечивает заинтересованность центра и элементов в реализации оптимального планового задания и, следовательно, достижение максимально эффективного состояния ПЭС в целом.

Использование результатов данного исследования на практике позволило согласовать интересы заказчиков и ОАО «Самарский элеватор», блокирующий пакет акций которого находится в собственности РФ. Реализация согласованного взаимодействия привела к существенному росту экономических показателей в 2002-2003 годах: комплексный грузооборот данного предприятия вы-

рос в 1,62 раза, валовая выручка в 2,56 раза, среднемесячная заработная плата выросла в 1,5 раза, предприятие получило прибыль. В то же время по балансовым отчетам 2002-2003 годов более 60 % предприятий сельскохозяйственной отрасли Самарской области были убыточными.

### Список литературы

1. Бурков В. Н., Новиков Д. А. Теория активных систем: состояние и перспективы. М.: СИНТЕГ, 1999. – 128 с.
2. Новиков Д. А. Стимулирование в организационных системах. М.: Синтег, 2003. – 312 с.

## **PROBLEMS OF SYNTHESIS OF FACTOR-COORDINATED INTERACTION MECHANISM IN A MULTICOMPONENT PRODUCTION ECONOMIC SYSTEM**

© 2004 V. D. Bogatyrev

Samara State Aerospace University

The paper deals with the factor-coordinated interaction mechanism, which makes it possible to coordinate the interaction between the centre and the active elements. On the one hand, the elements should be interested in fulfilling the plan set by the centre in the basis of the interested of the production economic system as a whole. On the other hand the centre should be interested in factor-coordinated interaction which is achieved by selecting increments of factors essential for the system.

УДК 519

## МОДЕЛЬ ЭКОНОМИЧЕСКОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ БАНКА И ЗАЕМЩИКОВ НА КРЕДИТНОМ РЫНКЕ

© 2004 Д. З. Вагапова

Самарский государственный аэрокосмический университет

При известных функциях предложения и спроса на кредиты определены равновесные значения процентной ставки и соответствующие ей равновесные значения объемов предложения и спросы на кредиты. Описан итерационный процесс формирования равновесных значений и найдены условия его устойчивости.

Спрос на кредиты представляет собой некоторую сумму, которую заемщики готовы купить по некоторой ставке на некоторый период времени.

Обозначим через  $A(\alpha)$  количество денег, покупаемых заемщиком на денежном рынке по ставке  $\alpha$ . Функция  $A(\alpha)$  называется функцией спроса, характеризующей зависимость количества покупаемых денег от процентной ставки. В соответствии с этой функцией величина спроса различна при разных процентных ставках. Функция спроса является убывающей функцией: при увеличении процентной ставки величина спроса на кредиты уменьшается [ 1 ].

Пусть с повышением процентной ставки по кредитам спрос со стороны заемщиков уменьшается в соответствии с уравнением

$$A(\alpha) = A(\underline{\alpha}) - a(\alpha - \underline{\alpha}), \quad \underline{\alpha} \leq \alpha \leq \bar{\alpha}, \quad (1)$$

где  $A(\underline{\alpha})$  - спрос на кредиты со стороны заемщиков при ставке процента, равной  $\underline{\alpha}$ ;  $a > 0$  - коэффициент, характеризующий уменьшение спроса по кредитам в связи с ростом процентной ставки;

$\underline{\alpha}$ ,  $\bar{\alpha}$  - нижняя и верхняя границы изменения процентной ставки кредита соответственно.

Если на кредитном рынке сложились цены на кредиты, то заемщик в соответствии с (1) определяет величину кредита. Таким образом, функция спроса на кредиты описывает поведение заемщика на кредитном рынке.

Производная функции спроса по процентной ставке  $A'(\alpha) = \partial A / \partial \alpha$  характеризу-

ет величину изменения спроса при изменении процентной ставки  $\alpha$  на 1 единицу. Так как функция спроса предполагается убывающей, то  $A'(\alpha) = -a < 0$ . Эластичность спроса на кредиты по процентной ставке показывает, на сколько процентов изменится величина спроса при изменении процентной ставки  $\alpha$  на один процент. Если обозначить эластичность спроса на кредиты через  $\varepsilon_{\alpha}^A$ , то эта величина равна

$$\varepsilon_{\alpha}^A = \frac{A'(\alpha)\alpha}{A(\alpha)} = -\frac{a\alpha}{A(\underline{\alpha}) - a(\alpha - \underline{\alpha})}. \quad (2)$$

Под предложением кредитов со стороны банка будем понимать его величину, которую банк готов продать по цене, сложившейся на кредитном рынке.

Обозначим через  $y(\alpha)$  величину кредита, которую банк предлагает для продажи по цене  $a$  на установленный период. Функция  $y(\alpha)$  называется функцией предложения кредитов со стороны банка, характеризующей зависимость количества даваемых займы денег от процентной ставки. Функция предложения является возрастающей функцией: при увеличении процентной ставки величина предложения кредитов увеличивается.

Пусть с повышением процентной ставки по кредитам предложение их со стороны банка увеличивается в соответствии с уравнением

$$y(\alpha) = y(\underline{\alpha}) + b(\alpha - \underline{\alpha}), \quad \underline{\alpha} \leq \alpha \leq \bar{\alpha}, \quad (3)$$

где  $y(\underline{\alpha})$  - предложение кредитов со стороны банка при ставке процента, равной  $\underline{\alpha}$ ;

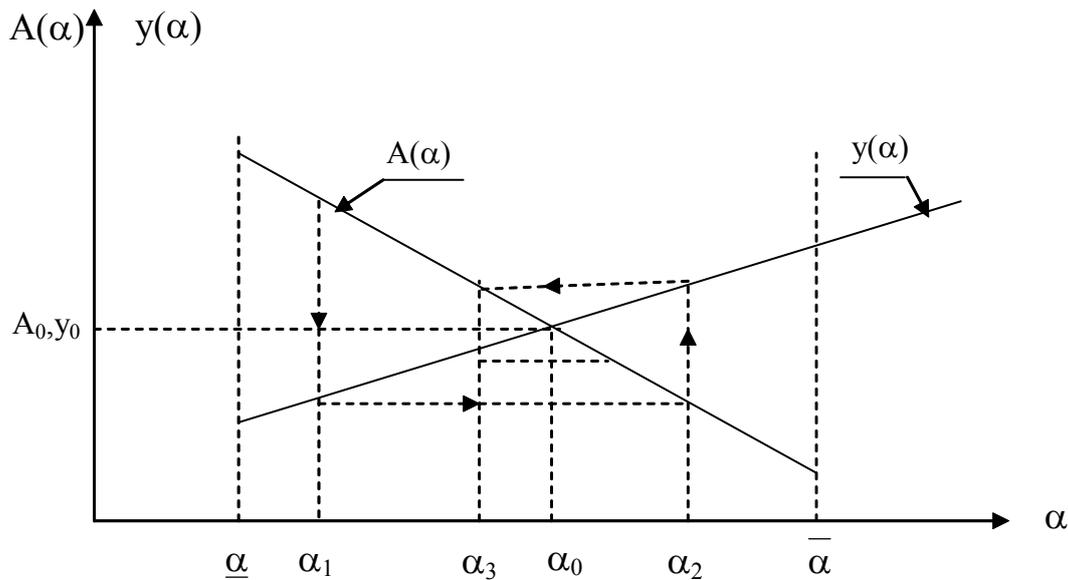


Рис. 1. Метод последовательных приближений к состоянию равновесия  $\alpha_0$

$b > 0$  – коэффициент, характеризующий прирост продолжения кредитов в связи с ростом их процентной ставки.

Производная функции предложения по процентной ставке  $y'(\alpha) = \partial y / \partial \alpha$  показывает, насколько изменится величина предложения при изменении процентной ставки на 1 единицу. Поскольку функция предложения является возрастающей, то

$$y'(\alpha) = b > 0.$$

Эластичность предложения по процентной ставке показывает, на сколько процентов изменится величина предложения при изменении процентной ставки кредита на один процент. Величину предложения по процентной ставке можно определить по уравнению

$$\varepsilon_y^\alpha = \frac{y'(\alpha)\alpha}{y(\alpha)} = -\frac{b\alpha}{y(\alpha) + b(\alpha - \underline{\alpha})}. \quad (4)$$

Состояние кредитного рынка, при котором спрос равен предложению, является равновесным, а процентная ставка  $\alpha_0$ , при которой достигается равенство спроса и предложения, является равновесной ставкой. Приравнивая функции спроса и предложения между собой, получим следующее равновесное значение процентной ставки

$$\alpha_0 = \underline{\alpha} + \frac{A(\underline{\alpha}) - y(\underline{\alpha})}{b + a}. \quad (5)$$

Полученной равновесной процентной ставке соответствуют следующие равновесные значения спроса и предложения кредитов:

$$A(\alpha_0) = A_0 = \frac{bA(\underline{\alpha}) + ay(\underline{\alpha})}{b + a} = y(\alpha_0) = y_0. \quad (6)$$

В реальности формирование равновесных значений осуществляется в результате взаимодействия банка с заемщиками во времени посредством последовательных приближений. Процесс отыскания этого равновесия называют «нащупыванием» (рис. 1).

Пусть в начальный момент процентная ставка на кредит равна  $\alpha_1$ . Так как спрос на кредит больше предложения, то есть  $A(\alpha_1) > y(\alpha_1)$ , то цена увеличивается до  $\alpha_2$  так, чтобы  $A(\alpha_2) = y(\alpha_1)$ , т. е. чтобы спрос в следующем периоде понизился до величины предложения в предыдущем. Спрос при ставке  $\alpha_2$  становится меньше предложения ( $A(\alpha_2) < y(\alpha_2)$ ), тогда процентная ставка уменьшается до  $\alpha_3$  и т. д.

Из рис. 1 следует, что точка равновесия  $\alpha_0$  является устойчивой, так как итерационный процесс, начавшийся при ставке  $\alpha_1$ , сходится к состоянию равновесия. Для сходимости этого процесса необходимо соблю-

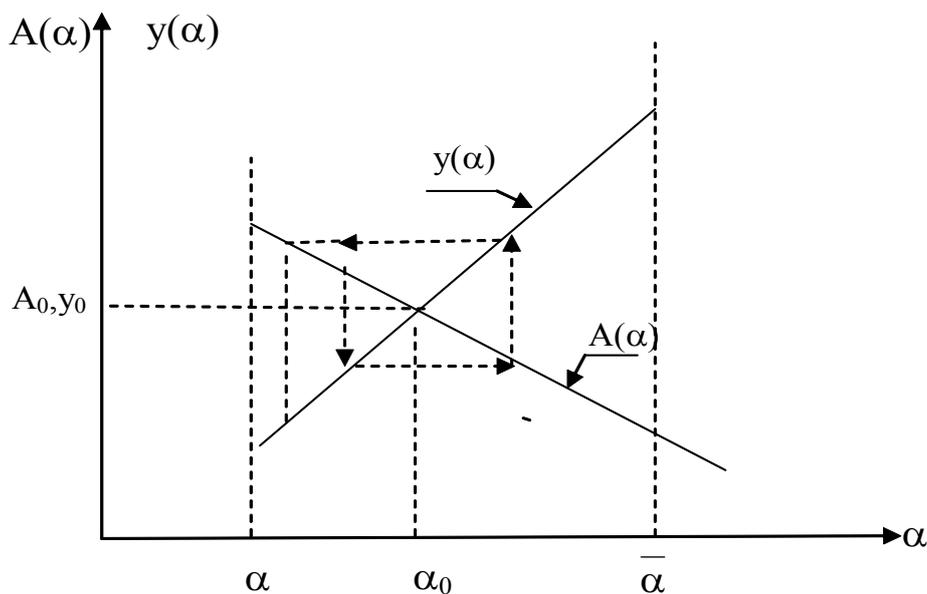


Рис. 2. Неустойчивое состояние равновесия

дение некоторых условий. Так, если функции спроса и предложения кредитов описываются уравнениями (1) и (3), то необходимо и достаточно выполнение условия

$$b < |a| \quad \text{или} \quad y'(\alpha) < |A(\alpha)'|, \quad (7)$$

то есть угол наклона линии спроса на кредиты со стороны заемщиков должен быть больше угла наклона линии предложения кредитов со стороны банка. Если же существует область значений процентной ставки такая, что при любом начальном значении ставки из этой окрестности процесс итераций не сходится к состоянию равновесия, то такая точка равновесия называется неустойчивой. При линейных функциях спроса и предложения

кредитов состояние равновесия является неустойчивым (рис. 2), если  $b \geq |a|$ .

Таким образом, состояние равновесия на кредитном рынке зависит от величин предложения кредитов со стороны банка и спроса на них со стороны заемщиков. При изменении условий на рынке функции предложения и спроса изменяются, что вызывает новые процессы итераций, которые сходятся или не сходятся к состоянию равновесия.

#### Список литературы

1. Роуз Питер С. Банковский менеджмент: предоставление финансовых услуг. Пер. с англ. М.: Дело, 1997. - 768 с.

## THE MODEL OF ECONOMIC INTERACTION BETWEEN THE BANK AND BORROWERS IN THE CREDIT MARKET

© 2004 D. Z. Vagapova

Samara State Aerospace University

With the known functions of demand for and supply of credit interest rate equilibrium values are determined as well as the equilibrium values of volumes of demand for and supply of credit corresponding to the given interest rate. The iteration process of equilibrium values' formation is described and the prerequisites for its stability are established.

## К ВОПРОСУ О ТОЧНОСТИ И ЭФФЕКТИВНОСТИ ПРОГНОЗОВ В ДЕЯТЕЛЬНОСТИ АВИАКОМПАНИЙ ЧАРТЕРНОГО ТИПА

© 2004 К. А. Зорин

ЗАО «ВОЛГА-ДНЕПР»

Рассмотрено прогнозирование деятельности авиакомпании чартерного типа на основе использования аппарата теории активных систем. Предложен метод оценки точности прогноза, в котором учитываются интересы и целенаправленность поведения активных элементов рассматриваемых систем.

Переход экономики страны на рыночные методы хозяйствования, повсеместная в ряде случаев необоснованная приватизация привели к тому, что прежний Аэрофлот раздробился на ряд мелких и средних авиакомпаний. Отсутствие вертикали управления предопределило необходимость руководству этих компаний самостоятельно решать все вопросы, связанные с организацией функционирования возглавляемых ими фирм (планирование, финансирование деятельности, связь с элементами рыночной среды и т. д.). В особенно сложном положении оказались авиакомпании чартерного типа, появившиеся в последние годы на рынке авиаперевозок. Анализ деятельности российских авиакомпаний чартерного типа, занимающихся перевозкой крупногабаритных грузов на самолетах

Ан-124-100 («Восток-Днепр», АНТК им. Антонова, Полет, Аэрофрагт) показал, что рынок спроса на данный тип перевозок подчиняется закономерностям, графическая интерпретация которых представлена на рис. 1.

