

ISSN 1998-6629

ВЕСТНИК

САМАРСКОГО
ГОСУДАРСТВЕННОГО
АЭРОКОСМИЧЕСКОГО
УНИВЕРСИТЕТА
имени академика С. П. КОРОЛЁВА
(национального исследовательского
университета)

№ 6 (30)

2011

ВЕСТНИК
САМАРСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО
АЭРОКОСМИЧЕСКОГО УНИВЕРСИТЕТА
имени академика С. П. КОРОЛЁВА
(национального исследовательского университета)

№ 6 (30)

2011

Главный редактор

Шахматов Е. В., д.т.н., профессор

Заместитель главного редактора

Прокофьев А. Б., д.т.н., профессор

Ответственный секретарь

Прохоров А. Г., к.т.н., доцент

Редакционная коллегия

Астафьев В. И., д.ф.-м.н., профессор	Кузьмичёв В. С., д.т.н., профессор
Балакин В. Л., д.т.н., профессор	Лукачёв С. В., д.т.н., профессор
Богатырёв В. Д., д.э.н., профессор	Меркулова Л. П., д.п.н., профессор
Казанский Н. Л., д.ф.-м.н., профессор	Михеев В. А., д.т.н., профессор
Комаров В. А., д.т.н., профессор	Пиганов М. Н., д.т.н., профессор
Коптев А. Н., д.т.н., профессор	Прохоров С. А., д.т.н., профессор
Фалалеев С. В., д.т.н., профессор	

Председатель редакционного совета

Сойфер В. А., член-корр. РАН

Редакционный совет

Аншаков Г. П., член-корр. РАН	Гречников Ф. В., член-корр. РАН
Барвинок В. А., член-корр. РАН	Кирилин А. Н., д.т.н., профессор
Шорин В. П., академик РАН	

Журнал входит в утверждённый ВАК Минобрнауки РФ Перечень российских рецензируемых научных журналов, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание учёных степеней доктора и кандидата наук
Журнал включён в общероссийский каталог ОАО "Роспечать". Подписной индекс - 18264

© Самарский государственный аэрокосмический университет
443086, Самара, Московское шоссе, 34
Тел.: (846) 267 48 41; электронная почта: vest@ssau.ru

СОДЕРЖАНИЕ

АВИАЦИОННАЯ И РАКЕТНО-КОСМИЧЕСКАЯ ТЕХНИКА

ИССЛЕДОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ РАЗГОННОГО БЛОКА С ТОРОИДАЛЬНЫМ БАКОМ ОТНОСИТЕЛЬНО ЦЕНТРА МАСС В ПАРАМЕТРАХ КЭЛИ-КЛЕЙНА <i>А. В. Алексеев, В. С.Красников</i>	9
НОМИНАЛЬНАЯ ПРОГРАММА УПРАВЛЕНИЯ ДВИЖЕНИЕМ СВЕРХЗВУКОВОГО САМОЛЁТА-НОСИТЕЛЯ <i>В. Л. Балакин, В. И. Потапов</i>	15
ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ ЛАЗЕРНО-ЭЛЕКТРОННЫХ СИСТЕМ ДИСТАНЦИОННОГО ЗОНДИРОВАНИЯ ПОВЕРХНОСТЕЙ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ <i>Н. А. Сазонникова</i>	22
ОЦЕНКА ПОТРЕБНОГО ИМПУЛЬСА ТЯГИ ДЛЯ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ МАЛОГО КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА С ДВИГАТЕЛЬНОЙ УСТАНОВКОЙ НА ГАЗОВЫХ КОМПОНЕНТАХ ТОПЛИВА <i>Б. А. Титов, И. В. Кольцов</i>	31
РАЗРАБОТКА ПРОБЛЕМНО-ОРИЕНТИРОВАННОЙ СИСТЕМЫ АВТОМАТИЗИРОВАННОГО ПРОЕКТИРОВАНИЯ КОСМИЧЕСКИХ АППАРАТОВ НАБЛЮДЕНИЯ С ВОЗМОЖНОСТЬЮ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ С РДМ-СИСТЕМОЙ <i>А. А. Якищук</i>	39
МАШИНОСТРОЕНИЕ И ЭНЕРГЕТИКА	
НЕРАЗРУШАЮЩИЙ КОНТРОЛЬ КАЧЕСТВА ВУЛКАНИЗАЦИИ ФОРМОВЫХ РЕЗИНОТЕХНИЧЕСКИХ ИЗДЕЛИЙ ЭЛЕКТРОФИЗИЧЕСКИМ МЕТОДОМ <i>В. Н. Астапов, С. К. Мисиевич</i>	47
МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ КОМБИНИРОВАННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ <i>И. А. Беляева</i>	53
ПРИМЕНЕНИЕ ТЕОРИИ ДИНАМИЧЕСКИХ АНАЛОГИЙ ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ АВТОМАТИЗИРОВАННЫХ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ СИСТЕМ <i>А. М. Гареев, А. Н. Контев, Т. М. Гареев</i>	60
ПРАКТИЧЕСКАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ КОМБИНИРОВАННОЙ ТЕХНОЛОГИИ СБОРКИ ДЕТАЛЕЙ <i>В. А. Глущенко, М. В. Хардин, И. А. Беляева</i>	67
МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ АНИЗОТРОПНОГО УПРУГОПЛАСТИЧЕСКОГО МАТЕРИАЛА <i>Ф. В. Гречников, Я. А. Ерисов</i>	73
ПЛАНИРОВАНИЕ ФАКТОРНОГО ЭКСПЕРИМЕНТА ПРИ ИСПЫТАНИЯХ ОДНОСТУПЕНЧАТЫХ ТУРБИН СВЕРХМАЛОЙ МОЩНОСТИ <i>В. А. Григорьев, В. М. Радько, Д. С. Калабухов</i>	81

ВЫБОР ДИАПАЗОНОВ И УРОВНЕЙ ВАРЬИРОВАНИЯ ФАКТОРОВ ПЛАНА ЭКСПЕРИМЕНТА ПРИ ИСПЫТАНИЯХ ОДНОСТУПЕНЧАТЫХ ТУРБИН СВЕРХМАЛОЙ МОЩНОСТИ	92
<i>В. А. Григорьев, В. М. Радько, Д. С. Калабухов</i>	
МЕТОД ПОСТРОЕНИЯ ДИАГНОСТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ГИДРАВЛИЧЕСКИХ СИСТЕМ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ В АНАЛИТИЧЕСКОМ ВИДЕ	107
<i>М. А. Ковалёв, Г. В. Бородкин, И. И. Хабло.</i>	
РАСЧЁТ ВИБРОАКУСТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ЧЕТЫРЁХТОЧЕЧНОГО ШАРИКОВОГО ПОДШИПНИКА. ЧАСТЬ 1.	114
<i>М. И. Курушин, А. М. Курушин, Е. П. Жильников, В. В. Мурашкин</i>	
РАСЧЁТ ВИБРОАКУСТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ЧЕТЫРЁХТОЧЕЧНОГО ШАРИКОВОГО ПОДШИПНИКА. ЧАСТЬ 2.	123
<i>М. И. Курушин, А. М. Курушин, Е. П. Жильников, В. В. Мурашкин</i>	
ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЬ РАСХОДА И ТЕМПЕРАТУРЫ ЖИДКОСТИ И ВОЗДУХА В ТРУБОПРОВОДАХ	131
<i>В. Н. Николаев, Ю. Н. Кабанов</i>	
ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНО-ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ТЕПЛООВОГО СОСТОЯНИЯ ПРИБОРНОГО ОТСЕКА ФОТОРАЗВЕДЧИКА	140
<i>В. Н. Николаев</i>	
МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕРМОНАПРЯЖЁННОГО СОСТОЯНИЯ РОТОРА КОМПРЕССОРА ВЫСОКОГО ДАВЛЕНИЯ С УЧЁТОМ ВТОРИЧНЫХ ТЕЧЕНИЙ В ПОЛОСТЯХ	148
<i>Ю. М. Темис, А. В. Селиванов, Г. Г. Юрченко</i>	
ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ФОРМООБРАЗОВАНИЯ ПРИ ШТАМПОВКЕ НА МОЛОТАХ СО СВОБОДНО ПАДАЮЩИМИ ЧАСТЯМИ	157
<i>И. Л. Шитарев, А. И. Хаймович</i>	
РАБОТА ЭЛЕКТРОННОЙ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ ДВИГАТЕЛЕМ ВНУТРЕННЕГО СГОРАНИЯ С ИСКРОВЫМ ЗАЖИГАНИЕМ НА ГАЗОВОМ ТОПЛИВЕ ПРИ ПРОПУСКАХ ВОСПЛАМЕНЕНИЯ	163
<i>В. А. Шишков</i>	
ОСОБЕННОСТИ ПУСКА ДВИГАТЕЛЯ ВНУТРЕННЕГО СГОРАНИЯ С ИСКРОВЫМ ЗАЖИГАНИЕМ НА ГАЗОВОМ ТОПЛИВЕ	174
<i>В. А. Шишков</i>	
<u>ЭЛЕКТРОНИКА, ИЗМЕРИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА, РАДИОТЕХНИКА И СВЯЗЬ</u>	
СПОСОБ И ТЕХНИЧЕСКИЕ СРЕДСТВА ОЦЕНКИ ДОСТОВЕРНОСТИ ЦИФРОВЫХ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ УГЛА	186
<i>В. М. Гречишников, А. А. Юдин</i>	
АЛГОРИТМИЧЕСКИЙ МЕТОД ИЗМЕРЕНИЯ МОДУЛЯ СОПРОТИВЛЕНИЯ ПАССИВНОГО КОМПЛЕКСНОГО ДВУХПОЛЮСНИКА	195
<i>Г. И. Шаронов, Р. С. Шаманов</i>	

УПРАВЛЕНИЕ, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И ИНФОРМАТИКА

ТРАНСФОРМИРУЕМАЯ ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ТРУБОПРОВОДА <i>В. Н. Гаврилов</i>	200
ИДЕНТИФИКАЦИЯ ЭМПИРИЧЕСКИХ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ <i>В. В. Губарев</i>	205
НЕЙРОСЕТЕВАЯ МОДЕЛЬ ПРОГНОЗА ОШИБОЧНЫХ ДЕЙСТВИЙ ЛЁТЧИКОВ <i>А. Н. Даниленко</i>	216
ПРИМЕНЕНИЕ ДИНАМИЧЕСКОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ ДЛЯ МАРШРУТИЗАЦИИ ОБЛЁТА МОБИЛЬНЫХ ОБЪЕКТОВ В КОНТРОЛИРУЕМОМ РЕГИОНЕ <i>Г. Н. Лебедев, А. В. Ефимов</i>	222
ЗАДАЧА ОПТИМИЗАЦИИ ЧИСЛА ПРОЦЕССОРОВ ПРИ РАСПРЕДЕЛЁННОЙ ОБРАБОТКЕ <i>П. А. Павлов</i>	230
ИСПОЛЬЗОВАНИЕ СМЕСЕЙ ВЕРОЯТНОСТНЫХ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ В ИМИТАЦИОННОЙ МОДЕЛИ АЭРОПОРТА <i>В. А. Романенко</i>	241
МОДЕЛЬ СИСТЕМЫ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ С НЕСТАЦИОНАРНЫМИ ПОТОКАМИ И ЧАСТИЧНОЙ ВЗАИМОПОМОЩЬЮ МЕЖДУ КАНАЛАМИ <i>В. А. Романенко</i>	252
ВЕКТОРНАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ ПАРАМЕТРОВ СИСТЕМЫ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ С ЧАСТИЧНОЙ ВЗАИМОПОМОЩЬЮ МЕЖДУ КАНАЛАМИ <i>В. А. Романенко</i>	264
ВЕРОЯТНОСТНЫЙ ГЕНЕТИЧЕСКИЙ АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ СЛОЖНЫХ ЗАДАЧ МНОГОКРИТЕРИАЛЬНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ С АДАПТИВНОЙ МУТАЦИЕЙ И ПРОГНОЗОМ МНОЖЕСТВА ПАРЕТО <i>Е. А. Сопов, С. А. Сопов</i>	273
ИССЛЕДОВАНИЕ АЛГОРИТМОВ БАЛАНСИРОВКИ МЕТОДОМ ДИСКРЕТНО-СОБЫТИЙНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ <i>А. Р. Хайрутдинов, С. В. Востокин</i>	283

CONTENTS

AVIATION AND ROCKET-SPACE ENGINEERING

MOTION OF AN UPPER STAGE ROCKET WITH A TOROIDAL TANK AROUND THE MASS CENTER IN PARAMETERS OF CAYLEY-KLEIN <i>A. V. Alekseev, V. S. Krasnikov</i>	9
NOMINAL MOTION CONTROL PROGRAM IN A SUPERSONIC CARRIER AIRCRAFT <i>V. L. Balakin, V. I. Potapov</i>	15
EXPERIMENTAL INVESTIGATION OF THE EFFICIENCY OF LASER- ELECTRONIC SYSTEMS FOR AIRCRAFT SURFACE REMOTE SOUNDING <i>N. A. Sazonnikova</i>	22
ESTIMATION OF THE REQUIRED THRUST IMPULSE FOR SMALL SPACECRAFT (SSC) CONTROL SYSTEM WITH A PROPULSION SYSTEM USING FUEL GAS COMPONENTS <i>B. A. Titov, I. V. Koltsov</i>	31
DEVELOPING A PROBLEM-ORIENTED SYSTEM FOR AUTOMATED DESIGN OF OBSERVATION SPACE VEHICLES CAPABLE OF INTERACTING WITH A PDM-SYSTEM <i>A. A. Yakishchik</i>	39

MECHANICAL AND POWER ENGINEERING SCIENCES

NONDESTRUCTIVE QUALITY CONTROL OF MECHANICAL-RUBBER GOODS VULCANIZATION <i>V. N. Astapov, S. K. Misiyevitch</i>	47
MATHEMATICAL SIMULATION OF COMBINED TECHNOLOGIES <i>I. A. Belyaeva</i>	53
USING THE THEORY OF DYNAMIC ANALOGIES FOR MODELLING AUTOMATED MANUFACTURING SYSTEMS <i>A. M. Gareyev, A. N. Koptev, T. M. Gareyev</i>	60
EXPERIMENTAL RESEARCH OF COMBINED TECHNOLOGY FOR PARTS ASSEMBLY <i>V. A. Glushchenkov, M. V. Khardin, I. A. Belyaeva</i>	67
MATHEMATICAL MODEL OF ANISOTROPIC ELASTIC-PLASTIC MATERIAL <i>F. V. Grechnikov, Ya. A. Yerisov</i>	73
PLANNING A FACTORIAL EXPERIMENT FOR TESTING A SINGLE-STAGE ULTRALOW POWER TURBINE <i>V. A. Grigoryev, V. M. Radko, D. S. Kalabukhov</i>	81

CHOISE OF THE RANGE AND LEVELS OF VARYING THE FACTORS OF THE EXPERIMENT PLAN FOR TESTING SINGLE-STAGE ULTRALOW POWER TURBINE	
<i>V. A. Grigoryev, V. M. Radko, D. S. Kalabukhov</i>	92
METHOD OF CONSTRUCTING DIAGNOSTIC MODELS OF AIRCRAFT HYDRAULIC SYSTEMS IN AN ANALYTIC FORM	
<i>M. A. Kovalev, G. V. Borodkin, I. I. Khablo</i>	107
CALCULATION OF VIBROACOUSTIC CHARACTERISTICS OF A FOUR-POINT BALL BEARING. PART 1	
<i>M. I. Kurushin, A. M. Kurushin, Ye. P. Zhilnikov, V. V. Murashkin</i>	114
CALCULATION OF VIBROACOUSTIC CHARACTERISTICS OF A FOUR-POINT BALL BEARING. PART 2	
<i>M. I. Kurushin, A. M. Kurushin, Ye. P. Zhilnikov, V. V. Murashkin</i>	123
TRANSDUCER OF FLUID AND AIR CONSUMPTION AND TEMPERATURE IN PIPELINES	
<i>V. N. Nikolayev, Yu. N. Kabanov</i>	131
THEORETICAL AND EXPERIMENTAL INVESTIGATION OF THE PHOTOGRAPHIC RECONNAISSANCE PLANE INSTRUMENT BAY THERMAL STATE	
<i>V. N. Nikolayev</i>	140
NUMERICAL SIMULATION OF THE THERMAL-STRESS STATE OF AN HIGHPRESSURE COMPRESSOR ROTOR WITH CONSIDERATION FOR SECONDARY FLOWS	
<i>Yu. M. Temis, A. V. Selivanov, G. G. Yurchenko</i>	148
RESEARCH OF DYNAMIC PARAMETERS OF HOT FORGING ON HAMMERS WITH FREELY FALLING PARTS	
<i>I. L. Shitarev, A. I. Khaimovich Khaimovich</i>	157
OPERATION OF AN ELECTRONIC SYSTEM OF CONTROL FOR SPARK-IGNITION GAS FUEL INTERNAL COMBUSTION ENGINES IN IGNITION MISSES	
<i>V. A. Shishkov</i>	163
PECULIARITIES OF STARTING A SPARK-IGNITION GAS FUEL INTERNAL COMBUSTION ENGINE	
<i>V. A. Shishkov</i>	174

**ELECTRONICS, MEASURING DEVICES, RADIO
ENGINEERING AND COMMUNICATION**

METHOD AND TECHNICAL TOOLS OF ASSESSING THE RELIABILITY OF DIGITAL ANGLE CONVERTERS	
<i>V. M. Grechishnikov, A. A. Yudin</i>	186
ALGORITHMIC METHOD OF MEASURING OF THE MODULE OF A PASSIVE COMPLEX DIPOLE	
<i>G. I. Sharonov, R. S. Shamanov</i>	195

**CONTROL, COMPUTATIONAL EQUIPMENT
AND INFORMATION SCIENCE**

FLEXIBLE GEOMETRICAL MODEL OF PIPELINE <i>V. N. Gavrilov</i>	200
IDENTIFICATION OF EMPIRICAL DISTRIBUTIONS <i>V. V. Gubarev</i>	205
NEURAL NETWORK BASED PREDICTION MODEL OF PILOT'S ERRONEOUS ACTIONS <i>A. N. Danilenko</i>	216
APPLICATION OF DYNAMIC PROGRAMMING FOR PATH PLANNING FOR OBSERVATION OF MOBILE GROUND TARGETS IN THE CONTROLLED AREA <i>G. N. Lebedev, A. V. Efimov</i>	222
PROBLEM OF OPTIMIZATION OF THE NUMBER OF PROCESSORS IN DISTRIBUTED PROCESSING <i>P. A. Pavlov</i>	230
USE OF PROBABILITY DISTRIBUTION MIXES IN AIRPORT SIMULATION MODEL <i>V. A. Romanenko</i>	241
MODEL OF A QUEUEING SYSTEM WITH NON-STATIONARY STREAMS AND PARTIAL MUTUAL ASSISTANCE BETWEEN CHANNELS <i>V. A. Romanenko</i>	252
VECTOR OPTIMIZATION OF THE PARAMETERS OF A QUEUEING SYSTEM WITH PARTIAL MUTUAL ASSISTANCE BETWEEN CHANNELS <i>V. A. Romanenko</i>	264
PROBABILITY-BASED GENETIC ALGORITHM FOR SOLVING COMPLEX MULTIOBJECTIVE OPTIMIZATION TASKS USING ADAPTIVE MUTATION OPERATOR AND PARETO SET PREDICTION <i>Ye. A. Sopov, S. A. Sopov</i>	273
ANALYSIS OF LOAD BALANCING ALGORITHMS USING DISCRETE EVENT SIMULATION <i>A. R. Khayrutdinov, S. V. Vostokin</i>	283

ИССЛЕДОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ РАЗГОННОГО БЛОКА С ТОРОИДАЛЬНЫМ БАКОМ ОТНОСИТЕЛЬНО ЦЕНТРА МАСС В ПАРАМЕТРАХ КЭЛИ-КЛЕЙНА

© 2011 А. В. Алексеев, В. С. Красников

Самарский государственный аэрокосмический университет
имени академика С. П. Королёва (национальный исследовательский университет)

Предложена математическая модель движения вокруг центра масс разгонного блока (РБ) с тороидальным баком, заполненным жидким топливом. Определены зависимости параметров движения от времени численным и аналитическим методами. Исследованы предельные случаи ориентации в углах Эйлера.

