# СОДЕРЖАНИЕ

АВИАЦИОННАЯ И РАКЕТНО-КОСМИЧЕСКАЯ ТЕХНИКА	
ОТРАБОТКА ДАТЧИКОВ ТЕПЛОВЫХ ПОТОКОВ НА ОСНОВЕ МЕТОДОЛОГИИ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ О. М. Алифанов, С. А. Будник, А. В. Ненарокомов, Д. М. Титов	7
АНАЛИЗ ДВИЖЕНИЯ НАНОСПУТНИКА SAMSAT-218Д ПО ТРАЕКТОРНЫМ ИЗМЕРЕНИЯМ	10
И. В. Белоконов, И. А. Тимоаи, П. Н. Николаев, У. М. Оразоаева СРАВНИТЕЛЬНОЕ ОЦЕНИВАНИЕ ТОЧНОСТИ МЕТОДОВ АРТОНОМИОЙ НАРИГАНИИ МАЛИХ КОСМИНЕСКИХ	18
АВІОНОМНОЙ НАВИІ АЦИЙ МАЛЫХ КОСМИЧЕСКИХ	
АППАРАТОВ ПРИ ГРУППОВОМ ПОЛЕТЕ А. Д. Голяков, А. М. Ричняк, П. В. Калабин	29
ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЙ ЭВОЛЮЦИИ В ЗАДАЧЕ АТМОСФЕРНОГО ПОВОРОТА ПЛОСКОСТИ ОРБИТЫ Н А. Елисов, С. А. Ишков, А. А. Храмов	41
ВЕРИФИКАЦИЯ РАСЧЁТНОЙ МОДЕЛИ И ОЦЕНКА ТЕХНОЛОГИИ ИЗГОТОВЛЕНИЯ КОМПОЗИТНЫХ ДЕТАЛЕЙ АВИАЦИОННЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ НА ОСНОВЕ ДИНАМИЧЕСКИХ ИСПЫТАНИЙ А. В. Зинин, А. Н. Архипов, Д. П. Холобцев, Ю 4. Равиковии А. О. Шевяков. М. А. Холманова	52
ПОВЫШЕНИЕ СТОЙКОСТИ К ФРЕТТИНГ-ИЗНОСУ ХВОСТОВИКА ЛОПАТКИ ИЗ ПОЛИМЕРНОГО КОМПОЗИЦИОННОГО МАТЕРИАЛА Т. Д. Каримбаев, Д. В. Афанасьев, Д. В. Матюхин, М. А. Орлов	64
ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ПРОЕКТИРОВАНИЯ ПРОСТЫХ ЖГУТОВ БОРТОВОЙ КАБЕЛЬНОЙ СЕТИ ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА А. Н. Коптев, А. Ю. Мясников	76
ИМИТАЦИОННАЯ МОДЕЛЬ КОЛЕБАНИЙ ПАРЫ «СОЛНЕЧНАЯ ШЕСТЕРНЯ – САТЕЛЛИТЫ» ПЛАНЕТАРНОГО РЕДУКТОРА ТУРБОВИНТОВОГО ДВИГАТЕЛЯ ПРИ НАЛИЧИИ ДЕФЕКТОВ БОКОВЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ ЗУБЬЕВ А. Н. Крючков, С. М. Плотников, Е. В. Сундуков, А. Е. Сундуков	87
ОСОБЕННОСТИ ФОРМИРОВАНИЯ ЗАВЕСНОГО ОХЛАЖДЕНИЯ НА СПИНКЕ И КОРЫТЦЕ ТУРБИННОЙ ЛОПАТКИ ПРИ ИСПОЛЬЗОВАНИИ V-ОБРАЗНЫХ ВЫЕМОК В В. Лебедев, О. В. Лебедев, А. Е. Реширов	06
D. D. JIEOEUEE, O. D. JIEOEUEE, A. E. FEMU306	90

КОМПЬЮТЕРНОЕ ПРОЕКТИРОВАНИЕ РАКЕТНЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ МАЛОЙ ТЯГИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ БАЗЫ ЗНАНИЙ В ПРЕЛМЕТНОЙ ОБЛАСТИ И САЕ / САD СИСТЕМ	
В. В. Рыжков, И. И. Морозов, Е. А. Лапшин	106
ПРОГРАММА УПРАВЛЕНИЯ ДЛЯ НЕКОМПЛАНАРНОГО ГЕЛИОЦЕНТРИЧЕСКОГО ПЕРЕЛЁТА К ВЕНЕРЕ КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА С НЕИДЕАЛЬНО ОТРАЖАЮЩИМ СОЛИЕНИИ И ПАРУСОМ	
Р. М. Хабибуллин	117
РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ МИНИМАКСНОГО АДАПТИВНОГО УПРАВЛЕНИЯ РАСХОДОМ ТОПЛИВА ЖИДКОСТНОЙ РАКЕТЫ-НОСИТЕЛЯ	
А. Ф. Шориков, В. И. Калёв	129
ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ДВИЖЕНИЕМ КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА В ПОЛЕ ПРИТЯЖЕНИЯ АСТЕРОИДА ЭРОС 433	1.4.5
А. Ю. Шорников	140
МАШИНОСТРОЕНИЕ И МАШИНОВЕДЕНИЕ	

# ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ЭЛЕКТРОННО-ЛУЧЕВОЙ СВАРКИ ТИТАНОВЫХ СПЛАВОВ НА РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ВОДОРОДА В СВАРНОМ ШВЕ

В. И. Муравьёв, П. В. Бахматов, В. В. Григорьев, О. Г. Шакирова, С. А. Исхаков

# ПРОЦЕСС ОППОЗИТНОГО ФОРМООБРАЗОВАНИЯ РЕЛЬЕФНЫХ ПЛАСТИН СКЛАДЧАТОЙ СТРУКТУРЫ

В. И. Халиулин, Р. Ш. Гимадиев, В. А. Марковцев, Н. В. Левшонков 169

# ИНФОРМАТИКА, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И УПРАВЛЕНИЕ

# ИМИТАЦИОННАЯ МОДЕЛЬ С НЕЧЁТКИМ РЕГУЛЯТОРОМ КАК ИНСТРУМЕНТ ОПТИМИЗАЦИИ НЕПОЛНОДОСТУПНОЙ СИСТЕМЫ НАЗЕМНОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ В УЗЛОВОМ АЭРОПОРТУ

В. А. Романенко

183

157

-

# CONTENTS

# AVIATION AND ROCKET-SPACE ENGINEERING

EXPERIMENTAL TESTING OF HEAT FLUX SENSORS BASED ON THE INVERSE PROBLEM TECHNIQUE	
O. M. Alifanov, S. A. Budnik, A. V. Nenarokomov, D. M. Titov	7
ANALYSIS OF SAMSAT-218D NANOSATELITE MOTION	
ACORDING TO TRAJECTORY MEASUREMENTS	
I. V. Belokonov, I. A. Timbai, P. N. Nikolaev, U. M. Orazbaeva	18
COMPARATIVE ESTIMATION OF THE ACCURACY	
OF METHODS OF AUTONOMOUS NAVIGATION	
OF SMALL SPACECRAFT IN FORMATION FLYING	
A. D. Golyakov, A. M. Richnyak, P. V. Kalabin	29
APPLICATION OF DIFFERENTIAL EVOLUTION ALGORITHM	
IN THE PROBLEM OF AEROASSISTED ORBITAL PLANE	
CHANGE MANEUVER	
N. A. Elisov, S. A. Ishkov, A. A. Khramov	41
VERIFICATION OF A DESIGN MODEL AND EVALUATION	
OF A TECHNIQUE OF MANUFACTURING AIRCRAFT ENGINE	
COMPOSITE PARTS ON THE BASIS OF DYNAMIC TESTS	
A. V. Zinin, A. N. Arkhipov, D. P. Kholobtsev,	
Yu. A. Ravikovich, A. O. Shevjakov, M. A. Kholmanova	52
IMPROVEMENT OF FRETTING WEAR RESISTANCE	
OF BLADE ROOT MADE OF POLYMER	
COMPOSITE MATERIAL	
T. D. Karimbayev, D. V. Afanasiev, D. V. Matyukhin, M. A. Orlov	64
DEVELOPMENT OF ORDINARY HARNESS	
FOR AIRCRAFT ONBOARD CABLE NETWORKS	
A. N. Koptev, A. Yu. Myasnikov	76
SIMULATION MODEL OF OSCILLATIONS OF THE	
<b>"SUN GEAR – SATELLITES" PAIR OF TURBOPROP ENGINE</b>	
PLANETARY REDUCTION GEARBOX	
IN THE PRESENCE OF DEFECTS OF TOOTH FLANKS	
A. N. Kryuchkov, S. M. Plotnikov, E. V. Sundukov, A. E. Sundukov	87
FORMATION OF FILM COOLING ON THE TURBINE	
BLADE BACK AND PRESSURE SIDE IN THE CASE	
OF USING V-SHAPED DIMPLES	
V. V. Lebedev, O. V. Lebedev, A. E. Remizov	96

COMPUTER-AIDED DESIGN OF LOW-THUST ROCKET ENGINES	
USING THE DOMAIN-SPECIFIC KNOWLEDGE DATABASE	
AND CAF / CAD SVSTEMS	
V V Duzhkov I I Morozov E A Lanshin	106
V. V. Kyznkov, I. I. Morozov, E. A. Lapsnin	100
CONTROL PROGRAM FOR NONCOPLANAR HELIOCENTRIC	
FLIGHT TO VENUS OF NON-PERFECTLY REFLECTING	
SOLAR SALL SPACECRAFT	
D M Vhabibullin	117
K. M. Khabibuun	11/
SOLVING THE PROBLEM OF MINIMAX CLOSED-LOOP CONTROL	
OF LIOUID-PROPELLANT LAUNCH VEHICLE	
FUEL CONSUMPTION CONTROL	
A = Shorikov V I Kalev	120
A. I. Shorkov, V. I. Kulev	12)
OPTIMAL CONTROL OF SPACECRAFT MOTION	
IN THE VICINITY OF EROS 433 ASTEROID	
A V Shornikov	146
n. i. Shormanov	170
MECHANICAL ENGINEERING	
RESEARCH OF THE INFLUENCE OF ELECTRON BEAM	
WELDING OF TITANIUM ALLOYS ON HYDROGEN	
DISTRIBUTION IN THE WELD	
V I Muravyev P V Rakhmatov V V Grigorev	
O G Shakirova S A Jokhakov	157
O. G. Shakirova, S. A. Isknakov	157
PROCESS OF FORMING MIRROR-SHAPED RELIEF PLATES	
OF FOLDED STRUCTURE	
V. I. Khaliulin, R. Sh. Gimadiev, V. A. Markovtsev, N. V. Levshonkov	169
······································	/

# INFORMATION SCIENCE, COMPUTING TECHNOLOGY AND CONTROL

FUZZY-CONTROLLER SIMULATION MODEL AS A TOOL OF OPTIMIZATION OF A LIMITED AVAILABILITY GROUND HANDLING SYSTEM AT A HUB AIRPORT V. A. Romanenko

183

УДК 536.24 + 621.03

DOI: 10.18287/2541-7533-2019-18-4-7-17

## ОТРАБОТКА ДАТЧИКОВ ТЕПЛОВЫХ ПОТОКОВ НА ОСНОВЕ МЕТОДОЛОГИИ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ

#### © 2019

О. М. Алифанов	доктор технических наук, профессор, академик РАН, профессор кафедры «Космические системы и ракетостроение»; Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет); o.alifanov@yandex.ru
С. А. Будник	старший научный сотрудник НИО-601 кафедры «Космические системы и ракетостроение»; Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет); <u>sbudnik@mail.ru</u>
А. В. Ненарокомов	доктор технических наук, профессор, профессор кафедры «Космические системы и ракетостроение»; Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет); <u>nenar@mai.ru</u>
Д. М. Титов	кандидат технических наук, доцент кафедры «Космические системы и ракетостроение»; Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет); <u>d.titov@mai.ru</u>

При отработке теплонагруженных элементов конструкции космической техники первичной является информация о тепловых нагрузках (тепловых потоках и температурах поверхности) на протяжении всего этапа полёта в атмосфере. При этом уровень температуры и процессы, проходящие на поверхности тепловой защиты, не всегда позволяют использовать традиционные средства измерения тепловых нагрузок. Альтернативой прямым измерениям в этом случае является определение тепловых нагрузок по данным измерений температуры в нескольких точках элементов конструкции тепловой защиты. Целью данной работы является разработка и апробация датчиков для измерения теплового нагружения теплозащитных покрытий современных спускаемых аппаратов, а также апробация разработанных методов проведения теплофизических испытаний. В статье рассматриваются датчики теплового потока для неразрушающихся композиционных волокнистых материалов с большой степенью неоднородности.

Датчики тепловых потоков; тепловая защита; обратные задачи; итерационная регуляризация; теплоизолирующие волокнистые материалы.

<u>Шитирование</u>: Алифанов О.М., Будник С.А., Ненарокомов А.В., Титов Д.М. Отработка датчиков тепловых потоков на основе методологии обратных задач // Вестник Самарского университета. Аэрокосмическая техника, технологии и машиностроение. 2019. Т. 18, № 4. С. 7-17. DOI: 10.18287/2541-7533-2019-18-4-7-17

#### Введение

Для тепловой защиты основной части силовых конструкций спускаемых аппаратов многоразового использования (например, таких как Space Shuttle, Буран, проекты Гермес, Клипер, Русь) актуальными и перспективными остаются теплозащитные покрытия (ТЗП) радиационного типа на основе материалов из супертонких волокон SiO<sub>2</sub>, Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>, ZrO<sub>2</sub>, SiC и др. Такие неразрушаемые покрытия сочетают требуемую конструктивную прочность при малом удельном весе, высокую термостойкость при высоких уровнях и градиентах температур, малую теплопроводность в широком диапазоне температур, высокую степень черноты поверхности и способность противостоять окислению. Требуемые оптические характеристики покрытия, эрозионную стойкость и защиту от атмосферной влаги волокнистого материала обеспечивает специальный внешний слой покрытия. При создании подобного типа летательных аппаратов большой объём экспериментальной отработки отводится на проведение тепловых испытаний, целью которых является обоснование выбора теплозащитного материала [1]. Как и во время проведения тестовых тепловых исследований, так и для получения необходимой информации по тепловому нагружению в ходе штатной эксплуатации может быть применён датчик измерения теплового нагружения ТЗП, выполненный из того же материала ТЗП с внедрёнными на внутренних слоях термопарами.

В общем случае методика подготовки и проведения тепловых испытаний с целью экспериментальной отработки технических и методических средств диагностики тепловых режимов конструкций определяется:

- Целями и задачами проводимых экспериментальных исследований.

– Формулировкой конкретной обратной задачи теплообмена (O3T) и методом её решения. Постановка O3T и метод её решения задают ряд параметров и характеристик, необходимых для построения методики проведения испытаний.

– Условиями эксплуатации исследуемого объекта, его характеристиками и свойствами. Предполагаемые условия эксплуатации исследуемого объекта – например, конвективный или радиационный нагрев, работа в вакууме, на воздухе или в иной газовой среде. Последнее замечание особенно важно для конструкций на основе пористых материалов. Очевидно, что в испытании желательно реализовать условия, как можно более близкие к реальным условиям эксплуатации объекта.

 Возможностями экспериментального стенда и измерительных приборов. Эти возможности при разработке методики испытаний выступают, как правило, в качестве некоторых технических и технологических ограничений.

В итоге решение задачи разработки экспериментальной методики представляет собой некий компромисс между требованиями, предъявляемыми к эксперименту, и указанными ограничениями.

Методика подготовки и проведения тепловых испытаний предполагает, что эти испытания проводятся в несколько последовательных этапов. Вначале проводятся пробные (отладочные) испытания, в процессе которых проверяется и настраивается экспериментальное оборудование стенда, включая системы управления, измерения и сбора информации, а также подбираются и отлаживаются режимы нагрева образцов. Далее проводятся штатные (зачётные) испытания, результаты которых обрабатываются и анализируются. По данным этих испытаний проводится предварительное определение теплофизических характеристик, их анализ, уточняются схемы измерений. Затем, если это необходимо, проводятся уточняющие испытания, по результатам которых окончательно определяются исследуемые характеристики. Подобный подход был апробирован на стенде TBC-2M MAИ [2] автоматизированного экспериментальновычислительного комплекса «Высокотемпературный тепловакуумный стенд для исследования процессов нестационарного теплообмена, теплофизических свойств современных теплозащитных и теплоизоляционных материалов и тепловых режимов элементов конструкций летательных аппаратов и энергоёмких технологических процессов».

Целью проводимых на стенде ТВС-2М МАИ тепловых испытаний является получение информации о поле температур в исследуемом объекте (нестационарных температур  $T_m(\tau)$ ,  $\tau_0 \le \tau \le \tau_e$  в заданных точках  $X_m$ , m = 2,..., M на оси датчика) в процессе испытаний (рис. 1). Данная информация в дальнейшем используется для определения, из решения соответствующей ОЗТ, характеристик теплового нагружения объекта  $T_w(\tau)$  и/или  $q_w(\tau)$ . При этом предполагается, что датчик и образец, в который он установлен,

выполнены из одного и того же материала с известными теплофизическими характеристиками:  $\lambda(T)$  – коэффициент теплопроводности и C(T) – объёмная теплоёмкость.

#### Методика проведения испытаний

Схема тепловых испытаний была выбрана с учётом исходных данных, технических требований к экспериментальным образцам и условиям проведения тепловых испытаний. Схема испытаний с симметричным нагревом двух образцов представлена на рис. 2. Образец, помещённый в теплоизолирующую оправку, устанавливается в экспериментальный модуль. В случае симметричного нагрева два одинаковых образца (выполненные из одного и того же материала и имеющие одинаковые размеры) устанавливаются симметрично относительно нагревательного элемента таким образом, чтобы их нагреваемые поверхности были параллельны плоскости нагревательного элемента.

Управление режимом нагрева образцов осуществляется по температуре нагревательного элемента, которая измеряется термопарой  $T_1$  (рис. 2).

Симметричная схема контактного нагрева двух образцов (рис. 2) позволяет достаточно точно определять плотность теплового потока к нагреваемой поверхности образца по электрическим параметрам на нагревательном элементе (НЭ). Для этого в ходе испытаний необходимо измерять действующее напряжение  $U(\tau)$  на границах «рабочей» зоны нагревательного элемента (зона в центре НЭ с относительно равномерным распределением температуры с площадью S – ширина НЭ, умноженная на расстояние между точками измерений 5 и 9 – и действующую силу тока  $I(\tau)$  в цепи нагревательного элемента.





Рис. 1. Схема измерений (для однослойного датчика): 1 – датчик; 2 – экспериментальный образец; b – толщина образца

Рис. 2. Схема тепловых испытаний датчиков: 1 – нагревательный элемент (НЭ); 2 – образец А (верхний); 3 – теплоизолирующая оправка; 4 – датчик № 1; 5 – точка измерения напряжения; 6 – теплоизолирующая оправка; 7 – датчик № 2; 8 – образец В (нижний); 9 – точка измерения напряжения; 10 – «рабочая» зона НЭ; T<sub>1</sub> – термопара на НЭ; T<sub>2</sub> и T<sub>6</sub> – термопары на нагреваемых поверхностях образцов А и В соответственно; T<sub>3</sub>, T<sub>4</sub>, T<sub>7</sub>, и T<sub>8</sub> – термопары во внутренних точках образцов; T<sub>5</sub> и T<sub>9</sub> – термопары на обратных поверхностях образцов А и В соответственно

Предполагая, что выделяемая в рабочей зоне НЭ электрическая мощность полностью преобразуется в тепло, которое без потерь поступает в исследуемые образцы, и учитывая симметрию теплового нагружения, плотность теплового потока на поверхности образцов *A* и *B* –  $q_w(\tau) = q_1(\tau) = q_{1A}(\tau) = q_{1B}(\tau)$ ,  $0 \le \tau \le \tau_e$  – может быть определена по электрической мощности  $W(\tau)$ , подводимой к рабочей зоне НЭ, из следующих соотношений:

$$q_1(\tau) = q_{H_2}(\tau) - q_c(\tau), \quad 0 \le \tau \le \tau_e,$$
(1)

$$q_{H\Im}(\tau) = W(\tau)/(2S) = U(\tau)I(\tau)/(2S).$$
<sup>(2)</sup>

Здесь  $q_c(\tau) = 0,5 \rho_{H3} \delta_{H3} c_{H3}(T) \frac{dT_{H3}(\tau)}{d\tau}$  – потери плотности теплового потока за счёт теплоёмкости НЭ;  $\tau$  – время;  $\tau_e$  – время окончания измерений;  $\rho_{H3}, \delta_{H3}, c_{H3}$  – соответственно плотность, толщина и удельная теплоёмкость материала НЭ;  $T_{H3}(\tau)$  – температура НЭ.

Температуру на нагреваемой поверхности датчика  $T_w(\tau)$ , определённую из решения ОЗТ по измерениям температуры во внутренней точке датчика, можно сравнить с температурой поверхности  $T_1(\tau)$ .

## Алгоритм решения граничной обратной задачи теплопереноса

В качестве математической модели теплопереноса в многослойном датчике из *L* слоёв использовалась следующая математическая модель теплопереноса [3; 4]:

$$C_l(T_l(\tau, x))\frac{\partial T_l(\tau, x)}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda_l(T_l(\tau, x)))\frac{\partial T_l(\tau, x)}{\partial x}\right),\tag{3}$$

 $X_{l-1} < x < X_l$ ,  $X_0 = 0$ ,  $\tau_{\min} \le \tau \le \tau_{\max}$ ,  $l = \overline{1, L}$ ,

$$T_l(0,x) = T_{l0}(x), \ X_{l-1} \le x \le X_l, \ l = \overline{1,L},$$
(4)

$$-\lambda_1(T(0,\tau))\frac{\partial T_1(0,\tau)}{\partial x} = q_1(\tau), \qquad (5)$$

$$\lambda_l(T_l(X_l,\tau))\frac{\partial T_l(X_l,\tau)}{\partial x} = \lambda_{l+1}(T_{l+1}(X_l,\tau))\frac{\partial T_{l+1}(X_l,\tau)}{\partial x}, \ l = \overline{1,L-1},$$
(6)

$$-R(T_{l}(X_{l},\tau))\lambda_{l}(T_{l}(X_{l},\tau))\frac{\partial T_{l}(X_{l},\tau)}{\partial x} = T_{l}(X_{l},\tau) - T_{l+1}(X_{l},\tau), \quad l = \overline{1,L-1}, \quad (7)$$

$$-\alpha .\lambda_{L}(T_{L}(X_{L},\tau))\frac{\partial T_{L}(X_{L},\tau)}{\partial x}+\beta .T_{L}(x_{L},\tau)=q_{2}(\tau).$$
(8)

Коэффициенты  $\alpha$  и  $\beta$  задают тип используемого граничного условия: [ $\alpha = 0, \beta = 1$ ] – граничное условие первого рода на правой границе либо [ $\alpha = 1, \beta = 0$ ] – граничное условие второго рода.

Искомой величиной в данной математической модели является  $q_1(\tau)$  – плотность теплового потока на нагреваемой поверхности.

Дополнительная информация, необходимая для решения обратной задачи – показания термопар, установленных в датчике:

$$T_l(x_{lm},\tau) = f_{lm}(\tau), \quad m = \overline{1,M_l}, \quad l = \overline{1,L}.$$
(9)

Для решения обратной задачи (3)-(9) использовался метод итерационной регуляризации, основанный на минимизации функционала невязки измеренных и расчётных температур в точках установки термопар [5; 6]:

$$J(q_1(\tau)) = \sum_{l=1}^{L} \sum_{m=1}^{M_l} \int_{\tau_{\min}}^{\tau_{\max}} (T_l(x_{lm}, \tau) - f_{lm}(\tau))^2 d\tau.$$
(10)

Итерационная минимизация целевого функционала осуществляется градиентными методами первого порядка (в частности методом сопряжённых градиентов [7; 8]):

$$q_1^{s+1} = q_1^s - \gamma_s G\left(J_{q_1}^{'(s)}\right), \ s = 0, 1, \dots, s^*.$$
(11)

Регуляризующим условием останова итерационного цикла является номер последней итерации  $s^*$ , выбранный в соответствии с принципом обобщённой невязки [8; 9]:

$$s^*: J(q_1^{s^*}) \cong \delta^2, \tag{12}$$

где  $\delta^2$  – заданная погрешность измерения температуры  $f_{lm}(\tau)$ ,  $m = \overline{1, M_l}$ ,  $l = \overline{1, L}$ ;  $\delta^2 = \sum_{l=1}^{L} \sum_{m=1}^{M_l} \int_{\tau_{min}}^{\tau_{max}} \sigma_{ml}(\tau) d\tau$ ,  $\sigma_{lm}(\tau)$  – дисперсия измерений.

Для реализации алгоритма (10)-(12) необходимо на каждой итерации вычислять значение градиента функционала невязки  $J_{q_1}^{'(s)}$  и параметр спуска  $\gamma_s$ .

Для нахождения градиента функционала невязки используется решение краевой задачи, сопряжённой с линеаризованной формой задачи (1)-(6):

$$C_{l}(T)\frac{\partial\psi_{lm}}{\partial\tau} = \frac{\partial}{\partial x}\left(\lambda_{l}(T)\frac{\partial\psi_{l,m}}{\partial x}\right) - \frac{d\lambda_{l}}{dT}\frac{\partial T_{l}}{\partial x}\frac{\partial\psi_{lm}}{\partial x},$$
(13)

$$x_{lm-1} < x < x_{lm}, \ m = \overline{1, M_l + 1}, \ x_{l0} = X_{l-1}, \ x_{lM_l+1} = X_l, \ X_0 = 0, \ \tau_{\min} \le \tau \le \tau_{\max}, \ l = \overline{1, L},$$

$$\psi_{lm}(x,\tau_{\max}) = 0, \ x_{lm-1} \le x \le x_{lm}, \ m = \overline{1,M_l+1}, \ l = \overline{1,L},$$

$$(14)$$

$$\lambda_1 \left( T_1(X_0, \tau) \right) \frac{\partial \psi_{1,1}(X_0, \tau)}{\partial x} = 0, \qquad (15)$$

$$\lambda_{l}(T_{l}(x_{lm},\tau))\left[\frac{\partial\psi_{lm}(x_{lm},\tau)}{\partial x} - \frac{\partial\psi_{l,m-1}(x_{l,m},\tau)}{\partial x}\right] = 2[T_{l}(x_{lm},\tau) - f_{lm}(\tau)],$$

$$m = \overline{1, M_{l}}, l = \overline{1, L},$$
(16)

$$\psi_m(x_m,\tau) = \psi_{m+1}(x_m,\tau), \ m = \overline{1,M_l}, \ l = \overline{1,L},$$
(17)

$$R(T_{l}(X_{l},\tau))\lambda_{l}(T_{l}(X_{l},\tau))\frac{\partial\psi_{l,1}(X_{1},\tau)}{\partial x} = \psi_{l+1,1}(X_{l},\tau) - \psi_{1,M_{l}+1}(X_{l},\tau), \quad l = \overline{1,L-1}, \quad (18)$$

$$\begin{split} \lambda_l(T_l(X_l,\tau)) &\frac{\partial \psi_{l,M_l+1}(X_l,\tau)}{\partial x} = \\ &= \lambda_{l+1}(T_{l+1}(X_l,\tau)) \bigg[ \lambda_l(T_l(X_l,\tau)) \frac{\partial T_l(X_l,\tau)}{\partial x} \frac{dR_l}{dT} (T_l(X_l,\tau)) + 1 \bigg] \frac{\partial \psi_{l+1,1}(X_l,\tau)}{\partial x}, \\ &\quad l = \overline{1,L-1}, \end{split}$$

$$\alpha\lambda_{L}\left(T_{L,M_{L}+1}\left(X_{L},\tau\right)\right)\frac{\partial\psi_{L,M_{L}+1}\left(X_{L},\tau\right)}{\partial x}+\beta\psi_{L,M_{L}+1}\left(X_{L},\tau\right)=0.$$
(19)

Приращение градиента функционала невязки с учётом (13)-(19) определяется выражением:

$$\Delta J = -\int_{\tau_{\min}}^{\tau_{\max}} \psi_{1,1}\left(X_0, \tau\right) \Delta q_1 d\tau + O\left(\Delta q_1^2\right).$$
<sup>(20)</sup>

Тогда по определению градиента функционала  $J_{q_1}^{'(s)}(\tau) = \psi_{1,1}(X_0, \tau)$ , где  $\psi_{1,1}(X_0, \tau)$  является решением сопряжённой задачи (11)-(18).

Для определения параметра спуска использовалась линейная оценка [5, 7]:

$$\gamma_{s} = -\frac{\sum_{l=1}^{L} \sum_{m=1}^{M_{l}} \int_{\tau_{\min}}^{\tau_{\max}} \left[ T_{lb} \left( x_{lm}, \tau, G(J'^{(s)}) \right) - f_{lm}(\tau) \right] \Delta T_{lm} \left( x_{lm}, \tau, G(J'^{(s)}) \right) d\tau}{\sum_{l=1}^{L} \sum_{m=1}^{M_{l}} \int_{\tau_{\min}}^{\tau_{\max}} \left[ \Delta T_{lm} \left( x_{lm}, \tau, G(J'^{(s)}) \right) \right]^{2} d\tau} .$$
(21)

# Тепловые испытания прототипа датчика для ТЗП на основе волокон Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>

Для проведения тепловых испытаний было изготовлено два одинаковых экспериментальных образца ТЗП (*A* и *B*) и два образца чувствительных элементов прототипа датчика из материала на основе волокон из Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>. На рис. 3, 4 представлены фотографии чувствительного элемента (ЧЭ) датчика DM1<sub>A</sub> и образца ТЗП из материала на основе волокон из Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>, в который датчик устанавливался при проведении испытаний. Следует отметить, что в данном случае образец ТЗП играет роль корпуса датчика, в который устанавливается ЧЭ датчика с термопарами. ЧЭ имеет форму цилиндра с диаметром D = 22,5 мм и высотой  $\delta = 18$  мм. Для измерения температур в датчиках использовались термопары типа X-A (тип K) с диаметром термоэлектродов 0,1 мм, сваренные способом «встык». Плотность материала образцов и датчиков DM1<sub>A</sub> и DM1<sub>B</sub> равнялась 170 кг/м<sup>3</sup>.

Схема температурных измерений (схема размещения термопар в ЧЭ датчика) представлена в табл. 1. Координаты точек измерения  $X_m$ , m = 1,..., M отсчитываются от нагреваемой поверхности датчика.

Точность установки внутренних термопар составляла  $\pm 0,1$  мм. За счёт усадки материала возможны следующие дополнительные погрешности в координатах точек измерения:  $X_2(-0,036 \text{ мм}); X_3(-0,054 \text{ мм}); X_4(-0,108 \text{ мм}).$ 

Датчик	$X_1$ , мм	$X_{2}$ , мм	$X_{ m 3}$ , мм	$X_4$ , мм
A, B	0,0	6,0	9,0	18,0



Таблица 1. Схема температурных измерений в датчиках DM1<sub>A</sub> и DM1<sub>B</sub>

Рис. 3. Чувствительный элемент прототипа датчика DM1<sub>A</sub> до установки в экспериментальный образец ТЗП: 1 – ЧЭ датчика; 2 – термопара

Рис. 4. Экспериментальный образец ТЗП с отверстием для установки прототипа датчика DM1<sub>A</sub> для испытаний на стенде TBC-2M

Штатные испытания образцов ТЗП с прототипами датчиков (A – верхний и B – нижний) готовились и проводились с учётом результатов пробных испытаний. Непосредственно перед испытаниями образцы, установленные в экспериментальный модуль, подвергались предварительному нагреву до 500°С в условиях вакуума с целью удаления адсорбированной влаги и сохранялись в условиях вакуума до начала испытаний. Было проведено два испытания по различным программам нагрева  $T_{pr}(\tau)$  при различных давлениях в вакуумной камере (испытание № 1 – давление  $1 \cdot 10^{-4}$  бар; испытание №2 – давление 1 бар).

Результаты измерений, полученные в тепловых испытаниях в виде зависимостей  $T_i(\tau), 0 \le \tau \le \tau_e$ , после проведения первичной обработки представлены на рис. 5, 6.



Рис. 5. Результаты температурных измерений в датчиках А и В в испытании №1



Рис. 6. Результаты температурных измерений в датчиках А и В в испытании №2



в испытании №1

в испытании №2

На рис. 7, 8 представлены зависимости от времени плотности теплового потока  $q_1(\tau)$  от HЭ, рассчитанные по электрическим параметрам в рабочей зоне HЭ.

Проведённые испытания показали:

– после проведения двух испытаний на различных режимах поверхности датчиков и образцов ТЗП не имеют видимых следов нагрева и разрушения. На ощупь материал стал более жёстким (хрупким), легче крошится;

– максимальные значения температур на нагреваемых поверхностях датчиков А и В, измеренные в процессе испытаний, незначительно (до 2%) отличаются друг от друга;

- значения температур на обратных поверхностях датчиков A и B, полученные в процессе испытаний, незначительно (до 4%) отличаются друг от друга. Это, с учётом предыдущего замечания, позволяет говорить о достаточно хорошей симметричности нагрева образцов в реализованной схеме испытаний.

Сравнение полученных из решения обратной задачи и измеренных в ходе проведения экспериментов значений температуры в точках установки термопар и результаты определения зависимости  $q(\tau)$  представлены на рис. 9. В табл. 2 представлены полученные оценки среднеквадратичного и максимального расхождения экспериментальных и расчётных значений температур.



Рис. 9. Сравнение расчётных в точках установки термопар Т2 (1) и Т3 (3) и измеренных Т2 (2) и Т3 (4) значений температур и полученные значения теплового потока на нагреваемой поверхности (5): а – испытание №1; б – испытание №2

Таблица 2. Расхождения экспериментальных и расчётных значений температур

Номер испытания	Среднеквадратичное расхождение температур, °С	Максимальное расхождение температур, °С
1	5.9	13.8
2	5.8	13.6

#### Заключение

Результаты проведённых испытаний подтвердили работоспособность разработанных датчиков и методики их испытаний. Измеренные датчиками тепловые потоки и температуры в ходе испытаний совпали с данными, полученными из решения ОЗТ, с достаточно высокой точностью. На основании этого можно сделать вывод о пригодности разработанных датчиков для определения параметров тепловых нагружений в условиях невозможности прямых измерений. Хорошее совпадение экспериментальных и расчётных результатов подтверждает эффективность разработанной методики подготовки и проведения теплофизических экспериментов и тепловых испытаний датчиков подобного типа на стенде ТВС-2М МАИ.

Данная работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации при апробации разрабатываемых методов и методик проведения теплофизических экспериментов, выполняемых в рамках выполнения проекта по проектной части государственного задания (проект 9.3917.2017/4.6).

### Библиографический список

1. Alifanov O.M., Nenarokomov A.V., Budnik S.A., Michailov V.V., Ydin V.M. Identification of thermal properties of materials with applications for spacecraft structures // Inverse Problems in Science and Engineering. 2004. V. 12, Iss. 5. P. 579-594. DOI: 10.1080/1068276042000219958

2. Алифанов О.М., Будник С.А., Михайлов В.В., Ненарокомов А.В. Экспериментально-вычислительный комплекс для исследования теплофизических свойств теплотехнических материалов // Космонавтика и ракетостроение. 2006. № 1 (42). С. 126-139.

3. Полежаев Ю.В., Юревич Ф.Б. Тепловая защита. М.: Энергия, 1976. 392 с.

4. Юдин В.М. Распространение тепла в стеклопластиках // Труды ЦАГИ. 1970. Вып. 1267. 41 с.

5. Alifanov O.M., Budnik S.A., Nenarokomov A.V, Netelev A.V. Estimation of thermal properties of materials with application for inflatable spacecraft structures testing // Inverse Problems in Science and Engineering. 2012. V. 20, Iss. 5. P. 677-690. DOI: 10.1080/17415977.2012.665909

6. Nenarokomov A.V., Alifanov O.M., Budnik S.A., Netelev A.V. Research and development of heat flux sensor for ablative thermal protection of spacecrafts // International Journal of Heat and Mass Transfer. 2016. V. 97. P. 990-1000. DOI: 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2016.02.045

7. Тихонов А.Н., Арсенин В.Я. Методы решения некорректных задач. М.: Наука, 1979. 288 с.

8. Алифанов О.М., Артюхин Е.А., Румянцев С.В. Экстремальные методы решения некорректных задач. М.: Наука, 1988. 286 с.

9. Алифанов О.М., Артюхин Е.А., Ненарокомов А.В. Идентификация математических моделей сложного теплообмена. М.: МАИ, 1999. 268 с.

# EXPERIMENTAL TESTING OF HEAT FLUX SENSORS BASED ON THE INVERSE PROBLEM TECHNIQUE

© 2019

O. M. Alifanov	Doctor of Science (Engineering), Professor, Academician of RAS, Department of Aerospace Engineering; Moscow Aviation Institute (National Research University), Moscow, Russian Federation; <u>o.alifanov@yandex.ru</u>
S. A. Budnik	Senior Scientific Researcher, Department of Aerospace Engineering; Moscow Aviation Institute (National Research University), Moscow, Russian Federation; <u>sbudnik@mail.ru</u>
A. V. Nenarokomov	Doctor of Science (Engineering), Professor, Department of Aerospace Engineering; Moscow Aviation Institute (National Research University), Moscow, Russian Federation; <u>nenar@mai.ru</u>
D. M. Titov	Candidate of Science (Engineering), Associate Professor, Department of Aerospace Engineering; Moscow Aviation Institute (National Research University), Moscow, Russian Federation; <u>d.titov@mai.ru</u>

In final adjustment of thermally-loaded elements of space structures information on thermal loads (heat fluxes and surface temperatures) for the whole period of flight in the atmosphere is of primary importance. The level of temperature and the processes taking place on the surface of the heat shield do not always allow using conventional methods of measuring thermal loads. In this case determining thermal loads by the results of measuring the temperature at several points of elements of the heat shield structure is an alternative to direct measurements. The aim of this work is to develop and test sensors for measuring heat loading of thermal-protective coating of modern descent vehicles, as well as to test the developed methods of carrying out thermo-physical tests. Heat flux sensors for indestructible composite fibrous materials with a high degree of non-uniformity are described in the paper.

Heat flux sensors; thermal protection; inverse problems; iterative regularization; heat insulation fibrous materials.

<sup>&</sup>lt;u>Citation</u>: Alifanov O.M., Budnik S.A., Nenarokomov A.V., Titov D.M. Experimental testing of heat flux sensors based on the inverse problem technique. *Vestnik of Samara University. Aerospace and Mechanical Engineering*. 2019. V. 18, no. 4. P. 7-17. DOI: 10.18287/2541-7533-2019-18-4-7-17

## References

1. Alifanov O.M., Nenarokomov A.V., Budnik S.A., Michailov V.V., Ydin V.M. Identification of thermal properties of materials with applications for spacecraft structures. *Inverse Problems in Science and Engineering*. 2004. V. 12, Iss. 5. P. 579-594. DOI: 10.1080/1068276042000219958.

2. Alifanov O.M., Budnik S.A., Mikhailov V.V., Nenarokomov A.V. Simulation computer complex for studies in thermophysic properties of termotechnical materials. *Cosmonautics and Rocket Engineering*. 2006. No. 1 (42). P. 126-139. (In Russ.)

3. Polezhaev Yu.V., Yurevich F.B. *Teplovaya zashchita* [Thermal protection]. Moscow: Energiya Publ., 1976. 392 p.

4. Yudin V.M. Heat transfer in fiberglasses. *Trudy TsAGI*. 1970. Iss. 1267. 41 p. (In Russ.)

5. Alifanov O.M., Budnik S.A., Nenarokomov A.V, Netelev A.V. Estimation of thermal properties of materials with application for inflatable spacecraft structures testing. *Inverse Problems in Science and Engineering*. 2012. V. 20, Iss. 5. P. 677-690. DOI: 10.1080/17415977.2012.665909

6. Nenarokomov A.V., Alifanov O.M., Budnik S.A., Netelev A.V. Research and development of heat flux sensor for ablative thermal protection of spacecrafts. *International Journal of Heat and Mass Transfer*. 2016. V. 97. P. 990-1000. DOI: 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2016.02.045

7. Tikhonov A.N., Arsenin V.Ya. *Metody resheniya nekorrektnykh zadach* [Methods of solving ill-posed problems]. Moscow: Nauka Publ., 1979. 288 p.

8. Alifanov O.M., Artyukhin E.A., Rumyantsev S.V. *Ekstremal'nye metody resheniya nekorrektnykh zadach* [Extreme methods for solving ill-posed problems]. Moscow: Nauka Publ., 1988. 286 p.

9. Alifanov O.M., Artyukhin E.A., Nenarokomov A.V. *Identifikatsiya matematicheskikh modeley slozhnogo teploobmena* [Identification of mathematical models of complex heat exchange]. Moscow: Moscow Aviation Institute Publ., 1999. 268 p.

УДК 629.78.015

DOI: 10.18287/2541-7533-2019-18-4-18-28

# АНАЛИЗ ДВИЖЕНИЯ НАНОСПУТНИКА SAMSAT-218Д ПО ТРАЕКТОРНЫМ ИЗМЕРЕНИЯМ

© 2019

И. В. Белоконов	доктор технических наук, профессор, заведующий межвузовской кафедрой космических исследований; Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва; <u>ibelokonov@mail.ru</u>
И. А. Тимбай	доктор технических наук, профессор межвузовской кафедры космических исследований; Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва; <u>timbai@mail.ru</u>
П. Н. Николаев	аспирант межвузовской кафедры космических исследований; Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва; pnikolayev@gmail.com
У. М. Оразбаева	аспирант межвузовской кафедры космических исследований; Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва; <u>orazbaeva2012@bk.ru</u>

Анализируется движение наноспутника SamSat-218Д по траекторным измерениям. Экспериментально подтверждены особенности поведения наноспутников на низких орбитах, обусловленные как влиянием атмосферы, так и присущими им массово-инерционными характеристиками: срок существования наноспутников на орбите меньше, а угловое ускорение, порождаемое аэродинамическим моментом, значительно выше, чем у спутников с большими размерами и массой. По известным траекторным измерениям и информации о средней плотности атмосферы в точках траекторных измерений оценено изменение баллистического коэффициента во времени. Баллистический коэффициент наноспутника SamSat-218Д, имеющего форму прямоугольного параллелепипеда, зависит от пространственного угла атаки и угла собственного вращения. Отношение максимального значения баллистического коэффициента к минимальному значению равно 4.75. Это позволило по характеру изменения баллистического коэффициента оценить характер возможного движения относительно центра масс наноспутника. Наиболее вероятным движением относительно центра масс наноспутника SamSat-218Д является переходный режим движения между различными положениями равновесия, обусловленный соизмеримыми аэродинамическим и гравитационным моментами и незначительными угловыми скоростями.

Наноспутник; баллистический коэффициент; угол атаки; TLE файл; солнечная активность; плотность атмосферы; фазовый портрет.

<u>Шитирование</u>: Белоконов И.В., Тимбай И.А., Николаев П.Н., Оразбаева У.М. Анализ движения наноспутника SamSat-218Д по траекторным измерениям // Вестник Самарского университета. Аэрокосмическая техника, технологии и машиностроение. 2019. Т. 18, № 4. С. 18-28. DOI: 10.18287/2541-7533-2019-18-4-18-28

#### Введение

Начиная с 2014 года в Самарском университете разрабатываются наноспутники формата CubeSat 3U. Наноспутник SamSat-218Д [1] формата CubeSat 3U – первый наноспутник, разработанный студентами и учёными Самарского университета. 28 апреля 2016 года он стал участником первой пусковой кампании с космодрома Восточный и одновременно с двумя другими спутниками («Михайло Ломоносов» и АИСТ-2Д) был выведен на орбиту с наклонением 97,3° и средней высотой 486 км с помощью ракеты-носителя «Союз-2.1а».

SamSat-218Д был предназначен для отработки ряда технологических и образовательных задач. В первую очередь он предназначался для отработки алгоритмов управления ориентацией наноспутников. Однако после запуска на орбиту установить связь с ним не удалось.

Отметим некоторые особенности движения наноспутников на низких орбитах [2].

1. Значение баллистического коэффициента наноспутника выше, чем спутника с большими размерами и массой (при одинаковой объёмной плотности), что приводит к снижению срока его существования на орбите. Это даёт возможность, учитывая небольшой планируемый срок активной работы наноспутника (обычно от шести месяцев до года), эффективно использовать низкие орбиты и избегать засорения околоземного космического пространства.

2. Угловое ускорение наноспутника, обусловленное аэродинамическим моментом, значительно выше, чем спутника с большими размерами и массой (при одинаковых значениях относительного запаса статической устойчивости и объёмной плотности). Это расширяет диапазон высот, на которых аэродинамический момент, действующий на наноспутник, является значимым и его можно использовать для пассивной стабилизации по вектору скорости движения центра масс.

3. Значение баллистического коэффициента наноспутника  $\sigma$  существенно зависит от его ориентации. Следующая формула выражает связь между баллистическим коэффициентом наноспутника формата CubeSat и его ориентацией [3]:

$$\sigma(\alpha,\varphi) = c_0 \tilde{S}(\alpha,\varphi) S / m \, .$$

Здесь  $\alpha$  – пространственный угол атаки;  $\varphi$  – угол собственного вращения;  $c_0$  – коэффициент, который может принимать значения от 2 до 3 в зависимости от физических свойств газа и поверхности наноспутника (для проектных проработок принимается равным 2,2); *S* – характерная площадь; *m* – масса наноспутника;  $\tilde{S}(\alpha, \varphi)$  – площадь проекции наноспутника формата CubeSat на плоскость, перпендикулярную вектору скорости набегающего потока, отнесённая к характерной площади:

$$\tilde{S}(\alpha, \varphi) = (|\cos \alpha| + k_s \sin \alpha (|\sin \varphi| + \cos |\varphi|))/S$$

где  $k_s$  – отношение площади одной из боковых поверхностей к характерной площади.

При проведении анализа углового движения наноспутника для случая, когда угловая скорость собственного вращения близка к равномерной, выражение для баллистического коэффициента можно усреднить по углу собственного вращения:

$$\sigma(\alpha) = c_0 \left( \left| \cos \alpha \right| + \frac{4k_s}{\pi} \sin \alpha \right) S / m.$$

На рис. 1 приведён график зависимости баллистического коэффициента наноспутника SamSat-218Д от угла атаки при разных значениях угла собственного вращения. Отношение максимального баллистического коэффициента к минимуму составляет 4,75. Этот факт позволяет получить информацию об ориентации и динамике движения наноспутника из сведений о значении баллистического коэффициента.



Рис. 1. Зависимость баллистического коэффициента наноспутника SamSat-218Д от угла атаки α и угла собственного вращения:

 $1 - \varphi = 0^{\circ}$ ;  $2 - \varphi = 45^{\circ}$ ;  $3 - усреднённая по углу собственного вращения <math>\varphi$ 

## Постановка задачи

Рассмотрим траекторные измерения наноспутника SamSat-218Д. На рис. 2 показаны изменения высоты его орбиты. Сведения приведены на основании обработки данных из файлов TLE системы NORAD [4].

Следует отметить, что рассматриваемому временному интервалу движения спутника (28 апреля 2016 года – 24 ноября 2018 года) соответствует уменьшение солнечной активности, что приводит к снижению плотности верхней атмосферы и темпа падения высоты полёта.



Рис. 2. Изменение высоты орбиты: 1 – наноспутник SamSat-218Д; 2 – малый КА «Михайло Ломоносов»; 3 – малый КА АИСТ-2Д

Используя информацию об изменении высоты наноспутнка SamSat-218Д (траекторные измерения), а также данные о его конструктивных параметрах (масса, моменты инерции, аэродинамические характеристики) и результаты теоретических исследований режимов динамики движения наноспутника формата CubeSat3U [3], требуется:

1) изучить изменения баллистического коэффициента наноспутника SamSat-218Д;

2) выявить наиболее вероятный режим движения наноспутника SamSat-218Д относительно центра масс, который был реализован после отделения от разгонного блока «Волга».

# Методика оценки баллистического коэффициента

Возмущения орбиты спутника, вызванные действием аэродинамического ускорения  $\Phi$ , для круговой орбиты описываются формулой [5]:

$$\dot{r} = 2r \sqrt{\frac{r}{\mu}} \Phi \quad , \tag{1}$$

где *r* – текущий радиус-вектор;  $\mu$  – гравитационный параметр Земли;  $\Phi = -\sigma q$  – возмущающее аэродинамическое ускорение;  $q = \rho V^2/2$  – скоростной напор;  $\rho$  – плотность атмосферы;  $V = \sqrt{\mu/r}$  – скорость полёта.

Используя (1), а также файлы TLE для спутников SamSat-218Д и АИСТ-2Д, предлагается следующая методика вычисления усреднённого за сутки баллистического коэффициента для наноспутника SamSat-218Д:

– вычисление радиус-векторов по данным TLE файлов на момент времени получения эфемерид для спутников SamSat-218Д и АИСТ-2Д:

$$r=\sqrt[3]{\mu/n^2},$$

где n – среднее движение;

– сглаживание и повторная дискретизация таблицы данных радиус-векторов обоих спутников, полученных в пункте (1), кубическим сглаживающим сплайном с шагом дискретизации одни сутки и параметром сглаживания p = 0,95 (выбранная величина параметра сглаживания обеспечивает приемлемую интерполяцию с удалением высокочастотных шумов);

– вычисление производной радиус-вектора для SamSat-218Д и АИСТ-2Д методом численного дифференцирования;

– определение среднесуточной плотности атмосферы (рис. 3) по торможению спутника АИСТ-2Д, для которого величина баллистического коэффициента известна и составляет  $\bar{\sigma}_{const} = 0,0227 \,\mathrm{m}^2/\mathrm{kr}$  (АИСТ-2Д поддерживает свою ориентацию в орбитальной системе координат):

$$\overline{\rho}_a = -\dot{r}_a \big/ \overline{\sigma}_{const} \sqrt{\mu r_a} ,$$

где  $r_a$  – радиус-вектор спутника АИСТ-2Д;  $\dot{r}_a$  – производная радиус-вектора спутника АИСТ-2Д;

– вычисление среднесуточной плотности атмосферы для спутника SamSat-218Д с использованием формулы корреляции слоёв верхней атмосферы из ГОСТ 25645.101-83 [6] (рис. 3)

$$\overline{\rho}_{ss} = \overline{\rho}_a \exp\left(a_2\left[\sqrt{r_a - a_3} - \sqrt{r_{ss} - a_3}\right]\right),$$

где коэффициенты  $a_2 = 0,71604 \text{ км}^{-1/2}$  и  $a_3 = 6461,34 \text{ км}$  взяты для высотного диапазона 180 км  $\leq h < 600$  км и индекса солнечной активности  $F_{10.7} \approx 75 \cdot 10^{-22} \text{ Br}/(\text{m}^2 \cdot \Gamma \text{g});$ 

– вычисление усреднённого за сутки баллистического коэффициента  $\overline{\sigma}_{ss}$  для SamSat-218Д:

$$\overline{\sigma}_{ss} = -\dot{r}_{ss} / \overline{\rho}_{ss} \sqrt{\mu r_{ss}},$$

где *r<sub>ss</sub>* – радиус-вектор спутника SamSat-218Д; *ṙ<sub>ss</sub>* – производная радиус-вектора спутника SamSat-218Д.

На рис. 4 представлены результаты оценки усреднённого баллистического коэффициента для наноспутника SamSat-218Д.

На рис. 5 показан фрагмент графика изменения усреднённого за сутки баллистического коэффициента во времени с 16-х по 100-е сутки. Следует принимать во внимание, что вариации усреднённого баллистического коэффициента обусловлены как ошибками траекторных измерений, так и характером углового движения наноспутника.



Рис. 3. Изменения плотности атмосферы во времени для спутников АИСТ-2Д (голубой); SamSat-218Д (чёрный)



Рис. 4. Изменения усреднённого за сутки баллистического коэффициента наноспутника SamSat-218Д



Рис. 5. Изменение усреднённого за сутки баллистического коэффициента (с 16-х по 100-е сутки)

#### Анализ движения

Для качественного анализа движения относительно центра масс наноспутника SamSat-218Д используется приближённая модель углового движения в плоскости круговой орбиты относительно траекторной системы координат. Модель описывает изменение угла атаки под действием гравитационного момента и аэродинамического восстанавливающего момента [3]:

$$\ddot{\alpha} - a(H)\sin\alpha - c(H)\sin 2\alpha = 0.$$
<sup>(2)</sup>

Здесь  $a(H) = a_0 Slq(H)/J_n$  – коэффициент, обусловленный аэродинамическим восстанавливающим моментом;  $a_0$  – коэффициент аппроксимации синусоидальной зависимостью коэффициента аэродинамического восстанавливающего момента; l – характерная длина наноспутника; H – высота полёта;  $c(H) = 3(J_n - J_x)(\omega(H))^2/(2J_n)$  – коэффициент, обусловленный действием гравитационного момента;  $\omega(H) = \sqrt{\mu/(R_3 + H)^3}$ – угловая скорость движения центра масс наноспутника по орбите;  $R_3$  – радиус Земли.

Изменение высоты круговой орбиты вследствие сопротивления атмосферы происходит очень медленно, и при рассмотрении углового движения наноспутника на одном или нескольких витках можно принять H = const. В этом случае для системы (2) справедлив интеграл энергии:

$$\dot{\alpha}^2/2 + a\cos\alpha + c\cos^2\alpha = E_0, \qquad (3)$$

где  $E_0 = a \cos \alpha_0 + c \cos^2 \alpha_0 + \dot{\alpha}_0^2 / 2$  определяется через начальные условия.

Характер движения наноспутника определяется соотношением величин a, c и  $E_0$ . Для случая a < 0, c > 0 возможны два вида фазовых портретов.

1.  $|a| \ge 2c$  (гравитационный момент меньше аэродинамического). Фазовый портрет аналогичен колебательной системе маятникового типа. В этом случае наноспутник имеет два положения равновесия по углу атаки – устойчивое при  $\alpha = 0 + 2n\pi$ 

 $(n = 0 \pm 1, \pm 2, ...)$  и неустойчивое при  $\alpha = \pi + 2n\pi$   $(n = 0 \pm 1, \pm 2, ...)$ . Вращательному движению наноспутника соответствует условие:  $E_0 > -a + c$ , колебательному движению относительно устойчивого положения равновесия  $\alpha = 0 + 2n\pi$   $(n = 0 \pm 1, \pm 2, ...)$  соответствует условие:  $E_0 < -a + c$ . Области возможных движений разделены сепаратрисой.

2. c > 0.5 | a | (гравитационный момент больше аэродинамического). При таком соотношении имеют место четыре области движения наноспутника: вращательная область и три колебательные области (схематичный вид фазового портрета показан на рис. 6). Наноспутник имеет четыре положения равновесия по углу атаки:  $\alpha_* = \pm \arccos(-0.5a/c) + 2n\pi$  $(n = 0 \pm 1, \pm 2, ...),$  $\alpha = 0 + 2n\pi$  $(n = 0 \pm 1, \pm 2, ...),$  $\alpha = \pi + 2n\pi$  ( $n = 0 \pm 1, \pm 2, ...$ ). Вращательному движению наноспутника соответствует условие:  $E_0 > -a + c - фазовая$  траектория 1, колебательному движению относительно  $\alpha = 0 + 2n\pi$  $(n = 0 \pm 1, \pm 2, ...)$  cootbettctbyet положения равновесия условие:  $-a + c < E_0 > a + c$  – фазовая траектория 2, колебательному движению относительно положения равновесия  $\alpha_*$  соответствует условие:  $E_0 < a + c$  – фазовая траектория 3. Области возможных движений разделены сепаратрисами (фазовые траектории 4 и 5).



Рис. 6. Фазовый портрет

В силу неизвестности начальных угловых скоростей, приобретённых наноспутником SamSat-218Д после выхода из пускового устройства, проведено многократное моделирование движения в широком диапазоне значений начальных угловых скоростей с использованием данных об изменении плотности атмосферы (рис. 3). Целью моделирования является установление соответствия между вариациями расчётного и найденного по траекторным измерениям усреднённого баллистического коэффициента (рис. 5). На рис. 7 показано изменение отношения  $M_a/M_g$  максимальных значений аэродинамического и гравитационного моментов с 16-х по 100-е сутки, которое обусловлено цикличностью изменения плотности атмосферы, вызванного солнечной активностью.

Из полученных результатов следует, что наиболее вероятным движением относительно центра масс наноспутника SamSat-218Д является переходный режим движения между различными положениями равновесия по углу атаки  $\alpha_*$ . Такому режиму движения относительно центра масс соответствует изменение угла атаки, показанное на рис. 8, и изменение усреднённого баллистического коэффициента на указанном промежутке времени, показанное на рис. 9.



Рис. 7. Изменение отношения максимальных значений аэродинамического и гравитационного моментов с 16-х по 100-е сутки



Рис. 8. Изменение угла атаки с 16-х по 100-е сутки



Рис. 9. Изменение усреднённого баллистического коэффициента с 16-х по 100-е сутки

Вначале непродолжительное время наноспутник совершает колебания относительно положения равновесия по углу атаки  $\alpha_*$  (порядка 65 град). Затем с ростом плотности атмосферы растёт аэродинамический момент и наноспутник переходит в колебания относительно нулевого значения угла атаки. Далее с уменьшением плотности атмосферы аэродинамический момент уменьшается и наноспутник переходит в колебания относительно изменяющегося положения равновесия  $\alpha_*$  (в диапазоне 35-75 град). Такой сложный характер изменения проявляется только при наблюдаемых соизмеримых величинах аэродинамического и гравитационного моментов.

Недостаточная определённость вывода о режиме движения обусловлена практически неизменной плотностью атмосферы ввиду снижения солнечной активности в рассматриваемый период времени движения наноспутника.

В дальнейшем предполагается продолжить наблюдение за торможением наноспутника SamSat-218Д для того, чтобы повысить степень достоверности выводов об изменяемой динамике движения и справедливости разработанной методики проектирования аэродинамически стабилизируемого наноспутника.

#### Выводы

Предложенный подход к анализу углового движения наноспутника по траекторным измерениям, апробированный в рамках «пассивного» эксперимента на наноспутнике SamSat-218Д, позволяет разработчикам наноспутников с неуправляемым движением относительно центра масс сделать выводы о причинах наблюдаемого движения по известным характеристикам космического аппарата. Если наноспутник после выхода на орбиту должен изменить свою конфигурацию, например, раскрыть панели солнечных батарей или выдвинуть штанги, то применение такого подхода позволяет сделать вывод о выполнении такой операции.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (грант № 17-79-20215).

### Библиографический список

1. Kirillin A., Belokonov I., Timbai I., Kramlikh A., Melnik M., Ustiugov E., Egorov A., Shafran S. SSAU nanosatellite project for the navigation and control technologies demonstration // Procedia Engineering. 2015. V. 104. P. 97-106. DOI: 10.1016/j.proeng.2015.04.101

2. Белоконов И.В., Тимбай И.А., Николаев П.Н. Анализ и синтез движения аэродинамически стабилизированных космических аппаратов нанокласса формата CubeSat // Гироскопия и навигация. 2018. Т. 26, № 3 (102). С. 69-91. DOI: 10.17285/0869-7035.2018.26.3.069-091

3. Belokonov I.V., Kramlikh A.V., Timbai I.A. Low-orbital transformable nanosatellite: Research of the dynamics and possibilities of navigational and communication problems solving for passive aerodynamic stabilization // Advances in the Astronautical Sciences. 2015. V. 153. P. 383-397.

4. Project space track. https://www.space-track.org

5. Константинов М.С., Каменков Е.Ф., Перелыгин Б.П., Безвербый В.К. Механика космического полёта. М.: Машиностроение, 1989. 406 с.

6. ГОСТ 25645.101-83 Атмосфера Земли верхняя. Модель плотности для проектных баллистических расчётов искусственных спутников Земли. М.: Издательство стандартов, 1984. 168 с.

# ANALYSIS OF SAMSAT-218D NANOSATELITE MOTION ACORDING TO TRAJECTORY MEASUREMENTS

© 2019

I. V. Belokonov	Doctor of Science (Engineering), Professor, Head of the Department of Space Research; Samara National Research University, Samara, Russian Federation; <u>ibelokonov@mail.ru</u>
I. A. Timbai	Doctor of Science (Engineering), Professor of the Department of Space Research; Samara National Research University, Samara, Russian Federation; <u>timbai@mail.ru</u>
P. N. Nikolaev	Postgraduate Student of the Department of Space Research; Samara National Research University, Samara, Russian Federation; <u>pnikolayev@gmail.com</u>
U. M. Orazbaeva	Postgraduate Student of the Department of Space Research; Samara National Research University, Samara, Russian Federation; <u>orazbaeva2012@bk.ru</u>

The motion of the SamSat-218D nanosatellite is analyzed by trajectory measurements. Special features of nanosatellite behavior in low orbits were experimentally confirmed. These features are due to both the influence of the atmosphere and the nanosatellites' inherent mass-inertia characteristics: the orbital lifetime of nanosatellites is shorter, whereas angular acceleration generated by the aerodynamic moment couple is much higher than that of satellites with large sizes and masses. Variation of the ballistic coefficient in time is estimated from known trajectory measurements and information on the average density of the atmosphere at the points of trajectory measurements. The ballistic coefficient of the SamSat-218D nanosatellite having the shape of a rectangular parallelepiped depends on the spatial angle of attack and the angle of proper rotation. The ratio of the maximum value of the ballistic coefficient to the minimum value is 4.75. This made it possible to evaluate the nature of possible motion relative to the center of mass of the SamSat-218D nanosatellite is the transient motion between different equilibrium positions, due to commensurate aerodynamic and gravitational moments and insignificant angular velocities.

Nanosatellite; ballistic coefficient; angle of attack; TLE file; solar activity; atmospheric density; phase portrait.

<sup>&</sup>lt;u>Citation:</u> Belokonov I.V., Timbai I.A., Nikolaev P.N., Orazbaeva U.M. Analysis of SamSat-218D nanosatelite motion acording to trajectory measurements. *Vestnik of Samara University. Aerospace and Mechanical Engineering*. 2019. V. 18, no. 4. P. 18-28. DOI: 10.18287/2541-7533-2019-18-4-18-28

# References

1. Kirillin A., Belokonov I., Timbai I., Kramlikh A., Melnik M., Ustiugov E., Egorov A., Shafran S. SSAU nanosatellite project for the navigation and control technologies demonstration. *Procedia Engineering*. 2015. V. 104. P. 97-106. DOI: 10.1016/j.proeng.2015.04.101

2. Belokonov I.V., Timbai I.A., Nikolaev P.N. Analysis and synthesis of motion of aerodynamically stabilized nanosatellites of the CubeSat design. *Gyroscopy and Navigation*. 2018. V. 9, Iss. 4. P. 287-300. DOI: 10.1134/S2075108718040028

3. Belokonov I.V., Kramlikh A.V., Timbai I.A. Low-orbital transformable nanosatellite: Research of the dynamics and possibilities of navigational and communication problems solving for passive aerodynamic stabilization. *Advances in the Astronautical Sciences*. 2015. V. 153. P. 383-397.