Прямая 1 отражает регулярные, систематические заявки, поступающие в основном от российских заказчиков, с которыми у чартерных фирм налажены стабильные отношения. Зависимость 2 отражает спонтанно поступающие заявки в основном от крупных международных заказчиков. Величина этих заявок и сроки их возникновения определяются резкими изменениями политической и экономической ситуации в различных регионах планеты. Например, в 2002 году необходимость срочной перевозки грузов гумани-

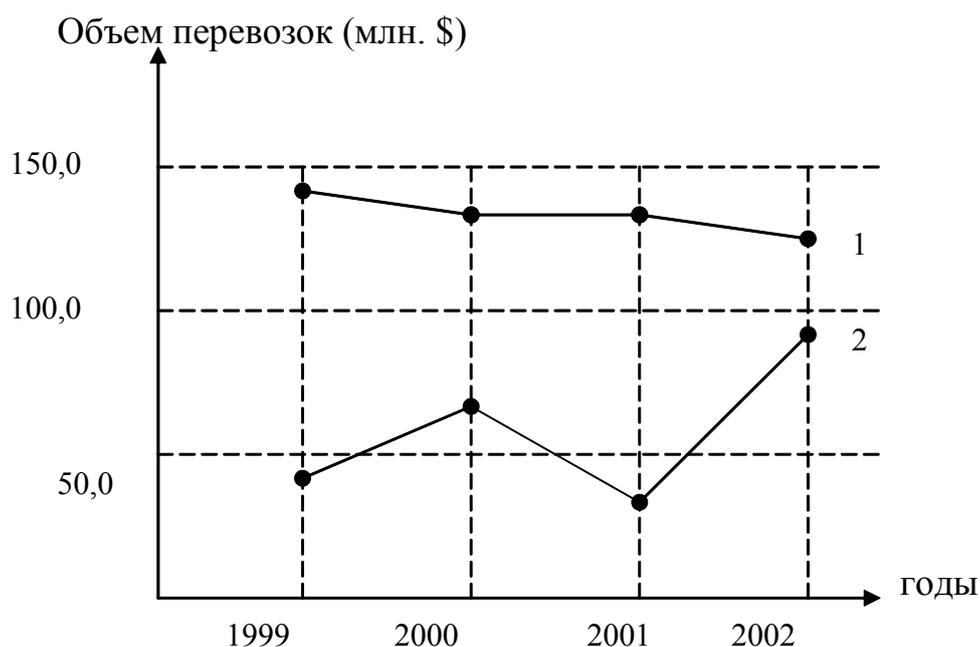


Рис. 1. Динамика спроса на авиаперевозки на самолете Ан - 124 - 100

тарной помощи в Афганистан привела к резкому объему заявок.

Одной из отличительных особенностей управления экономикой указанных авиационных компаний является то, что приведение к готовности техники (самолетов) и кадрового состава под будущие заказы связано с большими финансовыми затратами. Поэтому точность планирования будущих состояний является чрезвычайно важной, а цена ошибок в планах чрезвычайно высока.

Рассмотрим методы и модели прогнозирования, которые могут быть использованы в менеджменте авиакомпаний чартерного типа.

Предположим, что имеется некоторая система, относительно будущих состояний которой делается прогноз. Этот прогноз проводится на основе той или иной модели системы (модели прогнозируемого объекта). Вычисляемая апостериори разность  $\| \text{прогноз-факт} \|$ , где  $\| \cdot \|$  отражает используемое «расстояние» между фактическим состояниями системы и прогнозом, может трактоваться и как точность прогноза, и как критерий адекватности модели, используемой при прогнозе.

Информация, получаемая субъектом (в том числе - коллективным) в результате прогноза, либо может быть принята к сведению, либо может изменить поведение этого субъекта. В первом случае говорят о пассивном прогнозе, во втором - об активном. Такое разделение достаточно условно, так как любой прогноз может рассматриваться как активный. Поэтому активным обычно считается прогноз, в результате которого происходит целенаправленное значительное изменение поведения субъекта.

Если система является пассивной (не содержит активных элементов, которые могут изменять свое поведение при получении новой информации) или если прогноз не становится известным участникам активной системы, то любой прогноз будет пассивным.

В случае активного прогноза использовать для определения его точности приведенную выше разность нельзя, поскольку невозможно оценить «фактическое» (без получе-

ния информации) состояние системы и сравнить его с прогнозируемым.

Введем следующие обозначения:  $Z_1$  - фактическое состояние системы, когда прогноз отсутствует;  $z'_1, z''_1$  - соответственно представление конкурентов и руководства системы о  $Z_1$ ;  $Z_2$  - прогнозируемое состояние системы (становящееся достоянием гласности, т. е. доводящееся до участников взаимодействия);  $Z_3$  - состояние системы в тот момент времени, относительно которого делается прогноз (т. е. состояние, в котором она фактически окажется с учетом активного прогноза);  $Z_0$  - наиболее благоприятное с точки зрения центра состояние системы.

Для четырех введенных характеристик возможны шесть различных их полярных разностей, приведенных в таблице 1. Каждая из этих разностей может оцениваться тремя субъектами - руководством исследуемой системы (Центр), участниками внешней среды (активные элементы - АЭ) и сторонними наблюдателями (СН) - в два различных момента времени: до и после осуществления активного прогноза (АП), т. е. до сообщения прогноза активным элементам и после реализации конечного состояния исследуемой системы.

Таким образом, существует 36 возможных комбинаций, рассмотренных в таблице 1. Не все эти комбинации имеют содержательный смысл (в таблице они обозначены подчеркиком).

Перечислим основные свойства АП и введенные при заполнении таблицы 1 предположения:

1. АП является управлением.
2. Конечное состояние системы  $Z_3$  априори неизвестно.
3. Сторонний наблюдатель не обладает собственными интересами и моделью системы (то есть не имеет возможности определить  $Z_1$ ).
4. Цели Центра неизвестны АЭ.

Таблица 1  
Критерии оценки активного прогноза

Критерий	Центр		СН		АЭ	
	до АП	после АП	до АП	после АП	до АП	после АП
$\ z_1 - z_2\ $	«можно ли делать такое сообщение, поверит ли ему АЭ»	-	-	-	«различие моделей, используемых центром и АЭ»	-
$\ z_1 - z_3\ $	-	«возможности управления»	-	-	-	«вмешательство центра»
$\ z_2 - z_3\ $	-	-	-	<b>Точность АП</b>	-	«правдивость и/или компетентность центра»
$\ z_1 - z_0\ $	«повод для управления – что будет, если не управлять»	-	-	-	-	-
$\ z_2 - z_0\ $	-	-	-	-	-	-
$\ z_3 - z_0\ $	-	<b>Эффективность АП</b>	-	-	-	-

Оценки критериев имеют следующие содержательные интерпретации.

Разность  $\|z_1'' - z_2\|$ , оцениваемая центром до сообщения АП, характеризует **возможность сообщения АЭ прогноза**  $z_2$  с учетом того, что АЭ может не поверить сообщению.

Разность  $\|z_1' - z_2\|$ , оцениваемая АЭ в момент получения АП, но до реализации  $z_3$ , с его точки зрения характеризует **степень различия моделей**, используемых им и Центром для прогноза конечного состояния системы.

Разность  $\|z_1' - z_3\|$ , оцениваемая Центром после реализации  $z_3$ , с его точки зрения характеризует **возможности активного прогноза как средства информационного управления**, то есть возможности влияния на конечное состояние системы за счет целенап-

равленного сообщения прогнозной информации.

Разность  $\|z_1'' - z_3\|$ , оцениваемая АЭ после реализации  $z_3$ , с его точки зрения характеризует **влияние Центра**, то есть отражает разность между состояниями в отсутствии и в присутствии АП.

Разность  $\|z_2 - z_3\|$ , оцениваемая СН после реализации  $z_3$ , с его точки зрения определяет разность между спрогнозированным Центром и фактически реализовавшимся состояниями системы, то есть характеризует **точность АП**. Таким образом, точности активного и пассивного прогноза с точки зрения СН определяются одинаково.

Разность  $\|z_2 - z_3\|$ , оцениваемая АЭ после реализации  $z_3$ , с его точки зрения характеризует **правдивость Центра**, то есть степень различия между тем состоянием си-

стемы, которое спрогнозировал Центр, и тем состоянием, которое фактически реализовалось.

Разность  $\|z'_1 - z_3\|$ , оцениваемая Центром до реализации  $Z_3$ , с его точки зрения характеризует *степень соответствия состояния системы в отсутствие управления целям центра*, то есть позволяет ответить на вопрос «что произойдет в отсутствие управления?».

Разность  $\|z_3 - z_0\|$ , оцениваемая Центром после реализации  $Z_3$ , с его точки зрения характеризует степень соответствия состояния системы в присутствии управления целям Центра, то есть *эффективность АП*. Например, эффективность АП может характеризоваться разностью  $|f_0(z_3) - f_0(z_0)|$ , где  $f_0(z)$  - целевая функция центра.

Остальные комбинации в таблице 1 не имеют смысла в силу указанных выше причин.

В заключение отметим следующее. Для активного прогноза фактическое состояние системы  $z_3$  зависит определенным образом от самого прогноза  $z_2: z_3 = \eta(z_2)$ . Тогда точность активного прогноза  $z$  характеризуется разностью

$$\|z - \eta(z)\|.$$

Вышеизложенные результаты могут быть использованы при решении задач прогнозирования деятельности авиакомпаний чартерного типа и других организаций, для которых типична высокая степень неопределенности будущих состояний внешней среды, влияющих на эффективность их функционирования.

## ACCURACY AND EFFICIENCY OF FORECAST IN THE ACTIVITY OF CHARTER AIRLINES

© 2004 K. A.Zorin

Volga-Dnepr, Ltd

Forecasting of charter airlines, activities is considered using the apparatus of active systems theory. A method of evaluating forecast accuracy is proposed that takes into account the interests and purposeful behaviour of the active elements of the systems considered.

## ОПТИМАЛЬНЫЕ СТРАТЕГИИ ПРИВЛЕЧЕНИЯ ФИНАНСОВЫХ РЕСУРСОВ ДЛЯ РАЗВИТИЯ ФИРМЫ В ДЛИТЕЛЬНОМ ПЕРИОДЕ

© 2004 О. В. Павлов

Самарский государственный аэрокосмический университет

Рассматривается задача управления финансовыми ресурсами производственной фирмы в длительном периоде. Предполагается, что фирма может развиваться за счет «внутренних» источников (прибыли) и «внешних» финансовых ресурсов (средств различных инвестиционных фондов, банковских кредитов). Задача формулируется как задача оптимального управления. С использованием принципа максимума Понтрягина определяются оптимальные условия привлечения «внутренних» и «внешних» финансовых ресурсов для развития основных фондов и увеличения количества работников фирмы.

### 1. Постановка задачи оптимального управления

Рассматривается производственная деятельность фирмы в длительном периоде, в котором возможны изменения факторов производства: основных фондов (капитала)  $K(t)$  и количества работников (труда)  $L(t)$ . Объем выпуска продукции  $Q(t)$  в момент времени  $t$  описывается производственной функцией, учитывающей научно-технический прогресс [1]:

$$Q(t) = e^{\alpha t} f(K(t), L(t)), \quad (1)$$

где  $K(t)$  - количество основных фондов в момент времени  $t$ , выраженный в денежных единицах;  $L(t)$  - количество работников фирмы в момент времени  $t$ ;  $\alpha$  - коэффициент, учитывающий научно-технический прогресс.

Предполагается мгновенное освоение капиталовложений, отсутствие временного лага между осуществлением затрат и началом функционирования производственных фондов и работников. Считается, что вся произведенная продукция фирмы реализуется на рынке.

Задачи оптимального распределения ресурсов производственной фирмы рассматривались в [2], [3]. Постановки задач были сделаны в предположении постоянства трудовых ресурсов, вопросы нахождения оптимального соотношения инвестиций в основные фонды и трудовые ресурсы не рассматривались. Математические модели отражали практику хозяйственной деятельности в условиях административно-командной систе-

мы, когда на предприятии существовали фонд развития производства, фонд материального поощрения и фонд социально-культурных мероприятий и жилищного строительства. Плановым органом в зависимости от темпов роста реализации и рентабельности определялся размер этих фондов, остальная прибыль изымалась. В рыночной экономике предприятие обладает самостоятельностью в принятии управленческих решений, практика формирования фондов развития отсутствует, предприятие из прибыли отчисляет только налоги. Эти изменения потребовали пересмотра математических моделей, описывающих функционирование предприятия в длительном периоде. В данной статье исследуются вопросы нахождения оптимального соотношения инвестиций в основные фонды и трудовые ресурсы, оптимальное соотношение собственных и заемных средств.

Траектория развития фирмы на временном интервале  $[0, T]$  описывается системой дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dK(t)}{dt} = -\mu K(t) + u_1(t) + v_1(t), \\ \frac{dL(t)}{dt} = u_2(t) + v_2(t), \end{cases} \quad (2)$$

где  $\mu$  - коэффициент выбытия основных фондов;  $u_1(t)$ ,  $u_2(t)$  - часть прибыли в стоимостном выражении, инвестируемая в момент времени  $t$  в основные фонды и трудовые ресурсы, соответственно;  $v_1(t)$ ,  $v_2(t)$  - внешние

инвестиции в стоимостном выражении, привлекаемые в момент времени  $t$  для развития основных фондов и трудовых ресурсов, соответственно. Дифференциальное уравнение, описывающее изменение основных фондов  $K(t)$ , приводится в [1]-[3]. Дифференциальное уравнение, описывающее изменение трудовых ресурсов  $L(t)$ , вводится автором.

Известно количество основных фондов и работников фирмы в начальный момент времени:

$$\begin{cases} K(0) = K_0, \\ L(0) = L_0. \end{cases} \quad (3)$$

Система (2) показывает, что «внутренние» и «внешние» инвестиции используются на восстановление и увеличение основных производственных фондов и количества работников.

В качестве целевой функции предприятия рассматривается максимизация дисконтированной чистой прибыли  $\pi(t)$  на интервале времени  $[0, T]$ :

$$J_u = \int_0^T e^{-\delta t} \pi(t) dt \rightarrow \max, \quad (4)$$

где  $\delta$  - коэффициент дисконтирования, с помощью которого будущая стоимость денег приводится к настоящему моменту времени  $t$ .

Чистая прибыль фирмы в момент времени  $t$  определяется следующим выражением:

$$\begin{aligned} \pi(t) = & p_1 Q(t) - p_2 L(t) - A(t) - N(t) - \\ & - \sum_{i=1}^m p_{3i} R_i(t) - \sum_{i=1}^2 u_i - \sum_{i=1}^2 v_i e^{-\delta \tau} (1+r)^\tau, \end{aligned} \quad (5)$$

где  $p_1$  - цена продукции фирмы;  $Q(t)$  - объем выпуска продукции;  $p_2$  - средняя ставка заработной платы (цена труда);  $p_1 Q(t)$  - доход фирмы;  $p_2 L(t)$  - затраты на заработную плату;  $A(t)$  - амортизационные отчисления;  $N(t)$  - налоговые выплаты;  $p_{3i}$  - цена  $i$ -го вида сырьевого ресурса;  $R_i(t)$  - количество  $i$ -го вида комплектующих и материалов;

$\sum_{i=1}^m p_{3i} R_i(t)$  - затраты на комплектующие и

материалы;  $m$  - количество видов комплектующих и материалов;  $r$  - величина кредитной ставки;  $\tau$  - время кредитования фирмы.

Амортизационные отчисления определяются следующим выражением:

$$A(t) = \mu K(t). \quad (6)$$

Налоговые выплаты определяются

$$\begin{aligned} N(t) = & n_1 p_1 Q(t) + n_2 p_2 L(t) + \\ & + n_3 \pi(t) + n_4 K(t), \end{aligned} \quad (7)$$

где  $n_1$  - процентная ставка налога на добавленную стоимость, в большинстве случаев 20 %;  $n_2$  - ставка единого социального налога 35,6 % от фонда зарплаты;  $n_3$  - ставка налога на прибыль 24 %;  $n_4$  - ставка налога на имущество  $\leq 2,2$  %.