Разгонный блок, параметры Кэли-Клейна, углы Эйлера, кинематические уравнения.

Введение

В ряде задач динамики полёта космических аппаратов необходимо определить движение относительно центра масс. Традиционно для определения ориентации твёрдого тела в пространстве применяются углы Эйлера. Однако, определить аналитические зависимости указанных углов от времени в общем случае трудно. Поэтому используют в основном их численные зависимости, полученные с помощью численного интегрирования соответствующих уравнений движения. Целью данной работы является определение аналитических зависимостей от времени традиционных углов ориентации твёрдого тела с полостью, целиком заполненной жидкостью. Твёрдым телом с тороидальной полостью, целиком заполненной жидкостью, моделируется разгонный блок (РБ). Форма полости выбрана неслучайно: это один из наиболее распространённых типов баков наряду с цилиндрическими и сферическими, используемыми в РБ.

Под простейшими случаями движения твёрдого тела с полостями, наполненными жидкостью, будем подразумевать случаи, когда движение жидкости в полости можно полностью охарактеризовать конечным числом переменных [1]. Очевидно, это возможно лишь при полном заполнении жидкостью полости, когда отсутствует свободная поверхность. Известно, что если при этом движение жидкости является потенциальным или же однородным вихревым, то движение си-

стемы описывается обыкновенными дифференциальными уравнениями вместе с уравнением Лапласа [2, 3]. Исследование движения системы в этих случаях значительно упрощается.

1. Математическая модель

В случае, когда полость целиком заполнена жидкостью и за начало подвижных осей принят центр инерции системы, уравнения движения принимают простой вид

$$\frac{d\mathbf{G}}{dt} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{G} = \mathbf{L}. \quad (1)$$

Суммарный момент количеств движения твёрдого тела и жидкости в его полости равен:

$$\mathbf{G} = \mathbf{G}_1 + \mathbf{G}^* + \mathbf{R},$$

где вектор \mathbf{R} представляет собой линейную функцию главных циркуляций и является постоянным в связанной системе координат.

Уравнение движения системы относительно центра масс в векторном выражении имеет вид

$$\frac{d}{dt}(\mathbf{G}_1 + \mathbf{G}^*) + \boldsymbol{\omega} \times (\mathbf{G}_1 + \mathbf{G}^* + \mathbf{R}) = \mathbf{L}.$$

Такой же вид имеет уравнение движения системы около неподвижной точки. Если оси абсолютной системы координат направить по главным осям эллипсоида

$\mathbf{r}(\theta^* + \theta^{(1)})\mathbf{r} = \mathbf{1}$, то векторное уравнение (1) в проекциях на оси жёстко связанной с телом системы координат даёт следующие три скалярных обыкновенных дифференциальных уравнения:

$$\begin{cases} A\dot{p} + (C - B)qr + R_3q - R_2r = L; \\ B\dot{q} + (A - C)pr + R_1r - R_3p = M; \\ C\dot{r} + (B - A)pq + R_2p - R_1q = N. \end{cases} \quad (2)$$

Здесь A, B, C – главные моменты преобразованного тела для точки O , равные суммам моментов инерции твёрдого тела и эквивалентного тела, относительно соответствующих осей координат, направленных по главным осям эллипсоида инерции для точки O ; L, M, N – проекции внешнего момента на связанные оси координат; p, q, r – проекции вектора мгновенной угловой скорости $\boldsymbol{\omega}$ на оси связанной системы координат; R_1, R_2, R_3 – проекции вектора \mathbf{R} момента количества циклического движения жидкости, которые определяются для всех кольцевидных полоостей в форме тел вращения вокруг оси x_3 через потенциал циклического движения жидкости [1]:

$$R_1 = R_2 = 0, R_3 = \frac{M_2\chi}{2\pi}, \quad (3)$$

где M_2 – масса жидкости, χ – циркуляция жидкости.

Таким образом, полная математическая модель, позволяющая получить зависимости параметров движения от времени, состоит из системы (2) и любых кинематических уравнений, например, кинематических уравнений Эйлера:

$$\begin{cases} p = \dot{\psi} \sin \theta \sin \varphi + \dot{\theta} \cos \varphi; \\ q = \dot{\psi} \sin \theta \cos \varphi - \dot{\theta} \sin \varphi; \\ r = \dot{\psi} \cos \theta + \dot{\varphi}, \end{cases} \quad (4)$$

где ψ, θ, φ – углы Эйлера. Одним из вариантов исследования движения системы является получение решения системы дифференциальных уравнений (2), (4) в углах Эй-

лера. Нелинейность уравнений (4) не позволяет получить зависимости углов от времени в аналитическом виде. На рис. 1, 3, 5 представлены зависимости углов Эйлера от времени, полученные в результате численного интегрирования системы дифференциальных уравнений (2), (4). На рис. 2, 4, 6 для анализа влияния жидкости на движение вокруг центра масс показаны те же углы, полученные аналогичным образом, но для тела без жидкости.

Решения, полученные в результате численного интегрирования, полезны для определения характера движения и его параметров для определённого набора начальных условий и характеристик системы. Проведение по ним качественного анализа движения и выявление влияния различных параметров системы затруднительно и требует больших затрат времени и ресурсов. Удобнее проводить анализ по аналитическим зависимостям.

2. Получение аналитических зависимостей параметров движения от времени

Для решения поставленной задачи введём следующие допущения, характерные для РБ и позволяющие упростить решение динамических уравнений.

1. Будем считать, что движение происходит под действием только тяги маршевых двигательных установок, которая не создаёт момента относительно центра масс. Тогда проекции внешнего момента на оси связанной системы координат равны нулю:

$$N = M = L = 0.$$

2. В качестве топливных баков используются баки тороидальной формы, т.е. для них проекции момента циклического движения жидкости на оси связанной системы координат имеют вид (3).

3. РБ является динамически симметричным:

$$A = B \neq C.$$

4. Топливный бак расположен перпендикулярно продольной оси симметрии РБ.

Перепишем систему (2) с учётом введённых допущений:

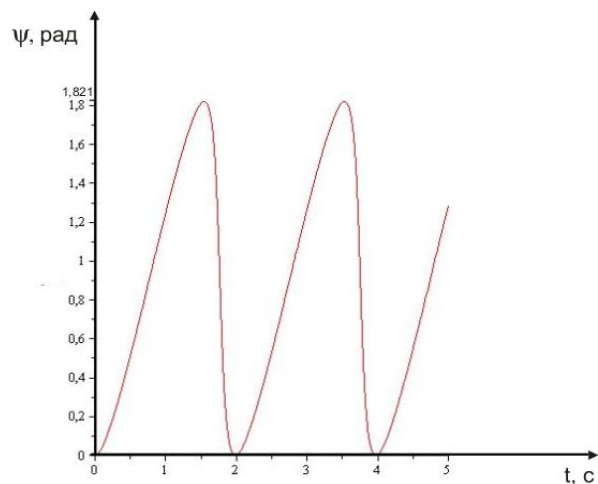


Рис. 1. Зависимость угла прецессии от времени для тела с жидкостью

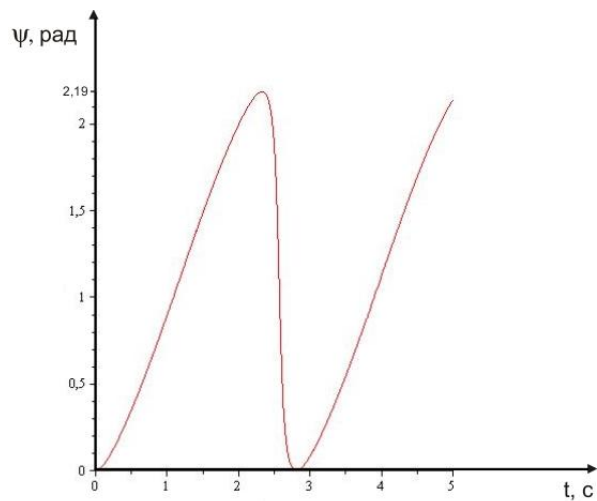


Рис. 2. Зависимость угла прецессии от времени для тела без жидкости

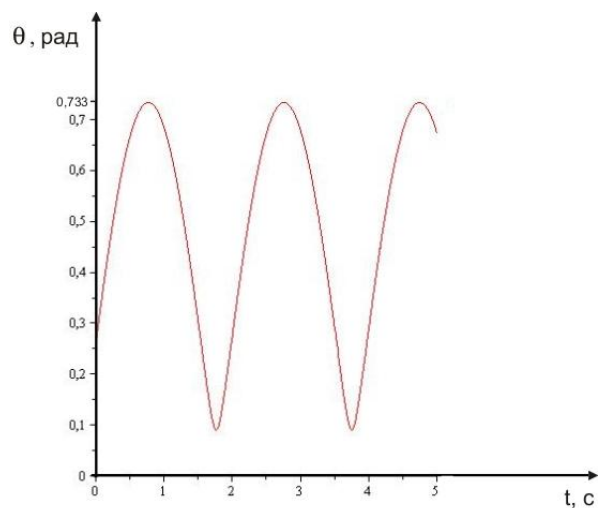


Рис. 3. Зависимость угла нутации от времени для тела с жидкостью

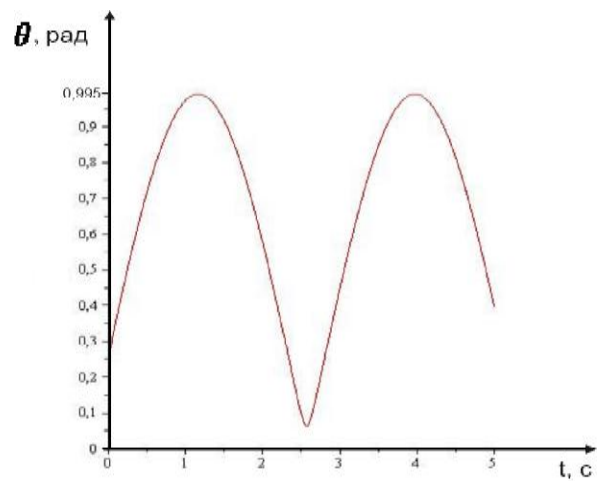


Рис. 4. Зависимость угла нутации от времени для тела без жидкости

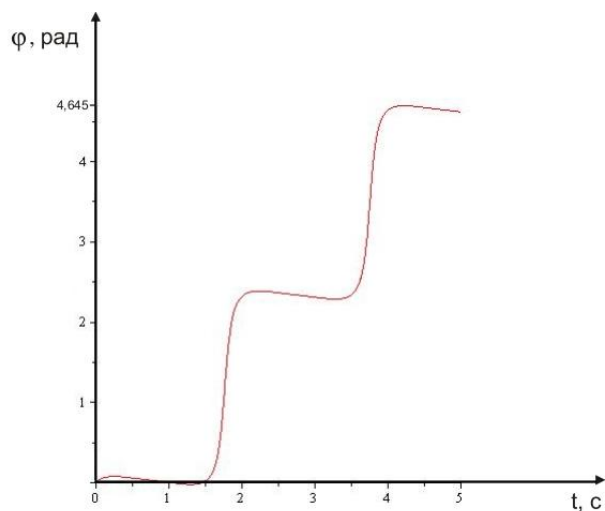


Рис. 5. Зависимость угла собственного вращения от времени для тела с жидкостью

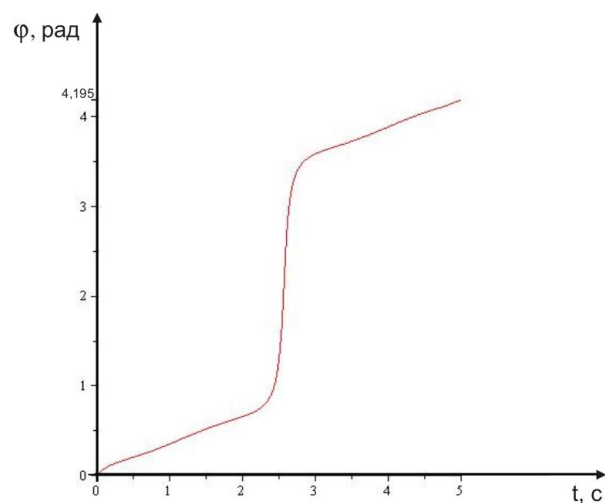


Рис. 6. Зависимость угла собственного вращения от времени для тела без жидкости

$$\begin{cases} A\dot{p} + (C - B)qr + R_3q = 0; \\ B\dot{q} + (A - C)pr - R_3p = 0; \\ C\dot{r} = 0. \end{cases} \quad (5)$$

Из (5) получим аналитические зависимости от времени проекций вектора угловой скорости на оси связанной системы координат:

$$\begin{cases} p(t) = p_0 \cos kt - q_0 \sin kt; \\ q(t) = p_0 \sin kt + q_0 \cos kt; \\ r(t) = r_0, \end{cases} \quad (6)$$

где p_0, q_0, r_0 - начальные условия,

$$k = \frac{1}{A}[r_0(C - A) + R_3] - \text{циклическая частота.}$$

Система (5) является аналитическим решением динамических уравнений, по которым можно анализировать изменение проекций угловой скорости на оси связанной системы координат. Подставляя данное решение в кинематические уравнения, решим задачу Дарбу, состоящую в определении параметров ориентации по известным угловым скоростям.

Для определения ориентации РБ будем использовать параметры Кэли-Клейна, в которых кинематические уравнения запишутся в виде

$$\begin{cases} \dot{\alpha} = \frac{r}{2}\alpha I + \frac{I}{2}(p - qI)\beta; \\ \dot{\beta} = -\frac{r}{2}\beta I + \frac{I}{2}(p + qI)\alpha; \\ \dot{\gamma} = \frac{r}{2}\gamma I + \frac{I}{2}(p - qI)\delta; \\ \dot{\delta} = -\frac{r}{2}\delta I + \frac{I}{2}(p + qI)\gamma. \end{cases} \quad (7)$$

Подставляя в систему дифференциальных уравнений первого порядка (7) аналитические выражения для угловых скоростей (6) и решая задачу Коши для этой системы с начальными условиями $\alpha_0, \beta_0, \gamma_0, \delta_0$, после введения замены

$$\mu = \sqrt{-k^2 - r_0^2 - 2kr_0 - q_0^2 - p_0^2}$$

получим следующие аналитические выражения для параметров Кэли-Клейна:

$$\begin{aligned} \alpha(t) &= A_0 e^{\frac{1}{2}(Ik - \mu)t} - B_0 e^{\frac{1}{2}(Ik + \mu)t}; \\ \beta(t) &= \frac{C_0 e^{\frac{1}{2}(Ik + \mu)t} + D_0 e^{\frac{1}{2}(Ik - \mu)t}}{(-p_0 + Iq_0)e^{-Ik t}}, \end{aligned} \quad (8)$$

где константы μ, A_0, B_0, C_0, D_0 определяются из начальных условий системы.

Аналитические зависимости для $\delta(t), \gamma(t)$ являются комплексным сопряжением $\alpha(t), \beta(t)$ и, наоборот, с точностью до знака [4]:

$$\begin{aligned} \gamma(t) &= -\bar{\beta}(t); \\ \delta(t) &= \bar{\alpha}(t). \end{aligned}$$

Для определения ориентации РБ в традиционных углах Эйлера необходимо воспользоваться их связью с параметрами Кэли-Клейна [5]:

$$\begin{cases} \theta = \arccos(\alpha\delta + \beta\gamma); \\ \varphi = \frac{1}{2} \arccos\left(\operatorname{Re}\left(\frac{\alpha\gamma}{\beta\delta}\right)\right); \\ \psi = \frac{1}{2} \arccos\left(\operatorname{Re}\left(\frac{\alpha\beta}{\gamma\delta}\right)\right). \end{cases} \quad (9)$$

Графическое представление решения (9) полностью совпадает с графиками на рис. 1, 3, 5, что подтверждает адекватность полученных зависимостей.

Таким образом, получены аналитические зависимости углов Эйлера от времени, которые определить из кинематических соотношений Эйлера весьма сложно, а в некоторых случаях и невозможно. С помощью полученных соотношений (9) можно анализировать влияние параметров системы, в том числе и жидкости, на угловое движение РБ.

3. Предельные случаи ориентации в углах Эйлера

Как известно, при $\theta=0$ или $\theta=\pi$ углы ψ , φ не определены, а определена только их сумма $\psi+\varphi$. Эта особенность углов Эйлера делает их малоприспособленными для исследования движения вблизи указанных значений угла нутации. В этом случае необходимо использовать другие углы. Однако, если использовать решение (9), полученное выше, то эта проблема устраняется. Например, численное решение для нулевого начального угла нутации получить невозможно из-за возникновения деления на ноль в кинематических уравнениях Эйлера. График зависимости угла нутации от времени, полученной при начальных условиях $\theta(0) = 0$, $\varphi(0) = 0$, $\psi(0) = 0$, приведён на рисунке 7.

Заключение

На основании работ Н. Е. Жуковского построена математическая модель движения вокруг центра масс осесимметричного РБ с тороидальным баком, заполненным жидким топливом. Для анализа влияния топлива на движение системы проведено численное интегрирование уравнений движения. Для исследования предельных случаев движения в углах Эйлера и качественной оценки влияния параметров системы на её движение с помощью параметров Кэли-Клейна построено аналитическое решение уравнений движения.

Данная статья написана по результатам проведения поисковой научно-исследовательской работы в рамках реализации ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009 – 2013 годы.

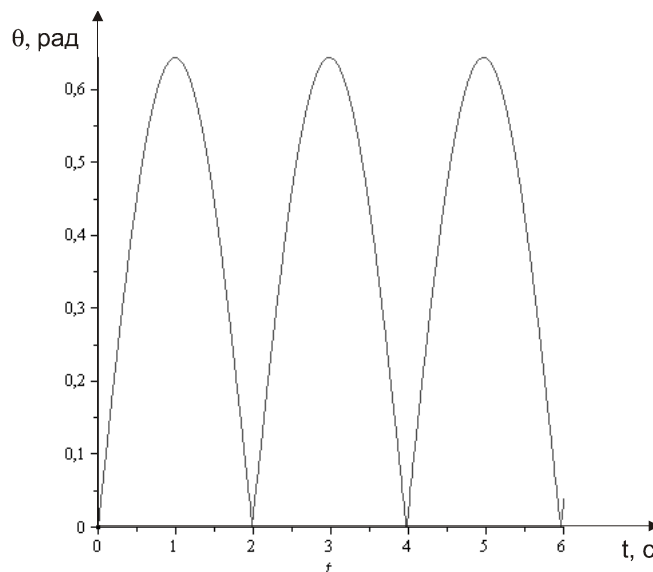


Рис. 7. График зависимости угла нутации от времени в предельном случае

Библиографический список

1. Жуковский, Н. Е. О движении твердого тела, имеющего полости, наполненные однородной каплевой жидкостью [Текст] / Н. Е. Жуковский. - М.: Гостехиздат, 1949.- 766 с.
2. Моисеев, Н. Н., Динамика тела с полостями, содержащими жидкость [Текст] / Н. Н. Моисеев, В. В. Румянцев. - М.: Наука, 1965. - 439 с.
3. Алексеев, А. В. Приведение спутни-

ка-гиростата с полостью с жидкостью к системам твердых тел с вязким трением [Текст] / А. В. Алексеев, А. В. Дорошин // Общероссийский научно-технический журнал «Полёт». - 2007. - № 9. - С. 26-33.

4. Лурье, А. И. Аналитическая механика [Текст] / А. И. Лурье. - М.: ГИФМЛ, 1961.- 825 с.

5. Голдстейн, Г. Классическая механика: пер. с англ., 2 изд. [Текст] / Г. Голдстейн. - М., 1975. - 413 с.