4. Project space track. Available at: https://www.space-track.org

5. Konstantinov M.S., Kamenkov E.F., Perelygin B.P., Bezverbyy V.K. *Mekhanika kosmicheskogo poleta* [Space flight mechanics]. Moscow: Mashinostroenie Publ., 1989. 406 p.

6. GOST 25645.101-83. Earth upper atmosphere. Density model for project ballistic computations of artificial Earth satellites. Moscow: Izdatel'stvo Standartov Publ., 1984. 168 p. (In Russ.)

УДК 629.78

DOI: 10.18287/2541-7533-2019-18-4-29-40

# СРАВНИТЕЛЬНОЕ ОЦЕНИВАНИЕ ТОЧНОСТИ МЕТОДОВ АВТОНОМНОЙ НАВИГАЦИИ МАЛЫХ КОСМИЧЕСКИХ АППАРАТОВ ПРИ ГРУППОВОМ ПОЛЁТЕ

© 2019

А. Д. Голяков	доктор технических наук, профессор, профессор кафедры автономных систем управления; Военно-космическая академия имени А.Ф. Можайского, г. Санкт-Петербург; <u>algol1949@mail.ru</u>
А. М. Ричняк	кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры автономных систем управления; Военно-космическая академия имени А.Ф. Можайского, г. Санкт-Петербург; <u>arichnyak@mail.ru</u>
П. В. Калабин	адъюнкт кафедры автономных систем управления; Военно-космическая академия имени А.Ф. Можайского, г. Санкт-Петербург; kalabinnavel179@omail.com

Представлены результаты сравнительного оценивания точности методов автономной навигации малых космических аппаратов, выполняющих групповой полёт. Для проведения исследований выбраны «зенитный» метод и метод навигации по орбитальным ориентирам, которые основаны на измерениях углового положения Земли и орбитального ориентира относительно навигационных звёзд. При исследованиях введены допущения о центральном гравитационном поле Земли, нормальном законе распределения погрешностей бортовых навигационных измерений с известными постоянными дисперсиями. Исследования выполнены с использованием теории аналитического оценивания точности методов автономной навигации космических аппаратов, с помощью которой удаётся получить ковариационную матрицу погрешностей искомого вектора навигационных параметров и оценить потенциальные (предельно достижимые) характеристики точности применяемых методов навигации. В качестве показателя точности метода навигации МКА выбран безразмерный коэффициент погрешностей навигации, который связан с элементами главной диагонали ковариационной матрицы, характеризует прецизионные свойства метода, носит интегральный характер, не зависит от объёма и погрешностей результатов навигационных измерений. Критерий целесообразности применения метода определения параметров движения центра масс космического аппарата основан на сравнении коэффициентов погрешностей навигации. Представленные результаты позволяют обоснованно подойти к выбору метода автономной навигации и состава бортового комплекса управления малых космических аппаратов, выполняющих групповой полёт.

Групповой полёт космических аппаратов; автономная навигация; бортовые навигационные измерения; методы решения навигационных задач; погрешности метода навигации; методика аналитического оценивания точности навигации; коэффициент погрешности навигации.

<u>Шитирование</u>: Голяков А.Д., Ричняк А.М., Калабин П.В. Сравнительное оценивание точности методов автономной навигации малых космических аппаратов при групповом полёте // Вестник Самарского университета. Аэрокосмическая техника, технологии и машиностроение. 2019. Т. 18, № 4. С. 29-40. DOI: 10.18287/2541-7533-2019-18-4-29-40

#### Введение

Одним из эффективных способов решения ряда народно-хозяйственных задач является применение малых космических аппаратов (МКА). В соответствии с принятой в работах [1; 2] классификацией к малым космическим аппаратам, масса которых не более 1000 кг, относят: мини-КА (массой от 100 до 500 кг), микро-КА (от 10 до 100 кг), нано-КА (от 1 до 10 кг), пико-КА (от 100 г до 1 кг) и фемто-КА (менее 100 г). Основными преимуществами МКА являются возможность значительно сократить сроки и стоимость разработки, изготовления и выведения, повысить качество решения задач за счёт синергетического эффекта применения орбитальных группировок МКА и различных инновационных технологий [1].

Вопросам создания и применения МКА посвящён ряд работ [1-7]. В настоящее время повышенный интерес вызывают исследования, посвящённые групповому полёту МКА [8-13]. При групповом полёте раскрываются принципиально новые функциональные возможности космических систем и в большей степени проявляются такие их характеристики как надёжность при решении целевых задач группы МКА в условиях космического пространства и стойкость к различным возмущающим факторам.

К важнейшим задачам, решаемым при групповом полёте, относится навигационная задача, которая заключается в определении в заданный момент времени параметров движения центра масс (радиус-вектора и вектора скорости) МКА. При этом точность определения этих параметров зависит не только от точности бортовых измерительных средств МКА, но и от выбранного метода навигации [14-17].

В связи с ограниченной пропускной способностью наземного комплекса управления космическими аппаратами при реализации метода навигации, основанного на проведении измерений наземными радиотехническими и оптическими системами, для определения параметров движения МКА, выполняющих групповой полёт, возникает проблема оперативной передачи навигационной информации всем потребителям. Перспективным способом решения этой проблемы является применение метода спутниковой навигации [14; 17]. Однако в связи с возможностью появления ряда возмущающих факторов, которые достаточно сложно парировать, этот метод целесообразно использовать совместно с автономными методами, основанными на бортовых астрономических измерениях.

При этом возникает задача проведения сравнительного анализа точности методов автономной астронавигации, приемлемых для МКА, совершающих групповой полёт по геоцентрическим орбитам. К таким методам относятся методы, которые базируются на наблюдениях за поверхностью Земли или её горизонта [7; 15; 16], и методы навигации по орбитальным ориентирам [6; 13].

Целью настоящей статьи является обоснование областей применения методов автономной навигации при групповом полёте МКА на основе оценки характеристик точности определения параметров движения центра масс.

#### Постановка задачи

Для достижения поставленной цели и выявления общих закономерностей навигационного процесса воспользуемся аналитическим методом оценивания точности навигации МКА, теоретические положения которого приведены в [15; 16].

Согласно этому методу точность определения шести параметров движения центра масс каждого МКА группировки оценивается ковариационной матрицей навигационных погрешностей размером 6×6:

$$K = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} & \dots & K_{16} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} & \dots & K_{26} \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} & \dots & K_{36} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ K_{61} & K_{62} & K_{63} & \dots & K_{66} \end{bmatrix}.$$
(1)

Элементы ковариационной матрицы (1) представляют собой аналитические выражения, вид которых зависит от формы и размеров орбиты МКА, выбранного состава

бортовых измерителей первичных навигационных параметров, продолжительности сеанса и принятой стратегии навигационных измерений. С помощью элементов, находящихся на главной диагонали этой матрицы, можно рассчитать оценки дисперсии погрешностей навигации, а с помощью недиагональных элементов – ковариационные моменты погрешностей оценок параметров движения центра масс МКА.

Исследования выполним при условии, что движение МКА происходит в центральном гравитационном поле сил. Параметры движения МКА зададим в подвижной орбитальной системе координат *xyz*. Начало системы координат *xyz* совпадает с центром масс МКА, ось *x* (радиальная ось) совмещена с продолжением радиуса-вектора МКА, ось *y* (трансверсальная ось) лежит в плоскости опорной орбиты МКА, ось *z* (нормальная ось) совпадает с нормалью к плоскости опорной орбиты МКА [6; 13]. Опорная орбита является круговой с известным радиусом  $R_0$ .

В качестве анализируемых методов автономной навигации МКА рассмотрим «зенитный» метод и метод навигации по орбитальным ориентирам. Первичными навигационными параметрами в «зенитном» методе выберем два угла  $\beta_1$  и  $\beta_2$  между направлениями на центр Земли и две навигационные звезды. Одна звезда находится в плоскости опорной орбиты МКА, а направление на вторую звезду совпадает с бинормалью этой орбиты.

Первичными навигационными параметрами в методе навигации по орбитальным ориентирам являются два угла:  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$ . Эти углы образованы направлениями на две навигационные звезды, координаты которых совпадают с координатами звёзд в «зенитном» методе, и на орбитальный ориентир, который смещён по аргументу широты  $\omega$  относительно МКА и роль которого может исполнять один из МКА группировки.

При проведении исследований будем полагать, что продолжительность навигационного режима равна одному витку МКА вокруг Земли. Измерения проводятся с постоянной частотой. Количество измерений в течение навигационного режима установлено равным N. Погрешности истинных измерений первичных навигационных параметров подчиняются нормальному закону распределения с нулевым математическим ожиданием и известным значением дисперсии  $\sigma_{\beta}^2$  и  $\sigma_{\alpha}^2$ .

Рассмотрим искомый шестимерный вектор параметров движения центра масс МКА, соответствующий начальному моменту времени  $t_0$ :

$$Q(t_0) = \left[ x(t_0) y(t_0) z(t_0) \dot{x}(t_0) \dot{y}(t_0) \dot{z}(t_0) \right]^T, \qquad (2)$$

где  $x(t_0)y(t_0)z(t_0)$  – координаты МКА;  $\dot{x}(t_0)\dot{y}(t_0)\dot{z}(t_0)$  – составляющие вектора скорости МКА.

Следуя методике формирования ковариационной матрицы (1), изложенной в [15], запишем вектор (2) в виде двух векторов:

$$Q(t_0) = \begin{bmatrix} Q_{II}(t_0) \\ Q_B(t_0) \end{bmatrix},$$
(3)

где  $Q_{\Pi}(t_0)$  – вектор параметров, характеризующих движение МКА в плоскости орбиты:  $Q_{\Pi}(t_0) = [x(t_0)y(t_0)\dot{x}(t_0)\dot{y}(t_0)]^T$ ;  $Q_B(t_0)$  – вектор параметров, характеризующих движение МКА относительно плоскости орбиты:  $Q_B(t_0) = [z(t_0)\dot{z}(t_0)]^T$ . Тогда на основании исследований, приведённых в работах [6; 13; 15; 16], ковариационные матрицы погрешностей определения вектора (3) при использовании «зенитного» метода и метод навигации по орбитальным ориентирам принимают квазидиагональный вид

$$K = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} & K_{14} & 0 & 0 \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} & K_{24} & 0 & 0 \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} & K_{34} & 0 & 0 \\ K_{41} & K_{42} & K_{43} & K_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & K_{55} & K_{56} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & K_{65} & K_{66} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{\Pi} & 0 \\ 0 & K_{B} \end{bmatrix},$$
(4)

где  $K_{\Pi}$  – ковариационная матрица погрешностей определения вектора параметров, характеризующих движение МКА в плоскости орбиты  $Q_{\Pi}(t_0)$ , размера 4×4;  $K_B$  – ковариационная матрица погрешностей определения вектора параметров, характеризующих движение МКА относительно плоскости орбиты  $Q_B(t_0)$ , размера 2×2.

Требуется найти аналитические показатели, позволяющие оценить методические погрешности «зенитного» метода и метода навигации по орбитальным ориентирам в зависимости от условий их применения.

#### Анализ скалярных показателей точности навигации

Ковариационная матрица погрешностей определения вектора параметров движения центра масс (4) является наиболее полной характеристикой вектора погрешностей навигации МКА. Однако использование матрицы для проведения сравнительной оценки точности методов навигации МКА представляет достаточно трудную задачу. Поэтому для этих целей целесообразно применять скалярные показатели точности.

К скалярным показателям точности погрешностей определения параметров двидисперсии среднеквадратические жения центра масс МКА относятся И (или стандартные) отклонения радиуса R и модуля вектора скорости V при условии необходимости раздельного оценивания радиальной и скоростной составляющих параметров движения центра масс. При этом на практике преимущественное распространение получили среднеквадратические отклонения (СКО) в связи с тем, что размерности значений получаемых при этом характеристик совпадают с размерностью оцениваемых погрешностей. Это повышает наглядность и обоснованность выводов по результатам проведённого анализа.

Расчёт СКО радиуса R и модуля вектора скорости V ( $\sigma_R$  и  $\sigma_V$ ), которые представляют собой положительные квадратные корни из значений соответствующих дисперсий, выполняется с помощью элементов, находящихся на главной диагонали ковариационной матрицы (4):

$$\sigma_R = \sqrt{K_{11} + K_{22} + K_{55}} \\ \sigma_V = \sqrt{K_{33} + K_{44} + K_{66}}$$
(5)

Сравнительная оценка методов навигации на основе показателей (5) сводится, по существу, к переходу от шестимерной задачи анализа к двухмерной задаче, что не все-

гда может найти применение. В большинстве практически важных случаев необходим скалярный безразмерный показатель точности метода навигации МКА.

Если опорная орбита МКА является круговой с радиусом  $r_0$ , то для получения скалярного безразмерного показателя точности метода навигации МКА используется относительное СКО погрешностей  $\sigma'_Q$ , которое рассчитывается с помощью соотношения

$$\sigma_{Q}' = \sqrt{\frac{K_{11} + K_{22} + K_{55}}{r_{0}^{2}} + \frac{K_{33} + K_{44} + K_{66}}{V_{0}^{2}}},$$
(6)

где  $V_0$  – скорость полёта МКА по опорной орбите:  $V_0 = \sqrt{\mu(r_0)^{-1}}$ ;  $\mu$  – гравитационный параметр Земли ( $\mu = 3,986 \cdot 10^5 \,\mathrm{km}^3/\mathrm{c}^2$ ).

Значения показателя (6) зависят не только от выбранного метода навигации, но и от ряда факторов, к которым относятся продолжительность и стратегия проведения навигационного режима, а также количество и погрешности результатов измерений первичных навигационных параметров. В процессе сравнительного анализа методов автономной навигации МКА, как правило, полагают, что значения этих факторов остаются постоянными.

Тогда в качестве показателя точности определения вектора параметров движения центра масс МКА выбирают коэффициент погрешностей (ошибок) метода навигации [15], который характеризует прецизионные свойства метода, носит интегральный характер, не зависит от объёма и погрешностей результатов навигационных измерений и определяется по выражению

$$k_{Q} = \frac{\sigma_{Q}'}{\sigma_{\gamma}} \sqrt{N} , \qquad (7)$$

где  $\sigma_{\gamma}$  – СКО погрешности результатов измерений первичного навигационного параметра  $\gamma$ , который используется в методе, подвергаемом сравнительному анализу.

Определим зависимости коэффициентов погрешностей, характеризующих точность оценивания вектора (3), при «зенитном» методе и методе навигации по орбитальным ориентирам соответственно.

## Коэффициент погрешностей определения параметров движения при реализации «зенитного» метода

Аналитические выражения элементов ковариационной матрицы погрешностей определения параметров движения при навигации МКА по «зенитному» методу» имеют вид [15]:

$$K^{\beta} = \begin{bmatrix} K^{\beta}_{\Pi} & 0\\ 0 & K^{\beta}_{B} \end{bmatrix}.$$
 (8)

Здесь  $K_{\Pi}^{\beta}$  – ковариационная матрица погрешностей определения вектора  $Q_{\Pi}(t_0)$  по измерениям углов «звезда-вертикаль»:

$$K_{\Pi}^{\beta} = \frac{r_o^2 \sigma_{\beta}^2}{6(\pi^2 - 6)N} \begin{bmatrix} 3\pi^2 + 32 & 30\pi & -30\pi\lambda_o & -(3\pi^2 + 22)\lambda_o \\ 30\pi & 36(\pi^2 - 3) & -6(5\pi^2 - 12)\lambda_o & -24\pi\lambda_o \\ -30\pi\lambda_o & -6(5\pi^2 - 12)\lambda_o & 27(\pi^2 - 2)\lambda_o^2 & 24\pi\lambda_o^2 \\ -(3\pi^2 + 22)\lambda_o & -24\pi\lambda_o & 24\pi\lambda_o^2 & (3\pi^2 + 14)\lambda_o^2 \end{bmatrix};$$

 $K_{B}^{\beta}$  – ковариационная матрица погрешностей определения вектора  $Q_{B}(t_{0})$  по измерениям углов «звезда-вертикаль»:

$$K_{B}^{\beta} = \frac{2r_{o}^{2}\sigma_{\beta}^{2}}{N} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \lambda_{o}^{2} \end{bmatrix};$$

 $\lambda_0 = r_0^{-1} \sqrt{\mu(r_0)^{-1}}$  – угловая скорость полёта МКА по опорной орбите радиуса  $r_0$ .

Из аналитических выражений элементов ковариационной матрицы (8) следует, что с ростом радиуса опорной орбиты дисперсии погрешностей оценивания координат МКА возрастают, а дисперсии погрешностей оценивания составляющих вектора скорости уменьшаются. Между составляющими вектора погрешностей параметров, характеризующих движение МКА в плоскости орбиты, присутствуют корреляционные связи. Оценки параметров, характеризующих движение МКА относительно плоскости орбиты, являются некоррелированными.

Коэффициент погрешностей «зенитного» метода навигации, определённый по (7), (8), имеет значение:  $k_O(\beta) \approx 5,33$ .

# Коэффициент погрешностей определения параметров движения при реализации метода навигации по орбитальным ориентирам

В соответствии с результатами аналитических исследований, приведёнными в [13], ковариационная матрица погрешностей определения параметров движения при навигации МКА по орбитальным ориентирам имеет вид:

$$K^{\alpha}(\omega) = \begin{bmatrix} K^{\alpha}_{\Pi}(\omega) & 0\\ 0 & K^{\alpha}_{B}(\omega) \end{bmatrix}.$$
(9)

Здесь  $K_{II}^{\alpha}(\omega)$  – ковариационная матрица погрешностей определения вектора  $Q_{II}(t_0)$  по измерениям углов «звезда – орбитальный ориентир»:

$$K_{\Pi}^{\alpha}(\omega) = \frac{4r_0^2 \sigma_{\alpha}^2}{3(\pi^2 - 6)(1 - \cos \omega)(5 - 3\cos \omega)^2 N} K_{\Pi}'(\omega);$$

 $K'_{\Pi}(\omega)$  – симметрическая матрица размера 4×4, диагональные элементы которой определяются с помощью выражений, приведённых в [13];  $K^{\alpha}_{B}(\omega)$  – ковариационная матрица погрешностей определения вектора  $Q_{B}(t_{0})$  по измерениям углов «звезда – орбитальный ориентир»:

$$K_{B}^{\alpha}(\omega) = \frac{4r_{0}^{2}(1-\cos\omega)\sigma_{\alpha}^{2}}{N} \begin{bmatrix} 1 & 0\\ 0 & \lambda_{0}^{2} \end{bmatrix}.$$

Анализ диагональных элементов ковариационной матрицы (9) показывает, что с ростом радиуса опорной орбиты дисперсии погрешностей определения координат МКА увеличиваются, при этом дисперсии погрешностей определения составляющих вектора скорости МКА уменьшаются. При групповом полёте МКА и навигации, основанной на визировании орбитальных ориентиров, дисперсии погрешностей определения параметров движения центра масс МКА имеют достаточно сложные зависимости от угла смещения по аргументу широты МКА относительно орбитального ориентира, графики которых приведены в [13].

С помощью матрицы (9) можно получить значения дисперсий и ковариационных моментов при выбранных углах  $\omega$ . Например, при  $\omega = 30^{\circ}$  ковариационная матрица (9) принимает вид:

$$K^{\alpha}(30^{\circ}) = \frac{r_0^2 \sigma_{\alpha}^2}{N} \begin{bmatrix} 0,446K'_{\Pi}(30^{\circ}) & 0\\ 0 & 0,536K'_{B}(30^{\circ}) \end{bmatrix},$$
(10)

где  $K'_{\Pi}(30^{\circ})$  – симметрическая матрица размера 4×4, главная диагональ которой равна:  $diag\{K'_{\Pi}(30^{\circ})\} = [K'_{x}(30^{\circ})K'_{y}(30^{\circ})K'_{x}(30^{\circ})K'_{y}(30^{\circ})] = [6,51 \ 13,20 \ 10,36 \ 3,15];$  $K'_{B}(30^{\circ})$  – диагональная матрица размера 2×2:

$$K_B'(30^\circ) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \lambda_0^2 \end{bmatrix}.$$

Для определения коэффициента погрешностей по измерениям углов  $\alpha$  «звезда – орбитальный ориентир»  $k_{\varrho}(\alpha)$  при  $\omega = 30^{\circ}$  используем (7) и (10). В результате получим  $k_{\varrho}(\alpha) = 3,986$ . Откуда следует, что при выбранном значении угла  $\omega$  метод навигации МКА по орбитальным ориентирам имеет преимущество по точности решения навигационной задачи по сравнению с «зенитным» методом. Однако для подтверждения такого вывода при других баллистических характеристиках группировки МКА необходимо выполнить исследования зависимости коэффициента погрешностей навигации по орбитальным ориентирам  $k_{\varrho}(\alpha)$  от угла  $\omega$  и сравнить полученные результаты с полученным коэффициентом  $k_{\varrho}(\beta) \approx 5,33$ .

# Сравнительный анализ коэффициентов погрешностей навигации МКА «зенитным» методом и методом по орбитальным ориентирам

Поскольку аналитический способ сравнительного анализа коэффициентов погрешностей навигации МКА «зенитным» методом и методом навигации по орбитальным ориентирам, которые получены с помощью диагональных элементов ковариационных матриц (4), приведёт к достаточно громоздким выкладкам, обусловленным существованием зависимости коэффициента погрешностей навигации  $k_Q(\alpha)$  от угла  $\omega$ , воспользуемся численным способом. Исследования проведём в диапазоне углов  $\omega$  от 10 до 60°. Выбор такого диапазона обусловлен тем, что при  $\omega < 20^{\circ}$  погрешности оценивания трансверсальной координаты и радиальной составляющей вектора скорости МКА возрастают с уменьшением угла  $\omega$ . Это обусловлено потерей наблюдаемости вектора  $Q_{\Pi}(t_0)$  по измерениям углов визирования орбитального ориентира относительно поля навигационных звёзд при достаточно малых углах  $\omega$  [16]. В работе [13] показано, что при  $\omega > 40^{\circ}$  с ростом угла  $\omega$  дисперсии всех составляющих вектора  $Q_{\Pi}(t_0)$  увеличиваются по закону, который достаточно близок к линейному.

При сравнении методических погрешностей автономной навигации МКА будем полагать, что измерения первичных навигационных параметров в каждом из методов являются равноточными и не зависят от радиуса орбиты и продолжительности навигационного режима.

Критерий целесообразности применения метода определения параметров движения центра масс МКА основан на сравнении коэффициентов погрешностей навигации  $k_{\Omega}(\beta)$  и  $k_{\Omega}(\alpha)$ , рассчитываемых по формуле (7).

Результаты расчётов коэффициентов погрешностей навигации МКА «зенитным» методом и методом по орбитальным ориентирам и полученные по выбранному критерию области применения сравниваемых методов приведены на рис. 1.



Рис. 1. Области применения «зенитного» метода и метода навигации по орбитальным ориентирам

Анализ результатов исследований, представленных на рис. 1, показывает, что существуют две области углов смещения орбитального ориентира в плоскости его орбиты, в которых целесообразно (по критерию точности) применять «зенитный» метод навигации МКА. Одна из таких областей определяется условием  $\omega < 17, 4^{\circ}$ , а вторая – условием  $\omega > 48, 5^{\circ}$ .

Метод навигации МКА по орбитальным ориентирам обладает преимуществом по точности решения навигационной задачи по сравнению с «зенитным» методом при условии смещения орбитального ориентира в плоскости его орбиты относительно МКА на угол  $\omega$ , который находится в диапазоне от 17,4 до 48,5°.

### Заключение

Представлены результаты исследования, которые проведены с целью обоснования областей применения методов автономной навигации при групповом полёте МКА на основе оценки характеристик точности определения параметров движения центра масс. В качестве методов навигации выбраны «зенитный» метод и метод навигации по орбитальным ориентирам, которые основаны на бортовых измерениях углового положения центра масс Земли и орбитального ориентира, смещённого относительно МКА на некоторый угол в плоскости его орбиты.

Исследования выполнены с использованием теории аналитического оценивания точности методов автономной навигации космических аппаратов. Получены в аналитическом виде ковариационные матрицы погрешностей определения параметров движения центра масс. В качестве показателя точности метода навигации МКА выбран безразмерный коэффициент погрешностей навигации, который характеризует прецизионные свойства метода, носит интегральный характер, не зависит от объёма и погрешностей результатов навигационных измерений.

Сравнительный анализ коэффициентов погрешностей навигации рассматриваемых методов показал, что существуют области, ограниченные диапазонами углов смещения МКА относительно орбитального ориентира, в которых преимущество в точности решения навигационной задачи имеет «зенитный» метод.

Представленные результаты могут найти применение при необходимости обоснования метода автономной навигации и состава бортового комплекса управления МКА, совершающих групповой полёт.

## Библиографический список

1. Макриденко Л.А., Волков С.Н., Ходненко В.П., Золотой С.А. Концептуальные вопросы создания и применения малых космических аппаратов // Вопросы электромеханики. Труды Всероссийского научно-исследовательского института электромеханики. 2010. Т. 114, № 1. С. 15-26.

2. Данилкин А.П., Козлов В.А. Мировые тенденции развития малых спутников // Экономические стратегии. 2016. Т. 18, № 6 (140). С. 136-149.

3. Петрукович А.А., Никифоров О.В. Малые спутники для космических исследований // Ракетно-космическое приборостроение и информационные системы. 2016. Т. 3, № 4. С. 22-31.

4. Севастьянов Н.Н., Бранец В.Н., Панченко В.А., Казинский Н.В., Кондранин Т.В., Негодяев С.С. Анализ современных возможностей для создания малых космических аппаратов для дистанционного зондирования Земли // Труды Московского физико-технического института. 2009. Т. 1, № 3. С. 14-22.

5. Алифанов О.М., Медведев А.А., Соколов В.П. Подходы к созданию и направления применения малых космических аппаратов в космической деятельности // Труды Московского авиационного института. 2011. № 49. http://trudymai.ru/published.php?ID=28039

6. Голяков А.Д., Шевченко П.В. Аналитические оценки точности автономной астронавигации малого космического аппарата по орбитальным ориентирам // Известия высших учебных заведений. Приборостроение. 2004. Т. 47, № 3. С. 53-59.

7. Аверьянов А.В., Эсаулов К.А., Молчанов О.Е., Белая Т.И. Система автономной навигации малого космического аппарата // Известия высших учебных заведений. Приборостроение. 2015. Т. 58, № 1. С. 14-17.

8. Палкин М.В. Баллистико-навигационное обеспечение группового полёта космических аппаратов // Вестник Московского государственного технического

университета им. Н.Э. Баумана. Серия: Машиностроение. 2015. № 6 (105). С. 22-32. DOI: 10.18698/0236-3941-2015-6-22-32

9. Потюпкин А.Ю., Данилин Н.С., Селиванов А.С. Кластеры малоразмерных космических аппаратов как новый тип космических объектов // Ракетно-космическое приборостроение и информационные системы. 2017. Т. 4, № 4. С. 45-56. DOI: 10.17238/issn2409-0239.2017.4.45

10. Фоминов И.В., Хлебников С.Г. Анализ технологических проблем построения роя малых космических аппаратов // Оборонный комплекс – научно-техническому прогрессу России. 2019. № 1 (141). С. 24-28.

11. Калабин П.В., Сасункевич А.А., Фоминов И.В. Анализ влияния ошибок относительных параметров формирования начальных движения сервисного космического робота траекторию пассивного периодического на облёта некооперируемого космического аппарата // Труды Военно-космической академии им. А.Ф. Можайского. 2019. № 666. С. 208-217.

12. Привалов А.Е., Фоминов И.В. Ключевые проблемы развития группового управления малыми космическими аппаратами дистанционного зондирования Земли // Космонавтика и ракетостроение. 2019. № 1 (106). С. 31-35.

13. Голяков А.Д., Ричняк А.М. Точность автономной навигации взаимным методом при групповом полете малых космических аппаратов // Вестник Самарского университета. Аэрокосмическая техника, технологии и машиностроение. 2018. Т. 17, № 2. С. 47-57. DOI: 10.18287/2541-7533-2018-17-2-47-57

14. Михайлов М.В., Ларьков И.И. Решение задачи относительной навигации по измерениям глобальной спутниковой навигационной системы при сближении космических аппаратов // Труды Московского физико-технического института. 2011. Т. 3, № 3 (11). С. 79-87.

15. Порфирьев Л.Ф., Смирнов В.В., Кузнецов В.И. Аналитические оценки точности автономных методов определения орбит. М.: Машиностроение, 1987. 280 с.

16. Аншаков Г.П., Голяков А.Д., Петрищев В.Ф., Фурсов В.А. Автономная навигация космических аппаратов. Самара: Государственный научно-производственный ракетно-космический центр «ЦСКБ-Прогресс», 2011. 486 с.

17. Голяков А.Д., Ананенко В.М. Системы навигации космических аппаратов. СПб: Военно-космическая академия имени А. Ф. Можайского, 2017. 269 с.

# COMPARATIVE ESTIMATION OF THE ACCURACY OF METHODS OF AUTONOMOUS NAVIGATION OF SMALL SPACECRAFT IN FORMATION FLYING

© 2019

A. D. Golyakov	Doctor of Science (Engineering), Professor, Professor of the Department of Autonomous Control Systems; Mozhaisky Military Space Academy, Saint-Petersburg, Russian Federation; <u>algol1949@mail.ru</u>
A. M. Richnyak	Candidate of Science (Engineering), Associate Professor, Associate Professor of the Department of Autonomous Control Systems; Mozhaisky Military Space Academy, Saint-Petersburg, Russian Federation; <u>arichnyak@mail.ru</u>
P. V. Kalabin	Assistant Professor of the Department of Autonomous Control Systems; Mozhaisky Military Space Academy, Saint-Petersburg, Russian Federation; kalabinpavel179@gmail.com
The results of comparative estimation of the accuracy of autonomous navigation of small spacecraft in formation flying are presented. To carry out the research, the "zenith" method and the method of navigation by orbital references were chosen. These methods are based on measurements of the angular position of the Earth and an orbital reference point relative to navigational stars. Assumptions concerning the central terrestrial gravitational field and the normality of errors of the on-board navigation measurements with known constant variability were introduced in the studies. The studies were carried out using the theory of analytical estimation of the accuracy of spacecraft autonomous navigation methods. The use of this theory makes it possible to obtain the covariance error matrix of the required vector of navigation parameters and to estimate the potential (maximum achievable) characteristics of the accuracy of the navigation methods used. A dimensionless navigation error coefficient was chosen as an indicator of the accuracy of small spacecraft navigation method. The coefficient is associated with the elements of the main diagonal of the covariance matrix, it characterizes the precision properties of the method, is integrated by nature and does not depend on the volume and accuracy of the results of navigation measurements. The criterion of expediency of applying the method of determining the parameters of motion of the spacecraft center of mass is based on the comparison of navigation error rates. The presented results allow us to make reasonable choice of the method of autonomous navigation and of the composition of the onboard control of small spacecraft in formation flying.

Spacecraft formation flying; autonomous navigation; on-board navigation measurements; methods of navigation management; errors of the navigation method; methods of analytical estimation of navigation accuracy; navigation error index.

<u>Citation:</u> Golyakov A.D., Richnyak A.M., Kalabin P.V. Comparative estimation of the accuracy of methods of autonomous navigation of small spacecraft in formation flying. *Vestnik of Samara University. Aerospace and Mechanical Engineering.* 2019. V. 18, no. 4. P. 29-40. DOI: 10.18287/2541-7533-2019-18-4-29-40

## References

1. Makridenko L.A., Volkov S.N., Khodnenko V.P., Zolotoy S.A. Conceptual problems on creation and application of small spacecraft. *Electromechanical Matters*. *VNIIEM Studies*. 2010. V. 114, no. 1. P. 15-26. (In Russ.)

2. Danilkin A.P., Kozlov V.A. Global trends in the development of small satellites. *Economic Strategies*. 2016. V. 18, no. 6 (140). P. 136-149. (In Russ.)

3. Petrukovich A.A., Nikiforov O.V. Small satellites for scientific research. *Rocket-Space Device Engineering and Information Systems*. 2016. V. 3, no. 4. P. 22-31. (In Russ.)

4. Sevastiyanov N.N., Branets V.N., Panchenko V.A., Kazinskiy N.V., Kondranin T.V., Negodyayev S.S. Advanced approaches to Earth observation small satellite development. *Proceedings of Moscow Institute of Physics and Technology*. 2009. V. 1, no. 3. P. 14-22. (In Russ.)

5. Alifanov O.M., Medvedev A.A., Sokolov V.P. Approaches to creation and directions for application of small-scale space vehicles in space activity. *Trudy MAI*. 2011. No. 49. Available at: http://trudymai.ru/eng/published.php?ID=28039. (In Russ.)

6. Goljakov A.D., Shevchenko P.V. Analytical precision estimates of autonomous navigation of small spacecraft according to orbital orientation. *Journal of Instrument Engineering*. 2004. V. 47, no. 3. P. 53-59. (In Russ.)

7. Averyanov A.V., Esaulov K.A., Molchanov O.E., Belaya T.I. Autonomous navigation system of small spacecraft. *Journal of Instrument Engineering*. 2015. V. 58, no. 1. P. 14-17. (In Russ.)

8. Palkin M.V. Ballistic and navigation issues for satellite formation flying design. *Herald of the Bauman Moscow State Technical University. Series Mechanical Engineering.* 2015. No. 6 (105). P. 22-32. DOI: 10.18698/0236-3941-2015-6-22-32. (In Russ.)

9. Potyupkin A.Yu., Danilin N.S., Selivanov A.S. Small satellites clusters - a new type of space objects. *Rocket-Space Device Engineering and Information Systems*. 2017. V. 4, no. 4. P. 45-56. DOI: 10.17238/issn2409-0239.2017.4.45. (In Russ.)

10. Phominov I.V., Khlebnikov S.G. Analysis technological problems of construction a small spacecraft swarm. *Oboronnyy Kompleks – Nauchno-tekhnicheskomu Progressu Rossii*. 2019. No. 1 (141). P. 24-28. (In Russ.)

11. Kalabin P.V., Sasunkevich A.A., Fominov I.V. Analysis of the influence of errors in the formation of the initial relative parameters of the motion of a service space robot on the trajectory of a passive periodic flight of a non-cooperative satellite. *Proceedings of the Mozhaisky Military Space Academy*. 2019. No. 666. P. 208-217. (In Russ.)

12. Privalov A.E., Fominov I.V. Key problems of development of group control of earth remote sensing small satellites clusters. *Cosmonautics and Rocket Engineering*. 2019. No. 1 (106). P. 31-35. (In Russ.)

13. Golyakov A.D., Richnyak A.M. Accuracy of autonomous navigation by the mutual method in the case of a group flight of space vehicles. *Vestnik of Samara University. Aerospace and Mechanical Engineering*. 2018. V. 17, no. 2. P. 47-57. DOI: 10.18287/2541-7533-2018-17-2-47-57. (In Russ.)

14. Mikhalov M.V., Larkov I.I. Solution of the relative navigation problem with use of ASN measurements. *Proceedings of Moscow Institute of Physics and Technology*. 2011. V. 3, no. 3 (11). P. 79-87. (In Russ.)

15. Porfir'ev L.F., Smirnov V.V., Kuznetsov V.I. *Analiticheskie otsenki tochnosti avtonomnykh metodov opredeleniya orbit* [Analytical assessment of the accuracy of autonomous orbit determination methods]. Moscow: Mashinostroenie Publ., 1987. 280 p.

16. Anshakov G.P., Golyakov A.D., Petrishchev V.F., Fursov V.A. *Avtonomnaya navigatsiya kosmicheskikh apparatov* [Spacecraft autonomous navigation]. Samara: Space Rocket Center «Progress» Publ., 2011. 486 p.

17. Golyakov A.D., Ananenko V.M. Sistemy navigatsii kosmicheskikh apparatov [Spacecraft navigation systems]. SPb: Mozhaisky Military Space Academy Publ., 2017. 269 p. УДК 629.78

DOI: 10.18287/2541-7533-2019-18-4-41-51

## ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЙ ЭВОЛЮЦИИ В ЗАДАЧЕ АТМОСФЕРНОГО ПОВОРОТА ПЛОСКОСТИ ОРБИТЫ

© 2019

Н. А. Елисов	аспирант кафедры космического машиностроения; Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва; <u>mr07th@gmail.com</u>
С. А. Ишков	доктор технических наук, профессор кафедры космического машиностроения; Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва; ishkov@ssau.ru
А. А. Храмов	кандидат технических наук, доцент кафедры космического машиностроения; Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва; <u>khramov@ssau.ru</u>

Исследуется применение метода дифференциальной эволюции при оптимизации атмосферного поворота плоскости орбиты аэрокосмического аппарата с большим аэродинамическим качеством с использованием трёхканального управления. Движение аппарата относительно Земли описывается системой дифференциальных уравнений в траекторной системе координат. Программы управления по углу атаки и скоростному углу крена представляются в виде ряда Фурье, а управление по тяге – в виде релейного закона. Критерием оптимальности управления является максимум конечной массы аппарата. Проведена апробация результатов решения задач без ограничений на фазовые параметры, полученных с использованием алгоритма дифференциальной эволюции, путём сравнения с решениями, полученными методом принципа максимума Понтрягина. На основе метода дифференциальной эволюции получено решение оптимизационной задачи с учётом ограничения на температуру в точке торможения.

Аэрокосмический аппарат; атмосферный поворот плоскости орбиты; оптимальное управление; алгоритм дифференциальной эволюции; принцип максимума Понтрягина.

<u>Шитирование</u>: Елисов Н.А., Ишков С.А., Храмов А.А. Применение метода дифференциальной эволюции в задаче атмосферного поворота плоскости орбиты // Вестник Самарского университета. Аэрокосмическая техника, технологии и машиностроение. 2019. Т. 18, № 4. С. 41-51. DOI: 10.18287/2541-7533-2019-18-4-41-51

#### Введение

Значительное аэродинамическое качество аэрокосмических аппаратов (АэрКА) определяет перспективность их использования при проведении манёвров с траекториями, включающих полёт в атмосфере. Одним из таких манёвров является атмосферный поворот плоскости орбиты, позволяющий снизить энергетические затраты по сравнению с классическим ракетодинамическим манёвром. Траектория АэрКА в этом случае включает движение в плотных слоях атмосферы, и за счёт управления по углу атаки, скоростному углу крена и тяге двигателя на активных участках реализуется изменение наклонения орбиты.

Впервые концепция рассматриваемого манёвра была предложена в [1]. АэрКА, имеющий аэродинамическое качество больше единицы, может осуществлять атмосферный поворот плоскости орбиты с затратами топлива меньшими, чем при ракетодинамическом манёвре [1]. Аналогичные результаты получены в [2].Оптимальное двухканальное управление, полученное с помощью принципа максимума для задачи атмосферного манёвра поворота плоскости орбиты, приведено в [3]. В дальнейшем была проведена оценка затрат топлива при атмосферном повороте плоскости орбиты, которые обратно пропорциональны аэродинамическому качеству и прямо пропорциональны изменению наклонения орбиты [4]. В упомянутых исследованиях рассматривалось двухканальное управление по углу атаки и скоростному углу крена с импульсным приложением тяги.

Манёвр атмосферного поворота плоскости орбиты с протяжёнными активными участками с изменением наклонения до 5° рассматривался в [4]. Была решена задача с тремя каналами управления: углом атаки, скоростным углом крена и тягой двигателя. Показано, что трёхканальное управление обеспечивает большее изменение наклонения орбиты по сравнению с двухканальным управлением при равных затратах топлива. В [5] проведена оптимизация трёхканального управления при изменении наклонения орбиты на 15°.

Для решения задач атмосферного поворота плоскости орбиты отечественными исследователями использовался принцип максимума Понтрягина [3; 5] и метод последовательной линеаризации [4].

Использование формализма принципа максимума сводит задачу оптимизации к краевой задаче для системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Принцип максимума обладает хорошей сходимостью, обеспечивает высокую точность вычислений. Недостатками метода являются ограниченная область сходимости, что приводит к необходимости выбора хорошего начального приближения для сопряжённых множителей, часто не имеющих физического смысла, а также высокая чувствительность траекторий движения к вариациям сопряжённых множителей.

Метод последовательной линеаризации не требователен к выбору начального приближения, а также позволяет преодолеть трудности, связанные с введением ограничений на фазовые координаты. К недостаткам метода можно отнести большой объём вычислений, определяемый высокой размерностью задачи линейного программирования, и невысокую скорость сходимости. Результат оптимизации носит приближённый характер в связи с допущением о кусочно-линейных зависимостях управления и функциональных производных от времени.

В данной работе исследуется применение метода дифференциальной эволюции при оптимизации атмосферного поворота плоскости орбиты. Алгоритм дифференциальной эволюции был представлен в [6]. Дифференциальная эволюция является прямым методом оптимизации нулевого порядка. Достоинствами данного метода являются сравнительная простота реализации и простой учёт ограничений на фазовые переменные при решении краевых задач. С другой стороны, недостатком метода является необходимость в многократном обращении к целевой функции, что приводит к увеличению времени расчётов. Кроме того, требуется задать зависимость параметров управления от времени, что сужает область поиска оптимальных решений. Несмотря на эти известные недостатки, алгоритм дифференциальной эволюции нашёл широкое применение, в том числе и в авиакосмической области [7-10].

Целью данной работы является определение на основе алгоритма дифференциальной эволюции оптимальных программ управления при атмосферном повороте плоскости орбиты как без ограничений на фазовые параметры, так и с ограничением на температуру в точке торможения. В качестве критерия оптимальности управления принят максимум конечной массы АэрКА. Необходимо провести апробацию полученных результатов путём сравнения с результатами, полученными методом принципа максимума в [5].

#### Математическая модель

Считается, что АэрКА движется над поверхностью Земли, имеющей форму сферы среднего радиуса  $R_{cp} = 6371$  км; поле притяжения принимается центральным. Движение центра масс АэрКА под действием гравитационных и аэродинамических сил, тяги двигателя, а также инерционных сил в траекторной системе координат описывается системой дифференциальных уравнений [5]:

$$\dot{V} = -\sigma_x \rho V^2 - g \sin \theta + \frac{P}{m} \cos \alpha + R \omega_3^2 \cos \varphi (\sin \theta \cos \varphi - \cos \theta \sin \varphi \sin \chi),$$
  

$$\dot{\theta} = \sigma_y \rho V \cos \gamma_a + \left(\frac{V}{R} - \frac{g}{V}\right) \cos \theta + \frac{P}{Vm} \sin \alpha \cos \gamma_a + 2\omega_3 \cos \varphi \cos \chi + \frac{R \omega_3^2}{V} \cos \varphi (\cos \theta \cos \varphi + \sin \theta \sin \varphi \sin \chi),$$
  

$$\dot{\chi} = -\frac{\sigma_y \rho V}{\cos \theta} \sin \gamma_a - \frac{V \cos \theta}{R} t g \varphi \cos \chi - \frac{P}{Vm \cos \theta} \sin \alpha \sin \gamma_a - \frac{-2\omega_3 (\sin \varphi - \cos \varphi \sin \chi t g \theta) - \frac{R \omega_3^2}{V \cos \theta} \sin \varphi \cos \varphi \cos \chi,$$
  

$$\dot{R} = V \sin \theta,$$
  

$$\dot{\varphi} = \frac{V \cos \theta}{R} \sin \chi,$$
  

$$\dot{m} = -\beta.$$

Здесь V – земная скорость;  $\theta$  – угол наклона траектории;  $\chi$  – угол пути; R – величина радиус-вектора центра масс;  $\varphi$  – геоцентрическая широта;  $\alpha$  – угол атаки;  $\gamma_a$  – скоростной угол крена; m – масса;  $\omega_3 \approx 7,292 \cdot 10^{-5} c^{-1}$  – угловая скорость суточного вращения Земли;  $\rho$  – плотность атмосферы на высоте H;  $g = \mu/R^2$  – гравитационное ускорение;  $\mu = 398600,44 \kappa m^3/c^2$  – гравитационная постоянная Земли; P – сила тяги двигателя;  $\beta$  – секундный расход топлива.

Плотность воздуха задана экспоненциальным законом в соответствии с [11]:

$$\rho = \rho_{45} e^{-\lambda(H-45)},$$

где  $\rho_{45}$  – плотность воздуха на высоте 45 км;  $\lambda$  – логарифмический градиент плотности воздуха по высоте.

Тяга двигателя рассчитывается по формуле:

$$P = \beta I_{v\partial} g_0$$

где  $I_{y\partial}$  – удельный импульс двигателя;  $g_0$  – среднее гравитационное ускорение у поверхности Земли.

Баллистические коэффициенты  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  определяются по соотношениям:

$$\sigma_x = \frac{C_{xa}S}{2m},$$
$$\sigma_y = \frac{C_{ya}S}{2m},$$

где  $C_{xa}$ ,  $C_{ya}$  – коэффициенты лобового сопротивления и подъёмной силы соответственно; *S* – площадь крыла.

При атмосферном манёвре поворота плоскости орбиты АэрКА движется с околокосмическими скоростями и его аэродинамические коэффициенты слабо зависят от числа Маха M. Тогда  $C_{xa}$  и  $C_{ya}$ , заданные табличными значениями, могут быть определены бикубической интерполяцией как функции угла атаки и высоты полёта:

$$C_{xa}(\alpha, H) = \sum_{i=0}^{3} \sum_{j=0}^{3} a_{ij} \alpha^{i} H^{j}, \quad C_{ya}(\alpha, H) = \sum_{i=0}^{3} \sum_{j=0}^{3} b_{ij} \alpha^{i} H^{j},$$

где  $a_{ij}, b_{ij}$  – коэффициенты соответствующих бикубических полиномов.

Расчёт теплового потока  $q_T$  и температуры в точке торможения (в передней критической точке) T проводится по формулам [4]:

$$q_{T} = 1.27 \cdot 10^{-7} \sqrt{\frac{\rho}{r_{\kappa p}}} V^{3.05},$$
$$T = \sqrt[4]{\frac{q_{T}}{\varepsilon \tilde{\sigma}}},$$

где  $r_{\kappa p}$  – радиус кривизны носовой части;  $\varepsilon$  – коэффициент черноты обшивки;  $\tilde{\sigma}$  – постоянная Стефана-Больцмана.

Для перехода от относительных параметров движения АэрКА в траекторной системе координат  $V, \theta, \chi$  к параметрам абсолютного движения  $V_u, \theta_u, \chi_u$ , а также расчёта наклонения *i* орбиты используются соотношения [5]:

$$V_{u} = \sqrt{V^{2} + V_{3}^{2} + 2VV_{3}\cos\theta\cos\chi},$$
  

$$\theta_{u} = \arcsin\left(\frac{V}{V_{u}}\sin\theta\right),$$
  

$$\chi_{u} = \arcsin\left(\frac{V\cos\theta}{V_{u}\cos\theta_{u}}\sin\chi\right),$$
  

$$i = \arccos\left(\cos\varphi\cos\chi_{u}\right),$$

где  $V_3 = R\omega_3 \cos \varphi$  – переносная скорость, обусловленная суточным вращением Земли.

Граничными условиями для решения краевой задачи являются следующие параметры:

$$t_{0} = 0, V(t_{0}) = V_{0}, \ \theta(t_{0}) = \theta_{0}, \ \chi(t_{0}) = \chi_{0}, \ R(t_{0}) = R_{0}, \ \varphi(t_{0}) = \varphi_{0}, \ m(t_{0}) = m_{0},$$
  
$$t = t_{\kappa}, \ V(t_{\kappa}) = V_{\kappa}, \ \theta(t_{\kappa}) = \theta_{\kappa}, \ i(t_{\kappa}) = i_{\kappa}, \ H(t_{\kappa}) = H_{\kappa}.$$

## Задача оптимизации

Задача оптимизации формулируется следующим образом: требуется сформировать трёхканальное управление по углу атаки  $\alpha(t)$ , скоростному углу крена  $\gamma_a(t)$  и тяге двигателя P(t), обеспечивающее максимум конечной массы АэрКА. Краевые условия задачи приведены в табл. 1.

Таблица 1. Краевые условия

Параметр	Начальное условие	Конечное условие
Высота полёта Н, км	100	200
Наклонение орбиты <i>i</i> , град	0	15
Масса <i>m</i> , кг	8333	max
Скорость $V_u$ , км/с	7,837	7,788
Угол наклона траектории $\theta$ , град	-1	0

В работе рассматривается АэрКА, который геометрически близок к существующему аппарату Boeing X-37B (США). Однако в целях повышения аэродинамического качества при движении на околокосмических скоростях профиль крыла был выбран клиновидной формы. Кроме этого, для снижения волнового сопротивления также была изменена носовая часть аппарата. Рассматриваемый гипотетический АэрКА представлен на рис. 1.

Характеристики АэрКА, а также ограничения на температуру в передней критической точке и управление приведены в табл. 2.



Рис. 1. Геометрическая модель АэрКА

Таблица 2.	Характеристики	АэрКА и	ограничения
	The second secon	· F	· · · ·

Параметр	Значение
Тяга двигателя Р, кН	19,6
Радиус затупления <i>г</i> <sub>кр</sub> , м	0,5
Площадь крыла <i>S</i> , <i>м</i> <sup>2</sup>	18,47
Максимально допустимый угол атаки α, град	40
Максимально допустимая температура в точке торможения $T_{ m lim}$ , $^{o}C$	1600

Так как алгоритм дифференциальной эволюции требует заранее заданного вида закона управления, а вид программ управления при осуществлении атмосферного манёвра плоскости орбиты может быть довольно сложным, то целесообразно представить каналы управления углом атаки и углом скоростного крена в виде рядов Фурье:

$$\alpha(t) = \frac{\alpha_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} A_k \cos\left(k\frac{2\pi}{\tau}t + \theta_k\right),$$
  
$$\gamma(t) = \frac{\gamma_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} G_k \cos\left(k\frac{2\pi}{\tau}t + \theta_k\right),$$

где  $\alpha_0, \gamma_0$  – средние линии;  $A_k, G_k$  – амплитуды колебаний; k – количество членов ряда Фурье;  $\theta_k, \theta_k$  – фазы.

Данный вид функций управления позволяет описывать довольно сложные зависимости параметров (путём ввода дополнительных членов ряда), а также имеет масштабируемость по времени. Количество членов ряда Фурье *k* изначально равно трём. Управление двигательной установкой осуществляется релейным законом:

$$P(t) = \begin{cases} P_{\max}, & t \in [t_{\scriptscriptstyle GKR}; t_{\scriptscriptstyle GKR} + t_{\scriptscriptstyle pa\delta}], \\ 0, & t \notin [t_{\scriptscriptstyle GKR}; t_{\scriptscriptstyle GKR} + t_{\scriptscriptstyle pa\delta}], \end{cases}$$

Оптимальная траектория в конечный момент времени должна удовлетворять условию:

$$f(t_{k}) = \begin{pmatrix} V_{u} - V_{u\kappa} \\ \theta_{\kappa} - \theta_{u\kappa} \\ i - i_{\kappa} \\ R - R_{\kappa} \end{pmatrix} = 0.$$

Функционал, максимизирущий конечную массу АэрКА, определяется как

$$f_1(t_k) = \frac{m_0 - m_{\kappa}}{m_0} \to \min .$$

Общий функционал метода дифференциальной эволюции в задаче атмосферного поворота плоскости орбиты представляет функцию:

$$F(t_k) = f(t_k) + f_1(t_k) \rightarrow \min d$$

При превышении допустимого значения температуры в передней критической точке на функцию  $F(t_k)$  накладывается штраф:

$$F(t_k) = f(t_k) + f_1(t_k) + Q \frac{T_{\max}}{T_{\lim}} \rightarrow \min,$$

где *Q* – целое положительное число; *T*<sub>max</sub> – максимальное значение температуры.

Запишем алгоритм для получения оптимального управления, основанный на методе дифференциальной эволюции.

1. Формируется исходная матрица J случайных чисел в заданном диапазоне, строки которой состоят из параметров  $\alpha_0, \gamma_0, A_k, G_k, \theta_k, \theta_k, t_{ext}$  и  $t_{pa\delta}$ . Количество строк матрицы рекомендуется использовать равным 100 [6], но для повышения точности оптимизации в работе используется 200 строк.

2. Отбираются три случайные строки из исходной матрицы J и рассчитывается вектор-строка D в соответствии с соотношением

$$D = C - F(B - A),$$

где *А*, *B*, *C* – случайные строки исходной матрицы *J*; *F* – весовой коэффициент, регулирующий чувствительность к локальным экстремумам.

3. Проводится операция скрещивания, то есть вектор-строка D с определённой вероятностью может замениться случайной строкой исходной матрицы J. Результатом данной процедуры является пробный вектор J'.

4. Производится расчёт функционала  $F(t_k)$  со сравнением результата, полученного при подстановке строк исходной матрицы J и строки пробного вектора J'. Если его значение получается меньше при подстановке пробного вектора J' (в случае минимизации), чем при подстановке строки исходной матрицы J, то данная строка исходной матрицы J заменяется пробным вектором J'.

Если изменение функционала не превышает заданной малой величины, то задача оптимизации считается решённой. В противном случае осуществляется переход ко второму пункту алгоритма.

## Результаты

Апробация алгоритма дифференциальной эволюции проводилась для двух случаев: минимизация времени выполнения манёвра при постоянно включённой тяге и максимизация конечной массы при переменной тяге. В представленных результатах (рис. 1, 2) используются следующие типы линии: сплошная – результат, полученный принципом максимума; пунктирная – результат, полученный методом дифференциальной эволюции.

При решении задачи минимизации времени манёвра с использованием метода дифференциальной эволюции для получения результата трёх членов ряда Фурье оказалось недостаточно и поэтому их количество было увеличено до семи. Траектории полёта, полученные двумя методами, оказались близки (рис. 2). Программы управления, сформированные двумя методами, также оказались близкими. Для быстрого погружения АэрКА в начальный момент времени движется с углом скоростного крена, равным 180°, и с углом атаки, равным 40°. Затраты топлива составили 41,2% и 41,85% от начальной массы при использовании принципа максимума и алгоритма дифференциальной эволюции соответственно.

При решении задачи на максимизацию конечной массы для алгоритма дифференциальной эволюции трёх членов ряда Фурье оказалось достаточно. Траектории полёта, полученные двумя методами, заметно отличаются (рис. 3). Высота полёта при использовании алгоритма дифференциальной эволюции после рикошета меньше, что объясняется более поздним временем первого включения двигательной установки. Поворот до требуемого угла наклона плоскости орбиты происходит позднее. Это связано с тем, что программа управления, сформированная алгоритмом дифференциальной эволюции, определяет меньшие значения скоростного угла крена. Несмотря на разницу в программах управления, оба метода сформировали изменение углом атаки таким образом, чтобы он соответствовал максимальному аэродинамическому качеству.



Рис. 2. Результаты атмосферного поворота плоскости орбиты при минимизации времени манёвра: а – изменение высоты и наклонения;





Рис. 3. Результаты атмосферного поворота плоскости орбиты при максимизации конечной массы: а – изменение высоты, наклонения и тяги;

б – изменение угла атаки и скоростного угла крена



а – изменение высоты, наклонения, тяги и температуры; б – изменение угла атаки и скоростного угла крена Несмотря на некоторую разницу в траекториях и программах управления, затраты топлива оказались близкими, а именно 32,7% и 33% от начальной массы при использовании принципа максимума и алгоритма дифференциальной эволюции соответственно.

Решение задачи на максимизацию конечной массы с учётом температурного ограничения проводилось с использованием алгоритма дифференциальной эволюции. Минимальная высота полёта АэрКА увеличилась на 17 км по сравнению с задачей без ограничения (рис. 4). На участке траектории с температурой в точке торможения, близкой к максимально допустимой, высота полёта практически постоянна. Учёт ограничения привёл к появлению третьего участка включения двигателя при входе АэрКА в плотные слои атмосферы. Значение угла атаки при движении на минимальной высоте полёта находится близко к ограничению и после прохождения данного участка начинает уменьшаться. Значение скоростного угла крена в начальный момент времени уменьшилось для увеличения высоты погружения. Значение угла атаки увеличилось для более интенсивного снижения скорости, что определяет снижение теплового пото-ка. Затраты топлива составили 38,61% от начальной массы АэрКА.

#### Заключение

Результаты решения задач оптимизации атмосферного поворота плоскости орбиты АэрКА с помощью метода дифференциальной эволюции показали следующее.

При решении задачи на минимизацию времени выполнения манёвра при двухканальном управлении метод дифференциальной эволюции показал результат по функционалу, близкий к полученному методом принципа максимума. Полученные этими методами управления оказались близкими.

При решении задачи на максимизацию конечной массы при трёхканальном управлении без ограничения на температуру оба метода показали близкий результат по функционалу. Однако управления, полученные этими методами, имеют заметную разницу по тяге и скоростному углу крена.

Поскольку апробация метода дифференциальной эволюции для указанных выше задач показала хорошую согласованность результатов с методом принципа максимума, то была решена задача на максимизацию конечной массы с учётом ограничения на температуру, которая ранее не решалась принципом максимума. Затраты топлива увеличились на 5,6% по сравнению с затратами топлива без ограничения на температуру, что косвенно подтверждает достоверность полученного решения.

### Библиографический список

1. London H.S. Change of satellite orbit plane by aerodynamic maneuvering // Journal of Aerospace Science. 1962. V. 29, Iss. 3. P. 323-332. DOI: 10.2514/8.9416

2. Гурман В.И., Салмин В.В., Шершнёв В.М. Аналитическая оценка приближённо-оптимальных комбинированных разворотов // Космические исследования. 1969. Т. 7, № 6. С. 819-826.

3. Шкадов Л.М., Буханова Р.С., Илларионов В.Ф., Плохих В.П. Механика оптимального пространственного движения летательных аппаратов в атмосфере. М.: Машиностроение, 1972. 240 с.

4. Лазарев Ю.Н. Управление траекториями аэрокосмических аппаратов. Самара: Самарский научный центр РАН, 2007. 274 с.

5. Храмов А.А. Оптимизация комбинированного поворота плоскости орбиты аэрокосмического аппарата методом принципа максимума Понтрягина // Вестник

Самарского университета. Аэрокосмическая техника, технологии и машиностроение. 2019. Т. 18, № 1. С. 140-153. DOI: 10.18287/2541-7533-2019-18-1-140-153.

6. Storn R., Price K. Differential evolution – a simple and efficient adaptive scheme for global optimization over continuous spaces. Technical report. Berkeley: International Computer Science Institute, 1995. 15 p.

7. Thangeda P., Bhattacharya A.K., Gopal R., Kumar R.G.A. Synthesis of optimal trajectories in aerial engagements using differential evolution // IFAC-PapersOnLine. 2018. V. 51, Iss. 1. P. 90-97. DOI: 10.1016/j.ifacol.2018.05.016

8. Белоконов И.В., Крамлих А.В., Ломака И.А., Николаев П.Н. Восстановление углового движения космического аппарата по данным о токосъеме с панелей солнечных батарей // Известия РАН. Теория и системы управления. 2019. № 2. С. 133-144. DOI: 10.1134/S0002338819020045

9. Wu C., Xu R., Zhu S., Cui P. Time-optimal spacecraft attitude maneuver path planning under boundary and pointing constraints // Acta Astronautica. 2017. V. 137. P. 128-137. DOI: 10.1016/j.actaastro.2017.04.004

10. Wang M., Luo J., Fang J., Yuan J. Optimal trajectory planning of free-floating space manipulator using differential evolution algorithm // Advances in Space Research. 2018. V. 61, Iss. 6. P. 1525-1536. DOI: 10.1016/j.asr.2018.01.011

11. Ярошевский В.А. Вход в атмосферу космических летательных аппаратов. М.: Наука, 1988. 336 с.

## APPLICATION OF DIFFERENTIAL EVOLUTION ALGORITHM IN THE PROBLEM OF AEROASSISTED ORBITAL PLANE CHANGE MANEUVER

© 2019

N. A. Elisov	Postgraduate Student of the Department of Space Engineering; Samara National Research University, Samara, Russian Federation; <u>mr07th@gmail.com</u>
S. A. Ishkov	Doctor of Science (Engineering), Professor of the Department of Space Engineering; Samara National Research University, Samara, Russian Federation; <u>ishkov@ssau.ru</u>
A. A. Khramov	Candidate of Science (Engineering), Associate Professor of the Department of Space Engineering; Samara National Research University, Samara, Russian Federation; khramov@ssau.ru

The paper deals with application of the differential evolution method in optimizing aeroassisted orbital plane change maneuver performed by an aerospace vehicle with a high lift-to-drag ratio. The vehicle's motion relative to the Earth is described by a system of differential equations in the flight path axis system. The angle-of-attack and the air path bank angle control programs are presented in the form of Fourier series and thrust control has the form of flip-flop control. The results of solving problems without phase parameter constraints obtained by the differential evolution algorithm were compared with the results obtained using Pontryagin's maximum principle. The solution of the optimization problem taking into account temperature limitations at the stagnation point was obtained on the basis of the differential evolution algorithm.

Aerospace vehicle; aeroassisted orbital plane change maneuver; optimal control; differential evolution algorithm; Pontryagin's maximum principle.

<sup>&</sup>lt;u>Citation:</u> Elisov N.A., Ishkov S.A., Khramov A.A. Application of differential evolution algorithm in the problem of aeroassisted orbital plane change maneuver. *Vestnik of Samara University. Aerospace and Mechanical Engineering*. 2019. V. 18, no. 4. P. 41-51. DOI: 10.18287/2541-7533-2019-18-4-41-51

### References

1. London H.S. Change of satellite orbit plane by aerodynamic maneuvering. *Journal of Aerospace Science*. 1962. V. 29, Iss. 3. P. 323-332. DOI: 10.2514/8.9416

2. Gurman V.I., Salmin V.V., Shershnev V.M. Analytical estimation of approximatelyoptimal combined turns. *Kosmicheskie Issledovaniya*. 1969. V. 7, no. 6. P. 819-826. (In Russ.)

3. Shkadov L.M., Bukhanova R.S., Illarionov V.F., Plokhikh V.P. *Mekhanika optimal'nogo prostranstvennogo dvizheniya letatel'nykh apparatov v atmosfere* [Mechanics of optimal spatial motion of flying vehicles in the atmosphere]. Moscow: Mashinostroenie Publ., 1972. 240 p.

4. Lazarev Yu.N. *Upravleniye trayektoriyami aerokosmicheskikh apparatov* [Space trajectory control]. Samara: Samarskiy Nauchnyy Tsentr RAN Publ., 2007. 274 p.

5. Khramov A.A. Optimization of space vehicle combined orbital plane change maneuver on the basis of Pontryagin's maximum principle. *Vestnik of Samara University. Aerospace and Mechanical Engineering.* 2019. V. 18, no. 1. P. 140-153. DOI: 10.18287/2541-7533-2019-18-1-140-153. (In Russ.)

6. Storn R., Price K. Differential evolution – a simple and efficient adaptive scheme for global optimization over continuous spaces. Technical report. Berkeley: International Computer Science Institute, 1995. 15 p.