Объем закупаемых комплектующих и материалов

$$R_i(t) = Q(t) r_i(t), \quad (8)$$

где  $r_i(t)$  - коэффициент расхода  $i$ -го вида комплектующего и материала при изготовлении продукции.

Учитывая (1) и (8), запишем выражение для налоговых выплат:

$$\begin{aligned} N(t) = & a_1 e^{at} f(K, L) - n_3 [p_2 L(t) + \\ & + \mu K(t)] + n_2 p_2 L(t) + n_4 K(t), \end{aligned} \quad (9)$$

где  $a_1 = p_1(n_1 + n_2) - n_3 \sum_{i=1}^m p_{3i} r_i(t)$ .

Подставляя (6), (7), (9) в (5) и учитывая (1), получим следующее выражение для прибыли:

$$\begin{aligned} \pi(t) = & a e^{at} f(K, L) - (1 - n_3) [p_2 L(t) + \\ & + \mu K(t)] - n_2 p_2 L(t) - n_4 K(t) - \\ & - \sum_{i=1}^2 u_i - \sum_{i=1}^2 v_i e^{-\delta \tau} (1+r)^\tau, \end{aligned} \quad (10)$$

где  $a = p_1 - a_1 - \sum_{i=1}^m p_{3i} r_i(t)$  - коэффициент, который характеризует прибыль с единицы продукции, с учетом переменных затрат, зависящих от объема продукции.

В качестве управляющих функций рассматриваются объемы внутренних  $u_i(t)$  и внешних инвестиций  $v_i(t)$ ,  $i = 1, 2$ . На управляющие функции наложены следующие ограничения:

$$0 \leq u_i(t) \leq I_i(t), \quad (11)$$

$$0 \leq v_i(t) \leq V_i(t), \quad (12)$$

$$0 \leq \sum_{i=1}^2 u_i(t) + \sum_{i=1}^2 v_i(t) \leq I(t). \quad (13)$$

Экономический смысл ограничений (11)-(13) заключается в том, что существуют предельные величины  $I_i(t)$ ,  $V_i(t)$ ,  $I(t)$ , характеризующие возможности фирмы в освоении «внутренних» и «внешних» капиталовложений. Сформулируем задачу оптимального управления: необходимо выбирать объемы «внутренних» и «внешних» инвестиций на фиксированном интервале времени  $[0, T]$  для динамической системы (2) с известным начальным состоянием (3) так, чтобы величина критерия оптимальности (4) приняла максимальное значение. Данная задача является задачей с фиксированным временем.

## 2. Решение задачи оптимального управления

Для решения сформулированной задачи оптимального управления применим принцип максимума Понтрягина [4].

Запишем функцию Гамильтона

$$\begin{aligned} H(t) = & \Psi_1(t)[- \mu K(t) + u_1(t) + v_1(t)] + \\ & + \Psi_2(t)[u_2(t) + v_2(t)] + e^{-\delta t} \{ a e^{\alpha t} f(K, L) - \\ & - [1 - n_3](p_2 L(t) + \mu K(t)) - n_2 p_2 L(t) - \\ & - n_4 K(t) - \sum_{i=1}^2 u_i - \sum_{i=1}^2 v_i e^{-\delta \tau} (1+r)^\tau \}, \end{aligned}$$

где  $Y_i(t)$ ,  $i = 1, 2$  – вспомогательные (сопряженные) переменные, удовлетворяющие сопряженной системе уравнений

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{d\Psi_1(t)}{dt} = -\frac{\partial H(t)}{\partial K(t)} = & \Psi_1(t)\mu - a \frac{\partial f(K, L)}{\partial K(t)} e^{(\alpha-\delta)t} + \\ & + [1 - n_3](\mu + n_4)e^{-\delta t} \\ \frac{d\Psi_2(t)}{dt} = -\frac{\partial H(t)}{\partial L(t)} = & -a \frac{\partial f(K, L)}{\partial L(t)} e^{(\alpha-\delta)t} - \\ & - [1 - n_2 + n_3]p_2 e^{-\delta t} \end{aligned} \right. \quad (14)$$

и условиям трансверсальности на правом конце траектории

$$\Psi_i(T) = 0 \quad i = 1, 2. \quad (15)$$

Экономический смысл множителя

$$\frac{\partial f(K, L)}{\partial K(t)}$$

- предельный продукт капитала

(предельная фондоотдача), который показывает величину дополнительного объема продукции от каждой затраченной единицы капитала  $K$  при данном сочетании  $K, L$ . Экономический смысл множителя

$$\frac{\partial f(K, L)}{\partial L(t)}$$

- предельный продукт труда (предельная производительность), который показывает величину дополнительного объема продукции от каждой затраченной единицы труда  $L$  при данном сочетании  $K, L$ .

Таким образом, задача оптимального управления сведена к краевой задаче с двумя начальными условиями (3) и условиями на правом конце траектории (15).

Перепишем функцию Гамильтона в виде

Перепишем функцию Гамильтона в виде

$$\begin{aligned} H(t) = & \sum_{i=1}^2 (\Psi_i(t) - e^{-\delta t}) \mu_i(t) + \\ & + \sum_{i=1}^2 (\Psi_i(t) - e^{-\delta t} e^{-\delta \tau} (1+r)^\tau) v_i(t) - \mu K(t) \Psi_1(t) + \\ & + e^{-\delta t} [a e^{\alpha t} f(K, L) - [1 - n_3](p_2 L(t) + \mu K(t)) - \\ & - n_2 p_2 L(t) - n_4 K(t)]. \end{aligned} \quad (16)$$

В соответствии с принципом максимума в каждой точке оптимальной траектории функция  $H(t)$  достигает максимума относительно управляющих параметров.

Согласно (16) гамильтониан линейно зависит от управляющих функций  $u_i(t)$  и  $v_i(t)$ . Следовательно, оптимальные стратегии использования финансовых ресурсов определяются следующими соотношениями:

$$u_i(t) = \begin{cases} I_i(t), & \text{если } \Psi_i(t) - e^{-\delta t} \geq 0 \\ 0, & \text{если } \Psi_i(t) - e^{-\delta t} < 0 \end{cases} \quad i = 1, 2, \quad (17)$$

$$v_i(t) = \begin{cases} V_i(t), & \text{если } \Psi_i(t) - e^{-\delta(t+\tau)}(1+r)^\tau \geq 0 \\ 0, & \text{если } \Psi_i(t) - e^{-\delta(t+\tau)}(1+r)^\tau < 0 \end{cases} \quad i=1,2. \quad (18)$$

Таким образом, оптимальное управление является релейным:

$$u_i(t) = \begin{cases} I_i(t), & \text{если } t_0 \leq t \leq t_{ui}^*, \\ 0, & \text{если } t_{ui}^* < t \leq T, \end{cases}$$

$$v_i(t) = \begin{cases} V_i(t), & \text{если } t_0 \leq t \leq t_{vi}^*, \\ 0, & \text{если } t_{vi}^* < t \leq T, \end{cases}$$

где  $t_{ui}^*$  - время переключения для «внутренних» инвестиций, определяемое из условия

$$\Psi_i(t) - e^{-\delta t} = 0, \quad i=1,2, \quad (19)$$

$t_{vi}^*$  - время переключения для «внешних» инвестиций, определяемое из условия

$$\Psi_i(t) - e^{-\delta(t+\tau)}(1+r)^\tau = 0, \quad i=1,2. \quad (20)$$

Таким образом, оптимальной стратегией для фирмы является инвестирование получаемой прибыли или привлекаемых кредитных ресурсов с максимальной интенсивностью в основные фонды и трудовые ресурсы на интервале от начального момента времени до точки переключения. На интервале от точки переключения до конечного момента времени оптимальным является полный отказ от привлечения финансовых ресурсов.

Анализируя (17) и (18), можно сделать вывод о том, что привлекать заемные средства выгоднее, чем собственные, если коэффициент дисконтирования больше натурального логарифма ставки кредитования, увеличенной на единицу:  $\delta > \ln(1+r)$ . Привлекать собственные средства выгоднее, чем заемные, если коэффициент дисконтирования меньше натурального логарифма ставки кредитования, увеличенной на единицу:  $\delta < \ln(1+r)$ . Если коэффициент дисконтирования больше натурального логарифма ставки кредитования, увеличенной на единицу, то момент времени прекращения инвестиций увеличивается (отодвигается) по сравнению

с моментом времени прекращения инвестиций при использовании собственных средств. Если коэффициент дисконтирования меньше натурального логарифма ставки кредитования, увеличенной на единицу, то момент времени прекращения инвестиций уменьшается (приближается) по сравнению с моментом времени прекращения инвестиций при использовании собственных средств. В случае равенства коэффициента дисконтирования натуральному логарифму ставки кредитования момент времени прекращения инвестиций остается без изменений.

### 3. Решение задачи оптимального управления для линейной производственной функции

Для случая линейной производственной функции  $Q(t) = e^{\alpha t} (BK(t) + CL(t))$  сопряженная система (14) интегрируется независимо от исходной (2). В этом случае прирост объема выпуска продукции в результате единичного увеличения капитала и труда постоянен:

$$\frac{\partial f(K, L)}{\partial K(t)} = B = const, \quad \frac{\partial f(K, L)}{\partial L(t)} = C = const.$$

Вспомогательные переменные  $\Psi_1(t)$ ,  $\Psi_2(t)$  определяются из решения дифференциальных уравнений (14)

$$\Psi_1(t) = e^{\mu t} \left\{ \begin{aligned} & \frac{a}{\delta + \mu - \alpha} B [e^{-(\delta + \mu - \alpha)t} - e^{-(\delta + \mu - \alpha)T}] - \\ & - \frac{1 - n_3 + n_4}{\delta + \mu} [e^{-(\delta + \mu)t} - e^{-(\delta + \mu)T}] \end{aligned} \right\}, \quad (21)$$

$$\Psi_2(t) = \frac{a}{\delta - \alpha} C [e^{-(\delta - \alpha)t} - e^{-(\delta - \alpha)T}] - \frac{1 - n_3 + n_2}{\delta} p_2 [e^{-\delta t} - e^{-\delta T}] \quad (22)$$

Подставляя (21) в (17), получим условия привлечения собственных финансовых ресурсов для развития основных фондов:

$$u_1(t) = \begin{cases} I_1(t), & \text{если } \frac{a}{\omega} B[e^{-\omega t} - e^{-\omega T}] \geq \\ & \geq \frac{1-n_3+n_4}{\vartheta} [e^{-\vartheta t} - e^{-\vartheta T}] + e^{-\vartheta t}, \\ 0, & \text{если } \frac{a}{\omega} B[e^{-\omega t} - e^{-\omega T}] < \\ & < \frac{1-n_3+n_4}{\vartheta} [e^{-\vartheta t} - e^{-\vartheta T}] + e^{-\vartheta t}, \end{cases}$$

где  $\omega = \delta + \mu - \alpha$ ,  $\vartheta = \delta + \mu$ .

Выгодно привлекать финансовые ресурсы для развития основных фондов до тех пор, пока дополнительная прибыль, полученная в результате прироста капитала, умноженная на временной коэффициент приведения, больше суммы налоговых ставок и временного коэффициента приведения.

Подставляя (22) в (17), получим условия привлечения собственных финансовых ресурсов для увеличения трудовых ресурсов:

$$u_2(t) = \begin{cases} I_2(t), & \text{если } \frac{a}{\varphi} C[e^{-\varphi t} - e^{-\varphi T}] \geq \\ & \geq \frac{1-n_3+n_2}{\delta} p_2 [e^{-\delta t} - e^{-\delta T}] + e^{-\delta t}, \\ 0, & \text{если } \frac{a}{\varphi} C[e^{-\varphi t} - e^{-\varphi T}] < \\ & < \frac{1-n_3+n_2}{\delta} p_2 [e^{-\delta t} - e^{-\delta T}] + e^{-\delta t}, \end{cases}$$

где  $\varphi = \delta - \alpha$ .

Выгодно привлекать финансовые ресурсы для увеличения количества работников до тех пор, пока дополнительная прибыль, полученная в результате прироста труда, умноженная на временной коэффициент приведения, больше суммы ставки заработной платы и временного коэффициента приведения.

С учетом (21), (22) уравнение (19) запишется:

$$e^{\mu t} \left\{ \frac{a}{\delta + \mu - \alpha} B[e^{-(\delta + \mu - \alpha)t} - e^{-(\delta + \mu - \alpha)T}] - \frac{1-n_3+n_4}{\delta + \mu} [e^{-(\delta + \mu)t} - e^{-(\delta + \mu)T}] \right\} - e^{-\delta t} = 0, \quad (23)$$

$$\frac{a}{\delta - \alpha} C[e^{-(\delta - \alpha)t} - e^{-(\delta - \alpha)T}] - \frac{1-n_3+n_2}{\delta} p_2 [e^{-\delta t} - e^{-\delta T}] - e^{-\delta t} = 0. \quad (24)$$

Из решения уравнений (23) и (24) определится точка прекращения собственных инвестиций в основные фонды и трудовые ресурсы.

В частном случае отсутствия научно-технического прогресса ( $\alpha = 0$ ) возможно аналитическое решение уравнений (23) и (24). Время прекращения инвестиций в основные фонды определится:

$$t_{u1}^* = T + \frac{1}{\delta + \mu} \left\{ \ln \left[ \frac{a}{\delta + \mu} B - \frac{1-n_3+n_4}{\delta + \mu} - 1 \right] - \ln \left[ \frac{a}{\delta + \mu} B - \frac{1-n_3+n_4}{\delta + \mu} \right] \right\}.$$

Время прекращения инвестиций в трудовые ресурсы определится:

$$t_{u2}^* = T + \frac{1}{\delta} \left\{ \ln \left[ \frac{a}{\delta} C - \frac{1-n_3+n_2}{\delta} p_2 - 1 \right] - \ln \left[ \frac{a}{\delta} C - \frac{1-n_3+n_2}{\delta} p_2 \right] \right\}.$$

### Заключение

На первоначальном этапе развития фирмы оптимальной стратегией является привлечение финансовых ресурсов для вложения в основные фонды и трудовые ресурсы с максимально возможной интенсивностью. По истечении определенного промежутка времени, зависящего от величины прибыли, получаемой от приращения основных фондов и трудовых ресурсов, привлечение финансовых средств становится невыгодным. Использование заемных средств предпочтительнее, чем собственных, если коэффициент дисконтирования больше натурального логарифма ставки кредитования, увеличенной на единицу:  $\delta > \ln(1 + r)$ .

Для случая линейной производственной функции время прекращения инвестиций в

капитал и труд находится из решения трансцендентных уравнений. В случае отсутствия научно-технического прогресса время прекращения инвестиций в основные фонды и трудовые ресурсы определяется по аналитическому выражению.

#### **Список литературы**

1. Лагоша Б. А. Оптимальное управление в экономике: Учеб. пособие. М.: Финансы и статистика, 2003.

2. Горелик В. А., Кононенко А. Ф. Теоретико-игровые модели принятия решений в эколого-экономических системах. М.: Радио и связь, 1982.

3. Соколовский Л. Е. Модели оптимального функционирования предприятия. М.: «Наука», 1980.

4. Понтрягин Л. С., Болтянский В. Г., Гамкрелидзе Р. В., Мищенко Е. Ф. Математическая теория оптимальных процессов. М.: «Наука», 1983.