**MOTION OF AN UPPER STAGE ROCKET WITH A TOROIDAL TANK
AROUND THE MASS CENTER IN PARAMETERS OF CAYLEY-KLEIN**

© 2011 A. V. Alekseev, V. S. Krasnikov

Samara State Aerospace University
named after academician S. P. Korolyov (National Research University)

The paper presents a mathematical model of motion of an upper-stage rocket with a toroidal tank filled with liquid fuel around the centre of mass. Time dependencies of motion parameters are established using a numerical and an analytical method. Limiting cases of orientation in Eulerian angles are analyzed.

Eulerian angles, upper-stage rocket, kinematic equations, Cayley-Klein parameters.

Информация об авторах

Алексеев Алексей Владимирович, кандидат технических наук, доцент кафедры теоретической механики, Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С. П. Королёва (национальный исследовательский университет). E-mail: alexeeff05@mail.ru. Область научных интересов: динамика систем твёрдых тел, динамика систем переменного состава, движение твёрдых тел с жидкостью.

Красников Виктор Сергеевич, магистрант, Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С. П. Королёва (национальный исследовательский университет). E-mail: walkthrough@mail.ru. Область научных интересов: движение твёрдых тел с жидкостью.

Alekseev Aleksey Vladimirovich, candidate of technical sciences, associate professor, Samara State Aerospace University, e-mail: alexeeff05@mail.ru. Area of research: dynamics of rigid bodies, dynamics of variable composition systems, motion of tanks with liquids.

Krasnikov Victor Sergeevich, student of Samara State Aerospace University, e-mail: walkthrough@mail.ru. Area of research: motion of tanks with liquids.

НОМИНАЛЬНАЯ ПРОГРАММА УПРАВЛЕНИЯ ДВИЖЕНИЕМ СВЕРХЗВУКОВОГО САМОЛЁТА-НОСИТЕЛЯ

© 2011 В. Л. Балакин, В. И. Потапов

Самарский государственный аэрокосмический университет
имени академика С.П. Королёва (национальный исследовательский университет)

Предложена номинальная программа управления коэффициентом аэродинамической подъёмной силы сверхзвукового самолёта-носителя как первой ступени авиационно-космической системы. Определены конечные условия движения при заданном угле наклона траектории.

Авиационно-космическая система, первая ступень, сверхзвуковой самолёт-носитель, программа управления коэффициентом подъёмной силы, конечные условия движения.

Введение. В работах [1 - 3] рассмотрены некоторые вопросы динамики полёта и управления движением сверхзвукового самолёта-носителя как первой ступени авиационно-космической системы (АКС), предназначенной для запуска на околоземные орбиты миниспутников массой до 200 кг. В настоящей работе предложена программа управления коэффициентом аэродинамической подъёмной силы сверхзвукового самолёта-носителя, которая может быть использована как номинальная при управлении в возмущённом движении.

В качестве сверхзвукового самолёта-носителя будем рассматривать самолёт - прототип истребителя МиГ-31 (Россия) и аппарат MPV (MIPCC-powered vehicle – аппарат с охлаждаемыми двигателями; Mass Injection Pre-Compressor Cooling - система дополнительной подачи кислорода и охлаждения двигателя) системы RASCAL (Responsive Access, Small Cargo, Affordable Launch - доступная система для запуска малых грузов по требованию, США) [4].

Схема манёвра. При исследовании движения сверхзвукового самолёта-носителя выделим два участка: активный (с работающей двигательной установкой - ДУ и силой тяги) и пассивный (с выключенной ДУ и отсутствием силы тяги).

На активном участке аппарат из режима горизонтального полёта начинает криво-

линейный набор высоты. Управляющим параметром является нормальная скоростная перегрузка n_{ya} . Активный участок продолжается до тех пор, пока не будет достигнута предельная высота работы ДУ. После выключения ДУ наступает пассивный участок, на котором движение аппарата определяется программой управления $C_{ya}(t)$ - зависимостью коэффициента аэродинамической подъёмной силы C_{ya} от времени t .

В работе рассматривается пассивный участок движения аппарата, а активный участок лишь определяет его начальные условия.

Модель движения. Система дифференциальных уравнений, описывающих пассивное движение сверхзвукового самолёта-носителя, имеет вид:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dV}{dt} &= -C_{xa} \cdot \frac{\rho \cdot V^2 \cdot S}{2m} - g \cdot \sin \theta, \\ \frac{d\theta}{dt} &= \frac{1}{V} \left(C_{ya} \cdot \frac{\rho \cdot V^2 \cdot S}{2m} - g \cdot \cos \theta \right), \\ \frac{dh}{dt} &= V \cdot \sin \theta. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Здесь t – время, в секундах; V – скорость, в $\frac{м}{с}$; θ - угол наклона траектории; h - высо-

та, в м; $C_{xa} = f(C_{ya}, M)$ - коэффициент лобового сопротивления; M - число Маха; $\rho = f(h)$ - плотность воздуха на заданной высоте, в $\frac{кг}{м^3}$; S - площадь крыла, в $м^2$; g - ускорение свободного падения, в $\frac{м}{с^2}$.

Определим программу управления коэффициентом подъёмной силы, которую можно использовать как номинальную при терминальном управлении в возмущённом движении.

Известно, что одной из номинальных программ, используемых при терминальном управлении в условиях возмущённого движения, является кусочно-непрерывная функция.

Рассмотрим, основываясь на результатах решения задачи оптимизации [3], следующую программу управления коэффициентом подъёмной силы:

$$C_{ya}^{ном} = \begin{cases} C_{ya1}, & \text{если } t < t_{II}; \\ C_{ya2}, & \text{если } t \geq t_{II}. \end{cases} \quad (2)$$

Здесь индекс «ном» означает «номинальная»; C_{ya1} , C_{ya2} - соответственно начальное и конечное значение коэффициента; t_{II} - время переключения коэффициента со значения C_{ya1} на значение C_{ya2} .

Коэффициент C_{ya1} примем равным значению, соответствующему окончанию активного участка движения. Это позволит при дальнейшем движении (увеличении высоты

с уменьшением скорости) иметь значение перегрузки n_{ya} , меньшее максимальной n_{ya}^{max} .

При максимизации конечной скорости в конце участка пассивного движения для уменьшения торможения аппарата коэффициент подъёмной силы уменьшается и может принимать минимальное значение. Коэффициент C_{ya2} , следуя решениям, полученным в [3], примем равным нулю.

Варьируя время переключения t_{II} от начального времени пассивного участка движения $t_n = 0$ до конечного времени t_k , соответствующего достижению заданного значения конечного угла наклона траектории θ_k , можно определить диапазон достижимых конечных скоростей V_k и соответствующих им высот h_k .

Результаты моделирования для самолёта МиГ-31. Рассмотрим номинальную программу, описываемую выражением (2), для самолёта.

Активный участок заканчивается на высоте 21 км. Конечные условия движения на активном участке, определяющие начальные условия пассивного участка (скорость V_n , угол наклона траектории θ_n и высота h_n), приведены в табл. 1.

Результаты моделирования движения с начальными условиями, соответствующими табл. 1, для конечного угла наклона траектории $\theta_k = 20^\circ$ приведены в табл. 2, 3. В табл. 3 приведены значения времени t_{II} и конеч-

Таблица 1. Конечные условия движения на активном участке и коэффициент подъёмной силы самолёта

n_{ya}	2	3	4	5
$\theta, град$	20,5	32,2	37,4	39,2
$V, м/с$	661	556	480	446
C_{ya}	0,6	1,0	1,0	1,0

Таблица 2. Конечные значения высоты и скорости самолёта при $t_{II} = 0$

n_{ya}	2	3	4	5
$h_k, \text{км}$	21,1	23,9	24,3	24,2
$V_k, \text{м/с}$	658	491	398	361

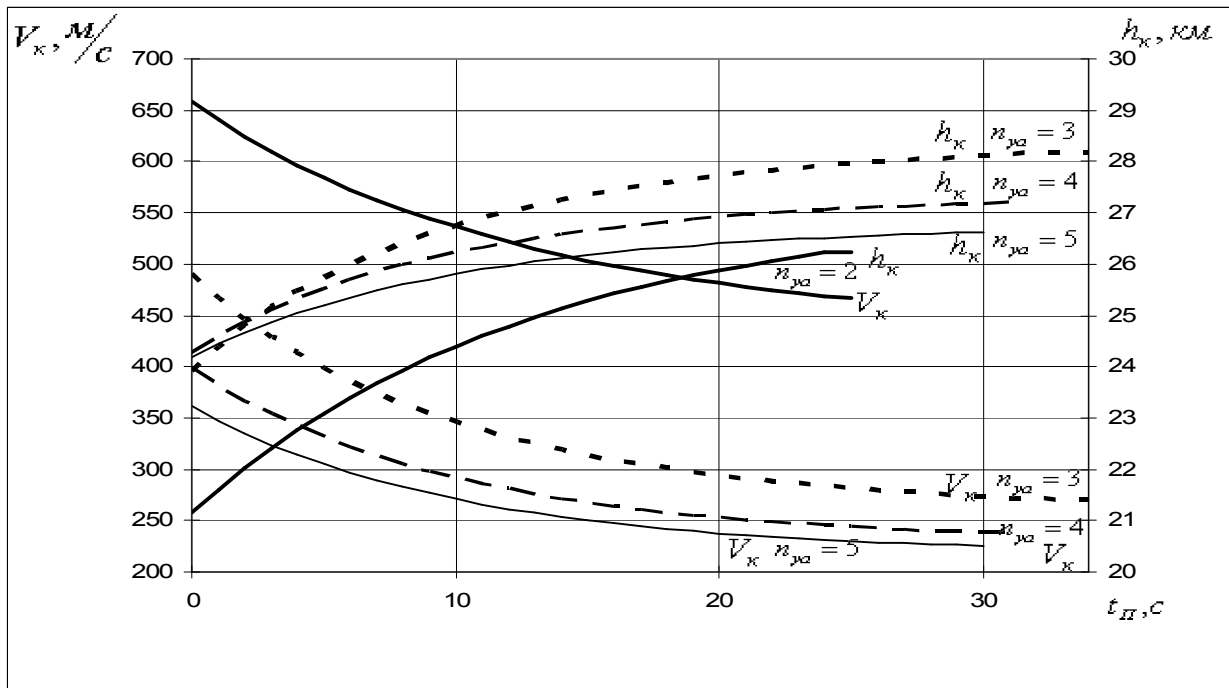
Таблица 3. Параметры номинальной программы управления и конечные условия движения самолёта

n_{ya}	C_{ya1}	$t_{II}, \text{с}$	$h_k^{\max}, \text{км}$	$V_k, \text{м/с}$
2	0,6	25	26,24	467
3	1,0	34	28,2	270
4	1,0	32	27,2	237
5	1,0	30	26,6	225

ной скорости V_k , соответствующие максимальной конечной высоте h_k^{\max} , достигаемой при данной перегрузке n_{ya} .

Как обобщающий результат проведённого моделирования движения самолёта с номинальной программой управления на рис. 1 приведены зависимости конечной вы-

соты h_k и конечной скорости V_k от времени переключения t_{II} для различных значений перегрузки n_{ya} для $\theta_k = 20^\circ$. Аналогичные зависимости могут быть получены и для других достижимых значений конечного угла наклона траектории, например для $\theta_k = 30^\circ$ (рис. 2).


 Рис. 1. Зависимости h_k, V_k самолёта от t для $n_{ya} = 2, 3, 4, 5$ при $\theta_k = 20^\circ$

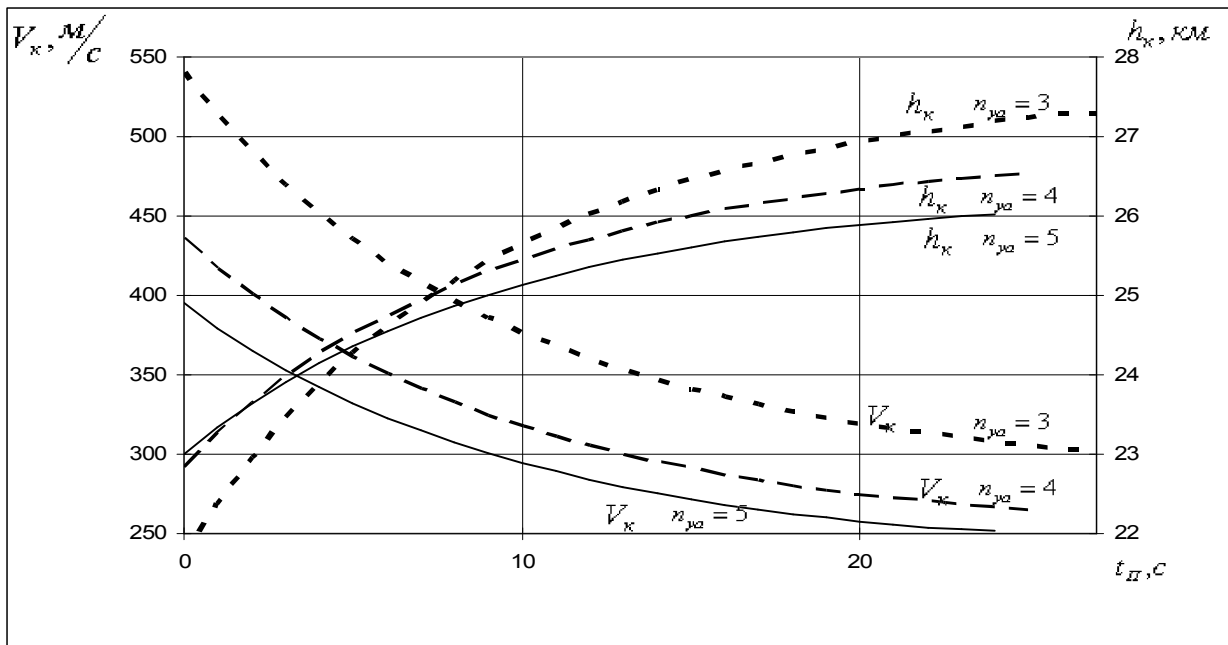


Рис. 2. Зависимости h_k, V_k самолёта от t для $n_{ya} = 3, 4, 5$ при $\theta_k = 30^\circ$

Для конечного значения угла наклона траектории $\theta_k = 20^\circ$ (рис. 1) достижимые условия запуска второй ступени характеризуются диапазоном максимальной конечной скорости от 650 м/с при конечной высоте 21 км ($n_{ya} = 2$) до максимальной конечной высоты 28 км при конечной скорости 270 м/с ($n_{ya} = 3$). Для большего конечного значения угла наклона траектории $\theta_k = 30^\circ$ (рис. 2) максимальная конечная скорость, равная 540 м/с при конечной высоте 22 км, и максимальная конечная высота, равная 28 км при конечной скорости 300 м/с, соответствуют $n_{ya} = 3$.

Результаты моделирования для аппарата МРВ. В начальный момент времени пассивного участка ($t_n = 0$) известны скорость V_n , угол наклона траектории θ_n и высота h_n , которая соответствует высоте выключения ДУ и равна 26,8 км. Они совпадают с конечными условиями движения на активном участке и вместе с коэффициентом подъёмной силы C_{ya} приведены в табл. 3 для различных значений перегрузки n_{ya} .

Результаты моделирования движения с начальными условиями, соответствующими табл. 3, для конечного угла наклона траекто-

Таблица 3. Конечные условия движения на активном участке и коэффициент подъёмной силы аппарата

n_{ya}	2	3	4	5
$\theta, \text{град}$	19	26,9	33,1	38,4
$V, \text{м/с}$	1193	1193	1186	1174
C_{ya}	0,145	0,217	0,292	0,374

рии $\theta_k = 20^\circ$ приведены в табл. 4, 5. В табл. 5 приведены значения времени t_{II} и конечной скорости V_k , соответствующие максимальной конечной высоте h_k^{max} , достигаемой при данной перегрузке n_{ya} .

Как обобщающий результат проведённого моделирования движения с номиналь-

ной программой управления (2) на рис. 3 приведены зависимости конечной высоты h_k и конечной скорости V_k от времени переключения t_{II} для различных значений перегрузки n_{ya} .

Для конечного значения угла наклона траектории $\theta_k = 20^\circ$ (рис. 3) достижимые

Таблица 4. Конечные значения высоты и скорости аппарата

n_{ya}	2	3	4	5
$h_k, км$	28,2	33,9	41,3	47,8
$V_k, м/с$	1170	1118	1042	965

Таблица 5. Параметры номинальной программы управления и конечные условия движения аппарата

n_{ya}	C_{ya1}	$t_{II}, с$	$h_k^{max}, км$	$V_k, м/с$
2	0,145	23	35,7	1074
3	0,217	49	50,1	905
4	0,292	62	59,4	760
5	0,374	71	65,7	613

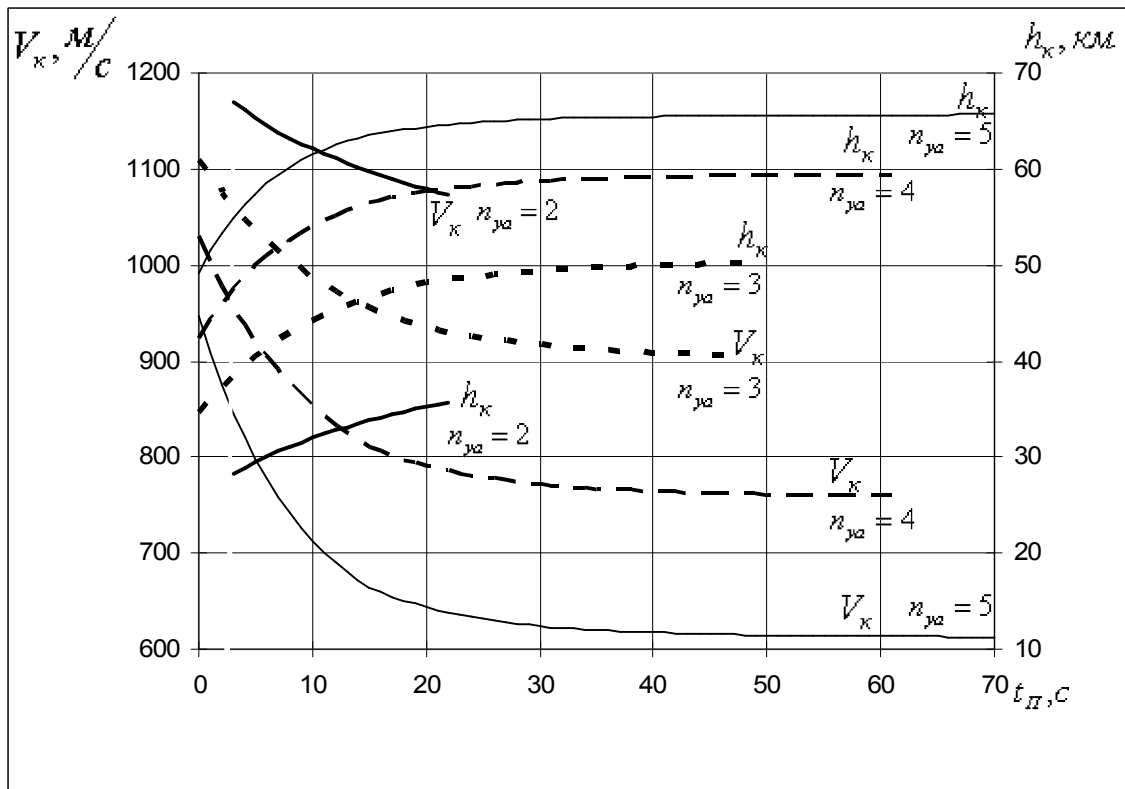


Рис. 3. Зависимости h_k, V_k аппарата от t для $n_{ya} = 2, 3, 4, 5$

условия запуска второй ступени АКС характеризуются диапазоном максимальной конечной скорости от 1170 м/с при конечной высоте 28 км ($n_{ya} = 2$) до максимальной конечной скорости 613 м/с ($n_{ya} = 5$).

Аналогичные зависимости могут быть получены и для других достижимых значений конечного угла наклона траектории, например для $\theta_k = 30^\circ$ (рис. 4).