7. Thangeda P., Bhattacharya A.K., Gopal R., Kumar R.G.A. Synthesis of optimal trajectories in aerial engagements using differential evolution. *IFAC-PapersOnLine*. 2018. V. 51, Iss. 1. P. 90-97. DOI: 10.1016/j.ifacol.2018.05.016

8. Belokonov I.V., Kramlikh A.V., Lomaka I.A., Nikolaev P.N. Reconstruction of a spacecraft's attitude motion using the data on the current collected from solar panels. *Journal of Computer and Systems Sciences International*. 2019. V. 58, Iss. 2. P. 286-296. DOI: 10.1134/S1064230719020047

9. Wu C., Xu R., Zhu S., Cui P. Time-optimal spacecraft attitude maneuver path planning under boundary and pointing constraints. *Acta Astronautica*. 2017. V. 137. P. 128-137. DOI: 10.1016/j.actaastro.2017.04.004

10. Wang M., Luo J., Fang J., Yuan J. Optimal trajectory planning of free-floating space manipulator using differential evolution algorithm. *Advances in Space Research*. 2018. V. 61, Iss. 6. P. 1525-1536. DOI: 10.1016/j.asr.2018.01.011

11. Yaroshevskiy V.A. *Vkhod v atmosferu kosmicheskikh letatel'nykh apparatov* [Spacecraft atmospheric re-entry]. Moscow: Nauka Publ., 1988. 336 p.

УДК 534.134:620.111.3

DOI: 10.18287/2541-7533-2019-18-4-52-63

# ВЕРИФИКАЦИЯ РАСЧЁТНОЙ МОДЕЛИ И ОЦЕНКА ТЕХНОЛОГИИ ИЗГОТОВЛЕНИЯ КОМПОЗИТНЫХ ДЕТАЛЕЙ АВИАЦИОННЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ НА ОСНОВЕ ДИНАМИЧЕСКИХ ИСПЫТАНИЙ

© 2019

А. В. Зинин	кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры «Сопротивление материалов, динамика и прочность машин»; Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет); <u>allzin@yandex.ru</u>
А. Н. Архипов	кандидат технических наук, старший научный сотрудник научно- исследовательского отдела; Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет); <u>arkhipov.48@list.ru</u>
Д. П. Холобцев	начальник научно-исследовательского отдела; Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет); <u>nio203_mai@mai.ru</u>
Ю. А. Равикович	доктор технических наук, проректор по научной работе, заведующий кафедрой «Конструкция и проектирование двигателей»; Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет); <u>yurav2@yandex.ru</u>
А. О. Шевяков	инженер научно-исследовательского отдела; Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет); <u>shevyakov13@yandex.ru</u>
М. А. Холманова	инженер-конструктор; ПАО «ОДК-Сатурн», г. Рыбинск; marinakholmanova@gmail.com

Представлены результаты конечно-элементного моделирования и экспериментальной оценки динамических характеристик (форм и частот колебаний) композитного элемента конструкций силовых установок авиационной техники с целью разработки эффективных конструкторскотехнологических схем реализации тонкостенных композитных деталей сложной геометрии, наиболее полно учитывающих особенности механического поведения полимерных композиционных материалов. Разработана методика определения параметров собственных колебаний композитных деталей в свободном состоянии с помощью пинг-теста, позволяющая исключить влияние условий закрепления и получить частотные характеристики, зависящие только от локальных характеристик материала, которые, в первую очередь, определяются технологией изготовления. По результатам измерений амплитудно-частотных параметров динамического отклика получены спектральные диаграммы затухающих колебаний, пиковые значения которых соответствуют экспериментальной оценке частот собственных колебаний композитной детали. По результатам пинг-теста проведена верификация расчётной модели и предложен способ оценки качества технологических процессов производства тонкостенных углепластиковых конструкций.

Авиационный двигатель; композитные детали; динамические испытания; пинг-тест; расчётная модель; собственные колебания; модальный анализ; верификация модели; технология.

<sup>&</sup>lt;u>Шитрование</u>: Зинин А.В., Архипов А.Н., Холобцев Д.П., Равикович Ю.А., Шевяков А.О., Холманова М.А. Верификация расчётной модели и оценка технологии изготовления композитных деталей авиационных двигателей на основе динамических испытаний // Вестник Самарского университета. Аэрокосмическая техника, технологии и машиностроение. 2019. Т. 18, № 4. С. 52-63. DOI: 10.18287/2541-7533-2019-18-4-52-63

Задачи обеспечения прочности, долговечности и надёжности при динамических нагрузках являются важнейшими при проектировании и экспериментальной отработке новой авиационной техники и служат основой достижения высоких лётно-технических и ресурсных характеристик летательных аппаратов [1-3]. Особое значение учёт динамических процессов имеет при проектировании вращающихся агрегатов авиационной техники – двигателей, турбин, центробежных и осевых компрессоров, которые подвергаются воздействию интенсивных функциональных и инерционных нагрузок, вызывающих колебания, резонансные эффекты и усталостные повреждения [1;4;5].

Повышение эффективности конструкций агрегатов современных авиационных двигателей достигается во многом за счёт внедрения в различные системы силовой установки новых полимерных композиционных материалов (ПКМ) с высокими удельными эксплуатационными характеристиками. Преимущества использования композитов в условиях динамического нагружения определяются возможностями управления жесткостными и инерционными параметрами конструкции путём изменения структуры композитного материала – схемы армирования, соотношения компонентов, гибридизации и др., а также улучшением интегральных параметров динамики узлов и агрегатов за счёт снижения передаваемых инерционных и динамических нагрузок [6-9]. Эти обстоятельства повышают важность экспериментальных и теоретических исследований динамических характеристик и напряжённо-деформированного состояния композитных элементов, подверженных вибрационным и инерционным воздействиям.

В процессе создания конструкций из ПКМ, работающих в условиях вибрационных нагрузок, актуальной проблемой является определение их резонансных частот и форм колебаний с целью повышения эксплуатационных характеристик. Эффективным методом исследований динамики конструктивных элементов является модальный анализ, который позволяет выделить из процесса отдельные формы колебаний (моды) и описать динамический процесс компактным набором характеристик, который включает в себя собственные частоты, коэффициенты демпфирования и формы мод колебаний [10]. Моды процесса устанавливаются по характеру динамического отклика объекта на внешнее кратковременное или периодическое воздействие. Модальный анализ может быть реализован как экспериментально – путём определения характеристик динамического отклика на внешнее воздействие, так и численно - с использованием анализа конечно-элементной модели. Конечно-элементный динамический (модальный) анализ справедливо заслужил признание как наиболее эффективный численный метод анализа динамических процессов в связи с возможностью выполнения расчётов объектов сложной геометрии. Применение изопараметрических конечных элементов для тонкостенных конструкций позволяет создавать модели объектов с искривлённой лицевой поверхностью и неравномерным распределением напряжений по толщине, характерным для слоистых композитных материалов [11].

Экспериментальная оценка процессов колебаний композитных конструкций затрудняется необходимостью использования сложного оборудования и специальной испытательной оснастки для имитации реальных условий закрепления объекта [12]. Экспериментальные модальные испытания в большей степени используют на этапе проектирования для оценки достоверности расчётных параметров колебаний, полученных с помощью математических моделей динамического поведения исследуемой конструкции, в качестве инструмента оценки адекватности расчётных моделей по частотноамплитудным характеристикам.

Целью данной работы является разработка расчётно-экспериментального метода достоверной оценки соответствия динамических параметров тонкостенной композитной конструкции компрессора низкого давления авиационного двигателя критериям

отсутствия резонанса по основным гармоникам при эксплуатации в составе силовой установки.

Конечно-элементное моделирование динамического отклика упругой конструкции в общем случае основано на решении дифференциального уравнения колебаний механической системы

$$[M]\{\dot{W}\} + [D]\{\dot{W}\} + [K]\{W\} = P(t), \qquad (1)$$

где [M], [D], [K] – матрицы масс, демпфирования и жёсткости соответственно;  $\{W\}$  – вектор узловых перемещений; P(t) – вектор узловой нагрузки.

Задача о свободных колебаниях соответствует уравнению (1) с нулевой правой частью и D = 0, т.к. считается, что свободные колебания совершаются системой в условиях отсутствия внешних сил и демпфирования:

$$[M]\{\ddot{W}\} + [K]\{W\} = 0.$$
 (2)

Подставляя в уравнение (2) решение в виде гармонической функции

$$\left\{W(t)\right\} = \left\{W\right\}\sin\left(\omega t + \varphi_0\right) = e^{i\omega t}\left\{W\right\}$$

и учитывая, что уравнение (2) должно удовлетворяться в любой момент времени, получаем обобщённую задачу на собственные значения

$$[K]{W}-\omega^{2}[M]{W}=0.$$

Математическое решение задачи сводится к поиску спектра собственных значений  $\lambda_i = \omega_i^2$  как квадратов частот свободных колебаний и соответствующих им собственных векторов  $\{W\}$ , характеризующих формы этих колебаний.

Экспериментальное определение динамических характеристик проводят путём принудительного возбуждения собственных колебаний объекта, находящегося в состоянии покоя, импульсом силы – обычно точечным ударом. Такое испытание называют пинг-тестом.

Формально пинг-тест заключается в получении матрицы передаточных функций в виде [6]:

$$\{X\} = [H]\{F\}.$$

Здесь  $\{X\}$  – вектор спектров механических колебаний по всем степеням свободы системы;  $\{F\}$  – вектор спектров сил возбуждения для тех же самых степеней свободы; [H] – передаточная матрица, каждый элемент  $H_{ij}$  которой представляет собой результат измерений отдельной частотной характеристики как отношения

$$H_{ij}(\omega) = \frac{X_i(\omega)}{F_j(\omega)},$$

где  $X_i(\omega)$  – частотная функция реакции (в виде перемещения или ускорения), соответствующая степени свободы *i* на воздействие  $F_j(\omega)$ , соответствующее степени свободы *j*. В экспериментах чаще всего измеряются ускорения и в этих случаях матрица [*H*] является матрицей ускорений [9]. Собственные частоты определяют по одной из измеренных частотных характеристик  $H_{ij}(\omega)$ , форму колебаний – по результатам серии измерений для всех степеней свободы при фиксированной (опорной) одной из степеней.

Реализация модального анализа в теоретической и экспериментальной постановках выполнена при исследовании динамических характеристик корпусной композитной детали – разделителя потоков компрессора газотурбинного двигателя из эпоксидного углепластика, предназначенного для формирования проточной части компрессора и разделения потока воздуха на наружный и внутренний контуры (рис. 1).

Моделирование и расчёт проведены в конечно-элементном пакете Ansys APDL в 3D-постановке. Модель представляет собой тонкостенное кольцо переменного диаметра, выполненное из эпоксидного углепластика, с присоединённой деталью – носком из титанового сплава. Характеристики механических свойств материалов разделителя потоков указаны в табл. 1.

Характеристика	Эпоксидный	Титановый
	углепластик	сплав
Плотность $ ho$ , кг/м <sup>3</sup>	1500	4510
Модуль упругости $E_{11}$ , МПа	65900	114000
Модуль упругости $E_{22}$ , МПа	65900	114000
Модуль упругости $E_{33}$ , МПа	10000	114000
Коэффициент Пуассона $\mu_{12}$	0,320	0,300
Коэффициент Пуассона $\mu_{23}$	0,320	0,300
Коэффициент Пуассона $\mu_{31}$	0,048	0,300
Модуль сдвига G <sub>12</sub> , МПа	3500	41000
Модуль сдвига G <sub>23</sub> , МПа	3200	41000
Модуль сдвига G <sub>31</sub> , МПа	3200	41000

Таблица 1. Характеристики механических свойств применяемых материалов



Рис. 1. Разделитель потоков и его конечно-элементная модель

Модель композитного кольца и титановой детали создана с помощью трёхмерных гексаэдральных двадцатиузловых квадратичных элементов SOLID186. Динамический расчёт форм и частот колебаний проводился при закреплении разделителя жёстко по окружности справа. Титановый «носик» насажен на ПКМ и слева свободен. Статические нагрузки не прикладывались. Способ решения – прямой, с помощью блока векторов методом Ланцоша (Block Lanczos).

Табл. 2 содержит расчётные значения первых 10 собственных частот и соответствующие формы колебаний в разделителе потоков из ПКМ.

<b></b>		Частота, Гц		Динамические напряжения	
Форма колеоании		Расчёт	Эксперимент	Распределение	
1	0	308,3	303,5		
2	$\bigcirc$	333,4	344,6		
3	$\bigcirc$	416,8	416,7		
4	$\bigcirc$	448,3	459,5		
5	$\bigcirc$	604,3	583,3	0	
6	$\bigcirc$	665,1	652,0		
7	$\bigcirc$	780,4	830,2		
8	$\bigcirc$	965,4	981,3		
9		1120,9	1138,4		
10		1145,1	1203,2		

Таблица 2. Собственные частоты и соответствующие им формы коле	ебаний в корпусе-обтекателе
--	-----------------------------

Верификация расчётной динамической модели производилась экспериментально на основе результатов пинг-теста разделителя потоков в свободном и закреплённом состоянии. Проведение пинг-теста детали в свободном состоянии позволяет исключить влияние условий закрепления и получить частотные характеристики, зависящие только от локальных характеристик материала, которые, в первую очередь, определяются технологией изготовления.

Сущность пинг-теста заключается в возбуждении ударом процесса вибрации конструкции и измерении характеристик динамического отклика объекта в свободном или закреплённом состоянии. Пинг-тест проводится импульсным ударным нагружением, при котором в упрощённой форме выполняется измерение подвижности объекта испытаний в соответствии с ГОСТ ИСО 7626-5-99. При проведении испытаний в свободном состоянии разделитель потоков подвешивался на эластичных жгутах, не ограничивающих свободу перемещений. Возбуждение колебательного процесса совершали ударом в определённой точке объекта испытаний специальным инструментом – молотком с мягкой поверхностью. Измерительная система для определения динамических параметров включает вибродатчик, установленный с помощью клея в расчётных точках объекта, и анализатор вибропроцесса, обеспечивающий ввод данных не менее чем по двум каналам одновременно.

Особенностью проведения пинг-теста для определения частот собственных колебаний является реализация нескольких схем измерений с различными локациями измерительного датчика и точек приложения ударного возмущения. Контрольные сечения объекта (места установки вибродатчика) и точки приложения ударного воздействия определялись до начала испытаний по расчётам конечно-элементного моделирования процесса.

При последовательном нагружении ударом различных сечений конструкции контролировали динамическое поведение объекта и фиксировали значения частот колебаний. Для каждой схемы измерений амплитудно-частотной характеристики проводилось 2...4 измерения в каждом контрольном сечении. При определении частот собственных колебаний реализовано 12 схем измерений с различным месторасположением измерительного датчика и точек приложения ударного возмущения.

Следует отметить, что на основании принципа взаимности Максвелла измеряемые частотные характеристики не зависят от того, какая точка используется для возбуждения, а какая – для измерения реакции.

По результатам измерений амплитудно-частотных параметров динамического отклика получены спектральные диаграммы затухающих колебаний, пиковые значения которых соответствуют экспериментальной оценке частот собственных колебаний композитной детали (рис. 2).

Результаты пинг-тестов двух образцов углепластикового обтекателя в свободном состоянии и экспериментальные оценки частотных характеристик разделителя потоков из углепластика достаточно точно соответствуют расчётным значениям, что свидетельствует 0 высокой степени адекватности модельных представлений динамических процессов (табл. 3). Наибольшее относительное отклонение ОТ расчётных значений, равное 5...7 %, установлено для формы № 7, что соответствует известным фактам снижения точности расчётов для высоких форм колебаний. Ранее установлено [10], что наиболее точно конечно-элементная сетка описывает нижнюю часть спектра частот, у которой формы колебаний простейшие и в каждую полуволну колебаний укладывается достаточное количество конечных элементов. Такой же тренд наблюдается для результатов испытаний разделителя потоков в закреплённом состоянии. По результатам пинг-тестов, проведённых на двух экземплярах разделителей потоков в свободном и закреплённом состоянии, установлено, что экспериментальные значения частотных характеристик разделителя соответствуют расчётным в пределах допустимых предельных отклонений.



Рис. 2. Типовая диаграмма колебаний (спектрограмма) разделителя

Таблица 3. Расчётные и измеренные	частоты собственных	колебаний разделителей потоков
в свободном состоянии		

Расчёт		Измеренное значение, Гц			
Номинальное	Допустимое	обра	зец 1	обра	зец 2
значение, Гц	отклонение, Гц	МИН	макс	МИН	макс
15	±3	17	18	16	18
32	±6	38	38	36	37
39	$\pm 8$	47	47	46	47
67	±13	н/н*	н/н*	н/н*	н/н*
99	±20	90	92	88	90
103	±21	116	122	113	124
134	±27	140	146	142	148
175	±35	165	177	168	175
199	±40	197	201	199	206
220	±44	217	222	215	224
270	±54	250	299	259	307
314	±63	281	338	287	343

\* Частота четвёртой расчётной формы колебаний при измерениях не найдена в спектре

Таким образом, результаты расчётного и экспериментального модального анализа разделителя потоков из эпоксидного углепластика свидетельствуют о выполнении критерия годности (работоспособности) по показателю частоты собственных колебаний в свободном состоянии. Установленные экспериментально отклонения от номинальных расчётных значений частот собственных колебаний в свободном и закреплённом состоянии не выходят за границы допустимого интервала и не являются критическими по показателям годности разделителя потоков.

В рамках практической вибродиагностики [13-15] известно, что в деформируемом теле однократным ударным воздействием возбуждаются колебания, характер которых позволяет делать заключение об особенностях внутренней структуры объекта испытаний и степени однородности конструкционного материала. Физической основой практической модальной вибродиагностики является изменение спектрограммы и характеристик процесса колебаний в конструктивных элементах при наличии в них структурной неоднородности и внутренних дефектов. Такой метод расширяет возможности контроля качества технологий изготовления и сборки вращающихся узлов и деталей и позволяет оптимизировать динамические свойства проектируемых технических систем.

При анализе данных пинг-тестов композитного разделителя потоков отмечено рассеяние значений частот собственных колебаний при выполнении пинг-теста по различным схемам измерения амплитудно-частотных характеристик. Коэффициент вариации экспериментальных значений резонансных частот, вычисленный по измерениям в 12 точках установки вибродатчика для каждой схемы ударного нагружения, достигает 6,3 %. Одной из возможных причин таких явлений может быть наличие отдельных структурных неоднородностей углепластика вследствие локальных нарушений соотношения фаз «матрица-армирующая система» [16]. Такое локальное изменение плотности приводит к неравномерности распределения инерционных нагрузок по объёму изделия, что вызывает изменения частотного спектра и появление побочных динамических явлений. Наиболее вероятно, что это связано с дефектностью материала в виде отклонений от нормативного значения объёмного содержания связующего и армирующего материала в композите, образования складок, нахлёстов, свилей и др. Причинами возникновения таких дефектов могут быть отклонения от требуемых режимов подготовки или раскроя препрегов, искажающих геометрию полуфабрикатов при выкладке слоёв и нарушающих топологические свойства тканой структуры; плохое уплотнение тканевого пакета, несоблюдение режима формования продолжительности и величины приложенного давления и др. На этапе сборки пакета (выкладки) могут также появиться дефекты, связанные с нарушением угла выкладки, смещением зоны выкладки, искривлением структуры препрега в плоскости слоёв (искривление волокна), образованием волнистости из-за неравномерного натяжения при выкладке и изменения усилий прикатки, которое может привести к искривлению волокон в плоскости или формированию складки.

Для снижения неоднородности структуры и оптимизации процесса подформовки пакета слоёв препрега следует сначала провести дегазацию пакета и предварительное уплотнение [17] с целью отжима излишек связующего под действием атмосферного давления, после чего необходимо ступенчато увеличивать температуру, делая выдержку на каждой ступени. Кроме того, необходимо учитывать особенности кинетики химических преобразований структуры связующего, связанных с тем, что при монотонном нагреве сшиваются сначала низкомолекулярные группы полимера, а затем при отверждении на высоких температурах образуется густосетчатая структура [16;17] из сшитых ранее групп, которые при многократном повторении циклов подформовки могут вызвать дефекты сетчатой структуры полимера. Это наиболее вероятно на границе уже подформованного пакета-заготовки и выложенных вновь слоёв. Для предотвращения возникновения дефектов по этой границе рекомендуется усовершенствовать технологический процесс подформовки, снизив первоначальное давление и увеличив скорость нагрева с выдержкой на каждой ступени в соответствии с оптимальными режимами.

Таким образом, результаты предварительных испытаний опытных образцов разделителя потоков по определению собственных частот колебаний в свободном состоянии показали высокую эффективность этого вида испытаний для оценки качества и стабильности технологических операций изготовления разделителей, что даёт основание рекомендовать пинг-тест разделителя потоков в свободном состоянии как контрольную операцию для оценки качества технологического процесса производства.

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования России по реализации комплексного проекта, код 2017-218-09-172.

## Библиографический список

1. Бондарь В.С., Горячева И.Г., Матвиенко Ю.Г., Капустин С.А., Темис Ю.М., Туманов Н.В., Владимиров С.А., Горохов В.А., Абашев Д.Р., Азметов Х.Х., Петров В.К., Чурилов Ю.А. Ресурс материалов и конструкций. М.: Московский Политех, 2019. 192 с.

2. Степнов М.Н., Агамиров Л.В., Зинин А.В., Котов П.И., Махутов Н.А., Петухов А.Н., Васильев Д.В., Шаврин А.В., Гаденин М.М., Кузьмин А.Е. Научные школы. Прочность машин и конструкций при переменных нагрузках. М.: МАТИ – РГАТУ им. К.Э. Циолковского, 2001. 164 с.

3. Степнов М.Н., Зинин А.В. Прогнозирование характеристик сопротивления усталости материалов и элементов конструкций. М.: Инновационное машиностроение, 2016. 392 с.

4. Рябов В.М., Ярцев Б.А. Связанные затухающие колебания композитных конструкций // Вестник Санкт-Петербургского университета. Математика. Механика. Астрономия. 2012. № 4. С. 32-38.

5. Зинин А.В., Бычков Н.Г., Першин А.В., Авруцкий В.В., Смирнова Л.Л. Термоциклическая прочность жаропрочного сплава и кинетика накопления повреждений при наложении вибрационных нагрузок // Заводская лаборатория. Диагностика материалов. 2017. Т. 83, № 2. С. 53-55.

6. Гринев М.А., Аношкин А.Н., Писарев П.В., Шипунов Г.С., Нихамкин М.Ш., Балакирев А.А., Конев И.П., Головкин А.Ю. Расчётно-экспериментальные исследования собственных частот и форм колебаний лопатки спрямляющего аппарата из полимерных композиционных материалов // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. 2016. № 4. С. 106-119. DOI: 10.15593/perm.mech/2016.4.07

7. Васильев В.В. Механика конструкций из композиционных материалов. М.: Машиностроение, 1988. 272 с.

8. Зинин А.В., Котов П.И., Сухов С.В. Практическая механика разрушения. Т. 2. М.: МАТИ, 2012. 391 с.

9. Аношкин А.Н., Зуйко В.Ю., Шипунов Г.С, Третьяков А.А. Технологии и задачи механики композиционных материалов для создания лопатки спрямляющего аппарата авиационного двигателя // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. 2014. № 4. С. 5-44. DOI: 10.15593/perm.mech/2014.4.01

10. Голованов Л.И., Тюленева О.Н., Шигабутдинов Л.Ф. Метод конечных элементов в статике и динамике тонкостенных конструкций. М.: Физматлит, 2006. 392 с.

11. Иванов А.В., Леонтьев М.К. Модальный анализ динамических систем роторов // Известия высших учебных заведений. Авиационная техника. 2005. № 3. С. 31-35. 12. Зиновьев П.А., Смердов А.А., Кулиш Г.Г. Экспериментальное исследование упруго-диссипативных характеристик углепластиков // Механика композитных материалов. 2003. Т. 39, № 5. С. 595-602.

13. Киселев Ю.В., Киселев Д.Ю., Тиц С.Н. Вибрационная диагностика систем и конструкций авиационной техники. Самара: Самарский государственный аэрокосмический университет, 2012. 206 с.

14. Русов В.А. Спектральная вибродиагностика. Пермь: Вибро-Центр, 1996. 176 с.

15. Остяков Ю.А., Зинин А.В., Шевченко М.И., Феоктистова Е.С. Надёжность систем измерения эксплуатационных параметров при отработке авиационных двигателей // Материалы XXIV Международного симпозиума «Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред» (19-23 марта 2018 г., Вятичи). Т. 2. М.: ООО «ТРП», 2018. С. 116-118.

16. Бабаевский П.Г., Бухаров С.В. Формирование структуры отверждающихся композиций: учеб. пособие. М.: МГАТУ, 1993. 100 с.

17. Самипур Саджад Алиасгар, Батраков В.В., Константинов Д.Ю. Разработка методики удаления пористости конструкций из композиционных материалов при ограниченном автоклавном давлении // Известия высших учебных заведений. Авиационная техника. 2018. № 3. С. 152-156.

# VERIFICATION OF A DESIGN MODEL AND EVALUATION OF A TECHNIQUE OF MANUFACTURING AIRCRAFT ENGINE COMPOSITE PARTS ON THE BASIS OF DYNAMIC TESTS

© 2019

A. V. Zinin	Candidate of Science (Engineering); Associate Professor of the Department of Strength of Materials, Dynamics and Strength of Machines; Moscow Aviation Institute (National Research University), Moscow, Russian Federation; <u>allzin@yandex.ru</u>
A. N. Arkhipov	Candidate of Science (Engineering); Senior Researcher of the Research Department; Moscow Aviation Institute (National Research University), Moscow, Russian Federation; <u>arkhipov.48@list.ru</u>
D. P. Kholobtsev	Head of the Research Department; Moscow Aviation Institute (National Research University), Moscow, Russian Federation; <u>nio203_mai@mai.ru</u>
Yu. A. Ravikovich	Doctor of Science (Engineering); Vice Rector for Research; Head of the Department of Construction and Design of Engines; Moscow Aviation Institute (National Research University), Moscow, Russian Federation; <u>yurav2@yandex.ru</u>
A. O. Shevjakov	Engineer of the Research Department; Moscow Aviation Institute (National Research University), Moscow, Russian Federation; <u>shevyakov13@yandex.ru</u>
M. A. Kholmanova	Design Engineer; Public Joint-Stock Company UEC-Saturn, Rybinsk, Russian Federation; marinakholmanova@gmail.com

The results of finite element modeling and experimental evaluation of dynamic characteristics (vibration modes and frequencies) of the composite element of aircraft power plant structures are presented. The aim of the work is to develop effective design and technological schemes for thin-walled complex-geometry composite parts, taking into account the peculiarities of mechanical behavior of polymer composite materials to the fullest extent possible. A method for determining the parameters of natural oscillations of composite parts in a free state using a ping test is developed, which allows excluding the influence of kinematic boundary conditions and obtaining frequency characteristics that depend only on the local characteristics of the material which are primarily determined by the manufacturing technology. According to the results of measurements of the amplitude-frequency parameters of the dynamic response, spectrograms of damped oscillations are obtained the peak values of which correspond to the experimental evaluation of the natural frequencies of the composite part. Verification of the design model was carried out according to the results of the ping test and a method for assessing the quality of technological processes of manufacturing thin-walled carbon fiber structures was proposed.

*Aircraft engine; composite parts; dynamic tests; ping test; design model; natural oscillations; modal analysis; model verification; technology.* 

<u>Citation:</u> Zinin A.V., Arkhipov A.N., Kholobtsev D.P., Ravikovich Yu.A., Shevjakov A.O., Kholmanova M.A. Verification of a design model and evaluation of a technique of manufacturing aircraft engine composite parts on the basis of dynamic tests. *Vestnik of Samara University. Aerospace and Mechanical Engineering*. 2019. V. 18, no. 4. P. 52-63. DOI: 10.18287/2541-7533-2019-18-4-52-63

### References

1. Bondar' V.S., Goryacheva I.G., Matvienko Yu.G., Kapustin S.A., Temis Yu.M., Tumanov N.V., Vladimirov S.A., Gorokhov V.A., Abashev D.R., Azmetov Kh.Kh., Petrov V.K., Churilov Yu.A. *Resurs materialov i konstruktsiy* [Service life of materials and structures]. Moscow: Moskovskiy Politekh Publ., 2019. 192 p.

2. Stepnov M.N., Agamirov L.V., Zinin A.V., Kotov P.I., Makhutov N.A., Petukhov A.N., Vasil'ev D.V., Shavrin A.V., Gadenin M.M., Kuz'min A.E. *Nauchnye shkoly*. *Prochnost' mashin i konstruktsiy pri peremennykh nagruzkakh* [Scientific schools. Strength of machines and structures at variable loads]. Moscow: MATI - RGATU im. K.E. Tsiolkovskogo Publ., 2001. 164 p.

3. Stepnov M.N., Zinin A.V. *Prognozirovanie kharakteristik soprotivleniya ustalosti materialov i elementov konstruktsiy* [Forecast of fatigue characteristics of materials and structural elements]. Moscow: Innovatsionnoe Mashinostroenie Publ., 2016. 392 p.

4. Ryabov V.M., Yartsev B.A. Coupled damping vibrations of composite structures. *Vestnik St. Petersburg University: Mathematics*. 2012. V. 45, Iss. 4. P. 168-173. DOI: 10.3103/S1063454112040073

5. Zinin A.V., Bychkov N.G., Perchin A.V., Avruchsky V.V., Smirnova L.L. Thermal cyclic strength of ZhS6U superalloy and kinetics of damage accumulation under the impact of vibration loads. *Industrial Laboratory*. *Diagnostics of Materials*. 2017. V. 83, no. 2. P. 53-55. (In Russ.)

6. Grinev M.A., Anoshkin A.N., Pisarev P.V., Shipunov G.S., Nikhamkin M.Sh., Balakirev A.A., Konev I.P., Golovkin A.Yu. Experimental and numerical studies of dynamic response of composite outlet guide vane for aircraft jet engine. *PNRPU Mechanics Bulletin*. 2016. No. 4. P. 106-119. DOI: 10.15593/perm.mech/2016.4.07. (In Russ.)

7. Vasil'ev V.V. *Mekhanika konstruktsiy iz kompozitsionnykh materialov* [Mechanics of structures made of composite materials]. Moscow: Mashinostroenie Publ., 1988. 272 p.

8. Zinin A.V., Kotov P.I., Sukhov S.V. *Prakticheskaya mekhanika razrusheniya*. *T. 2* [Practical fracture mechanics. V. 2]. Moscow: Moscow Aviation Technological Institute Publ., 2012. 391 p. 9. Anoshkin A.N., Zuiko V.Yu., Shipunov G.S., Tretyakov A.A. Technologies and problems of composite materials mechanics for production of outlet guide vane for aircraft jet engine. *PNRPU Mechanics Bulletin*. 2014. No. 4. P. 5-44. DOI: 10.15593/perm.mech/2014.4.01. (In Russ.)

10. Golovanov L.I., Tyuleneva O.N., Shigabutdinov L.F. *Metod konechnykh elementov v statike i dinamike tonkostennykh konstruktsiy* [Finite element method in statics and dynamics of thin-walled structures]. Moscow: Fizmatlit Publ., 2006. 392 p.

11. Ivanov A.V., Leontiev M.K. Modal analysis of dynamic rotor systems. *Russian Aeronautics*. 2005. V. 48, Iss. 3. P. 45-53.

12. Zinov'ev P.A., Smerdov A.A., Kulish G.G. Experimental investigation of elastodissipative characteristics of carbon-fiber-reinforced plastics. *Mechanics of Composite Materials*. 2003. V. 39, Iss. 5. P. 393-398. DOI: 10.1023/B:MOCM.0000003289.12297.84

13. Kiselev Yu.V., Kiselev D.Yu., Tits S.N. *Vibratsionnaya diagnostika sistem i konstruktsiy aviatsionnoy tekhniki* [Vibration diagnostics of aircraft systems and structures]. Samara: Samara State Aerospace University Publ., 2012. 206 p.

14. Rusov V.A. *Spektral'naya vibrodiagnostika* [Spectral vibration diagnostics]. Perm: Vibro-Center Publ., 1996. 176 p.

15. Ostyakov Yu.A., Zinin A.V., Shevchenko M.I., Feoktistova E.S. Nadezhnost' sistem izmereniya ekspluatatsionnykh parametrov pri otrabotke aviatsionnykh dvigateley. *Proceedings of the XXIV International Symposium «Dynamic and Technological Problems of a Mechanics of Constructions and Continuous Mediums» (March, 19-23, 2018, Vyatichi).* V. 2. Moscow: OOO «TRP» Publ., 2018. P. 116-118. (In Russ.)

16. Babaevskiy P.G., Bukharov S.V. *Formirovanie struktury otverzhdayushchikhsya kompozitsiy: ucheb. posobie* [Formation of the structure of curing systems]. Moscow: Moscow State Aviation Technological University Publ., 1993. 100 p.

17. Samipour S.A., Batrakov V.V., Konstantinov D.Y. Development of a technique to reduce porosity in composite structures at the limited autoclave pressure. *Russian Aeronautics*. 2018. V. 61, Iss. 3. P. 481-486. DOI: 10.3103/S1068799818030248

УДК 620.178.325.3

DOI: 10.18287/2541-7533-2019-18-4-64-75

# ПОВЫШЕНИЕ СТОЙКОСТИ К ФРЕТТИНГ-ИЗНОСУ ХВОСТОВИКА ЛОПАТКИ ИЗ ПОЛИМЕРНОГО КОМПОЗИЦИОННОГО МАТЕРИАЛА

© 2019

Т. Д. Каримбаев	профессор, доктор технических наук, начальник отдела «Прочность композиционных материалов»; Центральный институт авиационного моторостроения имени П.И. Баранова, г. Москва; <u>karimbayev@ciam.ru</u>
Д. В. Афанасьев	начальник сектора 20606 отдела «Прочность композиционных материалов»; Центральный институт авиационного моторостроения имени П.И. Баранова, г. Москва; <u>afanasiev@rtc.ciam.ru</u>
Д. В. Матюхин	ведущий инженер отдела «Прочность композиционных материалов»; Центральный институт авиационного моторостроения имени П.И. Баранова, г. Москва; <u>matyukhin@rtc.ciam.ru</u>
М. А. Орлов	заведующий лабораторией межотраслевого инжинирингового центра композиционных материалов; Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет); maksim.orlov@emtc.ru

Полимерные композиционные материалы (ПКМ) находят всё более широкое применение в авиадвигателестроительной отрасли. Важной задачей при создании отечественного двигателя последнего поколения является разработка технологии изготовления лопатки вентилятора из ПКМ, отвечающей необходимым прочностным требованиям. Одной из проблем, с которой придётся столкнуться при эксплуатации, является износ хвостовика лопатки, возникающий изза циклических микроперемещений в замковом соединении под действием внешних сил. Существует несколько технических решений для борьбы с износом контактных поверхностей хвостовика лопаток из ПКМ, которые принципиально можно разделить на три группы: изготовление замковой части из металла и использование известных методов борьбы с износом, использование заменяемых специальных вставок между контактными поверхностями хвостовика лопатки и паза диска, применение упругих и демпфирующих элементов. В работе рассмотрен метод борьбы с износом, принципиальная особенность которого заключается в прошивке преформы лопатки арамидной нитью, формирующей на поверхности слой с более высокой износостойкостью. С целью проверки эффективности предложенного конструктивного изготовлены модельные лопатки решения были и проведены испытания на электродинамическом вибростенде.

Газотурбинный двигатель; лопатка вентилятора; полимерный композиционный материал; фреттинг-износ; циклические испытания; технология автоматической нашивки ровинга.

<u>Шитрование</u>: Каримбаев Т.Д., Афанасьев Д.В., Матюхин Д.В., Орлов М.А. Повышение стойкости к фреттингизносу хвостовика лопатки из полимерного композиционного материала // Вестник Самарского университета. Аэрокосмическая техника, технологии и машиностроение. 2019. Т. 18, № 4. С. 64-75. DOI: 10.18287/2541-7533-2019-18-4-64-75

#### Введение

Проблеме фреттинг-износа деталей уделяется особое внимание с середины XX века. Одна из первых монографий, посвящённых фреттингу, вышла в 1972 году (переведена на русский в 1976 году) под авторством Р.Б. Уотерхауза [1]. В ней был обобщён накопленный материал по проблеме фреттинга, приведён обзор теорий контактного взаимодействия между телами, показаны примеры повреждений и рассмотрены вопро-

сы фреттинг-усталости. Почти одновременно с ней были опубликованы монографии отечественных исследователей Г.Н. Филимонова, Л.Т. Балацкого [2], Н.Л. Голего, А.Я. Алябьева, В.В. Шевели [3].

Большой вклад в исследования фреттинга деталей авиационных конструкций внёс А.Н. Петухов [4 – 6]. Им были обобщены и отработаны различные методики испытаний деталей газотурбинных двигателей (ГТД) на фреттинг, приведены экспериментальные данные по большому числу металлов и сплавов. Меры по борьбе с фреттингом металлов рассмотрены во многих работах, например [7 – 9].

С растущим объёмом внедрения деталей, изготавливаемых из ПКМ, возникает потребность в изучении механизмов фреттинга и методов борьбы с ним в конструкциях из новых материалов. Так при разработке опытной конструкции рабочей лопатки вентилятора двухконтурного двигателя в ЦИАМ в ходе циклических испытаний столкнулись с проблемой износа рабочей поверхности замка (рис. 1).





Рис. 1. Износ замковой части рабочей лопатки вентилятора из ПКМ

К сожалению, в доступной литературе не так много работ, посвящённых изучению фреттинг-коррозии композиционных материалов. Но благодаря использованию лопаток вентилятора из ПКМ в двигателях зарубежных фирм General Electric, Snecma, Rolls-Royce и др. разработано и запатентовано несколько вариантов конструкций, помогающих бороться с фреттинг-коррозией. Их можно разделить на три основных подгруппы:

1. Изготовление хвостовика лопатки из металла и применение отработанных для металлических сплавов методов борьбы с фреттингом [10 – 13].

2. Использование специальных вкладок между хвостовиком лопатки и пазом диска [14 – 17].

3. Доработка поверхности хвостовика лопатки с целью изменения упругих и демпфирующих характеристик [18;19].

Однако ни один из предложенных методов не предполагает использование технологии повышения прочности самого изделия из композиционного материала.

В работе предлагается способ увеличения изностойкости самой лопатки из ПКМ за счёт особенностей применяемых материалов и технологии изготовления.

### Технология изготовления лопатки

В настоящее время всё большую популярность набирает способ изготовления преформ изделий из ПКМ с помощью технологии автоматической нашивки ровинга [20;21]. Используя алгоритмы числового программного управления, специальные станки позволяют укладывать армирующее волокно в виде ровинга в любом направлении с заданной плотностью и скреплять их между собой нитью (рис. 2, 3). В частности, такие станки используются для изготовления изделий из ПКМ в ЦИАМ и МГТУ им. Н.Э. Ба-умана.



Рис. 2. Принципиальная схема технологии автоматической нашивки ровинга



Рис. 3. Специальный станок для укладки ровинга

В рассматриваемой технологии выбор ровинга, прошивочной нити и параметров нашивки оказывает существенное влияние на свойства изготавливаемой детали. Ключевым техническим решением в работе стало применение в качестве прошивочной нити арамидного волокна, отличающегося повышенной износостойкостью.

Одним из главных недостатков технологии является неравномерность распределения прошивочной нити в объёме. Это вызвано тем, что при нашивке второго и последующих слоёв слои, расположенные ниже, тоже прошиваются и на внешней поверхности первого слоя плотность стежков увеличивается в несколько раз (пропорционально количеству слоёв) (рис. 4, 5).



Рис. 4. Поверхность верхнего слоя



Рис. 5. Поверхность первого слоя

Используя арамидную нить для прошивки и ориентируя преформу таким образом, чтобы поверхность с избыточным количеством стяжков образовала наружную поверхность будущей детали, можно получить более стойкую к износу поверхность готового изделия.

Для апробирования рассматриваемого технического решения была изготовлена преформа для модельной лопатки. Технология изготовления методом RTM таких лопа-

ток отработана ранее [22]. Были рассчитаны развёртки слоёв и подобраны режимы пропитки.

Для применения метода автоматической выкладки на первом этапе работы была скорректирована толщина монослоя. Для лопатки из обычной углеродной ткани она составляла 0,22 мм. Для нашивки ровинга толщину монослоя пришлось увеличить до 0,63 мм. Схема армирования  $[0^\circ; +45^\circ; 0^\circ; -45^\circ]_n$ . В первом приближении геометрия слоёв не менялась, контуры каждого третьего слоя предыдущего проекта были сохранены. Каждые шесть слоёв были объединены в один пакет. Для формирования более толстой области замка лопатки в районе её хвостовика в каждый пакет добавлялись дополнительные три слоя волокон с направлением [90°]. Целиком преформа лопатки собиралась из шести пакетов (54 слоёв), которые сшивались вместе на швейной машинке крупным шагом. Готовое изделие получалось путём пропитки полимерным связующим сухой преформы методом RTM (рис. 6).



Рис. 6. Этапы процесса изготовления модельной лопатки: а – подготовка преформы; б – преформа; в – готовая лопатка

### Оценка работы конструкции при циклических испытаниях

С целью подтверждения эффективности предложенного решения были проведены сравнительные испытания лопатки, изготовленной по технологии, изложенной выше, и лопатки с послойным армированием. Эксперимент был построен так, чтобы смоделировать опасные возможные эксплуатационные условия работы лопатки в двигателе, вызывающие фреттинг-износ, а именно резонансные колебания по первой изгибной форме. Для определения состояния лопатки в ходе эксперимента был использован тепловой метод контроля.

Износ изделия оценивался по изменению параметров эксперимента, основываясь на фундаментальных законах термодинамики в механике деформируемого твёрдого тела. Это позволяет анализировать процесс фреттинга, не разбирая всей конструкции. Такая методика может быть адаптирована впоследствии и к натурным испытаниям.

## Постановка эксперимента

Принципиально схема испытания выглядит следующим образом (рис. 7). Объект исследования *1* устанавливается в специальное приспособление *2*, имитирующее эксплуатационные условия закрепления, и крепится на подвижном столе электродинамического вибростенда *3*. Контроль за температурой осуществляется тепловизором *4*.



Рис. 7. Схема проведения испытания

Подвижный стол вибростенда, перемещаясь вверх-вниз, кинематически возбуждает колебания объекта исследования. Оператор стенда задаёт частоту и амплитуду перемещений, которые вызывают колебания исследуемой детали по первой изгибной форме колебаний с заданной амплитудой. Испытание на первой изгибной форме колебаний позволяет достигать заданных перемещений (деформаций) детали при минимальной затрачиваемой энергии. В ходе эксперимента резонансная частота поддерживается постоянной путём корректировки частоты перемещений подвижного стола.

Тепловизор позволяет измерять температуру объекта в режиме реального времени. В ходе эксперимента в детали происходят термодинамические процессы, которые можно описать уравнением:

$$\rho C_{\nu} \dot{T} = r_0 - \left( \boldsymbol{\beta} : \dot{\mathbf{D}} : \dot{\mathbf{E}}^{\mathbf{e}} \right) + \mathbf{S} : \dot{\mathbf{E}}^{\mathbf{e}} + K \nabla^2 T.$$

Вывод уравнения приведён в работах [23; 24], а основные вопросы термодинамики твёрдого тела рассмотрены в работе [25].

Здесь слагаемое  $r_0$  определяет внешние термические воздействия на твёрдое тело. Слагаемое  $\beta: \dot{\mathbf{D}}: \dot{\mathbf{E}}^{e}$  демонстрирует изменение температуры, вызванное обратимым преобразованием механической и тепловой энергий при деформациях в упругой зоне:  $\beta$  – коэффициент термического расширения;  $\dot{\mathbf{D}}$  – тензор упругости материала четвёртого порядка;  $\dot{\mathbf{E}}^{e}$  – тензор скорости изменения упругих деформаций. Слагаемое  $\mathbf{S}: \dot{\mathbf{E}}^{I}$  показывает нагрев, возникающий при рассеивании внутренней энергии при пластических деформациях:  $\mathbf{S}$  – тензор напряжений;  $\dot{\mathbf{E}}^{I}$  – тензор скорости изменения температуры путём распространения тепла в теле от источника, расположенного на поверхности: K – коэффициент теплопроводности материала; T – температура.  $C_V$  – удельная теплоёмкость при постоянной деформации;  $\rho$  – плотность материала.

В рассматриваемом эксперименте внешние тепловые воздействия на объект отсутствуют, а нагрев из-за упругих деформаций, как показано в работе [26], равняется нулю. Основное влияние на тепловое состояние объекта оказывает выделение внутренней энергии при деформациях за упругой зоной, которые вызывают растрескивание матрицы, и нагрев поверхности замковой части от действия сил трения при циклических колебаниях.

Предполагается, что растрескивание матрицы и другие повреждения, возникающие в ходе эксперимента, приводят к снижению модуля упругости и, как следствие, к падению резонансной частоты. Наличие микропроскальзывания в месте закрепления и возникновение износа поверхностей приводит к значительному повышению температуры и росту демпфирования, что выражается в необходимости повышения для поддерживания заданной амплитуды колебаний возбуждающего усилия.

#### Результаты эксперимента

Проведены циклические испытания двух вариантов модельных лопаток. Одна лопатка была изготовлена путём формирования преформы по разработанной технологии нашивки ровинга с углеволокном в качестве армирующего элемента и арамидной нити для нашивки. Другая лопатка была выполнена известным послойным выкладыванием углеродной ткани [22]. Обе лопатки прошли одинаковый технологический процесс пропитки и имели одинаковые геометрические размеры.

Каждая лопатка испытывалась отдельно при двух одинаковых режимах. В ходе каждого испытания частота колебаний соответствовала резонансу лопатки по первой изгибной форме, который определялся по сдвигу фаз между задающим сигналом и сигналом отклика. В начальный момент времени ускорения были равны 15g – на первом режиме и 20g – на втором, а в дальнейшем корректировались из условия поддержания постоянного значения амплитуды колебаний на свободном конце лопатки. При указанных ускорениях в начальный момент амплитуда колебаний соответствовала 4,7 мм и 5,3 мм – для лопатки со слоистой структурой армирования и 4,7 мм и 6,0 мм – для лопатки, изготовленной методом нашивки ровинга.

В ходе эксперимента контролировались три параметра: резонансная частота, ускорение подвижного стола и температура на поверхности изделия.

На рис. 8 показано изменение контрольных параметров в ходе эксперимента. Из приведённых данных видно, что резонансные частоты лопаток отличались. Так в начале эксперимента первая изгибная собственная частота у лопатки со слоистой укладкой (первая лопатка) была равна 227,4 Гц, а у лопатки, изготовленной методом нашивки ровинга (вторая лопатка) – 210,5 Гц. На первом уровне нагружения падение собственной частоты первой лопатки составило 6,3 Гц или 2,8%, второй – 0 Гц. На втором уровне – 12,7 Гц и 5,6%, 4,5 Гц и 2,1% соответственно.

Характер изменения ускорения у рассматриваемых лопаток отличался принципиально. У первой лопатки падение частоты сопровождалось повышением требуемого для поддержания заданной амплитуды колебаний ускорения. При испытаниях второй лопатки ускорение снижалось. Таким образом, анализируя поведение лопатки, изготовленной методом нашивки ровинга, можно сделать вывод о несущественном изменении демпфирования. Такие результаты подтверждаются и измерениями температуры на поверхности изделия с помощью тепловизора. Так, на графике (рис. 8, *в*) наблюдаются существенный разогрев первой лопатки и относительная стабильность температуры второй лопатки.











Рис. 8. Изменение контрольных параметров в ходе циклических испытаний лопатки со слоистой структурой армирования и лопатки, изготовленной с применением технологии нашивки ровинга: а – изменение резонансной частоты; б – изменение ускорения подвижного стола; в – изменение температуры

Амплитудно-частотные спектры лопаток (рис. 9), полученные перед испытаниями, в ходе и после их проведения, также показали различный характер затухания колебаний на лопатках, изготовленных по различным технологиям. Так, демпфирование лопатки с послойной укладкой выросло в два раза (с 1,4 до 2,9%), а демпфирование лопатки, полученной нашивкой ровинга, сохранилось на уровне 1,6%.



Рис. 9. Амплитудно-частотные спектры лопаток на различных этапах испытания со слоистой структурой (а) и полученной нашивкой ровинга (б)

По окончании испытаний был проведена попытка осуществить люминесцентный контроль лопаток, заключающийся в нанесении на поверхность специального раствора, светящегося под действием ультрафиолетового света. В местах поверхностных дефектов ожидалось более интенсивное свечение в ультрафиолетовом свете, но из-за особенностей структуры материалов лопаток эксперимент не удался – раствор впитался как на дефектных, так и на бездефектных образцах. При этом при визуальном осмотре больший износ имела лопатка со слоистой структурой армирования. Стоит отметить, что следы незначительного износа у лопатки, изготовленной нашивкой ровинга, тоже присутствовали, но ограничивались местами с незначительным избытком связующего на поверхности.

### Заключение

По полученным результатам можно сделать следующие выводы.

В начальный момент на обеих лопатках наблюдается изменение контрольных параметров, которое, скорее всего, вызвано «приработкой» лопаток при прикладываемых нагрузках.

Падение резонансной частоты сопровождается ростом температуры на поверхности изделия, что можно объяснить освобождением внутренней энергии и переходом её в тепло при образовании микродефектов.

Рост потребного ускорения подвижного стола вибростенда на лопатке со слоистой структурой армирования связан с ростом демпфирования, в первую очередь в месте закрепления.

В лопатке, изготовленной методом нашивки ровинга, практически отсутствует рост демпфирования и происходит незначительный рост температуры в ходе эксперимента, что подтверждено визуальным осмотром мест закреплений.

Таким образом, можно говорить о том, что применение метода нашивки ровинга с использованием арамидной нити в качестве прошивочной можно рассматривать как способ защиты поверхности изделия от износа.

## Библиографический список

1. Уотерхауз Р. Б. Фреттинг-коррозия. Л.: Машиностроение, 1976. 272 с.

2. Филимонов Г.Н., Балацкий Л.Т. Фреттинг в соединениях судовых деталей. Л.: Судостроение, 1973. 296 с.

3. Голего Н.Л., Алябьев А.Я., Шевеля В.В. Фреттинг-коррозия металлов. Киев: Техника, 1974. 272 с.

4. Петухов А.Н. Метод оценки предела выносливости деталей при фреттингкоррозии // В сб.: «Проблемы прочности и динамики в двигателестроении». Вып 3. М.: ЦИАМ, 1985. С. 225-238.

5. Петухов А.Н. Сопротивление усталости деталей ГТД. М.: Машиностроение, 1993. 232 с.

6. Петухов А.Н. Фреттинг-коррозия и фреттинг-усталость в малоподвижных соединениях // Вестник Самарского государственного аэрокосмического университета имени академика С.П. Королёва. 2006. № 2 (10), ч. 1. С. 115-120.

7. Горюнов В.Н., Гринберг П.Б., Тарасов Е.Е., Полещенко К.Н. Влияние поверхностной модификации на фреттингостойкость материалов энергоустановок и газотурбинных двигателей // Вестник Омского университета. 2012. № 2 (64). С. 241-244.

8. Соловьев А.А. Повышение стойкости к износу лопаток ГТД методом лазерной обработки // Вестник СибАДИ. 2010. № 4 (18). С. 14-17.

9. Смыслов А.М., Селиванов К.С. Разработка и исследование технологических методов повышения фреттинг-стойкости рабочих лопаток из титановых сплавов // Вестник Уфимского государственного авиационного технического университета. 2007. Т. 9, № 1 (19). С. 77-83.

10. Kray N.J., Finn S.R., Baehmann P.L., Shim D.-J., Gemeinhardt G.C. Attachment of composite article. Patent no. US9777579B2. (Publ. 2017.10.03)

11. Kray J.N., Gemeinhardt G.C., Jadhav P.K. Klei D.E., Nandula Ph., Subramanian S. Composite compressor blade and method of assembling. Patent no. US20160130955A1. (Publ. 2016.05.12)

12. Blanchard S.P.G., Illand H., Renon G. J.-C. R., Roussille C. Composite material turbomachine blade with a reinforced root. Patent no. US20100189562A1. (Publ. 2010.07.29)

13. Liotta G.C., Garcia-Crespo A. Composite turbine bucket assembly. Patent no. US8727730B2. (Publ. 2014.05.20)

14. Kray N.J., Li Q. Composite blade root stress reducing shim. Patent no. US20160333889A1. (Publ. 2016.11.17)

15. Li Q., Kray N.J., Finn S.R. Composite airfoil metal patch. Patent no. US20160341052A1. (Publ. 2016.11.24)

16. Cairo R.R., Parolini J.R., McConnell Delvaux J. Apparatus and method to reduce wear and friction between CMC-to-metal attachment and interface. Patent no. US9500083B2. (Publ. 2016.11.22)

17. Cairo R.R. Apparatus and method for reducing wear in disk lugs. Patent no. US8282356B2. (Publ. 2012.10.09)

18. Care I.C.D., Jevons M.P. Retainer plate. Patent no. US9803648B2. (Publ. 2017.10.31)

19. Radomski S.A. Retention device for a composite blade of a gas turbine engine. Patent no. US9039379B2. (Publ. 2015.05.26)

20. Mattheij P., Gliesche K., Feltin D. Tailored fiber placement-mechanical properties and applications // Journal of Reinforced Plastics and Composites. 1998. V. 17, Iss. 9. P. 774-786. DOI: 10.1177 / 073168449801700901

21. Грелен Э. Способ изготовления преформы: патент РФ № 2609168; опубл. 30.01.2017; бюл. № 4.

22. Каримбаев Т.Д., Луппов А.А., Афанасьев Д.В. Рабочие лопатки вентиляторов из углепластика для перспективных двигателей // Двигатель. 2011. № 6 (78). С. 4-9.

23. Luong M.P. Infrared thermographic scanning of fatigue in metals // Nuclear Engineering and Design. V. 158, Iss. 2-3. P. 363-376. DOI: 10.1016/0029-5493(95)01043-H

24. Kratochvil J., Dillon O.W. Thermodynamics of elastic-plastic materials as a theory with internal state variables // Journal of Applied Physics. 1969. V. 40, Iss. 8. P. 3207-3218. DOI: 10.1063/1.1658167

25. Бережной Д.В., Секаева Л.Р. Вопросы термодинамики в механике деформируемого твёрдого тела. Ч. II. Основы термодинамики необратимых процессов: учебное пособие. Казань: Казанский университет, 2012. 54 с.

26. Karama M. Determination of the fatigue limit of a carbon/epoxy composite using thermographic analysis // Structural Control and Health Monitoring. 2011. V. 18, Iss. 7. P. 781-789. DOI: 10.1002/stc.485

## IMPROVEMENT OF FRETTING WEAR RESISTANCE OF BLADE ROOT MADE OF POLYMER COMPOSITE MATERIAL

#### © 2019

T. D. Karimbayev	Doctor of Science (Engineering), Head of the Department of Strength of Composite Materials; Central Institute of Aviation Motors, Moscow, Russian Federation; <u>karimbayev@ciam.ru</u>
D. V. Afanasiev	Head of Sector 20602, Department of Strength of Composite Materials; Central Institute of Aviation Motors, Moscow, Russian Federation; <u>afanasiev@rtc.ciam.ru</u>
D. V. Matyukhin	Lead Engineer, Department of Strength of Composite Materials; Central Institute of Aviation Motors, Moscow, Russian Federation; <u>matyukhin@rtc.ciam.ru</u>
M. A. Orlov	Head of Laboratory, Interdisciplinary Engineering Center of Composite Materials, Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation; <u>maksim.orlov@emtc.ru</u>

Polymer composite materials (PCM) are being increasingly used in aircraft engine industry. Development of PCM fan blade manufacturing technology that meets all the necessary strength requirements is an important task in creating Russian-made latest-generation engines. One of the problems to be faced is the wear of the blade root caused by cyclic micro-displacements in the interlock under the action of external forces. There are several engineering solutions to control surface wear of blade roots made of PCM that can basically be divided into three groups: manufacture of metal roots and the use of known methods of metal fretting prevention, use of replaceable special inserts placed between the contact surfaces of the root and the disk slot, application of elastic and damping elements. In this paper, we consider another method of controlling wear, the principal feature of which is stitching the blade pre-form with aramid thread that forms a layer with higher wear resistance on the root surface. In order to verify the efficiency of the proposed approach, model blades were made and tests were carried out on an electrodynamic shaker.

Gas turbine engine; fan blade; polymer composite material; fretting-wear; cyclic tests; technology of automatic woven roving application.

<u>Citation:</u> Karimbayev T.D., Afanasiev D.V., Matyukhin D.V., Orlov M.A. Improvement of fretting wear resistance of blade root made of polymer composite material. *Vestnik of Samara University. Aerospace and Mechanical Engineering.* 2019. V. 18, no. 4. P. 64-75. DOI: 10.18287/2541-7533-2019-18-4-64-75

### References

1. Waterhous R.B. Fretting corrosion. Oxford: Pergamon Press, 1972. 253 p.

2. Filimonov G.N., Balatskiy L.T. *Fretting v soedineniyakh sudovykh detaley* [Fretting in connections of ship components]. Leningrad: Sudostroenie Publ., 1973. 296 p.

3. Golego N.L., Alyab'ev A.Ya., Shevelya V.V. *Fretting-korroziya metallov* [Fretting corrosion of metals]. Kiev: Tekhnika Publ., 1974. 272 p.

4. Petukhov A.N. Metod otsenki predela vynoslivosti detaley pri fretting-korrozii. *V sb.: «Problemy prochnosti i dinamiki v dvigatelestroenii»*. Vyp 3. Moscow: TsIAM Publ., 1985. P. 225-238. (In Russ.)

5. Petukhov A.N. *Soprotivlenie ustalosti detaley GTD* [Fatigue resistance of gas turbine engine components]. Moscow: Mashinostroenie Publ., 1993. 232 p.

6. Petukhov A.N. Fretting-corrosion and fretting-fatique in low-moving joinst. *Vestnik* of the Samara State Aerospace University. 2006. No. 2 (10), part 1. P. 115-120. (In Russ.)

7. Goryunov V.N., Grinberg P.B., Tarasov E.E., Poleshchenko K.N. Influence of superficial updating on materials' fretting constantcy of power installations and gazturbine engines. *Herald of Omsk University*. 2012. No. 2 (64). P. 241-244. (In Russ.)

8. Solovyov A.A. Firmness increase to deterioration shovels GTD the method of laser processing . *Vestnik SibADI*. 2010. No. 4 (18). P. 14-17. (In Russ.)

9. Smyslov A.M., Selivanov K.S. Development and research of technological methods for improving fretting wear resistance of blades made of titanium alloys. *Vestnik UGATU*. 2007. V. 9, no. 1 (19). P. 77-83. (In Russ.)

10. Kray N.J., Finn S.R., Baehmann P.L., Shim D.-J., Gemeinhardt G.C. Attachment of composite article. Patent no. US9777579B2. (Publ. 2017.10.03)

11. Kray J.N., Gemeinhardt G.C., Jadhav P.K. Klei D.E., Nandula Ph., Subramanian S. Composite compressor blade and method of assembling. Patent no. US20160130955A1. (Publ. 2016.05.12)

12. Blanchard S.P.G., Illand H., Renon G. J.-C. R., Roussille C. Composite material turbomachine blade with a reinforced root. Patent no. US20100189562A1. (Publ. 2010.07.29)

13. Liotta G.C., Garcia-Crespo A. Composite turbine bucket assembly. Patent no. US8727730B2. (Publ. 2014.05.20)

14. Kray N.J., Li Q. Composite blade root stress reducing shim. Patent no. US20160333889A1. (Publ. 2016.11.17)
15. Li Q., Kray N.J., Finn S.R. Composite airfoil metal patch. Patent no. US20160341052A1. (Publ. 2016.11.24)

16. Cairo R.R., Parolini J.R., McConnell Delvaux J. Apparatus and method to reduce wear and friction between CMC-to-metal attachment and interface. Patent no. US9500083B2. (Publ. 2016.11.22)

17. Cairo R.R. Apparatus and method for reducing wear in disk lugs. Patent no. US8282356B2. (Publ. 2012.10.09)

18. Care I.C.D., Jevons M.P. Retainer plate. Patent no. US9803648B2. (Publ. 2017.10.31)

19. Radomski S.A. Retention device for a composite blade of a gas turbine engine. Patent no. US9039379B2. (Publ. 2015.05.26)

20. Mattheij P., Gliesche K., Feltin D. Tailored fiber placement-mechanical properties and applications. *Journal of Reinforced Plastics and Composites*. 1998. V. 17, Iss. 9. P. 774-786. DOI: 10.1177 / 073168449801700901

21. Grelin H. *Sposob izgotovleniya preformy* [Method for manufacturing a preform]. Patent RF, no. 2609168, 2017. (Publ. 30.01.2017, bull. no. 4)

22. Karimbaev T.D., Luppov A.A., Afanas'ev D.V. Carbon fiber (CFRP) fan blades for advanced engines. *Dvigatel*'. 2011. No. 6 (78). P. 4-9. (In Russ.)

23. Luong M.P. Infrared thermographic scanning of fatigue in metals. *Nuclear Engineering and Design*. V. 158, Iss. 2-3. P. 363-376. DOI: 10.1016/0029-5493(95)01043-H

24. Kratochvil J., Dillon O.W. Thermodynamics of elastic-plastic materials as a theory with internal state variables. *Journal of Applied Physics*. 1969. V. 40, Iss. 8. P. 3207-3218. DOI: 10.1063/1.1658167

25. Berezhnoy D.V., Sekaeva L.R. *Voprosy termodinamiki v mekhanike deformiruemogo tverdogo tela. Ch. II. Osnovy termodinamiki neobratimykh protsessov: uchebnoe posobie* [Issues of thermodynamics in mechanics of a deformable body. Part II. Fundamentals of thermodynamics of irreversible processes: tutorial]. Kazan: Kazan University Publ., 2012. 54 p.

26. Karama M. Determination of the fatigue limit of a carbon/epoxy composite using thermographic analysis. *Structural Control and Health Monitoring*. 2011. V. 18, Iss. 7. P. 781-789. DOI: 10.1002/stc.485

УДК 629.7.06

DOI: 10.18287/2541-7533-2019-18-4-76-86

# ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ПРОЕКТИРОВАНИЯ ПРОСТЫХ ЖГУТОВ БОРТОВОЙ КАБЕЛЬНОЙ СЕТИ ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА

© 2019

А. Н. Коптев	доктор технических наук, профессор, профессор кафедры эксплуатации авиационной техники; Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва;			
А. Ю. Мясников	начальник бригады «Бортовые кабельные сети»; Самарский филиал конструкторского бюро ПАО «Туполев»; lesha-myasnikoy@yandex.ru			

Раскрывается состав конструкторской документации на бортовую кабельную сеть летательного аппарата. В общем виде определена постановка задачи проектирования жгутов. Описаны основные этапы проектирования бортовых кабельных сетей летательных аппаратов на вербальном уровне, а также в виде логических схем алгоритмов и граф-схем алгоритмов. Приводятся некоторые теоретические аспекты проектирования бортовых кабельных сетей летательных аппаратов. Вводятся понятия топологического пространства, топологической структуры и непрерывного отображения конструкции жгута в конструкцию летательного аппарата. Проведённые геометрические исследования простого жгута бортовой кабельной сети привели к необходимости рассмотрения жгутов как геометрического комплекса в рамках комбинаторной топологии. Дан пример построения таблицы соединений простого жгута на бортовую систему ультракоротковолновой связи летательного аппарата. Подчеркиваются правила и требования к информативности таблицы соединений простого жгута на бортовую систему ильтракоротковолновой связи летательного аппарата. Подчеркиваются правила и требования к информативности таблицы соединений простого жгута на бортовую систему летательного аппарата. Упоминается о необходимости компоновки простых жгутов в сложный, состоящий из десятков или даже сотен простых жгутов, для облегчения процесса монтажа бортовой кабельной сети.