### **OPTIMAL STRATEGIES OF ATTRACTING FINANCIAL RESOURCE FOR LONG-TERM COMPANY DEVELOPMENT**

© 2004 O. V. Pavlov

Samara State Aerospace University

The task of long-term managing financial resources of product company is considered. It is assumed that a company can develop due to its "inner" sources (profit) or "outer" financial resources (various investment funds, bank credits).

The task is formulated as one of optimal management. Using the Pontryagin maximum principle optimal conditions of attracting both "inner" and "outer" financial resources for the development of the fixed assets and the increase of the number of the company's employs are determined.

## ПОСТРОЕНИЕ ПОЗНАВАТЕЛЬНО-ДЕЯТЕЛЬНОСТНОЙ МАТРИЦЫ УЧЕБНОГО ПРОЦЕССА

© 2004 Е. Н. Рябинова<sup>1</sup>, Б. А. Титов<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Самарский государственный технический университет

<sup>2</sup>Самарский государственный аэрокосмический университет

Рассматривается одна из возможных структуризаций учебного процесса в высшей профессиональной школе, состоящая из определенного набора психолого-познавательных и деятельностных уровней. Приводится аргументация каждого из предлагаемых уровней, на основе которой строится так называемая познавательно - деятельностная матрица учебного процесса. Полученные результаты предполагается использовать для построения феноменологической модели усвоения учебного материала с учетом предыстории обучения и фактора мотивации.

Проблема структуризации учебного процесса в высшей профессиональной школе не нова. В этой области существует ряд подходов, обзор которых в достаточной степени представлен в работах Майданова А. С. [1, 2]. В разные годы были предложены структуризации учебного процесса Л. П. Леонтьева и О. Г. Гохмана [3], Л. Б. Ительсона [4], Р. Э. Авчуковой [5], М. Бунге [6], Дж. Р. Диксона [7], Д. Пойа [8, 9], М. И. Потеева [10, 11], С. А. Пиявского [12, 13]. В [13 - 17] была предложена структуризация учебного процесса по четырем деятельностным уровням, которая далее использовалась при построении математической модели учебного процесса как управляемой динамической системы. В частности, в [15] в качестве внутренних обратных связей в функциональной схеме учебного процесса учитывалась способность учащегося восстанавливать или увеличивать объем учебной информации за счет формирования умозаключений, а также терять часть этой информации за счет отвлечения от учения. В [16] при разработке модели учебного процесса кроме перечисленных выше характеристик была учтена способность учащегося увеличивать объем учебной информации за счет самостоятельной работы. В [17] был рассмотрен еще один фактор учебного процесса, который может приводить к восстановлению утраченной ранее учебной информации – процедура повторения изучаемого материала.

В настоящей работе предлагается структуризация учебного процесса в виде опреде-

ленного набора психолого-познавательных и деятельностных уровней, на основе которой строится так называемая познавательно - деятельностная матрица учебного процесса. Цель предлагаемой структуризации состоит в построении более полной феноменологической модели процесса усвоения учебного материала, учитывающей влияние психологических и деятельностных составляющих и переменную мотивации.

Из множества психологических процессов познания выделим следующие определяющие психолого – познавательные уровни: отражение, осмысление, алгоритмирование и контролирование, которые могут представлять собой одну из возможных структуризаций познавательного процесса с точки зрения психологии.

Обозначим перечисленные выше психолого – познавательные уровни через  $\Psi_i$ ,  $i = \overline{1,4}$ . Уровень  $\Psi_1$  - это уровень отражения (ориентировочный уровень), который характеризует восприятие учебного материала учащимся и включает в себя такие психологические процессы, как ощущение, восприятие, внимание, воображение, память (как воспоминание), наглядно-образное мышление, мотив.

Уровень  $\Psi_2$  - осмысление. Мыслительная функция включает в себя переработку принятой учебной информации, нахождение способов решения поставленной задачи. Она характеризуется такими психологическими

процессами, как память, сознание, наглядно – действенное или понятийное мышление, мотив.

Уровень  $\Psi_3$  - алгоритмирование. Формирование алгоритма решения поставленной задачи является исполнительной функцией, которая включает в себя анализ способов, применяемых для реализации алгоритма, и характеризуется такими психологическими процессами, как память, сознание, внимание, воображение, речевое мышление, эмоции, мотив.

Психолого-познавательный уровень  $\Psi_4$  – контролирование. Контрольно-корректировочная функция отвечает за правильное оформление результата и характеризуется такими психологическими процессами, как память, внимание, мышление, речь, мотив. Контролирующая процедура является средством выработки у учащегося методики и умения регулярно анализировать и корректировать собственную деятельность.

Выделенные психолого-познавательные уровни позволяют построить следующую структуру познавательного процесса (рис. 1).

Из представленной структуры следует, что разные уровни познавательной активности характеризуются одинаковыми психологическими компонентами. Однако каждый из рассматриваемых компонентов меняется в процессе прохождения по психологическим уровням от  $\Psi_1$  до  $\Psi_4$ .

Например, рассмотрим такой важный компонент, как память. Ее следует рассматривать как психологический процесс сохранения информации на определенное время и процесс организации на этой основе обобщений и умозаключений. На уровне отражения  $\Psi_1$  этот компонент играет роль воспоминания – необходимая информация извлекается из долговременной памяти. При осмыслении, алгоритмировании и контролировании будут использоваться другие операционные механизмы памяти.

В [18] было показано, что мнемические способности учащегося характеризуются четырьмя этапами развития  $P_I - P_{IV}$ . Индивидуальные способности памяти отличаются большим разнообразием в рамках этих этапов. Способности человека зависят от развития функциональных, операционных и регулирующих механизмов памяти и выявляются в результате развертывания мнемической деятельности, продуктивность которой повышается за счет включения в процесс запоминания, сохранения и воспроизведения различных приемов [19].

Психологические процессы, явления и состояния (ощущение, восприятие, память, воображение, внимание, мышление, способности, темперамент, характер, эмоции и т. п.) обеспечивают в основном регуляцию поведения. Что же касается его стимуляции или побуждения, то оно связано с понятием «мотива» и «мотивации». Изменение «вектора мотивации» связано с множеством фак-

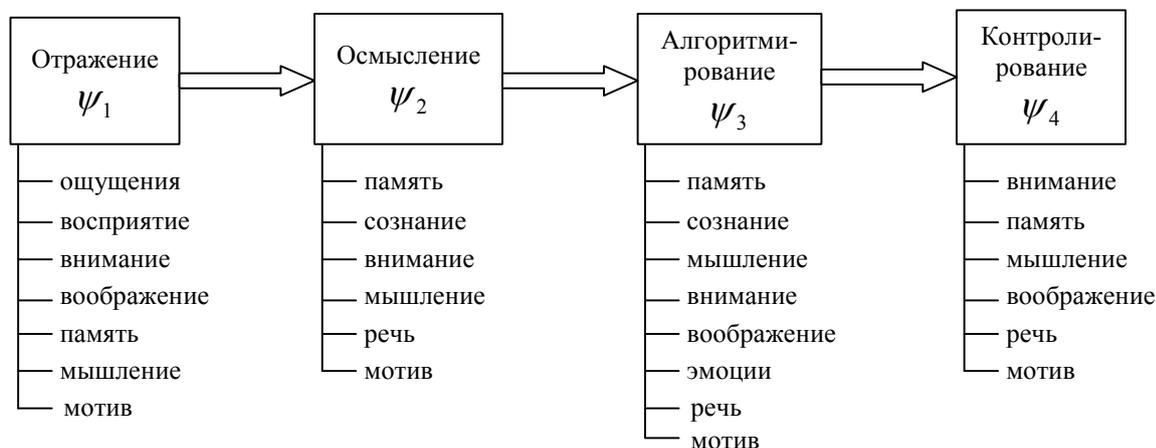


Рис. 1. Психологическая структура познавательного процесса

торов – потребностями, интересами, самочувствием и т. д. В зависимости от мотива человек может принять решения, не всегда соответствующие его интересам [20].

В психологии известны два уровня деятельности в зависимости от способа выражения приобретаемой в процессе обучения информации – репродуктивный и продуктивный [23-24]. При репродуктивном уровне деятельности усвоенная информация только воспроизводится в различных сочетаниях и комбинациях – от прямого копирования до любого реконструктивного ее воспроизведения и применения в типовых ситуациях. Репродуктивный уровень деятельности учащегося является копией деятельности учителя, прямым воспроизведением усвоенного алгоритма действия в том же учебном элементе, на котором было осуществлено обучение. При этом под термином «учебный элемент» будем понимать, согласно [22, 23], любые объекты, явления, методы и способы деятельности, взятые из науки и (или) технологии и внесенные в учебный материал изучаемой дисциплины.

Таким образом, в процессе репродуктивной деятельности новая информация не создается, а лишь воспроизводится с той или иной степенью подробности тех учебных элементов, которые составляют содержание учебной дисциплины.

Наблюдается репродуктивная деятельность двух типов. Первый тип соответствует воспроизведению по известному образцу, и при этом не требуется установления каких-либо логических связей между понятиями (деятельность на уровне узнавания).

Второй тип репродуктивной деятельности предусматривает при воспроизведении учебной информации обнаружение логических связей и элементарных аналогий (деятельность на уровне воспроизведения).

Продуктивная форма деятельности реализуется с использованием усвоенных приемов, в том числе и на новых учебных элементах. В процессе этой формы деятельности усвоенный алгоритм либо приспособляется к новому учебному элементу (новой ситуации), либо создается вновь из частей нескольких других алгоритмов.

В итоге продуктивной формы деятельности по отношению к содержанию обучения всегда создается новая информация, причем эта информация будет новой, как правило, не объективно, а субъективно. Продуктивная деятельность также может рассматриваться на двух уровнях: на уровне применения и на уровне творчества. Уровень применения соответствует решению нестандартных задач изученными методами, при упрощении существующего алгоритма решения и т. п.

Уровень творчества достигается в рамках научно-исследовательской работы учащегося. Получаемая при этом информация нередко бывает объективно новой, публикуется в печати, докладывается на конференциях и т. д. Эта деятельность обязательно должна включать в себя творческое действие, элемент исследования, трансформацию или перенос знаний. Перенесение смысла или значения изученного понятия на новые и вполне конкретные ситуации представляет наибольшие трудности. Путь от абстрактного к конкретному здесь оказывается не менее трудоемким, чем от конкретного к абстрактному.

Рассмотренные уровни репродуктивной и продуктивной деятельности обозначим через  $d_j$ ,  $j = \overline{1,4}$ .

Таким образом, уровень  $d_1$  (узнавание) связан с репродуктивной деятельностью. В этом случае каждая операция этой деятельности выполняется с опорой на подсказку, содержащуюся в явном или неявном виде, на ответ или описание действия. Этот уровень знаний можно сформировать во время лекционных занятий.

Второй уровень  $d_2$  (воспроизведение) – это воспроизведение изученных учебных элементов по памяти, без подсказки. Этот уровень усвоения знаний может сформировать внеаудиторная самостоятельная работа учащегося или соответствующие практические занятия.

Третий уровень  $d_3$  связан с продуктивной деятельностью в фазе применения. Учащийся должен обладать именно этим уровнем усвоения знаний по определенному ряду

учебных элементов программы. Здесь, очевидно, упор делается на практические занятия, методика проведения которых должна быть ориентирована на решение нестандартных задач.

Четвертый уровень усвоения  $d_4$  связан с продуктивной деятельностью в творчестве. Сформировать этот уровень у учащегося достаточно трудно.

Следует отметить, что иерархическая последовательность психологических уровней  $\psi_i, i = \overline{1,4}$  прослеживается для каждого уровня деятельности  $d_j, j = \overline{1,4}$ .

Итак, рассмотренные выше психолого-познавательные уровни усвоения учебной информации  $\psi_i, i = \overline{1,4}$  и деятельностные уровни  $d_j, j = \overline{1,4}$  могут быть формально представлены в виде матрицы размера  $4 \times 4$  (табл. 1), где каждое сочетание пар  $(\psi_i, d_j)$  будет соответствовать определенному количеству усвоенной учебной информации.

Отсюда следует, что

$$y_{ij} = F(\psi_i, d_j), i, j = \overline{1,4},$$

где  $y_{ij}$  - количество усвоенной учащимся учебной информации на  $i$ -ом психолого-познавательном уровне и  $j$ -ом деятельностном уровне.

Из табл. 1 видно, что рассматриваемая структура познавательной деятельности, в основе которой лежат не только психологические процессы, но и виды деятельности, позволяет представить освоение учащимся учебного материала как «движение» по элементам  $\psi d$ -матрицы размера  $4 \times 4$ , составленной из перечисленных выше психолого-познавательных и деятельностных уровней. При этом каждому из элементов этой матрицы соответствует вполне определенное количество усвоенного учебного материала  $y_{ij}$ , начиная с самого элементарного уровня  $y_{11}$  (узнавание на уровне отражения) и заканчивая самым высоким уровнем  $y_{44}$  - исследованием с контролем собственных действий (рис. 2). Отсюда видно, что наибольший объем знаний у учащегося имеет место на уровне  $\psi_1 d_1$ . Чем дальше мы перемещаемся по элементам  $\psi d$ -матрицы ( $i \rightarrow 4; j \rightarrow 4$ ), тем труднее приобретаются знания, так как весовые коэффициенты учебных элементов на разных уровнях  $\psi_i d_j$  качественно разные: с возрастанием индексов  $i$  и  $j$  ( $i = \overline{1,4}; j = \overline{1,4}$ ) возрастает и сложность изучаемого учебного материала.