Заключение. Двухступенчатая программа управления, имеющая два значения

коэффициента подъёмной силы, первый из которых соответствует окончанию активного участка движения, а второй равен нулю, за счёт изменения времени переключения обеспечивает изменение конечной высоты и конечной скорости движения сверхзвукового самолёта-носителя в широком диапазоне. Отметим, что можно решать и более сложную задачу об определении наилучшего с точки зрения запуска второй ступени АКС значения коэффициента C_{ya1} с учётом выполнения ограничения на перегрузку n_{ya} .

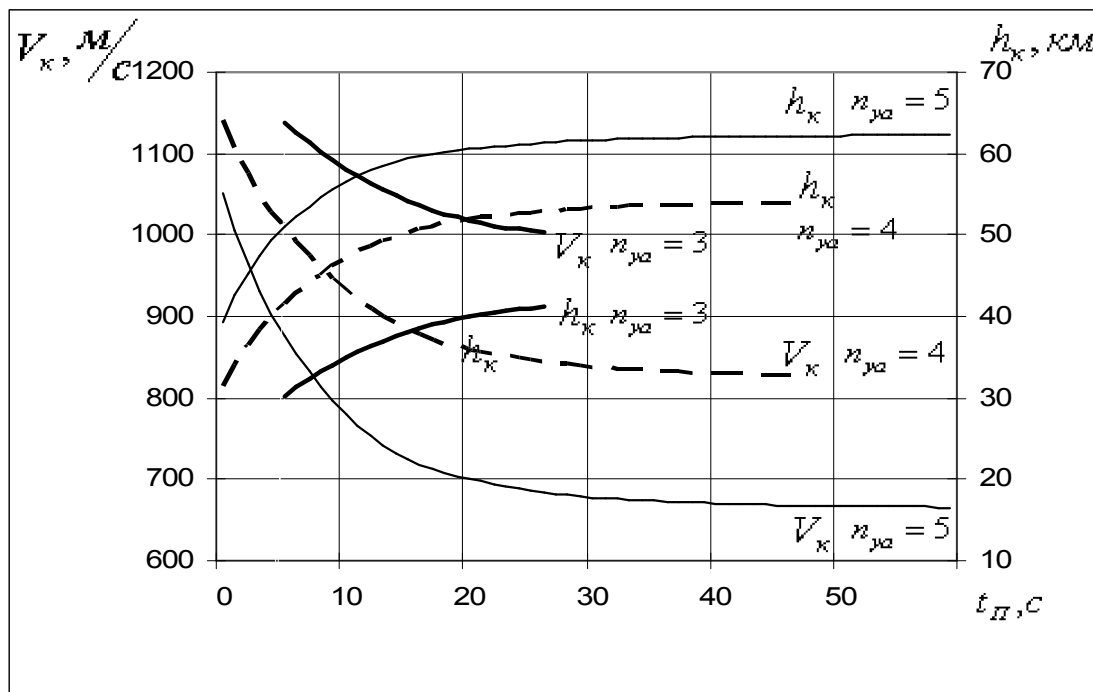


Рис. 4. Зависимости h_k , V_k аппарата от t для $n_{ya} = 3, 4, 5$

Библиографический список

1. Балакин, В. Л. Траектории движения сверхзвукового самолёта как первой ступени авиационно-космической системы [Текст]/В. Л. Балакин, В. И. Потапов//Вестник Самарского государственного аэрокосмического университета. – 2009. – №2(18). – С. 7-13.

2. Балакин, В. Л. Траектории движения летательного аппарата с охлаждаемыми тур-

бореактивными двигателями как первой ступени авиационно-космической системы [Текст]/В. Л. Балакин, В. И. Потапов//Вестник Самарского государственного аэрокосмического университета. – 2009. – №3(19), часть 3. – С. 273-278.

3. Потапов, В. И. Программы управления и траектории движения сверхзвуковой первой ступени авиационно-космической системы [Текст] / В. И. Потапов // Вестник

Самарского государственного аэрокосмического университета. – 2010. – №1(21). – С. 63-70.

4. Responsive Access Small Cargo Affordable Launch (RASCAL) Independent Performance Evaluation David Young AE8900

Special Project Report May 3, 2004 School of Aerospace Engineering Space System Design Laboratory Georgia Institute of Technology Atlanta, Georgia 30332-0150. <http://hdl.handle.net/1853/8372>.

NOMINAL MOTION CONTROL PROGRAM IN A SUPERSONIC CARRIER AIRCRAFT

© 2011 V. L. Balakin, V. I. Potapov

Samara State Aerospace University
named after academician S. P. Korolyov (National Research University)

A nominal program is suggested for controlling the aerodynamic lift coefficient in a supersonic carrier aircraft as the first stage of an aircraft-space system. The finite motion conditions at the given slope of the flight path are defined.

Aircraft-space system, the first stage, supersonic carrier aircraft, lift coefficient controlling program, finite motion conditions.

Информация об авторах

Балакин Виктор Леонидович, заведующий кафедрой динамики полёта и систем управления, доктор технических наук, профессор, Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва (национальный исследовательский университет). E-mail: balakin@ssau.ru. Область научных интересов: динамика и управление движением летательных аппаратов.

Потапов Валентин Иванович, ассистент кафедры организации и управления перевозками на транспорте, кандидат технических наук, Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва (национальный исследовательский университет). Область научных интересов: динамика и управление движением летательных аппаратов.

Balakin Victor Leonidovitch, doctor of technical sciences, professor, head of the department of flight dynamics and control systems, Samara State Aerospace University named after academician S. P. Korolyov (National Research University). E-mail: balakin@ssau.ru. Area of research: dynamics and motion control of flying vehicles.

Potapov Valentin Ivanovitch, candidate of technical sciences, assistant of the department of transportation organization and management, Samara State Aerospace University named after academician S. P. Korolyov (National Research University). Area of research: dynamics and motion control of flying vehicles.

УДК 629.78 + 621.373.876

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ ЛАЗЕРНО-ЭЛЕКТРОННЫХ СИСТЕМ ДИСТАНЦИОННОГО ЗОНДИРОВАНИЯ ПОВЕРХНОСТЕЙ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ

© 2011 Н. А. Сазонникова

Самарский государственный аэрокосмический университет
имени академика С. П. Королева (национальный исследовательский университет)

Проведены экспериментальные исследования по определению отражательных характеристик поверхностей изделий аэрокосмической техники. Исследован характер поведения коэффициента отражения при импульсно-периодическом воздействии с различной величиной интенсивности. При проведении исследования влияния параметров зондирующего лазерного излучения на вероятность обнаружения и распознавания использовался стенд лазерной локации. Получены зависимости контрастности изображения от угла падения излучения, длины волны и скважности импульсов. Проведена экспериментальная оценка влияния длины волны излучения на вероятность обнаружения объектов при лазерной локации.

Лазерное зондирование поверхности, вероятность обнаружения, отражательные характеристики.

В настоящее время находят широкое применение оптические методы контроля качества изделий машиностроения и массового производства благодаря их бесконтактности, высокой информативности, быстродействию, возможности работы в реальном масштабе времени. Лазерные диагностические системы применяются в России и за рубежом для контроля качества изделий машиностроения, авиационной и космической техники, автомобилестроения, приборостроения, для выявления повреждений нефте- и газопроводов и скважин [1-7]. Лидерство в области лазерной дефектоскопии принадлежит учёным Европы и США. Зарубежные дефектоскопические системы обеспечивают разрешающую способность на уровне 10 мкм [1]. Отечественные лазерные дефектоскопические системы не обеспечивают требуемой вероятности обнаружения и распознавания дефектов поверхностного слоя изделий авиационной и космической техники, а также не имеют возможности адаптации к условиям проведения контроля.

В ряде работ проведены исследования по определению интегральных характеристик рассеяния поверхностей различных форм [3 - 5] для оценки возможностей обнаружения объектов при лазерной локации. Проведено физическое и численное моделирование процесса лазерной локации с целью оп-

ределения эффективной площади рассеяния и переходной характеристики летательных аппаратов (ЛА) и элементов их внешней компоновки [6]. Исследована возможность контроля геометрии поверхности лопаток газотурбинных двигателей (ГТД) при дистанционном зондировании их поверхностей [7]. С целью дальнейшего повышения эффективности лазерно-электронных систем дистанционного зондирования поверхностей требуется оценить влияние параметров зондирующего лазерного излучения на вероятность обнаружения и распознавания элементов поверхности и внешней компоновки ЛА и элементов конструкции ГТД.

Любая исследуемая поверхность характеризуется одновременным наличием нескольких признаков. Поэтому для достоверного распознавания объекта (определения его характерных признаков) и определения его состояния (температуры, уровня напряжений в поверхностном слое) необходимо формирование многоканальной информационной системы с одновременным измерением нескольких параметров.

В силу сложности аналитического расчёта зависимости величины регистрируемого сигнала и вероятностей обнаружения и распознавания объектов при дистанционном зондировании с использованием лазерно-электронных систем актуальными являются

методы численного и физического моделирования данных процессов.

Форма индикатрисы рассеивания в полярных координатах для источника с бесселевской корреляцией описывается выражением [5]:

$$\chi = A \frac{k + 2}{2} \cos^k \varphi, \quad (1)$$

где k – показатель индикатрисы, $k = \infty$ - зеркальная поверхность, $k = 0$ - равномерное рассеивание во все стороны.

При этом полная величина мощности (энергии) лазерного излучения определяется площадью, ограниченной кривой индикатрисы в полярных координатах в диапазоне от 0 до π . Величина мощности или энергии, попадающей на приёмный объектив, определяется площадью, заключённой в угле, соответствующем числовой апертуре приёмного объектива.

На разработанном стенде для определения оптических характеристик конструкционных материалов поверхностей проведены экспериментальные исследования по определению отражательных характеристик поверхностей материалов внешней компоновки ЛА. Полученные зависимости представлены на рис. 1.

Так, для алюминиевого сплава после химполирования при увеличении длины волны излучения с 0,56 мкм до 10,6 мкм происходит изменение показателя индикатрисы рассеяния с 5 до 20, что соответствует увеличению величины принятого сигнала на 35 %. Для теплоизоляционной капроновой ткани при изменении длины волны в том же диапазоне показатель индикатрисы изменяется с 2 до 12, что приводит к увеличению величины принятого сигнала на 45 %. Исследован характер поведения коэффициента отражения при импульсно-периодическом воздействии с различной величиной интенсивности. Экспериментально показано, что нитроэмалевое, терморегулирующее покрытие и экранно-вакуумная теплоизоляция имеют диффузный характер отражения излучения, а фоточувствительный слой солнечных батарей и алюминиевый сплав после химпо-

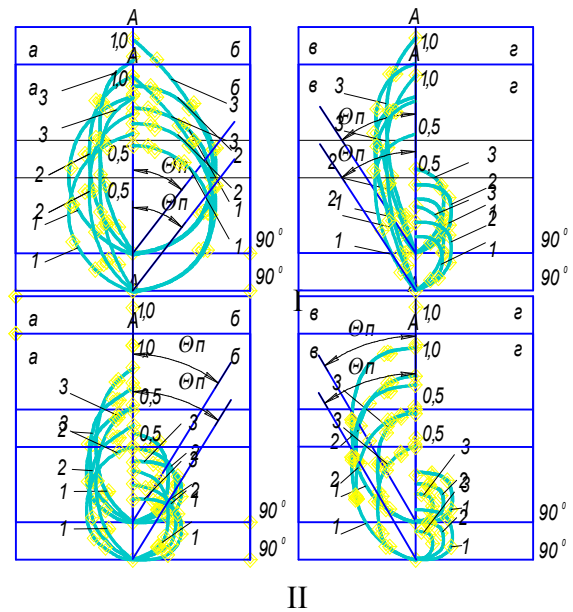


Рис. 1. Индикатриса рассеивания излучения для различных материалов (в полярных координатах):
 I: 1 – длина волны $\lambda = 0,56 \cdot 10^{-6}$ м, 2 – длина волны $\lambda = 1,06 \cdot 10^{-6}$ м, 3 – длина волны $\lambda = 10,6 \cdot 10^{-6}$ м;
 II: 1 – частота повторения импульсов 10 Гц, 2 – частота повторения импульсов 20 Гц, 3 – частота повторения импульсов 30 Гц,
 а – теплоизоляционная капроновая ткань; б – пластина с покрытием на основе диоксида циркония; в – алюминиевый сплав после химполирования; г – пластина радиационных элементов из арсенида галия

лирования - зеркальное. Так, при отражении от поверхности химполированного алюминиевого сплава ширина индикатрисы рассеивания составляет $\theta = 3^\circ$ для ЭВТИ $\theta = 25^\circ$, а для ТРП на основе диоксида циркония $\theta = 125^\circ$.

При проведении исследования влияния параметров зондирующего лазерного излучения на вероятность обнаружения и распознавания использовался стенд лазерной локации (рис. 2).

Он включает в свой состав механическую систему углового сопровождения и устройства оптической визуализации и необходим для решения следующих задач: проведение анализа уровня освещённости участков элемента конструкции, исследование оптических свойств поверхностей и распределение освещённости в зондирующем пучке освещения, определение координат энергетического центра освещённости изделия

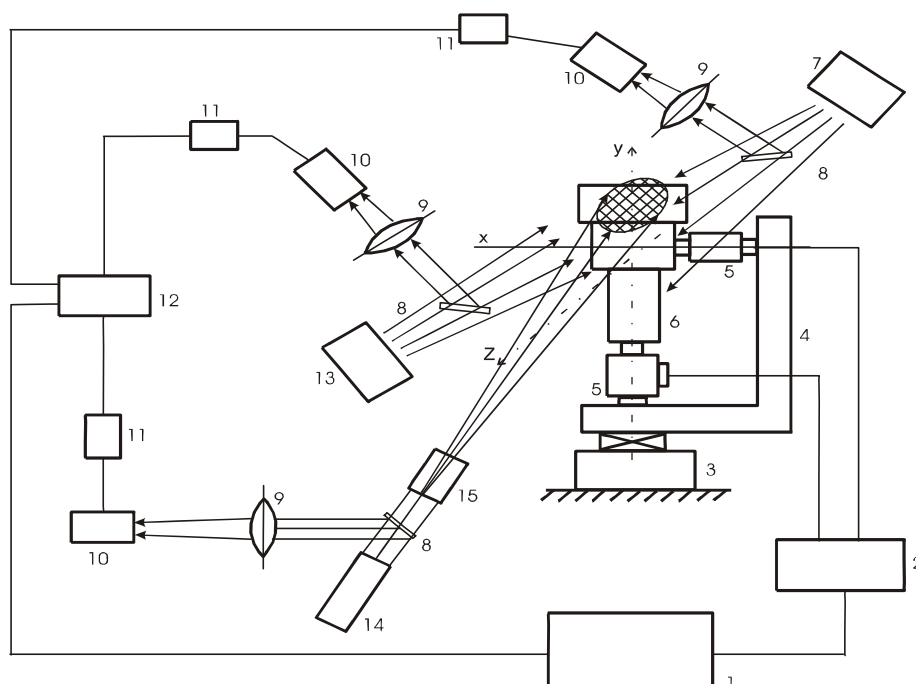


Рис. 2. Испытательный стенд лазерной локации: 1 - ПЭВМ; 2 - блок управления приводов модели; 3 - узел крепления стенда; 4 - рама крепления приводов; 5 - привод с датчиками углового поворота; 6 - модель цели; 7 - первый имитатор источника света; 8 - полупрозрачное зеркало; 9 - линза; 10 - фотоприемник; 11 - фоторегистратор; 12 - блок обработки информации; 13 - второй имитатор источника света; 14 - лазер; 15 - формирователь зондирующего пучка; 16 - телекамера

при заданном уровне фона, определение вектора перемещения энергетического центра освещённости при изменении положения изделия в пространстве, определение оптических свойств материалов (коэффициент отражения и индикатриса отражения) при заданных температурах

Для осуществления физического моделирования процесса дистанционного зондирования поверхностей ЛА необходимо соблюдать принцип дифракционного подобия полей, рассеянных реальным объектом и его масштабной моделью в дальней зоне [6]. Испытательный стенд обеспечивает идентичность углов облучения и приёма по сравнению с реальной измерительной системой. Используемые модели цели должны подробно воспроизводить в масштабе копии объект локации и имитировать характеристики рассеяния его покрытий. При проведении подобных экспериментальных исследований на испытательном стенде изучаемая модель типового изделия с помощью двух механизмов поворота может вращаться вокруг двух взаимно перпендикулярных осей. При этом угол поворота модели вокруг каждой оси отслеживается с помощью датчиков, каждый из

которых представляет собой фотодиод и фотоприёмник, разделённый вращающимся диском с отверстиями, насаженным на вал электродвигателя механизма поворота. Электрические сигналы с датчиков угла поворота поступают в вычислительный комплекс, где количество поступивших импульсов преобразуется в угол поворота. Для создания зондирующего пучка освещения модели служат лазеры с рабочими длинами волн излучения в диапазоне $(0,56 - 1,06) \cdot 10^{-6}$ м.

Оптический стенд имеет измерительную систему параметров выходного излучения и формирователь зондирующего пучка. Отражённое от модели излучение регистрируется фотоприёмником, телекамерой или тепловизором. Для создания фоновой обстановки служит осветитель. Стыковка исполнительных механизмов оптического стенда с вычислительной машиной и комплексом для обработки изображений позволяет автоматизировать процесс обработки результатов исследований при оптической локации типового изделия. Он включает следующее оборудование: привод модели, фотометрическую модель летящей цели, сканирующее устройство, имитаторы фонового излучения.

В качестве моделей объектов используются космические аппараты ALOS (Advanced Land Observation Satellite) и КА Ikonos. Плотность мощности зондирующего пучка составляла

$$0,6 \frac{Вт}{м^2}.$$

Съемка отражённого сигнала проводилась телекамерой WAT-231S и вводилась для обработки в ПЭВМ. Подсветка имитатором солнца составляла удельную мощность

$$1388 \frac{Вт}{м^2}.$$

Направление потока излучения имитатора составляло $\varphi = -45^\circ$ относительно главной плоскости испытательного стенда и $\beta = 10^\circ$ относительно горизонтальной плоскости. Зондирующий поток лазерного

излучения располагался под углами $\varphi = -30^\circ - 45^\circ$, $\beta = 0-30^\circ$ (φ - угол между вертикальной плоскостью и направлением зондирующего потока лазерного излучения, β - угол между горизонтальной плоскостью и потоком лазерного излучения). Использовалось импульсное лазерное излучение со скважностью в диапазоне 2...4 и длиной волны излучения 0,56...1,06 мкм (скважность - отношение периода следования (повторения) импульсов одной последовательности к их длительности).

Условия проведения эксперимента представлены в таблице 1.

Полученные изображения приведены на рис. 3. Номера изображений соответствуют условиям проведения эксперимента.