Летательный аппарат; бортовой комплекс оборудования; бортовая кабельная сеть; простой жгут; проектирование; топология.

<u>Шитирование</u>: Коптев А.Н., Мясников А.Ю. Теоретические основы проектирования простых жгутов бортовой кабельной сети летательного аппарата // Вестник Самарского университета. Аэрокосмическая техника, технологии и машиностроение. 2019. Т. 18, № 4. С. 76-86. DOI: 10.18287/2541-7533-2019-18-4-76-86

#### Введение

Успешное функциональное применение любого типа летательного аппарата (ЛА) в значительной степени зависит от работоспособности бортового комплекса оборудования (БКО). Стоимость БКО составляет от 50 до 75% стоимости изготовления ЛА [1], а отказ некоторых составляющих БКО на особо ответственных этапах и режимах лётной эксплуатации может привести к катастрофическим последствиям.

БКО ЛА состоит из множества бортовых систем (БС), разработчиком которых являются специализированные конструкторские бюро, проектирующие ЛА по заданию Главного конструктора (ГК). Бортовая кабельная сеть (БКС) ЛА задана для каждой БС с одной стороны в виде структурных схем, определяющих основные функциональные части (блоки), их назначение, а с другой – в виде схем соединений основных элементов (блоков), служащих для определения их взаимосвязи. Сама БС представляет собой множество блоков, установленных на ЛА в соответствии с требованиями разработчиков системы и ГК. Количество блоков для каждой системы различно и строго определяется разработчиком систем. Одной из задач внедрения систем в БКО на рассматриваемый тип ЛА является анализ и преобразование технической документации разработчиков БС в конструкторскую документацию ГК.

Одной из особо важных составляющих БКО ЛА являются распределённокоммутационные устройства (РКУ), представляющие собой распределительные коробки, щитки управления, панели автоматов защиты сети, и бортовая кабельная сеть, являющаяся составной частью токораспределительной информационной сети. БКС представляет собой совокупность устройств, передающих информационные и командные сигналы, а также электрическую энергию (питание) от системы генерирования к потребителям. БКС играет значительную роль в обеспечении надёжности функционирования всего БКО, решает жизненно важные задачи токораспределительной системы самолёта и отвечает за качество всех видов связей (энергетических, информационных, системотехнических) и их функционирование не только в нормальных условиях, но и в критических ситуациях. Штатная работа авиационного и радиоэлектронного оборудования напрямую зависит от качества БКС. Более того, статистика отказов авионики показывает, что 15-20% всех отказов приходится на покупные изделия (электронные блоки), а 80-85% – на всю бортовую электрическую сеть [2].

В настоящее время проектирование БКС полностью определяется опытом и знаниями конструктора, т.е. эвристическими решениями. В то же время часть конструкторских работ автоматизирована, например, создание спецификаций, ведомости покупных изделий и т.д.

### Общая постановка задачи проектирования

Проектирование БКС ЛА можно описать как итерационный процесс в рамках заданной иерархии его выполнения с использованием технической документации разработчиков бортовых систем. На её базе создаётся техническая система как логическая основа действия технического средства или мегакомплекса, в котором ключевую роль играют многочисленные простые соединения от одного адреса к другому [3].

Проектирование конструкторской документации (КД) для создания БКС базируется на реализации требований к разработке, определяемых отраслевыми стандартами (ОСТ), и связано следующими этапами:

1) этап создания схемы электрической принципиальной, создаваемой на основе схемы электрических соединений разработчика системы, в которой изображаются межблочные связи этой системы. Схема электрическая принципиальная дополняет эти межблочные связи питанием и управлением, а также, при необходимости, сопрягаемыми системами;

2) этап создания схемы электрических соединений, на которой изображают все блоки и РКУ БС, их входные и выходные элементы (электрические соединители в виде разъёмов, клеммовых колодок и т.д.) с информацией о конкретных местах размещения, а также соединения между этими элементами согласно схеме электрической принципиальной;

3) этап создания таблицы соединений, включающих в себя табличное описание простых жгутов (нескольких проводов, проходящих от устройства до устройства).

Логическая схема этого процесса представляет собой следующие этапы (рис. 1). В таблице соединений для каждого жгута, проходящего в конкретной зоне (отсеке) ЛА или в выбранной трассе, указывается его индивидуальный номер, информация о длине, типе провода, выбранного для каждого соединения, а также о районах расположения соединяемых устройств. Для каждой зоны фюзеляжа (или номера отсека, выбранного в соответствии с принятой на объекте разбивкой на зоны) существует своя таблица соединений, имеющая отличительный признак в виде конструктивной подгруппы.



Рис. 1. Логическая схема этапов проектирования КД на БКС

Схемная и монтажная части спроектированного простого жгута подлежат проверке на соответствие ОСТ и должны соответствовать критериям технологичности монтажа жгута на борту, сформулированным как стопроцентная завершённость по всем этапам его создания.

Решение перечисленных выше задач в настоящее время базируется на эвристических решениях, требующих большого опыта коллектива специалистов.

В то же время внедрение современной вычислительной техники требует формализации и алгоритмизации процессов проектирования.

### Теоретические основы проектирования простых жгутов

Вербальная постановка задачи проектирования БКС и их компонентов – жгутов электрических проводов (в дальнейшем – жгуты) представляет эту задачу в разомкнутой форме, т.е. представление задачи на обычном языке с его избыточностью и многозначностью.

Прагматика и семантика задачи проектирования требуют её представления в формализованном виде, в замкнутой форме.

В наиболее общем виде условие задачи проектирования жгутов может быть сформулировано следующим образом: построить простые жгуты G, удовлетворяющие множеству заданных ограничений K(x), в заданном пространстве X (задано топологическое пространство). В дальнейшем будут рассматриваться не только трёхмерные  $R^3$ ,

но и одномерные  $R^1$  (трасса плоскости) и двухмерные  $R^2$  пространства. Как правило, в заданных пространствах при решении конкретной задачи будут выделяться отдельные подпространства (A, B, ... или иное пространство M). Разрешёнными операциями над пространством X, в частности, является Канторовская классификация множеств и их изучение с точки зрения возможности приведения их во взаимно-однозначное соответствие отношения между точками множества (топологическая структура, непрерывные отображения).

С учётом ограничений K(x) уменьшим пространство X с целью улучшения таким образом представления задачи. Задано пространство X (множество монтажных точек  $x_1, x_2, ..., x_n$ ), в котором выделены два топологических подпространства A и B с множеством точек целых чисел  $A = \{1, 2, ..., n\}$  и  $B = \{1, 2, ..., n\}$ . С теоретикомножественной точки зрения  $A - B = B - A = \emptyset$ . Таким образом, заданные отношения между A и B равносильны тому, что  $A \subseteq B$  и  $B \subseteq A$ , т.е. A = B [4].

Однако такое представление простого жгута достаточно грубо и не даёт познания истинных топологических свойств жгута.

Построение топологической структуры, отражающей истинные свойства простого жгута, базируется на концепции непрерывности, в рамках которой рассматривается функция f(x) каждого провода. Числовая прямая  $R^1$  рассматривается как отдельный провод простого жгута и как пространство, наделённое топологической структурой.

Синтез простого жгута G рассматривается на основе понятия непрерывного отображения. Тогда простой жгут – направленное из топологического подпространства A в топологическое подпространство B непрерывное отображение f, которое удовлетворяет следующим двум условиям, характеризующим простой жгут и соответствующим основным структурным ограничениям на его построение:

– каждой монтажной точке x, которой с общих позиций числу  $a_i$  в пространстве A соответствует одна и только одна монтажная точка  $b_i$  в пространстве B:  $b_i = f(a_i)$ , с позиций топологии и теории поверхностей [5] – условие отображения;

– действительная функция в пространстве X f(x) или в монтажном пространстве A f(a) представляет собой отображение некоторого подпространства числовых прямых  $R^1$  в то же пространство  $R^1$ :

$$x \to f(x)$$
 или  $a \to f(a)$ . (1)

Если говорить о непрерывном отображении, то это можно сформулировать как преобразование точки x в точку f(x), что для рассматриваемых физических подпространств трансформируется в топологическое отображение.

Введённые выше классификация Кантора и понятия топологического пространства, топологической структуры и непрерывного отображения позволяют сделать заключение о гомеоморфности точечного отображения  $f: A \to B$ .

Тогда выполняются два условия, имеющих важное значение для проектирования простого жгута:

1. Отображения (1) представляют взаимно однозначные соответствия (A = B).

2. Соответствие f и обратное соответствие  $f^{-1}$  непрерывны (условие непрерывности).

Способ выбора соответствия для случая проектирования простого жгута при этом является единственным. Оно включает все соответствия, формирующие простой жгут, т.е. все соединения монтажных точек подпространств *A* и *B*.

Геометрическое исследование полученной фигуры жгута производится при топологических преобразованиях, которые требуют при решении задачи проектирования жгута *G* введения ряда понятий, таких как кривая линия, отражающая ряд его геометрических и физических параметров, и кривая поверхность.

С формальных позиций отображение f(a) в подпространствах A и B, пространства X или для рассматриваемого случая монтажного пространства M есть соединение монтажных точек P и Q этого пространства, которое в абстрактном преставлении есть отрезок на числовой оси, т.е. множество всех чисел, расположенных между двумя монтажными точками P и Q. Обозначим его через L (рис. 2).

Строгое представление этого отрезка в составе жгута есть его образ f(L) при непрерывном отображении f, которое представляет электрический проводник, т.е. криволинейный путь прохождения тока от точки  $a_i$  до точки  $b_i$ , связанный с конструкцией ЛА.

Благодаря непрерывности две точки отрезка L переходят в две близкие точки кривой f(L) (рис. 3). Эта кривая, полученная как образ отрезка L, относится к узкому классу кривых линий, называемых кривыми Жордана [6]. Это фигура, гомеоморфная электрическому проводнику.



Рис. 2. Отрезок L, соединяющий монтажные точки P и Q



При проектировании простого жгута процесс получения кривой линии и электрического проводника будет называться отображением f модели проводника – отрезка в монтажное пространство ЛА, ассоциированное с топологическим пространством. Объединение кривых в жгут и его представление в конструкции ЛА (трёхмерное пространство  $R^3$ ) требует решение задачи о вложении конструкции из одномерных кривых. Решение задачи в данный работе опирается на теорему, утверждающую, что конечная система (жгут проводов), состоящая из точек и связывающих их одномерных отрезков, сколь сложным строением она не обладала, всегда может быть вложена в пространство  $R^3$ , т.е. размещена без дополнительных пересечений отрезков [6]. Трансформация этой теоремы для вложения жгута в конструкцию ЛА потребовала введения двойных точек или, в случае крепления жгута к конструкции, понятий двойной точки и точек перегиба [5]. Это является необходимым условием для того, чтобы при проектировании жгута были учтены соответствующее число двойных точек, двойных касательных и точек перегиба. Это условие существенно связано с расстоянием точки множества подпространства А до подпространства В. Кроме того, необходимо учесть так называемые технологические припуски, которые формируются в рамках решения задачи о расстояниях. Поэтому, чтобы получить расстояния между подмножествами *А* и *B*, необходимо ввести метрическое пространство, в котором существует для любых двух точек  $x, y \in X$  определённое число  $d(x, y) \ge 0$ , в котором выполняются ряд свойств. Одним из свойств является свойство  $d(x, y) + d(y, z) \ge d(x, z)$  (неравенство треугольника). При этом вводится множество технологических параметров *T*, состоящих из всех положительных чисел, связанных с припусками на расстояние.

В рамках теории поверхностей решается задача топологических инвариантов и рассмотрение групп гомологий, которые создают общие условия проектирования простого жгута как геометрического комплекса.

Условия построения комплекса и, как следствие, простого жгута следующие:

1) если проводник  $x^1$  принадлежит комплексу C, то комплексу, как следствие, принадлежит каждый соседний проводник;

2) если проводники  $x_1^1$  и  $x_2^2$  или группа проводников  $x_k^i$  одновременно принадлежат комплексу C, то множество их общих пересечений (креплений) также являются симплексом, принадлежащим C.

Проводники в комплексе C формально объединены в жгут G, образующий электрические цепи по сложению

$$C(G) = \left(\sum m_k x_k^i\right),\tag{2}$$

где коэффициенты  $m_k$  – произвольно выбранные целые числа, обозначающие количество проводников в простом жгуте.

Формальная сумма – это лишь удобный вид записи. При этом сумма проводников определяется как сумма линейных форм.

В рамках точного формализма образ простого жгута характеризует собой состав отрезков  $I_i$ , полученных из принципиальной схемы той или иной БС, которые назовём образующими  $A = \bigcup A^{\alpha}$ , где  $A^{\alpha}$  – непересекающиеся отрезки жгута G. При решении задачи построения жгута G, связанного с монтажным пространством ЛА, необходимо построить множество S отображений  $s \colon A \to A$ , которое образует множество преобразований подобия S. При этом любое  $s \in S$  преобразует  $A^{\alpha}$  в себя при любом индексе класса образующих  $\alpha$  и множество S не влияет на связи.

Структурное объединение этих образующих выполняется по заданным правилам  $\mathcal{R}$  (система правил или ограничений), определяющим регулярную (соответствующую заданным требованиям) структуру жгута G. Множество образующих жгута G для БС, получаемых с помощью множества  $\mathcal{R}$ , будем обозначать через  $b(\mathcal{R})$ , которое будет характеризовать регулярность образа жгута G. Показатели связей каждой образующей задаются целыми числами, поставленными в соответствие индексу класса  $\alpha$  и взятыми из схемы электрических соединений БС для соответствующей клеммы разъёма или других соединителей.

Образующие  $\alpha_i$  жгута G со связями в двух подпространствах X, Y монтажного пространства M объединяются с помощью одного или нескольких соединений жгута с конструкцией ЛА. Это порождает ряд вершин  $x_i$  кратчайшего пути от x к y, где  $x \in X, y \in Y$ . Длина кратчайшего пути будет определяться с учётом точек крепления жгута по соотношению [7]

$$l(\mathbf{x}'_i) = c(\mathbf{x}'_i, \mathbf{x}_i) = l(\mathbf{x}_i).$$
(3)

При некоторой фиксированной клемме разъёма соединения с блоками БС в её цепи будут включаться вершины соединения с конструкцией  $x_i$ . При этом соотношение (3) будет выполняться для более чем одной вершины  $x_i$ , т.е. для всех электрических проводников простого жгута G, состоящего из множества  $b(\mathcal{R})$ , идентифицированного с помощью правила идентификации R [8]. С помощью этого правила будем различать в жгуте электрические проводники, образующие классы эквивалентности  $b(\mathcal{R})$ . Отдельные проводники, представляющие класс эквивалентности, будем называть изображениями I(c), а множество всех изображений, представляющих простой жгут, проидентифицированное по определённым правилам R, является его идеальной моделью:

$$T = \frac{\delta(\mathcal{R})}{R}.$$
 (4)

При этом используется простое правило идентификации, которое в рассматриваемом случае задаётся при помощи равенства между компонентами жгута.

Простой жгут из *т* является идеальным изображением. Получение реального жгута связано с различными видами деформации.

#### Получение таблицы соединений на простой жгут

Рассмотрим в качестве примера проектирование КД на БКС для конкретной БС, например, системы ультракоротковолновой (УКВ) связи из состава радиосвязного оборудования ЛА. Формальное представление последовательностей этапов проектирования является графом или граф-схемой алгоритма (рис. 4).



Рис. 4. Граф-схема алгоритма

Представление графа может быть определено в символьной форме. Обозначим получение исходных данных буквой D, а этапы проектирования как функциональные операторы  $A_1, A_2, A_3$ . Конечный оператор обозначим буквой S. В связи с тем, что проектирование БКС ЛА носит итерационный характер, не исключены возвраты к предшествующим этапам, их уточнение и корректировка. Эти итерации введём в качестве логических операторов  $P_1, P_2$ .

Если условие логического оператора  $P_1$  или  $P_2$  выполнено, то следующим выполняется оператор, в который ведёт дуга с символом I; если условие не выполнено, то переход происходит по дуге с символом 0. В качестве логического оператора  $P_1$  примем соответствие выполненных соединений в схеме электрической соединений по отношению к схеме электрической принципиальной. В качестве логического оператора  $P_2$  примем соответствие выполненной таблицы соединений по отношению к схеме электрических соединений.

Вместо граф-схем, требующих изображения в виде картинки, можно использовать более компактную форму записи, если записывать операторы в порядке их выполнения [9]. Если условие выполнено, то следующим выполняемым оператором будет оператор, записанный справа от  $P_i$ . Если условие не выполнено, то начинает выполняться оператор, к которому идёт стрелка от оператора  $P_i$ . Возможна и более компактная запись. Если условие не выполнено, то после оператора ставится стрелка вверх, над которой пишется номер этого оператора, а перед оператором, к которому должна была идти эта стрелка, ставится стрелка концом вниз, отмеченная тем же номером:

$$D \downarrow_1 A_1 \downarrow_2 A_2 P_1 \uparrow^1 A_3 P_2 \uparrow^2 S.$$
(5)

Подобный способ записи алгоритмов управления имеет название логических схем алгоритмов (ЛСА). Отсутствие достаточно эффективных инженерных методов синтеза и минимизации логических схем, учитывающих специфические возможности, представляемые той или иной функционально полной системой и характерными особенностями логических элементов различных типов, приводит к следующему. Проектировщик, обладающий определёнными навыками, знаниями и инженерной интуицией, сталкивается с внушительными количествами ограничений и запретов и в связи с этим получает не минимальные, а в определённой степени минимизированные логические схемы, т.е. некие абстрактные модели, описывающие функционирование системы.

Поскольку рассматриваемая БС, а именно УКВ радиосвязь, имеет простейшую логику включения, защиту от коротких замыканий и управление, то наличие реальных логических элементов ограничивается контакторами включения приёмопередатчика к питающему напряжению и дублирование этого питания для обеспечения повышенной надёжности питающих цепей. Таким образом, переход от ЛСА к логической схеме, а впоследствии к принципиальной схеме, не вызывает затруднений.

По результатам выполненного алгоритма преобразований в перечисленных этапах проектирования получены простые жгуты, описанные в таблице соединений (рис. 5).

Таблица соединений включает в себя описание простых жгутов (одного или нескольких проводов, проходящих от устройства до устройства), удовлетворяющих требованиям электромагнитной совместимости [10]. Для каждой зоны фюзеляжа (или номера отсека, выбранного в соответствии с принятой на объекте разбивкой на зоны) существует своя таблица соединений, имеющая отличительный признак в виде конструктивной подгруппы. При этом номер жгута определяет принадлежность жгута к схеме, отсеку объекта и порядковый номер жгута в данной схеме.

Данные провода		Номер	Om	куда идет		Куда поступает				
Марка	сече- ние мм <sup>2</sup>	длина М	обознач. провода	устройство	элемент заделка	кон- такг	устройство 1	элемент заделка	кон- такг	Приме- 1 чание
				Жгут	0529-320-01	N	асса прово	да 1,264 кг		
БПДО	0,5	15,0	F29A4	Блок ЛРП-1Ф	СНЦ23-10/	3	Блок	СНЦ23-32/	11	
БИФЭЗ-Н	0,5	15,0	F29A7	Nº1	18P-6-B	7	КРБЗА	27P-6-B	6	
2x0,35			F29A8	4 шп.		8	№1 21 шп		7	
БИФЭЗ-Н		15,0	F29A5	лев. оорт		1	пр. борт		6	
2x0,35			F29A5			2			9	
БПДО	0,5	15,0	F29A9			4			30	
БПДО	0,5	15,0	F29A10			6			29	
БПДО	0,5	1,5	FM29A			5	Корпус	2-1*		

Рис. 5. Таблица соединений простого жгута

В таблице соединений для каждого жгута, проходящего в конкретной зоне (отсеке) или в выбранной трассе, указывается его индивидуальный номер, информация о длине, сечении, о типе (марке) провода, выбранного и рассчитанного для каждого соединения по падению напряжения (так как с увеличением длины электрического провода увеличивается его сопротивление), а также о районах расположения соединяемых устройств. Однако задание точной длины для каждого проводника с учётом технологических припусков на длину невозможно без определения пути прохождения этого проводника, т.е. пути обхода им запретных зон и огибания конструктивных элементов конструкции ЛА. Этот путь называют трассой жгутов или базовыми линиями прокладки жгутов. Как правило, для определения трассы жгутов выпускается КД в виде монтажно-трассовых схем или электронной трёхмерной модели жгутов. Впоследствии длина каждого провода в таблице соединений может быть дополнительна уточнена на последующих этапах в процессе разработки КД на БКС ЛА

#### Заключение

На основе теоретических положений проектирования компонентов простых жгутов – электрических проводников – с использованием кривых линий f(L) как образа отдельных отрезков, соединяющих две точки в заданном топологическом пространстве (монтажное пространство ЛА), и с использованием понятия отрезка и узкого класса кривых линий (кривых Жордана) [6] сформулировано понятие образа простого жгута – его математической модели. Однако теория и практика проектирования простых жгутов отвечает лишь на часть вопросов теоретической и практической составляющей проектирования БКС, поскольку при установке (монтаже) БКС ЛА простые жгуты одной БС объединяются с десятками и сотнями простых жгутов различных БС БКО, образуя так называемые сложные жгуты. Компоновка сложных жгутов является отдельной, сложной и актуальной задачей для оптимизации проектирования, конструирования и производства БКС ЛА.

### Библиографический список

1. Кербер Л.Л. Компоновка оборудования на самолётах. М.: Машиностроение, 1976. 304 с.

2. Коптев А.Н., Миненков А.А., Марьин Б.Н., Иванов Ю.Л. Монтаж, контроль и испытания электротехнического оборудования ЛА. М.: Машиностроение, 1998. 295 с.

3. Дитрих Я. Проектирование и конструирование: Системный подход. М.: Мир, 1981. 456 с.

4. Столл Р. Множества. Логика. Аксиоматические теории. М.: Просвещение, 1968. 231 с.

5. Прасолов В.В. Элементы комбинаторной и дифференциальной топологии. М.: МЦНМО, 2004. 352 с.

6. Комацу М. Многообразие геометрий. М.: Знание, 1981. 208 с.

7. Кристофидес Н. Теория графов. Алгоритмический подход. М.: Мир, 1978. 432 с.

8. Гренандер У. Лекции по теории образов. Синтез образов. Т. 1. М.: Мир, 1979. 384 с.

9. Захаров В.Н., Поспелов Д.А., Хазацкий В.Е. Системы управления. Задание. Проектирование. Реализация. М.: Энергия, 1977. 424 с.

10. ОСТ 1 00406-80. Совместимость электромагнитная комплексов радиоэлектронного оборудования самолётов и вертолётов. Общие требования. М.: Стандартинформ, 1982. 11 с.

# DEVELOPMENT OF ORDINARY HARNESS FOR AIRCRAFT ONBOARD CABLE NETWORKS

© 2019

A. N. Koptev	Doctor of Science (Engineering), Professor, Professor of Aircraft Maintenance Department; Samara National Research University, Samara, Russian Federation; <u>eat@ssau.ru</u>			
A. Yu. Myasnikov	Head of Team "Onboard Cable Networks"; Samara Branch of Design Office of JSC "Tupolev", Samara, Russian Federation; lesha-mvasnikov@vandex.ru			

The article is devoted to one of the most important components of the onboard complex of aircraft equipment - the onboard cable network. The contents of the design documentation for the aircraft onboard cable network are disclosed. The statement of the problem of designing harnesses is defined in general terms. The main stages of designing aircraft onboard cable networks are described on the verbal level, as well as in the form of logical algorithms and graph-algorithms. Some theoretical aspects of designing aircraft onboard cable networks are presented. The concepts of topological space, topological structure, and continuous mapping of the harness structure into the aircraft structure are introduced. Geometric research of an ordinary cable harness of the onboard cable network led to the need to consider the harnesses as a geometric complex in the framework of combinatorial topology. An example of compiling a table of connections of ordinary harnesses for the aircraft onboard system of ultra-short wave communication is given. The rules and requirements for the information content of the table of connections of an ordinary harnesses into a complex one consisting of tens or even hundreds of ordinary harnesses to simplify the process of installation of the onboard cable network in the aircraft.

Aircraft; onboard equipment set; aircraft cable networks; ordinary harness; development; topology.

<sup>&</sup>lt;u>Citation:</u> Koptev A.N., Myasnikov A.Yu. Development of ordinary harness for aircraft onboard cable networks. *Vestnik* of Samara University. Aerospace and Mechanical Engineering. 2019. V. 18, no. 4. P. 76-86. DOI: 10.18287/2541-7533-2019-18-4-76-86

# References

1. Kerber L.L. *Komponovka oborudovaniya na samoletakh* [Arrangement of equipment on airplanes]. Moscow: Mashinostroenie Publ., 1976. 304 p.

2. Koptev A.N., Minenkov A.A., Mar'in B.N., Ivanov Yu.L. *Montazh, kontrol' i ispytaniya elektrotekhnicheskogo oborudovaniya LA* [Assembly, monitoring and testing of aircraft electrical equipment]. Moscow: Mashinostroenie Publ., 1998. 295 p.

3. Dietrych Ja. System i konstrukcja. Warszawa: Wydawnictwa Naukowo-Techniezne, 1978. 456 p.

4. Stoll R.R. Sets, logic, and axiomatic theories. San Francisco: W.H. Freeman & Co Ltd, 1975. 233 p.

5. Prasolov V.V. *Elementy kombinatornoy i differentsial'noy topologii* [Elements of combinatorial and differential topology]. Moscow: MTsNMO Publ., 2004. 352 p.

6. Komatsu M. *Mnogoobrazie geometriy* [Geometry manifold]. Moscow: Znanie Publ., 1981. 208 p.

7. Christofides N. Graph Theory: An Algorithmic Approach. New-York: Academic Press, 1975. 415 p.

8. Grenander U. Pattern synthesis. Lecture in Pattern Theory. V. 1. New-York: Springer-Verlag, 1976. 517 p.

9. Zakharov V.N., Pospelov D.A., Khazatskiy V.E. *Sistemy upravleniya. Zadanie. Proektirovanie. Realizatsiya* [Control systems. Assignment. Design. Implementation]. Moscow: Energiya Publ., 1977. 424 p.

10. OST 1 00406-80. Electromagnetic compatibility of avionics systems of fixed- and rotor-wing aircraft. General requirements. Moscow: Standartinform Publ., 1982. 11 p. (In Russ.)

УДК 621.452.33 + 629.735.45

DOI: 10.18287/2541-7533-2019-18-4-87-95

# ИМИТАЦИОННАЯ МОДЕЛЬ КОЛЕБАНИЙ ПАРЫ «СОЛНЕЧНАЯ ШЕСТЕРНЯ – САТЕЛЛИТЫ» ПЛАНЕТАРНОГО РЕДУКТОРА ТУРБОВИНТОВОГО ДВИГАТЕЛЯ ПРИ НАЛИЧИИ ДЕФЕКТОВ БОКОВЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ ЗУБЬЕВ

© 2019

А. Н. Крючков	доктор технических наук, профессор, профессор кафедры автоматических систем энергетических установок; Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва; <u>kan@ssau.ru</u>
С. М. Плотников	аспирант кафедры автоматических систем энергетических установок; Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва; <u>s_plotnikov@hotmail.com</u>
Е. В. Сундуков	кандидат технических наук, начальник комплексной научно- исследовательской лаборатории; ПАО «Кузнецов», г. Самара; <u>motor@kuznetsov-motors.ru</u>
А. Е. Сундуков	кандидат технических наук, директор; ООО «Турбина СК», г. Самара; sunduckov@mail.ru

Дефекты планетарных редукторов турбовинтовых двигателей часто являются источниками возбуждения высокочастотных колебаний, вызывающих поломки элементов конструкции компрессоров. Вибрационное состояние данных редукторов представляет собой широкополосный процесс с наличием большого количества составляющих колебаний, что существенно усложняет поиск информативных диагностических признаков дефектов. Для упрощения процедуры идентификации вибрации, вызванной дефектами зубчатых зацеплений, предложена имитационная модель вибрационного состояния узла дифференциального редуктора турбовинтового двигателя. Модель учитывает кинематику и конструкцию редуктора, определяет структуру его вибрационного состояния при наличии дефектов на боковых поверхностях зубьев. На примере часто встречающегося дефекта в виде износа зубьев пары шестерня - сателлиты» показана адекватность «солнечная модели фактическому вибрационному состоянию механизма.

*Турбовинтовой двигатель; планетарный редуктор; дефекты боковых поверхностей зубьев; вибродиагностика; имитационная модель.* 

#### Введение

Виброакустическая диагностика является одним из методов выявления дефектов машин на ранних стадиях их развития. Наиболее сложным и трудоёмким является выбор диагностических признаков, обеспечивающих успешное решение диагностической задачи. В большинстве случаев выбор таких признаков ведётся на основе анализа вибрации машин в дефектном и бездефектном состояниях. Такой подход требует значительных временных и материальных затрат на разработку соответствующих методик вибродиагностики.

Применение различного рода моделей позволяет на основе использования математических методов их анализа существенно сократить указанные затраты. В качестве

<sup>&</sup>lt;u>Шитирование</u>: Крючков А.Н., Плотников С.М., Сундуков Е.В., Сундуков А.Е. Имитационная модель колебаний пары «солнечная шестерня – сателлиты» планетарного редуктора турбовинтового двигателя при наличии дефектов боковых поверхностей зубьев // Вестник Самарского университета. Аэрокосмическая техника, технологии и машиностроение. 2019. Т. 18, № 4. С. 87-95. DOI: 10.18287/2541-7533-2019-18-4-87-95

диагностических моделей рассматриваются динамические, феноменологические, логические, функциональные, структурные, регрессионные и др. [1]. Выбор вида модели определяется особенностями объекта исследования, решаемой задачей, частотной областью и другими факторами.

## Постановка задачи и метод решения

Для авиационных редукторов планетарного типа одним из основных дефектов является износ боковых поверхностей зубчатых колес [2]. Главная опасность данного дефекта заключается в генерации вибрации, возбуждающей резонансные колебания элементов конструкции компрессора при появлении износа [3-5]. Для эффективного решения проблемы вибродиагностики этого дефекта необходимо обосновать выбор соответствующей математической модели. Большинство известных моделей решают задачи динамического нагружения зубчатой пары и оценки собственных частот колебаний. Модели, направленные на оценку вибрационного состояния узла, представлены в меньшей степени и, прежде всего, это касается планетарных редукторов. Это связано с конструктивной сложностью таких редукторов и несовпадением частот вибрации в источнике возбуждения с частотами, регистрируемыми вибродатчиками на картере редуктора [1].

Авиационный редуктор планетарного типа имеет сложную кинематику и взаимодействие отдельных элементов. Это приводит к генерации полигармонических рядов колебаний от нескольких источников. При этом, как правило, присутствуют параметрические и нелинейные колебания, приводящие к генерации субгармонических и комбинационных компонентов, составляющих, вызванных амплитудной и частотной модуляциями. Широкий частотный диапазон вибрации, генерируемый такими сложными механизмами, различие физических моделей и методов их математического описания дало основание для его разбиения на несколько частотных поддиапазонов [1;6]:

- низких частот (0 300 Гц);
- средних частот (300 2000 Гц);
- высоких частот (2 20 кГц);
- сверхвысоких частот (20 200 кГц).

Это связано с тем, что в каждом частотном поддиапазоне имеются свои возмущающие силы, своя физическая модель и соответствующая ей диагностическая модель [1].

Рассматриваемый в работе дефект, связанный с нарушением геометрии кинематической пары, относится к среднему частотному поддиапазону. Здесь колебания имеют вид квазигармонических процессов с наличием параметрических и нелинейных взаимодействий. В работе [1] отмечается, что динамическая модель в виде системы дифференциальных уравнений позволяет количественно связать дефекты зубчатых механизмов с изменением свойств виброакустических процессов в области низких частот до 300 Гц. Дефекты среднего частотного диапазона (дефекты контактирующих поверхностей) имеют слабую виброактивность. В этом случае наиболее целесообразным является построение имитационной диагностической модели.

## Имитационная диагностическая модель

Рассмотрим структуру имитационной модели при наличии износа боковых поверхностей зубьев пары «солнечная шестерня – сателлиты» на примере дифференциального редуктора двигателя НК-12 (рис. 1).



Рис. 1. Кинематическая схема дифференциального редуктора двигателя НК-12

Наибольший износ в авиационных планетарных редукторах происходит в паре «солнечная шестерня – сателлиты». Это связано, прежде всего, с высокой частотой вращения колёс пары и, соответственно, относительно высокой скоростью взаимного проскальзывания боковых поверхностей зубьев. Износ зубьев в этой паре приводит к росту бокового зазора, изменению жёсткости зацепления, ударному вхождению зубьев в зацепление, увеличению погрешности основного шага, росту кинематической погрешности. Отмеченные явления вызывают:

1. Рост интенсивности ряда составляющих с шагом  $f_p$  (частота вращения солнечной шестерни в абсолютном движении) – первый ряд модели ( $\omega_p$ ).

2. Увеличение интенсивности зубцовых гармоник (частота первой гармоники ряда равна частоте пересопряжения зубьев солнечной шестерни и сателлитов) – второй ряд модели ( $\omega_z$ ).

3. Появление ряда колебаний, вызванных дефектом зубчатого зацепления, первая составляющая которого имеет вид

$$x_1(t) = A_{\partial} \sin(\varphi_1 + \omega_{\partial} t), \qquad (1)$$

где  $A_{\partial}$  – амплитуда составляющей на частоте попадания дефекта в зону зацепления – третьего ряда модели ( $\omega_{\partial}$ );  $\varphi_1$  – начальная фаза;  $\omega_{\partial} = 2\pi f_p^* z_c$ ,  $f_p^*$  – частота вращения солнечной шестерни в приведённом движении;  $z_c$  – число сателлитов (в рассматривае-мом случае  $z_c = 3$ ).

4. Появление модулирующих составляющих спектра вибрации (амплитудных и частотных).

5. Рост интенсивности вибрационного шума в районе зубцовых составляющих.

Отдельные составляющие представляют собой квазигармонические колебания. Следуя подходам, предложенным в [1], результирующий вибрационный процесс можно представить в виде:

$$x(t) = \sum_{i} A_{i}(t) \sin\left[i\omega_{p}t + \varphi_{i}(t)\right] + \sum_{i} A_{z_{i}}(t) \sin\left[lz_{i}\omega_{z} + \varphi_{i}(t)\right] +$$
$$+ \sum_{k} A_{k}(t) \sin\left[k\omega_{o}t + \varphi_{k}(t)\right] + \left[1 + \sum_{q} m_{q} \sin\left(q\Omega t\right)\right] \times$$
(2)
$$\times \left\{A_{x} \sin\left(k\omega_{x}\right)\left[t + \sum_{j} v_{j} \sin\left(j\Omega t\right)\right]\right\} + \omega_{u}(t).$$

Здесь  $A_i$  – амплитуда *i*-й роторной гармоники;  $\omega_p = 2\pi f_p$ ;  $\varphi_i, \varphi_k$  – начальные фазы;  $A_z$  – амплитуда зубцовой гармоники;  $m_q$  – глубина амплитудной модуляции (AM) составляющих узкополосного процесса частотой  $q\Omega$ ;  $\Omega$  – круговая частота модулирующей составляющей (частота попадания дефекта в зону контакта, частота субгармонической или комбинационной составляющих и др.);  $A_x$  – амплитуда характерного узкополосного процесса (зубцовой составляющей, резонансной частоты узла или корпуса редуктора, узкополосной шумовой компоненты и др.);  $\omega_x$  – средняя частота узкополосного процесса;  $v_j$  – индекс частотной модуляции (ЧМ);  $\omega_u$  – шумовая составляющая.

Таким образом, при появлении дефекта на боковых поверхностях зубьев пары «солнечная шестерня – сателлиты» модель (1) отражает генерацию трёх квазигармонических рядов, в том числе ряда, вызванного появлением дефекта, возбуждение модуляционных составляющих, вибрационного шума около зубцовых гармоник. При этом через число сателлитов учитывается кинематика и конструкция редуктора.

Адекватность модели вибрационному состоянию механизма оценивалась на примере износа зубьев данной пары дифференциального редуктора 15 турбовинтовых двигателей НК-12МП, пришедших в ремонт. Методика измерений и обработки данных изложена в [7].

При исследовании рассматривались следующие варианты износа:

– текущий полный (износ «*a*») – максимальный износ зубьев центральной внутренней шестерни относительно исходной эвольвенты;

– текущий суммарный (износ «*b*») – сумма максимальных износов зубьев центральной внутренней шестерни и сателлитов относительно эвольвенты после последнего ремонта.

Вибрационное состояние редуктора оценивалось по вибродатчику вертикального направления, установленного на передней опоре двигателя на режиме его работы – максимальный.

Приведём данные по первому ряду модели (k – аналог кепстра), представленные соответствующими результатами при обработке спектра от спектра на рис. 2. Уравнение линейной аппроксимации имеет вид y = 17,33x - 0,158; коэффициент корреляции r = 0,75 (износ «*a*»).

Приведём данные по второму ряду модели  $n_z$  на рис. 3 для *n*-мерного вектора от зубцовых гармоник пересопряжения зубьев солнечной шестерни и сателлитов по трём составляющим. Уравнение линейной аппроксимации имеет вид y = 1098x - 11,1; коэффициент корреляции r = 0,73 (износ «*a*»).

Интенсивность *п*-мерного вектора определялась по соотношению

$$d_{n} = \left(\sum_{i=1}^{n} A_{i}^{2}\right)^{1/2},$$
(3)

где  $A_i$  – интенсивность *i*-й составляющей.



Рис. 2. Зависимость интенсивности гармоники на частоте f<sub>p</sub> от величины текущего полного износа «а»



Приведём данные по третьему ряду модели ( $z_c$ ) на рис. 4 для *n*-мерного вектора от гармоники  $3f_p^*$  ( $n_3$  – первая составляющая ряда при наличии трёх сателлитов), вызванной появлением дефекта, по 12 составляющим (по всему ряду с шагом  $3f_p^*$  до зубцовой гармоники). Уравнение линейной аппроксимации имеет вид y = 1445x - 9,268; коэффициент корреляции r = 0,75 (износ «*a*»).



Рассмотрим модуляционные составляющие модели на рис. 5, где представлены данные по глубине AM  $(m_q)$ . Уравнение линейной аппроксимации имеет вид y = 2,516x + 0,065, коэффициент корреляции r = 0,73 (износ «*a*»). Данная модуляционная составляющая может иметь два источника. В первом случае она определяется как половинная от частоты, определяемой как разность между частотой вращения солнечной шестерни в приведённом движении и частотой вращения сателлитов. Во втором случае эта частота равна частоте совпадения зубьев  $(f_{c_3})$  [8], с которой определённый зуб одного зубчатого колеса встречается с определённым зубом другого колеса [8].

Величина  $f_{c_3}$  определяется по соотношению

$$f_{c3} = \frac{f_{z1}M_{\text{max}}}{Z_1 Z_2},$$
 (4)

где  $f_{z1}$  – частота первой зубцовой гармоники;  $M_{max}$  – наибольший общий множитель в количестве зубьев зубчатых колёс.



На рис. 6 представлены соответствующие данные для индекса ЧМ ( $v_j$ ) на частоте 15,8 Гц. Уравнение линейной аппроксимации имеет вид y = 2,445x + 0,067; коэффициент корреляции r = 0,68 (износ «*b*»).



Рис. 6. Зависимость индекса ЧМ  $(v_i)$  от величины текущего суммарного износа «b»

Шумовая составляющая модели ( $\omega_{u}$ ) на рис. 7 представлена данными, показывающими изменение её интенсивности при износе зубьев дифференциального редуктора в рассматриваемой паре. Видно, что интенсивность шума в районе зубцовой гармоники  $A_{z1}$  для двигателя с износом (рис. 7, *a*) в восемь раз выше интенсивности шума для двигателя, прошедшего ремонт (рис. 7, *б*).

Полученные данные показывают соответствие структуры модели фактическому вибрационному состоянию дифференциального редуктора при наличии дефектов на боковых поверхностях зубьев.



Рис. 7. Фрагменты автоспектра вибрации: а – двигатель с износом шестерён редуктора; б – двигатель после ремонта

#### Заключение

Предложенная имитационная модель колебаний пары «солнечная шестерня – сателлиты» планетарного редуктора газотурбинного двигателя при наличии дефектов на боковой поверхности зубьев учитывает кинематику и конструкцию редуктора, позволяет оценить соответствующие изменения структуры вибрационного процесса узла механизма и выбрать соответствующие диагностические признаки.

Адекватность модели реальному вибрационному состоянию редуктора подтверждена полученными экспериментальными данными. Использование модели позволит упростить процедуру выявления диагностических признаков дефектов на боковых поверхностях зубьев планетарных редукторов.

#### Библиографический список

1. Генкин М.Д., Соколова А.Г. Виброакустическая диагностика машин и механизмов. М.: Машиностроение, 1987. 283 с.

2. Авиационные зубчатые передачи и редукторы: справочник / под ред. Э.Б. Вулгакова. М.: Машиностроение, 1981. 374 с.

3. Елисеев Ю.С., Крымов В.В., Нежурин И.П., Новиков В.С., Рыжов Н.М. Производство зубчатых колёс газотурбинных двигателей. М.: Высшая школа, 2001. 493 с.

4. Чуйко В.М. А.Г. Ивченко – стратег, организатор, учёный, конструктор // Конверсия в машиностроении. 2004. № 4. С. 103-106.

5. Курушин М.И., Балякин В.Б., Курушин А.М. Экспериментальные исследования причин возбуждения колебаний элементов турбовинтового двигателя с дифференциальным редуктором // Известия Самарского научного центра РАН. 2014. Т. 16, № 4. С. 132-136.

6. Вибрация энергетических машин: справочное пособие / под ред. Н.В. Григорьева. Л.: Машиностроение. 1974. 464 с.

7. Авраменко А.А., Крючков А.Н., Плотников С.М., Сундуков Е.В., Сундуков А.Е. Совершенствование методов вибродиагностики износа зубьев шестерён дифференциального редуктора турбовинтового двигателя // Вестник Самарского университета. Аэрокосмическая техника, технологии и машиностроение. 2018. Т. 17, № 3. С. 16-26. DOI: 10.18287/2541-7533-2018-17-3-16-26

8. Костюков В.Н., Науменко А.П., Бойченко С.Н., Тарасов Е.В. Основы виброакустической диагностики машинного оборудования: учеб. пособие. Омск: НТЦ «Динамика», 2007. 286 с.

## SIMULATION MODEL OF OSCILLATIONS OF THE "SUN GEAR – SATELLITES" PAIR OF TURBOPROP ENGINE PLANETARY REDUCTION GEARBOX IN THE PRESENCE OF DEFECTS OF TOOTH FLANKS

© 2019

A. N. Kryuchkov	Doctor of Science (Engineering), Professor, Department of Automatic Systems of Power Plants; Samara National Research University, Samara, Russian Federation; <u>kan@ssau.ru</u>
S. M. Plotnikov	Graduate Student, Department of Automatic System of Power Plants; Samara National Research University, Samara, Russian Federation; s_plotnikov@hotmail.com
E. V. Sundukov	Candidate of Science (Engineering), Head of the Integrated Research Laboratory; JSC Kuznetsov, Samara, Russian Federation; <u>motor@kuznetsov-motors.ru</u>
A. E. Sundukov	Candidate of Science (Engineering), Director; Turbine-SK LLC, Samara, Russian Federation; <u>sunduckov@mail.ru</u>

Defects of planetary reduction gearboxes of turboprop engines often cause excitation of high-frequency oscillations that bring about failures of compressor structural elements. The vibration behavior of these reduction grarboxes is a broadband process with the presence of a large quantity of vibration components, which significantly complicates the search for informative diagnostic indicators of defects. In order to simplify the procedure of identifying the vibrations caused by defects of toothed gearing a simulation model of the vibration behavior of a turboprop engine differential gear unit is proposed. The model takes into account kinematics and design of the gearbox, determines the structure of its vibration behavior in the presence of defects on the tooth flanks. Using the example of a commonly occurring defect in the form of wear of the teeth of the "solar gear – satellites" pair the adequacy of the model to the actual vibration behavior of the mechanism is shown.

*Turboprop engine; planetary reduction gearbox; tooth flank defects; vibration diagnostics; simulation model.* 

<sup>&</sup>lt;u>Citation:</u> Kryuchkov A.N., Plotnikov S.M., Sundukov E.V., Sundukov A.E. Simulation model of oscillations of the "sun gear – satellites" pair of turboprop engine planetary reduction gearbox in the presence of defects of tooth flanks. *Vestnik of Samara University. Aerospace and Mechanical Engineering.* 2019. V. 18, no. 4. P. 87-95. DOI: 10.18287/2541-7533-2019-18-4-87-95

### References

1. Genkin M.D., Sokolova A.G. *Vibroakusticheskaya diagnostika mashin i mekhanizmov* [Vibroacoustic diagnostics of machines and mechanisms]. Moscow: Mashinostroenie Publ., 1987. 283 p.

2. Aviatsionnye zubchatye peredachi i reduktory: spravochnik / pod red. E.B. Vulgakova [Aviation gears and reducers / edited by E.B Vulgakov]. Moscow: Mashinostroenie Publ., 1981. 374 p.

3. Eliseev Yu.S., Krymov V.V., Nezhurin I.P., Novikov V.S., Ryzhov N.M. *Proizvod-stvo zubchatykh koles gazoturbinnykh dvigateley* [Production of gear wheels for gas turbine engines]. Moscow: Vysshaya Shkola Publ., 2001. 493 p.

4. Chuyko V.M. A.G. Ivchenko – strategist, organizer, scientist, designer. *Conversion in Mechanical Engineering*. 2004. No. 4. P. 103-106. (In Russ.)

5. Kurushin M.I., Balyakin V.B., Kurushin A.M. Experimental investigation of the courses of vibration excitation of elements of gas turbine engines with a differential reduction gearbox. *Izvestiya Samarskogo Nauchnogo Tsentra RAN*. 2014. V. 16, no. 4. P. 132-136. (In Russ.)

6. *Vibratsiya energeticheskikh mashin: spravochnoe posobie / pod red. N.V. Grigor'eva* [Vibration of energy-converting machinery: reference book / ed. by N.V. Grigorev]. Lenin-grad: Mashinostroenie Publ., 1974. 464 p.

7. Avramenko A.A., Kryuchkov A.N., Plotnikov S.M., Sundukov E.V., Sundukov A.E. Refining methods of vibration diagnostics of wear of turbo-prop engine differential speed reduction unit gear teeth. *Vestnik of Samara University. Aerospace and Mechanical Engineering*. 2018. V. 17, no. 3. P. 16-26. DOI: 10.18287/2541-7533-2018-17-3-16-26. (In Russ.)

8. Kostyukov V.N., Naumenko A.P., Boychenko S.N., Tarasov E.V. *Osnovy vibroakusticheskoy diagnostiki mashinnogo oborudovaniya: uch. posobie* [Fundamentals of vibroacoustic diagnostics of machinery. Study guide]. Omsk: NTTs «Dinamika» Publ., 2007. 286 p. УДК 621.438 + 629.735

DOI: 10.18287/2541-7533-2019-18-4-96-105

# ОСОБЕННОСТИ ФОРМИРОВАНИЯ ЗАВЕСНОГО ОХЛАЖДЕНИЯ НА СПИНКЕ И КОРЫТЦЕ ТУРБИННОЙ ЛОПАТКИ ПРИ ИСПОЛЬЗОВАНИИ V-ОБРАЗНЫХ ВЫЕМОК

© 2019

В. В. Лебедев	кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры «Авиационные двигатели»; Рыбинский государственный авиационный технический университет имени П.А. Соловьёва; <u>lebedevvlad2000@mail.ru</u>
О.В.Лебедев	аспирант кафедры «Авиационные двигатели»; Рыбинский государственный авиационный технический университет имени П.А. Соловьёва; lebedevov2000@mail.ru
А. Е. Ремизов	доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой «Авиационные двигатели»; Рыбинский государственный авиационный технический университет имени П.А. Соловьёва; <u>ad@rsatu.ru</u>

Наряду с развитием способов интенсификации конвективного теплообмена внутри лопатки актуальной остаётся разработка методов локального повышения эффективности плёночного охлаждения её поверхности. Завесная пелена на поверхности лопатки формируется в условиях большой кривизны профиля, низкой начальной скорости газового потока в окрестности передней кромки с последующим резким его ускорением. Приведены данные об особенностях формирования завесной пелены на спинке и корытце турбинной лопатки в окрестности передней кромки. Экспериментальные распределения температур на адиабатной стенке получены с использованием тепловизора FLIR-E64501. Выявлено, что условия формирования завесной пелены на спинке лопатки более благоприятны, чем на корытце. Это проявляется в том, что оптимальные параметры вдува на спинке лопатки значительно меньше, чем на корытце. В качестве мероприятия для локального увеличения эффективности плёночного охлаждения предложены V-образные выемки, располагающиеся на стенке непосредственно за отверстиями для вдува. Выполнено сравнение эффективностей завесного охлаждения при формировании завесной пелены без использования и с использованием за отверстиями для вдува V-образных выемок. Получено локальное повышение эффективности и равномерности распределения плёночного охлаждения при использовании за рядом отверстий И-образных выемок.

Турбинная лопатка; спинка; корытце; V-образные выемки; параметр вдува; эффективность завесного охлаждения.

<u>Шитрование</u>: Лебедев В.В., Лебедев О.В., Ремизов А.Е. Особенности формирования завесного охлаждения на спинке и корытце турбинной лопатки при использовании V-образных выемок // Вестник Самарского университета. Аэрокосмическая техника, технологии и машиностроение. 2019. Т. 18, № 4. С. 96-105. DOI: 10.18287/2541-7533-2019-18-4-96-105

#### Введение

Организация завесного (плёночного) охлаждения в окрестности передних кромок, спинки и корытца сопловых лопаток сталкивается с проблемами, связанными с большой кривизной профиля лопатки, низкой начальной скоростью газового потока в окрестности передней кромки с последующим резким его ускорением, неоптимальными углами, образуемыми векторами скоростей вдуваемого холодного воздуха и горячего газового потока [1]. Кроме того, дискретные холодные струи при вдуве их в сносящий горячий поток отрываются от стенки. Из-за разрежения под струёй на образующуюся в сечении струи вихревую пару накручиваются вихри, осуществляющие подсос к стенке горячего газа [2]. Существующие проблемы решаются увеличением расхода охладителя и совершенствованием систем плёночного охлаждения. Конструктивные решения, призванные нивелировать негативные эффекты от перечисленных факторов, систематизированы в [3].

Известны методы интенсификации теплообмена между потоком и обтекаемой стенкой с помощью расположенных на стенке V-образных выемок [4]. Возникающие на V-образной выемке вихри противоположного вращения втягивают в неё среду из внешнего потока и способствуют возникновению высоких коэффициентов теплоотдачи между потоком и стенкой. Было предложено расположить V-образные выемки за отверстиями для вдува охладителя, чтобы образующаяся вихревая пара раскручивала вихри в сечении струи и концентрировала охладитель у стенки, перераспределяя массу охладителя вниз по потоку от отверстий.

Была поставлена задача: провести экспериментальное исследование формирования завесного охлаждения при дискретном вдуве охладителя через ряд отверстий на передней кромке, спинке и корытце лопатки и возможности использования *V*-образных выемок для локального управления эффективностью охлаждения с целью её увеличения.

### Условия проведения опытов

Опыты выполнены с использованием тепловизора FLIR-E64501 с чувствительностью 0.05° С. В качестве прототипа для турбинной лопатки использовано среднее сечение соплового аппарата высокотемпературной ступени турбины современного турбореактивного двигателя, имеющей повышенную степень реактивности. Числа Рейнольдса, определённые по выходной скорости истечения основного потока и хорде лопатки, составляли  $Re = 4 \cdot 10^5$ . Числа Маха не моделировались. Кинематическое подобие обеспечивалось приблизительной идентичностью распределения безразмерного параметра ускорения  $k = v_2 / V_2^2 (dV_2 / dS)$  по спинке и корытцу опытной лопатки и лопаткипрототипа в натурных условиях. Режимы исследуемых завес задавались относительным расходом вдува  $\overline{G}$ , равным отношению расхода вдува к расходу основного потока, приходящихся на один шаг отверстий в ряду, и параметром вдува  $m = \rho_e V_e / \rho_z V_z$ . Эффективность завесного охлаждения определялась как относительная температура адиабатной стенки по формуле  $\theta = (T_2 - T_{cm})/(T_2 - T_s)$ . Здесь  $\rho, V, v$  – плотность, скорость, кинематическая вязкость потока соответственно; Т – температура; S – координата, отсчитываемая вдоль профиля лопатки; индексы г, в, ст – газ (основной поток), воздух (вдуваемый поток), адиабатная стенка соответственно. Опыты сводились к сравнению эффективности завесного охлаждения за отверстиями с И-образными выемками и без выемок. Экспериментальная установка и методика поведения опытов описаны в [5], где изложены исследования влияния И-образных выемок на формирование завесной пелены за отверстиями для вдува на плоской стенке.

На рис. 1 приведены данные о перфорации для вдува на передней кромке лопатки, корытце и спинке лопатки и параметры *V*-образных выемок.

На передней кромке, спинке и корытце лопатки по её высоте расположены ряды из пяти отверстий с V-образными выемками непосредственно за отверстиями и ряды из пяти отверстий без V-образных выемок. Буквами A и B на рис. 1 показаны варианты расположения V-образных выемок за рядом из отверстий на передней кромке. При этом вариант B предполагает влияние V-образных выемок на завесную пелену только со стороны корытца лопатки. Рассмотрен также вариант, когда для усиления влияния Vобразных выемок на спинке и корытце использованы их двойные ряды (показано на рис. 1 слева вверху). Диаметры отверстий для вдува d = 2 мм. Относительный шаг отверстий в ряду равен четырём. Такое расположение перфорации для вдува позволяло одномоментно в одних и тех же условиях получать данные по завесе как при использовании *V*-образных выемок за отверстиями, так и при их отсутствии.



Рис. 1. Геометрия сопловой лопатки и перфорации для вдува

#### Результаты исследований

На рис. 2 представлены распределения осреднённых по шагу отверстий в ряду эффективностей завесного охлаждения  $\theta_0$  при вдуве через отверстия на передней кромке лопатки. Отверстия на спинке и корытце лопатки были заглушены. По оси ординат отложена относительная координата S/d, отсчитываемая вдоль образующей корытца лопатки от её передней кромки. Относительные расходы вдува изменялись в диапазоне  $\overline{G} \sim 0,49\%$  ... 1,85%. *V*-образные выемки не использовались. Из-за невозможности измерить скорости набегающего потока непосредственно перед передней кромкой лопатки параметры вдува *m* здесь не определялись. Завесная пелена со стороны спинки лопатки. Поскольку экспериментально определить эту часть расхода вдува невозможно, то в дальнейшем при анализе эффективности завесного охлаждения со стороны корытца указаны полные относительные расходы для вдува  $\overline{G}$ .



Рис. 2. Осреднённые по шагу отверстий  $\theta_0$  со стороны корытца лопатки при вдуве через отверстия на передней кромке:  $1 - \overline{G} = 0.49\%; 2 - 0.63\%; 3 - 1.1\%; 4 - 1.85\%$ 

Из рис. 2 видно, что для  $\overline{G} = 0,49\%$  завеса на корытце у передней кромки фактически отсутствует и появляется, начиная с  $S/d \ge 4$  – на удалении от передней кромки, выходя на уровень  $\theta_0 = 0,15$ . Начальные значения  $\theta_0 \sim 0,04$  лежат в пределах погрешности измерений из-за утечек тепла на стенке. С увеличением  $\overline{G}$  происходит монотонный рост максимальных значений  $\theta_0$ , связанных по положению с отверстиями для вдува. Для  $\overline{G} \ge 0,63\%$  в интервале  $S/d \sim 0,75...1,5$  наблюдается локальный минимум значений  $\theta_0$ , всё менее выраженный с ростом относительного расхода вдува. Наконец, при  $S/d \sim 2,5...3,5$  значения  $\theta_0$  достигают локальных максимальных значений и далее монотонно уменьшаются до уровня  $\theta_0 \sim 0,15$ . Наличие выраженного минимума значений  $\theta_0$  в интервале  $S/d \sim 0,75...1,5$  для относительных расходов вдува  $\overline{G} \ge 0,63\%$  свидетельствует об уносе здесь вдуваемой среды от поверхности корытца с последующим её возвращением к стенке в интервале  $S/d \sim 2,5...3,5$ .

На рис. 3 для того же диапазона относительных расходов вдува  $\overline{G} \sim 0,49...1,85\%$  приведены осреднённые по шагу отверстий распределения эффективности  $\theta$  при использовании расположенных за ними *V*-образных выемок в отношении к значениям  $\theta_0$ , полученным при отсутствии *V*-образных выемок –  $\theta/\theta_0$ . Использованы обозначения, соответствующие рис. 2.



*Puc. 3. Осреднённые по шагу отверстий θ/θ*<sub>0</sub> со стороны корытца лопатки при вдуве через отверстия на передней кромке

Отношения  $\theta/\theta_0$  приведены для случаев, когда завесная пелена формируется при использовании *V*-образных выемок у передней кромки – *A* (соответствует фрагменту *A* на рис. 1) и при смещённых *V*-образных выемках вниз по течению вдоль корытца на расстояние 6,14 мм – *Б* (фрагмент *Б* на рис. 1). Использование *V*-образных выемок даёт прирост осреднённых по шагу отверстий значений эффективности завесного охлаждения – отношение  $\theta/\theta_0 > 1$  практически во всем диапазоне значений  $S/d \le 25$ , что связано с концентрацией вдуваемой среды на выемках у стенки. Значения  $\theta/\theta_0 < 1$  получены только для  $\overline{G} = 0,63$  в диапазоне  $6,5 \le S/d \le 15,5$  при расположении *V*-образных выемок непосредственно у отверстий для вдува (*A*), а также в диапазоне  $5,5 \le S/d \le 8,5$  для  $\overline{G} = 1,85\%$  для случая *V*-образных выемок, смещённых вниз по потоку от отверстий (*Б*). В диапазоне  $S/d \le 5$  для последнего случая наблюдаются два чётко выраженных

максимума  $\theta/\theta_0$ . Начиная с S/d > 8, значения  $\theta/\theta_0$  вниз по течению возрастают и превышают  $\theta/\theta_0 > 1,5$  при S/d > 15. Наблюдаемые здесь локальные экстремумы значений  $\theta/\theta_0$  объяснить пока не представляется возможным.

В целом можно отметить, что использование *V*-образных выемок, смещённых вниз по потоку от отверстий (*Б*), даёт более высокий прирост  $\theta/\theta_0 > 1$  по сравнению с использованием *V*-образных выемок непосредственно у отверстий для вдува (*A*).

Завесная пелена на спинке лопатки наблюдалась в диапазоне параметров вдува  $0,5 \le m \le 2,0$  при заглушенных отверстиях для вдува на передней кромке и на корытце.

На рис. 4 приведены распределения осреднённых по шагу отверстий эффективности завесного охлаждения  $\theta_0$ , полученные без использования *V*-образных выемок за отверстиями на спинке.



Рис. 4. Распределения осреднённых по ряду отверстий значений θ<sub>0</sub> при отсутствии V-образных выемок на спинке лопатки

Отсчёт координаты S/d производится вниз по потоку от отверстий на спинке лопатки. Зависимости получены в условиях ускоряющегося основного потока с параметрами ускорения k в диапазоне от  $6,2\cdot10^{-5}$  в окрестности вдува при S/d = 0 до  $k \sim 4, 6\cdot10^{-6}$  при  $S/d \approx 20$  в пределах графика. Видно, что для параметров вдува  $m \le 1$ зависимости  $\theta_0$  от S/d имеют пологий характер. При дальнейшем росте m > 1 зависимости становятся более крутыми, особенно в окрестности вдува (при S/d < 2, 5). При m > 1, 6 на удалении от отверстий (S/d > 2, 5) значения  $\theta_0$  значительно снижаются, что вызвано уходом вдуваемых струй от спинки лопатки.

На рис. 5 выполнено сравнение осреднённых по шагу отверстий относительных эффективностей завесного охлаждения  $\theta/\theta_0$  в зависимости от S/d, отсчитываемого от центра отверстий вниз по потоку, при использовании одинарных и расположенных друг за другом двух *V*-образных выемок для фиксированных параметров вдува *m*.

Видно, что использование расположенных за отверстиями одного ряда *V*-образных выемок (цифра 1 на рис. 5) даёт локальный эффект  $\theta/\theta_0 > 1$  вниз по потоку вблизи отверстий. Использование сдвоенных *V*-образных выемок (цифра 2 на рис. 5) приводит к более обширному эффекту локального повышения эффективности завесы –  $\theta/\theta_0 > 1$ . С ростом *m*, вплоть до m = 1,85, область значений  $\theta/\theta_0 > 1$  расширяется от S/d = 5 при m = 0,7 до S/d = 13.



Рис. 5. Относительная эффективность завесного охлаждения  $\theta/\theta_0$  на спинке лопатки: 1 - одна V-образная выемка; 2 – две V-образных выемки

При значениях S/d, больших указанных, для соответствующих значений *m*, напротив, наблюдаются пониженные значения –  $\theta/\theta_0 < 1$ . Таким образом, наличие *V*-образных выемок способствует увеличению количества вдуваемой среды в пристеночном слое непосредственно за отверстиями, что приводит к локальному росту эффективности завесного охлаждения. При дальнейшем росте *m* диапазон значений S/d, при которых  $\theta/\theta_0 > 1$ , сокращается.

На рис. 6 представлены средние по шагу отверстий значения  $\theta_0$  и  $\theta$  для взятых в качестве примера фиксированных расстояний (сечений) вниз по потоку от отверстий S/d = 4 (заполненные значки) и S/d = 10 (пустые значки).



Рис. 6. Осреднённые по шагу отверстий значения θ для S/d = 4; 10 на спинке: → – без выемок; → – две V-образные выемки

Наличие сдвоенных *V*-образных выемок за отверстиями (прямоугольные значки) перераспределяет вдуваемые массы у стенки, что приводит к более высоким значениям  $\theta$  при S/d = 4 (заполненные значки) и более низким значениям  $\theta$  при S/d = 10 (пустые значки). Данные, полученные при отсутствии *V*-образных выемок (треугольные значки), легли между ними. При наличии сдвоенных *V*-образных выемок наблюдается сдвиг максимума  $\theta$  в сечениях S/d по значениям параметра вдува m: для S/d = 4 максимум  $\theta$  реализуется при  $m \approx 1,08 \dots 1,09$ , а для  $S/d = 10 - при m \approx 1,4$ . При отсутствии *V*-образных выемок максимумы  $\theta_0$  для S/d = 4 и для S/d = 10 наблюдаются практически при одинаковых значениях параметра вдува  $m \approx 1,24 \dots 1,25$ .