Представленная структуризация учебного процесса, безусловно, не претендует на

Таблица 1  
Познавательльно-деятельностная матрица учебного процесса

Уровни деятельности / Уровни психолого-познавательные	Репродуктивная деятельность		Продуктивная деятельность	
	Узнавание (знакомство) $d_1$	Воспроизведение (копии) $d_2$	Применение (трансформация) $d_3$	Творчество (исследование) $d_4$
Отражение $\psi_1$	$y_{11}$	$y_{12}$	$y_{13}$	$y_{14}$
Осмысление $\psi_2$	$y_{21}$	$y_{22}$	$y_{23}$	$y_{24}$
Алгоритмирование $\psi_3$	$y_{31}$	$y_{32}$	$y_{33}$	$y_{34}$
Контролирование $\psi_4$	$y_{41}$	$y_{42}$	$y_{43}$	$y_{44}$

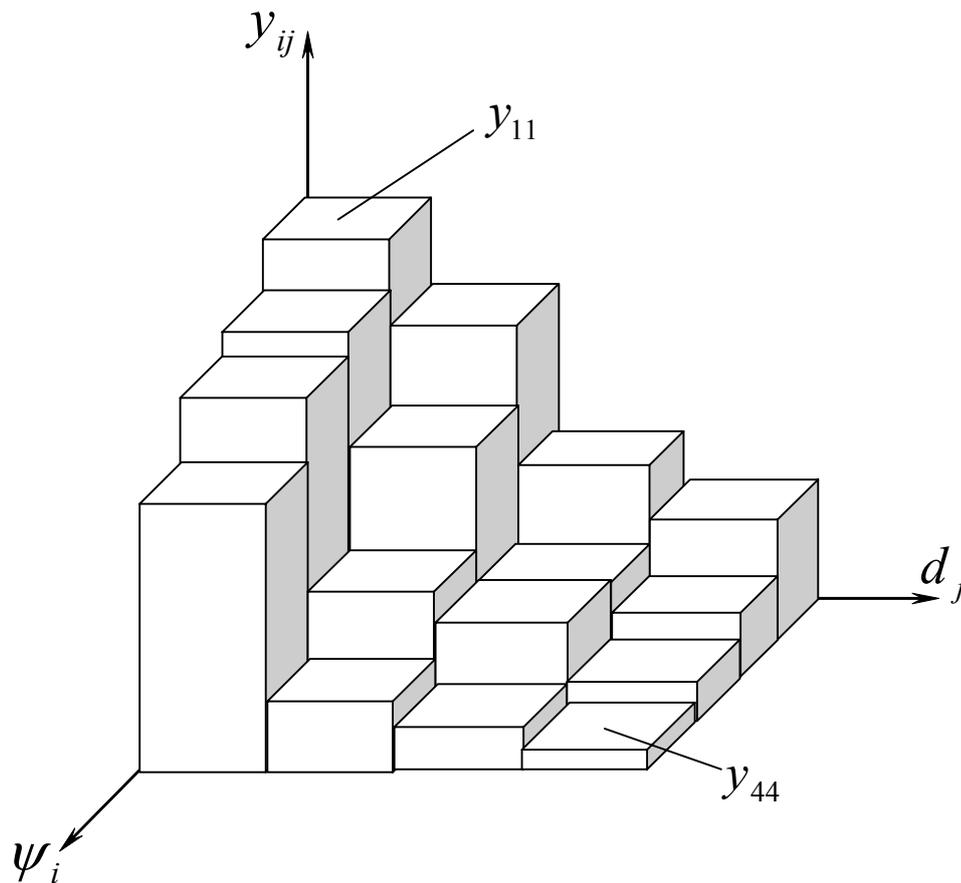


Рис. 2. Структуризация учебного процесса

полноту охвата проблемы и является лишь одним из возможных вариантов формального представления психолого – познавательных и деятельностных составляющих этого процесса. Такая структуризация позволяет конструктивно подойти к формированию математической модели процесса усвоения с учетом предыстории обучения и с учетом такого важного фактора, как мотивация. Далее подобная модель усвоения может быть использована для разработки такой технологии обучения, которая позволяет непрерывно корректировать процесс усвоения с учетом индивидуальных психологических и деятельностных особенностей учащихся.

#### Список литературы

1. Майданов А. С. Процесс научного творчества. М.: Наука, 1983. – 207 с.
2. Майданов А. С. Интеллект решает неординарные проблемы. М.: ИФ РАН, 1998. – 320 с.
3. Леонтьев Л. П., Гохман О.Г. Проблемы управления учебным процессом: математические модели. Рига: РГУ, 1984. – 239 с.об-разовательных услуг». Тольятти: ТолПИ, 1999. С. 46-47.
4. Ительсон Л. Б. Математические и кибернетические методы в педагогике. М.: Педагогика, 1964. – 248 с.
5. Авчухова Р. Э. Некоторые модельные представления при исследовании системы управления процессом обучения: Диссертация канд техн. наук. Рига: РПИ, 1974. – 115 с.
6. Бунге М. Интуиция и наука. М.: Прогресс, 1967. – 187 с.
7. Диксон Дж. Р. Проектирование систем: изобретательство, анализ и принятие решений. М.: Мир, 1969. – 440 с.
8. Пойа Д. Математика и правдоподобные рассуждения. М.: Наука, 1975. – 463 с.
9. Пойа Д. Математическое открытие. М.: Наука, 1976. – 448 с.
10. Потеев М. И. Основы аналитической дидактики. Санкт-петербург: ЛИТМО, 1992. – 167 с.
11. Потеев М. И. Практикум по методике обучения во втузах. М.: Высшая школа, 1990. – 95 с.

12. Пиявский С. А. Математическое моделирование управляемого развития научных способностей // Известия РАН, серия «Теория и системы управления» № 3, 2000, С. 100-106.

13. Пиявский С. А. Оптимальное управление развитием научных способностей школьников и студентов. Самара: СамГАСА, 1998. – 164 с.

14. Рябинова Е. Н., Титов Б. А. К построению феноменологической модели учебного процесса в системе профессионального образования // Материалы II-ой Всероссийской конференции «Проектирование, обеспечение и контроль качества образования и образовательных услуг». Тольятти: ТолПИ, 1999. С. 46-47.

15. Рябинова Е. Н., Титов Б. А. Моделирование учебного процесса в системе профессионального образования // Материалы научно-практической конференции «Интенсивно развивающиеся технологии обучения в высшей школе, тенденции и перспективы развития», Сызрань: Изд-во СВАИ, 1999. – С. 167-168.

16. Рябинова Е. Н., Титов Б. А. Формирование учебной нагрузки в процессе обучения // Сборник трудов Всероссийской научно-методической конференции «Системный подход к обеспечению качества высшего образования». Тольятти: ТолПИ, 2000. С. 130-137.

17. Рябинова Е. Н., Титов Б. А. К построению модели обучения с повторением изучаемого материала // Межвузовский сборник научных трудов «Наука, техника, образование г. Тольятти и Волжского региона». Ч. 1. Тольятти: ТолПИ, 2000. С. 73-75.

18. Рябинова Е. Н., Титов Б. А. Фактор памяти в процессе саморазвития учащихся // Сборник научно-методических работ “Саморазвитие учащейся молодежи”. – Самара: СИПК, 2000. С. 340-351.

19. Немов Р. С. Психология / Учебник для высших пед. учебн. заведений // Кн. 2: Психология образования М.: Гуманит. изд. центр. ВЛАДОС, 2002. – 608 с.

20. Рябинова Е. Н., Титов Б. А. О мотивации учебной деятельности // Материалы Всероссийской научно-практической конференции «Управление качеством образования в вузах», Самара: СамГТУ, 2003. С. 128-130.

21. Беспалько В. П. Педагогика и прогрессивные технологии обучения. М.: Педагогика, 1995. – 375 с.

22. Беспалько В. П. Основы теории педагогических систем. Воронеж: Изд-во ВГУ, 1977. – 304 с.

23. Беспалько В. П. Теория учебника: дидактический аспект. М.: Педагогика, 1988. – 160 с.

24. Самарин Ю. П., Рябинова Е. Н. Активные методы изучения математики в вузе / Учебное пособие. Куйбышев: Куйбыш. гос. ун-т, 1987. – 87 с.

## **CREATION OF AN EDUCATION PROCESS MATRIX OF COGNITION AND ACTIVITY**

© 2004 Н. Н. Ryabinova<sup>1</sup>, В. А. Titov<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Samara State Technical University

<sup>2</sup>Samara State Aerospace University

One of the possible educational process structures at higher professional school is considered. It consists of a certain set of psychologically – cognitive and activity levels. The argumentation of each of the levels proposed is given on the basis of which the so-called cognitive-activity educational process matrix is built. The results obtained are supposed to be used to create the phenomenological model of educational material assimilation taking into account both the education background and the motivation factor.

## ОБЩИЙ ПОДХОД К ИДЕНТИФИКАЦИИ ЭКОНОМИЧЕСКОЙ ДИНАМИКИ НА ОСНОВЕ МОДЕЛЕЙ АВТОРЕГРЕССИИ

© 2004 В. К. Семёнычев

Самарский государственный аэрокосмический университет

Предложен общий подход к идентификации моделей экономической динамики, содержащих экспоненциальные и гармонические компоненты, на основе авторегрессии отсчетов экономических показателей.

**1. Введение.** Одной из основных задач экономической динамики является идентификация неслучайных компонент (трендов, сезонных или циклических компонент) временных рядов экономических показателей и, тем самым, динамических свойств порождающих их экономических систем [1 - 4].

В отсчетах  $Y_k$  ( $Y_k = Y(T_k)$ ,  $T_k = k\Delta$  - моменты получения с периодом  $\Delta$  отсчетов, ( $k = 0, 1, 2, \dots, N$ ) анализируемых временных рядов вместе с неслучайными компонентами неизбежно присутствует эволюционный стохастический компонент  $\xi_k$ , общим предположением о котором является нормальность закона его распределения  $N_0$ , нулевое математическое ожидание, постоянство дисперсии, некоррелированность отсчетов [5, 6]:

$$\xi_k = N_0(0, \sigma), D[\xi_k] = \sigma^2, M[\xi_k \xi_{k+1}] = 0, \quad (1)$$

где  $M$  - оператор математического ожидания,  $D$  - оператор дисперсии,  $\sigma$  - среднеквадратическое отклонение  $\xi_k$ ,  $N$  - объем выборки временного ряда.

Идентификация обычно осуществляется с использованием метода наименьших квадратов, который прост и дает несмещенные, эффективные и состоятельные оценки параметров для моделей неслучайных компонент, линейных по отношению к идентифицируемым параметрам (например, для алгебраических полиномов), и при аддитивной помехе  $\xi_k$  [1 - 6]. Идентификация моделей, нелинейных по отношению к параметрам (экспоненциальных, гармонических, гиперболических и других), существенно сложнее и производится известными методами со зна-

чительными погрешностями или даже принципиально невозможна.

Например, при широко распространенном в практике экономических исследований случае моделирования временного ряда экспонентой

$$Y_k = A_1 \exp(-\alpha_1 T_k) \quad (2)$$

обычно рекомендуют для сведения задачи к линейной применять операцию логарифмирования, что оправдано для разделения тренда и помехи лишь при мультипликативной помехе (подобная структура временного ряда является зачастую лишь удобным предположением), а принципиально возможно лишь при положительных значениях  $Y_k$  и  $\xi_k$ .

Помеха при предположении (1) центрирована и, в силу этого, знакопеременна. Более того, нелинейное логарифмическое преобразование отсчетов  $\xi_k$  нарушает предположение (1), и среднеквадратические оценки параметров  $A_1$  и  $\alpha_1$  модели (2) окажутся в результате этого смещенными и неэффективными [3 - 5]. Указанные обстоятельства зачастую не принимают в расчет.

Появление слагаемого  $A_0$  в модели (2) для обобщенной экспоненциальной функции

$$Y_k = A_0 + A_1 \exp(-\alpha_1 T_k) \quad (3)$$

при аддитивной или мультипликативной помехе делает принципиально нецелесообразным непосредственное логарифмирование отсчетов для идентификации параметров. Переход же к первым разностям отсчетов и последующее логарифмирование не устраняет недостатки, указанные для (2).

Известные способы оценки параметров гармоники (не сводимой каким-либо преоб-

разованием к линейной по параметрам модели), обычно описывающей сезонные и циклические компоненты

$$Y_k = A_1 \cos(\omega T_k + \phi), \quad (4)$$

сложны, предполагают анализ десятков и сотен отсчетов на длительности более одного периода гармоника [5, 6].

Еще сложнее осуществляется идентификация известными методами сочетаний полиномиальных, экспоненциальных, гиперболических и тригонометрических функций при аддитивной помехе  $\xi_k$  [3 - 5].

Предлагаемый общий подход на основе моделей авторегрессии и показанные приемы при его реализации обеспечивают получение оптимальных (несмещенных, эффективных, состоятельных) среднеквадратических оценок параметров ряда важных для практики моделей неслучайных компонент при малых объемах используемой выборки и аддитивной помехе  $\xi_k$ .

**2. Демонстрация подхода на экспоненциальной модели.** Для выражения (2) выполним Z-преобразование (его называют также преобразованием Лорана) [6, 7]

$$Y(Z) = \sum_{k=0}^{\infty} A_0 \exp(-\alpha_1 \Delta k) Z^k = \frac{A_0}{1 - \lambda_1 Z^{-1}},$$

которое будет представлено в области изображений соотношением

$$Y(Z) - \lambda_1 Z^{-1} Y(Z) = A_0, \quad (5)$$

где  $\lambda_1 = \exp(-\alpha_1 \Delta)$ ,  $Z = \exp(p)$ ,  $p$  - комплексная переменная.

Вернувшись в область оригиналов, будем иметь

$$Y_k = \lambda_1 Y_{k-1} + A_0 \delta_k, \text{ где}$$

$$Y_k = 0, \text{ при } k < 0, \delta_k = \begin{cases} 1, k = 0 - \text{дискретный} \\ \text{аналог дельта-} \\ \text{функции} \\ 0, k \neq 0. \end{cases}$$

При  $k \geq 1$  и аддитивной помехе  $\xi_k$  для (2) будет справедлива модель авторегрессии

первого порядка

$$Y_k = \lambda_1 Y_{k-1} + \xi_k \quad (6)$$

Видим, что из (6) по любым двум отсчетам  $Y_k$  и  $Y_{k-1}$  (т. е. на участке в 10÷15% от длительности переходного процесса модели (2), оцениваемого обычно  $\approx 3 \leq \alpha_1$ ) можно определить параметр  $\lambda_1$ , а затем и  $\alpha_1$  по формуле

$$\alpha_1 = -1/\Delta \ln \lambda_1. \quad (7)$$

При наличии более двух отсчетов можно оценить параметр  $\lambda_1$  по методу наименьших квадратов, реализуя необходимое условие экстремума:

$$\lambda_1^{\circ} = \arg \min_{\lambda_1} \sum_{k=1}^N \{ Y_k - \lambda_1 Y_{k-1} \}^2,$$

которое приводит к следующему действию над отсчетами

$$\lambda_1^{\circ} = \left( \sum_{k=1}^N \{ Y_k Y_{k-1} \} \left\{ \sum_{k=1}^N \{ Y^2_{k-1} \} \right\}^{-1} \right) \quad (8)$$

Можно утверждать, что полученные оценки  $\lambda_1^{\circ}$  (и  $\alpha_1^{\circ}$ ) при выполнении предположения (1) являются оптимальными, т. к. использованное для их определения соотношение (6) является линейным по отношению к отсчетам  $Y_k$ ,  $Y_{k-1}$  и  $\xi_k$ .

Параметр  $A_1$  можно также оценить оптимально в среднеквадратическом смысле, обеспечив выполнение на линейной по отношению к отсчетам  $Y_k$  выборке условие

$$A_1^{\circ} = \arg \min_{A_1} \sum_{k=0}^N \{ Y_k - (\lambda_1^{\circ})^k A_1 \}^2,$$

которое ведет к следующей операции над  $N + 1$  отсчетами (при рассчитанном ранее значении  $\lambda_1^{\circ}$ ):

$$A_1^{\circ} = \sum_{k=0}^N Y_k (\lambda_1^{\circ})^k \left\{ \sum_{k=0}^N (\lambda_1^{\circ})^{2k} \right\}^{-1}.$$

Значения  $\alpha_1^{\circ}$  и  $A_1^{\circ}$  можно использовать для расчета помехозащищенных «состо-

явшихся» или, что очень важно, «будущих» прогнозных значений  $Y^{\circ k}$  при тех или иных значениях « $k$ », подставляя их в модель (2).

Далее, ввиду очевидности перехода от необходимых условий экстремума к линейным алгебраическим уравнениям относительно идентифицируемых параметров («нормальным» уравнениям и системам уравнений) приводить получаемые при этом уравнения не будем.

**3. Идентификация обобщенной экспоненциальной функции.** Аналогично можно получить и для модели (3) (при  $k \geq 2$  и аддитивной помехе) модель авторегрессии второго порядка, записанную в первых разностях отсчетов:

$$\Delta Y_k = \lambda_1 \Delta Y_{k-1} + \xi_k \quad (9)$$

где  $\Delta Y_k = Y_k - Y_{k-1}$ ,  $\Delta Y_{k-1} = Y_{k-1} - Y_{k-2}$ , параметр  $\lambda_1$  определен в (5).