Таблица 1. Значения параметров зондирующего лазерного излучения

Номер	Скважность	Угол падения лазерного излучения, град	Длина волны излучения, мкм
1.1	2	45	1,06
1.2			0,63
1.3			0,56
1.4	2	40	1,06
1.5			0,63
1.6			0,56
1.7	2	30	1,06
1.8			0,63
1.9			0,56
2.1	4	45	1,06
2.2			0,63
2.3			0,56
2.4	4	40	1,06
2.5			0,63
2.6			0,56
2.7	4	30	1,06
2.8			0,63
2.9			0,56
3.1	6	45	1,06
3.2			0,63
3.3			0,56
3.4	6	40	1,06
3.5			0,63
3.6			0,56
3.7	6	30	1,06
3.8			0,63
3.9			0,56

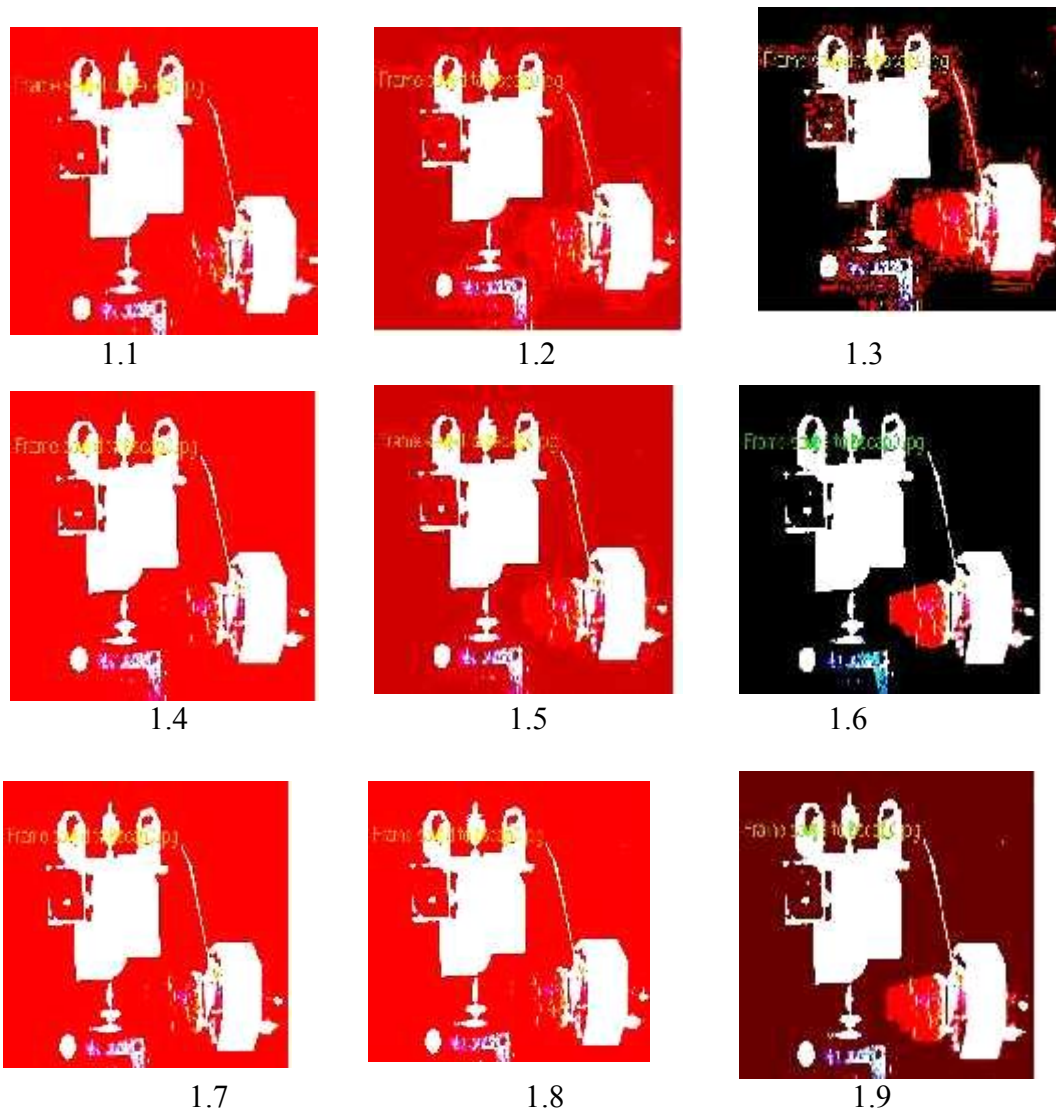


Рис. 3. Изображения фотометрических моделей космических аппаратов

Для анализа полученных изображений был применён стандартный пакет программ *MATLAB 7.5* (пакет *Image Processing Toolbox*). На рис. 4 приведены примеры полученных гистограмм. Номера гистограмм соответствуют зарегистрированным изображениям.

По результатам анализа гистограмм распределения интенсивности в изображениях рассчитывалась величина контрастности изображения по зависимости:

$$K = \frac{I_{\max} N_{\max} - I_{\min} N_{\min}}{I_{\max} - I_{\min}}, \quad (2)$$

где I_{\max} – максимальное значение интенсивности в изображении, N_{\max} – число пикселей с интенсивностью I_{\max} , I_{\min} – минимальное

значение интенсивности в изображении, N_{\min} – число пикселей с интенсивностью I_{\min} .

Построены зависимости контрастности изображения от угла падения излучения, длины волны излучения и скважности импульсов (рис. 5, 6).

Полученные зависимости показывают, что с ростом угла падения излучения в диапазоне $30^\circ \dots 45^\circ$ при скважности, равной 6, контрастность возрастает в 1,5 раза, а при скважности, равной 2 – в 2 раза. С ростом длины волны с 0,56 мкм до 0,63 мкм сначала происходит снижение контрастности на 10...15 %, а затем её рост на 15...20 %.

Проведена экспериментальная оценка влияния длины волны излучения на вероятность обнаружения объектов при лазерной

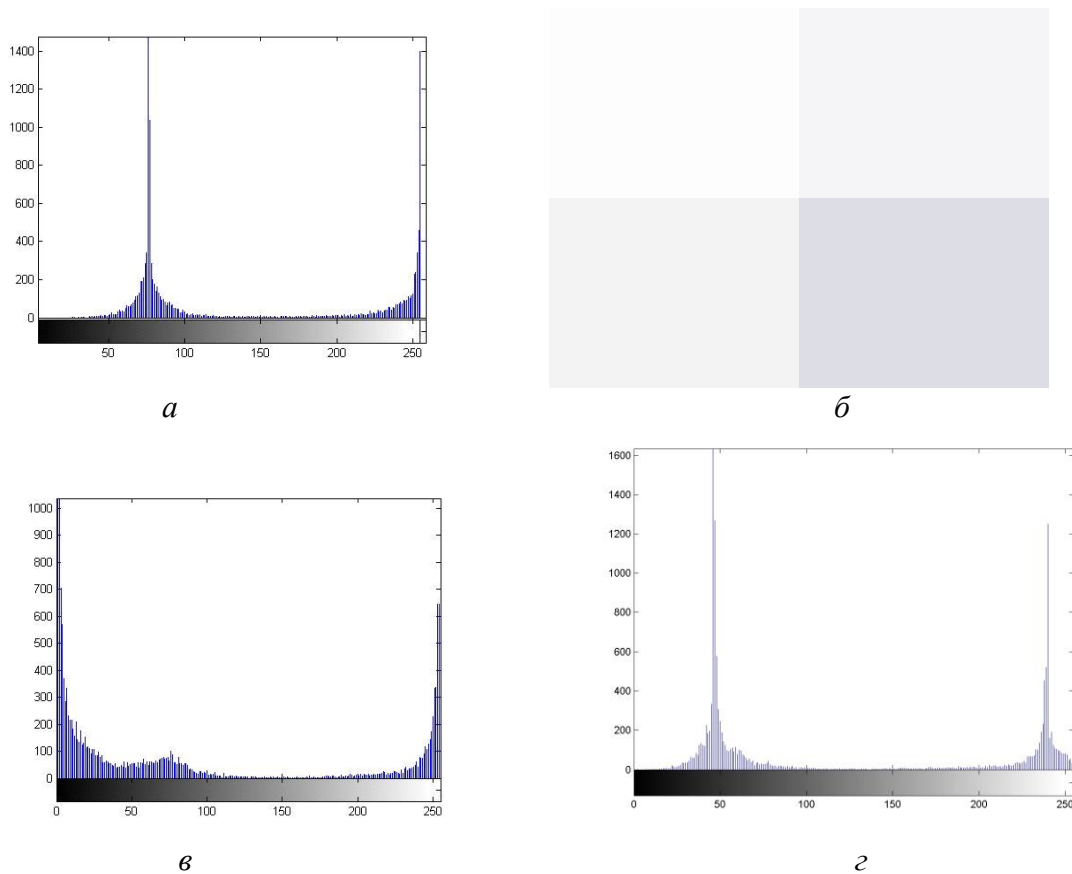


Рис. 4. Примеры гистограмм обработки изображений: а – гистограмма для изображения 1.1, б – гистограмма для изображения 1.2, в – гистограмма для изображения 1.3, г – гистограмма для изображения 3.7

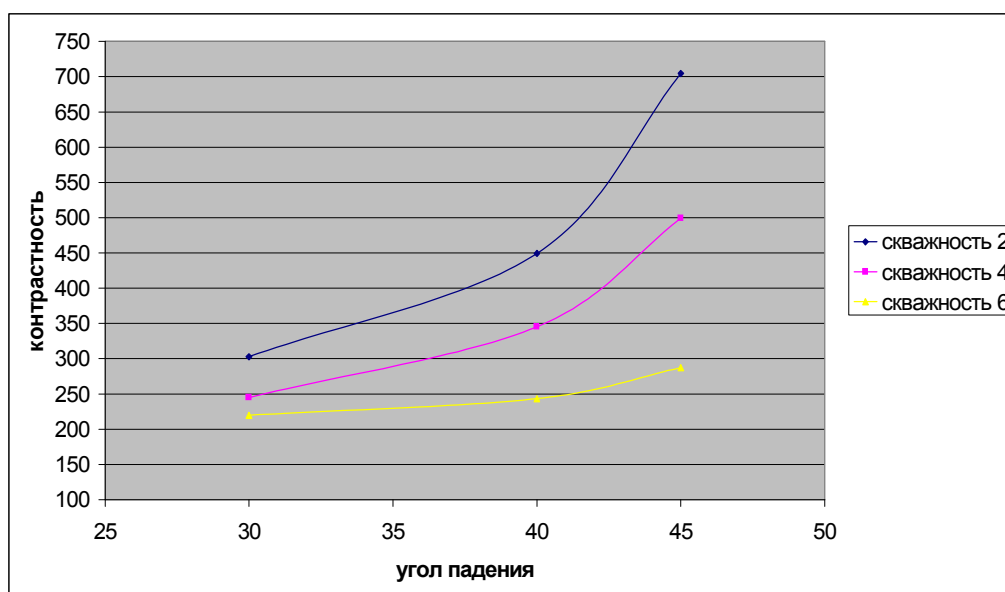


Рис. 5. Зависимости контрастности изображений от угла падения излучения и скважности импульсов

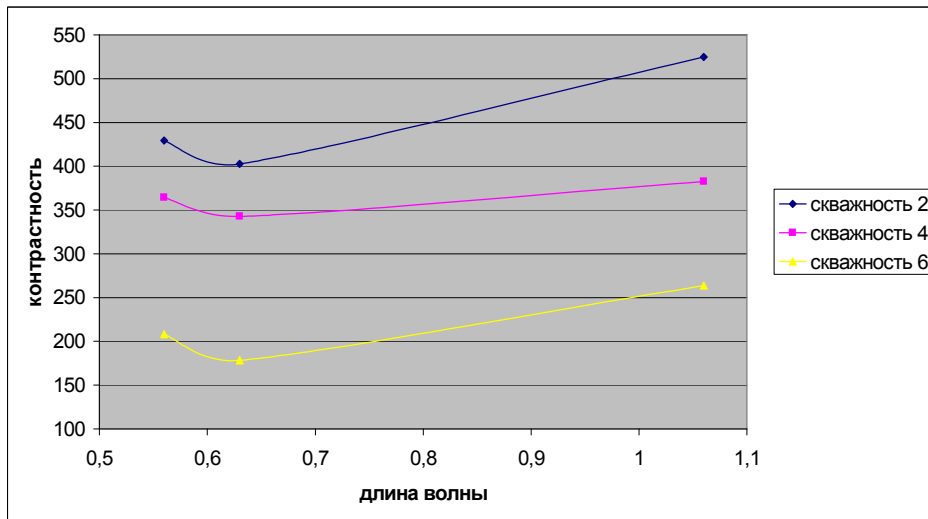


Рис. 6. Зависимости контрастности изображений от длины волны и скважности импульсов

локации. Коэффициент правдоподобия лазерной локации P определяется как отношение площади видимого изображения, ограниченной распределением плотности мощности отражённого сигнала, к общей величине площади его изображения. Построена зависимость коэффициента правдоподобия P от безразмерного параметра $K_1 = B_1/\lambda$, где

B_1 – диаметр зондирующего потока лазерного излучения.

На рис. 7 приводятся сравнительные зависимости величины P для различных КА с учётом изменяемой длины волны λ , частоты генерации ν и величины скважности импульса излучения Λ .

Заметим, что величина коэффициента правдоподобия обнаружения объекта P зави-

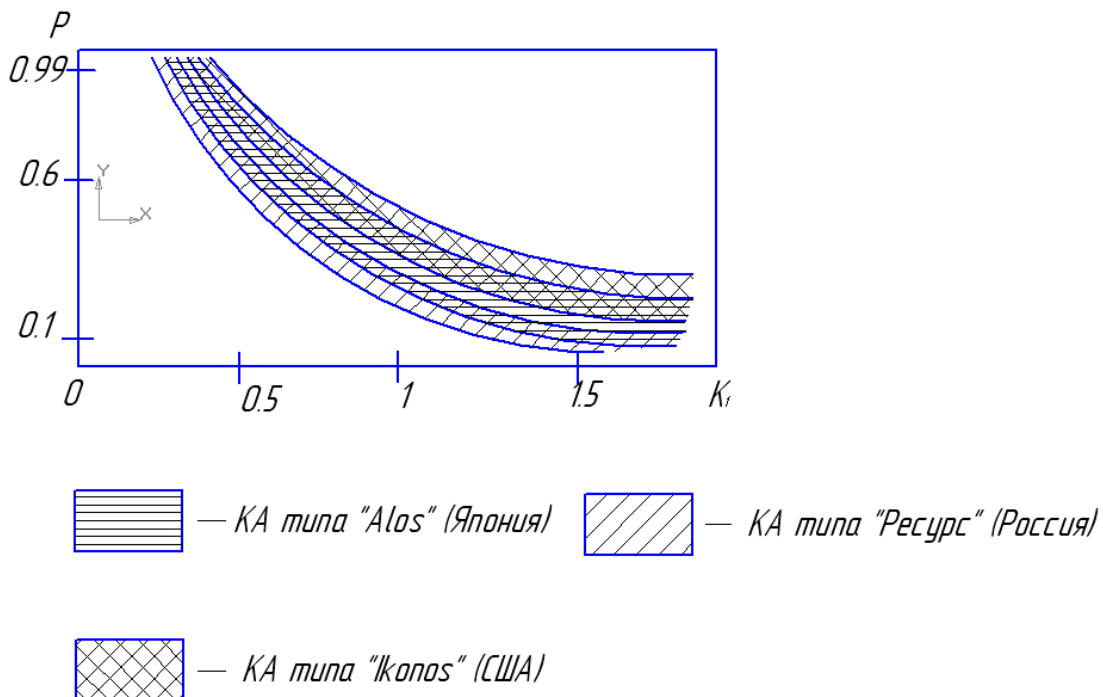


Рис. 7. Зависимость коэффициента правдоподобия лазерной локации от длины волны излучения для моделей различных КА: 1 - верхняя граница области обнаружения: частота генерации - 30 Гц, скважность импульса 1/5; 2 - нижняя граница области обнаружения: непрерывный режим генерации

сит от его конструкции при неизменном составе группы материалов внешней компоновки. Состав группы материалов внешней компоновки: теплоизоляционная капроновая ткань; пластины с покрытием на основе диоксида циркония; алюминиевые сплавы после химполирования; пластины радиационных элементов из арсенида галлия. В данных условиях проведения исследований КА «Kopos» (США) имеет большую вероятность обнаружения (оптическая ось зондирующего пучка перпендикулярна строительной оси объекта).

Таким образом, в данной работе проведены экспериментальные исследования по определению коэффициента отражения в зависимости от длины волны, угла падения и скважности импульсно-периодического излучения. С использованием разработанного стенда лазерной локации получены зависимости контрастности изображения от длины волны, угла падения излучения и скважности импульсов. Показано, что с ростом длины волны в диапазоне 0,56...1,06 мкм и угла падения излучения в диапазоне 30°...45° контрастность изображений возрастает. С увеличением скважности импульсов с 2 до 6 контрастность изображений снижается. Коэффициент правдоподобия обнаружения объекта зависит от его конструкции при неизменном составе группы материалов внешней компоновки.

Библиографический список

1. Валентюк, А.Н. Оптическое изображение при дистанционном наблюдении [Текст]/ А.Н. Валентюк, К.Г. Предко //Институт физики имени Б.И. Степанова АН

БССР. - Минск: Навука і тэхніка, 1991.-358 с.

2. Butler, M.A. Laser surface profiler[Text]/ M.A. Butler, An-Shyang Chu// Optics Letters, 1999, Vol.24, No.7, P.457-459.

3. Лебедько, Е.Г. Анализ рельефа поверхности при моноимпульсной лазерной локации [Текст] / Е.Г. Лебедько, Нгуен Ву Тунг // Сборник трудов конференции “Лазеры, измерения, информация 2005”. – СПб: СПбГТУ. –2005. - С. 36.

4. Смирнова, Ю.Л. Лазерная дальнометрическая станция как составная часть аэрокосмической системы [Текст]/Ю.Л. Смирнова // Аэрокосмические технологии: материалы Первой международной научно-технической конференции, посвященной 90-летию со дня рождения академика В.Н. Челомея. - М. - 2004. - С. 38 – 42.

5. Белов, М.Л. Рассеяние лазерного излучения на неровной поверхности со сложной локальной индикатриссой отражения в турбулентной атмосфере. [Текст]/ М.Л. Белов, В.И. Козинцев, Б.В. Стрелков. // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Серия «Приборостроение». - М. - 2007. - №1. - С. 63-73.

6. Лабунец, Л. В. Математическое и физическое моделирование переходных характеристик 3D-объектов в однопозиционной системе оптической локации [Текст]/ Л.В. Лабунец//Радиотехника и электроника. - 2002. – Т. 47. - № 3. - С. 308-321.

7. Кеткович, А.А. Лазерная компьютерная система контроля лопаток газотурбинных двигателей ПКПЛ-1 [Текст]/ А.А. Кеткович, Н.И. Яковлева, Б.А. Чичигин// Контроль. Диагностика. - № 3. - 2007. - М.: Машиностроение. – С. 32-34.

EXPERIMENTAL INVESTIGATION OF THE EFFICIENCY OF LASER-ELECTRONIC SYSTEMS FOR AIRCRAFT SURFACE REMOTE SOUNDING

© 2011 N. A. Sazonnikova

Samara State Aerospace University named
after academician S. P. Korolyov (National Research University)

Experimental studies to define the reflection characteristics of aircraft surfaces have been carried out. The behavior of the reflectance under pulse periodic action with different values of intensity has been analysed. A test-bed for laser detection and ranging of objects is used to analyse the influence of sounding laser radiation parameters on the probability of detection and recognition. Relationships between the image contrast range and the impulse angle of incidence, wavelength and relative pulse duration have been obtained. Experimental estimation of the influence of the radiation wavelength on the probability of detecting objects in case of using lasers has been carried out.

Laser surface sounding, detection probability, reflection parameters.

Информация об авторе

Сазонникова Надежда Александровна, кандидат технических наук, доцент кафедры автоматических систем энергетических установок, Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С. П. Королёва (национальный исследовательский университет). E-mail: nasazonnikova@yandex.ru. Область научных интересов: лазерные информационно-измерительные системы диагностики состояния поверхности конструкционных материалов.

Sazonnikova Nadezhda Alexandrovna, candidate of technical sciences, associate professor of the department of automatic systems of energy devices, Samara State Aerospace University named after academician S. P. Korolyov (National Research University). E-mail: nasazonnikova@yandex.ru. Area of research: laser information and measurement systems.

ОЦЕНКА ПОТРЕБНОГО ИМПУЛЬСА ТЯГИ ДЛЯ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ МАЛОГО КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА С ДВИГАТЕЛЬНОЙ УСТАНОВКОЙ НА ГАЗОВЫХ КОМПОНЕНТАХ ТОПЛИВА

© 2011 Б. А. Титов, И. В. Кольцов

Самарский государственный аэрокосмический университет
имени академика С.П. Королёва (национальный исследовательский университет)

Исследуется динамика маломассогабаритного космического аппарата, снабжённого перспективной кислородно-водородной двигательной установкой на основе электролиза воды и двигателей малой тяги на компонентах $H_{2r} + O_{2r}$. Рассматривается оценка потребного импульса тяги для выполнения манёвров довыведения с исходной опорной орбиты на заданную рабочую орбиту, поддержания параметров рабочей орбиты, манёвра поддержания заданной ориентации за фиксированное время и манёвра затопления в заданном районе. Приводятся численные значения оценок импульса тяги для заданных инерционно-массовых параметров космического аппарата.