Завесная пелена на корытце лопатки наблюдалась в диапазоне параметров вдува  $1, 6 \le m \le 3, 0$  при отсутствии на стенке *V*-образных выемок, при использовании за отверстиями *V*-образных выемок и сдвоенных *V*-образных выемок соответственно. При этом отверстия на передней кромке и спинке лопатки были заглушены. На рис. 7 представлены значения осреднённых эффективностей завесного охлаждения  $\theta_0$  при отсутствии *V*-образных выемок для параметров вдува m = 1,9; 2,4; 3,0 в зависимости от координаты S/d, отсчитываемой вдоль образующей корытца лопатки от отверстий для вдува на корытце.



*Puc. 7. Распределения осреднённых по шагу отверстий θ*<sub>0</sub> *вниз по потоку от отверстий на корытце лопатки* 

Видно, что с ростом параметров вдува *m* значения  $\theta_0$  резко растут в окрестности отверстий для вдува при  $S/d \le 5$ . Далее вниз по потоку с ростом S/d значения  $\theta$  для всех параметров вдува *m* начинают сходиться в узкий интервал значений и становятся меньшими 0,1 для  $S/d \ge 19$ .

Влияние V-образных выемок на значения  $\theta/\theta_0$  (аналогично случаям на спинке лопатки) показано на рис. 8. Принятые обозначения аналогичны обозначениям на рис. 5. Получено, что применение одиночных V-образных выемок в диапазоне рассмотренных значений *m* не дало положительного эффекта: для S/d < 20 значения  $\theta/\theta_0 < 1$ . При применении сдвоенных V-образных выемок для m = 1,6 в интервале S/d < 8,5 наблюдались связанные с ними по положению при  $S/d \approx 0,25$  и  $S/d \approx 7,5$  два локальных максимума  $\theta/\theta_0 > 1$ . Максимальный эффект от сдвоенных V-образных выемок достигался при m = 1,9. Начиная с  $m \ge 2,7$ , значения  $\theta/\theta_0$  становятся меньшими единицы.



*Рис. 8. Осреднённые по шагу отверстий значения*  $\theta/\theta_0$  *на корытце лопатки:* — *– одна V-образная выемка; – две V-образные выемки* 

На рис. 9 представлены средние по шагу отверстий в ряду значения  $\theta_0$  и  $\theta$  при вдуве на корытце для взятых в качестве примера фиксированных расстояний (сечений) вниз по потоку от отверстий S/d = 4 (заполненные значки) и S/d = 10 (пустые значки). Рассмотрен случай сдвоенных *V*-образных выемок. Принятые обозначения аналогичны обозначениям на рис. 6.



Рис. 9. Осреднённые по шагу отверстий значения  $\theta$ на корытце без выемок: -- S/d = 4; -- S/d = 10;две V-образные выемки: -- S/d = 4; -- S/d = 10

Получено, что максимумы  $\theta_0$  при отсутствии выемок на стенке корытца для S/d = 4 и S/d = 10 достигаются при параметрах вдува  $m \approx 2,4$  ... 2,42 соответственно (треугольники). При использовании сдвоенных *V*-образных выемок максимумы  $\theta$  для значений S/d = 4 и S/d = 10 достигаются при  $m \approx 2,1$  ... 2,2 (прямоугольники). Таким образом, использование сдвоенных *V*-образных выемок сдвигает оптимальные значения параметра вдува *m* на корытце на величину  $\Delta m \approx 0,3$  в сторону его уменьшения.

#### Заключение

Применение *V*-образных выемок за отверстиями на передней кромке приводит к возрастанию эффективности *θ*.

Условия формирования завесной пелены на спинке лопатки более благоприятны, чем на корытце. Так, завесная пелена на спинке наблюдалась во всём охваченном экспериментами диапазоне параметров вдува  $0.5 \le m \le 2.0$ . Завесная пелена на корытце наблюдалась в диапазоне  $1.6 \le m \le 3.2$ .

Максимальные осреднённые по шагу отверстий эффективности завесного охлаждения получены на спинке для  $m \approx 1,2 \div 1,4$ ; на корытце – для  $m \approx 2,4 \div 2,5$ . При этом эффективность завесы на спинке в 1,5 - 2 раза превышает эффективность завесы на корытце.

Использование двух *V*-образных выемок за отверстиями способствовало снижению оптимальных значений *m* на спинке до значений 1,1÷1,2; на корытце – до значения  $m \approx 2,15$ . При этом возрастали значения осреднённых по шагу отверстий эффективностей завесного охлаждения и расширялся диапазон формирования завесной пелены на корытце в сторону снижения *m* до 1,34.

#### Библиографический список

1. Сендюрев С.И., Тихонов А.С., Хайрулин В.Т., Самохвалов Н.Ю. Современные системы охлаждения сопловых аппаратов высоконагруженных газовых турбин // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Аэрокосмическая техника. 2015. № 42. С. 34-46. DOI: 10.15593/2224-9982/2015.42.03

2. Sgarzi O., Leboeu F. Analysis of vortices in three-dimensional jets introduced in a cross-flow boundary-layer // Proceedings of the ASME Turbo Expo. 1997. V. 1. DOI: 10.1115/97-GT-517

3. Нестеренко В.Г., Матушкин А.А. Конструктивные методы совершенствования системы плёночного охлаждения рабочих лопаток турбин ВРД // Труды МАИ. 2010. № 39. http://trudymai.ru/published.php?ID=14813

4. Jordan C.N., Wright L.M. Heat transfer enhancement in a rectangular (AR=3:1) channel with v-shaped dimples // Proceedings of ASME Turbo Expo. 2011. V. 5. DOI: 10.1115/gt2011-46128

5. Ремизов А.Е., Лебедев В.В., Лебедев О.В. Повышение локальной эффективности и равномерности распределения плёночного охлаждения при использовании V-образных выемок // Вестник РГАТУ им. П.А. Соловьёва. 2018. № 1 (44). С. 26-31.

## FORMATION OF FILM COOLING ON THE TURBINE BLADE BACK AND PRESSURE SIDE IN THE CASE OF USING V-SHAPED DIMPLES

© 2019

V. V. Lebedev	Candidate of Science (Engineering), Associate Professor, Associate Professor of the Department of Aircraft Engines; Soloviev Rybinsk State Aviation Technical University, Rybinsk, Russian Federation; <u>lebedevvlad2000@mail.ru</u>
O. V. Lebedev	Postgraduate Student of the Department of Aircraft Engines; Soloviev Rybinsk State Aviation Technical University, Rybinsk, Russian Federation; <u>lebedevov2000@mail.ru</u>
A. E. Remizov	Doctor of Science (Engineering), Professor, Head of the Department of Aircraft Engines; Soloviev Rybinsk State Aviation Technical University, Rybinsk, Russian Federation: ad@rsatu.ru

Alongside the development of methods of intensifying convective heat transfer inside the blade, development of methods of local improvement of the efficiency of film cooling of the blade's surface is still of immediate interest. The film is formed on the blade surface in conditions of high-camber shape and low initial velocity of the gas flow in the vicinity of the leading edge with its subsequent abrupt acceleration. The paper presents some data on the peculiarities of film formation on the back and pressure side of the blade in the vicinity of the leading edge. Experimental temperature distribution over the adiabatic wall was obtained with the use of a FLIR-E 64501 thermal imager. It was found that the conditions for the film formation on the blade back are more favorable than those on the pressure side. It manifests itself in the fact that optimal blowing parameters on the blade back are considerably lower than those on the pressure side. The use of V-shaped dimples located on the wall immediately behind the holes for blowing was suggested as a measure for local improvement of film cooling efficiency. The efficiencies of film cooling in the formation of a curtain, without the use and with the use of V-shaped dimples behind the holes for blowing was observed.

*Turbine blade; back side; pressure side; V-shaped dimples; blowing parameter; film cooling efficiency.* 

<u>Citation:</u> Lebedev V.V., Lebedev O.V., Remizov A.E. Formation of film cooling on the turbine blade back and pressure side in the case of using V-shaped dimples. *Vestnik of Samara University. Aerospace and Mechanical Engineering.* 2019. V. 18, no. 4. P. 96-105. DOI: 10.18287/2541-7533-2019-18-4-96-105

#### References

1. Sendyurev S.I., Tikhonov A.S., Khairulin V.T., Samokhvalov N.Yu. Modern cooling vane's systems of high-loaded gas turbines. *PNRPU Aerospace Engineering Bulletin*. 2015. № 42. P. 34-46. DOI: 10.15593/2224-9982/2015.42.03. (In Russ.)

2. Sgarzi O., Leboeu F. Analysis of vortices in three-dimensional jets introduced in a cross-flow boundary-layer. *Proceedings of the ASME Turbo Expo.* 1997. V. 1. DOI: 10.1115/97-GT-517

3. Nesterenko V.G., Matushkin A.A. Design methods of modern air-jet engines turbine rotor blades film cooling system improvement. *Trudy MAI*. 2010. No. 39. Available at: http://trudymai.ru/eng/published.php?ID=14813. (In Russ.)

4. Jordan C.N., Wright L.M. Heat transfer enhancement in a rectangular (AR=3:1) channel with v-shaped dimples. *Proceedings of ASME Turbo Expo.* 2011. V. 5. DOI: 10.1115/gt2011-46128

5. Remizov A.E., Lebedev V.V., Lebedev O.V. Enhancement of local efficiency and film cooling allocation uniformity at V-shape recesses employment. *Vestnik of P.A. Solovyov Rybinsk State Aviation Technical University*. 2018. No. 1 (44). P. 26-31. (In Russ.)

УДК 621.454.2

DOI: 10.18287/2541-7533-2019-18-4-106-116

# КОМПЬЮТЕРНОЕ ПРОЕКТИРОВАНИЕ РАКЕТНЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ МАЛОЙ ТЯГИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ БАЗЫ ЗНАНИЙ В ПРЕДМЕТНОЙ ОБЛАСТИ И САЕ / САD СИСТЕМ

© 2019

В. В. Рыжков	кандидат технических наук, руководитель Научно-исследовательского центра космической энергетики; Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва; ke_src@ssau.ru
И. И. Морозов	младший научный сотрудник Научно-исследовательского центра космической энергетики; Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва; <u>ke_src@ssau.ru</u>
Е. А. Лапшин	инженер Научно-исследовательского центра космической энергетики; Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва; <u>ke_src@ssau.ru</u>

В работе представлены подходы к компьютерному проектированию ракетных двигателей малой тяги с использованием разветвлённой базы знаний, позволяющей принимать основные технические решения, определяющие проектный облик двигателя, на основе разработанного алгоритма этого процесса. Рассмотрена процедура создания электронной 3D-модели ракетного двигателя малой тяги на газообразном кислородно-водородном топливе в среде графического комплекса UNIGRAPHICS. Получены 3D электронные модели основных элементов ракетного двигателя тягой 25 H с последующей виртуальной сборкой всех компонентов, включая составляющие, заложенные в базу знаний, обеспечивающие разработку, в том числе, конструкторской документации, создание производственной среды на основе электронной модели двигателя, подготовку и собственно производство изделия.

Ракетные двигатели малой тяги; компьютерное проектирование; база знаний; алгоритм проектирования; 3D электронные модели; среда графического пакета; конструкторская документация.

<u>Шитирование</u>: Рыжков В.В., Морозов И.И., Лапшин Е.А. Компьютерное проектирование ракетных двигателей малой тяги с использованием базы знаний в предметной области и CAE / CAD систем // Вестник Самарского университета. Аэрокосмическая техника, технологии и машиностроение. 2019. Т. 18, № 4. С. 106-116. DOI: 10.18287/2541-7533-2019-18-4-106-116

Создание современных жидкостных ракетных двигателей малой тяги (ЖРДМТ) является значимой проблемой в космическом машиностроении, от решения которой зависит эффективность разгонных блоков (РБ), космических аппаратов (КА) и других объектов ракетно-космической техники (РКТ), их динамические энергетические параметры, ресурс и надёжность.

Актуальность вопросов проектирования ЖРДМТ существенно возрастает, когда разрабатываются двигатели, реализующие перспективные схемы и компоненты топлива, опыт работы по которым практически отсутствует. К таким ракетным двигателям малой тяги относятся двигатели на газообразном кислородно-водородном топливе различной размерности и назначения.

По существу, для двигателей подобного типа в настоящее время существуют все предпосылки принципиально другой организации процесса разработки, при которой акцент смещён в область предпроектных работ, получения основных результатов на

базе современных моделей рабочего процесса, реализующих программные продукты, методы и средства компьютерного проектирования.

Такая концепция разработки ЖРДМТ предполагает наличие развитой базы знаний в области жидкостных ракетных двигателей малой тяги и её широкое использование на начальных этапах проектирования для решения основных проблемных вопросов.

Структура базы знаний, созданная для проектирования жидкостных ракетных двигателей малой тяги и принятия определяющих проектный облик изделия технических решений, может быть представлена по типу матрицы. По одному направлению расположены виды знаний, а по другому – уровни знаний, используемые на различных стадиях выполнения проекта.

По виду знаний следует различать:

– расчётные математические модели рабочего процесса ЖРДМТ (составляющих рабочего процесса);

 – современные графические пакеты с учётом компьютерной среды разработки, базовых приёмов проектирования, возможностей выпуска конструкторской документации и других особенностей программного обеспечения;

- электронные версии об известных технических решениях в области ЖРДМТ.

По уровню знаний можно выделить:

- общий (доступный) уровень;

- корпоративный уровень;

– уровень проектных структурных подразделений.

Отметим, что структурирование информации и обеспечение к ней доступа разработчиков через созданную базу позволит создавать ЖРДМТ нового поколения с более перспективными параметрами, высокой надёжностью и улучшенными энергомассовыми показателями. Электронная база знаний, разработанная в обеспечение создания новых ЖРДМТ, объединяет характерные изделия.

Например, базу можно применить для анализа особенностей ЖРДМТ по следующим признакам:

– по назначению двигателей;

- компонентам ракетного топлива;

- физическим принципам организации рабочего процесса двигателей;

- принципиальным схемам;

- типу сопла;

– принадлежности к стране-разработчику двигателя и др.

Логика предложенной структуры позволяет выделить характерные технические решения, используемые в отдельно взятом изделии, а также проследить тенденции по совокупности разработок, включая известные зарубежные аналоги.

Информация, заложенная в портрет конкретного жидкостного ракетного двигателя малой тяги, включает:

- название ЖРДМТ (страна-разработчик для зарубежных двигателей);

– принципиальную схему двигателя;

- общий вид изделия;

- технические характеристики, дополненные назначением двигателя.

Анализ информации позволяет связать используемые в конкретном ЖРДМТ схемные решения и технические характеристики, что является важным при проектировании новых конструкций двигателей.

Характерной особенностью разработанной базы знаний является также и то, что в ней собраны составляющие ЖРДМТ, например смесительные элементы камер сгорания. Эту информацию можно использовать в двух вариантах. Первый – заимствовать

известное техническое решение и интегрировать его в свою разработку, второй – использовать основную идею технического решения в собственной разработке.

В базе знаний представлена информация в виде схем, конструкций, патентов и данных по составным частям ЖРДМТ в следующей последовательности:

– информация по воспламенительным устройствам;

- элементам смесеобразования;

- смесительным головкам;

– элементам тепловой защиты;

- составляющим двигателей.

В части воспламенительных устройств даны некоторые конструкции на следующих физических принципах:

– электроискровые системы;

- плазменные системы;

- пьезоэлектрические системы;

- химические системы;

- газодинамические системы;

- лазерные системы;

– некоторые другие.

В группу смесительных элементов жидкостных ракетных двигателей малой тяги включены различные типы форсуночных элементов (жидкостные, газожидкостные, газовые). Поэтому выборки из базы можно формировать, основываясь на следующих признаках:

- по фазовому состоянию компонентов топлива;

– типу смесительных элементов (внешнего, внутреннего смешения, комбинированные);

– конструктивному признаку форсуночных элементов (с образованием струи, плёнки, газокапельного потока);

- видам энергии, используемой для распыливания;

- механизму распыливания компонентов топлива;

- вторичным эффектам дробления компонентов топлива;

- основному назначению форсуночных элементов.

Смесительные головки представляют более сложные по сравнению с форсуночными элементами устройства, обеспечивающие смешение компонентов топлива и некоторые функции тепловой защиты конструкции двигателя, и могут объединять форсунки различного типа.

Важнейшей составляющей этапа проектирования ЖРДМТ является выбор способов и средств обеспечения тепловой защиты двигателя. Как правило, используются возможности внутреннего охлаждения, а если один из компонентов находится в газообразном состоянии, то охлаждение конструкции осуществляется с помощью газовых завес (до- и сверхзвуковых).

Концептуально процесс создания нового ЖРДМТ может быть представлен в виде алгоритма, который показывает последовательность (технологию) формирования проектного облика ЖРДМТ в виде пяти этапов с обратной связью.

Первый этап – подготовка исходных данных на проектируемый двигатель.

Второй этап – оценка основных параметров на базе известных (классических) идеальных методов с использованием данных термодинамического, газодинамического расчёта и расчёта теплообмена с выходом на основные геометрические и интегральные параметры двигателя [1 – 8]. Определение проектного облика двигателя на основе идеальных моделей рабочего процесса.

Третий этап – выбор конструктивной схемы двигателя на основе реальных процессов, включая формирование с учётом базы знаний по схемам, воспламенительным устройствам, смесительным элементам, средствам обеспечения тепловой защиты двигателя. База знаний создана в электронном виде, имеет самостоятельное значение и в процессе выбора конструктивной схемы двигателя с ней должен быть отлажен обмен информацией не только в виде перебора элементов базы, но и в виде поиска конструктивного исполнения в соответствии с определённым набором требований к информации.

Выбор конструктивной схемы двигателя с учётом геометрии газодинамического тракта, определённой на предыдущем этапе, позволяет сформировать расчётную область для вычислительных процедур математической модели рабочего процесса ЖРДМТ высокого уровня, позволяющей учесть реальные процессы смесеобразования, горения, течения продуктов, сгорания и теплозащиты. На выходе из третьего этапа должны быть получены схема двигателя, основные геометрические параметры и характеристики ЖРДМТ.

На четвёртом этапе разрабатывается 3D-модель двигателя. В качестве компьютерной среды разработки используется один из графических пакетов, который позволяет на основе базовых технологий и примеров трёхмерного электронного моделирования сложных технических устройств, элементной базы конструктивных блоков, составных частей двигателя получить пространственную электронную модель. Её можно использовать как основу для выпуска конструкторской документации по разработке, так и в качестве составной части PLM-системы, например двигательной установки.

На пятом этапе технологии формирования проектного облика двигателя определяется его окончательная версия, проводятся поверочные расчёты, определяются выходные параметры и характеристики ЖРДМТ.

Отметим следующие особенности предложенной технологии создания проектного облика ракетного двигателя малой тяги:

 используются современные программные продукты, выполненные на базе современных достижений в соответствующих областях знаний;

– используется база знаний, включающая как известные конструктивные решения, так и собственный опыт разработчиков;

– применены приёмы, позволяющие, в случае необходимости, пересмотреть результаты, полученные на предыдущем этапе, реализуя итерационные процедуры.

В работе основное внимание уделяется созданию электронной 3D-модели ракетного двигателя малой тяги на газообразном кислородно-водородном топливе. Считается, что информация предыдущих этапов алгоритма либо известна, либо может быть получена с использованием профильных источников.

В качестве компьютерной среды разработки ЖРДМТ выбрана система UNIGRAPHICS [9], отвечающая требованиям компьютерной технологии проектирования и производства высокотехнологичных и наукоёмких изделий ракетно-космической техники.

Отметим некоторые достоинства пакета:

 модули инженерного анализа, базирующиеся на встроенных решателях, позволяют проводить оценку различных сценариев эффективности рабочего процесса разрабатываемых конструкций;

– открытый программный интерфейс даёт возможность разрабатывать собственное программное обеспечение, которое интегрируется в UNIGRAPHICS;

 – объединение в единой системе процессов проектирования и базы знаний, накопленной в различных областях (технология КДА – проектирование с использованием базы знаний);  – создание моделей изделия на основе трёхмерного твёрдотельного моделирования, представляющих полный набор функций работы с твёрдым телом, поверхностной и каркасной системой.

Согласно предложенному алгоритму, прежде чем приступить к компьютерному проектированию ракетного двигателя малой тяги (РДМТ) на топливе кислород – водород, необходимо задать исходные данные к разработке. Они должны соответствовать результатам расчёта по моделям [10], учитывающим реальные процессы в камере сгорания и сопле, параметрам выбранной конструктивной схемы двигателя с учётом обеспечения допустимого теплового состояния конструкции и предполагаемого к использованию конструкционного материала. Эти вопросы решаются на этапах 2 и 3 алгоритма создания ЖРДМТ.

Приняты следующие исходные данные:

компоненты топлива: горючее – водород, окислитель – кислород;

тяга двигателя P = 25 H;

давление в камере сгорания  $p_{\kappa} = 1,0 \text{ M}\Pi a;$ 

давление компонентов топлива на входе в двигатель  $P_{ex}^{\Gamma,O} = 1,53$  МПа;

расход горючего  $\dot{m}_{\Gamma} = 1,4$  г/с;

расход окислителя  $\dot{m}_{O} = 5,6$  г/с;

массовое соотношение компонентов  $K_m = 4,0;$ 

приведённая длина камеры  $L_* = 0.5$  м;

диаметр критического сечения  $d_* = 5,0$  мм;

геометрическая степень расширения сопла  $\overline{F}_c = 40;$ 

максимальная допустимая температура конструкционного материала  $T_{cm}^{don} = 1400^{\circ}$ C.

В качестве дополнительной характеристики двигателя примем:

– схема смесеобразования создана на базе взаимодействия закрученных коаксиальных потоков горючего и окислителя, выполненных в виде двух каскадов;

– воспламенение компонентов топлива организовано в разрядной полости свечи зажигания (форкамерное воспламенение), в которую радиально (хордально) подаются «Г» и «О» в соотношении  $K_m \sim 8.0$ ;

– охлаждение камеры двигателя обеспечивается с помощью пояса завесы горючего от смесительной головки двигателя.

После получения всей исходной информации о двигателе можно приступить к процессу разработки трёхмерной электронной модели РДМТ. Модель создаётся в среде графического пакета UNIGRAPHICS. Моделирование следует начинать с разработки электронных моделей основных составных частей РДМТ с последующей их виртуальной сборкой на заключительном этапе.

Изобразим плоскость эскизирования внешнего и внутреннего контуров смесительной головки двигателя как наиболее ответственного элемента (рис. 1). Внутренний контур головки – часть газодинамического тракта изделия, а наружный контур формируется с учётом длины каналов подачи компонентов топлива в смесительную головку. Задав размеры внутреннего и внешнего контуров головки, операцией «вращение» поворачиваем эскиз вокруг центральной оси, получая тело вращения – заготовку твёрдотельной модели смесительной головки двигателя. Разрез заготовки показан на рис. 2.


Рис. 1. Плоскость эскизирования контуров смесительной головки двигателя



Рис. 2. Разрез смесительной головки двигателя

Обозначается разрядная полость свечи зажигания (верхняя полость заготовки), которая через отверстие малого диаметра соединена с двумя цилиндрическими каналами, в которые будут поданы газообразные кислород и водород по одному компоненту в соответствующий канал.

Первый канал формирует ядро потока продуктов сгорания в изделии, а второй – периферийную область течения, включая пристенные слои камеры двигателя, ответ-

ственные за обеспечение допустимого теплового состояния всей конструкции двигателя при его работе в непрерывном режиме. Заготовка смесительной головки изделия в верхнем торце предполагает закрепление свечи зажигания, рабочая плоскость которой замыкает образование разрядной полости свечи зажигания и формирует электрический разряд для организации процесса воспламенения компонентов топлива.

Для создания отверстий и каналов в смесительной головке образуем новый эскиз и с помощью операции «вычитание», используя операцию «круговой массив», задав угол, диаметры и количество отверстий, получаем твёрдотельную модель смесительной головки двигателя в окончательном виде. Отметим, что в зависимости от расположения плоскости, на которой изображён эскиз, возможно получить различное исполнение отверстий: тангенциальное, радиальное и под различными заданными углами каналы в заготовке твёрдотельной модели детали. Твёрдотельная модель смесительной головки проектируемого ракетного двигателя позволяет при необходимости получить на экране монитора интересующие виды и сечения будущей конструкции. Кроме контрольных функций, которые преследует разработчик электронной модели (проверка числа, взаимного расположения в пространстве, размера, координат и других) на этой стадии возможна визуализация стыковых элементов с другими деталями и узлами. Основным достоинством сформированной виртуальной пространственной твёрдотельной модели (в данном случае смесительной головки двигателя) является возможность начинать подготовку её производства после передачи модели другим участникам процесса создания двигателя. Последующие возможные изменения будут не принципиальными и модель может использоваться при её производстве на станках с числовым программным управлением.

Аналогичным образом моделируется камера сгорания и сопло ракетного двигателя, которые составляют единый блок (рис. 3). Поскольку камера и сопло изготовлены из неметаллического материала, то в этом элементе применён стыковочный узел, состоящий из промежуточного материала, хорошо сопрягаемого с неметаллом, переходного кольца и профиля из нержавеющей стали для удобства сварки со смесительной головкой, также выполняемой из нержавеющей стали.



Рис. 3. Разрез камеры сгорания и сопла двигателя, выполненный с использованием твёрдотельной модели

При создании проектного блика разрабатываемого ракетного двигателя часть составляющих взята из базы знаний (элементы ЖРДМТ).

После создания электронных моделей основных деталей двигателя можно переходить к виртуальной сборке РДМТ. Элементы собираются путём сопряжения соответствующих граней и осей. После сопряжения и присоединения всех составных частей и элементов ракетного двигателя получаем полную твёрдотельную электронную модель изделия, которую можно рассмотреть со всех, представляющих интерес ракурсов, включая продольные разрезы (рис. 4), и использовать эту модель для дальнейшей работы.



Рис. 4. Разрез двигателя с использованием твёрдотельной модели

После создания твёрдотельных моделей составных частей ракетного двигателя и последующей виртуальной сборки всех компонентов следует перейти в модуль «черчение» и создать конструкторскую документацию как на сборку (сборочный чертёж), так и на каждую деталь отдельно для их последующего изготовления.

В среде UNIGRAPHICS создаются параметрические модели с последующим их использованием, если потребуется, на этапах совершенствования и модернизации.

На рис. 5 представлен сборочный чертёж разрабатываемого ракетного двигателя на кислородно-водородном топливе.

Очевидно, что с помощью пространственной электронной модели ракетного двигателя в конструкторской документации достаточно просто решаются технические вопросы, а вопросы технологические необходимо включать в конструкторскую документацию дополнительно в соответствии с принятыми в организации-производителе данной продукции нормативными актами.

Отметим, что комплект конструкторской документации (КД), выпущенной с помощью компьютера, отвечает (может быть доведён до состояния) всем требованиям, предъявляемым к КД, действующим в соответствующих отраслях.

Таким образом, в соответствии с предложенной последовательностью представляется возможным организовать проектирование ЖРДМТ (РДМТ) с использованием современных компьютерных технологий, программных продуктов и базы знаний.



Рис. 5. Сборочный чертёж двигателя, выполненный с помощью твёрдотельной модели

## Библиографический список

1. Алемасов В.Е., Дрегалин А.Ф., Тишин А.П. Теория ракетных двигателей: учебник для студентов втузов. М.: Машиностроение, 1989. 464 с.

2. Добровольский М.В. Жидкостные ракетные двигатели. Основы проектирования: учеб. для вузов. М.: МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2005. 488 с.

3. Егорычев В.С., Кондрусев В.С. Термодинамический расчёт и проектирование камер ЖРД: учебное пособие. Самара: СГАУ, 2009. 108 с.

4. Мелькумов Т.М., Мелик-Пашаев Н.И., Чистяков П.Г., Шиуков А.Г. Ракетные двигатели. М.: Машиностроение, 1976. 399 с.

5. Васильев А.П., Кудрявцев В.М., Кузнецов В.А., Курпатенков В.Д., Обельницкий А.М., Поляев В.М., Полуян Б.Я. Основы теории и расчёта жидкостных ракетных двигателей. М.: Высшая школа, 1983. 703 с.

6. Конструкция и проектирование жидкостных ракетных двигателей / под ред. Г.Г. Гахуна. М.: Машиностроение, 1989. 424 с.

7. Основы теплопередачи в авиационной и ракетной технике / под ред. В.К. Кош-кина. М.: Машиностроение, 1975. 624 с.

8. Термодинамические и теплофизические свойства продуктов сгорания. Справочник в 10 т. Т. II. Топлива на основе кислорода / под ред. акад. В.П. Глушко. М.: ВИНИТИ АН СССР, 1972. 489 с.

9. Краснов М.В., Чигишев Ю.В. Unigraphics для профессионалов. М.: Лори, 2004. 319 с.

10. ANSYS CFX-Solver Modeling Guide. ANSYS CFX Release 11.0. Canousburg: ANSYS, Inc., 2006. 312 p.

# COMPUTER-AIDED DESIGN OF LOW-THUST ROCKET ENGINES USING THE DOMAIN-SPECIFIC KNOWLEDGE DATABASE AND CAE / CAD SYSTEMS

© 2019

V. V. Ryzhkov	Candidate of Science (Engineering), Head of the Research and Education Center for Space Power Engineering; Samara National Research University, Samara, Russian Federation; <u>ke src@ssau.ru</u>
I. I. Morozov	Junior Researcher of the Research and Education Center for Space Power Engineering; Samara National Research University, Samara, Russian Federation; <u>ke_src@ssau.ru</u>
E. A. Lapshin	Engineer of the Research and Education Center for Space Power Engineering; Samara National Research University, Samara, Russian Federation; <u>ke_src@ssau.ru</u>

The paper presents approaches to computer-aided design of low-thrust thrust rocket engines using an extensive knowledge base that allows making basic technical decisions that determine the conceptual design of the engine, based on the developed algorithm of this process. The procedure of creating an electronic 3D-model of a low-thrust rocket engine fueled by gaseous oxygen-hydrogen in the environment of the graphical complex UNIGRAPHICS is described. 3D electronic models of the main elements of a rocket engine with a thrust of P = 25 N were obtained, with subsequent virtual assembly of all components, including the components comprised in the knowledge base, providing the development, among other things, of design documentation, creation of a production environment based on an electronic engine model, preparation for the product manufacturing and the manufacturing proper.

Low-thrust rocket engines; computer-aided design; knowledge base; design algorithm; 3D electronic models; graphic package environment; design documentation.

<u>Citation:</u> Ryzhkov V.V., Morozov I.I., Lapshin E.A. Computer-aided design of low-thust rocket engines using the domain-specific knowledge database and CAE / CAD systems. *Vestnik of Samara University. Aerospace and Mechanical Engineering*. 2019. V. 18, no. 4. P. 106-116. DOI: 10.18287/2541-7533-2019-18-4-106-116

## References

1. Alemasov V.E., Dregalin A.F., Tishin A.P. *Teoriya raketnykh dvigateley: uchebnik dlya studentov vtuzov* [Theory of rocket engines: textbook for students]. Moscow: Mashinostroenie Publ., 1989. 464 p.

2. Dobrovol'skiy M.V. *Zhidkostnye raketnye dvigateli*. *Osnovy proektirovaniya: ucheb. dlya vuzov* [Liquid-propellant rocket engines. Fundamentals of design]. Moscow: Bauman Moscow State Technical University Publ., 2005. 488 p.

3. Egorychev V.S., Kondrusev V.S. *Termodinamicheskiy raschet i proektirovanie kamer ZhRD: uchebnoe posobie* [Thermodynamic calculation and design of liquid-propellant engine chambers: training manual]. Samara: Samara State Aerospace University Publ., 2009. 108 p.

4. Mel'kumov T.M., Melik-Pashaev N.I., Chistyakov P.G., Shiukov A.G. *Raketnye dvigateli* [Rocket engines]. Moscow: Mashinostroenie Publ., 1976. 399 p.

5. Vasil'ev A.P., Kudryavtsev V.M., Kuznetsov V.A., Kurpatenkov V.D., Obel'nitskiy A.M., Polyaev V.M., Poluyan B.Ya. *Osnovy teorii i rascheta zhidkostnykh raketnykh dvigateley* [Fundamentals of theory and calculation of liquid rocket engines]. Moscow: Vysshaya Shkola Publ., 1983. 703 p.

6. *Konstruktsiya i proektirovaniya zhidkostnykh raketnykh dvigateley / pod red. G.G. Gakhuna* [Construction and design of liquid-propellant rocket engines / ed. by G.G. Gakhun]. Moscow: Mashinostroenie Publ., 1989. 424 p.

7. Osnovy teploperedachi v aviatsionnoy i raketnoy tekhnike / pod red. V.K. Koshkina [Fundamentals of heat transfer in aircraft and rocket technology / ed. by V.K. Koshkin]. Moscow: Mashinostroenie Publ., 1975. 624 p.

8. Termodinamicheskie i teplofizicheskie svoystva produktov sgoraniya. Spravochnik v 10 t. T. II. Topliva na osnove kisloroda / pod red. akad. V.P. Glushko [Thermodynamic and thermophysical properties of combustion products]. Moscow: VINITI AN SSSR Publ., 1972. 489 p.

9. Krasnov M.V., Chigishev Yu.V. *Unigraphics dlya professionalov* [Unigraphics for professionals]. Moscow: Lori Publ., 2004. 319 p.

10. ANSYS CFX-Solver Modeling Guide. ANSYS CFX Release 11.0. Canousburg: ANSYS, Inc., 2006. 312 p.

УДК 629.78

DOI: 10.18287/2541-7533-2019-18-4-117-128

# ПРОГРАММА УПРАВЛЕНИЯ ДЛЯ НЕКОМПЛАНАРНОГО ГЕЛИОЦЕНТРИЧЕСКОГО ПЕРЕЛЁТА К ВЕНЕРЕ КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА С НЕИДЕАЛЬНО ОТРАЖАЮЩИМ СОЛНЕЧНЫМ ПАРУСОМ

#### © 2019

Р. М. Хабибуллин инженер кафедры космического машиностроения; Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва; <u>khabibullin.roman@gmail.com</u>

Рассматривается некомпланарный управляемый гелиоцентрический перелёт космического аппарата с неидеально отражающим солнечным парусом к Венере. Целью гелиоцентрического движения является попадание космического аппарата в сферу Хилла Венеры с нулевым гиперболическим избытком скорости. Для реализации перелёта разработан алгоритм применения законов локально-оптимального управления для наискорейшего изменения оскулирующих элементов. Управление ориентацией солнечного паруса осуществляется с помощью тонкоплёночных элементов управления, расположенных по периметру поверхности солнечного паруса. В результате моделирования движения определены траектория перелёта, программа управления и необходимые ширина и площадь тонкоплёночных элементов управления.

Космический annapam; некомпланарный гелиоцентрический перелёт к Венере; неидеально отражающий солнечный парус; математическая модель движения; программа управления; закон локально-оптимального управления; тонкоплёночный элемент управления; моделирование движения.

<u>Шитирование</u>: Хабибуллин Р.М. Программа управления для некомпланарного гелиоцентрического перелёта к Венере космического аппарата с неидеально отражающим солнечным парусом // Вестник Самарского университета. Аэрокосмическая техника, технологии и машиностроение. 2019. Т. 18, № 4. С. 117-128. DOI: 10.18287/2541-7533-2019-18-4-117-128

## Введение

За последнее десятилетие космическими агентствами США, Европы и Японии [1-5] было запущено несколько технологических космических аппаратов (КА) для исследования возможности использования солнечного паруса (СП) в качестве двигательной установки. СП – это приспособление, использующее давление солнечного света на отражающую поверхность для приведения в движение КА [6].

Целью работы является формирование программы управления КА для перелёта к Венере. В качестве движителя рассматривается неидеально отражающий СП, величина и направление ускорения от которого рассчитывается с учётом зеркального и диффузного отражений, поглощения и пропускания фотонов поверхностью паруса. Изменение ориентации КА по отношению к солнечным лучам осуществляется за счёт тонкоплёночных элементов (ТЭ) с изменяющейся отражательной способностью, расположенных по периметру СП. При изменении подающегося на ТЭ напряжения он становится прозрачным или непрозрачным, возникает разница нормальных составляющих сил светового давления, обеспечивающая создание управляющего момента для изменения ориентации КА в пространстве. Подобное управление было успешно испытано на КА IKAROS [3].

#### Постановка задачи

Для достижения поставленной цели вводится вектор фазовых координат X, описывающий движение центра масс КА и управляемое движение относительно центра масс:

$$\mathbf{X} = \left(r, u, V_r, V_u, \Omega, i, \theta_p, \theta_n, \theta_s, \omega_p, \omega_n, \omega_s\right)^T,$$

где r – гелиоцентрическое расстояние КА; u – аргумент широты;  $V_r, V_u$  – радиальная и трансверсальная скорости;  $\Omega$  – долгота восходящего узла орбиты; i – наклонение орбиты;  $\theta_p, \theta_n, \theta_s$  – углы поворота СП, описывающие ориентацию КА;  $\omega_p, \omega_n, \omega_s$  – угловые скорости.

Для описания управления ориентацией СП вводится вектор управления U :

$$\mathbf{U} = \left\{ \delta_p(t), \delta_n(t), \delta_s(t) \right\}^T,$$

где  $\delta_p(t)$ ,  $\delta_n(t)$ ,  $\delta_s(t)$  – функции управления, которые могут принимать следующие значения:

$$\delta_{p}(t) = \{+1, 0, -1\}; \\ \delta_{n}(t) = \{1\}; \\ \delta_{s}(t) = \{+1, 0, -1\}. \}$$

Фиксированный вектор проектных параметров **prm** КА описывается следующим образом:

$$\mathbf{prm} = \left\{ m, S, \rho, \rho_r, \rho_d, \alpha, \tau, h_{T \ni Y} \right\}^T,$$

где *m* – масса; *S* – площадь СП;  $\rho$  – коэффициент отражения поверхности СП;  $\rho_r$  – коэффициент зеркального отражения поверхности СП;  $\rho_d$  – коэффициент диффузного отражения поверхности СП;  $\alpha$  – коэффициент поглощения фотонов поверхностью СП;  $\tau$  – коэффициент пропускания;  $h_{\tau \ni}$  – ширина ТЭ.

Параметры вектора фазовых координат X и вектора управления U должны удовлетворять следующим ограничениям:

$$\begin{aligned} \left| \delta_{p}(t) \right| + \left| \delta_{s}(t) \right| &\leq 1; \\ \omega_{\partial ocm} &\leq \left| \mathbf{\omega} \right| \leq \omega_{npe\partial}, \end{aligned}$$

где  $\mathcal{O}_{docm}, \mathcal{O}_{nped}$  – достаточная и предельная угловые скорости.

Граничные условия гелиоцентрического перелёта записываются следующим образом:

$$\mathbf{X}(t_0) = \mathbf{X}_0, \mathbf{X}(t_k) = \mathbf{X}_k$$

В качестве основного критерия оптимальности выбрано минимальное время перелёта

$$t_{\kappa} \rightarrow \min$$

при условии

$$\begin{array}{l}
\text{Dist} \leq R_{Xuma};\\ \|\Delta \mathbf{X}\| \leq \xi. \end{array}
\end{array}$$
(1)

Здесь *Dist* – текущее расстояние между КА и Венерой;  $R_{Xunna}$  – радиус сферы Хилла Венеры,  $R_{Xunna} = 1\ 008\ 000\$ км;  $\xi$  – коэффициент, определяющий область допустимых значений евклидовой нормы фазовых координат КА на дату завершения миссии (в рамках данной работы  $\xi = 0.02$ , что является достаточным условием для длительного функционирования КА в сфере Хилла Венеры после завершения гелиоцентрического участка перелёта);  $\|\Delta \mathbf{X}\|$  – евклидова норма, которая определяется следующим образом:

$$\left\|\Delta \mathbf{X}\right\| = \left\|\mathbf{X}_{KA}\left(t_{k}\right) - \mathbf{X}_{Benepa}\left(t_{k}\right)\right\|,\tag{2}$$

где **Х**<sub>*КА*</sub>, **Х**<sub>*Венера*</sub> – безразмерные фазовые координаты КА и Венеры соответственно.

Таким образом, оптимальное управление должно доставлять минимум времени перелёта при фиксированных проектных параметрах КА и заданных граничных условиях перелёта:

$$\mathbf{U}_{opt}(t) = \arg\min_{\mathbf{U}(t)} t_k \left( \mathbf{U} \big| \mathbf{prm} \in P, \mathbf{X}(t_0) = \mathbf{X}_0, \mathbf{X}(t_k) = \mathbf{X}_k \right).$$

## Математическая модель гелиоцентрического движения

Рассматривается математическая модель движения КА с неидеально отражающим СП со следующими допущениями:

– деградация СП не учитывается, т. е. оптические характеристики СП постоянны на всей длительности перелёта и не равны нулю:  $\rho$ =const $\neq$ 0,  $\alpha$ =const $\neq$ 0,  $\tau$ =const $\neq$ 0;

– СП – плоский;

– рассеивание диффузно отражённых фотонов происходит равномерно во всех направлениях, соответственно направление вектора силы от рассеянных фотонов  $\mathbf{F}_{p_d}$  совпадает с направлением нормали **n**;

– излучение на поверхности СП от нагрева поглощённых фотонов происходит равномерно по всем направлениям, т. е. вектор силы тяги от поглощённых фотонов  $F_{\alpha}$  совпадает с направлением падения фотонов **r**;

– функция управления  $\delta_n(t)$ , которая отвечает за вращение СП вокруг нормали **n**, не рассматривается.

Рассмотрим СП с неидеально отражающей поверхностью (рис. 1).



Рис. 1. Схема распределения составляющих вектора полной тяги

Пусть вектор нормали к поверхности СП **n** направлен во внешнюю от источника света сторону; радиус-вектор **r** направлен от центра масс Солнца к центру масс КА и совпадает с направлением движения фотонов; вектор **p** лежит в плоскости СП, перпендикулярен вектору нормали **n** и сонаправлен с проекцией на поверхность СП радиус-вектора **r**. На поверхность СП падают фотоны по направлению радиус-вектора **r** под углом  $\lambda$  к нормали **n**. Здесь и далее угол  $\lambda$  будем называть управляющим углом или углом управления СП. Вектор **r**' указывает на направление движения отражённых фотонов. При неидеальных отражающих характеристиках поверхности СП вектор полной тяги **F** отклоняется от нормали СП **n** на угол  $\varphi$ .

В результате принятых допущений в модели неидеально отражающего СП учитываются сила тяги  $F_{nad}$  от фотонов, падающих на поверхность СП, сила тяги  $F_{\rho_r}$  от зеркально отражённых фотонов, сила тяги  $F_{\rho_d}$  от диффузно отражённых фотонов, а также сила тяги  $F_{\alpha}$  от фотонов, поглощённых поверхностью СП, и от вторичного диффузного излучения световой и теневой сторон СП. Таким образом, вектор полной силы тяги **F** принимает следующий вид [7]:

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_{\mathrm{nag}} + \mathbf{F}_{\rho_{\mathrm{r}}} + \mathbf{F}_{\rho_{\mathrm{d}}} + \mathbf{F}_{\alpha} \,.$$

Запишем вектор силы полной тяги **F** и угол отклонения  $\varphi$  вектора полной тяги от нормали следующим образом:

$$\mathbf{F} = \begin{pmatrix} F_{\rho} \\ F_{n} \\ F_{s} \end{pmatrix} = P_{3} \left(\frac{R_{0}}{r}\right)^{2} S \cos \lambda \begin{bmatrix} \left(1 - \rho_{r} \rho + \alpha \frac{\varepsilon_{f} B_{f} - \varepsilon_{b} B_{b}}{\varepsilon_{f} + \varepsilon_{b}}\right) \sin \lambda \\ \left(1 + \rho_{r} \rho + \alpha \frac{\varepsilon_{f} B_{f} - \varepsilon_{b} B_{b}}{\varepsilon_{f} + \varepsilon_{b}}\right) \cos \lambda + (1 - \rho_{r}) \rho B_{f} \end{bmatrix}$$

$$\varphi = \arctan\left[\frac{\sin\lambda\left(1-\rho_r\rho+\alpha\frac{\varepsilon_f B_f - \varepsilon_b B_b}{\varepsilon_f + \varepsilon_b}\right)}{\cos\lambda\left(1+\rho_r\rho+\alpha\frac{\varepsilon_f B_f - \varepsilon_b B_b}{\varepsilon_f + \varepsilon_b}\right) + (1-\rho_r)\rho B_f}\right]$$

Здесь  $P_3$  – давление отвесно падающего солнечного света на полностью поглощающую поверхность «абсолютно чёрного» тела на орбите Земли,  $P_3 = 4,55 \cdot 10^{-6} \,\mathrm{H \cdot m^{-2}}$ ;  $R_0$  – среднее расстояние между центрами масс Солнца и Земли,  $R_0 = 149,6\cdot 10^6$  км (1 а.е.);  $\varepsilon_f, \varepsilon_b$  – коэффициенты излучения освещённой и теневой стороны СП;  $B_f, B_b$  – коэффициенты эмиссионной диффузии освещённой и теневой стороны СП соответственно.

Характеристики отражательной способности неидеально отражающего СП, выполненного из алюминизированной полиамидной плёнки Каптон [8], представлены в табл. 1.

Оптические коэффициенты поверхности СП								
ρ	$ ho_r$	$ ho_{d}$	α	$\mathcal{E}_{f}$	$\mathcal{E}_{b}$	$B_{f}$	$B_b$	τ
0,87	0,94	0,06	0,12	0,05	0,55	0,79	0,55	0,01

Таблица 1. Характеристика отражательной способности поверхности СП

Для описания гелиоцентрического движения центра масс КА с неидеально отражающим СП необходимо ввести две системы координат (СК): подвижную объектоцентрическую СК ORUZ и комбинированную гелиоцентрическую СК.

Введём подвижную объектоцентрическую СК ORUZ, которая используется при моделировании межпланетных перелётов КА. Точка O является центром СК и совпадает с центром масс КА. Ось OR направлена по радиус-вектору **r** в сторону от источника света. Ось OU лежит в плоскости орбиты и направлена по движению КА. Ось OZ перпендикулярна плоскости орбиты и дополняет СК до правой.

Введём комбинированную гелиоцентрическую СК для описания пространственного движения. В полюсе СК находится Солнце. Полярная ось совпадает с линией, соединяющей восходящий и нисходящий узлы. Положительный угол аргумента широты и отсчитывается от линии узлов со стороны восходящего узла до радиус-вектора **r** против часовой стрелки. Радиус-вектор **r** соединяет центры масс Солнца и КА. Пространственное положение плоскости орбиты задаётся долготой восходящего узла  $\Omega$  и наклонением орбиты *i* относительно плоскости эклиптики. Вектор скорости V направлен по касательной к траектории по направлению движения в плоскости орбиты и раскладывается на радиальную скорость  $V_r$ , направленную по радиус-вектору **r**, и на трансверсальную скорость  $V_u$ , направленную перпендикулярно радиус-вектору **r** в сторону направления вектора скорости **V**.

Изменение фазовых координат в рамках задачи двух тел, с учётом возмущающих ускорений и ускорений от СП, описывается системой дифференциальных уравнений движения в комбинированной гелиоцентрической СК [9].

Вектор ускорения КА с неидеально отражающим СП от сил светового давления а опишем в следующем виде:

$$\mathbf{a} = \begin{bmatrix} a_{p} \\ a_{u} \\ a_{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{p} \left( \sin \lambda_{1} \sqrt{\cos^{2} \lambda_{2}} + \left( \frac{\sin \lambda_{2}}{\sin \lambda_{1}} \right)^{2} + \sin \lambda_{2} \cos \lambda_{1} \sqrt{\sin^{2} \lambda_{2}} - \left( \frac{\sin \lambda_{2}}{\sin \lambda_{1}} \right)^{2} \right) + a_{n} \cos \lambda_{2} \cos \lambda_{1} \end{bmatrix}$$
$$\mathbf{a}_{n} \cos \lambda_{1} \sin \lambda_{2} \sqrt{\sin^{2} \lambda_{2}} - \left( \frac{\sin \lambda_{2}}{\sin \lambda_{1}} \right)^{2} - \sqrt{\cos^{2} \lambda_{2}} + \left( \frac{\sin \lambda_{2}}{\sin \lambda_{1}} \right)^{2} \cos \lambda_{1} \end{bmatrix} + a_{n} \cos \lambda_{2} \sin \lambda_{1}$$
$$a_{p} \cos \lambda_{2} \sqrt{\sin^{2} \lambda_{2}} - \left( \frac{\sin \lambda_{2}}{\sin \lambda_{1}} \right)^{2} - a_{n} \sin \lambda_{2}$$

Здесь  $a_r, a_u, a_z$  – безразмерные компоненты ускорения КА в подвижной объектоцентрической СК;  $a_p, a_n$  – безразмерные компоненты ускорения КА, которые сонаправлены с векторами **р** и **n** соответственно, определяются зависимостями:

$$a_{p} = P_{3} \left(\frac{R_{0}}{r}\right)^{2} \frac{S}{m} \cos \lambda_{1} \cos \lambda_{2} \left(1 - \rho + \alpha \frac{\varepsilon_{f} B_{f} - \varepsilon_{b} B_{b}}{\varepsilon_{f} + \varepsilon_{b}}\right) \sqrt{\sin^{2} \lambda_{1} \cos^{2} \lambda_{2} + \sin^{2} \lambda_{2}};$$

$$a_n = P_3 \left(\frac{R_0}{r}\right)^2 \frac{S}{m} \cos^2 \lambda_1 \cos^2 \lambda_2 \left(1 + \rho + \alpha \frac{\varepsilon_f B_f - \varepsilon_b B_b}{\varepsilon_f + \varepsilon_b}\right),$$

где  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  – компоненты управляющего угла  $\lambda : \lambda_1$  – угол между радиус-вектором **r** и проекцией нормали СП на плоскость орбиты  $\mathbf{n}_{ROU}$ ;  $\lambda_2$  – угол между нормалью СП **n** и её проекцией на плоскость орбиты  $\mathbf{n}_{ROU}$ .

Зависимости между  $\lambda_1, \lambda_2$  и  $\lambda$  имеют вид:

$$\cos \lambda = \cos \lambda_1 \cos \lambda_2;$$
  
$$\sin \lambda = \sqrt{\sin^2 \lambda_1 \cos^2 \lambda_2 + \sin^2 \lambda_2}.$$

Законы локально-оптимального управления (ЗЛОУ) описаны в [10]. ЗЛОУ предназначены для наискорейшего изменения и сохранения одного из оскулирующих элементов (большая полуось A; фокальный параметр p; эксцентриситет e; радиус афелия  $r_{\alpha}$ ; радиус перигелия  $r_{\pi}$ ; аргумент перигелия w; истинная аномалия  $\mathcal{G}$ ; наклонение i; долгота восходящего узла  $\Omega$ ). В рамках данной работы ЗЛОУ используются для определения управляющих углов  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$ , обеспечивающих наискорейшее изменение оскулирующего элемента K:

$$\lambda_{1,2 opt}^{K} = \underset{\lambda_{1,2} \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]}{\arg \max} \frac{dK}{dt} (\lambda_{1,2}).$$

Например, управляющий угол  $\lambda_1$  для наискорейшего увеличения эксцентриситета *е* будет определяться следующим образом:

$$\lambda_{1 opt}^{e} = -\frac{1}{2} \arcsin \frac{\left(e \cos^{2} \vartheta + 2 \cos \vartheta + e\right) \left(\sin \vartheta - \sqrt{9 \left[\sin \vartheta\right]^{2} + 8 \left[\frac{e \cos^{2} \vartheta + 2 \cos \vartheta + e}{1 + e \cos \vartheta}\right]^{2}}\right)}{3 \left(1 + e \cos \vartheta\right) \left(\left[\sin \vartheta\right]^{2} + \left[\frac{e \cos^{2} \vartheta + 2 \cos \vartheta + e}{1 + e \cos \vartheta}\right]^{2}\right)}$$

#### Результаты моделирования движения

Для определения параметров орбиты и положения Венеры используется база данных Лаборатории реактивного движения HACA (Jet Propulsion Laboratory NASA) [11]. Дата старта миссии – 16.11.2027, дата завершения – 19.06.2030. Поскольку орбита Венеры является околокруговой ( $e = 0,00676 \approx 0$ ), этапом изменения долготы перицентра *w* можно пренебречь.

Начальное положение КА на дату старта и конечное положение Венеры опишем размерными фазовыми координатами в виде  $\mathbf{X} = (r; u; V_r; V_u; \Omega; i)^T$ :

$$\mathbf{X}_{KA}(t_0) = \mathbf{X}_{3emn}(t_0) =$$

 $(1,479\cdot10^8$ км; 54,953 град; -0,371км/с; 30,122 км/с; 174,806 град; 0,004 град)<sup>T</sup>;

 $\mathbf{X}_{Benepa}(t_k) = (1,086 \cdot 10^8 \,\mathrm{км}; 8,886 \,\mathrm{град}; -0,199 \,\mathrm{км/c}; 34,894 \,\mathrm{км/c}; 76,595 \,\mathrm{град}; 3,394 \,\mathrm{град})^T$ .

Результаты баллистической оптимизации перелёта КА с неидеально отражающим СП с орбиты Земли к Венере представлены в табл. 2. Алгоритм и длительность использования ЗЛОУ описаны в табл. 3. Одна итерация моделирования соответствует одному часу движения.

Траектория гелиоцентрического движения КА в плоскости XOY и изменение координат X, Y, Z по времени представлены на рис. 2.

№ п/п	Наименование	Размерность	Значение
1	Радиус сферы Хилла Венеры, $R_{Xuna}$	КМ	1 008 000
2	Дата старта, D <sub>0</sub>	ДД.ММ.ГГГГ	16.11.2027
3	Дата завершения перелёта, $D_k$	ДД.ММ.ГГГГ	19.06.2030
4	Macca KA, m	КГ	39,8
5	Площадь СП, <i>S</i>	M <sup>2</sup>	500
6	Длительность перелёта	сут	946
7	Расстояние до Венеры, Dist	КМ	849 396

Таблица 2. Результаты баллистической оптимизации перелёта КА с неидеально отражающим СП к Венере

Таблица 3. Алгоритм использования ЗЛОУ

№ п/п	Закон управления	Дата начала этапа	Дата завершения этапа	Начальное значение	Конечное значение	Длительность
1	Уменьшение А	16.11.2027	18.12.2028	1,000 a.e.	0,724 a.e.	399 сут.
2	Увеличение і	18.12.2028	28.05.2029	0,004 град	3,385 град	161 сут.
3	Уменьшение Ω	28.05.2029	09.05.2030	224,017 град	76,651 град	345 сут.
4	Уменьшение е	09.05.2030	18.06.2030	0,052 a.e.	0,007 a.e.	41 сут.



Рис. 2. Результаты моделирования:

а – траектория гелиоцентрического перелёта КА к Венере в плоскости ХОҮ; б – изменение координаты Х по времени; в – изменение координаты Y по времени; г – изменение координаты Z по времени (- · Земля, - – Венера, — КА)

Программа управления включает в себя изменение управляющих углов и функции управления. Использование ЗЛОУ подразумевает изменение положения КА и ориентации СП в пространстве. На рис. 3 приведён график зависимости управляющих углов  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  по времени. Графики функций управления  $\delta_n$  и  $\delta_s$  представлены на рис. 4.



Рис. 3. Зависимости управляющих углов по времени:  $a - угол \lambda_1; \, 6 - угол \lambda_2$ 



Рис. 4. Зависимости функции управления по времени:  $a - функция управления \delta_p$ ;  $6 - функция управления <math>\delta_s$ 

Одним из ключевых параметров, подтверждающих успешность перелёта, является расстояние между КА и объектом цели – Венерой. График изменения данного параметра представлен на рис. 5. Для подтверждения физической возможности осуществления движения КА вблизи источника света представлен график изменения температуры на поверхности СП (рис. 6). Максимальная температура на поверхности СП достигает 93,24°C. Как известно из [8], материал Каптон стабилен в широком диапазоне температур от -273 до +400°C. По результатам моделирования движения центра масс КА проведён анализ вращательного движения. Графики изменения угловых скоростей  $\omega_p$  и  $\omega_s$  относительно осей ОР и ОS соответственно приведены на рис. 7. Достаточная угловая скорость  $\omega_{docm}$  достигает 0,020 град/с.



Рис. 5. Изменение расстояния между КА и Венерой (— радиус сферы Хилла Венеры; — КА)



120

80

60

40

20

0

0

200

400

Рис. 6. Зависимость температуры поверхности СП по времени

Длительность перелёта, сутки

600

800

1000

8 100

Температура СП,

Рис. 7. Изменения угловых скоростей по времени:  $a - угловая скорость <math>\omega_p$ ;  $\delta - угловая скорость <math>\omega_s$ 

На рис. 8 представлен график зависимости угловой скорости  $\omega$  от ширины ТЭ  $h_{T9}$  и управляющего угла  $\lambda$  для СП площадью 500 м<sup>2</sup> на расстоянии 1 а.е. от Солнца. По результатам моделирования гелиоцентрического перелёта было выявлено, что минимальное значение угловой скорости  $\omega_{docm} = 0,020$  град/с возникает при управляющем угле  $\lambda_2 = 36,1$  град. На рис. 9 показан график изменения угловой скорости  $\omega$  от ширины ТЭ  $h_{T9}$  для СП площадью 500 м<sup>2</sup> с управляющими углами  $\lambda_1 = 0$  град и  $\lambda_2 = 36,1$  град на расстоянии 1 а.е. от Солнца. Из рис. 9 видно, что для обеспечения достаточной угловой скорости 0,020 град/с необходимо установить на СП ТЭ шириной 0,894 м (отмечено как ×). Площадь ТЭ равна 81,127 м<sup>2</sup>.



Рис. 8. Изменения угловой скорости ω в зависимости от управляющего угла λ (град) и ширины ТЭ h<sub>τэ</sub> (м)





На дату завершения гелиоцентрического перелёта были получены следующие размерные фазовые координаты КА в виде  $\mathbf{X} = (r; u; V_r; V_u; \Omega; i)^T$ :

 $\mathbf{X}_{K\!A}(t_k) = (1,094 \cdot 10^8 \,\mathrm{км}; 8,694 \,\mathrm{град}; -0,247 \,\mathrm{км/c}; 34,852 \,\mathrm{км/c}; 76,663 \,\mathrm{град}; 2,572 \,\mathrm{град})^T.$ 

Переведём векторы фазовых координат КА и Венеры на дату завершения миссии в безразмерные величины и вычислим евклидову норму  $\|\Delta X\|$  согласно (2):

$$\mathbf{X}_{KA}(t_k) = (0,731; 0,151; -0,008; 1,170; 1,338; 0,045)^T;$$
  
$$\mathbf{X}_{Benepa}(t_k) = (0,726; 0,154; -0,007; 1,172; 1,337; 0,059)^T;$$
  
$$\|\Delta \mathbf{X}\| = 0,016 < 0,020.$$

Выполнение условия (1) подтверждает успешное выполнение граничных условий перелёта и применимость найденной программы управления для КА с неидеально отражающим СП с заданными проектными параметрами. По окончании гелиоцентрического участка КА остаётся в окрестности Венеры.

## Заключение

Для реализации гелиоцентрического перелёта Земля – Венера КА массой 39,8 кг с неидеально отражающим СП площадью 500 м<sup>2</sup> потребовалось 946 суток. Найденные евклидова норма и расстояние между КА и Венерой удовлетворяют условию, заданному в постановке задачи (достигнуто расстояние между КА и Венерой 849 396 км). Было установлено, что для совершения перелёта необходимо иметь управляющие элементы, обеспечивающие угловую скорость изменения ориентации КА не менее 0,020 град/с. Для обеспечения такой угловой скорости на поверхности СП должны быть размещены тонкоплёночные элементы управления шириной 0,894 м. Результаты моделирования подтверждают адекватность применения методики формирования алгоритмов управления КА с неидеально отражающим СП с использованием тонкоплёночных элементов для совершения гелиоцентрических перелётов.

## Библиографический список

1. Advances in solar sailing / ed. by M. Macdonald. Berlin: Springer, 2014. 987 p. DOI: 10.1007/978-3-642-34907-2

2. Johnson L., Whorton M., Heaton A., Pinson R., Laue G., Adams Ch. NanoSail-D: A solar sail demonstration mission // Acta Astronautica. 2011. V. 68, Iss. 5-6. P. 571-575. DOI: 10.1016/j.actaastro.2010.02.008

3. Mori O., Sawada H., Funase R., Morimoto M., Endo T., Yamamoto T., Tsyda Y., Kawakatsu Y., Kawaguchi J. First solar power sail demonstration by IKAROS // Transactions of the Japan Society for Aeronautical and Space Sciences, Aerospace Technology Japan. 2010. V. 8, Iss. 27. P. 25-31. DOI: 10.2322/tastj.8.to\_4\_25

4. Biddy C., Svitek T. LightSail-1 solar sail design and qualification // Proceedings of the 41st Aerospace Mechanisms Symposium, Jet Propulsion Laboratory (May 16-18, 2012, San Luis Obispo, CA). 2012. P. 451-463.

5. Heiligers J., Diedrich B., Derbes B., McInnes C. Sunjammer: Preliminary end-to-end mission design // Proceedings of the AIAA/AAS Astrodynamics Specialist Conference (August, 4-7, 2014, San Diego, CA). 2014. DOI: 10.2514/6.2014-4127

6. Поляхова Е.Н. Космический полёт с солнечным парусом. М.: Либроком, 2011. 320 с.

7. McInnes C.R. Solar sailing: technology, dynamics and mission applications. Berlin: Springer Science & Business Media, 2013. 296 p.

8. DuPont Kapton-B Technical Bulletin.

http://www.dupont.com/content/dam/dupont/products-and-services/membranes-and-films/polyimde-films/documents/DEC-Kapton-B-datasheet.pdf

9. Ишков С.А., Старинова О.Л. Оптимизация и моделирование движения космического аппарата с солнечным парусом // Известия Самарского научного центра РАН. 2005. Т. 7, № 1. С. 99-106.

10. Khabibullin R.M., Starinova O.L., Chernyakina I.V. Nonlinear analysis of threedimensional guided motion of solar sail spacecraft // AIP Conference Proceedings. 2018. V. 2046. DOI: 10.1063/1.5081564

11. Jet Propulsion Laboratory NASA. JPL Solar System Dynamics. https://ssd.jpl.nasa.gov

# CONTROL PROGRAM FOR NONCOPLANAR HELIOCENTRIC FLIGHT TO VENUS OF NON-PERFECTLY REFLECTING SOLAR SAIL SPACECRAFT

© 2019

#### **R. M. Khabibullin** Engineer, Department of Space Engineering; Samara National Research University, Samara, Russian Federation; <u>khabibullin.roman@gmail.com</u>

A noncoplanar controlled heliocentric flight to Venus of a spacecraft with a non-perfectly reflecting solar sail is considered. The aim of the heliocentric flight is to get a spacecraft into Hill sphere of Venus with zero hyperbolic excess velocity. An algorithm has been developed for applying the locally optimal control laws for the fastest change of the osculating elements. Solar sail orientation is controlled by thin-film control elements arranged along the solar sail surface perimeter. The flight trajectory, the control program and the required width and area of thin-film control elements are obtained as a result of motion simulation.