Можно рассчитать параметры модели (3) из условий

$$\lambda_1^{\circ} = \arg \min_{\lambda_1} \sum_{k=1}^N \{ \Delta Y_k - \lambda_1 \Delta Y_{k-1} \}^2, \quad (10)$$

$$A_0^{\circ}, A_1^{\circ} = \arg \min_{A_0, A_1} \sum_{k=0}^N \{ Y_k - A_0 - (\lambda_1^{\circ})^k A_1 \}^2. \quad (11)$$

Условие (10) приводит к соотношению (8), но в первых разностях отсчетов, а (11) – к соответствующей системе двух линейных алгебраических уравнений (СЛАУ второго порядка) относительно  $A_0^{\circ}$  и  $A_1^{\circ}$ . Минимально необходимое число отсчетов для идентификации модели (3) равно трем.

**4. Идентификация гармонической компоненты.** Для модели (4) при  $k \geq 2$ ,  $v_1 = 2 \cos \omega \Delta$  и аддитивной помехе будет справедлива авторегрессия

$$Y_k = v_1 Y_{k-1} - Y_{k-2} + \xi_k \quad (12)$$

Значение  $v_1$  можно определить из (12) через любые три отсчета:  $Y_k$ ,  $Y_{k-1}$  и  $Y_{k-2}$ , расположенных на доле периода гармоники: например, через три месячных отсчета на

годовом сезонном цикле. При большем объеме используемой выборки можно осуществить среднеквадратическое приближение

$$v_1^{\circ} = \arg \min_{v_1} \sum_{k=2}^N \{ Y_k - v_1 Y_{k-1} + Y_{k-2} \}^2. \quad (13)$$

Тогда помехоустойчивая оценка частоты из (12) и (13) будет равна

$$\omega^{\circ} = 1/\Delta \operatorname{Arccos}(v_1^{\circ}/2),$$

а оценки амплитуды и фазы определяются условием

$$A_2^{\circ}, A_3^{\circ} = \arg \min_{A_2, A_3} \sum_{k=0}^N \{ Y_k - A_2 \cos \omega^{\circ} k \Delta + A_3 \sin \omega^{\circ} k \Delta \}^2$$

и соотношениями

$$A_1^{\circ} = (A_2^{\circ 2} + A_3^{\circ 2})^{1/2},$$

$$\phi = \operatorname{Arctg}(A_3^{\circ}/A_2^{\circ}),$$

в которых введение новых параметров  $A_2 = A_1 \cos \phi$  и  $A_3 = A_1 \sin \phi$  демонстрирует прием определения  $\phi$ .

**5. Идентификация многокомпонентных моделей временных рядов.**

**5.1.** К ним относится, например, сумма линейного тренда и гармоника (аддитивной сезонной или циклической компоненты) [1 - 3]:

$$Y_k = A_1 T k + A_2 + A_3 \cos(\omega T k + \phi), \quad (14)$$

которой будет соответствовать при  $k \geq 4$  и аддитивной помехе следующая модель авторегрессии:

$$Y_k = (Y_{k-1} + Y_{k-3} - 2 Y_{k-2}) \mu + 2 Y_{k-2} - Y_{k-4} + \xi_k, \quad (15)$$

где  $\mu = 2(\cos \omega \Delta + 1)$ .

Очевидны среднеквадратическая оценка из (15)

$$\mu^{\circ} = \arg \min_{\mu} \sum_{k=4}^N \{ Y_k - \mu (Y_{k-1} + Y_{k-3} - 2 Y_{k-2}) - 2 Y_{k-2} + Y_{k-4} \}^2$$

и последующий расчет через  $\mu^\circ$  частоты

$$\omega^\circ = 1 / \Delta \text{ArcCos}(\mu^\circ / 2 - 1).$$

Оставшиеся параметры модели (14) определяют условия

$$A_1^\circ, A_2^\circ, A_4^\circ, A_5^\circ = \arg \min_{A_1, A_2, A_4, A_5} \sum_{\kappa=0}^N \{ Y_\kappa - A_1 \kappa \Delta - A_2 - A_4 \text{Cos} \omega^\circ \kappa \Delta + A_5 \text{Sin} \omega^\circ \kappa \Delta \}^2,$$

где  $A_1, A_2$  - параметры модели (14),  $A_4 = A_3 \text{Cos} \phi$  и  $A_5 = A_3 \text{Sin} \phi$ . После решения соответствующей СЛАУ четвертого порядка относительно  $A_1^\circ, A_2^\circ, A_4^\circ, A_5^\circ$  вычислим

$$A_3^\circ = (A_4^\circ{}^2 + A_5^\circ{}^2)^{1/2},$$

$$\phi^\circ = \text{Arctg}(A_5^\circ / A_4^\circ).$$

Заметим, что оценки параметров полинома и гармоники рассчитываются в предложенном подходе по одной и той же выборке, а не традиционным выделением тренда и последующей (после вычитания тренда из отсчетов ряда) идентификацией гармоники по «остатку».

**5.2.** Часто требуется идентифицировать линейный тренд с мультипликативной сезонной или циклической компонентой [1 - 3]

$$Y_\kappa = (A_1 T \kappa + A_2) \text{Cos}(\omega T \kappa + \phi). \quad (16)$$

Поставим в соответствие модели (16) авторегрессию отсчетов при  $k \geq 4$  при аддитивной помехе

$$Y_\kappa = v_1(Y_{\kappa-1} + Y_{\kappa-3}) - v_2 Y_{\kappa-2} + Y_{\kappa-4} + \xi_\kappa, \quad (17)$$

где  $v_1 = 4 \text{Cos} \omega \Delta$ ,  $v_2 = 2 + v_1^2 / 4$ .

Найдем из (16) и (17) помехозащищенные оценки параметров гармоники и линейного тренда:

$$v_1^\circ, v_2^\circ = \arg \min_{v_1, v_2} \sum_{\kappa=4}^N \{ Y_\kappa - v_1(Y_{\kappa-1} + Y_{\kappa-3}) + v_2 Y_{\kappa-2} - Y_{\kappa-4} \}^2,$$

$$\omega^\circ = (1/\Delta) \text{ArcCos}(v_1^\circ / 4),$$

$$\{A_j^\circ\} = \arg \min_{A_j} \sum_{\kappa=0}^N \{ Y_\kappa - A_3 \kappa \Delta \text{Cos} \omega^\circ \kappa \Delta - A_4 \text{Cos} \omega^\circ \kappa \Delta + A_5 \kappa \Delta \text{Sin} \omega^\circ \kappa \Delta + A_6 \text{Sin} \omega^\circ \kappa \Delta \}^2,$$

где  $j = 3, 4, 5, 6$ ;  $A_3 = A_1 \text{Cos} \phi$ ,  $A_4 = A_2 \text{Cos} \phi$ ,  $A_5 = A_1 \text{Sin} \phi$ ,  $A_6 = A_2 \text{Sin} \phi$ .

Тогда

$$A_3^\circ = (A_4^\circ{}^2 + A_5^\circ{}^2)^{1/2}, \quad A_2^\circ = (A_4^\circ{}^2 + A_6^\circ{}^2)^{1/2}, \quad \phi^\circ = \text{Arctg}(A_6^\circ / A_4^\circ).$$

Параметры тренда  $A_1, A_2$  и параметр  $\phi$  мультипликативной компоненты определяет СЛАУ четвертого порядка, а частоту мультипликативной компоненты – СЛАУ второго порядка. Минимальное число отсчетов для идентификации модели (16) равно пяти.

**5.3.** Известно [1, 4, 8] моделирование экономических процессов выражением

$$Y_\kappa = A_1 \exp(\alpha_1 T \kappa) + A_2 \exp(-\alpha_2 T \kappa) \text{Cos}(\omega T \kappa + \phi) \quad (18)$$

которому при  $k \geq 3$  и аддитивной помехе, как показано в [8], соответствует уравнение регрессии третьего порядка

$$Y_\kappa = \lambda_1 Y_{\kappa-1} - \lambda_2 Y_{\kappa-2} + \lambda_3 Y_{\kappa-3} + \xi_\kappa. \quad (19)$$

Из (19) следуют среднеквадратические приближения (при числе отсчетов больше шести)

$$\lambda_1^\circ, \lambda_2^\circ, \lambda_3^\circ = \arg \min_{\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3} \sum_{\kappa=3}^N \{ Y_\kappa - \lambda_1 Y_{\kappa-1} + \lambda_2 Y_{\kappa-2} - \lambda_3 Y_{\kappa-3} \}^2,$$

где  $\lambda_1 = 2v_3 v_2 + v_1^2$ ,  $\lambda_2 = v_2 + 2v_3 v_2 v_1^2$ ,  $\lambda_3 = v_2 v_1$ ,  $v_1 = \exp(\alpha_1 \Delta)$ ,  $v_2 = \exp(-\alpha_2 \Delta)$ ,  $v_3 = \text{Cos} \omega \Delta$ .

Решив соответствующую СЛАУ третьего порядка относительно  $\lambda_1^\circ, \lambda_2^\circ, \lambda_3^\circ$ , вычислим последовательно  $v_1^\circ, v_2^\circ = (\lambda_3^\circ / v_1^\circ)$ ,  $v_3^\circ = (\lambda_2^\circ - v_2^\circ) / (2v_1^\circ v_2^\circ)$ .

Искомые динамические параметры модели (18) с учетом обозначений в (19) могут быть рассчитаны следующим образом:

$$\alpha^{\circ}_1 = 1/\Delta \text{Ln} v^{\circ}_1, \alpha^{\circ}_2 = (-1/\Delta) \text{Ln} v^{\circ}_2, \\ \omega^{\circ} = (1/\Delta) \text{ArcCos} v^{\circ}_3,$$

$$A^{\circ}_1, A^{\circ}_3, A^{\circ}_4 = \arg \min_{A_1, A_3, A_4} \sum_{\kappa=0}^N \{ Y_{\kappa} - A_1 \exp(\alpha^{\circ}_1 \Delta \kappa) - \\ - A_3 \exp(-\alpha^{\circ}_2 \Delta \kappa) \text{Cos} \omega^{\circ} \Delta \kappa + \\ + A_4 \exp(-\alpha^{\circ}_2 \Delta \kappa) \text{Sin} \omega^{\circ} \Delta \kappa \}^2,$$

где  $A_3 = A_2 \text{Cos} \phi$ ,  $A_4 = A_2 \text{Sin} \phi$ ,  
 $A^{\circ}_2 = (A^{\circ}_3{}^2 + A^{\circ}_4{}^2)^{1/2}$ ,  $\phi^{\circ} = \text{Arctg}(A^{\circ}_4/A^{\circ}_3)$ .

**5.4.** Известны [1, 4 - 6, 8] примеры моделирования экономической динамики рядами отсчетов

$$Y_{\kappa} = A_1 \exp(-\alpha_1 T \kappa) + A_2 \exp(-\alpha_2 T \kappa), \quad (20)$$

$$Y_{\kappa} = \exp(-\alpha_3 T \kappa) (A_3 T \kappa + A_4), \quad (21)$$

которым адекватна при  $\kappa \geq 2$  и аддитивной помехе авторегрессия второго порядка

$$Y_{\kappa} = \lambda_1 Y_{\kappa-1} - \lambda_2 Y_{\kappa-2} + \xi_{\kappa},$$

где  $\lambda_1 = \exp(-\alpha_1 \Delta) + \exp(-\alpha_2 \Delta)$  для модели (20) и  $\lambda_1 = 2 \exp(-\alpha_3 \Delta)$  для модели (21);  
 $\lambda_2 = \exp(-(\alpha_1 + \alpha_2) \Delta)$  для модели (20) и  
 $\lambda_2 = \exp(-2\alpha_3 \Delta)/2$  для модели (21).

Условием отнесения анализируемого временного ряда к модели суммы двух экспонент будет следующая система неравенств:  $0 < \lambda_1 < 2$ ,  $0 < \lambda_2 < 0,25 \lambda_1^2$ . Условиями принятия модели произведения экспоненты на линейную форму аргумента являются соотношения:  $0 < \lambda_1 < 2$ ,  $\lambda_2 = 0,25 \lambda_1^2$ . При  $N \geq 4$  можно получить помехозащищенные оценки параметров

$$\lambda^{\circ}_1, \lambda^{\circ}_2 = \arg \min_{\lambda_1, \lambda_2} \sum_{\kappa=2}^N \{ Y_{\kappa} - \lambda_1 Y_{\kappa-1} + \lambda_2 Y_{\kappa-2} \}^2,$$

которые определяются из СЛАУ второго порядка и через которые можно рассчитать

$$\alpha^{\circ}_{1,2} = -\frac{1}{\Delta} \text{Ln} \left( \frac{\lambda^{\circ}_1}{2} + \left( \frac{\lambda^{\circ}_1{}^2}{4} \pm \lambda^{\circ}_2 \right)^{1/2} \right),$$

$$\alpha^{\circ}_3 = -\frac{1}{\Delta} \text{Ln} \frac{\lambda^{\circ}_1}{2}.$$

Отметим возможность идентификации параметров на доле существенного изменения ординат модели, за которую можно принять  $\approx 3/\min\{\alpha_1, \alpha_2\}$ . Видно, что помехозащищенные оценки параметров определяют условия

$$\{A^{\circ}_1, A^{\circ}_2\} = \arg \min_{A_1, A_2} \sum_{\kappa=0}^N \{ Y_{\kappa} - A_1 \exp(-\alpha^{\circ}_1 \Delta \kappa) - \\ - A_2 \exp(-\alpha^{\circ}_2 \Delta \kappa) \}^2 \quad \text{для (20),}$$

$$\{A^{\circ}_3, A^{\circ}_4\} = \arg \min_{A_3, A_4} \sum_{\kappa=0}^N \{ Y_{\kappa} - (\lambda^{\circ}_1/2)^{\kappa} \times \\ \times (A_3 \Delta \kappa + A_4) \}^2 \quad \text{для (21)}$$

и соответствующие СЛАУ второго порядка.

**5.5.** Практический интерес представляет и временной ряд, состоящий из произведения экспоненциального тренда и гармоника

$$Y_{\kappa} = A_1 \exp(-\alpha_1 T \kappa) \text{Cos}(\omega T \kappa + \phi). \quad (22)$$

Для (22) при  $\kappa \geq 2$  и аддитивной помехе будем иметь следующую модель авторегрессии:

$$Y_{\kappa} = \lambda_1 Y_{\kappa-1} - \lambda_2 Y_{\kappa-2} + \xi_{\kappa}, \quad (23)$$

где  $\lambda_1 = \lambda_0 \exp(-\alpha_1 \Delta)$ ,  $\lambda_2 = \exp(-2\alpha_1 \Delta)$ ,  
 $\lambda_0 = 2 \text{Cos} \omega \Delta$ .

Метод наименьших квадратов (при  $N \geq 4$ ) дает оценки

$$\lambda^{\circ}_1, \lambda^{\circ}_2 = \arg \min_{\lambda_1, \lambda_2} \sum_{\kappa=2}^N \{ Y_{\kappa} - \lambda_1 Y_{\kappa-1} + \lambda_2 Y_{\kappa-2} \}^2,$$

$$A^{\circ}_2, A^{\circ}_3 = \arg \min_{A_2, A_3} \sum_{\kappa=0}^N \{ Y_{\kappa} - \\ - A_2 \exp(-\alpha^{\circ}_1 \Delta \kappa) \text{Cos} \omega^{\circ} \Delta \kappa + \\ + A_3 \exp(-\alpha^{\circ}_1 \Delta \kappa) \text{Sin} \omega^{\circ} \Delta \kappa \}^2,$$

где  $A_2 = A_1 \text{Cos} \phi$ ,  $A_3 = A_1 \text{Sin} \phi$ .