Маломассогабаритный космический аппарат, кислородно-водородная установка с электролизом воды, система двигателей малой тяги на газовом топливе, манёвр перехода между орбитами, манёвр коррекции орбиты, манёвр затопления.

Введение

Одной из важнейших мировых тенденций в развитии космической техники в настоящее время является разработка и создание так называемых маломассогабаритных космических аппаратов (КА) или малых КА (МКА).

Основное достоинство МКА – ценовая привлекательность, которая дополняется реальной возможностью быстрой продажи этих аппаратов или сдачи в аренду. Низкая стоимость МКА позволяет также формировать целые спутниковые системы, которые могут осуществлять мониторинг земной поверхности, решать задачи телекоммуникации, метеообеспечения, природопользования и ряд других задач.

Основным препятствием при продвижении МКА на рынке является высокая стоимость составляющих его бортовых подсистем, длительный срок их отработки и, в частности, невозможность получения высоких удельных характеристик бортовых двигательных установок (ДУ), напрямую влияющих на качество выполнения целевой программы полёта и время активного существования на орбите. Одним из важных путей повышения удельных характеристик двигательных ус-

тановок является использование высокоэнергетических видов топлив и разработка элементов ДУ с высоким массовым совершенством.

В работе [1] в качестве одного из возможных вариантов совершенствования ДУ для системы управления МКА предлагается использовать кислородно-водородную двигательную установку на основе электролиза воды и двигателей малой тяги на газовом топливе (ДМТГТ) – компонентах $H_{2r} + O_{2r}$. Приводится пневмогидравлическая схема двигательной установки и делается её сравнение по массовым параметрам с ЖРДМТ на компонентах топлива НДМГ+АТ.

В частности, в [1] указывается на ряд преимуществ подобной ДУ, из которых необходимо в контексте проведённого исследования отметить следующие:

1. ДУ на газовых компонентах топлива генерирует минимальные импульсы тяги с весьма малым импульсом последствия, что практически приближает рабочий импульс ДМТГТ к прямоугольному командному импульсу системы управления. В результате в режимах поддержания заданной ориентации может быть реализована максимальная точность ориентации МКА на навигаци-

онный ориентир и минимальный расход компонентов топлива на выполнение подобного режима управления.

2. Имеется возможность снижения массовых параметров ДУ при одинаковом суммарном импульсе за счёт уменьшения массы более высокоэнергетического топлива, необходимого для выполнения программы полёта, и использования элементов ДУ с минимальной массой (например, электролизёров с твёрдотельным электролитом и т.п.).

3. Снимается проблема загрязнения оптических элементов МКА и панелей солнечных батарей факелом ДМТГТ.

4. Снижаются требования по технике безопасности при стендовых испытаниях.

Учитывая вышеотмеченное, рассмотрим методику оценки потребного импульса тяги для системы управления МКА с ДУ на газовых компонентах топлива. Будем рассматривать четыре основных рабочих манёвров МКА: манёвр довыведения с исходной опорной орбиты на заданную рабочую орбиту, манёвр поддержания параметров рабочей орбиты, манёвр поддержания заданной ориентации за фиксированное время, манёвр затопления в заданном районе.

Оценка потребного импульса тяги для манёвра довыведения на рабочую орбиту

Для выполнения проектно-расчётного исследования динамики МКА с перспективной кислородно-водородной двигательной установкой на основе электролиза воды в качестве исходных данных используем параметры ДУ, приведённые в [1]:

- суммарный импульс тяги

$$\sim 7,25 \cdot 10^5 \text{ Н} \cdot \text{с};$$

- время активного функционирования МКА $\sim 5 \text{ лет}$;

- энергообеспечение $\sim 0,8 \text{ КВт}$;

- масса КА $\sim 1500 \text{ кг}$;

- число (тяги) ДМТГТ коррекции – 4 (100 Н);

- число (тяги) ДМТГТ ориентации – 12 (5Н);

- удельный импульс тяги ДМТГТ коррекции – 2950 м/с;

- удельный импульс тяги ДМТГТ ориентации – 2500 м/с.

Для выполнения оценочных расчётов предположим, что опорная и расчётная орбиты МКА являются круговыми и компланарными, и по этой причине оптимальной траекторией перелёта будет эллипс Гомана. Затраты характеристической скорости на этот перелёт могут быть определены по известным соотношениям [2]:

$$\begin{aligned} \Delta v_p &= v_p - v_{co} = \sqrt{\frac{2kr_A}{r_p(r_A + r_p)}} - \sqrt{\frac{k}{r_p}}; \\ \Delta v_A &= v_{ck} - v_A = -\sqrt{\frac{2kr_p}{r_A(r_A + r_p)}} - \sqrt{\frac{k}{r_A}}. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь v_{co} и v_{ck} – соответственно круговые скорости орбитального движения на опорной с высотой 320 км и конечной (расчётной) с высотой 800 км орбитах; k – гравитационный параметр Земли, равный $3,9858 \cdot 10^5 \text{ км}^3 / \text{с}^2$; r_p , r_A – соответственно радиусы перигея и апогея эллипса Гомана; v_p , v_A – соответственно скорости в перигее и апогее указанного эллипса.

Оценка потребных приращений скоростей v_p и v_A даёт следующие численные значения: $\Delta v_p = 132,49 \text{ м/с}$; $\Delta v_A = 130,22 \text{ м/с}$.

Для определения затрат импульса тяги на данный манёвр необходимо определить время приложения тяги двигателей коррекции МКА. Его можно определить после интегрирования уравнения движения центра масс МКА в инерциальной системе координат, предполагая при этом, что кроме тяги ДУ на аппарат не действуют никакие иные силы. В результате можно получить соотношения для длительностей приложения тяги в перигее и апогее эллипса Гомана:

$$\begin{aligned} \Delta t_p &= \frac{m}{R} (\Delta v_p - v_{co}); \\ \Delta t_A &= \frac{m - \Delta m_p}{R} (v_{ck} - v_A). \end{aligned} \quad (2)$$

Во втором соотношении (2) присутствует потеря массы аппарата Δm_p , обусловленная приложением импульса тяги в перигее: $\Delta m_p = 11,91 \text{ кг}$ при секундных расходах массы $O_{2Г}$ и $H_{2Г}$:

$$\dot{m}_{O_{2Г}} = 21,30 \text{ г/с}, \dot{m}_{H_{2Г}} = 2,67 \text{ г/с}.$$

Таким образом, значения величин (2) составят: $\Delta t_p = 496,8 \text{ с}$; $\Delta t_A = 484,4 \text{ с}$. Отсюда затраты суммарного импульса тяги, необходимые на реализацию манёвра довыведения МКА на расчётную орбиту, будут равны: $\Delta J_E = 3,925 \cdot 10^5 \text{ Нс}$, что составляет 54,2 % суммарного импульса тяги согласно проекту кислородно-водородной ДУ [1].

Распространение этих результатов на диапазон изменения массы МКА от 500 кг до 1500 кг даёт картину, представленную на рисунке 1. Здесь по оси ординат откладывается стартовая масса МКА, по оси абсцисс – требуемый процент расхода суммарного импульса тяги ДУ. Таким образом, довыведение МКА на рабочую орбиту расходует значительную часть суммарного импульса тяги.

Например, если стартовая масса МКА составляет 1500 кг, то на все остальные манёвры в данном проекте кислородно-водородной ДУ на основе электролиза воды остаётся 45,79 % суммарного импульса тяги.

Оценка потребного импульса тяги для поддержания параметров рабочей орбиты

При выполнении этой оценки необходимо определить общее число сидерических периодов обращения МКА на рабочей орбите за время функционирования и далее вычислить величину уменьшения высоты рабочей орбиты, вызванного в первую очередь аэродинамическим сопротивлением.

Отметим для определённости, что другими видами сопротивления на рабочей орбите (магнитным, световым), а также изменением наклона плоскости орбиты в инерциальной системе координат, вызываемым вращением Земли, будем пренебрегать.

Таким образом, рассматриваемый манёвр коррекции рабочей орбиты в данном случае представляет собой коррекцию высоты рабочей орбиты.

Приближённые значения вековых возмущений параметров круговой орбиты МКА,

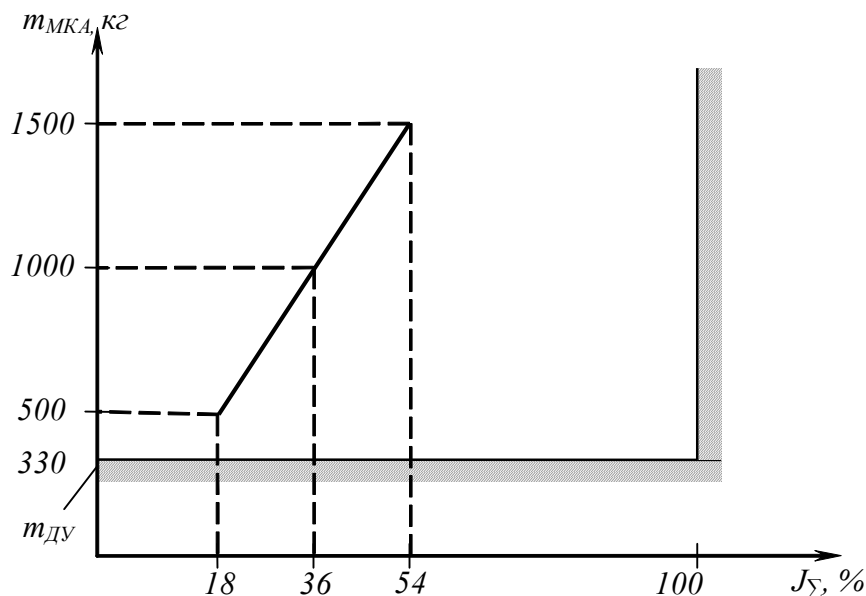


Рис. 1. Зависимость величины требуемого импульса тяги для манёвра довыведения МКА от стартовой массы аппарата; ограничения на рисунке соответствуют предельной величине располагаемого суммарного импульса тяги ДУ (в %) и величине предельной массы аппарата

вызванных взаимодействием корпуса аппарата со свободномолекулярным потоком сильно разреженной верхней атмосферы (согласно [4] на высоте $H=800$ км длина свободного пробега молекул составляет порядка $\sim 1,5$ км), могут быть определены интегрированием на интервале одного витка лиnearизованных уравнений движения для приращений этих параметров в полярных координатах [5].

Рассмотрим вековые возмущения радиуса-вектора МКА:

$$\delta r = -4\pi\sigma\rho(H)r_0^2. \quad (3)$$

Здесь δr - собственно вариация модуля радиуса-вектора аппарата; σ - баллистический коэффициент; r_0 - начальное значение радиуса-вектора; $\rho(H)$ - плотность атмосферы на высоте H , которая определяется по модели стандартной атмосферы [4].

Баллистический коэффициент МКА задаётся известным соотношением:

$$\sigma = \frac{C_{xa}S_M}{2m}. \quad (4)$$

Аэродинамический коэффициент сопротивления C_{xa} в свободномолекулярном потоке слабо зависит от внешней формы МКА и определяется в основном характером отражения молекул разреженного газа верхней атмосферы от поверхности аппарата.

При $\bar{S} \cong 5,3$ и $\alpha = 90^\circ$ коэффициент $C_{xa} = 2,4$ [6]. Здесь \bar{S} - отношение скорости набегающего потока газа на рассматриваемой высоте полёта МКА к наиболее вероятной тепловой скорости молекул газа на той же высоте, α - угол между осью аппарата и направлением движения.

Далее, предполагая площадь миделева сечения МКА $S_M = 3 \text{ м}^2$, можно, определив σ по (4), по (3) вычислить вековое возмущение модуля радиуса-вектора аппарата за один сидерический период обращения:

$$\delta r = -0,031 \text{ м}.$$

Соответственно, за один сидерический год (5256 витков) эта величина будет равна $\delta r = -162,9 \text{ м}$, а за период функционирования $\delta r = -814,7 \text{ м}$.

Таким образом, оценка векового возмущения модуля радиуса-вектора МКА на рабочей орбите позволяет сделать вывод о том, что коррекции орбиты по этому параметру за время функционирования аппарата, по видимому, не потребуется в силу малости самого векового возмущения.

Оценка затрат импульса тяги для манёвра поддержания заданной ориентации

Рассмотрим расчётную схему системы ориентации с пассивным корректирующим контуром (рис. 2). Эта схема моделирует ос-

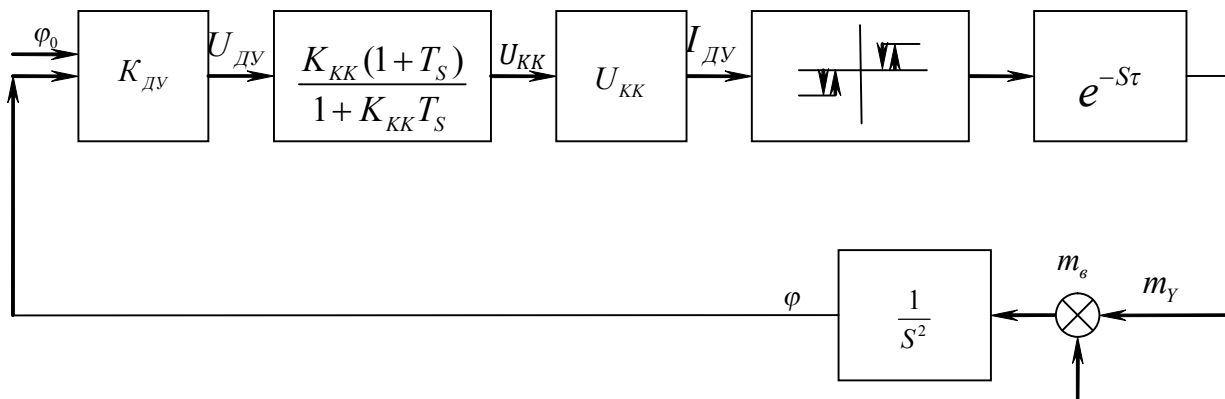


Рис. 2. Расчётная схема одноканальной системы ориентации с пассивным корректирующим контуром

новные особенности функционирования системы ориентации в режиме предельного цикла с учётом временных запаздываний в управляющем тракте.

Расход импульса тяги в предельном цикле при реализации манёвра поддержания заданной ориентации МКА, как известно, определяется временем активной работы системы ориентации [8]:

$$t_A = t_{\text{вкл}} \frac{T_{OP}}{2(t_{\text{вкл}} + t_{\text{выкл}})}.$$

Здесь T_{OP} - длительность режима поддержания заданной ориентации; $t_{\text{вкл}}, t_{\text{выкл}}$ - соответственно время включения и время выключения двигателей ориентации, определяемые соотношениями:

$$t_{\text{вкл}} = 2 \left[\frac{\varphi_{з.н.}}{m_0 T} (1 - \lambda) + TK_{К.К.} \right]; \quad (5)$$

$$t_{\text{выкл}} = 4T \frac{(1 + \lambda)\varphi_{з.н.} - m_0 T^2 K_{К.К.}}{(1 - \lambda)\varphi_{з.н.} + m_0 T^2 K_{К.К.}}, \quad (6)$$

где T и $K_{К.К.}$ - соответственно постоянная времени и статический коэффициент передачи корректирующего контура; λ - коэффициент возврата трёхпозиционного поляризованного реле; $\varphi_{з.н.}$ - зона нечувствительности датчика угла; m_0 - управляющее ускорение:

$$m_0 = \frac{M_y}{J_x} = \frac{N \cdot l \cdot R}{J_x}. \quad (7)$$

Здесь N – число управляющих двигателей в рассматриваемом канале управления (в данном случае – канале крена); l – база установки двигателей; R – тяга двигателя; J_x - момент инерции МКА относительно продольной оси.

Далее для оценки величины t_A и затрат импульса тяги для рассматриваемого манёвра примем следующие численные значения

параметров системы ориентации и параметров МКА: $J_x = 750 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$; $l = 1 \text{ м}$; $T = 0,05$; $N = 4$; $R = 5 \text{ Н}$; $\varphi_{з.н.} = 0,00175 \text{ рад}$; $\lambda = 0,9$; $K_{К.К.} = 1,5$.

Расчёты, выполненные по (6) и (7), дают следующие результаты:

$$t_{\text{вкл}} = 0,368 \text{ с}; t_{\text{выкл}} = 2,173 \text{ с}$$

$$\text{или } t_A = 0,072 T_{OP}.$$

Отсюда потребный ресурс импульса тяги составит: $\Delta J = 4Rt_A = 1,45 T_{OP} [\text{Н} \cdot \text{с}]$.

На рисунке 3 представлены зависимости требуемых затрат импульса тяги для этого режима в зависимости от массы МКА и параметра T_{OP} .

Оценка затрат импульса тяги для манёвра затопления

По целевой программе функционирования МКА этот манёвр является заключительным. Одна из схем его выполнения может заключаться в том, что аппарат переводится с рабочей орбиты на границу эффективной атмосферы с высотой 100 км, и далее осуществляется его вход в плотные слои атмосферы, а затем затопление в заданном районе Мирового океана.

Рассмотрим схему выполнения манёвра затопления. С точки зрения небесной механики [3] манёвр можно также рассматривать как гомановский переход между двумя круговыми орбитами, но без приложения тормозного импульса в перигее переходного эллипса.

В этом случае величина тормозного импульса скорости в апогее переходного эллипса (то есть на высоте рабочей орбиты) будет равна

$$\Delta v_A = v_{CK} - v_A = \sqrt{\frac{k}{r_A}} - \sqrt{\frac{2k}{r_A} \frac{r_p}{(r_A + r_p)}}.$$

Оценка потребного приращения скорости, выполненная по этой формуле, даёт следующее численное значение:

$$\Delta v_A = 193,79 \text{ м/с}.$$

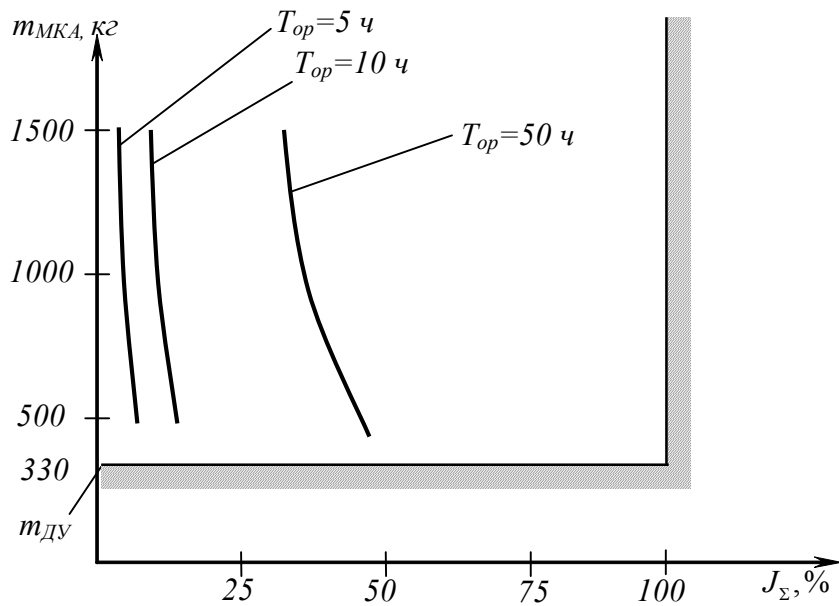


Рис. 3. Зависимость требуемых затрат импульса тяги для поддержания заданной ориентации МКА по каналу крена

Полученные результаты позволяют оценить суммарный расход импульса тяги для всей суммы рассматриваемых манёвров (рис. 4).

Из рис. 4 следует, что рассматриваемый вариант двигательной установки на электролизе воды с системой ДМТГТ является при-

годным, по-видимому, для МКА массой порядка 500 ... 750 кг, поскольку управление более тяжёлыми аппаратами потребует неприемлемых расходов импульса тяги для всей запланированной совокупности динамических манёвров за период активного функционирования.