Spacecraft; noncoplanar heliocentric flight to Venus; non-perfectly reflecting solar sail; mathematical motion model; control program; locally optimal control law; thin-film control element; motion simulation.

<u>Citation:</u> Khabibullin R.M. Control program for noncoplanar heliocentric flight to Venus of non-perfectly reflecting solar sail spacecraft. *Vestnik of Samara University. Aerospace and Mechanical Engineering.* 2019. V. 18, no. 4. P. 117-128. DOI: 10.18287/2541-7533-2019-18-4-117-128

# References

1. Advances in solar sailing / ed. by M. Macdonald. Berlin: Springer, 2014. 987 p. DOI: 10.1007/978-3-642-34907-2

2. Johnson L., Whorton M., Heaton A., Pinson R., Laue G., Adams Ch. NanoSail-D: A solar sail demonstration mission. *Acta Astronautica*. 2011. V. 68, Iss. 5-6. P. 571-575. DOI: 10.1016/j.actaastro.2010.02.008

3. Mori O., Sawada H., Funase R., Morimoto M., Endo T., Yamamoto T., Tsyda Y., Kawakatsu Y., Kawaguchi J. First solar power sail demonstration by IKAROS. *Transactions of the Japan Society for Aeronautical and Space Sciences, Aerospace Technology Japan.* 2010. V. 8, Iss. 27. P. 25-31. DOI: 10.2322/tastj.8.to\_4\_25

4. Biddy C., Svitek T. LightSail-1 solar sail design and qualification. *Proceedings of the* 41st Aerospace Mechanisms Symposium, Jet Propulsion Laboratory (May 16-18, 2012, San Luis Obispo, CA). 2012. P. 451-463.

5. Heiligers J., Diedrich B., Derbes B., McInnes C. Sunjammer: Preliminary end-to-end mission design. *Proceedings of the AIAA/AAS Astrodynamics Specialist Conference (August, 4-7, 2014, San Diego, CA).* 2014. DOI: 10.2514/6.2014-4127

6. Polyakhova E.N. *Kosmicheskiy polet s solnechnym parusom* [Solar sail spacecraft mission]. Moscow: Librocom Publ., 2011. 320 p.

7. McInnes C.R. Solar sailing: technology, dynamics and mission applications. Berlin: Springer Science & Business Media, 2013. 296 p.

8. DuPont Kapton-B Technical Bulletin. Available at:

http://www.dupont.com/content/dam/dupont/products-and-services/membranes-and-films/polyimde-films/documents/DEC-Kapton-B-datasheet.pdf

9. Ishkov S.A., Starinova O.L. Optimization and modelling of movement with the solar sail. *Izvestiva Samarskogo Nauchnogo Tsentra RAN*. 2005. V. 7, no. 1. P. 99-106. (In Russ.)

10. Khabibullin R.M., Starinova O.L., Chernyakina I.V. Nonlinear analysis of threedimensional guided motion of solar sail spacecraft. *AIP Conference Proceedings*. 2018. V. 2046. DOI: 10.1063/1.5081564

11. Jet Propulsion Laboratory NASA. JPL Solar System Dynamics. Available at: https://ssd.jpl.nasa.gov

УДК 621.454.2

DOI: 10.18287/2541-7533-2019-18-4-129-145

## РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ МИНИМАКСНОГО АДАПТИВНОГО УПРАВЛЕНИЯ РАСХОДОМ ТОПЛИВА ЖИДКОСТНОЙ РАКЕТЫ-НОСИТЕЛЯ

© 2019

#### А. Ф. Шориков профессор, доктор физико-математических наук; Уральский федеральный университет, г. Екатеринбург; <u>a.f.shorikov@urfu.ru</u>

#### **В. И. Калёв** ведущий инженер-конструктор отдела управления движением; НПО автоматики им. академика Н.А. Семихатова, г. Екатеринбург; persona@npoa.ru

Предлагается математическая формализация и метод решения задачи минимаксного (гарантированного) адаптивного терминального управления расходом топлива двигательной установки (ДУ) жидкостной ракеты-носителя (ЖРН). Исходная дискретно-непрерывная нелинейная модель объекта управления линеаризуется вдоль заданной опорной фазовой траектории и аппроксимируется линейной дискретной многошаговой динамической системой, включающей в себя вектор состояния (фазовый вектор) системы, вектор управления и вектор внешнего возмущения, описывающий погрешность формирования аппроксимирующей модели. При заданных геометрических ограничениях на фазовый вектор, векторы управления и возмущения для аппроксимирующей системы формулируется основная задача минимаксного адаптивного терминального управления расходом топлива ДУ ЖРН, состоящая из решения ряда вспомогательных задач минимаксного программного терминального управления. При решении каждой из них используется аппарат построения и анализа обобщённых областей достижимости аппроксимирующей линейной дискретной динамической системы, который реализуется с помощью модификации общего рекуррентного алгебраического метода. Для рассматриваемой задачи минимаксного адаптивного терминального управления расходом топлива ДУ ЖРН предлагается метод её решения и соответствующий численный алгоритм, сводящийся к реализации конечной последовательности только одношаговых алгебраических и оптимизационных операций. Эффективность предлагаемого решения исследуемой задачи демонстрируется и подтверждается на примере компьютерного моделирования управления процессом расхода топлива ДУ третьей ступени ЖРН «Союз-2-1б».

Ракета-носитель; двигательная установка; управление расходом топлива; адаптивное управление; минимаксный результат; гарантированное управление; робастное управление.

<u>Шитирование</u>: Шориков А.Ф., Калёв В.И. Решение задачи минимаксного адаптивного управления расходом топлива жидкостной ракеты-носителя // Вестник Самарского университета. Аэрокосмическая техника, технологии и машиностроение. 2019. Т. 18, № 4. С. 129-145. DOI: 10.18287/2541-7533-2019-18-4-129-145

#### Введение

Одной из основных задач, решаемых системой управления отечественных ЖРН, является задача оптимизации терминального управления расходом топлива. В качестве объекта управления в ней рассматривается совокупность ДУ и топливных баков ЖРН. Перед системой управления ставится цель: полностью и синхронно израсходовать рабочие запасы компонентов топлива (окислителя и горючего) к заданному моменту времени. Достижение этой цели может быть формализовано как минимизация некоторого критерия качества, оценивающего отклонение фазовых координат объекта управления от их желаемых значений в финальный момент времени.

Известно, например [1–3], что при моделировании объектов управления ракетнокосмической техники информация об априори неопределённых параметрах системы (начальном множестве фазовых состояний, реализации возмущающего воздействия), как правило, может задаваться в виде соответствующих ограниченных множеств возможных значений этих параметров. В работе рассматривается исходная нелинейная дискретно-непрерывная математическая модель объекта управления, которая аппроксимируется с помощью линейной дискретной управляемой динамической системы, в которой учитывается возмущающее воздействие (возмущение), описывающее погрешность формирования аппроксимирующей модели или внешнее воздействие (помеху). Множества, ограничивающие возможные значения фазового вектора и вектора возмущения, рассматриваются как выпуклые, замкнутые и ограниченные многогранники (с конечным числом вершин) в соответствующих конечномерных векторных пространствах. Далее для краткости будем писать «многогранники», подразумевая все указанные выше свойства. Множество допустимых управляющих воздействий является конечным множеством соответствующего векторного пространства. Задача оптимизации управления расходом топлива ЖРН формулируется как задача минимаксного адаптивного (по принципу обратной связи) терминального управления, минимизирующего возможные наихудшие (максимальные) значения выбранного критерия качества, соответствующие наихудшим реализациям допустимых значений возмущения.

Основываясь на результатах работ [4;5], для исходной дискретно-непрерывной динамической системы решается задача минимаксного адаптивного терминального управления расходом топлива ЖРН в выбранном классе допустимых стратегий адаптивного управления посредством сведения её к последовательному решению вспомогательных задач минимаксного программного терминального управления сформированной линейной дискретной динамической системой. Решение каждой вспомогательной задачи предлагается осуществлять с помощью рекуррентного алгоритма, сводящего исходную многошаговую задачу к реализации конечной последовательности решения только одношаговых задач линейного и выпуклого математического программирования, конечных систем линейных алгебраических равенств и неравенств, а также к операциям над выпуклыми множествами. Для решения вспомогательных задач используется общий рекуррентный алгебраический метод построения и анализа областей достижимости (ОД) линейных дискретных управляемых динамических систем, разработанный в [4;5]. Для компьютерной реализации этого метода разработан и создан программный комплекс, описание и возможности которого представлены в [4;5]. Модификации алгоритмов численной реализации этого метода представлены в [6].

## Математическая модель расхода топлива ДУ ЖРН

На промежутке времени  $\left[\theta_{0}, \theta_{f}\right]$  рассматривается нелинейная дискретнонепрерывная математическая модель [7], описывающая динамику работы ДУ ЖРН. Полагается, что  $\theta_{0}$  – время начала управляемого режима работы ДУ,  $\theta_{f}$  – время выключения ДУ. Управляющее воздействие (управление) в данной модели из-за особенностей конструкции тракта управления расходом топлива ДУ ЖРН реализуется в заданные дискретные моменты времени  $\{\theta_{0}, \theta_{1}, ..., \theta_{T-1}\} \subset \left[\theta_{0}, \theta_{f}\right]$ , где  $\theta_{T} = \theta_{f}$ , в соответствие которым может быть поставлен целочисленный набор (целочисленный промежуток времени)  $\overline{0, T-1} = \{0, 1, ..., T-1\} (T \in \mathbb{N})$ . Здесь T – количество заданных моментов времени, в которые планируется осуществлять реализацию управления;  $\mathbf{N}$  – множество всех натуральных чисел [8]. За счёт управления u(t) на целочисленном промежутке времени  $\overline{0, T-1}$  регулируется угол поворота дросселя  $\alpha_{th}(t)$  в соответствии с рекуррентным соотношением:

$$\alpha_{th}(t+1) = \alpha_{th}(t) + c_0 u(t), \quad t \in \overline{0, T-1}, \quad \alpha_{th}(0) = 0, \tag{1}$$

где  $c_0$  – известный коэффициент привода дросселя. Важно отметить, что значение угла поворота дросселя  $\alpha_{th}(\theta)$  при  $\theta \in [\theta_t, \theta_{t+1}), t \in \overline{0, T-1}$  имеет фиксированное значение (не изменяется).

Поворот дросселя на угол  $\alpha_{th}(\theta)$  изменяет значение коэффициента соотношения расходов окислителя и горючего [2] следующим образом:

$$K_{m}(\theta) = K + \Delta K + c_{1}\alpha_{th}(\theta), \quad \theta \in \left[\theta_{0}, \theta_{f}\right],$$
(2)

где K – номинальное значение коэффициента соотношения расходов компонентов топлива;  $\Delta K$  – известный параметр выставки дросселя в номинальное положение;  $c_1$  – коэффициент эффективности дросселя.

Выражение для вычисления пустотной тяги ДУ ЖРН имеет вид

$$P_{s}(\theta) = P + c_{2}\left(K_{m}(\theta) - K\right)^{2} + c_{3}\left(K_{m}(\theta) - K\right), \quad \theta \in \left[\theta_{0}, \theta_{f}\right], \quad (3)$$

где *P* – номинальное значение пустотной тяги ДУ; *c*<sub>2</sub>, *c*<sub>3</sub> – коэффициенты рабочего режима ДУ ЖРН.

Удельный импульс тяги ДУ РН в пустоте вычисляется согласно формуле

$$I_{s}(\theta) = I + c_{4}(K_{m}(\theta) - K)^{2} + c_{5}(K_{m}(\theta) - K), \quad \theta \in [\theta_{0}, \theta_{f}],$$

$$(4)$$

где I – номинальное значение удельного импульса в пустоте;  $c_4, c_5$  – коэффициенты рабочего режима ДУ ЖРН.

Значения массовых расходов окислителя и горючего вычисляются посредством следующих соотношений:

$$m_{o}(\theta) = \frac{P(\theta)K_{m}(\theta)}{I_{s}(\theta)(1+K_{m}(\theta))}, \quad \theta \in [\theta_{0}, \theta_{f}],$$

$$m_{f}(\theta) = \frac{P(\theta)}{I_{s}(\theta)(1+K_{m}(\theta))}, \quad \theta \in [\theta_{0}, \theta_{f}].$$
(5)

Текущие массы компонентов топлива в баках, рассчитанные на выполнение полётной программы ЖРН, вычисляются по формулам:

$$M_{o}(\theta) = M_{0,o} + \Delta M_{o} - \int_{\theta_{0}}^{\theta} m_{o}(\theta) d\theta,$$
  

$$M_{f}(\theta) = M_{0,f} + \Delta M_{f} - \int_{\theta_{0}}^{\theta} m_{f}(\theta) d\theta,$$
(6)

где  $M_{0,o}, M_{0,f}$  – соответственно номинальные рабочие массы окислителя и горючего, заправляемые в топливные баки для реализации программного режима тяги;  $\Delta M_o, \Delta M_f$  – погрешности заправки компонентов топлива в баки.

Расчётная опорная траектория движения ЖРН реализуется при известном режиме изменения тяги ДУ, которому соответствует заданная программа изменения рабочих масс компонентов топлива в баках:

$$M_{o}^{ref}(\theta) = M_{0,o} - \theta \ m_{o}^{ref}, \quad m_{o}^{ref} = \frac{P \ K}{I + I \ K},$$

$$M_{f}^{ref}(\theta) = M_{0,f} - \theta \ m_{f}^{ref}, \quad m_{f}^{ref} = \frac{P}{I + I \ K}.$$
(7)

В связи с порогово-дискретным принципом измерения уровней компонентов топлива в баках [1–3; 8] и, как следствие, управлением, формируемым в эти дискретные моменты времени  $\{\theta_0, \theta_1, ..., \theta_{T-1}\}$  в бортовой цифровой вычислительной машине, линеаризованная вдоль опорной траектории (7) непрерывная составляющая исходной модели дискретизируется. Процедура линеаризации и дискретизации исходной модели динамики расхода топлива ДУ ЖРН описана в работе [7].

Рассмотрим на целочисленном промежутке времени  $\overline{0,T} = \{0,1,...,T\} (T \in \mathbb{N})$  линейную дискретную динамическую систему, аппроксимирующую исходную математическую модель. Следующие рекуррентные соотношения позволяют рассчитывать значения массовых расходов компонентов топлива в ДУ ЖРН:

$$m_{o}(t+1) = m_{o}(t) + \alpha u(t) + \gamma_{1}v_{1}(t), \quad m_{o}(0) = m_{o}^{ref} + \alpha \Delta K, m_{f}(t+1) = m_{f}(t) + \beta u(t) + \gamma_{2}v_{2}(t), \quad m_{f}(0) = m_{f}^{ref} + \beta \Delta K,$$
(8)

где  $t \in \overline{0, T-1}$ ;  $\alpha, \beta$  – коэффициенты, сформированные в результате разложения в ряд Тейлора уравнений исходной модели; u(t) – скалярное управление;  $v_1(t), v_2(t)$  – не-контролируемые возмущения, вызванные погрешностью формирования модели (аналогичным образом могут рассматриваться любые другие возникающие в данной системе возмущающие воздействия, например, изменение температуры компонентов топлива в полёте, нештатные ситуации в работе ДУ);  $\gamma_1, \gamma_2$  – известные коэффициенты, оцениваемые на этапе моделирования.

Рекуррентные уравнения для вычисления значений масс окислителя и горючего в топливных баках ДУ ЖРН имеют вид:

$$M_{o}(t+1) = M_{o}(t) - \Delta T(t)m_{o}(t), \quad M_{o}(0) = M_{0.o} + \Delta M_{o}, M_{f}(t+1) = M_{f}(t) - \Delta T(t)m_{f}(t), \quad M_{f}(0) = M_{0.f} + \Delta M_{f},$$
(9)

где  $\Delta T(t) = \theta_{t+1} - \theta_t, t \in \overline{0, T-1}$  – шаг дискретизации исходной системы (время между двумя соседними управлениями).

Тогда динамика объекта управления (8), (9) описывается дискретной многошаговой управляемой системой в векторно-матричном виде

$$x(t+1) = Ax(t) + Bu(t) + Dv(t), \quad x(0) = x_0.$$
 (10)

Здесь  $x(t) \in \mathbb{R}^4$  – фазовый вектор системы (здесь и далее, для  $n \in \mathbb{N}$ ,  $\mathbb{R}^n$  – *n*-мерное векторное пространство векторов-столбцов), на который наложено фазовое ограничение по безотказной работе ДУ вида:

$$x(t) \in \mathbf{X}_{1}(t) \subset \mathbb{R}^{4}, t \in \overline{0, T},$$
(11)

где  $\mathbf{X}_{1}(t)$  – многогранник в векторном пространстве  $\mathbb{R}^{4}$ ;

 $u(t) \in \mathbb{R}^1$  – управление, стеснённое заданным ограничением:

$$u(t) \in \mathbf{U}_1(t) \subset \mathbb{R}^1, t \in \overline{0, T-1}, \tag{12}$$

где  $U_1(t)$  – конечный набор векторов в  $\mathbb{R}^1$ , определяющий все возможные значения управления в момент времени t;

 $v(t) \in \mathbb{R}^2$  – вектор неконтролируемых возмущений (помех), удовлетворяющий известному ограничению

$$v(t) \in \mathbf{V}_1(t) \subset \mathbb{R}^2, t \in \overline{0, T-1},$$
(13)

где  $\mathbf{V}_1(t)$  – многогранник в векторном пространстве  $\mathbb{R}^2$ ;

 $A \in \mathbb{R}^{4 \times 4}$ ,  $B \in \mathbb{R}^{4 \times 1}$ ,  $D \in \mathbb{R}^{4 \times 2}$  – матрицы состояния системы, управления и возмущения соответственно;  $x(0) = x_0$  – заданное начальное значение фазового вектора.

Для фиксированного целочисленного промежутка времени  $\overline{\tau,T} \subseteq \overline{0,T} (\tau < T)$  и ограничения (12) определим множество всех допустимых реализаций программных управлений  $u(\cdot) = \{u(t)\}_{t \in \overline{\tau,T-1}}$  в виде следующего конечного множества:

$$\mathbf{U}\left(\overline{\tau,T}\right) = \left\{ u\left(\cdot\right) \mid u\left(\cdot\right) = \left\{ u\left(t\right) \right\}_{t \in \overline{\tau,T-1}} \in \mathbb{R}^{1 \times (T-\tau)}, \forall t \in \overline{\tau,T-1}, u\left(t\right) \in \mathbf{U}_{1}\left(t\right) \right\}.$$
(14)

Аналогично для целочисленного промежутка времени  $\overline{\tau,T}$  и ограничения (13) определим множество всех допустимых программных реализаций вектора возмущений  $v(\cdot) = \{v(t)\}_{t \in \overline{\tau,T-1}}$  соотношением

$$\mathbf{V}(\overline{\tau,T}) = \left\{ v(\cdot) \mid v(\cdot) = \left\{ v(t) \right\}_{t \in \overline{\tau,T-1}} \in \mathbb{R}^{2(T-\tau)}, \forall t \in \overline{\tau,T-1}, v(t) \in \mathbf{V}_1(t) \right\}.$$
(15)

Набор  $w(\tau) = \{\tau, x(\tau)\} \in \overline{0, T} \times \mathbf{X}_1(\tau) \ (w(0) = w_0 = \{0, x_0\})$  назовём  $\tau$ -позицией дискретной динамической системы (10) – (13), а множество  $\mathbf{W}(\tau) = \{\tau\} \times \mathbf{X}_1(\tau) \ (\mathbf{W}(0) = \{w(0) = w_0 \mid w_0 = \{0, x_0\}\})$  – множеством всех допустимых  $\tau$ -позиций.

Качество рассматриваемого процесса управления на промежутке времени  $\overline{\tau,T} \subseteq \overline{0,T}$  будем оценивать выпуклым терминальным функционалом

 $\gamma_{\overline{\tau,T}}$ :  $\mathbf{W}(\tau) \times \mathbf{U}(\overline{\tau,T}) \times \mathbf{V}(\overline{\tau,T}) \to \mathbb{R}^1$ , значения которого на реализациях наборов  $(w(\tau), u(\cdot), v(\cdot)) \in \mathbf{W}(\tau) \times \mathbf{U}(\overline{\tau,T}) \times \mathbf{V}(\overline{\tau,T})$  определяются следующим образом:

$$\gamma_{\overline{\tau,T}}\left(w(\tau), u(\cdot), v(\cdot)\right) = \left\|x(T) - x_d\right\|_4 = \Phi\left(x(T)\right).$$
(16)

Здесь  $u(\cdot) = \{u(t)\}_{t\in\overline{\tau,T-1}}, v(\cdot) = \{v(t)\}_{t\in\overline{\tau,T-1}}; x(T) = \overline{x}(T;\overline{\tau,T},x_0,u(\cdot),v(\cdot)) - финальное фазовое состояние движения (фазовой траектории) динамической системы (10); <math>x_d \in \mathbb{R}^4$  – заданный вектор, определяющий желаемое финальное фазовое состояние рассматриваемой системы;  $\|\cdot\|_4$  — евклидова норма в пространстве  $\mathbb{R}^4$ ;  $\Phi:\mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^1$  — выпуклый функционал, определённый на финальных фазовых состояниях объекта управления.

## Постановка задачи минимаксного адаптивного управления

Сформулируем вспомогательную задачу минимаксного программного терминального управления [4] аппроксимирующей системой (10) – (13), (16).

Задача 1. Для заданного целочисленного промежутка времени  $\overline{\tau,T} \subseteq \overline{0,T} (\tau < T)$  и реализации  $\tau$ -позиции  $w(\tau) = \{\tau, x(\tau)\} \in \mathbf{W}(\tau)$  в управляемой динамической системе (10) – (13), (16) требуется найти множество  $\mathbf{U}^{(e)}(\overline{\tau,T},w(\tau)) \subseteq \mathbf{U}(\overline{\tau,T})$  программных управлений  $u^{(e)}(\cdot) = \{u^{(e)}(t)\}_{t \in \overline{\tau,T-1}} \in \mathbf{U}(\overline{\tau,T})$ , удовлетворяющих условию минимакса [4]:

$$\mathbf{U}^{(e)}\left(\overline{\tau,T},w(\tau)\right) = \left\{ u^{(e)}\left(\cdot\right) | u^{(e)}\left(\cdot\right) = \left\{ u^{(e)}\left(t\right)\right\}_{t\in\overline{\tau,T-1}} \in \mathbf{U}\left(\overline{\tau,T}\right), \\ c_{\gamma}^{(e)}\left(\overline{\tau,T},w(\tau)\right) = \gamma_{\overline{\tau,T}}\left(w(\tau),u^{(e)}\left(\cdot\right),v^{(e)}\left(\cdot\right)\right) = \max_{v(\cdot)\in\mathbf{V}\left(\overline{\tau,T}\right)}\gamma_{\overline{\tau,T}}\left(w(\tau),u^{(e)}\left(\cdot\right),v(\cdot)\right) = \qquad (17)$$
$$= \min_{u(\cdot)\in\mathbf{U}\left(\overline{\tau,T}\right)}\max_{v(\cdot)\in\mathbf{V}\left(\overline{\tau,T}\right)}\gamma_{\overline{\tau,T}}\left(w(\tau),u(\cdot),v(\cdot)\right) \right\},$$

которое будем называть множеством минимаксных программных управлений, а число  $c_{\gamma}^{(e)}(\overline{\tau,T},w(\tau))$  будем называть минимаксным или оптимальным гарантированным результатом для этой задачи.

Сформулируем содержательно задачу минимаксного адаптивного терминального управления рассматриваемой динамической системой (10) – (13), (16).

На промежутке времени 0,*T* необходимо сформировать управление  $u(\cdot) = \{u(t) \in \mathbf{U}_1(t)\}_{t \in \overline{0, T-1}}$  системой (10) с ограничениями (11) – (13) как стратегию адаптивного (по принципу обратной связи) терминального управления, использующую полную информацию о её *t*-позиции  $w(t) = \{t, x(t)\} \in \mathbf{W}(t)$  в каждый момент времени  $t \in \overline{0, T-1}$  так, чтобы к концу процесса управления функционал  $\gamma_{\overline{0,T}}$ , определяемый согласно (16), принимал наименьшее возможное значение при условии, что значения возмущения  $v(\cdot) = \{v(t)\}_{t \in \overline{0, T-1}} \in \mathbf{V}(\overline{0, T})$  могут быть наихудшими, то есть максимизирующими данный функционал.

Для формализации приведённой цели адаптивного управления введём ряд определений. Допустимой стратегией адаптивного терминального управления расходом топлива ДУ ЖРН  $\mathbf{U}_a$  для дискретной динамической системы (10) – (13), (16) на промежутке времени  $\overline{0,T}$  будем называть отображение  $\mathbf{U}_a: \mathbf{W}(\tau) \rightarrow \mathbf{U}_1(\tau)$ , которое каждому моменту времени  $\tau \in \overline{0,T-1}$  и реализации  $\tau$ -позиции  $w(\tau) = \{\tau, x(\tau)\} \in \mathbf{W}(\tau)$  назначает множество  $\mathbf{U}_a(w(\tau)) \subseteq \mathbf{U}_1(\tau)$  управлений  $u(\tau) \in \mathbf{U}_1(\tau)$ . Множество всех допустимых стратегий адаптивного терминального управления расходом топлива ДУ ЖРН обозначим как  $\mathbf{U}_a^*$ .

Стратегией минимаксного адаптивного терминального управления системой (10) – (13), (16) на промежутке времени  $\overline{0,T}$  будем называть такую реализацию специфической стратегии  $\mathbf{U}_{a}^{(e)} = \mathbf{U}_{a}^{(e)}(w(\tau)) \in \mathbf{U}_{a}^{*}$ ,  $w(\tau) = \{\tau, x(\tau)\} \in \mathbf{W}(\tau), \tau \in \overline{0, T-1}$ , из класса всех допустимых стратегий адаптивного терминального управления расходом топлива ДУ ЖРН  $\mathbf{U}_{a}^{*}$ , которая определяется следующими соотношениями:

1) для всех  $\tau \in \overline{0, T-1}$  и  $\tau$ -позиций  $w^{(e)}(\tau) = \{\tau, x^{(e)}(\tau)\} \in \mathbf{W}(\tau)$  $\left(w^{(e)}(0) = \{0, x_0\} = w_0\right)$  пусть

$$\mathbf{U}_{a}^{(e)}\left(w^{(e)}\left(\tau\right)\right) = \mathbf{U}^{(e)}\left(w^{(e)}\left(\tau\right)\right),\tag{18}$$

где множество  $\mathbf{U}^{(e)}(w^{(e)}(\tau))$  определяется согласно (17) из решения Задачи 1, а именно:

$$\mathbf{U}^{(e)}\left(w^{(e)}\left(\tau\right)\right) = \left\{u^{(e)}\left(\tau\right) \mid u^{(e)}\left(\tau\right) \in \mathbf{U}_{1}\left(\tau\right), u^{(e)}\left(\cdot\right) = \left\{u^{(e)}\left(t\right)\right\}_{t \in \overline{\tau, T-1}} \in \mathbf{U}^{(e)}\left(\overline{\tau, T}, w^{(e)}\left(\tau\right)\right)\right\};$$

для допустимых на промежутке  $\overline{0, \tau}$  реализаций управления  $u_{\tau}(\cdot) = \left\{ u_{\tau}(t) \right\}_{t \in \overline{0, \tau - 1}} \in \mathbf{U}(\overline{0, \tau})$  и возмущения  $v_{\tau}(\cdot) = \left\{ v_{\tau}(t) \right\}_{t \in \overline{0, \tau - 1}} \in \mathbf{V}(\overline{0, \tau})$ :  $x^{(e)}(\tau) = \overline{x}(\tau; \overline{0, \tau}, x_0, u_{\tau}(\cdot), v_{\tau}(\cdot));$ 

2) для всех  $\tau \in \overline{0, T-1}$  и  $\tau$ -позиций  $w(\tau) \notin \mathbf{W}(\tau)$  пусть

$$\mathbf{U}_{a}^{(e)}\left(w(\tau)\right) = \mathbf{U}_{1}(\tau), \qquad (19)$$

и пусть  $u_a^{(e)}(\cdot) = \left\{ u_a^{(e)}(\tau) \right\}_{\tau \in \overline{0, T-1}} \in \mathbf{U}(\overline{0, T})$  и  $v_a^{(e)}(\cdot) = \left\{ v_a^{(e)}(\tau) \right\}_{\tau \in \overline{0, T-1}} \in \mathbf{V}(\overline{0, T})$  есть реализации соответственно управления и возмущения на промежутке времени  $\overline{0, T}$ , которые сформированы в результате использования стратегии  $\mathbf{U}_a^{(e)} \in \mathbf{U}_a^*$  на этом промежутке времени, причём значения  $u_a^{(e)}(T-1)$  и  $v_a^{(e)}(T-1)$  удовлетворяют соотношению (17) при  $\tau = T - 1$  и можно вычислить следующее число:

$$\gamma_{\overline{0,T}}^{(e,a)} = \gamma_{\overline{0,T}} \left( w_0, u_a^{(e)}(\cdot), v_a^{(e)}(\cdot) \right) = \gamma_{\overline{T-1,T}} \left( w^{(e)} \left( T-1 \right), u_a^{(e)} \left( T-1 \right), v_a^{(e)} \left( T-1 \right) \right) = \\ = \min_{u(T-1)\in \mathbf{U}_1(T-1)} \max_{v(T-1)\in \mathbf{V}_1(T-1)} \gamma_{\overline{T-1,T}} \left( w^{(e)} \left( T-1 \right), u \left( T-1 \right), v \left( T-1 \right) \right) = \Phi \left( x^{(e)} \left( T \right) \right) = \\ = \Phi \left( \overline{x} \left( T; \overline{0,T}, x_0, u_a^{(e)} \left( \cdot \right), v_a \left( \cdot \right) \right) \right) = c_{a,\gamma}^{(e)} \left( \overline{0,T}, w_0 \right), \tag{20}$$

где  $w^{(e)}(T-1) = \{T-1, x^{(e)}(T-1)\} \in \mathbf{W}(T-1), x^{(e)}(T-1) = \overline{x}(T-1; \overline{0, T}, x_0, u_a^{(e)}(\cdot), v_a(\cdot))\}.$ 

Сформулируем следующую многошаговую задачу минимаксного адаптивного терминального управления расходом топлива ДУ ЖРН для аппроксимирующей дискретной управляемой динамической системы (10) – (13), (16).

**Задача 2.** Для заданного промежутка времени  $\overline{0,T}$  и начальной позиции  $w_0 = \{0, x_0\} \in \mathbf{W}(0)$  в дискретной динамической системе (10) - (13), (16) требуется найти стратегию минимаксного адаптивного терминального управления  $\mathbf{U}_a^{(e)} = \mathbf{U}_a^{(e)}(w(t)) \in \mathbf{U}_a^*$ ,  $w(t) = \{t, x(t)\} \in \mathbf{W}(t), t \in \overline{0, T-1}$ , которая удовлетворяет соотношениям (18), (19), и число  $c_{a,\gamma}^{(e)}(\overline{0,T}, w_0)$  – минимаксный (оптимальный гарантированный) результат, соответствующий реализации этой стратегии, путём реализации конечного числа только одношаговых операций.

Нетрудно убедиться, что оптимальный гарантированный результат, полученный в результате решения Задачи 2, будет, по крайней мере, не хуже оптимального гарантированного результата, обеспечиваемого посредством решения Задачи 1. Отметим, что хотя Задача 2 является основной, но её решение и формализация базируются на решении Задачи 1.

## Алгоритмы решения Задачи 1 и Задачи 2

При решении сформулированной Задачи 1 используются результаты работ [4–7], а также аппарат построения и анализа ОД линейных управляемых динамических систем, широко применяемый в теоретических и прикладных задачах [4–6; 9–11].

Введём необходимое определение обобщённой ОД для системы (10) – (13) [4].

**Определение 1.** Обобщённой ОД линейной дискретной управляемой динамической системы (10) – (13) при фиксированном допустимом программном управлении  $u^*(\cdot) = \{u^*(t)\}_{t\in\overline{\tau,T-1}} \in \mathbf{U}(\overline{\tau,T})$  на момент времени *T*, соответствующей набору  $(X(\tau), u^*(\cdot))$ , где  $X(0) = \{x_0\}$ , называется множество вида:

$$\mathbf{G}(\tau, X(\tau), u^{*}(\cdot); T) = \{x(T) | x(T) \in \mathbb{R}^{4}, x(t+1) = A(t)x(t) + B(t)u^{*}(t) + D(t)v(t), \\ t \in \overline{\tau, T-1}, x(\tau) \in X(\tau), v(t) \in \mathbf{V}_{1}(t)\}.$$
(21)

В силу принятых предположений о том, что множества в ограничении (13) относятся к классу многогранников, в [4; 5] было показано, что множество, описывающее обобщённую ОД такой динамической системы, также будет принадлежать к этому классу.

Приведём описание общего рекуррентного алгебраического метода [4; 5] для построения обобщённых ОД рассматриваемой аппроксимирующей системы.

Алгоритм 1. (Общий рекуррентный алгебраический метод построения ОД).

1. Инициализация: 
$$X(\tau) = \{x(\tau)\}, u^*(\cdot) = \{u^*(t)\}_{t \in \overline{\tau, T-1}} \in \mathbf{U}(\overline{\tau, T}).$$

2. Для всех  $t \in \overline{\tau, T-1}$  последовательно выполнить

$$V(t) = \operatorname{Vertex}(\mathbf{V}_{1}(t));$$
  

$$\overline{X}(t+1) = (A(t)X(t) \oplus B(t)u^{*}(t)) \oplus D(t)V(t);$$
  

$$X(t+1) = \operatorname{RemoveRedundancy}(\overline{X}(t+1)).$$

3. Закончить.

Операции Vertex и RemoveRedundancy в алгоритме обозначают соответственно выделение вершин приведённого внутри скобок многогранника и решение задачи нахождения крайних точек для приведённого внутри скобок множества точек (формирование неизбыточного вершинного описания многогранника), которая решается как задача линейного математического программирования способом, предложенным в [6]. Операция суммирования множеств в данном алгоритме понимается как геометрическая сумма этих множеств и обозначена знаком  $\oplus$ .

Учитывая сказанное выше и результаты работ [4–6], алгоритм решения Задачи 1 минимаксного программного терминального управления расходом топлива ДУ ЖРН можно свести к следующей алгоритмической последовательности.

Алгоритм 2. (Минимаксное программное терминальное управление).

1. Упорядочение по возрастанию натурального индекса *j* конечного множества  $\mathbf{U}(\overline{\tau,T})$ , состоящего из *N* допустимых программных управлений  $u^{(j)}(\cdot) = \left\{ u^{(j)}(t) \right\}_{t \in \overline{\tau,T}} \in \mathbf{U}(\overline{\tau,T})$  (формирование множества  $\mathbf{U}(\overline{\tau,T}) = \left\{ u^{(j)}(t) \right\}_{j \in \overline{I,N}}$ ).

2. Построение обобщённых ОД  $G(\tau, X(\tau), u^{(j)}(\cdot); T)$  при фиксированных допустимых управлениях  $u^{(j)}(\cdot)$  для всех  $j \in \overline{1, N}$  (Алгоритм 1).

3. Формирование подмножества  $\tilde{\mathbf{U}}(\overline{\tau,T}) \subset \mathbf{U}(\overline{\tau,T})$  разрешённых программных управлений  $\tilde{u}^{(i)}(\cdot) = \left\{ \tilde{u}^{(i)}(t) \right\}_{t \in \overline{\tau,T}} \in \tilde{\mathbf{U}}(\overline{\tau,T}), \ i \in \overline{1,M}$  посредством удаления из множества  $\mathbf{U}(\overline{\tau,T})$  допустимых программных управлений  $u^{(j)}(\cdot) = \left\{ u^{(j)}(t) \right\}_{t \in \overline{\tau,T}} \in \mathbf{U}(\overline{\tau,T}),$  обобщённые ОД которых нарушают ограничения (11) для любого  $t \in \overline{\tau+1,T}$ , и упорядочение по возрастанию натурального индекса *i* множества  $\tilde{\mathbf{U}}(\overline{\tau,T})$ .

4. Формирование фасетного описания (в виде систем линейных алгебраических равенств и неравенств) многогранников  $G(\tau, \{x(\tau)\}, \tilde{u}^{(i)}(\cdot); T), i \in \overline{1, M}$ , например, с помощью модификации метода двойного описания [12], предложенной в [4].

5. Оптимизация функционала (16) на множестве  $G(\tau, \{x(\tau)\}, \tilde{u}^{(i)}(\cdot); T)$  для всех  $i \in \overline{1, M}$  методами выпуклого математического программирования, то есть нахождение следующего значения функционала:

$$\tilde{\gamma}_{\tau,T}^{(i)} = \gamma_{\tau,T} \left( w(\tau), u^{(i)}(\cdot), v^{(e)}(\cdot) \right) = \max_{v(\cdot) \in \mathbf{V}(\tau,T)} \gamma_{\tau,T} \left( w(\tau), u^{(i)}(\cdot), v(\cdot) \right) = \\ = \max_{x(T) \in \mathbf{G}(\tau, x(\tau), u^{(i)}(\cdot); T)} \left\| x(T) - x_d \right\|_4 = \left\| x^{(e)}(T) - x_d \right\|_4,$$
(22)

где  $x(T) = \overline{x}(T; \overline{\tau, T}, x(\tau), u^{(i)}(\cdot), v(\cdot)); \quad x^{(e)}(T) = \overline{x}(T; \overline{\tau, T}, x(\tau), u^{(i)}(\cdot), v^{(e)}(\cdot))$  (решается, например, с помощью метода Зойтендейка [13]).

6. Нахождение множества  $\mathbf{U}^{(e)}(\overline{\tau,T},w(\tau))$  минимаксных программных терминальных управлений и гарантированного результата управления  $c_{\gamma}^{(e)}(\overline{\tau,T},w(\tau))$  посредством решения следующей конечной задачи дискретной оптимизации:

$$\mathbf{U}^{(e)}\left(\overline{\tau,T},w(\tau)\right) = \left\{ u^{(e)}\left(\cdot\right) \mid u^{(e)}\left(\cdot\right) \in \mathbf{U}\left(\overline{\tau,T}\right), \\ \min_{\tilde{u}(\cdot)\in\tilde{\mathbf{U}}\left(\overline{\tau,T}\right)} \max_{v(\cdot)\in\mathbf{V}\left(\overline{\tau,T}\right)} \gamma_{\overline{\tau,T}}\left(w(\tau),\tilde{u}\left(\cdot\right),v(\cdot)\right) = \min_{i\in\overline{\mathbf{I},M}} \tilde{\gamma}_{\overline{\tau,T}}^{(i)} = \gamma_{\overline{\tau,T}}^{(e)} \right\}.$$

$$(23)$$

Используя Алгоритм 2, опишем решение основной Задачи 2 также в виде алгоритма. Пусть в дискретной динамической системе (10) – (13), (16) на промежутке времени  $\overline{0,\tau}$  реализовались управление  $u_{\tau}(\cdot) = \{u_{\tau}(t)\}_{t\in\overline{0,\tau-1}} \in \mathbf{U}(\overline{0,\tau})$  и возмущение  $v_{\tau}(\cdot) = \{v_{\tau}(t)\}_{t\in\overline{0,\tau-1}} \in \mathbf{V}(\overline{0,\tau})$ . Тогда для  $\tau \in \overline{0,T-1}$  минимаксная адаптивная терминальная стратегия  $\mathbf{U}_{a}^{(e)} \in \mathbf{U}_{a}^{*}$  формируется путём реализации следующей конечной последовательности операций.

Алгоритм 3. (Минимаксное адаптивное терминальное управление).

1. Для допустимых на промежутке 0,  $\tau$  реализаций управления  $u_{\tau}(\cdot) = \left\{ u_{\tau}(t) \right\}_{t \in \overline{0, \tau - 1}} \in \mathbf{U}(\overline{0, \tau})$  и возмущения  $v_{\tau}(\cdot) = \left\{ v_{\tau}(t) \right\}_{t \in \overline{0, \tau - 1}} \in \mathbf{V}(\overline{0, \tau})$  формирование  $\tau$ -позиции  $w^{(e)}(\tau) = \left\{ \tau, x^{(e)}(\tau) \right\} \in \mathbf{W}(\tau)$  ( $w^{(e)}(0) = \{0, x_0\} = w_0$ ), где  $x^{(e)}(\tau) = \overline{x}(\tau; \overline{0, \tau}, x_0, u_{\tau}(\cdot), v_{\tau}(\cdot))$ .

2. Решение Задачи 1, то есть вычисление множества минимаксных программных терминальных управлений  $\mathbf{U}^{(e)}(\overline{\tau,T},w^{(e)}(\tau))$  вида (22) и гарантированного результата  $c_{\gamma}^{(e)}(\overline{\tau,T},w^{(e)}(\tau)) = \gamma_{\overline{\tau,T}}^{(e)}$  на промежутке времени  $\overline{\tau,T}$  (Алгоритм 2).

3. Вычисление множества  $\mathbf{U}_{a}^{(e)}(w^{(e)}(\tau)) = \tilde{\mathbf{U}}_{a}^{(e)}(w^{(e)}(\tau)) \subseteq \mathbf{U}_{1}(\tau)$  по формуле (18).

- 4. Выбор любого управления  $u_a^{(e)}(\tau) \in \mathbf{U}_a^{(e)}(w^{(e)}(\tau))$ .
- 5. Вычисление по уравнениям нелинейной системы (1), (2) ( $\tau$ +1)-позиции системы  $w^{(e)}(\tau+1) = \left\{\tau+1, x^{(e)}(\tau+1)\right\}, x^{(e)}(\tau+1) = \overline{x}(\tau+1; \overline{\tau, \tau+1}, x_0, u_a^{(e)}(\tau), v_a(\tau)),$

где  $v_a(\tau) \in V_1(\tau)$  есть допустимая реализация возмущения в момент времени  $\tau$  (либо формирование её любым другим доступным способом). Например, если процедура реализуется на реальной ЖРН, то информация о ( $\tau$ +1)-позиции может быть получена путём обработки информации с датчиков уровней и расходомерных датчиков окислителя и горючего.

6. Осуществление перехода к пункту 1, если  $\tau \le T - 2$ , в противном случае – к пункту 7.

7. Вычисление согласно (20) оптимального гарантированного (минимаксного) результата решения Задачи 2  $c_{a,\gamma}^{(e)}(\overline{0,T},w_0)$ , соответствующего реализациям управления  $u_a^{(e)}(\cdot) = \left\{u_a^{(e)}(t)\right\}_{t\in\overline{0,T-1}} \in \mathbf{U}(\overline{0,T})$  и возмущения  $v_a(\cdot) = \left\{v_a(t)\right\}_{t\in\overline{0,T-1}} \in \mathbf{V}(\overline{0,T})$ , которые являются результатом использования стратегии минимаксного адаптивного терминального управления  $\mathbf{U}_{a}^{(e)} = \mathbf{U}_{a}^{(e)}(w(\tau)) \in \mathbf{U}_{a}^{*}$  на промежутке времени  $\overline{0,T}$ , где  $x^{(e)}(T) = \overline{x}(T; \overline{0,T}, x_{0}, u_{a}^{(e)}(\cdot), v_{a}(\cdot)).$ 

Отметим, что предложенный алгоритм решения Задачи 2 – минимаксного адаптивного терминального управления расходом топлива ДУ ЖРН – сводится к реализации только конечного числа операций – решения задач: конечной дискретной оптимизации, конечного числа систем линейных алгебраических равенств и неравенств, операций над выпуклыми многогранниками.

## Модельный пример

Предлагаемый метод решения Задачи 1 и Задачи 2 апробирован на модельном примере, иллюстрирующем решение задачи минимаксного адаптивного терминального управления расходом топлива ДУ третьей ступени ЖРН «Союз-2-1б».

Работа ДУ ЖРН рассматривается на отрезке времени  $[\theta_0, \theta_1]$ , где  $\theta_0$  – время начала установившегося режима функционирования ДУ,  $\theta_1$  – время выключения ДУ. В топливные баки окислителя и горючего заправлено нештатное количество топлива –  $M_{0,o} + \Delta M_o$  и  $M_{0,f} + \Delta M_f$  соответственно. Турбонасосный агрегат и дроссельная заслонка изначально выставлены на отклонённый от номинального коэффициент соотношения массовых расходов компонентов топлива  $K + \Delta K$ . Вал привода дросселя в каждый момент времени может занимать одно из девяти фиксированных положений, составляющих конечное множество в ограничении управляющего воздействия (12). Требуется к моменту времени  $\theta_1$  (терминальное управление) одновременно израсходовать окислитель и горючее в топливных баках. При этом для обеспечения безопасной работы ДУ запрещается отклонять коэффициент соотношения массовых расходов компонентов топлива больше чем на 7% от номинального значения K (ограничение (11)).

Для решения этой задачи используется исходная нелинейная дискретнонепрерывная математическая модель (1) – (6), достаточно точно описывающая динамику установившегося режима работы ДУ. Значения параметров данной модели приведены в табл. 1.

<i>I</i> , c	Р, тс	K	${M}_{_{0.o}}$ , КГ	${M}_{_{0.f}}$ , кг	$\Delta {M}_{o}$ , кг	$\Delta {M}_{f}$ , кг	$\Delta K$
360	30.24	2.5	18000	7200	100	-50	-0.075
$c_0$	$c_1$	<i>c</i> <sub>2</sub>	<i>c</i> <sub>3</sub>	$c_4$	$c_5$	$ heta_{_0}$ , c	$\theta_1^{}$ , c
10	0.01	-6700	900	-15	-12	0	300

Таблица 1. Значения параметров нелинейной системы

В соответствие исходной нелинейной дискретно-непрерывной модели ставится новая модель, которая формируется путём линеаризации относительно опорной траектории (7) и дискретизации с шагом, равным заданному числу управляющих воздействий (T = 4). При этом предполагается, что моменты времени переключения управляющего воздействия в системе (1) – (6) совпадают с целочисленными значениями промежутка времени  $\overline{0, T-1} = \overline{0,3}$ . Тогда сформированная аппроксимирующая модель (10) имеет следующий вид:

$$x(t+1) = Ax(t) + Bu(t) + Dv(t), \quad t \in 0,3.$$

Здесь  $x(t) = \{x_1(t), x_2(t), x_3(t), x_4(t)\} \in \mathbb{R}^4; x_1(t)$  – массовый расход окислителя;  $x_2(t)$  – масса окислителя в баке;  $x_3(t)$  – массовый расход горючего;  $x_4(t)$  – масса горючего в баке; фазовый вектор системы с учётом условия безотказной работы ДУ (11) для всех  $t = \overline{0, 4}$  ограничен многогранником вида

$$\mathbf{X}_{1}(t) = \{57.5 \le x_{1}(t) \le 62.5, -30 \le x_{2}(t) \le 20000, 23 \le x_{3}(t) \le 25, -30 \le x_{4}(t) \le 8000\};\$$

u(t) – скалярное управляющее воздействие, обозначающее фиксированные положения вала привода дроссельной заслонки, принимающее свои значения из конечного множества  $U_1(t) = \{1; 0.75; 0.5; 0.25; 0; -0.25; -0.5; -0.75; -1\}, \forall t \in \overline{0,3}; v(t)$  – погрешность формирования аппроксимирующей модели, принимающая свои значения из множества:  $V_1(t) = \{v(t)| -0.06 \le v_1(t) \le 0.06, -0.06 \le v_2(t) \le 0.06\} \subset \mathbb{R}^2, \forall t \in \overline{0,3};$  начальное фазовое состояние  $x(0) = x_0 = (59.134; 18100; 24.385; 7150)^{T}$  (расчётная изначальная несинхронность  $\Delta t_{_{KOH}} = 12.9$  с); матрицы *A*, *B* и *D* принимают значения:

	( 1	0	0	0)	( 1.	.064 )	(	1	0)
1	-75	1	0	0	D	0		0	0
A =	0	0	1	0	D = -0	).534  '	D =	0	-1
	0	0	-75	1)		0 )		0	0 )

Качество процесса управления оценивается значениями выпуклого терминального функционала в финальный момент времени T = 4:

$$\Phi(x(T)) = \sqrt{(x_1(T) - 60)^2 + (x_2(T))^2 + (x_3(T) - 24)^2 + (x_4(T))^2 + (x_2(T) - Kx_3(T))^2},$$

в котором первые четыре слагаемые под квадратным корнем обозначают отклонение от номинального (желаемого) финального состояния  $x_d = (60; 0; 24; 0)^T$ , а пятое слагаемое отвечает за «одновременность» окончания компонентов топлива.

Сначала рассмотрим решение задачи в постановке минимаксного программного терминального управления для упрощённой системы (Задача 1), которое реализовано с помощью Алгоритма 2. В качестве решения сформировано множество минимаксных программных терминальных управлений  $U^{(e)}(\overline{0,T},w(0))$ , состоящее из одного допустимого программного управления  $u^{(e)}(\cdot) = \left\{ u^{(e)}(t) \right\}_{t \in \overline{0.3}} = \{1, 1, -0.75, -0.25\}$ , с оптимальным гарантированным результатом решения Задачи 1 не хуже, чем  $c_{\gamma}^{(e)}(\overline{0,T},w_0) = 115.79$ . При использовании найденного управления  $u^{(e)}(\cdot)$  в исходной финальное модели фазовое состояние принимает значение  $x(\theta_1) = (60.26; 22.6; 23.86; 5)^T$ , в котором значение показателя качества равно  $\Phi(x(\theta_1)) = 25.295$ . Таким образом, если использовать минимаксное программное управление  $u^{(e)}(\cdot)$ , в баках окислителя и горючего останется по 22.6 кг и 5 кг соответственно, а несинхронность окончания компонентов топлива составит  $\Delta t_{\kappa o \mu} = 0.17$  с.

Далее рассмотрим решение задачи в постановке адаптивного минимаксного терминального управления исходной системой (Задача 2), реализованное с помощью Алгоритма 3. Результатом применения минимаксной адаптивной стратегии  $U_a^{(e)}$  стало множество управлений  $U_a^{(e)}(w^{(e)}(t))$ , состоящее из допустимого на промежутке времени  $\overline{0,4}$  управления  $u_a^{(e)}(\cdot) = \{u_a^{(e)}(w(t))\}_{t \in \overline{0,3}} = \{1, 0.5, 0.25, -1\}$ , гарантирующего результат решения Задачи 2 не хуже, чем  $c_{a,\gamma}^{(e)}(\overline{0,T}, w_0) = 22.658$ . При подстановке найденного управления  $u_a^{(e)}(\cdot)$  в исходную модель финальное фазовое состояние принимает значение  $x(\theta_1) = (60; 20.3; 24; 4.5)^T$ , в котором показатель качества равен  $\Phi(x(\theta_1)) = 22.657$ . Таким образом, при использовании стратегии минимаксного адаптивного управления в баках окислителя и горючего остаётся по 20.3 и 4.5 кг соответственно, а несинхронность составит  $\Delta t_{xou} = 0.15$  с.

На рис. 1 представлены проекции фазовых траекторий исходной модели, порождённые найденным минимаксным программным терминальным управлением  $u^{(e)}(\cdot)$  и стратегией минимаксного адаптивного терминального управления  $U_a^{(e)}$ . В табл. 2 сведены результаты применения найденных минимаксных программного и адаптивного управлений к исходной модели (1) – (6), а также их результаты для наихудшего случая в упрощённой модели. На рис. 2 показаны графики изменения параметра несинхронности  $\Delta t_{кон}$  при решении Задачи 1 и Задачи 2.

Из результатов моделирования можно сделать вывод, что стратегия минимаксного адаптивного терминального управления при её использовании для управления процессом расхода топлива ДУ третьей ступени ЖРН «Союз-2-1б» обеспечивает оптимальный гарантированный (минимаксный) результат не хуже, чем результат управления в соответствующей линейной дискретной системе при возможных наихудших реализациях возмущений (погрешностей аппроксимации модели).



Рис. 1. Фазовые траектории (слева – бак окислителя, справа – горючего) при решении Задачи 1 и Задачи 2: штриховая линия – опорная траектория; штрихпунктирная линия – траектория исходной системы при минимаксном программном терминальном управлении; сплошная линия – траектория исходной системы при минимаксном адаптивном терминальном управлении

	Управление	$x_1(T),$ кг/с	$x_2(T),$ кг	$x_3(T)$ , кг/с	$x_4(T),$ кг	$\Phi(x(T))$	$\Delta t_{_{KOH}}$
Опорная траектория	$u_{ref}\left(t\right)=0$	60	0	24	0	0	0
Упрощённая модель	$u^{(e)}(\cdot)$	60.08	47.7	24.09	-22.2	115.79	1.71
	$u_a^{(e)}(\cdot)$	59.82	20.3	23.91	4.5	22.658	0.15
Исходная модель	$u^{(e)}(\cdot)$	60.26	22.6	23.86	5	25.295	0.17
	$u_a^{(e)}(\cdot)$	60	20.3	24	4.5	22.657	0.15

Таблица 2. Результаты моделирования



Рис. 2. Изменение параметра несинхронности ∆t<sub>кон</sub>: итриховая линия — минимаксное программное управление; сплошная линия — минимаксное адаптивное управление

## Заключение

Исследована нелинейная дискретно-непрерывная управляемая система, описывающая динамику расхода топлива ДУ ЖРН, которая путём линеаризации относительно опорной траектории и дискретизации преобразована в соответствующую ей линейную дискретную управляемую динамическую систему. Задача оптимизации управления расходом топлива ДУ ЖРН сформулирована как задача минимаксного адаптивного терминального управления линейной дискретной динамической системой с выпуклым функционалом качества.

Сформулированная многошаговая задача минимаксного адаптивного терминального управления расходом топлива ДУ ЖРН решается путём реализации конечной последовательности решений только одношаговых задач линейного и выпуклого математического программирования, дискретной оптимизации, конечных систем линейных алгебраических равенств и неравенств, а также выполнения операций над выпуклыми множествами. На основе описанного метода решения рассматриваемой задачи разработан соответствующий численный алгоритм и получены результаты моделирования для задачи терминального управления расходом топлива ДУ третьей ступени ЖРН «Союз-2-1б». Результаты моделирования демонстрируют как эффективность общего рекуррентного алгебраического метода построения ОД линейных дискретных управляемых динамических систем, используемого при решении вспомогательной задачи минимаксного программного терминального управления, так и предлагаемый численный алгоритм для решения задачи минимаксного адаптивного терминального управления. Результаты позволяют сделать вывод о возможности применения предлагаемой методики при разработке систем управления расходом топлива ДУ ЖРН.

# Библиографический список

1. Петров Б.Н. Избранные труды. Т. 2. Управление авиационными и космическими аппаратами. М.: Наука, 1983. 328 с.

2. Челомей В.Н. Пневмогидравлические системы двигательных установок с жидкостными ракетными двигателями. М.: Машиностроение, 1978. 289 с.

3. Завадский В.К., Иванов В.П., Каблова Е.Б., Кленовая Л.Г. Системы управления расходованием топлива (назначение, принципы построения, алгоритмы управления) // Сборник трудов Всероссийской конференции «Актуальные проблемы ракетно-космической техники (V Козловские чтения)» (11-15 сентября 2017 г., Самара). Т. 1. Самара: СамНЦ РАН, 2017. С. 243-254.

4. Шориков А.Ф. Минимаксное оценивание и управление в дискретных динамических системах. Екатеринбург: Уральский университет, 1997. 242 с.

5. Тюлюкин В.А., Шориков А.Ф. Об одном алгоритме построения области достижимости линейной управляемой системы // В сб.: «Негладкие задачи оптимизации и управление». Свердловск: УрО АН СССР, 1988. С. 55-61.

6. Шориков А.Ф., Булаев В.В., Горанов А.Ю., Калёв В.И. Аппроксимация областей достижимости нелинейных дискретных управляемых динамических систем // Вестник Бурятского государственного университета. Математика, информатика. 2018. № 1. С. 52-65. DOI: 10.18101/2304-5728-2018-1-52-65

7. Шориков А.Ф., Калёв В.И. Формирование линейной дискретной динамической модели для решения задачи оптимального терминального управления расходом топлива ракеты-носителя // Труды Пятой Международной научной конференции «Информационные технологии и системы» (24-28 февраля 2016 г., Банное). Челябинск: Челябинский государственный университет, 2016. С. 61-66.

8. Бобровников Г.Н., Катков А.Г. Методы измерения уровня. М.: Машиностроение, 1977. 168 с.

9. Брайсон А., Хо Ю-Ши. Прикладная теория оптимального управления. М.: Мир, 1972. 544 с.

10. Красовский Н.Н. Теория управления движением. М.: Наука, 1968. 476 с.

11. Красовский Н.Н., Субботин А.И. Позиционные дифференциальные игры. М.: Наука, 1974. 456 с.

12. Черников С.Н. Линейные неравенства. М.: Наука, 1968. 488 с.

13. Зойтендейк Г. Методы возможных направлений. М.: Изд-во иностранной литературы, 1963. 176 с.

# SOLVING THE PROBLEM OF MINIMAX CLOSED-LOOP CONTROL OF LIQUID-PROPELLANT LAUNCH VEHICLE FUEL CONSUMPTION CONTROL

© 2019

A. F. Shorikov	Professor, Doctor of Science (Phys. & Math.); Ural Federal University, Yekaterinburg, Russian Federation;
	a.f.shorikov@urfu.ru

V. I. Kalev Leading Engineer of the Department of Motion Control; Scientific and Production Association of Automatics named after Academician N.A. Semikhatov, Yekaterinburg, Russian Federation; persona@npoa.ru

The paper provides mathematical formalization and a method of solving the problem of minimax (guaranteed) closed-loop terminal control of fuel consumption of a liquid-propellant launch vehicle power plant. The initial discrete-continuous nonlinear model of the controlled object is linearized along the given reference phase path and is approximated by a linear discrete-time multistep dynamical system. The approximated system includes the state vector, the control vector and the disturbance vector that defines the error of formation of the approximated model. Taking into account the geometrical constrains of control and disturbance vectors in the approximated system, we formulate the main problem of minimax closed-loop terminal control of propellant consumption of the launch vehicle's propulsion system. This problem consists in solving a number of auxiliary tasks of minimax open-loop terminal control. To solve each of these tasks we use an instrument of development and analysis of generalized attainability domains of the approximated linear discrete dynamical system. These techniques are implemented by modifying the general recurrent algebraic method. To solve the problems under consideration we propose an approach and an appropriate numerical algorithm that is reduced to the implementation of a finite sequence of only one-step algebraic and optimization operations. The efficiency of the proposed approach to solving the problem under consideration is demonstrated and verified by a computer simulation example. This simulation example consists in controlling the process of propellant consumption for "Soyuz-2.1b" launch vehicle's third stage propulsion system.

Launch vehicle; propulsion system; closed-loop control; propellant consumption control; minimax; guaranteed control; robust control.

<u>Citation:</u> Shorikov A.F., Kalev V.I. Solving the problem of minimax closed-loop control of liquid-propellant launch vehicle fuel consumption control. *Vestnik of Samara University. Aerospace and Mechanical Engineering.* 2019. V. 18, no. 4. P. 129-145. DOI: 10.18287/2541-7533-2019-18-4-129-145

## References

1. Petrov B.N. *Izbrannye trudy. T. 2. Upravlenie aviatsionnymi i kosmicheskimi apparatami* [Selectas. Vol. 2. Air- and spacecraft control]. Moscow: Nauka Publ., 1983. 328 p.

2. Chelomey V.N. *Pnevmogidravlicheskie sistemy dvigatel'nykh ustanovok s zhidkostnymi raketnymi dvigatelyami* [Pneumatic / hydraulic systems of liquid-propellant engine power plants]. Moscow: Mashinostroenie Publ., 1978. 289 p.

3. Zavadskiy V.K., Ivanov V.P., Kablova E.B., Klenovaya L.G. Propellant-consumption control systems (mission, design concept, algorithms for systems). *Sbornik trudov Vserossiyskoy konferentsii «Aktual'nye problemy raketno-kosmicheskoy tekhniki (V Kozlovskie chteniya)» (September, 11-15, 2017, Samara)*. Samara: Samarskiy Nauchnyy Tsentr RAN Publ., 2017. P. 243-254. (In Russ.)

4. Shorikov A.F. *Minimaksnoe otsenivanie i upravlenie v diskretnykh dinamicheskikh sistemakh* [Minimax estimation and control in discrete dynamical systems]. Ekaterinburg: Ural University Publ., 1997. 242 p.

5. Tyulyukin V.A., Shorikov A.F. Ob odnom algoritme postroeniya oblasti dostizhimosti lineynoy upravlyaemoy sistemy. *V sb.: «Negladkie Zadachi Optimizatsii i Upravlenie»*. Sverdlovsk: UrO AN SSSR Publ., 1988. P. 55-61. (In Russ.)

6. Shorikov A.F., Bulaev V.V., Goranov A.Yu., Kalev V.I. Approximation of attainability domains of nonlinear discrete-time controlled dynamical systems. *BSU Bulletin. Mathematics, Informatics.* 2018. No. 1. P. 52-65. DOI: 10.18101/2304-5728-2018-1-52-65. (In Russ.)

7. Shorikov A.F., Kalev V.I. Linear discrete-time dynamical model forming for solving optimal terminal fuel consumption problem of launch vehicle. *Proceedings of the Fifth International Scientific Conference «Information Technologies and Systems» (February, 24-28, 2016, Bannoe).* Chelyabinsk: Chelyabinsk State University Publ., 2016. P. 61-66. (In Russ.)

8. Bobrovnikov G.N., Katkov A.G. *Metody izmereniya urovnya* [Methods of level measurement]. Moscow: Mashinostroenie Publ., 1977. 168 p.

9. Bryson A.E., Ho Yu-Chi. Applied optimal control. New York: Routledge Publ., 1975. 496 p.

10. Krasovskiy N.N. *Teoriya upravleniya dvizheniem* [Motion control theory]. Moscow: Nauka Publ., 1968. 476 p.

11. Krasovskiy N.N., Subbotin A.I. *Pozitsionnye differentsial'nye igry* [Positional differential games]. Moscow: Nauka Publ., 1974. 456 p.

12. Chernikov S.N. *Lineynye neravenstva* [Linear inequalities]. Moscow: Nauka Publ., 1968. 488 p.

13. Zoutendijk G. Methods of feasible directions: a study in linear and non-linear programming. Amsterdam: Elsevier Publ., 1960. 126 p.

УДК 629.78

DOI: 10.18287/2541-7533-2019-18-4-146-156

# ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ДВИЖЕНИЕМ КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА В ПОЛЕ ПРИТЯЖЕНИЯ АСТЕРОИДА ЭРОС 433

© 2019

# А. Ю. Шорников аспирант кафедры космического машиностроения; Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва; andreishornikov@gmail.com

Рассматривается алгоритм оптимизации управляемого движения космического аппарата с двигателями малой тяги в поле притяжения астероида Эрос 433. Гравитационное поле астероида имеет сложную конфигурацию. Приведена математическая модель гравитационного потенциала данного тела и математическая модель движения космического аппарата с электроракетными двигателями малой тяги. Оптимальная по быстродействию программа управления ищется с помощью принципа максимума Понтрягина. Сформулированная краевая задача решается численно модифицированным методом Ньютона. Описанный алгоритм решения может быть использован для решения схожих задач динамики полёта с малой тягой при маневрировании вблизи объектов с гравитационными полями сложной конфигурации.