Идентифицируемые параметры будут равны

$$\alpha^{\circ}_1 = - \frac{1}{2\Delta} \text{Ln} \lambda^{\circ}_2, \quad \omega^{\circ} = \frac{1}{\Delta} \text{ArcCos} \left( \frac{\lambda^{\circ}_1}{2(\lambda^{\circ}_2)^{1/2}} \right),$$

$$A^{\circ}_1 = (A^{\circ}_2{}^2 + A^{\circ}_3{}^2)^{1/2}, \quad \phi^{\circ} = \text{Arctg}(A^{\circ}_3/A^{\circ}_2).$$

**5.6.** Сумма экспоненциального тренда и гармонического компонента

$$Y_k = A_1 \exp(-\alpha_1 T_k) + A_2 \text{Cos}(\omega T_k + \phi) \quad (24)$$

определяет следующую модель авторегрессии при  $k \geq 2$  при аддитивной помехе:

$$Y_k = \eta_1 Y_{k-1} - \eta_2 Y_{k-2} + \eta_3 Y_{k-3} + \xi_k, \quad (25)$$

где  $\eta_1 = \exp(-\alpha_1 \Delta) + 2 \text{Cos} \omega \Delta$ ,  
 $\eta_2 = 1 + \exp(-\alpha_1 \Delta) + 2 \text{Cos} \omega \Delta$ ,  $\eta_3 = \exp(-\alpha_1 \Delta)$ .

Предложенный подход дает оценки

$$\eta^{\circ}_1, \eta^{\circ}_2, \eta^{\circ}_3 = \arg \min_{\eta_1, \eta_2, \eta_3} \sum_{k=0}^N \{ Y_k - \eta_1 Y_{k-1} + \eta_2 Y_{k-2} - \eta_3 Y_{k-3} \}^2, \quad (26)$$

$$A^{\circ}_1, A^{\circ}_3, A^{\circ}_4 = \arg \min_{A_1, A_3, A_4} \sum_{k=0}^N \{ Y_k - A_1 \exp(\alpha^{\circ}_1 \Delta k) - A_3 \exp(-\alpha^{\circ}_2 \Delta k) \text{Cos} \omega^{\circ} \Delta k + A_4 \text{Cos} \omega^{\circ} \Delta k \}^2, \quad (27)$$

где  $A_3 = A_2 \text{Cos} \phi$ ,  $A_4 = A_2 \text{Sin} \phi$ ,  $\alpha^{\circ}_1 = 1/\Delta \text{Ln} \eta^{\circ}_3$ ,  
 $\omega^{\circ} = 1/\Delta \text{Arccos} \{ (\eta^{\circ}_2 - 1)/2\eta^{\circ}_3 \}$ ,  
 $A^{\circ}_2 = (A^{\circ}_3{}^2 + A^{\circ}_4{}^2)^{1/2}$ ,  $\phi^{\circ} = \text{Arctg}(A^{\circ}_4/A^{\circ}_3)$ . (28)

Соотношения (25) - (28) для модели (24) обладают внешним сходством с формулами для модели (18), но диапазон значений коэффициентов уравнений регрессии (19) и (25) различен, что может служить признаком классификации моделей.

**5.7.** Для произведения гиперболического тренда и гармоники

$$Y_k = (A_1 + A_2/T_k) \text{Cos}(\omega T_k + \phi) \quad (29)$$

целесообразен прием представления его в виде  $Y_k T_k = (A_1 T_k + A_2) \text{Cos}(\omega T_k + \phi)$ , а при  $k \geq 4$  и аддитивной помехе - использования модели авторегрессии и формул

$$Y_k K = \theta_1 \{ Y_{k-1} (K-1) + Y_{k-3} (K-3) \} - \theta_2 Y_{k-2} (K-2) - Y_{k-4} (K-4) + \xi_k,$$

$$\theta^{\circ}_1, \theta^{\circ}_2 = \arg \min_{\theta_1, \theta_2} \sum_{k=4}^N \{ Y_k K - \theta_1 \{ Y_{k-1} (K-1) + Y_{k-3} (K-3) \} + \theta_2 Y_{k-2} (K-2) + Y_{k-4} (K-4) \}^2,$$

$$A^{\circ}_3, A^{\circ}_4, A^{\circ}_5, A^{\circ}_6 = \arg \min_{A_3, A_4, A_5, A_6} \sum_{k=0}^N \{ Y_k \Delta K - A_3 \Delta k \text{Cos} \omega^{\circ} \Delta k + A_4 \Delta k \text{Sin} \omega^{\circ} \Delta k - A_5 \text{Cos} \omega^{\circ} \Delta k + A_6 \text{Sin} \omega^{\circ} \Delta k \}^2,$$

где  $\theta_1 = 4 \text{Cos} \omega \Delta$ ,  $\theta_2 = 16 \text{Cos}^2 \omega \Delta + 2$ ,  $A_3 = A_1 \text{Cos} \phi$ ,  
 $A_4 = A_1 \text{Sin} \phi$ ,  $A_5 = A_2 \text{Cos} \phi$ ,  $A_6 = A_2 \text{Sin} \phi$ ,  
 $\omega^{\circ} = 1/\Delta \text{ArcCos} \{ (\theta^{\circ}_1/4) \}$ ,  $A^{\circ}_1 = (A^{\circ}_3{}^2 + A^{\circ}_4{}^2)^{1/2}$ ,  
 $A^{\circ}_2 = (A^{\circ}_5{}^2 + A^{\circ}_6{}^2)^{1/2}$ ,  $\phi^{\circ} = \text{Arctg}(A^{\circ}_4/A^{\circ}_3)$ .

**5.8.** Сумму гиперболического тренда и гармоники

$$Y_k = A_1 + A_2/T_k + A_3 \text{Cos}(\omega T_k + \phi) \quad (30)$$

целесообразно представить в виде  $Y_k T_k = A_1 T_k + A_2 + A_3 T_k \text{Cos}(\omega T_k + \phi)$ , для которого при  $k \geq 6$  и аддитивной помехе получим

$$Y_k K = \rho_1 \{ Y_{k-1} (K-1) + Y_{k-5} (K-5) \} - \rho_2 \{ Y_{k-2} (K-2) + Y_{k-4} (K-4) \} + \rho_3 Y_{k-3} (K-3) - Y_{k-6} (K-6) + \xi_k,$$

$$\rho^{\circ}_1, \rho^{\circ}_2, \rho^{\circ}_3 = \arg \min_{\rho_1, \rho_2, \rho_3} \sum_{k=6}^N \{ Y_k K - \rho_1 \{ Y_{k-1} (K-1) + Y_{k-5} (K-5) \} + \rho_2 \{ Y_{k-2} (K-2) + Y_{k-4} (K-4) \} - \rho_3 Y_{k-3} (K-3) + Y_{k-6} (K-6) \}^2,$$

$$A^{\circ}_1, A^{\circ}_2, A^{\circ}_4, A^{\circ}_5 = \arg \min_{A_1, A_2, A_4, A_5} \sum_{k=0}^N \{ Y_k \Delta K - A_1 \Delta K - A_2 - A_4 \Delta k \text{Cos} \omega^{\circ} \Delta k + A_5 \Delta k \text{Sin} \omega^{\circ} \Delta k \}^2,$$

где  $\omega^{\circ} = 1/\Delta \text{ArcCos} \{ (\rho^{\circ}_1/4 - 1/2) \}$ ,  
 $\rho_1 = 2(2 \text{Cos} \omega \Delta + 1)$ ,  
 $\rho_2 = (2 \text{Cos} \omega \Delta + 1)(2 \text{Cos} \omega \Delta + 3)$ ,  
 $\rho_3 = 4(2 \text{Cos}^2 \omega \Delta + \text{Cos} \omega \Delta + 1)$ ,  
 $A_4 = A_3 \text{Cos} \phi$ ,  $A_5 = A_3 \text{Sin} \phi$ ,  $A^{\circ}_3 = (A^{\circ}_4{}^2 + A^{\circ}_5{}^2)^{1/2}$ ,  
 $\phi^{\circ} = \text{Arctg}(A^{\circ}_5/A^{\circ}_4)$ .

Особенностью двух последних моделей авторегрессий является их «нестационарность», обусловленная присутствием в них произведений отсчетов на номера этих отсчетов. Для (29)  $N \geq 6$ , а для (30)  $N \geq 8$ .

**5.9.** Логистическая динамика наиболее часто моделируется выражением (моделью Верхулста или Перла-Рида)

$$Y_k = \frac{A}{1 + B \exp(-CTk)}, \quad (31)$$

где  $A, B, C \in \mathbb{R}$  (и, как правило, положительны).

Перейдем в (31) к значениям  $Zk = 1/Y_k$ :

$$Zk = E \exp(-CTk) + G + \xi k,$$

для которых, очевидно, будут справедливы модель авторегрессии вида (6) и соответствующие соотношения для расчета:  $E^\circ = B/A$ ,  $G^\circ = 1/A$ , а через них, соответственно, и  $A^\circ, B^\circ$ .

В отличие от известных методов идентификации данный метод не требует априорного знания параметра «насыщения»  $A$ .

**6. Заключение.** На примерах 13-ти рассмотренных моделей, широко применяемых в эконометрической практике, показана возможность получения оптимальных оценок параметров на основе авторегрессии отсчетов путем решения соответствующих СЛАУ невысокого (до четвертого) порядка.

Последнее обстоятельство позволяет обеспечить малые вычислительные погрешности, а малые объемы требуемых выборок определяют высокое быстродействие или возможность анализа высокочастотных и нестационарных экономических процессов.

Проведена и находится в режиме опытной эксплуатации программная реализация

предложенного подхода идентификации моделей (2), (4), (14), (16), (22), (24) в составе автоматизированных информационных систем управления администрации: «АИС - Город» г. Новокуйбышевска и «АИС - Регион» Самарской области, подтвердившая справедливость и эффективность предложенного подхода.

Погрешность прогнозирования экономических показателей указанными способами зависит от вида и параметров модели и для практически важных случаев не превышает 10 %.

#### Список литературы

1. Гранберг А. Г. Динамические модели народного хозяйства. - М.: Экономика. 1985.
2. Статистическое моделирование и прогнозирование./ Под ред. А. Г. Гранберга. - М.: Финансы и статистика. 1990.
3. Айвазян С. А. Прикладная статистика. Основы эконометрики. - М.: 2001. ЮНИТИ – ДАНА. 2001.
4. Кобринский Н. Е., Кузьмин В. И. Точность экономико-математических моделей. - М.: Финансы и статистика. 1981.
5. Эконометрика/ Под ред. И. И. Елисейевой. - М.: Финансы и статистика. 2002.
6. Колемаев В. А. Математическая экономика. - М.: ЮНИТИ-ДАНА. 2002.
7. Деч Г. Руководство к практическому применению преобразования Лапласа и Z-преобразования. - М.: Наука. 1971.
8. Семёнычев В. К. Эконометрическое моделирование расширенного воспроизводства на основе авторегрессии. Сб. «Вестник Самарского аэрокосмического университета. №4. Самара. 2003. - С. 26-33.
9. Грицан В. Н. Эконометрика. - М.: Дашков и К. 2001.

## GENERAL APPROACH TO THE ECONOMIC DYNAMICS IDENTIFICATION ON THE BASIS OF AUTOREGRESSION MODELS

© 2004 V. K. Semenychev

Samara State Aerospace University

General approach to the identification of economic dynamics models containing exponential and harmonic components is proposed.

The approach is based on autoregression of economic index readings.

УДК 502.3

## СТОИМОСТЬ РАБОТ ПО СОХРАНЕНИЮ ПОТРЕБИТЕЛЬСКИХ СВОЙСТВ БИОСФЕРЫ

© 2004 Т. Н. Соснина

Самарский государственный аэрокосмический университет

Рассматриваются проблемы финансового обеспечения природоохранных мероприятий, роль государства в сохранении потребительских свойств биосферы – среды обитания и производственной деятельности человека (социума).

Природная среда сегодня воспринимается как высшая ценность, как экономическая реальность, имеющая денежное выражение. Для социума дешевле сохранить ее, нежели вкладывать средства в ликвидацию нанесенного биосфере ущерба.

Стоимость превентивных природоохранных работ целесообразно анализировать с учетом объективных и субъективных оснований.

*Объективное основание экологической цены* предполагает расчет затрат, исходя из статуса самого природного объекта, роли его в цепи иерархических зависимостей, обеспечивающих продуктивность биосферы

*Субъективное основание экологической цены* предполагает расчет затрат, исходя из особенностей человеческого восприятия, целесообразности того или иного природоохранного действия.

Объективное основание экологической цены учитывает лимиты затрат для поддержания функционирования «старинных биогеохимических циклов планеты» (В. И. Вернадский), сбой которых ведут к экологическому кризису и, в конечном итоге, глобальной катастрофе.

Субъективное основание экологической цены берет в расчет меру готовности социума, конкретных его индивидов оплачивать текущие и капитальные расходы не только непосредственно (на срок их жизни), но и опосредованно (на срок жизни детей, внуков, других поколений).

Так, экологическая цена, по мнению Н. Ф. Реймерса, является наценкой, возникающей в результате необходимости экономических вложений по нейтрализации экологи-

ческих последствий хозяйственной деятельности [1], которые необходимо исчислять с учетом роста ущерба во времени (энергия и вещество природных ресурсов в ходе эксплуатации постепенно деградируют к формам, все менее пригодным для хозяйственного использования).

По мнению В. В. Снакина, экологическая цена есть мера эквивалентного обмена между обществом и окружающей средой [2].

Ф. Сен-Марк, анализируя стоимость природы в виде суммы ее коммерческой стоимости и ценности для человека, определяет стоимость охраны природы, исходя из двух уровней издержек: стоимости оптимального предупреждения вредных явлений, сокращающих их распространение до «уровня неудобства», и стоимости стабилизации вредных явлений, позволяющих поддерживать уже существующий их уровень. Он иллюстрирует это примерами рентабельности охраны природной среды, показывая, что последняя намного ниже, нежели стоимость ее восстановления. Стоимость охраны природы целесообразно рассчитывать с точки зрения морально-эстетических ценностей для человека, когда сокращение или исчезновение их (например, сокращение зеленых насаждений в городах) можно измерить «стоимостью неудовлетворенности» [3].

Э. В. Гирусов, С. Н. Бобылев, А. Л. Новоселов, И. П. Чепурных считают, что экологическая ценность природы должна определяться на основе адекватной цены или экономической оценки природных ресурсов (природной услуги) и базироваться на рыночной оценке, ренте, затратном подходе, альтернативной стоимости, общей экономичес-

кой ценности [4].

Все эти определения, бесспорно, являются работающими. Однако, с нашей точки зрения, нуждается в коррекции сам термин «экологическая стоимость (цена)». Его целесообразно использовать в случаях, когда речь идет о превентивной охране природных объектов, то есть о мерах, предпринимаемых социумом *до того*, как будет констатировано негативное изменение живой и неживой природы.

В экономической литературе, как правило, платежи, имеющие отношение к природопользованию, включают в себя все виды затрат, создавая не только теоретический, но и практический «диссонанс», ибо одно дело – вкладывать средства в уже состоявшийся ущерб, другое – в его предотвращение (смягчение). Если же само превентивное капиталовложение «раскладывает» с учетом временной сетки, то результативность финансирования «поднимается» до более высокой планки, требующей от социума иного рода действий.