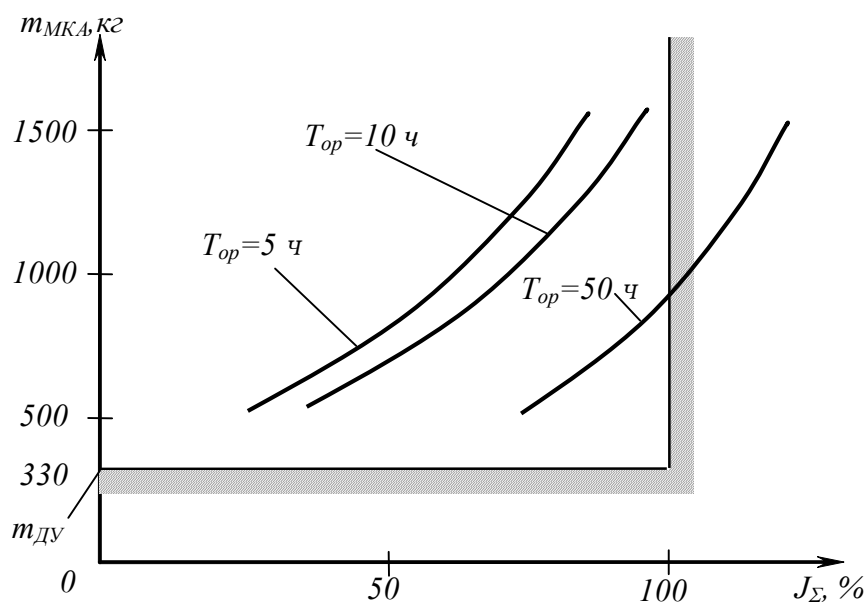


Рис. 4. Зависимость величины суммарного импульса тяги для манёвров довыведения, поддержания заданной ориентации и затопления

Библиографический список

1. Гуртов, А.С. Кислородно-водородная двигательная установка на основе электролиза воды и ЖРДМТ на компонентах для системы управления МКА [Текст]/А.С. Гуртов, Е.А. Лапшин, М.В. Макарьянц, В.В. Рыжков, М.В. Силютин// Вестник Самарского государственного аэрокосмического университета имени академика С.П. Королёва, №3 (19), 2009. - С. 49-58.
2. Эрик, К. Космический полёт, т.1 [Текст]/К. Эрик. – М.: Гос. Изд-во физ.-мат. литературы, 1963. – 586 с.
3. Горбатенко, С.А. Механика полёта [Текст]/С.А. Горбатенко, Э.М. Макашов, Ю.Ф. Полушкин, Л.В. Шефтель. – М.: Машиностроение, 1969. – 420 с.
4. ГОСТ 25645.101-83. Атмосфера Земли верхняя. Модель плотности для проектных баллистических расчётов искусственных спутников Земли. (Дата последнего изменения: 19.04.2010).
5. Балк, М.Б. Элементы динамики космического полёта [Текст]/М.Б. Балк. – М.: Наука, 1965. – 339 с.
6. Ковтуненко, В.М. Аэродинамика орбитальных космических аппаратов [Текст]/В.М. Ковтуненко, В.Ф. Камеко, Э.П. Яскевич. – Киев: изд-во «Наукова думка», 1977. – 156 с.
7. Янке, Е. Специальные функции [Текст]/Е.Янке, Ф. Эмде, Ф. Лёш. – М.: Наука, 1968. – 344 с.
8. Раушенбах, Б.В. Управление ориентацией космических аппаратов [Текст]/Б.В. Раушенбах, Е.Н. Токарев. – М.: Наука, 1974. – 598 с.

ESTIMATION OF THE REQUIRED THRUST IMPULSE FOR SMALL SPACECRAFT (SSC) CONTROL SYSTEM WITH A PROPULSION SYSTEM USING FUEL GAS COMPONENTS

© 2011 B. A. Titov, I. V. Koltsov

Samara State Aerospace University
named after academician S. P. Korolyov (National Research University)

The subject of research is a small weight and size spacecraft (LSC) equipped with a perspective oxygen-hydrogen propulsion system on the basis of water electrolysis and low thrust engine (LTE) using H₂G+O₂G gas components. Estimation of the required thrust impulse for performing of LSC transition maneuver from the injection to the working orbit, correction of the orbital altitude and LSC submersion maneuver in the target area of the World ocean is presented. Numerical values of thrust impulse estimation for the given inertial-mass parameters of LSC are given.

Small weight and size spacecraft (LSC), oxygen-hydrogen propulsion system on the basis of water electrolysis, low thrust engine system using gas fuel, maneuver of transition from one orbit to another, orbit correction maneuver, LSC submersion maneuver.

Информация об авторах

Титов Борис Александрович, доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой организации и управления перевозками на транспорте, Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва (национальный исследовательский университет). E-mail: oupt_ssau@mail.ru. Область научных интересов: динамика и управление транспортными системами (в том числе космических аппаратов) с различными типами двигательных установок.

Кольцов Иван Владимирович, ассистент кафедры организации и управления перевозками на транспорте, Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва (национальный исследовательский университет). E-mail: kolt2721@gmail.com. Область научных интересов: динамика и управление космических аппаратов с различными типами двигательных установок.

Titov Boris Alexandrovitch, doctor of technical sciences, professor, head of the department of transportation organization and management, Samara State Aerospace University named after academician S. P. Korolyov (National Research University). E-mail: oupt_ssau@mail.ru. Area of research: dynamics and control of transport systems (including spacecraft) with different types of propulsion systems.

Koltsov Ivan Vladimirovitch, assistant of the department of transportation organization and management, Samara State Aerospace University named after academician S. P. Korolyov (National Research University). E-mail: kolt2721@gmail.com. Area of research: dynamics and control of (spacecraft) with different types of propulsion systems.

РАЗРАБОТКА ПРОБЛЕМНО-ОРИЕНТИРОВАННОЙ СИСТЕМЫ АВТОМАТИЗИРОВАННОГО ПРОЕКТИРОВАНИЯ КОСМИЧЕСКИХ АППАРАТОВ НАБЛЮДЕНИЯ С ВОЗМОЖНОСТЬЮ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ С PDM-СИСТЕМОЙ

© 2011 А. А. Якищук

Самарский государственный аэрокосмический университет
имени академика С. П. Королёва (национальный исследовательский университет)

Рассматривается проблема разработки проблемно-ориентированных систем для автоматизированного решения задач проектирования космических аппаратов. Описывается алгоритм проверки задач на корректность, метод определения последовательности выполнения расчётов с последующим получением численных значений искомых параметров для бортовых систем космического аппарата. Рассматривается задача получения численных значений массогабаритных характеристик космического аппарата в целом. Описывается программное обеспечение, разработанное в среде программирования DELPHI XE для решения поставленных задач. Исследуется возможность интеграции проблемно-ориентированной системы с системой управления данными об изделии (PDM-системой).

Проблемно-ориентированная система, уравнения связи, входные данные, выходные данные, двудольный граф, компонент сильной связности, PDM-система, САПР, объект Windchill.

При проектировании или модернизации космических аппаратов (КА) наблюдения с высокими показателями целевой эффективности (детальности, периодичности, оперативности, производительности, срока активного существования, точности и т.п.) в условиях ограничений по массе конструкции, мощности электропотребления, времени выполнения тех или иных частных операций и т.д. возникает проблема согласования («увязки») массогабаритных, энергетических, ресурсных, временных и других характеристик целевой аппаратуры, бортовых обеспечивающих систем и КА в целом.

Характеристики различных бортовых систем КА в большинстве случаев связаны между собой множеством разнородных уравнений (алгебраических, дифференциальных и интегральных), логических зависимостей, алгоритмических связей. Обобщённо все эти зависимости называют операторами связи. При этом количество увязываемых характеристик, а следовательно, и соответствующих операторов связи, может быть очень большим, и при увязке характеристик «вручную» велика вероятность возникновения ошибки. Не всегда ясно, достаточно ли имеющихся операторов связи или имеется их избыток,

корректно ли поставлена задача проектирования или нет.

Также зачастую требуется поставить множество задач проектирования в рамках конкретной модели (минимизация стоимости космической системы наблюдения, минимизация массы КА, улучшение целевых показателей эффективности, оптимизация расписания работы целевой и обеспечивающей аппаратуры, бортовой аппаратуры и т.д.).

Кроме того, иногда приходится заимствовать уже существующие, отработанные элементы, узлы и агрегаты бортовых систем из КА других типов. Указанные элементы, как правило, «не вписываются» в оптимальную структуру проектируемого космического аппарата, но тем не менее, их используют по соображениям минимума финансовых затрат и экономии времени.

На основании вышеизложенного было принято решение о создании проблемно-ориентированной системы автоматизированного проектирования (САПР). Данная система анализирует математическую модель, основываясь на исходных данных и требуемых выходных параметрах, указанных пользователем. В качестве результата система выдаёт отчёт о корректности модели, при положи-

тельном содержании которого разбивает модель на последовательность уравнений и систем уравнений, после чего пытается решить их численно. Если численные значения исходных данных не позволяют найти численное решение требуемых параметров, система сообщит о некорректности введённых пользователем данных.

Методика построения проблемно-ориентированных автоматизированных систем основана на использовании теории графов и теории отношений и заключается в следующем [1].

По исходной системе уравнений, описывающих рассматриваемый объект, строится двудольный граф $G = (U, V, E)$, где U – множество переменных; V – множество отношений между переменными; E – множество рёбер. Такой граф отражает связи между переменными, используемыми в математической модели, и уравнениями, в которые эти переменные входят.

Далее из графа исключаются вершины, соответствующие исходным данным (так называемые входные вершины), как не нуждающиеся в определении. В полученном графе определяется максимальное паросочетание, т.е. максимально мощное множество его рёбер, обладающее тем свойством, что каждая вершина графа инцидентна не более чем одному ребру. Это позволяет для каждой переменной определить совокупность тех уравнений, из которых она может быть выражена.

После этого проводится разделение двудольного графа на компоненты сильной связности. Выделение этих компонент разбивает исходную систему уравнений на подсистемы, которые должны решаться совместно.

Проходя последовательно по вершинам компонент сильной связности от искомым переменных (в графе G им соответствуют выходные вершины) через вершины отношений к остальным переменным, можно определить последовательность решения данной системы уравнений.

Подобная реализация проблемно-ориентированной системы позволяет решать разнородные задачи на постоянном множе-

стве моделей. Поскольку анализ моделей и поиск решения осуществляется автоматизированно, участие пользователя ограничивается лишь изменением наборов входных и выходных параметров без перестройки модели в целом. Также для решения отдельных задач возможно заимствование уже готовых моделей и последующее их использование в совокупности с уже имеющимися. Таким образом, будет обеспечена существенная экономия времени на начальных этапах разработки космического аппарата, а также сведено к минимуму количество ошибок, возникающих при аналитическом поиске решения поставленной задачи.

Рассмотренный укрупнённый алгоритм решения задачи был реализован в программном комплексе, разработанном в среде программирования DELPHI [2].

Работа программы происходит следующим образом. Пользователь выбирает один из двух вариантов – работать с ранее сохранёнными моделями или создать новую модель. При выборе ранее сохранённой модели происходит автоматическая загрузка всех данных о модели (в том числе информации о входных и выходных переменных). При изменении связей модели программа потребует пересохранить модель перед расчётами. Таким же образом происходит добавление новой модели – опция расчёта будет недоступна, пока модель не будет сохранена. Для сохранения модели необходимо ввести исходные данные по переменным системы.

После проверки правильности ввода исходных данных работа программы может идти в двух режимах – подробном (с пошаговым отображением процесса поиска последовательности решения) и сокращённом. В случае подробного режима программа будет последовательно демонстрировать все этапы алгоритма отыскания последовательности решения в виде графов. При работе в сокращённом режиме программа пропустит визуальное отображение. Независимо от того, какой режим был выбран – сокращённый или подробный, – после анализа системы пользователю будет предоставлен отчёт о результатах анализа модели. В случае, когда система уравнений, описывающих модель,

при текущих входных и выходных параметрах не имеет решения, программа выдаст соответствующее уведомление. Если же решение существует, оно будет отображено в окне.

Поскольку в программе предусмотрено численное решение уравнений, пользователь имеет возможность получить численные значения выходных переменных. При выполнении этой процедуры предусмотрена обработка различных исключительных ситуаций. В частности, – детальная проверка синтаксиса введённых уравнений. При обнаружении некорректно введённого уравнения программа выдаст предупреждение с указанием на строку, где была допущена ошибка. Обработка исключений, связанных с численным решением (например, деление на ноль), происходит без уведомления пользователя и без прерывания процесса поиска решения. Критические ошибки, не предусмотренные работой программы, также обрабатываются с последующим выводом системного сообщения. Таким образом, при возникновении исключительных ситуаций аварийного завершения программы не произойдёт.

Для численного решения уравнений используется метод дихотомии, точность результатов которого устанавливается пользователем для каждой переменной индивидуально. Также программа имеет возможность решать подсистемы, имеющие в своём составе два нелинейных уравнения. Поскольку численное решение таких систем представляет значительную сложность, рекомендуется при вводе исходных данных сужать область поиска значений переменных, входящих в состав таких подсистем. Для решения систем нелинейных уравнений применён модифицированный метод дихотомии.

С помощью описанного программного комплекса были решены задачи определения характеристик ряда систем КА:

- системы терморегулирования (СТР);
- комплексной двигательной установки (КДУ);
- оптико-электронного телескопического комплекса (ОЭТК);
- элементов целевой аппаратуры;

- силового гироскопического комплекса (СГК);
- системы энергетического питания (СЭП).

В качестве примера использования комплекса рассмотрим задачу расчёта параметров СЭП космического аппарата. Уравнения, описывающие массогабаритные характеристики указанной системы, имеют следующий вид [3]:

$$P_{\Phi B} = \frac{P_{\text{н ср сум}} + P_{\text{СЭП}}}{\eta_{\text{КАС}} \eta_{\text{АБ}} \cos \alpha}; \quad S_{\Phi B} = \frac{P_{\Phi B}}{P_{\text{уд}}};$$

$$W_{\text{АБ}} = \frac{(P_{\text{н}}^m + P_{\text{СЭП}}) \tau_m + (P_{\text{н}}^{\text{Ан}} + P_{\text{СЭП}}) \tau_{\text{Ан}}}{\eta_{\text{пу}} \eta_{\text{зу}}};$$

$$m_{\Phi B} = \gamma_{\Phi B} S_{\Phi B}; \quad m_{\text{АБ}} = \frac{W_{\text{АБ}}}{\gamma_{\text{АБ}}}; \quad m_{\text{СН}} = \frac{P_{\text{нагр}}}{P_{\text{уд}}^{\text{СН}}};$$

$$m_{\text{ЗУ}} = \frac{P_{\Phi B}}{P_{\text{уд}}^{\text{ЗУ}}}; \quad m_{\text{ПУ}} = \frac{P_{\Phi B}}{P_{\text{уд}}^{\text{ПУ}}};$$

$$m_{\text{СЭП}} = m_{\Phi B} + m_{\text{АБ}} + m_{\text{СН}} + m_{\text{ЗУ}} + m_{\text{ПУ}}.$$

В уравнениях используются следующие переменные:

$P_{\Phi B}$ - требуемая мощность фотоэлектрической батареи на конец срока активного существования;

$P_{\text{н ср сум}}$ - среднесуточная мощность нагрузок;

$P_{\text{СЭП}}$ - собственное потребление системы электропитания;

$\eta_{\text{КАС}}$ - среднее значение коэффициента полезного действия (КПД) комплекса автоматики и стабилизации напряжения (КАС);

$\eta_{\text{АБ}}$ - среднее значение КПД аккумуляторной батареи (АБ);

$\overline{\cos \alpha}$ - средний (интегральный) за вилоток полета КА косинус угла между направлением на Солнце и нормалью к поверхности фотоэлектрической батареи;

$P_{\text{уд}}$ - удельная мощность фотоэлектрической батареи;

W_{AB} - необходимая энергия аккумуляторной батареи;

P_n^m - среднее значение мощности нагрузки на теновом участке;

P_n^{AH} - средняя мощность нагрузки на участке работы аппаратуры наблюдения;

τ_m - длительность тенового участка орбиты;

τ_{AH} - средняя длительность участка работы аппаратуры наблюдения на одном витке;

η_{py} - среднее КПД разрядного устройства;

η_{zy} - среднее КПД зарядного устройства;

$S_{\PhiБ}$ - площадь фотоэлектрических преобразователей;

$\gamma_{\PhiБ}$ - удельная масса фотоэлектрической батареи с учётом элементов конструкции солнечной батареи;

γ_{AB} - удельная энергия аккумуляторной батареи;

$P_{нагр}$ - максимальное значение мощности, проходящей в нагрузку от фотоэлектрической

батареи через стабилизатор напряжения;

$P_{y\phi}^{CH}$ - удельная мощность стабилизатора напряжения;

$P_{\PhiБ}$ - требуемая мощность фотоэлектрической батареи на конец срока активного существования;

$P_{y\phi}^{3V}$ - удельная мощность зарядного устройства;

$P_{y\phi}^{PV}$ - удельная мощность разрядного устройства;

m_{3y} - масса зарядного устройства;

m_{py} - масса разрядного устройства;

m_{CH} - масса стабилизатора напряжения;

$m_{\PhiБ}$ - масса фотоэлектрической батареи;

$m_{CЭП}$ - масса системы электропитания;

m_{AB} - масса аккумуляторных батарей.

Для ввода уравнений в программный комплекс необходимо ввести нормализованные переменные-идентификаторы. Их соответствие исходным параметрам математической модели отображено в таблице 1.

В качестве входных переменных были приняты параметры, указанные в таблице 2.

Обозначения отношений (уравнений) приведены в таблице 3.

Таблица 1. Список идентификаторов

Идентификатор	Параметр модели	Идентификатор	Параметр модели	Идентификатор	Параметр модели	Идентификатор	Параметр модели	Идентификатор	Параметр модели
u1	$P_{\PhiБ}$	u7	$S_{\PhiБ}$	u13	τ_{AH}	u19	γ_{AB}	u25	m_{py}
u2	$P_{н\text{ер}\text{с}\text{ум}}$	u8	$P_{y\phi}$	u14	η_{py}	u20	m_{CH}	u26	$P_{y\phi}^{PV}$
u3	$P_{CЭП}$	u9	W_{AB}	u15	η_{zy}	u21	$P_{нагр}$	u27	$m_{CЭП}$
u4	η_{KAC}	u10	P_n^m	u16	$m_{\PhiБ}$	u22	$P_{y\phi}^{CH}$		
u5	η_{AB}	u11	τ_m	u17	$\gamma_{\PhiБ}$	u23	m_{3y}		
u6	$\overline{\cos\alpha}$	u12	P_n^{AH}	u18	m_{AB}	u24	$P_{y\phi}^{3V}$		

Таблица 2. Входные переменные

Идентификатор	Параметр модели	Значение	Идентификатор	Параметр модели	Значение	Идентификатор	Параметр модели	Значение
u2	$P_{н\text{ер}\text{с}\text{ум}}$	354Вт	u10	P_n^m	5.9Вт	u17	$\gamma_{\PhiБ}$	4.2 кг/ м ²
u3	$P_{CЭП}$	24Вт	u11	τ_m	0.83час	u19	γ_{AB}	1.2Вт*час/кг
u4	η_{KAC}	0.9	u12	P_n^{AH}	411Вт	u21	$P_{нагр}$	579Вт
u5	η_{AB}	0.9	u13	τ_{AH}	0.55час	u22	$P_{y\phi}^{CH}$	275Вт/кг
u6	$\overline{\cos\alpha}$	0.356	u14	η_{py}	0.95	u24	$P_{y\phi}^{3V}$	225Вт/кг
u8	$P_{y\phi}$	130 Вт/м ²	u15	η_{zy}	0.95	u26	$P_{y\phi}^{PV}$	325Вт/кг

Таблица 3. Обозначения отношений модели

Идентификатор	Уравнение модели	Идентификатор	Уравнение модели
v1	$u1=(u2+u3)/(u4*u5*u6)$	v6	$u25=u1/u26$
v2	$u7=u1/u8$	v7	$u23=u1/u24$
v3	$u9=((u10+u3)*u11+(u12+u3)*u13)/(u14*u15)$	v8	$u20=u21/u22$
v4	$u16=u17*u7$	v9	$u18=u9/u19$
v5	$u27=u16+u18+u20+u23+u25$		

Исходный граф, построенный по системе уравнений, описывающих СЭП, приведён на рисунке 1а, на рисунке 1б приведён граф достижимых вершин, построенный программой.