Астероид; гравитационное поле сложной конфигурации; космический аппарат; малая тяга; программа оптимального управления; принцип максимума; краевая задача.

<u>Шитирование</u>: Шорников А.Ю. Оптимальное управление движением космического аппарата в поле притяжения астероида Эрос 433 // Вестник Самарского университета. Аэрокосмическая техника, технологии и машиностроение. 2019. Т. 18, № 4. С. 146-156. DOI: 10.18287/2541-7533-2019-18-4-146-156

#### Введение

Исследования астероидов и комет направлены на удовлетворение познавательных потребностей, поиск схем противодействия космическим угрозам, изучение возможности размещения космических баз на астероидах и даже их разработке с целью добычи полезных ископаемых. Для решения данных задач необходимо проведение исследований космическими аппаратами (КА) у поверхности небесных тел. Движение космического аппарата вблизи астероидов и комет нестабильно. Это связано с неправильной геометрической формой данных тел (смещённый центр масс, полости и пустоты в структуре объекта, неравномерное распределение плотности вещества), приводящей к тому, что и продуцированные гравитационные потенциалы имеют сложную конфигурацию. Движение космического аппарата в таком поле отличается от движения вблизи сфероидальных и эллипсоидальных тел и задача маневрирования вблизи поверхности астероидов и комет становится трудноразрешимой [1].

При планировании миссий требуется проведение маневрирования у поверхности объекта. Ценность полученной научной информации зависит от длительности функционирования КА вблизи астероида. В качестве критерия оптимальности единичного манёвра выбран минимальный расход рабочего тела. В этом случае КА может совершить большее число манёвров и дольше функционировать в районе исследуемого тела. Данная работа направлена на определение оптимальной программы управления направлением тяги двигательной установки при межорбитальном переходе вблизи астероида Эрос 433. Для этого необходимо решить следующую совокупность задач: формирование модели гравитационного поля, постановка задачи оптимального управления, решение её с помощью формализма принципа максимума Понтрягина, включая численное решение краевой задачи. Выбор в качестве объекта астероида Эрос 433 обоснован
наличием результатов измерения гравитационного поля астероида космической станцией NEAR Shoemaker [2], которые позволяют произвести валидацию используемой математической модели.

#### Математическая модель

В ряде источников [3-6] рассматривается проблема формализации гравитационных полей объектов со сложной геометрией. В [3] авторы предлагают представление гравитационного потенциала астероида Касталиа 4769 суммой массивных полигонов, расположенных на поверхности тела. В [4] авторы приводят сравнительный анализ полигональной модели и модели точечных притягивающих центров для астероида Клеопатра 216. В [5] авторы приводят сравнительный анализ гравитационных потенциалов, представленных в виде математических рядов, разложенных на сферические, сфероидальные, эллипсоидальные функции для спутников Марса. В [6] авторы рассматривают положение точек равновесия для 23 различных астероидов в полигональных моделях гравитационных полей.

Недостатками полигональной математической модели гравитационного поля является её громоздкость при использовании в задачах динамики полёта космических аппаратов и необходимость заранее знать физические свойства объектов – геометрию и распределение масс. При планировании миссии к неизученному ранее астероиду эти данные не могут быть получены без непосредственных измерений.

В данной работе в качестве модели гравитационного поля предлагается использовать барицентрическую модель, представляющую астероид как суперпозицию массивных точек, вращающихся с заданной угловой скоростью относительно общего барицентра [7]. Такой подход позволяет производить моделирование гравитационного поля объекта с известной степенью точности в случаях, когда информация об объекте практически отсутствует. Подход сводится к представлению гравитационного поля объекта в виде набора притягивающих точек массой  $m_i$ , движущихся вокруг центра масс объекта. Таким образом, задача моделирования гравитационного поля сводится к задаче N-тел [8]:

$$m_{t} = \sum_{i=1}^{n} m_{i} \rightarrow \mathbf{U}(\mathbf{r}_{SV}) = \sum_{i=1}^{n} \mathbf{U}_{i}(\mathbf{r}_{SV}, \mathbf{r}_{AST}^{i}), \qquad (1)$$

где  $m_i$  - масса астероида;  $\mathbf{U}(\mathbf{r}_{SV})$  - полный гравитационный потенциал астероида в точке с радиус вектором  $\mathbf{r}_{SV}$ ;  $\mathbf{U}_i(\mathbf{r}_{SV}, \mathbf{r}_{AST}^i)$  - гравитационный потенциал от *i*-й массивной точки астероида в точке с радиус-вектором  $\mathbf{r}_{SV}$ .

Количество притягивающих центров для каждого астероида определяется индивидуально, исходя из соображения, что пространственная суперпозиция точечных гравитационных полей в каждый момент времени должна обеспечивать наибольшее топологическое соответствие реальной геометрии объекта моделирования. Ключевое допущение в данном случае заключается в том, что форма гравитационного поля объекта соответствует геометрической форме поверхности.

В работе [7] получена математическая модель гравитационного поля астероида Эрос 433, представляющая собой суперпозицию двух притягивающих центров. Физические характеристики астероида [9]: геометрические размеры  $34,4 \times 11,2 \times 11,2$  км, средний диаметр 16,8 км, масса  $m_t = 6,69 \cdot 10^{15}$  кг, период вращения 5,27 ч.

Массы и расстояние между притягивающими центрами выбраны таким образом, чтобы обеспечить равенство центробежных и гравитационных сил. Для астероида Эрос 433 это равенство обеспечивается следующими параметрами: массы притягивающих центров:  $m_1 = 4,356 \cdot 10^{15}$  кг,  $m_2 = 2,334 \cdot 10^{15}$  кг (рис. 1), угловая скорость вращения относительно барицентра  $5,6 \cdot 10^{-4}$  рад/с, расстояние между притягивающими центрами 10,4 км. В работе [7] анализируется точность полученной модели относительно модели гравитационного потенциала для однородного тела, геометрическая форма и масса которого совпадают с астероидом Эрос 433. Погрешность указанной моделей по величине и направлению гравитационного ускорения не превышает 7,9%.



Рис 1. Двухточечная барицентрическая модель гравитационного поля астероида Эрос 433

Задача моделирования управляемого движения космического аппарата при использовании двухточечной барицентрической модели гравитационного поля астероида с учётом возмущающего воздействия от Солнца сводится к ограниченной задаче трёх тел. Моделирование проводится в трёхмерной декартовой барицентрической системе координат BsXYZ (рис. 2), центр которой находится в центре масс объекта, а оси сонаправлены с осями гелиоцентрической инерциальной системы координат. Направление тяги двигателя определяется двумя углами: угол  $\alpha$  между вектором тяги и осью X и угол  $\beta$  между вектором тяги и осью Y.

Уравнения движения КА в векторной форме примут вид:

$$\ddot{\mathbf{r}}_{SV} = -\frac{\mu_{AST}^{1}}{\left|\mathbf{r}_{SV} - \mathbf{r}_{AST}^{1}\right|^{3}} \left(\mathbf{r}_{SV} - \mathbf{r}_{AST}^{1}\right) - \frac{\mu_{AST}^{2}}{\left|\mathbf{r}_{SV} - \mathbf{r}_{AST}^{2}\right|^{3}} \left(\mathbf{r}_{SV} - \mathbf{r}_{AST}^{2}\right) + \mu_{SUN} \left(\frac{\Delta}{\Delta^{3}} - \frac{\mathbf{r}_{SUN}}{r_{SUN}^{3}}\right) + \mathbf{P};$$

$$\begin{cases} P_{x} = \frac{P\delta}{m_{SV}} \cos \alpha, \ P_{y} = \frac{P\delta}{m_{SV}} \cos \beta, \\ P_{z} = \frac{P\delta}{m_{SV}} \left(\sqrt{1 - \cos^{2} \alpha - \cos^{2} \beta}\right), \\ \dot{m}_{SV} = -\frac{P}{c} \delta. \end{cases}$$
(2)

Здесь  $\mu_{AST}^{i}$  – гравитационный параметр *i*-го притягивающего центра в математической модели, описывающей гравитационное поле астероида;  $\mu_{SUN}$  – гравитационный параметр Солнца;  $\mathbf{r}_{SV}$  – радиус-вектор космического аппарата относительно барицентра;  $\mathbf{r}_{AST}^{1}$ ,  $\mathbf{r}_{AST}^{2}$  - радиус-вектор первого и второго притягивающих центров относительно барицентра соответственно;  $\delta$  – функция переключения режимов работы двигательной установки: соответственно 0 или 1;  $\mathbf{r}_{SUN}$  - радиус-вектор Солнца относительно барицентра;  $m_{SV}$  - масса космического аппарата; c - скорость истечения рабочего тела двигательной установки.



Рис. 2. К определению углов направления тяги двигательной установки космического аппарата

## Оптимизация программного управления

Поиск оптимальной программы управления вектором тяги двигательной установки будем проводить с использованием принципа максимума Понтрягина [10]. В качестве критерия оптимальности примем минимальный расход рабочего тела.

С учётом постоянства силы тяги требуется найти такие законы изменения углов управления двигательной установки и функцию переключения режимов её работы, чтобы обеспечить минимальную длительность перелёта

$$\mathbf{u}_{opt}(t) = \left(\alpha_{opt}(t), \quad \beta_{opt}(t), \quad \delta_{opt}(t)\right)^{T} =$$
  
=  $\arg\min_{\mathbf{u}(t)} \left(T \left| \mathbf{r}_{SV}(0) = \mathbf{r}_{S}, \quad \mathbf{V}_{SV}(T) = \mathbf{V}_{S}, \quad \mathbf{r}_{SV}(T) = \mathbf{r}_{f}, \quad \mathbf{V}_{SV}(T) = \mathbf{V}_{f}\right),$  (4)

где T - длительность перелёта;  $\mathbf{r}_s$  и  $\mathbf{V}_s$  - радиус-вектор и вектор скорости КА на орбите старта в начальный момент времени;  $\mathbf{r}_f$  и  $\mathbf{V}_f$  - радиус-вектор и вектор скорости КА на целевой орбите.

Согласно принципу максимума Понтрягина необходимо ввести вектор фазовых координат управляемого объекта

$$\mathbf{x}(t) = \left(\mathbf{r}_{SV}(t), \quad \mathbf{V}_{SV}(t), \quad m_{SV}(t)\right)^{t}$$
(5)

и поставить в соответствие вектор сопряжённых переменных  $\psi(t)$ :

$$\boldsymbol{\Psi}(t) = \left(\boldsymbol{\Psi}_{\mathbf{r}}(t), \quad \boldsymbol{\Psi}_{\mathbf{V}}(t), \quad \boldsymbol{\psi}_{m}\right)^{T}.$$
(6)

В векторной форме полученный Гамильтониан имеет вид [11]:

$$H = \mathbf{\Psi}_{r} \dot{\mathbf{r}} + \mathbf{\Psi}_{V} \dot{\mathbf{V}} - \mathbf{\Psi}_{m} \frac{P}{c} \delta .$$
<sup>(7)</sup>

Согласно принципу максимума оптимальная программа управления соответствует максимуму Гамильтониана. В результате дифференцирования Гамильтониана (7) по компонентам управления и решения полученной системы уравнений в [12] была получена оптимальная программа управления:

$$\left\{ \begin{aligned} \alpha &= \arccos\left(\frac{\psi_{V_{x}}}{\sqrt{\psi_{V_{x}}^{2} + \psi_{V_{y}}^{2} + \psi_{V_{z}}^{2}}}\right), \\ \beta &= \arccos\left(\frac{\psi_{V_{y}}}{\sqrt{\psi_{V_{x}}^{2} + \psi_{V_{y}}^{2} + \psi_{V_{z}}^{2}}}\right), \\ \delta &= 1. \end{aligned} \right\}$$
(8)

Тогда вместе с полученными соотношениями (8) и системой для сопряжённых уравнений имеется система из 14 дифференциальных уравнений, описывающих управляемое движение космического аппарата в проекциях на оси барицентрической системы координат: три уравнения положения космического аппарата  $\mathbf{r}_{SV} = (x_{SV}, y_{SV}, z_{SV})^T$ ; три уравнения скоростей  $\mathbf{V}_{SV} = (V_{SV_x}, V_{SV_y}, V_{SV_z})^T$ ; три уравнения сопряжённых переменных для радиус-вектора положения космического аппарата:  $\boldsymbol{\psi}_r = (\boldsymbol{\psi}_x, \boldsymbol{\psi}_y, \boldsymbol{\psi}_z)^T$ ; три уравнения сопряжённых переменных для вектора скоростей:  $\boldsymbol{\psi}_V = (\boldsymbol{\psi}_{v_x}, \boldsymbol{\psi}_{v_y}, \boldsymbol{\psi}_z)^T$ ; одно уравнение изменения массы космического аппарата  $m_{SV}$  и одно уравнение сопряжённых ной переменной для массы космического аппарата  $\boldsymbol{\psi}_m$ .

Краевая задача формулируется следующим образом: в начальный момент времени фазовый вектор состояния космического аппарата определяется значениями  $\mathbf{r}_s$  и  $\mathbf{V}_s$ и требуется достигнуть некоторой точки фазового пространства, определяемой  $\mathbf{r}_f$  и  $\mathbf{V}_f$ , при минимальной длительности перелёта.

Процедура решения краевой задачи основана на численном интегрировании системы дифференциальных уравнений (2) с учётом управления (3), (8) и сопряжённой системы уравнений.

В начальный момент времени вектор фазовых координат системы определяется следующим образом:

$$\mathbf{r}_{SV}(0) = \left(x_{SV_{S}}, y_{SV_{S}}, z_{SV_{S}}, Vx_{SV_{S}}, Vy_{SV_{S}}, Vz_{SV_{S}}, m_{0}, \psi_{x_{0}}, \psi_{y_{0}}, \psi_{z_{0}}, \psi_{Vx_{0}}, \psi_{Vy_{0}}, \psi_{Vz_{0}}, \psi_{m_{0}}\right)^{T}.$$
(9)

В конечный момент времени фиксируется полученный вектор конечного состояния

$$\mathbf{r}_{SV}(T) = \left(x_{SV}(T), y_{SV}(T), z_{SV}(T), Vx_{SV}(T), Vy_{SV}(T), Vz_{SV}(T), \psi_m(T)\right)^T$$

и рассчитывается невязка

$$\gamma^{2} = \left(x_{SV}(T) - x_{SV_{f}}\right)^{2} + \left(y_{SV}(T) - y_{SV_{f}}\right)^{2} + \left(z_{SV}(T) - z_{SV_{f}}\right)^{2} + \left(Vx_{SV}(T) - Vx_{SV_{f}}\right)^{2} + \left(Vx_{SV}(T) - Vx_{SV_{f}}\right)^{2} + \left(Vy_{SV}(T) - Vy_{SV_{f}}\right)^{2} + \left(Vz_{SV}(T) - Vz_{SV_{f}}\right)^{2} + \left(\psi_{m}(T)\right)^{2}.$$
(10)

Последнее слагаемое в (10) отражает необходимость выполнения условия трансверсальности в конечный момент времени, так как масса космического аппарата не фиксирована.

Если полученный вектор конечного состояния соответствует граничным условиям с заданной степенью точности, то процесс вычислений может быть окончен. В противном случае следующее приближение начального значения сопряжённых переменных вычисляется по модифицированному методу Ньютона [13]. Составляется матричное уравнение  $\mathbf{A} \cdot \Delta \boldsymbol{\psi} = \mathbf{B}$  для вычисления приращений к вектору сопряжённых переменных. Матрица **A** является матрицей частных производных невязок по приращениям сопряжённых множителей:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \frac{x_{1}^{w_{1}+\theta_{x}} - x_{k_{0}}^{1}}{\theta_{x}} & \frac{x_{1}^{w_{1}+\theta_{y}} - x_{k_{0}}^{1}}{\theta_{y}} & \frac{x_{1}^{w_{1}+\theta_{z}} - x_{k_{0}}^{1}}{\theta_{z}} & \frac{x_{1}^{w_{1}x+\theta_{x}} - x_{k_{0}}^{1}}{\theta_{r_{x}}} & \frac{x_{1}^{w_{1}y+\theta_{y}} - x_{k_{0}}^{1}}{\theta_{r_{y}}} & \frac{y_{1}^{w_{1}z+\theta_{z}} - x_{k_{0}}^{1}}{\theta_{m}} \\ \frac{y_{1}^{w_{1}+\theta_{x}} - y_{k_{0}}^{1}}{\theta_{x}} & \frac{y_{1}^{w_{1}+\theta_{y}} - y_{k_{0}}^{1}}{\theta_{y}} & \frac{y_{1}^{w_{2}+\theta_{z}} - y_{k_{0}}^{1}}{\theta_{z}} & \frac{y_{1}^{w_{1}x+\theta_{x}} - y_{k_{0}}^{1}}{\theta_{r_{x}}} & \frac{y_{1}^{w_{1}y+\theta_{y}} - y_{k_{0}}^{1}}{\theta_{r_{y}}} & \frac{y_{1}^{w_{1}z+\theta_{z}} - y_{k_{0}}^{1}}{\theta_{r_{z}}} & \frac{y_{1}^{w_{1}z+\theta_{z}} - y_{k_{0}}^{1}}{\theta_{r_{z}}} & \frac{y_{1}^{w_{1}z+\theta_{z}} - y_{k_{0}}^{1}}{\theta_{r_{z}}} & \frac{y_{1}^{w_{1}z+\theta_{z}} - y_{k_{0}}^{1}}{\theta_{r_{z}}} & \frac{y_{1}^{w_{1}z+\theta_{z}} - z_{k_{0}}^{1}}{\theta_{r_{z}}} & \frac{y_{1}^{w_{1}z+\theta_{z}} - z_{k_{0}}^{1}}{\theta_{r_{z}}} & \frac{y_{1}^{w_{1}z+\theta_{z}} - z_{k_{0}}^{1}}{\theta_{r_{z}}} & \frac{y_{1}^{w_{1}z+\theta_{z}} - z_{k_{0}}^{1}}{\theta_{r_{z}}} & \frac{z_{1}^{w_{1}z+\theta_{z}} - z_{k_{0}}^{1}}{\theta_{r_{z}}}} & \frac{z_{1}^{w_{1}z+\theta_{z}} - z_{k_{0}}^{1}}{\theta_{r_{z}}}} & \frac{z_{1}^{w_{1}z+\theta_{z}} - z_{k_{0}}^{1}}{\theta_{r_{z}}}} & \frac{z_{1}^{w_{1}z+\theta_{z}} - z_{k_{0}}^{1}}{\theta_{r_{z}}} & \frac{z_{1}^{w_{1}z+\theta_{z}} - z_{k_{0}}^{1}}{\theta_{r_{z}}}} & \frac{z_{1}^{w_{1}z+\theta_{z}} - z_{1}^{1}}{\theta_{r_{z}}}} & \frac$$

(11)

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} x_{SV}(T) - x_{SV_f} \\ y_{SV}(T) - y_{SV_f} \\ z_{SV}(T) - z_{SV_f} \\ Vx_{SV}(T) - Vx_{SV_f} \\ Vy_{SV}(T) - Vy_{SV_f} \\ Vy_{SV}(T) - Vz_{SV_f} \\ Vz_{SV}(T) - Vz_{SV_f} \\ \psi_m(T) \end{bmatrix}, \quad \Delta \Psi = \begin{bmatrix} \Delta \Psi_x \\ \Delta \Psi_y \\ \Delta \Psi_y \\ \Delta \Psi_z \\ \Delta \Psi_{Vz} \\ \Delta \Psi_{Vz} \\ \Delta \Psi_{Vz} \\ \Delta \Psi_m \end{bmatrix}.$$
(12)

Для вычисления матрицы **A** необходимо добавить некоторое приращение к одной из сопряжённых переменных ( $\theta_x$ ,  $\theta_y$ ,  $\theta_z$ ,  $\theta_{yx}$ ,  $\theta_{yy}$ ,  $\theta_{yz}$ ,  $\theta_m$  соответственно) и повто-

рить процесс численного интегрирования семь раз для вычисления производной невязки по каждой сопряжённой переменной.

Решая систему уравнений  $\mathbf{A} \cdot \Delta \boldsymbol{\psi} = \mathbf{B}$ , получаем вектор приращений начальных значений сопряжённых множителей  $\Delta \boldsymbol{\psi}$ , который используется для следующей итерации алгоритма решения краевой задачи:  $\boldsymbol{\psi}_{i+1} = \boldsymbol{\psi}_i + \Delta \boldsymbol{\psi}$ .

На следующей итерации рассчитывается новое значение невязки (10) и итерационный процесс продолжается, если граничные условия не выполнены с заданной степенью точности. При алгоритмизации итерационного процесса были учтены возможности останова при выполнении граничного условия на любом шаге итерации (например, в процессе вычисления производных) и при неразрешимости системы линейных уравнений (линейная зависимость полученных уравнений).

### Результаты оптимизации программного управления и моделирования управляемого движения

Приведённый метод решения краевой задачи хорошо алгоритмизируется программными средствами. Был разработан программный комплекс [14], позволяющий решать краевые задачи в рамках описанной математической модели движения. Рассматривался переход с начальной околокруговой орбиты радиусом 200 км относительно барицентра астероида на околокруговую орбиту радиусом 100 км с угловой дальностью перелёта  $\frac{3\pi}{2}$ . В таблице приведены начальные условия, для которых проводилось

решение.

Параметр	Значение
Масса космического аппарата, кг	1200
Радиус-вектор космического аппарата относительно барицентра системы в начальный момент времени, км	$\mathbf{r}_{S} = \begin{pmatrix} 200 & 0 & 0 \end{pmatrix}^{T}$
Радиус-вектор космического аппарата относительно барицентра системы в конечный момент времени, км	$\mathbf{r}_f = \begin{pmatrix} 0 & -100 & 0 \end{pmatrix}^T$
Вектор скорости космического аппарата в начальный момент времени, км/с	$\mathbf{V}_{S} = \begin{pmatrix} 0 & 1,494 \cdot 10^{-3} & 0 \end{pmatrix}^{T}$
Вектор скорости космического аппарата в конечный момент времени, км/с	$\mathbf{V}_f = \begin{pmatrix} 2,113 \cdot 10^{-3} & 0 & 0 \end{pmatrix}^T$
Дата старта	30.05.2025
Тяга двигательной установки, мкН	2,1
Удельный импульс, с	2000

Таблица. Данные для оптимизации программы управления и моделирования межорбитального перехода

Масса и параметры двигательной установки соответствуют массе космического аппарата миссии Dawn [15] и тяге двигательной установки его системы управления. Начальная и конечная скорости космического аппарата соответствуют круговым скоростям в точках с координатами  $\mathbf{r} = (200 \ 0 \ 0)^T$  и  $\mathbf{r} = (0 \ -100 \ 0)^T$ , если бы астероид был правильным сферическим телом. Условие окончания моделирования: значение квадрата конечной невязки не более  $1 \cdot 10^{-3}$ . Длительность перехода составила 4,38 суток. Расход топлива составил  $3 \cdot 10^{-5}$  кг. На рис. 3 - 5 представлены полученная траектория, программа оптимального управления углами направления тяги двигательной установки, изменение координат и скорости космического аппарата.



Рис. 3. Межорбитальный перелёт: а - траектория движения; б - программа управления



Рис. 4. Изменение компонентов радиус-вектора: a - X; б - Y; в - Z



Рис. 5. Изменение компонентов вектора скорости: а - Vx; б - Vy; в - Vz

Изменения скорости Vz и координаты Z объясняются дестабилизирующим влиянием простраственной модели гравитационного поля на космический аппарат. Основную долю конечной невязки составляют именно эти отклонения.

Исходя из величины тяги двигательной установки, можно сделать вывод о том, что в случае реального полёта вблизи астероида возникает необходимость использования особого класса электроракетных двигателей, обеспечивающих достаточно низкие уровни тяги. На текущий момент, исходя из удельного импульса, оптимальным типом двигателя, который удовлетворяет данным задачам, является ионный электроспрейный двигатель (iESP) – микродвигатель, созданный для космических аппаратов типа CubeSat. Главная особенность iESP – это высокий удельный импульс и низкий уровень тяги (микроньютоны) [16]. Это обеспечивает точное управление как величиной, так и направлением тяги.

## Заключение

Решена задача оптимизации программного управления космическим аппаратом с электроракетной двигательной установкой при осуществлении манёвра перехода с высокой на низкую околокруговые орбиты относительно астероида Эрос 433. Гравитационное поле астероида представлено в рамках двухточечной барицентрической модели. С использованием принципа максимума Понтрягина и модифицированного метода Ньютона получено численное решение задачи об оптимальном по расходу рабочего тела перелёте между круговыми орбитами. Показано, что для маневрирования в поле притяжения астероида Эрос 433 целесообразно использовать двигатели системы управления.

# Библиографический список

1. Britt D.T., Yeomans D., Housen K., Consolmagno G. Asteroid density, porosity, and structure // Asteroids III. 1987. P. 485-500.

2. Zuber M.T., Smith D.E., Cheng A.F., Garvin J.B., Aharonson O., Cole T.D., Dunn P.J., Guo Y., Lemoine F.G., Neumann G.A., Rowlands D.D., Torrence M.H. The shape of 433 Eros from the NEAR-Shoemaker laser rangefinder // Science. 2000. V. 289, Iss. 5487. P. 2097-2101. DOI: 10.1126/science.289.5487.2097

3. Geissler P., Petit J.-M., Durda D.D., Greenberg R., Bottke W., Nolan M., Moore J. Erosion and ejecta reaccretion on 243 Ida and its moon // Icarus. 1996. V. 120, Iss. 1. P. 140-157. DOI: 10.1006/icar.1996.0042

4. Ren Y., Shan J. On tethered sample and mooring systems near irregular asteroids // Advances in Space Research. 2014. V. 54, Iss. 8. P. 1608-1618. DOI: 10.1016/j.asr.2014.06.042

5. Hu X., Jekeli C. A numerical comparison of spherical, spheroidal and ellipsoidal harmonic gravitational field models for small non-spherical bodies: examples for the Martian moons // Journal of Geodesy. 2015. V. 89, Iss. 2. P. 159-177. DOI: 10.1007/s00190-014-0769-x

6. Wang X., Jiang Y., Gong S. Analysis of the potential field and equilibrium points of irregular-shaped minor celestial bodies // Astrophysics and Space Science. 2014. V. 353, Iss. 1. P. 105-121. DOI: 10.1007/s10509-014-2022-8

7. Shornikov A., Starinova O. Simulation of controlled motion in an irregular gravitational field for an electric propulsion spacecraft // Proceedings of 7th International Conference on Recent Advances in Space Technologies (June, 16-19, 2015, Istanbul, Turkey). 2015. P. 771-776. DOI: 10.1109/RAST.2015.7208444

8. Szebehely V.G. Theory of orbits: the restricted problem of three bodies. New York: Academic Press, 1967. 668 p.

9. JPL Small-Body Database Browser. https://ssd.jpl.nasa.gov/sbdb.cgi

10. Kopp R.E. Pontryagin maximum principle // Mathematics in Science and Engineering. 1962. V. 5, Iss. C. P. 255-279. DOI: 10.1016/S0076-5392(08)62095-0

11. Методы оптимизации с приложениями к механике космического полёта / под ред. Дж. Лейтмана. М.: Наука, 1962. 538 с.

12. Салмин В.В., Старинова О.Л. Оптимизация межпланетных полётов космических аппаратов с двигателями малой тяги с учётом эллиптичности и некопланарности планетных орбит // Космические исследования. 2001. Т. 39, № 1. С. 51-59.

13. Ascher U.M., Mattheij R.M.M., Russell R.D. Numerical solution of boundary value problems for ordinary differential equations. Siam, 1988. 595 p.

14. Шорников А.Ю., Старинова О.Л. Моделирование и оптимизация перелёта космического аппарата с электрореактивными двигателями малой тяги в задаче трёх тел: свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2014618472; опубл. 21.08.2014.

15. Rayman M.D., Fraschetti T.C., Raymond C.A., Russell C.T. Dawn: A mission in development for exploration of main belt asteroids Vesta and Ceres // Acta Astronautica. 2006. V. 58, Iss. 11. P. 605-616. DOI: 10.1016/j.actaastro.2006.01.014

16. Paulo L., Benajmin Glass B., Martinez-Sanchez M. Performance characteristics of a linear ionic liquid electrospray thruster // Proceedings of the 29th International Electric Propulsion Conference (October 31-November 4, 2005, Princeton, USA). 2005.

# OPTIMAL CONTROL OF SPACECRAFT MOTION IN THE VICINITY OF EROS 433 ASTEROID

© 2019

#### A. Y. Shornikov Postgraduate Student, Department of Space Engineering; Samara National Research University, Samara, Russian Federation; andreishornikov@gmail.com

The article describes an algorithm for optimizing controlled motion of a spacecraft equipped with lowthrust electric propulsion engines maneuvering in the vicinity of an object with an irregular gravitational field (asteroid Eros 433). A mathematical model of the object's gravitational potential and a model of spacecraft motion are presented. The Pontryagin maximum principle is used to get the timeoptimal control program. The formulated boundary value problem is solved numerically by the modified Newton method. The described algorithm can be used to solve similar problems of low-thrust flight dynamics in the vicinity of objects with irregular gravitational fields.

Asteroid; irregular gravitational field; spacecraft; low thrust; optimal control program; maximum principle; boundary value problem.

<u>Citation:</u> Shornikov A.Y. Optimal control of spacecraft motion in the vicinity of Eros 433 asteroid. *Vestnik of Samara University. Aerospace and Mechanical Engineering.* 2019. V. 18, no. 4. P. 146-156. DOI: 10.18287/2541-7533-2019-18-4-146-156

### References

1. Britt D.T., Yeomans D., Housen K., Consolmagno G. Asteroid density, porosity, and structure. *Asteroids III*. 1987. P. 485-500.

2. Zuber M.T., Smith D.E., Cheng A.F., Garvin J.B., Aharonson O., Cole T.D., Dunn P.J., Guo Y., Lemoine F.G., Neumann G.A., Rowlands D.D., Torrence M.H. The shape of 433 Eros from the NEAR-Shoemaker laser rangefinder. *Science*. 2000. V. 289, Is. 5487. P. 2097-2101. DOI: 10.1126/science.289.5487.2097

3. Geissler P., Petit J.-M., Durda D.D., Greenberg R., Bottke W., Nolan M., Moore J. Erosion and ejecta reaccretion on 243 Ida and its moon. *Icarus*. 1996. V. 120, Iss. 1. P. 140-157. DOI: 10.1006/icar.1996.0042

4. Ren Y., Shan J. On tethered sample and mooring systems near irregular asteroids. *Advances in Space Research*. 2014. V. 54, Is. 8. P. 1608-1618. DOI: 10.1016/j.asr.2014.06.042

5. Hu X., Jekeli C. A numerical comparison of spherical, spheroidal and ellipsoidal harmonic gravitational field models for small non-spherical bodies: examples for the Martian moons. *Journal of Geodesy*. 2015. V.89, Iss. 2. P. 159-177. DOI: 10.1007/s00190-014-0769-x

6. Wang X., Jiang Y., Gong S. Analysis of the potential field and equilibrium points of irregular-shaped minor celestial bodies. *Astrophysics and Space Science*. 2014. V. 353, Iss. 1. P. 105-121. DOI: 10.1007/s10509-014-2022-8

7. Shornikov A., Starinova O. Simulation of controlled motion in an irregular gravitational field for an electric propulsion spacecraft. *Proceedings of 7th International Conference on Recent Advances in Space Technologies (June, 16-19, 2015, Istanbul, Turkey).* 2015. P. 771-776. DOI: 10.1109/RAST.2015.7208444

8. Szebehely V.G. Theory of orbits: the restricted problem of three bodies. New York: Academic Press, 1967. 668 p.

9. JPL Small-Body Database Browser. Available at: http://space.frieger.com/asteroids/

10. Kopp R.E. Pontryagin maximum principle. *Mathematics in Science and Engineering*. 1962. V. 5, Iss. C. P. 255-279. DOI: 10.1016/S0076-5392(08)62095-0

11. Optimization techniques with applications to aerospace systems / ed. by G. Leitmann. New York: Academic Press, 1962. 452 p.

12. Salmin V.V., Starinova O.L. Optimization of interplanetary flights of spacecraft with low-thrust engines taking into account the ellipticity and noncoplanarity of planetary orbits. *Cosmic Research*. 2001. V. 39, Iss. 1. P. 46-54. DOI: 10.1023/A:1002835811494

13. Ascher U.M., Mattheij R.M.M., Russell R.D. Numerical solution of boundary value problems for ordinary differential equations. Siam, 1988. 595 p.

14. Shornikov A.Yu., Starinova O.L. *Modelirovanie i optimizatsiya pereleta kosmicheskogo apparata s elektroreaktivnymi dvigatelyami maloy tyagi v zadache trekh tel* [Modeling and optimization of spacecraft flight with low-thrust electric jet engines in the three-body problem]. Certificate of state registration of the computer program no. 20144618472. (Publ. 21.08.2014)

15. Rayman M.D., Fraschetti T.C., Raymond C.A., Russell C.T. Dawn: A mission in development for exploration of main belt asteroids Vesta and Ceres. *Acta Astronautica*. 2006. V. 58, Iss. 11. P. 605-616. DOI: 10.1016/j.actaastro.2006.01.014

16. Paulo L., Benajmin Glass B., Martinez-Sanchez M. Performance characteristics of a linear ionic liquid electrospray thruster. *Proceedings of the 29th International Electric Propulsion Conference (October 31-November 4, 2005, Princeton, USA).* 2005.

УДК 621.791.722

DOI: 10.18287/2541-7533-2019-18-4-157-168

## ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ЭЛЕКТРОННО-ЛУЧЕВОЙ СВАРКИ ТИТАНОВЫХ СПЛАВОВ НА РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ВОДОРОДА В СВАРНОМ ШВЕ

© 2019

В. И. Муравьёв	доктор технических наук, профессор-консультант кафедры «Машиностроение и металлургия»; Комсомольский-на-Амуре государственный университет; <u>vmuravyev@mail.ru</u>
П. В. Бахматов	кандидат технических наук, доцент, заведующий кафедрой «Машиностроение и металлургия»; Комсомольский-на-Амуре государственный университет; <u>mim@knastu.ru</u>
В. В. Григорьев	ведущий инженер кафедры «Машиностроение и металлургия»; Комсомольский-на-Амуре государственный университет; grigorev.vlv@gmail.com
О. Г. Шакирова	доктор химических наук, доцент, заведующий кафедрой «Технология переработки нефти и полимеров»; Комсомольский-на-Амуре государственный университет <u>tpnp@knastu.ru</u>
С. А. Исхаков	начальник спектральной лаборатории; филиал ПАО «Авиационная холдинговая компания «Сухой» Комсомольский-на-Амуре авиационный завод имени Ю.А. Гагарина; <u>mim@knastu.ru</u>

Приведены результаты исследования распределения водорода в сварных соединениях, выполненных электронно-лучевой сваркой титановых сплавов ВТ20 и ВТ23. Распределение водорода в сечении сварных соединений измерялось в зоне сварного шва, термического влияния и в основном металле посредством спектрального анализа с применением низковольтного импульсного разряда на спектрографе ИСП-51. Установлено, что пики водорода в неразъёмных соединениях, выполненных электронно-лучевой сваркой, в отличие от аргонодуговой сварки находятся не только в зоне термического влияния, но и в центральной части сварного соединения. Химическим анализом изломов неразъёмных соединений, исследованных с применением сканирующего растрового электронного микроскопа Hitachi S-3400N, установлено, что поры в сварных соединениях, выполненных электронно-лучевой сваркой, возникают вследствие десорбции в расплав капиллярно-конденсированных загрязнений, находящихся в дефектах поверхности торцов кромок, и избирательного плавления по границам зёрен из-за недостаточных температурных условий плавления по цельному зерну. Выявлено, что на появление изменений содержания водорода, с образованием дефектов, оказывают влияние температурные условия разогрева свариваемых кромок, скорость сварки, толщина свариваемых заготовок.

Титановые сплавы; электронно-лучевая сварка; водород в сварных соединениях; порообразование; капиллярно-конденсированная влага; фрактограммы изломов сварных соединений; дефекты поверхности стыкуемых кромок.

<u>Шитрование</u>: Муравьёв В.И., Бахматов П.В., Григорьев В.В., Шакирова О.Г., Исхаков С.А. Исследование влияния электронно-лучевой сварки титановых сплавов на распределение водорода в сварном шве // Вестник Самарского университета. Аэрокосмическая техника, технологии и машиностроение. 2019. Т. 18, № 4. С. 157-168. DOI: 10.18287/2541-7533-2019-18-4-157-168

#### Введение

Одним из наиболее перспективных материалов для многих областей применения в авиакосмической технике являются титановые сплавы вследствие их высокой удельной прочности, сопротивления усталости, вязкости разрушения, коррозионной стойкости, хорошей свариваемости. Однако свойства сварных соединений титановых сплавов ниже, чем у основного деформированного металла, и к тому же титановые сплавы склонны к порообразованию при сварке и образованию холодных трещин после сварки [1-3].

Наиболее перспективной по сравнению с традиционными методами сварки плавлением титановых конструкций, особенно больших толщин (до 200 мм и более) [4], является электронно-лучевая сварка (ЭЛС). Преимуществами ЭЛС перед другими методами сварки являются: более надёжная защита зоны сварки от газов атмосферы; малая ширина зоны термического влияния (3TB) и малая ширина шва; возможность однопроходной сварки больших толщин. При ЭЛС рабочее расстояние «электронная пушка изделие» можно изменять в значительных пределах без существенного изменения параметров шва. Рабочее расстояние выбирается в пределах 50 – 120 мм для низковольтных пушек и 50 – 500 мм – для высоковольтных. При этом изменение рабочего расстояния в процессе сварки на 1-5 мм не оказывает существенного влияния на качество соединения. Отклонение потока электронов в магнитном поле осуществляется практически безынерционно, что даёт возможность перемещать электронный луч по сложным контурам по программе с использованием электронно-вычислительной техники. Имеется существенное (в 8 – 10 раз) снижение энергетических затрат по сравнению с другими дуговыми методами. Существует возможность локальной термической обработки расфокусированным лучом непосредственно после сварки. Однако ЭЛС титановых сплавов сопровождается образованием таких дефектов в металле шва, которые присущи только ЭЛС [5-7].

Основной дефект швов при ЭЛС титана и его сплавов – пористость, которая может снижать предел выносливости до 60% по сравнению с основным металлом [8].

В работе [9] показано, что газовые примеси в титане (в первую очередь водород) не только влияют на механические свойства сварных соединений и работоспособность конструкций в целом, но и являются причиной пористости швов. Из всего многообразия гипотез порообразования в сварных швах титановых сплавов наиболее достоверной и постоянно подтверждаемой другими исследователями [10] является гипотеза попадания при аргонодуговой сварке (АрДЭС) готовых зародышей в расплавленную ванну из заваренных перед фронтом сварочной ванны дефектов, заполненных загрязнениями (влага и др.).

Исследований по распределению водорода в сварном шве, выполненного ЭЛС, мало, и в основном оценка осуществляется по результатам АрДЭС. В работе [11] рассматривается механизм порообразования при лазерной сварке, который распространяют на ЭЛС. Но при этом отсутствуют данные по распределению водорода в сварном шве после ЭЛС.

Целью настоящей работы является исследование распределения водорода в сварном шве (СШ) и околошовной зоне титановых сплавов после ЭЛС.

### Методика проведения исследований

Исследования проводили на образцах из сплавов ВТ23 и ВТ20, толщина заготовок для сплава ВТ23 составляла 50 и 70 мм, для ВТ20 – 60 мм. ЭЛС заготовки толщиной 50 мм производили без подготовки поверхности под сварку на установке 30Е3000. Поверхность кромок темплетов из сплавов ВТ23 и ВТ20 с толщинами 70 и 60 мм подготавливалась по базовой технологии. ЭЛС выполняли на электронно-лучевых установках (ЭЛУ): 30Е3000 и КЛ-144. Режимы ЭЛС темплетов приведены в табл. 1.

Раскрой сварных темплетов производили на автоматическом лентопильном станке фирмы Danobat с применением охлаждающей эмульсии.

Исследовали фрактографию изломов и анализ химического состава в зонах сплавления, порах и выплесках на сканирующем растровом электронном микроскопе Hitachi S3400N.

ЭЛУ	Марка	Протяжённость	Толщина заготовки,		Режимы	і сварки	
	сплава	шва, мм	ММ	$I_w$ , мА	$I_f$ , мА	F, мм	$V_{c6}$ , мм/с
30E3000	BT23	130	50	415			7
КЛ-144	BT20	60	60	470	600	200	10
КЛ-144	BT23	93	70	470			10

Таблица 1. Режимы электронно-лучевой сварки

Примечание:

I<sub>w</sub> – ток сварки; I<sub>f</sub> – ток фокусировки; F – расстояние от торца пушки до детали; V<sub>cs</sub> – скорость сварки.

Из всего многообразия методов распределения водорода в СШ и ЗТВ выбран спектральный метод с применением низковольтного импульсного разряда, включающий так называемый «метод 3-х эталонов» [12] (для построения калибровочного графика) на спектрографе ИСП-51 в соответствии с ОСТ 90034-81.

Для возбуждения спектра водорода [13] использовали низковольтный импульсный разряд при ёмкости 2000 МкФ и рабочем напряжении 220 В. Градуировочные графики строились в координатах  $S - \lg C$ , где S – абсолютное почернение линий водорода  $\lambda$  6562,8 Å. В качестве линий сравнения был использован фон около линий кремния Si  $\lambda$  6347, Si  $\lambda$  6371. Для построения графика использовался комплект стандартных образцов.

#### Результаты исследований и их обсуждение

Как видно из данных рис. 1 – 3, распределение водорода в сварном шве титановых сплавов, выполненных ЭЛС, имеет сложный характер и в значительной степени отличается от распределения водорода в сечении сварного шва, выполненного АрДЭС в среде защитных газов [14]. При этом изостерические давления в металле, возникающие в отдельных участках сварного соединения в связи с неравномерностью нагрева и, следовательно, растворимости, вызывают возникновение направленных диффузионных потоков водорода, что приводит к появлению пиков его концентрации у зоны сплавления. В рассматриваемом случае появление пиков наблюдается не только в зоне сплавления, но и в центральной части сварного шва (рис. 1).



Рис. 1. Распределение содержания водорода по сварному шву сплава ВТ23, выполненного на установке 30Е3000 с толщиной 50 мм: а – зона усиления; б – корневая зона; — – исходное состояние



Рис. 2. Распределение водорода вдоль сварного шва из сплава ВТ23 по зонам: 1 – по линии сплавления; 2 – по центру СШ; по произодущите и наукования и наукования с СШ; 4 – начадное состоящи

3 – по промежутку между линий сплавления и центром СШ; 4 – исходное состояние



Рис. 3. Распределение водорода вдоль сварного шва из сплава ВТ20 по зонам: 1 – по линии сплавления; 2 – по центру СШ; 3 – по промежутку между линий сплавления и центром СШ ближе к линии сплавления; 4 – исходное состояние

Распределение водорода вдоль сварного шва сплавов ВТ20 и ВТ23 находится в полной зависимости от преимущественного порообразования при ЭЛС: максимумы по линии сплавления и центру СШ, минимумы (близкие по содержанию водорода в основном металле) по промежутку между центром СШ и линией сплавления (рис. 2, 3).

Неравномерность распределения водорода по зонам определяется температурой соединяемых в процессе ЭЛС кромок.

Для сплава BT23 при двухсторонней ЭЛС более равномерное распределение водорода в сварном шве наблюдается на втором участке сварного шва (рис. 2), что можно объяснить влиянием первого прохода сварки на качество поверхности заготовок.

Наиболее подробно распределение водорода, впервые обнаруженное на ММЗ «Опыт» им. А.Н. Туполева, приведено в работе [15]. При этом закономерности распределения водорода следуют из периодического переноса насыщенного водорода в металле передней расплавленной зоны в зону, расположенную сзади луча. Это приводит к периодическому распределению водорода вдоль шва. В этом принимают участие как вещества, адсорбированные на поверхности свариваемых кромок, так и растворённый в основном металле водород.

Как известно [16], титановые сплавы длительное время не находили широкого применения в авиастроении из-за значительного содержания газовых примесей, особенно водорода, что приводило к преждевременному хрупкому разрушению. Это продолжалось до тех пор, пока металлурги не научились получать титановые сплавы с регламентированным содержанием газовых примесей (водорода 0,015%; кислорода 0,15%; азота 0,05%).

В проведённых исследованиях исходное содержание водорода составило в сплавах: ВТ20 (h = 60 мм) – 0,0035%; ВТ23 (h = 75 мм) – 0,003; ВТ23 (h = 50 мм) – 0,004%. Поэтому водород, растворённый в указанных количествах, практически не может оказывать влияние на образование пор и концентрированное распределение водорода в СШ. Этого нельзя сказать о веществах, не просто адсорбированных, а капиллярноконденсированных на поверхности стыкуемых кромок [6; 10; 12].

Поля напряжений в шве оказывают существенное влияние на распределение водорода, поскольку ЭЛС в значительной степени отличается от АрДЭС, образуя узкий и глубокий шов в виде клина с довольно узкой зоной термического влияния и с формированием значительных внутренних напряжений.

Как известно [17 - 19], плавление электронным лучом происходит по передней стенке углубления кратера (зона соединяемых кромок) – расплавленный металл сдвигается по боковым стенкам к задней, где он кристаллизуется. При этом ЭЛС приводит к интенсивному образованию парогазовой плазмы за счёт интенсивного испарения материала. Давление отдачи паров, покидающих зону плавления, прогибает поверхность сварочной ванны и в расплаве формируется глубокий и узкий канал проплавления, жидкие стенки которого удерживаются давлением паров [20; 21].

Температурные условия разогрева свариваемых кромок будут зависеть от мощности установки ЭЛС, скорости сварки, толщины свариваемых заготовок. По мере удаления от шва максимальные температуры нагрева  $t_{\rm max}$  снижаются. После достижения  $t_{\rm max}$ в любой точке зоны термического влияния происходит охлаждение в основном за счёт теплоотвода в более холодный металл. Скорость нагрева  $w_{\mu}$  и скорость охлаждения  $w_0$ каждого участка ЗТВ зависит от величины  $t_{\rm max}$ . Таким образом, для ЗТВ характерны неравномерность нагрева и связанные с нею напряжённое состояние, деформации, фазовые и структурные изменения.

Таким образом, величина  $t_{\rm max}$  будет влиять в широких пределах на плавление в зоне сплавления расплава со стенками металла кратера: от возможного выплеска расплава на стенку и образования пустоты (несплавления) либо частичного плавления границ зёрен из-за разницы диффузионных процессов в объёме зерна и на границе сплавления. Об этом свидетельствует химический состав зоны сплавления (табл. 2), а также результаты исследований [22].

	Nº 1	Nº 2	Nº 3
Легирующий элемент	50.um	200 µm/	28 µm
Al	5,29	4,81	5,93
Ν	0,00	0,00	0,00
0	9,25	0,00	0,00
Ti	75,09	85,74	84,83
Si	0,00	0,00	0,00
V	3,33	5,21	1,62
Cr	0,00	0,98	2,98
Fe	2,25	1,07	0,90
Zr	1,25	0,16	1,60
Мо	3,54	2,03	2,14

Таблица 2. Химический состав линий сплавления сварного соединения сплава ВТ23 с толщиной 50 мм

Максимальная температура нагрева стенок, достаточная для плавления по объёму зёрен при взаимодействии с расплавом под давлением парогазовой плазмы, а также низкое качество поверхности стыкуемых кромок (значительная насыщенность капиллярно-конденсированными загрязнениями) приведёт к попаданию готовых зародышей пор (ККВ загрязнений) и увеличенному содержанию водорода (из продуктов десорбции загрязнений) в сварном шве. Об этом свидетельствуют процессы хрупкого разрушения, линии скольжения и двойникования на внутренней поверхности поры после механического воздействия (растяжение, удар) (рис. 4) и химический состав на поверхности пор (табл. 3).

О сложности процесса формирования сварного шва и распределения водорода в нём свидетельствует изменение химического состава в сечении кратера, в усилении и в корне сварного шва в момент окончания сварки, в местах сплавления, порах и на поверхности (табл. 4, 5).

Существенное изменение химического состава наблюдается в тупиковой зоне проплавления (корневые дефекты в виде пикообразований) в технологической подложке (табл. 6).



Рис. 4. Линии скольжения и двойникования на поверхности поры

н	Nº 1	<u>№</u> 2	<u>№</u> 3
Легирующий элемен	50.µm		100 µт.
Al	7,53	4,23	6,15
Ν	0,00	2,47	0,00
0	0,00	0,00	0,00
Ti	76,97	82,40	84,63
Si	0,43	0,00	0,00
V	5,24	7,43	7,57
Cr	1,59	0,54	1,27
Fe	0,59	1,08	0,69
Zr	3,01	0,12	0,18
Мо	4,62	1,72	3,39

Таблица 3. Химический состав пор в сварном шве ВТ23 с толщиной 50 мм

Таблица 4. Изменение химического состава на поверхности излома кратера сварного соединения на исходе электронного луча (в усилении)

н	Поверхность	Пора	Линия сплавления
Легирующий элемен	200 µm.	<u>50 µт</u>	250 µm
Al	4,26	4,03	7,84
Ν	0,00	3,32	0,00
С	1,73	2,58	0,00
0	21,71	0,00	38,54
Ti	49,96	83,83	47,42
Si	0,31	0,31	0,10
V	7,93	3,22	3,67
Cr	1,63	0,61	0,64
Fe	7,75	0,09	0,57
Zr	0,00	0,00	0,71
Mo	3,69	2,00	0,87

Ţ	Поверхность	Пора	Линия сплавления
Легирующий элемен	200 µm	50 µm	25 µm/
Al	5,35	4,68	5,25
N	0,00	0,00	0,00
С	0,00	2,75	1,87
0	24,79	0,00	0,00
Ti	55,55	81,57	85,21
Si	0,00	0,04	0,26
V	0,00	7,21	5,38
Cr	3,89	0,00	0,71
Fe	0,00	2,00	0,00
Zr	2,93	0,00	0,00
Mo	7,50	1,75	1,30

Таблица 5. Изменение химического состава на поверхности излома кратера сварного соединения на исходе электронного луча (в корне)

# Таблица 6. Изменение химического состава

на поверхности излома технологической подложки в корне шва

	Содержание в процентах			
лент	Выплеск		Линия сплавления	Сварное соелинение
лэцеи	на кромке	в центре		r
Легирующий ₃	50 µm	100 µm	2001µm	
Al	6,40	6,21	4,44	5,86
Ti	84,84	82,50	86,68	83,80
Si	0,39	0,00	0,30	0,28
V	5,54	5,84	5,58	3,80
Cr	1,51	1,33	0,71	4,36
Fe	0,00	1,37	0,93	1,37
Zr	0,00	0,00	0,00	0,39
Мо	1,32	2,76	1,36	2,17
N	0,00	0,00	0,00	0,00
С	0,00	0,00	0,00	0,00
0	0,00	0,00	0,00	0,00

#### Заключение

Исследования распределения водорода в сварных швах, выполненных ЭЛС, выявили существенное отличие от распределения водорода в сварных соединениях титановых сплавов, выполняемых АрДЭС. Если при АрДЭС в сечении сварного шва наблюдаются пики с повышенным содержанием водорода в зонах сплавления и отсутствием их в центре сварного шва, то при ЭЛС чётко наблюдаются пики повышенного содержания водорода в сечении сварного шва как в зоне сплавления, так и в центре сварного шва.

Температурные условия разогрева свариваемых кромок в зависимости от мощности установки ЭЛС, скорости сварки, толщины свариваемых заготовок приводят к появлению существенных изменений содержания водорода от вида образования дефектов: недостаточная температура разогрева кромок вызывает выплеск металла и несплавление; расплавление по границам зёрен и переход расплава в сварочную ванну связаны с образованием субмикропористости; плавление кромок по объёму зёрен приводит к образованию пористости за счёт попадания готовых зародышей пор (замкнутых областей, заполненных капиллярно-конденсированной влагой).

## Библиографический список

1. Кузнецов А.А., Муравьёв В.И., Дёмышев П.Г. Особенности формирования металла шва при электронно-лучевой сварке (ЭЛС) конструкций из титановых сплавов // Труды IV Международной научно-технической конференции «Современные проблемы машиностроения» (26-28 ноября 2008 г., Томск). Томск: Томский политехнический университет, 2008. С. 403-408.

2. Братухин А.Г., Иванов Ю.Л., Марьин Б.Н., Меркулов В.И. Штамповка, сварка, пайка и термообработка титана и его сплавов в авиастроении. М.: Машиностроение, 1997. 600 с.

3. Александров В.К., Аношкин Н.Ф., Бочвар Г.А., Брун М.Я., Ерманок М.З. Полуфабрикаты из титановых сплавов. М.: Металлургия, 1979. 512 с.

4. Лопатко А.П., Карташов Л.Г., Ткачев Л.Г. Определение глубины проплавления при ЭЛС металлов больших толщин // Тезисы докладов V Всесоюзной конференции по электронно-лучевой сварке. Киев: Наукова думка, 1975. С. 16-19.

5. Электронно-лучевая сварка / под ред. Б.Е. Патона. Киев: Наукова думка. 1987. 256 с.

6. Муравьев В.И. Проблемы порообразования в сварных швах титановых сплавов // Металловедение и термическая обработка металлов. 2005. № 7 (601). С. 30-37.

7. Замков В.Н., Шевелев А.Д. Образование пор в сварных соединениях титанового сплава ВТ6, выполненных электронно-лучевой сваркой // Автоматическая сварка. 1979. № 12. С. 50-54.

8. Моисеев В.Н., Куликов Ф.Р., Кириллов Ю.Г., Шохолова Л.В., Васькин Ю.В. Сварные соединения титановых сплавов. М.: Металлургия, 1979. 248 с.

9. Гуревич С.М. Справочник по сварке цветных металлов. Киев: Наукова думка, 1990. 512 с.

10. Редчиц В.В., Фролов В.А., Казаков В.А., Лукин В.И. Пористость при сварке цветных металлов. М.: Технология машиностроения, 2002. 448 с.

11. Сейдгазов Р.Д. Экспресс-проектирование технологии лучевой сварки с минимизацией порообразования // Сборник материалов и докладов Международной конференции электронно-лучевой сварки и смежных технологий (17-20 ноября 2015 г., Москва). М.: Издательство МЭИ, 2015. С. 554-565. 12. Муравьёв В.И., Бахматов П.В., Лончаков С.З., Григорьев В.В. Определение содержания водорода в титановых сплавах в ходе технологического цикла // Сварочное производство. 2018. № 3. С. 14-20.

13. Конструкционные материалы. Справочник / под ред. Б.Н. Арзамасова. М.: Машиностроение, 1990. 688 с.

14. Чертов И.М., Карпенко А.С., Островой А.П. Влияние режимов термической обработки на остаточные напряжения в сварных соединениях технического титана // Автоматическая сварка. 1981. № 8. С. 68-69.

15. Братухин А.Г., Колачев Б.А., Садков В.В., Талалаев В.Д., Веселов А.А. Технология производства титановых самолётных конструкций. М.: Машиностроение, 1995. 443 с.

16. Братухин А.Г., Иванов Ю.Л., Марьин Б.Н. Современные технологии авиастроения. М.: Машиностроение, 1999. 832 с.

17. Фролов В.А., Петренко В.Р., Пешков В.В., Коломенский А.Б., Казаков В.А. Технология сварки плавлением и термической резки металлов: учеб. пособие. М.: Альфа М: ИНФРА-М, 2011. 448 с.

18. Назаренко О.К., Истомин Е.И., Локшин В.Е. Электронно-лучевая сварка. Харьков: Машиностроение, 1985. 127 с.

19. Трушников Д.Н., Саломатова Е.С., Беленький В.Я., Колева Е.Г., Младенов Г.М. О температуре в канале проплавления при электронно-лучевой сварке // Известия Самарского научного центра РАН. 2013. Т. 15, № 6-2. С. 505-511.

20. Kaplan A.F.H., Norman P., Eriksson I. Analysis of the keyhole and weld pool dynamics by imaging evaluation and photodiode monitoring // Proceedings of LAMP 2009 -The 5th International Congress on Laser Advanced Materials Processing. 2009. P. 1-6.

21. Won-Ik Cho, Suck-Joo Na, Thomy C., Vollertsen F. Numerical simulation of molten pool dynamics in high power disk laser welding // Journal of Materials Processing Technology. 2012. V. 212, Iss. 1. P. 262-275. DOI: 10.1016/j.jmatprotec.2011.09.011

22. Курган К.А., Клименов В.А., Чумаевский А.В., Клопотов А.А. Структура сварных соединений наноструктурированного титанового сплава ВТ6, полученных при электронно-лучевой сварке // Сборник трудов Международной конференции с элементами научной школы для молодёжи «Материалы и технологии новых поколений в современном материаловедении» (9-11 ноября 2015 г., Томск). Томск: Томский политехнический университет, 2015. С. 111-115.

# **RESEARCH OF THE INFLUENCE OF ELECTRON BEAM WELDING OF TITANIUM ALLOYS ON HYDROGEN DISTRIBUTION IN THE WELD**

© 2019

V. I. Muravyev	Doctor of Science (Engineering), Consulting Professor, Department of Mechanical Engineering and Metallurgy; Komsomolsk-on-Amur State University, Komsomolsk-on-Amur, Russian Federation; <u>vmuravyev@mail.ru</u>
P. V. Bakhmatov	Candidate of Science (Engineering), Associate Professor, Head of the Department of Mechanical Engineering and Metallurgy; Komsomolsk-on-Amur State University, Komsomolsk-on-Amur, Russian Federation; <u>mim@knastu.ru</u>
V. V. Grigorev	Leading Engineer, Department of Mechanical Engineering and Metallurgy; Komsomolsk-on-Amur State University, Komsomolsk-on-Amur, Russian Federation; grigorev.vlv@gmail.com

O. G. Shakirova	Doctor of Science (Engineering), Associate Professor, Head of the Department of Oil and Polymer Processing Technology; Komsomolsk-on-Amur State University, Komsomolsk-on-Amur, Russian Federation; tpnp@knasu.ru
S. A. Iskhakov	Head of the Spectral Laboratory; Branch of Public Joint Stock Company "Aviation Holding Company "Sukhoi" Komsomolsk-on-Amur Aircraft Plant named after Y.A. Gagarin, Komsomolsk-on-Amur, Russian Federation; <u>mim@knastu.ru</u>

The paper presents the results of analyzing distribution of hydrogen in welded joints obtained by electron beam welding of titanium alloys VT20 and VT23. The distribution of hydrogen in the cross section of welded joints was measured in the area of the weld, in the heat-affected zone and in the base metal by means of spectral analysis using low-voltage pulse discharge on the spectrograph ISP-51. It was established that hydrogen peaks in fixed joints obtained by electron beam welding, unlike argon arc welding, are located not only in the heat-affected area, but also in the central part of the welded joint. Chemical analysis of fractures of fixed joints investigated with the aid of a scanning electron microscope Hitachi S-3400N showed that the pores in the welded joints made by electron beam welding occur due to the desorption of capillary-condensed contaminants located in the defects of the edge surface into the melt and due to selective grain boundary fusion because of insufficient temperature conditions of whole grain melting. It was found that emerging variations in hydrogen content, with formation of defects, are influenced by the temperature conditions of heating of the welded blanks.

*Titanium alloys; electron beam welding; hydrogen in welded joints; porosity; capillary-condensed moisture; welded joint fracture patterns; surface defects of butting edges.* 

<u>Citation:</u> Muravyev V.I., Bakhmatov P.V., Grigorev V.V., Shakirova O.G., Iskhakov S.A. Research of the influence of electron beam welding of titanium alloys on hydrogen distribution in the weld. *Vestnik of Samara University. Aerospace and Mechanical Engineering*. 2019. V. 18, no. 4. P. 157-168. DOI: 10.18287/2541-7533-2019-18-4-157-168

#### References

1. Kuznetsov A.A., Murav'ev V.I., Demyshev P.G. Osobennosti formirovaniya metalla shva pri elektronno-luchevoy svarke (ELS) konstruktsiy iz titanovykh splavov. *Trudy IV Mezhdunarodnoy nauchno-tekhnicheskoy konferentsii «Sovremennye problemy mashinostroeniya» (November, 26-28, 2008, Tomsk)*. Tomsk: Tomsk Polytechnic University Publ., 2008. P. 403-408. (In Russ.)

2. Bratukhin A.G., Ivanov Yu.L., Mar'in B.N., Merkulov V.I. *Shtampovka, svarka, payka i termoobrabotka titana i ego splavov v aviastroenii* [Forging, welding, brazing and heat treatment of titanium and its alloys in aircraft construction]. Moscow: Mashinostroenie Publ., 1997. 600 p.

3. Aleksandrov V.K., Anoshkin N.F., Bochvar G.A., Brun M.Ya., Ermanok M.Z. *Polufabrikaty iz titanovykh splavov* [Semi-finished products of titanium alloys]. Moscow: Metallurgiya Publ., 1979. 512 p.

4. Lopatko A.P., Kartashov L.G., Tkachev L.G. Opredelenie glubiny proplavleniya pri ELS metallov bol'shikh tolshchin. *Tezisy dokladov V Vsesoyuznoy konferentsiy po elektronnoluchevoy svarke*. Kiev: Naukova Dumka Publ., 1975. P. 16-19. (In Russ.)

5. *Elektronno-luchevaya svarka / pod red. B.E. Patona* [Electron beam welding]. Kiev: Naukova Dumka Publ., 1987. 256 p.

6. Murav'ev V.I. Problems of pore formation in welded joints of titanium alloys. *Metal Science and Heat Treatment*. 2005. V. 47, Iss. 7-8. P. 282-288. DOI: 10.1007/s11041-005-0068-5

7. Zamkov V.N., Shevelev A.D. Pore formation in welded joints of BT6 titanium alloy produced by electron beam welding. *Avtomaticheskaya Svarka*. 1979. No. 12. P. 50-54. (In Russ.)

8. Moiseev V.N., Kulikov F.R., Kirillov Yu.G., Shokholova L.V., Vas'kin Yu.V. *Svarnye soedineniya titanovykh splavov* [Titanium alloy welded joints]. Moscow: Metallurgiya Publ., 1979. 248 p.

9. Gurevich S.M. *Spravochnik po svarke tsvetnykh metallov* [Handbook on welding of non-ferrous metals]. Kiev: Naukova Dumka Publ., 1990. 512 p.

10. Redchits V.V., Frolov V.A., Kazakov V.A., Lukin V.I. *Poristost' pri svarke tsvetnykh metallov* [Porosity formed in welding of non-ferrous metals]. Moscow: Tekhnologiya Mashinostroeniya Publ., 2002. 448 p.