Сегодня используются следующие виды платежей с учетом природоохранной политики. Затраты подразделяются на группы:

- финансирование мероприятий, направленных на предотвращение выбросов (сбросов) вредных веществ и обеспечение контроля за состоянием окружающей среды;
- финансирование природоохранной индустрии;
- финансирование научно-исследовательских работ, связанных с природоохранной тематикой.

Расходы на охрану природы являются частью государственного бюджета и образуются из капиталовложений частных секторов. Во всех странах они растут как в относительных, так и в абсолютных цифрах. По существующим оценкам, в развитых странах эти расходы составляют от 0,5 до 5 %, иногда до 12 % валового национального продукта (в России не более 0,4 %).

Общий объем затрат на природоохранные мероприятия есть сумма единовременных затрат (капитальных вложений) и текущих затрат.

Расчет приведенных затрат может быть выражен формулой

$$Z = C + E + KB,$$

где  $Z$  – *приведенные затраты*;  $C$  – *текущие затраты*;  $E$  – *коэффициент окупаемости*;  $KB$  – *объект капитальных вложений*.

С целью финансового обеспечения природоохранных мероприятий используется ряд механизмов: поощрительные (субсидии, льготы, кредиты, налоговые льготы и т. д.); принудительные (платежи, налоги, штрафы, продажа прав на загрязнение и т. д.); восстановительные, или компенсационные (создание специальных фондов, процедуры страхования и материальных компенсаций государству, регионам, фирмам и т. д.).

Расчет эффективности охраны природы является сложной методологической проблемой. В понимании эффекта «охраны природы» важную роль играет фактор времени, так как автоматически он не «переносится» на будущее.

Современная статистика окружающей среды предлагает ряд методик расчета эффективности природоохранных мероприятий, которая считается достигнутой, если получен не только экологический эффект – главная цель природоохранной деятельности, но и экономический и социальный эффекты, являющиеся побочным «продуктом» данной деятельности.

Обобщенный показатель эффективности экологической защиты выражен в формуле

$$\mathcal{E} = \frac{\sum P_{\text{эколог.}} + P_{\text{эконом.}} + P_{\text{соц.}}}{Z},$$

где  $P_{\text{эколог.}}$  – *суммарный экологический результат*;  $P_{\text{эконом.}}$  – *суммарный экономический результат*;  $P_{\text{соц.}}$  – *суммарный социальный результат*;  $Z$  – *экологические затраты* [5].

Говоря об эффективности природоохранных мероприятий, нельзя обойти стороной вопросы, связанные с государственным ее подтекстом. В этом отношении показателен опыт СССР, стран Восточной Европы в сопоставлении с опытом западных стран.

Просчеты рыночной экономики в экологической сфере оспаривать трудно, ибо они проистекают из сущности капиталистического способа производства: неопределенности и недальновидности, обусловленных главной целью – получением максимально высокой прибыли (быстрый результат при практическом недоучете долгосрочных ущербов и выгод).

Просчеты жестко централизованной экономики явились следствием отсутствия должного контроля за использованием общественной собственности на средства производства.

И для капиталистической, и для социалистической систем хозяйствования были присущи три общих, негативно сказывающихся на качестве окружающей среды свойства:

- признание природных благ практически даровыми;
- нежелание считаться с необходимостью отражения издержек и выгод в использовании природных ресурсов с учетом долгосрочной перспективы;
- отсутствие позитивно влияющих на решение природоохранных проблем экономических и социальных стимулов.

Показательно, что рыночная система хозяйствования вынуждена была признать результативность механизмов государственного регулирования при решении экологических проблем.

Что же удалось и чего не удалось решить в рамках командно-административной экономической системы хозяйствования? Каковы плюсы и минусы природоохранной деятельности в СССР?

Социализм исходит из принципа отрицания частной собственности, в том числе на природную среду, ее ресурсы. В этом – несомненный плюс. Но одно дело иметь этот плюс, другое – им воспользоваться и по-хозяйски распорядиться. Второго как раз и не получилось в силу объективных причин (исторических особенностей развития советского государства) и субъективных причин (неспособности политической элиты СССР осознать с учетом долговременной перспективы важность решения экономических, со-

циальных и экологических проблем в их комплексе).

В нашей стране составлялись ежегодные, пятилетние и рассчитанные на более долгие сроки планы экономического развития. В последние годы они включали как составной элемент социальную составляющую и именовались «Государственные планы экономического и социального развития». Оптимальным же вариантом было бы: «Государственные планы экономического, социального и экологического развития». В результате не удалось реализовать главное преимущество социалистической системы хозяйствования – потенциал, присущий общественной собственности на природные ресурсы и блага. Преимущество осталось потенциальной возможностью. Государство ориентировалось (особенно в последние годы существования СССР) на развитие добывающих отраслей, что приводило к истощению недр, почв, водных ресурсов. Финансирование природоохранных программ хотя и было внушительным по объему но тратилось во многом не по назначению.

Ряд региональных и отраслевых экономических программ в СССР был разработан без учета экологических требований, что привело к негативным экономическим и социальным последствиям.

К чести советских ученых – экономистов, географов, геологов, социологов, математиков, философов, представителей технических отраслей знания – многое было теоретически осмыслено и предложено с учетом преимуществ общественной собственности на природные ресурсы и блага. Специалисты вели интенсивный поиск эффектообразующей основы природоохранных инвестиций. Возобладала точка зрения, согласно которой эффектом последних следует считать предотвращенный с их помощью экологический ущерб.

Само понятие «предотвращение ущерба» стало синонимом экономического эффекта в его специфическом «сопряжении» со средозащитными затратами. От экономической науки потребовалась разработка нестандартных подходов к стоимостной оценке эффективности экологических вложений.

Были предложены различные варианты оценки абсолютной эффективности капиталовложений:

- посредством отвлечения части фонда накопления с позиций его вклада в будущий национальный доход, когда побудительным мотивом и регулятором природоохранных затрат становится угроза нарушения норм и нормативов умеренного природопользования; включение в совокупную стоимость национального богатства естественных ресурсов наряду с основными и оборотными фондами; измерение вклада природного фактора в наращивание «запаса» и «потока благ» с отражением этих позиций в балансе национального богатства, приращении физического объема национального дохода;

- критическому пересмотру подверглась трактовка сущности производительных сил, точнее, ее естественного компонента – природных ресурсов и окружающей среды, и был обоснован подход к предмету труда как фактору, активно влияющему на параметр эффективности общественного производства [6, 7];

- обоснован подход к природоохранной деятельности как к особому виду производства, как к процессу, увеличивающему потребительную стоимость окружающей среды, в силу чего элементы последней, вовлекаемые в хозяйственный оборот и используемые в качестве среды обитания, приобретают экономическую ценность; признано целесообразным введение дифференцированной платы из прибыли предприятий за использование природных ресурсов и загрязнение окружающей среды с ориентацией планов на финансирование превентивных мер, исключая возможность нарушения гомеостаза биосферы [8];

- предложены в прогностическом отношении убедительные доводы в пользу комплексного совершенствования экономического механизма планового управления народного хозяйства с учетом экологической составляющей [9, 10].

19 декабря 1991 г. на четвертой сессии Верховного Совета СССР, несмотря на противодействие Совета Министров СССР, был принят Закон «Об охране окружающей сре-

ды». Природоохранная политика была выведена на уровень правового обеспечения: отработана, в основном, система платежей за природные ресурсы, регламентирован режим расходования средств экологических фондов; предусмотрено образование института экологического страхования и т. д.

Западные ученые, сознавая, что только за счет чисто рыночных механизмов решить проблемы экологизации экономики невозможно, с одной стороны, подвергли критике рыночные модели развития в отношении охраны природы, а с другой, предложили механизмы прямого и косвенного ее государственного регулирования.

Первый вариант представлен исследованиями авторов, которые подчеркивали социальную составляющую природоохранных проблем. Так, Ф. Сен-Марк задается вопросом: «Будет ли человечество достаточно прозорливым, чтобы отвергнуть систему, которая ведет его к самоубийству, чтобы понять, что она не может, не разрушив самое себя, сохранить нынешнее общество? Социализировать природу – сегодня единственный шанс спасти жизнь на Земле. И это также самый надежный способ сбросить диктатуру «золотого тельца», пробудить в нас «нового человека» живительным влиянием нового гуманизма»[3].

Та же мысль звучит в работах Б. Коммонера. В «Технологии прибыли» он утверждает: «Если мы выберем экологически оправданный, разумный курс, мы должны принять, наконец, разумное решение: развивать производство не ради личной выгоды, а на благо народа; не для эксплуатации одних людей другими, а во имя равенства всех людей; не для создания орудия, которое губит Землю и людей, угрожает миру катастрофой, а ради желания каждого человека жить в гармонии с природой и в мире со всеми людьми на Земле» [11].

Западной наукой отрабатывались также варианты государственного регулирования деятельности «зеленого бизнеса» с учетом аспектов природоохранной деятельности.

Используемые сегодня в условиях рыночной экономики инструменты государственного регулирования природопользова-

ния группируются по следующим направлениям:

1. Реализация государственными органами природоохранной деятельности без привлечения частного капитала, для которой такая работа невыгодна (организация и финансирование научных разработок, проведение мониторинга, подготовка кадров. Например, в Японии финансирование природоохранных мероприятий предусматривается на федеральном (2-3 % от расходной части бюджета) и региональной (5-6 %) уровнях):

- регулирование землепользования признано компетенцией федеральных или местных органов власти. Последние вправе «консервировать природные ресурсы», перевести их в статус «зоны дикой природы»;

- проведение крупномасштабных мероприятий природоохранного типа (облесение территорий, строительство очистных сооружений, охрана вод, лесов, сбор и переработка токсичных отходов);

- регулирование государством цен и тарифов на природоохранные мероприятия, «сглаживание» противоречий между общенациональными интересами сохранения природы и возрастающими притязаниями к ней частных компаний и индивидуальных потребителей.

2. Стимулирование государством природоохранной деятельности частного сектора:

- субсидирование, выделение целевых займов и кредитов;

- создание режима ускоренной амортизации экологической техники;

- поощрение «зеленого бизнеса», ориентирующегося на производство экологически чистой продукции.

3. Использование государством мер ограничения и принуждения природопользователей к охране окружающей среды через разработку соответствующего законодательства, проведение экологической экспертизы хозяйственных объектов:

- введение экологических нормативов и стандартов;

- установление запретов, ограничений по экологическим показателям;

- заключение контрактов между государственными органами и загрязнителями окру-

жающей среды, в которых предусматриваются определенные нормативы ее качества;

- применение штрафных санкций за нарушение природоохранных законов вплоть до закрытия предприятий.

4. Побуждение государством природопользователей к охране природы через применение комбинированных нормативно-рыночных инструментов «косвенного» регулирования: введение побудительных отчислений за загрязнение, разрешение купли-продажи прав на сбросы в окружающую среду, введение международных экологических квот [12].

Таким образом, опытным путем человечество приходит к выводу о целесообразности сочетания при проведении природоохранной политики механизмов прямого государственного регулирования и экономического стимулирования.

Российские ученые в условиях переходной экономики продолжают поиск механизмов охраны природы, учитывая снижающиеся размеры государственного финансирования природоохранной деятельности и несовершенство законодательной базы экологической безопасности, исследуя проблемы с философско-методологических и теоретико-прикладных позиций, дополняющих друг друга. С нашей точки зрения, это наиболее конструктивный путь.

Так, Ю. М. Осипов, рассматривая хозяйство как сложную природную самоорганизующуюся систему, развивающуюся в направлении неэкономии, приходит к выводу, что «целью хозяйствования уже не может быть организация просто производственного процесса, ею может быть лишь организация ноосферного (то есть всесторонне экологического – для природы, общества, человека) производственного процесса. Новая организация уже не может свободно следовать принципу «чем больше, тем лучше» (продукции, стоимости, прибыли), а должна следовать принципу «столько, сколько допустимо» [13].

Н. Н. Моисеев, наряду с понятием «экологический императив» (граница допустимой активности человека), использовал понятие «экологический социализм» как компромисс

между равенством и осознанной мерой не-свободы, зафиксированный в системе нравственных идеалов и законов развития общества. «Для своего будущего, - пишет он, - планетарное сообщество нуждается в некоей единой стратегии во взаимоотношениях с природой. Другими словами, этот организм для своего выживания нуждается в некоем едином Коллективном Разуме планетарного масштаба, ибо человечество воздействует с Природой как одно целое» [14].

Теоретические и прикладные исследования, касающиеся проблем охраны природы в стоимостном их выражении, приобретают все большую экономико-математическую направленность и требуют глубокого философско-методологического обоснования.

#### Список литературы

1. Реймерс Н. Ф. Природопользование. М.: Мысль, 1990. С. 566.
2. Снакин В. В. Экология и охрана природы. М.: Academia, 2000. - 384 с.
3. Сен-Марк Ф. Социализация природы. М.: Прогресс, 1977. С. 206, 212, 213, 215, 227.
4. Гирусов Э. В., Бобылев С. Н., Новоселов А. Л., Чепурных Н. В. Экология и экономика природопользования. М.: Закон и право, ЮНИТИ, 1998. С. 448.
5. Кулагина Г. Д. Статистика окружающей среды. М.: Изд-во МНЭПУ, 1999. С. 69-71, 83.
6. Марахов В. Г. Структура и развитие производительных сил общества. - М.: Мысль, 1970. - 247 с.
7. Соснина Т. Н. Предмет труда и современное производство. - Изд-во Саратовск. ун-та., 1984. - 166 с.
8. Тупыця Ю. Ю. Эколого-экономическая эффективность природопользования. М.: Наука, 1980. - 164 с.
9. Федоренко Н. В. Вопросы оптимального функционирования экономики. М.: Наука, 1990, - 304 с.
10. Рюмина Е. В. Экологический фактор в математических моделях. М.: 1980. - 180 с.
11. Коммонер Б. Технология прибыли. М.: Мысль, 1972. С.105.
12. Павлова Е. И. Экология транспорта. М.: Транспорт, 2000. С. 81-85.
13. Осипов Ю. М. Опыт философии хозяйства как феномен культуры и самоорганизующаяся система. Изд-во МГУ, 1990. С. 293.
14. Моисеев Н. П. Универсум, информация, общество. М.: Устойчивый мир, 2001. С. 181, 182, 187.

#### COST OF WORK ON PRESERVATION OF BIOSPHERE CONSUMER PROPERTIES

© 2004 T. N. Sosnina

Samara State Aerospace University

Problems of financing environmental protection measures are considered. The role of the state in the preservation of consumer properties of biosphere as human and manufacturing environment is analyzed.

ВЕСТНИК  
САМАРСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО  
АЭРОКОСМИЧЕСКОГО УНИВЕРСИТЕТА  
имени академика С. П. КОРОЛЕВА

№ 1 (5)

2004

Корректор **Карпова Л. М.**  
Компьютерная верстка **Коломиец В. В.**  
Переводчик **Безрукова Е. И.**  
Технолог **Прилепский И. В.**

---

Формат 60×84 1/8. Бумага офсетная. Печать офсетная.  
Тираж 200. Заказ 20.

---

Отпечатано в отделе интеллектуальной собственности и информационного обеспечения  
Самарского государственного аэрокосмического университета  
443086 Самара, Московское шоссе, 34