11. Seydgazov R.D. Ekspress-proektirovanie tekhnologii luchevoy svarki s minimizatsiey poroobrazovaniya. *Sbornik materialov i dokladov Mezhdunarodnoy konferentsii elektronno-luchevoy svarki i smezhnykh tekhnologiy (November, 17-20, 2015, Moscow)*. Moscow: Moscow Power Engineering Institute Publ., 2015. P. 554-565. (In Russ.)

12. Muravev V.I., Bakhmatov P.V., Lonchakov S.Z., Grigorev V.V. Determination of hydrogen content in titanium alloys during the technological cycle. *Svarochnoe Proizvodstvo*. 2018. No. 3. P. 14-20. (In Russ.)

13. *Konstruktsionnye materialy. Spravochnik / pod red. B.N. Arzamasova* [Structural materials]. Moscow: Mashinostroenie Publ., 1990. 688 p.

14. Chertov I.M., Karpenko A.S., Ostrovoy A.P. Impact of heat treatment conditions on residual stresses in commercial titanium welded joints. *Avtomaticheskaya Svarka*. 1981. No. 8. P. 68-69. (In Russ.)

15. Bratukhin A.G., Kolachev B.A., Sadkov V.V., Talalaev V.D., Veselov A.A. *Tekhnologiya proizvodstva titanovykh samoletnykh konstruktsiy* [Process of manufacturing of titanium aircraft structures]. Moscow: Mashinostroenie Publ., 1995. 443 p.

16. Bratukhin A.G., Ivanov Yu.L., Mar'in B.N. *Sovremennye tekhnologii aviastroeniya* [Modern technologies of aircraft manufacturing]. Moscow: Mashinostroenie Publ., 1999. 832 p.

17. Frolov V.A., Petrenko V.R., Peshkov V.V., Kolomenskiy A.B., Kazakov V.A. *Tekhnologiya svarki plavleniem i termicheskoy rezki metallov: ucheb. posobie* [Process of fusion welding and thermal cutting of metals]. Moscow: Al'fa-M: INFRA-M Publ., 2011. 448 p.

18. Nazarenko O.K., Istomin E.I., Lokshin V.E. *Elektronno-luchevaya svarka* [Electron beam welding]. Kharkov: Mashinostroenie Publ., 1985. 127 p.

19. Trushnikov D.N., Salomatova E.S., Belenkiy V.Ya., Koleva E.G., Mladenov G.M. About the temperature in foundering channel at electron beam welding. *Izvestiya Samarskogo Nauchnogo Tsentra RAN*. 2013. V. 15, no. 6-2. P. 505-511. (In Russ.)

20. Kaplan A.F.H., Norman P., Eriksson I. Analysis of the keyhole and weld pool dynamics by imaging evaluation and photodiode monitoring. *Proceedings of LAMP 2009 - The 5th International Congress on Laser Advanced Materials Processing*. 2009. P. 1-6.

21. Won-Ik Cho, Suck-Joo Na, Thomy C., Vollertsen F. Numerical simulation of molten pool dynamics in high power disk laser welding. *Journal of Materials Processing Technology*. 2012. V. 212, Iss. 1. P. 262-275. DOI: 10.1016/j.jmatprotec.2011.09.011

22. Kurgan K.A., Klimenov V.A., Chumaevskii A.V., Klopotov A.A. Structure of welded joints of nanostructured titanium alloy vt6 obtained by electron beam welding. Sbornik trudov Mezhdunarodnoy konferentsii s elementami nauchnoy shkoly dlya molodezhi «Materialy i tekhnologii novykh pokoleniy v sovremennom materialovedenii» (November, 9-11, 2015, Tomsk). Tomsk: Tomsk Polytechnic University Publ., 2015. P. 111-115. (In Russ.)

УДК 621.971.2

DOI: 10.18287/2541-7533-2019-18-4-169-182

# ПРОЦЕСС ОППОЗИТНОГО ФОРМООБРАЗОВАНИЯ РЕЛЬЕФНЫХ ПЛАСТИН СКЛАДЧАТОЙ СТРУКТУРЫ

#### © 2019

В. И. Халиулин	доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой производства летательных аппаратов; Казанский национальный исследовательский технический университет имени А.Н. Туполева; <u>pla.kai@mail.ru</u>
Р. Ш. Гимадиев	доктор технических наук, профессор кафедры инженерной кибернетики; Казанский государственный энергетический университет; gimadievr@mail.ru
В. А. Марковцев	доктор технических наук, генеральный директор; Ульяновский научно-исследовательский институт авиационной технологии и организации производства; <u>info@ulniat.ru</u>
Н. В. Левшонков	доцент кафедры конструкций и проектирования летательных аппаратов; Казанский национальный исследовательский технический университет имени А.Н. Туполева; <u>nvlevshonkov@kai.ru</u>

Рассматривается технологическая схема, позволяющая разделить формообразование складчатых конструкций на несколько этапов. Формирование рельефа достигается выворачиванием отдельных участков трапециевидного гофра до придания им зеркально-отражённой формы. Процесс характеризуется узкими зонами изгибных деформаций вдоль линий разметки структуры и депланацией граней без вытяжки. Приводятся схемы формообразующего узла и соотношения для расчёта геометрических и технологических параметров.

Складчатые структуры; процессы формообразования; технологическая схема; циклическое двойное гофрирование.

<u>Шитирование</u>: Халиулин В.И., Гимадиев Р.Ш., Марковцев В.А., Левшонков Н.В. Процесс оппозитного формообразования рельефных пластин складчатой структуры // Вестник Самарского университета. Аэрокосмическая техника, технологии и машиностроение. 2019. Т. 18, № 4. С. 169-182. DOI: 10.18287/2541-7533-2019-18-4-169-182

### Введение

Строгий подход к формированию рельефных поверхностей складчатой структуры [1] предполагает изгиб (складывание) по всем линиям воображаемой разметки на заготовке одновременно. При этом на всех этапах процесса грани сохраняют плоскую форму [2].

Для подавляющего большинства складчатых структур (CC) их трансформирование из плоского листа в объёмную конструкцию имеет сложную кинематику. Соответственно, зоны деформирования вдоль отрезков разметки постоянно меняют своё положение в пространстве, каждая – по своему закону [2 - 5]. В связи с этим создание оборудования, обеспечивающего подвод следящих усилий одновременно к каждой зоне, представляет собой сложную техническую задачу [6].

К настоящему времени для твёрдолистовых материалов схема одновременного складывания применяется для наиболее простой СС – зетгофр [7]. Его архитектура образована одинаковыми гранями. Для более сложных структур остаётся актуальной проблема разделения процесса формообразования на несколько этапов. Имеется в виду, что на каждом этапе будет осуществляться складывание по отдельным группам рёбер до образования собственно рельефной детали с требуемой архитектурой. Такой подход

позволяет достичь боле высокого качества рельефа и упростить технологическое оборудование.

В работе показано, что если допустить в определённых пределах депланацию граней (потерю плоской формы без растяжения), то для некоторых рядовых структур можно реализовать технологическую схему поэтапного формирования рельефа.

## Процесс формообразования

Рассмотрим процесс на примере складчатой конструкции, имеющей по классификации [8] рядовую четырёхлучевую азимутальную модифицированную структуру. Сокращённо обозначим её М-гофр (рис. 1, *a*). Данная архитектура является модификацией структуры «Миура-ори» [6] зигзагообразного гофра и формируется из последнего путём раздвоения пилообразных линий, то есть размещением между гранями Z-гофра прямоугольных элементов [9].

Таким образом, М-гофр состоит из плоских граней в виде параллелограммов 1 и прямоугольников 5, соединённых между собой по всем сторонам с образованием зигзагообразных линий выступов 2, впадин 3 и пилообразных линий 4. Рельефная поверхность задаётся конструктивными параметрами: H – высота; 2S – шаг зигзагообразных линий; 2L – шаг пилообразных линий; V – амплитуда зигзагообразных линий; B – расстояние между пилообразными линиями. Объёмная конструкция получается в результате изгибания листовой заготовки по разметке, изображённой на рис. 1,  $\delta$ .



Рис. 1. Рядовая модифицированная азимутальная структура: a – структура; б – развёртка

Выпуклые углы образуются в результате изгиба по сплошным линиям, а вогнутые – по пунктирным линиям. Разметка задаётся технологическими параметрами:  $2S_0$  – шаг зигзагообразных линий на разметке;  $2L_0$  – шаг пилообразных линий на разметке;  $V_0$  – амплитуда зигзагообразных линий на разметке.

Связь между технологическими (разметка) и конструктивными параметрами М-гофра определяется соотношениями:

$$S_0 = \frac{L(S-B)}{\sqrt{H^2 + L^2}} + B; \quad L_0 = \sqrt{H^2 + L^2}; \quad V_0 = \frac{VL}{\sqrt{H^2 + L^2}} \,.$$

Для изготовления М-гофра предлагается технологическая схема, предусматривающая разделение процесса формообразования на два этапа (рис. 2).



Рис. 2. Последовательность операций при изготовлении М-гофра: а – исходный линейный гофр; б – этап оппозитного формования; в – готовая деталь

На первом этапе любым из известных методов изготавливается обычный трапециевидный гофр с линейной образующей (рис. 2, *a*). Его сечение должно совпадать по форме с сечением готовой конструкции в плоскости, перпендикулярной пилообразным линиям.

На втором этапе производится формоизменение гофра в поперечном направлении (рис. 2,  $\delta$ ). По линиям, обозначенным на линейном гофре пунктиром (рис. 2, a), осуществляется изгиб до образования зигзагообразных линий выступов 2 и впадин 3 соответственно (рис. 2,  $\delta$ ). Многократное повторение такой операции с шагом  $L_0$  по длине линейного гофра позволяет получить деталь, имеющую структуру М-гофра (рис. 2,  $\epsilon$ ).

Схема формирования рельефа на втором этапе показана на рис. 3. Участок линейного гофра длиной  $L_0$  зажимается в сечениях a - a и  $\delta - \delta$  между деталями оборудования, рабочие поверхности которых соответствуют форме исходного гофра. После этого один из зажатых концов гофра 7 перемещается в вертикальной плоскости, параллельной направлению подачи заготовки таким образом, что элементы участка длиной  $L_0$  в виде прямоугольников 5 поворачиваются относительно горизонтальной линии на угол, дополняющий угол при вершине пилообразных линий  $\alpha$  до 180° (рис. 3).



Рис. 3. Схема оппозитного формирования рельефа

При этом образуются зигзагообразные линии выступов 2 и впадин 3 М-гофра, а элементы участка длиной  $L_0$  в виде параллелограммов 1 поворачиваются в пространстве таким образом, что поперечное сечение E - E отформованного участка представляет собой зеркальное отражение поперечного сечения A - A исходного линейного гофра. Таким образом, происходит «выворачивание наизнанку» фрагмента, заключённого между сечениями a - a и  $\delta - \delta$ , а углы вдоль пилообразных линий из выпуклых переходят в вогнутые. Учитывая специфику и нетрадиционность формирования рельефа предлагаемым методом, назовём эту схему оппозитным формованием. По классификации, предложенной в [10], данный процесс можно отнести к группе технологических схем циклического двойного гофрирования.

Реализуется указанная операция с помощью устройства, формообразующая часть которого схематично изображена на рис. 4. Оно содержит фиксирующий узел, состоящий из нижнего 1 и верхнего 2 фиксирующих элементов и формующего узла, состоящего соответственно из нижнего 3 и верхнего 4 формующих элементов.

Фиксирующие поверхности «*a*» и формующие рабочие поверхности «*б*» элементов l - 4 имеют профиль, совпадающий в нормальном сечении с линейным гофром, полученным на первом этапе. При этом фиксирующие рабочие поверхности элементов l и 4 выполнены со смещением относительно формующих рабочих поверхностей этих же элементов в направлении, перпендикулярном направлению подачи заготовки. Величина смещения равна половине шага линейного гофра (*S*). В то же время, фиксирующие и формующие рабочие поверхности элементов 2 и 3 не имеют такого смещения, а поперечное сечение их фиксирующих поверхностей является зеркальным отражением по-перечного сечения формующих поверхностей этих же элементов. Угол наклона плоскости выступов формующих поверхностей определяется углом при вершине пилообразных линий М-гофра.



Рис. 4. Рабочие элементы оснастки для оппозитного формования

На рис. 5, *а* изображена схема расположения фиксирующего и формующего узлов друг относительно друга в момент зажима заготовки (вид сбоку).



Рис. 5. Последовательность работы устройства: а – зажим заготовки; б – рабочий ход; в, г – расфиксация и подача заготовки; д – исходное положение перед зажатием заготовки

На этом этапе плоскость впадин рельефа фиксирующей поверхности нижнего формующего элемента *cd* и плоскость впадин рельефа фиксирующей поверхности нижнего фиксирующего элемента *ef* совпадают, а плоскость впадин формующих элементов *gj* и плоскость выступов фиксирующих элементов *mn* параллельны.

Во время рабочего хода, когда формующий узел перемещается из крайнего верхнего положения до полного смыкания формующего и фиксирующего узлов, плоскости *gj* и *mn* всегда остаются параллельными, так как движение формующего узла относительно фиксирующего – плоскопараллельное. В момент полного смыкания узлов плоскости *gj* и *mn* совпадают (рис. 5,  $\delta$ ).

Последовательность переходов показана на рис. 5. Вначале заготовка в виде линейного гофра зажимается между фиксирующими и формующими узлами (рис. 5, *a*). Затем формующий узел перемещается в крайнее нижнее положение (рис. 5,  $\delta$ ), при этом образуются зигзагообразные линии выступов и впадин. На следующем этапе верхние и нижние части узлов размыкаются (рис. 5, *в*) и заготовка подаётся на нужный шаг  $L_0$  по стрелке  $\Pi$  (рис. 5, *г*). Затем заготовка снова зажимается и цикл повторяется.

# Определение технологических параметров процесса формообразования

Все траектории плоскопараллельного перемещения формующего узла относительно фиксирующего узла (рис. 3) должны лежать внутри кругового сектора с минимальным радиусом R, определяемым по формуле:

$$R = \sqrt{\left(\frac{h}{\cos\gamma}\right)^2 + \left(L_0 + \frac{h}{\cos\gamma\cos\theta}\right)^2},\tag{1}$$

где h – высота линейного гофра;  $\gamma$  – угол наклона боковой стенки линейного гофра;  $\theta$  – угол наклона бокового ребра зигзагообразных линий;  $L_0$  – шаг подачи заготовки,

центральный угол сектора равен углу, дополняющему угол при вершине пилообразных линий  $\alpha$  до 180° (рис. 3).

Формула (1) получена из условия сохранения целостности материала параллелограммного элемента *1* (рис. 3). При «выворачивании» фрагмента линейного гофра большая диагональ параллелограммного элемента *аабб*, во избежание разрыва, не должна подвергаться растяжению. Для выполнения этого условия радиус кругового сектора, внутри которого и должны лежать все возможные траектории движения формующего узла устройства, должен быть равен длине этой диагонали.

На базе структуры типа М-гофр путём варьирования пропорциями разметки можно получить детали различного конструктивного исполнения. Например, гофрированная структура, изображённая на рис. 1, *а* при «дожатии» в направлении зигзагообразных линий переходит в ячеистую (рис. 6, *a*) с образованием структурных фрагментов замкнутого ячеистого типа. При этом если на разметке выполняется условие:  $2L_0(2S_0 - B) = V_0(2S_0 - B) + V_0^2$ , то в результате складывания получается структура, у которой шаг по пилообразным линиям равняется амплитуде, т. е. 2L = V и перемычки (отрезки зигзагообразных линий шириной *B*) располагаются на одной линии «*n-n*» (рис. 6, *a*). При несоблюдении этого условия ячейки, расположенные в смежных рядах, смещаются друг относительно друга на величину  $\Delta$  (рис. 6, *б*).



Рис. 6. Конструктивные варианты М-гофра: а – ячеистая структура; б – структура со сдвигом поперечных рёбер; в – цилиндрический М-гофр; г – разметка цилиндрической структуры

Структуре типа М-гофр можно придать на этапе её формирования одинарную кривизну (рис. 6, *в*). Для этого её разметка должна включать вместо параллелограммных элементов трапециевидные (рис. 6, *г*).

Технологические параметры разметки для цилиндрической конфигурации, показанные на рис. 6, c ( $L_1, L_2, 2S_0, B, \theta_1, \theta_2$ ), зависят от заданных конструктивных параметров: наружного радиуса кривизны R, высоты блока H, шага по зигзагообразным линиям 2S, шага по пилообразным линиям 2L. Связь между конструктивными и искомыми технологическими параметрами определяется замкнутой системой трансцендентных уравнений, аналитическое решение которой затруднено:

$$L = R \cos\left(\frac{\lambda - \varepsilon + \pi}{2}\right), \qquad L^2 = L_1^2 + L_2^2 - 2L_1L_2 \cos\varepsilon, \\ \cos\varepsilon = 1 - 2\frac{b^2}{b^2 - (S - B)^2} \cos^2\theta_1, \qquad \cos\lambda = 1 - 2\frac{d^2}{d^2 - (S - B)^2} \cos^2\theta_2, \\ b\sin\theta_1 = d \sin\theta_2 = S_0 - B, \qquad L_1 - b\cos\theta_1 = L_2 - d\cos\theta_2.$$

Если прибегнуть к упрощению постановки задачи путём задания величины одного из неизвестных технологических параметров, например  $L_2$ , то можно получить аналитическое решение. Алгоритм нахождения технологических параметров в этом случае можно представить в следующем виде:

1) задаётся величина  $L_2$  – наибольшее расстояние между соседними зигзагообразными линиями выступов и впадин на развертке;

2) определяется наименьшее расстояние между соседними зигзагообразными линиями выступов и впадин  $L_1 = \sqrt{4L^2 - L_2^2 + 2H^2}$ , после чего находится  $\varepsilon$  – угол при впадинах пилообразной линии гофра:  $\varepsilon = \arccos \left[ -\frac{L^2 - L_1^2 - L_2^2}{2L_1L_2} \right]$  и  $\lambda$  – угол при вершинах пилообразной линии гофра:  $\lambda = 2 \arccos \left[ \frac{L}{R} \right] + \varepsilon - \pi$ ;

3) определяется длина наклонного ребра зигзагообразных линий выступов  $d = \sqrt{V^2 + (S - B)^2}$  и  $\theta_2$  – угол при вершинах пилообразных линий на развёртке:

$$\theta_2 = \arccos\left[\sqrt{\frac{\left[d^2 - \left(S - B\right)^2\right]\left(1 - \cos\lambda\right)}{2d^2}}\right];$$

4) шаг  $S_0$  зигзагообразных линий на развёртке гофра находится по формуле  $S_0 = d \sin \theta_2 + B$ , после чего можно найти длину наклонного ребра зигзагообразных линий впадин гофра:

$$b = \sqrt{\left(L_1 - L_2 + d\cos\theta_2\right)^2 + \left(S_0 - B\right)^2};$$

5) определяется  $\theta_1$  – угол при впадинах пилообразных линий на развёртке:

$$\theta_{1} = \arccos\left[\sqrt{\frac{\left[b^{2} - \left(S - B\right)^{2}\right]\left(1 - \cos\varepsilon\right)}{2b^{2}}}\right]$$

#### Практическое применение

Свойство модифицированных складчатых структур принимать криволинейную конфигурацию с заданной кривизной имеет важное практическое значение, например, при создании многослойных панелей цилиндрической формы [11 – 15].

Если варьировать расстоянием B между пилообразными линиями, то можно получить конструкцию с переменной плотностью ячеек по объёму блока заполнителя (рис. 7, *a*). При переменном шаге между зигзагообразными линиями формируется блок переменной высоты «*H*» [16] (рис. 7, *б*).



Рис. 7. Варианты архитектурных форм заполнителей: а – М-гофр с переменной плотностью по объёму; б – блок М-гофра переменной высоты; в – варианты блоков с реверсивной архитектурой

Как частный случай можно сформировать клиновидную конструкцию. Развитие рассматриваемой технологической схемы принципиально позволяет изготавливать блоки с реверсивной складчатой структурой в различных вариантах [8; 17].

В силу своих конструктивных особенностей варианты М-гофра могут найти применение в качестве лёгкого заполнителя в многослойных панелях транспортных средств и в строительных конструкциях. [6; 18; 19].

Широкие возможности вариации архитектурой складчатых заполнителей и густотой рельефа позволяют оптимизировать сэндвич-панели по удельным механическим характеристикам [20 – 24], ударостойкости [25; 26], звукопоглощению [27], звукоизоляции [28; 29], теплопроводности [30].

Предложенная схема защищена авторскими правами [31] и опробована с помощью экспериментального оборудования. На рис. 8 показана деталь ячеистой структуры (после «дожатия») из листовой стали 12Х18Н10Т толщиной 0,15 мм.

Оппозитное формообразование подходит для изготовления деталей со складчатой структурой из композиционных материалов с текстильным армированием.

На рис. 9 показаны варианты образцов заполнителя из стеклопластика. На первом этапе изготавливается линейный гофр с трапециевидным сечением из полуотверждённого препрега. На втором формируется М-гофр методом оппозитного формообразования с окончательной фиксацией рельефа путём отверждения с нагревом.



Рис. 8. М-гофр из металла



Рис. 9. Образцы М-гофра из стеклопластика

# Заключение

Разработанная технологическая схема позволяет изготавливать складчатые конструкции типа М-гофр с различной густотой рельефа и относительным сдвигом ячеек, а также с цилиндрическими огибающими поверхностями. Получены соотношения, устанавливающие связь между конструктивными параметрами изделия и технологическими параметрами разметки на заготовке. Предложены алгоритмы их решения, а также соотношение для расчёта ограничений перемещения исполнительных элементов технологического оборудования.

Синтезирована широкая номенклатура архитектурных форм складчатых заполнителей с переменной плотностью по объёму, с переменной высотой, с плоскими гранями в огибающих поверхностях блоков структуры. Все варианты могут быть изготовлены рассматриваемым методом.

Возможность изготовления складчатых конструкций по предлагаемой схеме из металла и текстильно-армированных композитов подтверждены технологическим экспериментом.

Реализация технологической схемы позволяет создать устройство небольших габаритов в отличие от схемы складывания заготовки по всем линиям разметки одновременно [2], при которой площадь рабочей зоны оборудования должна быть не меньше заготовки. Исключена необходимость использования биговки. Схема позволяется использовать в качестве заготовки непрерывную ленту.

Поскольку формообразование осуществляется на жёсткой оснастке, то следует ожидать и бо́льшую точность детали, чем при изготовлении её с помощью трансформируемого формообразующего узла, меняющего свою форму в процессе формования [2].

## Библиографический список

1. Халиулин В.И. Геометрическое моделирование при синтезе структур складчатых заполнителей многослойных панелей // Вестник Казанского государственного технического университета им. А.Н. Туполева. 1995. № 1. С. 31-40.

2. Tachi T. Geometric considerations for the design of rigid origami structures // Proceedings of the International Association for Shell and Spatial Structures (IASS) Symposium. 2010.

3. Wu W., You Z. Modelling rigid origami with quaternions and dual quaternions // Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences. 2010. V. 466, Iss. 2119. P. 2155-2174. DOI: 10.1098/rspa.2009.0625

4. Gattas J.M., You Z. Geometric assembly of rigid-foldable morphing sandwich structures // Engineering Structures. 2015. V. 94. P. 149-159. DOI: 10.1016/j.engstruct.2015.03.019

5. Fuchi K., Diaz A.R. Origami design by topology optimization // Journal of Mechanical Design. 2013. V. 135, Iss. 11. DOI: 10.1115/1.4025384

6. Evans T.A., Lang R.J., Magleby S.P., Howell L.L. Rigidly foldable origami gadgets and tessellations // Royal Society Open Science. 2015. V. 2, Iss. 9. DOI: 10.1098/rsos.150067

7. Халиулин В.И., Двоеглазов И.В. Устройство для гофрирования листового материала: патент РФ № 2118217; опубл. 27.08.98.

8. Халиулин В.И. О классификации регулярных рядовых складчатых структур // Известия высших учебных заведений. Авиационная техника. 2003. № 2. С. 7-12.

9. Халиулин В.И. О методе синтеза структуры складчатых заполнителей многослойных панелей // Известия высших учебных заведений. Авиационная техника. 2005. № 1. С. 7-12.

10. Халиулин В.И., Батраков В.В. Технологические схемы формообразования зигзагообразного гофра // Известия высших учебных заведений. Авиационная техника. 2005. № 2. С. 68-73.

11. Zhou X., Zang S., Wang H., You Z. Geometric design and mechanical properties of cylindrical foldcore sandwich structures // Thin-Walled Structures. 2015. V. 89. P. 116-130. DOI: 10.1016/j.tws.2014.12.017

12. Liu B., Sun Y., Zhu Y. Fabrication and compressive behavior of carbon-fiber-reinforced cylindrical foldcore sandwich structure // Composites Part A: Applied Science and Manufacturing. 2019. V. 118. P. 9-19. DOI: 10.1016/j.compositesa.2018.12.011

13. Hu Y., Liang H., Duan H. Design of cylindrical and axisymmetric origami structures based on generalized Miura-ori cell // Journal of Mechanisms and Robotics. 2019. V. 11, Iss. 5. DOI: 10.1115/1.4043800

14. Tachi T. Freeform variations of origami // Journal for Geometry and Graphics. 2010. V. 14, Iss. 2. P. 203-215.

15. Tachi T. Designing freeform origami tessellations by generalizing Resch's patterns // Journal of Mechanical Design. 2013. V. 135, Iss. 11. DOI: 10.1115/1.4025389

16. Халиулин В.И., Хилов П.А. Особенности технологии изготовления клиновидных складчатых заполнителей из композитов // Вестник Казанского государственного технического университета им. А.Н. Туполева. 2012. № 2. С. 13-18.

17. Халиулин В.И. Технологические схемы изготовления многослойных конструкций. Казань: КГТУ, 1999. 168 с.

18. Miura K. Method of packaging and deployment of large membranes in space. Tech. Report no. 618. The Institute of Space and Astronautical Science, 1985. 9 p.

19. McKay D.M., Morgan S.J. Structural systems for panels, boards, shelves, and laminates. Patent GB 2123874 A, E04C2/32, 1984.

20. Muhs F., Klett Y., Middendorf P. Influence of geometry and base material on the compressive properties of foldcores // Proceeding of the 17th European Conference on Composite Materials (June, 26-30, 2016, Munich, Germany). 2016.

21. Du Y., Song C., Xiong J., Wu L. Fabrication and mechanical behaviors of carbon fiber reinforced composite foldcore based on curved-crease origami // Composites Science and Technology. 2019. V. 174. P. 94-105. DOI: 10.1016/j.compscitech.2019.02.019

22. Портной В.А., Портной А.В. Алгоритм МКЭ-анализа прочности и устойчивости трёхслойных панелей со складчатыми заполнителями // Вестник Казанского государственного технического университета им. А.Н. Туполева. 2009. № 3. С. 5-8.

23. Паймушин В.Н., Закиров И.И., Карпиков Ю.А. Теоретико-экспериментальный метод механических характеристик заполнителя складчатой структуры в виде z-гофра. Теоретические основы и сжатие заполнителя в поперечном направлении // Известия высших учебных заведений. Авиационная техника. 2012. № 3. С. 10-17.

24. Паймушин В.Н., Закиров И.М., Карпиков Ю.А. Теоретико-экспериментальный метод определения механических характеристик заполнителя складчатой структуры в виде z-гофра (сдвиг заполнителя в плоскостях поперечных сечений) // Известия высших учебных заведений. Авиационная техника. 2013. № 3. С. 19-26.

25. Heimbs S. Foldcore sandwich structures and their impact behaviour: An overview // Solid Mechanics and its Applications. 2013. V. 192. P. 491-544.

DOI: 10.1007/978-94-007-5329-7\_11

26. Мовчан Г.В. Исследование складчатых конструкций на ударную нагрузку // Известия высших учебных заведений. Авиационная техника. 2007. № 4. С. 64-65.

27. Молод М.В., Максименков В.И., Федосеев В.И. Формообразующие технологии для изготовления кожухов шумоглушения турбореактивного двигателя // Вестник Самарского университета. Аэрокосмическая техника, технологии и машиностроение. 2018. Т. 17, № 3. С. 167-174. DOI: 10.18287/2541-7533-2018-17-3-167-174

28. Досикова Ю.И., Хабибуллина Д.Д. Звукоизоляционные характеристики панелей с заполнителем складчатой структуры типа z-гофр // Вестник Казанского государственного технического университета им. А.Н. Туполева. 2013. № 4. С. 61-64.

29. Досикова Ю.И. Исследование звукоизоляционных характеристик трёхслойных панелей с заполнителем z-гофр // Известия высших учебных заведений. Авиационная техника. 2013. № 2. С. 68-71.

30. Киаука М.Ю., Пономарев И.М., Сафин И.Ш. Аналитические зависимости для определения теплопроводности многослойных панелей со складчатым заполнителем // Известия высших учебных заведений. Авиационная техника. 2012. № 3. С. 56-60.

31. Халиулин В.И., Скрипкин Е.А. Способ изготовления зигзагообразного гофра (варианты): патент РФ № 2100119; опубл. 27.12.97; бюл. № 36.

## PROCESS OF FORMING MIRROR-SHAPED RELIEF PLATES OF FOLDED STRUCTURE

© 2019

V. I. Khaliulin	Doctor of Science (Engineering), Professor, Head of the Department of Aircraft Production; Kazan National Research Technical University named after A.N. Tupolev, Kazan, Russian Federation; <u>pla.kai@mail.ru</u>
R. Sh. Gimadiev	Doctor of Science (Engineering), Professor of the Department of Engineering Cybernetics; Kazan State Power Engineering University, Kazan, Russian Federation; <u>gimadievr@mail.ru</u>
V. A. Markovtsev	Doctor of Science (Engineering), General Director; Ulyanovsk Research Institute of Aviation Technology and Production Management, Ulyanovsk, Russian Federation; <u>info@ulniat.ru</u>
N.V. Levshonkov	Associate Professor of the Department of Aircraft Construction and Design; Kazan National Research Technical University named after A.N. Tupolev, Kazan, Russian Federation; <u>nvlevshonkov@kai.ru</u>

We present a process flow sheet that allows dividing the process of shaping of folded structures into several stages. The formation of the relief is achieved by inverting individual sections of the trapezoidal corrugation to give them a mirror-reflected shape. The process is characterized by narrow zones of bending deformations along the lines of the structure marking and by warping of faces without drawing. The field shaper layout and the relationships for calculating geometric and process parameters are presented.

*Folded structures; shaping processes; process flow sheet; cyclic double corrugation.* 

<u>Citation:</u> Khaliulin V.I., Gimadiev R.Sh., Markovtsev V.A., Levshonkov N.V. Process of forming mirror-shaped relief plates of folded structure. *Vestnik of Samara University. Aerospace and Mechanical Engineering.* 2019. V. 18, no. 4. P. 169-182. DOI: 10.18287/2541-7533-2019-18-4-169-182

### References

1. Khaliulin V.I. Geometrical simulation and synthesis of FC structures of sandwich panels. *Vestnik Kazanskogo Gosudarstvennogo Tekhnicheskogo Universiteta im. A.N. Tupoleva.* 1995. No. 1. P. 31-40. (In Russ.)

2. Tachi T. Geometric considerations for the design of rigid origami structures. Proceedings of the International Association for Shell and Spatial Structures (IASS) Symposium. 2010.

3. Wu W., You Z. Modelling rigid origami with quaternions and dual quaternions. *Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*. 2010. V. 466, Iss. 2119. P. 2155-2174. DOI: 10.1098/rspa.2009.0625

4. Gattas J.M., You Z. Geometric assembly of rigid-foldable morphing sandwich structures. *Engineering Structures*. 2015. V. 94. P. 149-159.

DOI: 10.1016/j.engstruct.2015.03.019

5. Fuchi K., Diaz A.R. Origami design by topology optimization. *Journal of Mechanical Design*. 2013. V. 135, Iss. 11. DOI: 10.1115/1.4025384

6. Evans T.A., Lang R.J., Magleby S.P., Howell L.L. Rigidly foldable origami gadgets and tessellations. *Royal Society Open Science*. 2015. V. 2, Iss. 9. DOI: 10.1098/rsos.150067

7. Khaliulin V.I., Dvoeglazov I.V. *Ustroystvo dlya gofrirovaniya listovogo materiala* [Apparatus for corrugating sheet material]. Patent RF, no. 2118217, 1998. (Publ. 27.08.1998)

8. Khaliulin V.I. Classification of regular row-arranged folded structures. *Russian* Aeronautics. 2003. V. 46, Iss. 2. P. 8-17.

9. Khaliulin V.I. A technique for synthesizing the structures of folded cores of sandwich panels. *Russian Aeronautics*. 2005. V. 48, Iss. 1. P. 8-16.

10. Khaliulin V.I., Batrakov V.V. Technological schemes of zigzag crimp shaping. *Russian Aeronautics*. 2005. V. 48, Iss. 2. P. 106-114.

11. Zhou X., Zang S., Wang H., You Z. Geometric design and mechanical properties of cylindrical foldcore sandwich structures. *Thin-Walled Structures*. 2015. V. 89. P. 116-130. DOI: 10.1016/j.tws.2014.12.017

12. Liu B., Sun Y., Zhu Y. Fabrication and compressive behavior of carbon-fiber-reinforced cylindrical foldcore sandwich structure. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*. 2019. V. 118. P. 9-19. DOI: 10.1016/j.compositesa.2018.12.011

13. Hu Y., Liang H., Duan H. Design of cylindrical and axisymmetric origami structures based on generalized Miura-ori cell. *Journal of Mechanisms and Robotics*. 2019. V. 11, Iss. 5. DOI: 10.1115/1.4043800

14. Tachi T. Freeform variations of origami. *Journal for Geometry and Graphics*. 2010. V. 14, Iss. 2. P. 203-215.

15. Tachi T. Designing freeform origami tessellations by generalizing Resch's patterns. *Journal of Mechanical Design*. 2013. V. 135, Iss. 11. DOI: 10.1115/1.4025389

16. Khaliulin V.I., Khilov P.A. Pequliarities of production technology for wedge-shaped folded cores from composites. *Vestnik Kazanskogo Gosudarstvennogo Tekhnicheskogo Universiteta im. A.N. Tupoleva.* 2012. No. 2. P. 13-18. (In Russ.)

17. Khaliulin V.I. *Tekhnologicheskie skhemy izgotovleniya mnogosloynykh konstruktsiy* [Process flow diagrams for the manufacture of multilayer structures]. Kazan: Kazan State Technical University Publ., 1999. 168 p.

18. Miura K. Method of packaging and deployment of large membranes in space. Tech. Report no. 618. The Institute of Space and Astronautical Science, 1985. 9 p.

19. McKay D.M., Morgan S.J. Structural systems for panels, boards, shelves, and laminates. Patent GB 2123874 A, E04C2/32, 1984.

20. Muhs F., Klett Y., Middendorf P. Influence of geometry and base material on the compressive properties of foldcores. *Proceeding of the 17th European Conference on Composite Materials (June, 26-30, 2016, Munich, Germany).* 2016.

21. Du Y., Song C., Xiong J., Wu L. Fabrication and mechanical behaviors of carbon fiber reinforced composite foldcore based on curved-crease origami. *Composites Science and Technology*. 2019. V. 174. P. 94-105. DOI: 10.1016/j.compscitech.2019.02.019

22. Portnoy V.A., Portnoy A.V. Algorithm for analyzing strength and stability of sandwich panels with folded cores by finite-element method. *Vestnik Kazanskogo Gosudarstvennogo Tekhnicheskogo Universiteta im. A.N. Tupoleva.* 2009. No. 3. P. 5-8. (In Russ.)

23. Paimushin V.N., Zakirov I.I., Karpikov Y.A. Theoretical and experimental technique of determining the mechanical characteristics of folded structure core in the form of Z-crimp. Theoretical foundations and core compression in transverse direction. *Russian Aeronautics*. 2012. V. 55, Iss. 3. P. 233-244. DOI: 10.3103/S1068799812030038

24. Paimushin V.N., Zakirov I.M., Karpikov Y.A. Theoretical and experimental technique of determining the mechanical characteristics of folded structure filler in the form of Z-crimp (shear of a filler in cross-sectional planes). *Russian Aeronautics*. 2013. V. 56, Iss. 3. P. 234-246. DOI: 10.3103/S1068799813030057

25. Heimbs S. Foldcore sandwich structures and their impact behaviour: An overview. *Solid Mechanics and its Applications*. 2013. V. 192. P. 491-544.

DOI: 10.1007/978-94-007-5329-7\_11

26. Movchan G.V. Analysis of folded structures for impact resistance. *Russian Aeronautics*. 2007. V. 50, Iss. 4. P. 439-441. DOI: 10.3103/S1068799807040162

27. Molod M.V., Maksimenkov V.I., Fedoseev V.I. Shaping technologies for manufacturing noise insulation casings of turbojet engines. *Vestnik of Samara University. Aerospace and Mechanical Engineering*. 2018. V. 17, no. 3. P. 167-174. DOI: 10.18287/2541-7533-2018-17-3-167-174. (In Russ.)

28. Dosikova Yu.I., Khabibullina D.D. Sound insulating characteristics of panels with z-corrugation type fold structure filler. *Vestnik Kazanskogo Gosudarstvennogo Tekhnicheskogo Universiteta im. A.N. Tupoleva.* 2013. No. 4. P. 61-64. (In Russ.)

29. Dosikova Yu.I. Studies of soundproofing characteristics of sandwich panels with cores of Z-crimp type. *Russian Aeronautics*. 2013. V. 56, Iss. 2. P. 194-198. DOI: 10.3103/S1068799813020141

30. Kiauka M.Y., Ponomarev I.M., Safin I.S. Analytical dependences for determination of thermal conduction in sandwich panels with folded cores. *Russian Aeronautics*. 2012. V. 55, Iss. 3. P. 298-304. DOI: 10.3103/S1068799812030129

31. Khaliulin V.I., Skripkin E.A. *Sposob izgotovleniya zigzagoobraznogo gofra* (*varianty*) [Method for making zigzag corrugation (variants)]. Patent RF, no. 2100120, 1997. (Publ. 27.12.1997, bull. no. 36)
УДК 629.7: 656.7

DOI: 10.18287/2541-7533-2019-18-4-183-191

## ИМИТАЦИОННАЯ МОДЕЛЬ С НЕЧЁТКИМ РЕГУЛЯТОРОМ КАК ИНСТРУМЕНТ ОПТИМИЗАЦИИ НЕПОЛНОДОСТУПНОЙ СИСТЕМЫ НАЗЕМНОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ В УЗЛОВОМ АЭРОПОРТУ

© 2019

В. А. Романенко кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры организации и управления перевозками на транспорте; Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва; vla\_rom@mail.ru

Рассмотрена актуальная для узловых аэропортов задача оптимизации численности технологических ресурсов функциональной подсистемы аэропорта, осуществляющей наземное обслуживание перевозок в рамках отдельной технологической операции. Анализ ограничен неполнодоступными системами, в которых обслуживание определённых заявок может быть выполнено только определёнными технологическими ресурсами, под которыми понимаются средства механизации и автоматизации, производственное оборудование, персонал и т.д. Оптимизационная задача сформулирована в вероятностной постановке. Описан подход к её решению. В качестве инструмента оптимизации предложено использовать имитационную компьютерную модель, учитывающую особенности потоков пассажиров и производственного процесса узлового аэропорта и включающую нечёткий регулятор, который отражает логику диспетчера аэропорта, управляющего процессом наземного обслуживания. Приведён модельный пример решения оптимизационной задачи, свидетельствующий о возможности и целесообразности использования нечёткого регулятора в качестве модели стратегии человекаоператора. Составляющая основной результат оптимизации временная зависимость численности технологических ресурсов функциональной подсистемы применима на этапах принятия решения о повышении её пропускной способности, оперативного управления ресурсами, планирования сменной работы персонала, решения ряда других задач, особенно актуальных для узловых аэропортов с их интенсивными, но неравномерными потоками самолётов и пассажиров.

Узловой аэропорт; неполнодоступная система; нечёткое управление; нечёткий регулятор; оптимизация; имитационная модель.

## Введение

В роли объекта исследования выступает компонент системы наземного обслуживания перевозок узлового аэропорта – его производственное подразделение, предназначенное для выполнения определённой технологической операции и оснащённое с этой целью соответствующими технологическими ресурсами. Проблемой, особенно актуальной для узловых аэропортов с их интенсивными и испытывающими резкие колебания потоками самолётов и пассажиров и жёсткими требованиями к уровню их наземного обслуживания, является определение оптимальной по критерию экономичности численности ресурсов отдельных подсистем. Это знание даёт возможность своевременно принять решение о целесообразности повышения пропускных способностей. Наряду с определением величины максимальной численности ресурсов, необходимой в моменты пиковой загрузки подсистемы, имеется необходимость в построении временной зависимости потребной численности ресурсов на больших промежутках времени. Её использование позволяет аэропорту повысить эффективность.

<sup>&</sup>lt;u>Шитирование</u>: Романенко В.А. Имитационная модель с нечётким регулятором как инструмент оптимизации неполнодоступной системы наземного обслуживания в узловом аэропорту // Вестник Самарского университета. Аэрокосмическая техника, технологии и машиностроение. 2019. Т. 18, № 4. С. 183-191. DOI: 10.18287/2541-7533-2019-18-4-183-191

Рассматриваемые подсистемы служат примерами системы управления (СУ), в которой в роли объекта управления выступает группа однотипных технологических ресурсов, а функции управляющего устройства (УУ) осуществляет человек-оператор (диспетчер аэропорта). Круг исследуемых подсистем ограничен неполнодоступными обслуживающими системами, такими как, например, подсистема предполётной регистрации пассажиров по порейсовой схеме с выделением для обслуживания пассажиров определённого рейса одной или нескольких определённых стоек регистрации. Особенности аэропортов рассматриваемой категории [1-3] делают имитационную компьютерную модель наиболее предпочтительным инструментом решения обозначенной выше оптимизационной задачи.

Имитационная модель рассматриваемой СУ включает модель УУ, воспроизводящую действия человека. Для формализации используемых оператором эвристических правил управления используются методы нечёткой логики. В рассматриваемой модели нечёткий логический регулятор (НР) является моделью стратегии оператора и, таким образом, служит моделью УУ. В настоящее время имеются многочисленные публикации, связанные с нечётким управлением самыми разнообразными объектами. Обзор работ можно найти, например, в [4; 5]. Однако практически отсутствуют работы, где рассматривались бы вопросы нечёткого управления системами и процессами аэропортового наземного обслуживания. В работе автора [6] была рассмотрена тема, развиваемая в данной статье.

### Модель подсистемы наземного обслуживания перевозок

Имитационная модель подсистемы порейсовой регистрации первоначальных пассажиров формируется с использованием ряда не противоречащих практике допущений. Благодаря известной цикличности расписания узловых аэропортов [7], позволяющей описывать потоки самолётов периодическими функциями времени с величиной периода *T*, равной одним суткам, имитационный эксперимент сводится к единственной реализации («прогону») модели, охватывающей ряд модельных суток. Поток вылетающих самолётов принят пуассоновским с интенсивностью  $\lambda^{A}(t)$ ,  $t \in [0, T)$ , изменяющейся по времени в течение модельных суток так, как это показано на рис. 1. Рисунок построен по результатам обработки расписания одного из европейских региональных узловых аэропортов.



Рис. 1. Интенсивности потоков вылетающих самолётов и прибывающих в аэровокзал первоначальных пассажиров

Всё разнообразие типов самолётов, пассажиры которых поступают в подсистему на обслуживание, сводится к трём категориям. Численности первоначальных пассажиров самолёта приняты дискретными случайными величинами, равномерно распределёнными в следующих пределах, зависящих от категории самолёта: І категория – 5 ÷ 45 пассажиров, II категория – 35 ÷ 110 пассажиров, III категория – 90 ÷ 190 пассажиров. Доли самолётов I и III категорий, составляющие в течение большей части модельных суток 20% в общем потоке вылетающих самолётов, не остаются неизменными. Согласно существующей практике доля малых самолётов повышается на начальном этапе «волн» массовых вылетов (на рис. 1 – промежутки 10:30-13:30 и 17:30-20:00). На конечном этапе «волн» преобладают самолёты более высоких категорий.

Модельный поток пассажиров, поступающих на регистрацию, формируется на базе модельного потока отправляемых самолётов. Используется случайная величина промежутка времени  $\tau$  (мин) между моментами прибытия пассажира в аэровокзал для прохождения предполётных формальностей и вылета рассматриваемого рейса по расписанию с плотностью вероятности  $f(\tau)$ , определяемой трёхпараметрическим законом гамма-распределения [1]:

$$f(\tau) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)} (\tau - c)^{\alpha - 1} \beta^{-\alpha} e^{-(\tau - c)/\beta}, \quad \tau > 0, \qquad (1)$$

где  $\alpha$ ,  $\beta$ , c – параметры распределения;  $\alpha = 6,1; \beta = 12,6; c = 20,0$  мин.

Учитывается групповой характер потока пассажиров. Под группой понимаются пассажиры, совместно предъявляющие билеты для регистрации и имеющие общий багаж. Случайное число пассажиров в группе моделируется с использованием распределения Пуассона. Средняя численность группы принята равной 1,35 пассажира. Полученная с учётом допущений временная зависимость суммарной интенсивности  $\lambda(t)$  потоков пассажиров всех рейсов на регистрацию для модельных суток приведена на рис. 1.

Продолжительность регистрации группы пассажиров (мин) принята случайной величиной, распределённой по гамма-закону (1). Анализ статистики, полученной в ряде аэропортов, позволил считать распределение времени регистрации группы зависящим только от её численности  $N_{zp}$ . Параметр  $\alpha$  распределения (1) принимается постоянным, а два других параметра – линейно зависящими от  $N_{zp}$ :

$$\alpha = 2,5; \beta = 0,13N_{20} + 0,15; c = 0,17N_{20}.$$

Плановая (согласно технологическому графику наземного обслуживания) продолжительность регистрации всех пассажиров одного самолёта зависит от его категории и принимается равной 90, 115 и 130 мин для самолётов I, II и III категории соответственно. Плановый промежуток времени от момента окончания регистрации до вылета по расписанию предполагается одинаковым для самолётов всех категорий, равным 40 мин. Облуживание опоздавших пассажиров, прибывших в зону регистрации после наступления планового момента её окончания, не учитывается.

# Нечёткое управление в модели подсистемы наземного обслуживания перевозок

Для моделирования логики управления процессом регистрации первоначальных пассажиров вводится ряд допущений. Предполагается, что задача оператора состоит в определении числа  $Z_i$  рабочих мест, выделяемых для регистрации пассажиров, выле-

тающих очередным (*i*-м) самолётом. Практика показывает, что наиболее весомыми факторами, влияющими на решение оператора, принимаемое в момент планового начала регистрации, следует считать: 1) число  $N_i$  первоначальных пассажиров *i*-го самолёта; 2) число  $L_i$  мест багажа первоначальных пассажиров *i*-го самолёта, оформляемых к перевозке под ответственность перевозчика; 3) общее число  $Z_i^{\Sigma}$  мест регистрации, занятых обслуживанием пассажиров к моменту принятия решения. Для оператора источником значений  $N_i$ ,  $Z_i^{\Sigma}$ ,  $L_i$  является система управления отправками и непосредственные наблюдения за потоком пассажиров.

Помимо перечисленных оператор принимает во внимание ряд второстепенных факторов, с трудом поддающихся формализации, наличие которых делает факт выбора некоторого решения случайным. Для учёта стохастичности выбора вводятся вероятности выделения одного, двух и трёх мест для регистрации пассажиров *i*-го самолёта –  $p_{1i}$ ,  $p_{2i}$  и  $p_{3i}$  соответственно, используемые имитационным алгоритмом для «розыгрыша» случайного числа мест  $Z_i$ .

Функции НР сводятся к определению вероятностей  $p_{1i}$ ,  $p_{2i}$ ,  $p_{3i}$  по заданным величинам  $N_i$ ,  $L_i$  и  $Z_i^{\Sigma}$ . В модели НР реализован по типовой схеме [8] и включает следующие элементы: заданные функции принадлежности входных и выходных переменных; нечёткую базу правил, устанавливающих взаимосвязь между входами и выходами; механизм нечёткого логического вывода; метод приведения к чёткости выходных переменных (дефаззификации).

Будем различать измеряемые входные переменные  $N_i$ ,  $L_i$  и  $Z_i^{\Sigma}$ , принимающие значения из множества целых неотрицательных чисел, и соответствующие им лингвистические переменные  $N_i^*$ ,  $L_i^*$  и  $Z_i^{\Sigma^*}$ , принимающие нечёткие значения из терммножеств  $\{\widetilde{N}_i^B, \widetilde{N}_i^M, \widetilde{N}_i^L\}$ ,  $\{\widetilde{L}_i^B, \widetilde{L}_i^L\}$ ,  $\{\widetilde{Z}_i^{\Sigma B}, \widetilde{Z}_i^{\Sigma M}, \widetilde{Z}_i^{\Sigma L}\}$  соответственно. Для обозначения термов лингвистических переменных используем индексы, имеющие следующий смысл: B – «большое число», M – «среднее число», L – «малое число». Аналогично, выходным переменным  $p_{1i}$ ,  $p_{2i}$ ,  $p_{3i}$ , принимающим числовые значения на промежутке [0,1], поставим в соответствие выходные лингвистические переменные  $p_{1i}^*$ ,  $p_{2i}^*$ ,  $p_{3i}^*$  со значениями из терм-множеств  $\{\widetilde{p}_{1i}^B, \widetilde{p}_{1i}^M, \widetilde{p}_{1i}^L\}$ ,  $\{\widetilde{p}_{2i}^B, \widetilde{p}_{2i}^M, \widetilde{p}_{2i}^L\}$ ,  $\{\widetilde{p}_{3i}^B, \widetilde{p}_{3i}^M, \widetilde{p}_{3i}^L\}$ . Графики функций принадлежности термов входных лингвистических переменных, полученные с использованием результатов обработки статистических данных производственной информационной системы одного из крупных региональных аэропортов и опроса специалистов соответствующих его служб, приведены на рис. 2.



Рис. 2. Функции принадлежности термов входных лингвистических переменных:  $a - N_i^*$ ;  $6 - L_i^*$ ;  $e - Z_i^{\Sigma^*}$ 

Нечёткая база правил для входных лингвистических переменных  $N_i^*$ ,  $L_i^*$ ,  $Z_i^{\Sigma^*}$ и выходных –  $p_{1i}^*$ ,  $p_{2i}^*$ ,  $p_{3i}^*$  представлена в форме табл. 1, где столбцы соответствуют отдельным нечётким логическим правилам.

$N_i^*$	В	В	В	В	В	В	M	Μ	М	M	М	М	L	L	L	L	L	L
$L_i^*$	В	В	В	L	L	L	В	В	В	L	L	L	В	В	В	L	L	L
$Z_i^{\Sigma^*}$	L	М	В	L	М	В	L	М	В	L	М	В	L	М	В	L	М	В
$p_{1i}^*$	L	М	М	L	М	М	L	L	М	М	М	В	В	В	В	В	В	В
$p_{2i}^*$	M	В	В	В	В	В	M	M	В	В	В	М	M	М	L	L	L	L
$p_{3i}^{*}$	В	В	М	М	М	L	В	М	L	М	L	L	L	L	L	L	L	L

Таблица 1. Нечёткая база правил управления подсистемой наземного обслуживания перевозок

Небольшое число термов лингвистических переменных позволяет обойтись базой правил небольшого объёма. С целью дальнейшего упрощения процедуры нечёткого управления будем считать термы выходных лингвистических переменных синглтонными (одноточечными) нечёткими множествами, присвоив им значения:

$$\widetilde{p}_{1i}^{L} = \widetilde{p}_{2i}^{L} = \widetilde{p}_{3i}^{L} = p_{i}^{L} = 0; \quad \widetilde{p}_{1i}^{M} = \widetilde{p}_{2i}^{M} = \widetilde{p}_{3i}^{M} = p_{i}^{M} = 0,5; \quad \widetilde{p}_{1i}^{B} = \widetilde{p}_{2i}^{B} = \widetilde{p}_{3i}^{B} = p_{i}^{B} = 1.$$

Раздельно для каждой из трёх выходных переменных реализуется алгоритм нечёткого вывода по синглтонной базе правил [9], который может рассматриваться как частный случай алгоритма Мамдани [10]. Результатами являются нечёткие вероятности  $\tilde{p}_{1i}$ ,  $\tilde{p}_{2i}$ ,  $\tilde{p}_{3i}$ , имеющие, благодаря синглтонному характеру термов выходных лингвистических переменных, дискретные функции принадлежности. Дефаззификация величин  $\tilde{p}_{1i}$ ,  $\tilde{p}_{2i}$ ,  $\tilde{p}_{3i}$ , выполняемая методом центроида [8], обеспечивает получение искомых вероятностей  $p_{1i}$ ,  $p_{2i}$  и  $p_{3i}$ .

## Постановка оптимизационной задачи и подход к её решению

На временном интервале [0,T) требуется определить зависимость от времени оптимального числа  $z_{opt}(t)$  однотипных ресурсов в описанной выше неполнодоступной системе обслуживания при использовании рассмотренного нечёткого управления. Под оптимальным понимается минимальное число мест регистрации, достаточное для обеспечения аэропортом своевременного начала выполнения данной операции с заданной надёжностью *P* при условии, что регистрация пассажиров на *i*-й самолёт начинается только при наличии определённых диспетчером  $Z_i$  свободных мест.

Для решения оптимизационной задачи используется следующий подход, позволяющий приближённо определить  $z_{opt}(t)$  по результатам единственного «прогона» имитационной модели, продолжительность которого задаётся исходя из необходимой точности. Предполагается, что модельная численность  $z_{max}$  ресурсов аэропорта настолько велика, что заведомо превосходит значение искомой оптимальной численности  $z_{opt}(t)$  для любого момента  $t \in [0,T)$  модельных суток. Из-за стохастичности процессов оптимизируемой подсистемы общая численность Z(t) мест регистрации, занятых обслуживанием пассажиров в момент  $t \in [0,T)$ , представляет собой случайный процесс с функцией распределения  $F_Z(z,t) = P\{Z(t) \le z\}, 0 \le z \le z_{max}$ , определяемой с помощью имитационного моделирования. По результатам прогона имитационной модели искомая оптимальная численность  $z_{opt}(t)$ , необходимая для облуживания пассажиров всех самолётов в момент  $t \in [0,T)$ , определяется как минимальная из величин  $0 \le z \le z_{max}$ , обеспечивающих выполнение условия  $P\{Z(t) \le z\} \ge P$ .

# Результаты модельного примера решения оптимизационной задачи

Сформулированная оптимизационная задача решена с использованием имитационной модели, программно реализованной на базе системы имитационного моделирования AnyLogic 6 University. Для приведённых выше исходных данных при использовании персональной вычислительной техники затраты машинного времени на решение с погрешностью получаемых результатов в пределах 1% не превысили 15 мин.

Часть результатов оптимизации представлена на рис. 3. Главным итогом явилось получение временной зависимости оптимального числа ресурсов  $z_{opt}(t)$  на уровне надёжности P = 0.95. Как следует из рис. 3, *a*, максимальное за сутки число ресурсов составило 57 единиц, однако близкая к этому уровню численность требуется в течение всего около 2 ч. Неравномерность потоков, присущая узловому аэропорту, приводит к тому, что гораздо более скромное число мест, не превышающее 25-27 единиц, является достаточным в течение 20 ч. Приведённая на рис. 3, *a* временная зависимость среднего числа  $\overline{Z}(t)$  мест регистрации, занятых обслуживанием, даёт возможность представить степень разброса случайного процесса Z(t).

Оценить уровень качества обслуживания пассажиров позволяет отображённый на рис. 3,  $\delta$  график среднего времени  $\overline{T}_w(t)$  ожидания в очереди на регистрацию пассажиров, прибывших в аэровокзал в момент  $t \in [0,T)$ . В течение продолжительных промежутков времени эта величина остаётся на довольно высоком уровне, достигая 7,5 мин. Такие значения говорят о невысоком комфорте пребывания пассажиров в рассматриваемом аэропорту и служат основанием для пересмотра подхода к управлению процессом регистрации или для более радикального шага, состоящего в переходе аэропорта к более производительным схемам регистрации пассажиров.

Результаты включают также временную зависимость  $N_w^{0.99}(t)$ ,  $t \in [0,T)$ , 0,99квантиля числа пассажиров в очереди и на обслуживании в зоне регистрации, позволяющую оценить потребную вместимость зоны регистрации. Согласно данным на рис. 3,  $\delta$  необходимая с надёжностью 0,99 вместимость зоны регистрации аэропорта составляет около 400 пассажиров.



Рис. 3. Временные зависимости, полученные в результате оптимизации: а – численность мест регистрации; б – характеристики очереди пассажиров на регистрацию

### Заключение

Имитационное моделирование позволяет сформировать детальный стохастический портрет функциональных подсистем аэропортов, в том числе относящихся к такой перспективной категории, как узловые аэропорты. Использование нечёткого логического регулятора для моделирования поведения диспетчера, управляющего аэропортовыми процессами, даёт возможность повысить точность имитационных моделей. Оптимизация параметров функциональных подсистем может позволить службам аэропорта обеспечить рациональное решение таких задач, как оперативное маневрирование ресурсами, перераспределение сил и средств между подсистемами, планирование сменной работы персонала, расчёт необходимой численности смен и других задач, особенно актуальных для узловых аэропортов.

## Библиографический список

1. Романенко В.А. Моделирование производственных процессов узловых аэропортов. Saarbrucken: LAP Lambert Academic Publishing, 2012. 296 с.

2. Романенко В.А. Оптимизация параметров системы трансферных авиаперевозок с учётом нечёткой и стохастической неопределённостей // Управление большими системами. 2013. № 41. С. 285-313.

3. Guzha E.D., Romanenko V.A., Skorokhod M.A. Optimization model of the hub airport schedule under uncertainty // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. 2018. V. 450. DOI: 10.1088/1757-899X/450/2/022023

4. Kacprzyk J., Pedrycz W. Springer handbook of computational intelligence. Heidelberg: Springer-Verlag, 2015. 1633 p. DOI: 10.1007/978-3-662-43505-2

5. Ross T.J. Fuzzy logic with engineering applications. United Kingdom: John Wiley & Sons Inc., 2010. 585 p.

6. Васильева И.А., Романенко В.А., Хвостова Т.В. Оптимизация параметров системы наземного обслуживания воздушных судов узлового аэропорта на базе имитационной модели с нечётким регулятором // Вестник Самарского университета. Аэрокосмическая техника, технологии и машиностроение. 2017. Т. 16, № 1. С. 7-19. DOI: 10.18287/2541-7533-2017-16-1-7-19

7. Burghouwt G., De Wit J. Temporal configurations of European airline networks // Journal of Air Transport Management. 2005. V. 11, Iss. 3. P. 185-198. DOI: 10.1016/j.jairtraman.2004.08.003

8. Пегат А. Нечёткое моделирование и управление. М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2013. 798 с.

9. Mendel J.M. Uncertain rule-based fuzzy logic systems: introduction and new directions. Switzerland: Springer International Publishing, 2017. 696 p. DOI: 10.1007/978-3-319-51370-6

10. Mamdani E.H. Applications of fuzzy algorithms for control of simple dynamic plant // Proceedings of the Institution of Electrical Engineers. 1974. V. 121, Iss. 12. P. 1585-1588. DOI: 10.1049/piee.1974.0328

## FUZZY-CONTROLLER SIMULATION MODEL AS A TOOL OF OPTIMIZATION OF A LIMITED AVAILABILITY GROUND HANDLING SYSTEM AT A HUB AIRPORT

© 2019

V. A. Romanenko Candidate of Science (Engineering), Associate Professor, Associate Professor of the Department of Transportation Management and Control; Samara National Research University, Samara, Russian Federation; <u>vla rom@mail.ru</u>

The task of optimizing the optimal quantity of technological resources of a hub airport's functional subsystem, executing an individual process step of ground handling, is considered. This problem is relevant to hub airports. The analysis is limited to limited availability systems in which handling of certain orders can be performed only by certain resources which are used in reference to automated and mechanical equipment, industrial equipment, personnel, etc. The optimization problem is formulated in a probabilistic statement. An approach to solving the problem is described. We suggest using a simulation computer model as an optimization tool. The model takes into account the features of passenger flows and the operating process of a hub airport and includes a fuzzy controller that reflects the logic of the airport operator who controls the ground handling process. The paper describes a model example of solving an optimization problem indicating the possibility and expedience of using a fuzzy controller as a model for the strategy of a human operator. Time dependence of the quantity of technological resources of the functional subsystem is the main result of optimization. This dependence is applicable at the stages of making decisions concerning increase of its capacity rate, operative resource management, planning staff shift work, solving a number of other tasks, especially relevant for hub airports with intense but non-uniform flows of aircraft and passengers.

Hub airport; limited availability system; fuzzy control; fuzzy controller; optimization; simulation model.

<u>Citation:</u> Romanenko V.A. Fuzzy-controller simulation model as a tool of optimization of a limited availability ground handling system at a hub airport. *Vestnik of Samara University. Aerospace and Mechanical Engineering.* 2019. V. 18, no. 4. P. 183-191. DOI: 10.18287/2541-7533-2019-18-4-183-191

#### References

1. Romanenko V.A. *Modelirovanie proizvodstvennykh protsessov uzlovykh aeroportov* [Hub process simulation]. Saarbrucken: LAP Lambert Academic Publishing, 2012. 296 p.

2. Romanenko V.A. Optimization of transfer air transportation system parameters considering fuzzy and stochastic uncertainties. *Automation and Remote Control.* 2015. V. 76, Iss. 8. P. 1500-1514. DOI: 10.1134/S0005117915080135

3. Guzha E.D., Romanenko V.A., Skorokhod M.A. Optimization model of the hub airport schedule under uncertainty. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*. 2018. V. 450. DOI: 10.1088/1757-899X/450/2/022023

4. Kacprzyk J., Pedrycz W. Springer handbook of computational intelligence. Heidelberg: Springer-Verlag, 2015. 1633 p. DOI: 10.1007/978-3-662-43505-2

5. Ross T.J. Fuzzy logic with engineering applications. United Kingdom: John Wiley & Sons Inc., 2010. 585 p.

6. Vasileva I.A., Romanenko V.A., Khvostova T.V. Optimization of parameters of a hub aircraft ground handling system on the basis of a fuzzy-controller simulation model. *Vestnik of Samara University. Aerospace and Mechanical Engineering.* 2017. V. 16, no. 1. P. 7-19. DOI: 10.18287/2541-7533-2017-16-1-7-19 (In Russ.)

7. Burghouwt G., de Wit J. Temporal configurations of European airline networks. *Journal of Air Transport Management*. 2005. V. 11, Iss. 3. P. 185-198. DOI: 10.1016/j.jairtraman.2004.08.003

8. Piegat A. Fuzzy modeling and control. Heidelberg: Physica-Verlag, 2001. 728 p.

9. Mendel J.M. Uncertain rule-based fuzzy logic systems: introduction and new directions. Switzerland: Springer International Publishing, 2017. 696 p. DOI: 10.1007/978-3-319-51370-6

10. Mamdani E.H. Applications of fuzzy algorithms for control of simple dynamic plant. *Proceedings of the Institution of Electrical Engineers*. 1974. V. 121, Iss. 12. P. 1585-1588. DOI: 10.1049/piee.1974.0328