На основании построенного графа программа выдаёт решение поставленной задачи, которое в данном случае выглядит следующим образом:

Решите уравнение вида: $u1=(u2+u3)/(u4*u5*u6)$

Относительно: U1

Решите уравнение вида: $u7=u1/u8$

Относительно: U7

Решите уравнение вида: $u25=u1/u26$

Относительно: U25

Решите уравнение вида: $u23=u1/u24$

Относительно: U23

Решите уравнение вида: $u20=u21/u22$

Относительно: U20

Решите уравнение вида:

$u9=((u10+u3)*u11+(u12+u3)*u13)/(u14*u15)$

Относительно: U9

Решите уравнение вида: $u18=u9/u19$

Относительно: U18

Решите уравнение вида: $u16=u17*u7$

Относительно: U16

Решите уравнение вида:

$u27=u16+u18+u20+u23+u25$

Относительно: U27

Данная последовательность уравнений может быть решена численно с использованием входных параметров, указанных пользователем.

В данном примере были получены следующие значения выходных параметров:

Найденные выходные переменные:

$U7=10,08355$ (площадь солнечных батарей, м²)

$U27=298,145$ (масса СЭП, кг)

На основе текущих возможностей проблемно-ориентированной системы было принято решение о реализации в программном продукте метода, позволяющего получить

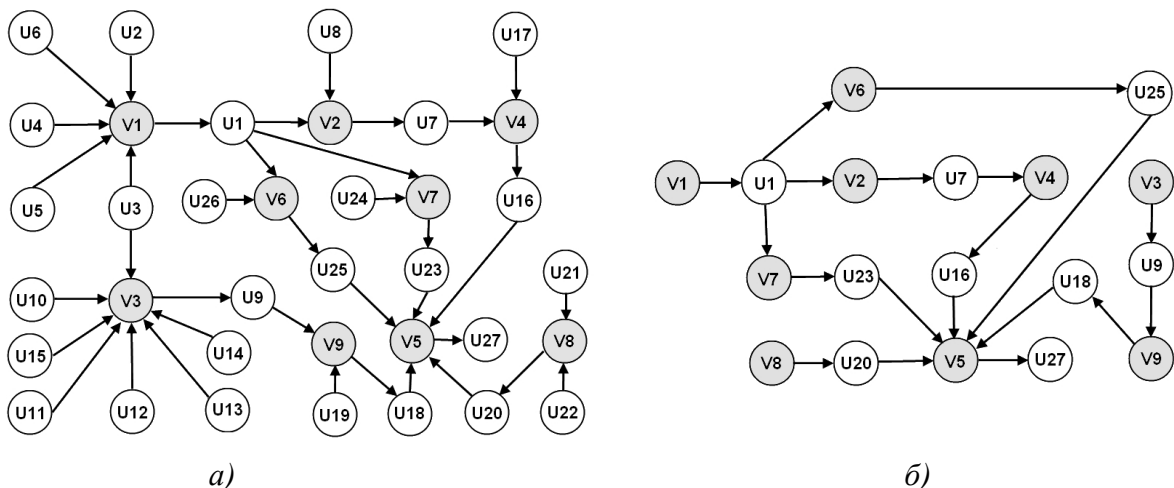


Рис. 1. а) исходный граф, б) граф достижимых вершин

значения основных массогабаритных характеристик (массу, объём и момент инерции) космического аппарата в целом.

Данный метод – метод синтеза конструктивного облика изделий ракетно-космической техники на основе последовательного “наращивания” составных частей “вокруг” блоков большой массы и габаритов – состоит в следующем. В качестве основной составной части КА наблюдения выбирается оптико-электронный телескопический комплекс, который для КА детального и оперативного наблюдения занимает наибольший объём КА и имеет наибольшую массу по сравнению с другими бортовыми системами.

Далее КА “наращивается” путём расположения “вокруг” ОЭТК элементов бортовых систем сначала с наибольшими, затем с меньшими массами. Компоновка осуществляется по критерию минимума моментов инерции КА (исходя из необходимости высокой динамичности КА при выполнении программных разворотов). Причём расчёт масс, габаритов и энергопотребления каждой “добавляемой” бортовой системы (или какого-либо блока БС) осуществляется, исходя из фиктивной массы КА. В первом цикле итерации фиктивная масса КА принимается равной массе ОЭТК, затем к ней добавляются массы других блоков целевой аппаратуры, которые рассчитываются, исходя из текущей фиктивной массы КА. Далее к полученной фиктивной массе КА добавляются массы бортовых систем или элементов БС, присоединяющиеся к КА в процессе “наращивания”. И так до окончания процесса “добавления” массы всех бортовых систем КА. Во втором и последующих итерационных циклах проектирования в качестве фиктивной массы КА используют массу, полученную в конце предыдущего итерационного цикла.

Расчёт фиктивных объёмов и моментов инерции КА производится в процессе расчёта масс в той же последовательности.

Данный алгоритм реализован в рассмотренном ранее программном продукте и работает следующим образом. Пользователь выбирает соответствующий пункт меню для перехода к части программы, отвечающей за реализацию метода. Здесь работа ведётся с

уже готовыми моделями (редактировать или добавлять новые в этой части программы невозможно). Из списка моделей выбираются те, которые входят в состав КА. Обязательным условием корректной работы является наличие ОЭТК в списке выбранных моделей. Далее программа самостоятельно загружает все необходимые модели и рассчитывает характеристики КА по описанному выше алгоритму.

Значения массы, объёма и момента инерции каждой системы КА берутся из значений соответствующих переменных на каждой итерации. Индексы переменных, соответствующих этим величинам, должны быть указаны пользователем при заполнении исходных данных.

Если отсутствует переменная, соответствующая моменту инерции системы КА, расчёт будет происходить следующим образом. Условно принимается, что КА имеет форму цилиндра. Принимается, что масса системы, не имеющей в составе модели уравнения расчёта момента инерции, равномерно распределена по поверхности КА. Таким образом, момент инерции системы рассчитывается как момент инерции полого цилиндра, имеющего объём, равный объёму КА, и длину ОЭТК.

Полученные численные результаты не противоречат значениям, полученным при расчёте моделей по отдельности, и удовлетворяют отношениям, используемым в регрессионных моделях.

Поскольку в процессе проектировании любого изделия, в том числе и космического аппарата, участвует множество конструкторов, было принято решение об интеграции проблемно-ориентированной системы в систему управления жизненным циклом изделия (PDM-систему). Также рассматривается возможность автоматизации переноса результатов работы проблемно-ориентированной системы в САПР, что позволит автоматически создавать предварительные трёхмерные модели составных частей космического аппарата.

В качестве PDM-системы был выбран продукт фирмы PTC - Windchill 9.1, тесно связанный с САПР PRO\Engineer. Поскольку

Windchill является системой с открытым программным кодом, имеется возможность встроить разработанную проблемно-ориентированную систему в интерфейс Windchill в виде web-сервиса. Подобная интеграция позволит работать напрямую с объектами Windchill. В качестве целевых объектов будут использоваться дочерние модификации объекта типа WTPart (этот объект, с отображаемым именем «Часть», является контейнером для хранения различного рода документации изделия – конструкторской, технологической и т.п.). Дочерний объект будет иметь дополнительные атрибуты и документацию, необходимые для работы с проблемно-ориентированной системой. В частности, одним из расширений родительского объекта будет являться наличие XML-документа с математической моделью изделия.

Результаты, полученные с помощью проблемно-ориентированной системы, будут храниться так же, как и модель, в виде XML. Данный XML-файл в последующем можно использовать для построения трёхмерных моделей в PRO/Engineer следующим образом. С каждой математической моделью будет

связана модель PRO/Engineer – на данный момент не решено, будет ли это каркасная модель или полноценный 3D-чертёж. При регенерации модели в PRO/Engineer часть характеристик будет заимствоваться из соответствующего XML-файла, созданного проблемно-ориентированной системой.

Схема взаимодействия PRO/Engineer, Windchill и проблемно-ориентированной системы изображена на рисунке 2.

Интеграция САПР и PDM-системы обеспечит централизованное хранение конструкторской документации, а при совместной работе с проблемно-ориентированной системой – возможность быстрого поиска решения, разработки и внесения изменений в созданные трёхмерные модели PRO/Engineer. В дальнейшем планируется развить эту разработку, что позволит создавать потоки работ для отдельных групп разработчиков и конструкторского бюро в целом.

Данная статья написана по результатам проведения поисковой научно-исследовательской работы в рамках реализации ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009 – 2013 годы.

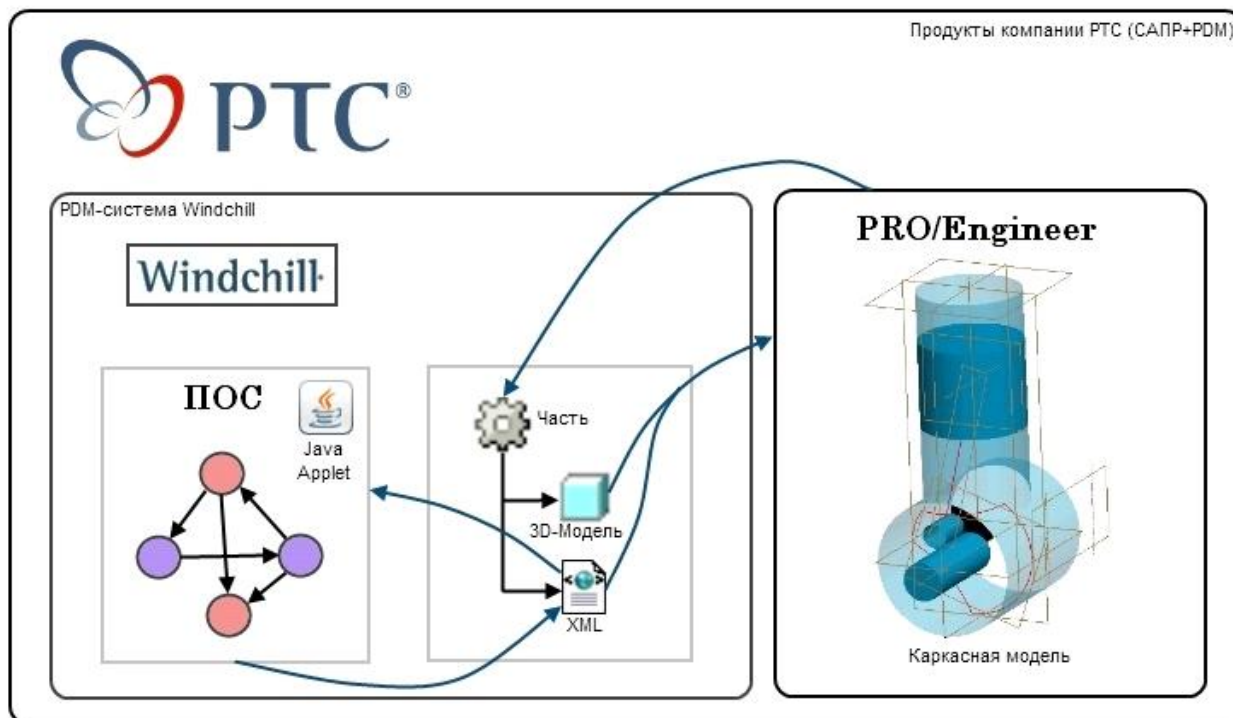


Рис. 2. Схема взаимодействия программных продуктов

Библиографический список

1. Друшляков, Ю.И. Теоретические основы программирования: Учебное пособие [Текст] / Ю.И. Друшляков, И.В. Ежова. – М.: МАИ, 1986. – 60 с.

2. Фомичёв, С.Г. Разработка элементов проблемно-ориентированной системы автоматизированного проектирования [Текст] / С. Г. Фомичёв, В. И. Куренков, А. С. Кучеров. // Труды XIII Всероссийского научно-

технического семинара по навигации и управлению движением. – Самара, 2007. - С. 305 – 309.

3. Куренков, В.И. Методика выбора основных проектных характеристик и конструктивного облика космических аппаратов наблюдения: учеб. пособие [Текст] / В. И. Куренков, В. В. Салмин, А. Г. Прохоров. - Самара: Изд-во Самар. гос. аэрокосм. ун-та, 2007. - 160 с.

DEVELOPING A PROBLEM-ORIENTED SYSTEM FOR AUTOMATED DESIGN OF OBSERVATION SPACE VEHICLES CAPABLE OF INTERACTING WITH A PDM-SYSTEM

© 2011 A. A. Yakishchik

Samara State Aerospace University
named after academician S. P. Korolyov (National Research University)

The paper deals with the problem of developing problem-oriented systems for automated solution of space vehicle design tasks. The paper presents an algorithm for testing the tasks for correctness and a method of defining the sequence of performing calculations, subsequently obtaining the numerical values of the required parameters for the space vehicle airborne systems. The problem of obtaining numerical values of mass and dimensional characteristics of the space vehicle as a whole is discussed. The software developed in the DELPHI XE environment for solving the tasks set is described. The possibility of integrating the problem-oriented system with a system of product data management (PDM-system) is analysed.

Problem-oriented system, constraint equations, input data, output data, bipartite graph, connected component, PDM-system.

Информация об авторе

Якишик Артем Андреевич, аспирант кафедры летательных аппаратов, Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С. П. Королёва (национальный исследовательский университет). E-mail: yakischik@mail.ru. Область научных интересов: проектирование и моделирование целевого функционирования космических аппаратов наблюдения, исследование операций.

Yakishchik Artyom Andreyevitch, post-graduate student of the department of aircraft construction, Samara State Aerospace University named after academician S. P. Korolyov (National Research University). E-mail: yakischik@mail.ru. Area of research: design and simulation of target spacecraft monitoring, operations research.

НЕРАЗРУШАЮЩИЙ КОНТРОЛЬ КАЧЕСТВА ВУЛКАНИЗАЦИИ ФОРМОВЫХ РЕЗИНОТЕХНИЧЕСКИХ ИЗДЕЛИЙ ЭЛЕКТРОФИЗИЧЕСКИМ МЕТОДОМ

© 2011 В. Н. Астапов, С. К. Мисиевич

Самарский государственный аэрокосмический университет
имени академика С. П. Королева (национальный исследовательский университет)

Предлагается метод неразрушающего контроля вулканизации формовых резинотехнических изделий. Показано, что информацию о качественных характеристиках вулканизированной резины несут в себе такие электрофизические параметры резины, как сопротивление по постоянному и переменному току. Приведена функциональная схема экспериментальной установки и разработана схема устройства неразрушающего контроля качества вулканизации резины в технологическом процессе.

Вулканизация, формовые резинотехнические изделия, параметры вулканизации, неразрушающий контроль, качество вулканизации, реометрические кривые, электрофизические параметры.

Для экспресс-контроля вулканизуемости резиновых смесей применяется стандартный метод определения “кольцевого” модуля резины — условного показателя упругости резины. Образцы резины, имеющие форму кольца, растягивают на приборе, содержащем двуплечий рычаг, закреплённый на оси, и указатель растяжения резины. В результате отмечается точка разрыва вулканизированного кольцевого образца [1]. Определённые таким образом основные параметры вулканизации формовых температуры и времени вулканизации могут отличаться от параметров вулканизации из другой партии резиновых смесей. Нормативные параметры вулканизации, значение которых известны априорно для каждого сорта резины, могут не обеспечить требуемых показателей качества, так как состав исходного сырья, выходящего из резиносмесителя, может изменяться в значительной степени.

Целью настоящей работы является разработка метода неразрушающего контроля качества вулканизации формовых резинотехнических изделий непосредственно в технологическом процессе и разработка на его базе технических средств автоматизированного контроля качества вулканизации.

Процесс вулканизации представляет собой сшивание макромолекул, в процессе чего каучук теряет пластические и приобретает эластические свойства. Как правило,

вулканизация осуществляется при повышенных температурах химическим соединением серы, её соединений, а также перекисей, комплексных соединений. Каучуки с активными функциональными группами могут сшиваться путём химического взаимодействия с ними соответствующих реакционноспособных веществ, например оксидами металлов для хлоропренового каучука. Основным вулканизирующим агентом в настоящее время является сера, применяемая в сочетании с ускорителями, активаторами и вторичными активаторами процесса вулканизации.

Известно, что в процессе вулканизации каучуков изменения свойства композиции носят монотонный характер, но в основном описываются кривыми, имеющими экстремальный характер. Характерные зависимости изменения свойств композиции показаны на рис. 1. Как видно из рисунка, характерные свойства композиции резины достигают максимума в различное время вулканизации.

Изменение физико-механических свойств композиции обусловлено структурированием молекул сшивания их с молекулами серы. Однако, если на начальном этапе преобладают процессы структурирования, то по достижении времени, значение которого зависит от сорта резины, начинаются деструктивные процессы, приводящие к реверсии вулканизации.

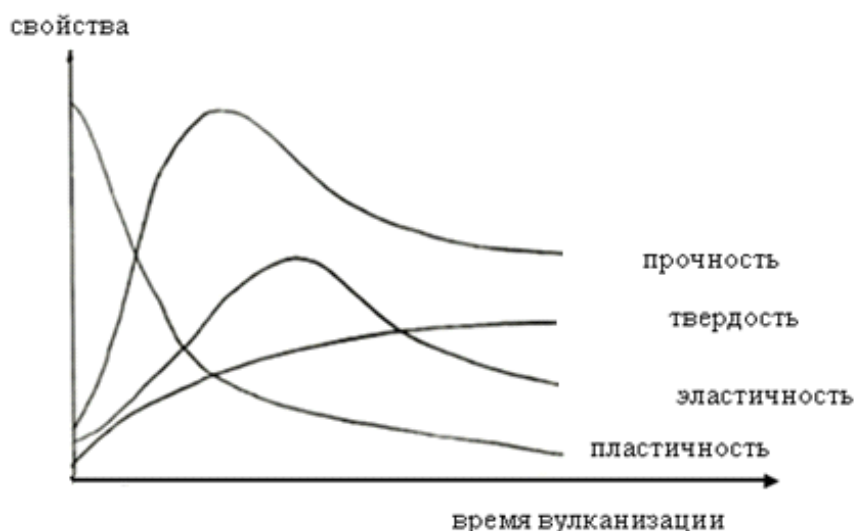


Рис. 1. Зависимость свойств композиции от времени вулканизации

С технической точки зрения реверсия вулканизации или перевулканизация являются нежелательными процессами. Перевулканизированные резины менее прочны, имеют низкое сопротивление старению. Недовулканизуемые же резины имеют более высокое значение сопротивления раздиру и сопротивлению образованию и разрастания трещин при многократном изгибе. В точке оптимума вулканизации резина имеет наилучшую прочность и модули при растяжении, сопротивление истиранию и устойчивость к старению [1]. Обычно на практике стремятся использовать несколько недовулканизированные резины, когда процессы деструкции не начали развиваться.

Основным методом определения оптимальных параметров вулканизации является метод анализа реометрических кривых. Для этих целей проводятся лабораторные исследования вулканизационных характеристик смесей на реометрах типа «Монсанто - 100». Приборы подобного типа имеют цилиндрическую камеру, в которой совершает периодические синусоидальные колебания с амплитудой $\pm 1+3^\circ$ биконический ротор. Запрессовка в камеру и испытания при $150 + 200^\circ\text{C}$ резиновой смеси позволяют получить кривую кинетики вулканизации смеси в виде зависимости сопротивления резиновой смеси

колебательным движениям ротора в камере с момента её закрытия.

После разогрева вязкость смеси при некоторых температурах вулканизации характеризует минимальный крутящий момент $M_{\text{мин}}$. Время сохранения вязкотекучего состояния до начала вулканизации определяется по кривой как время T_s , характеризующее индукционный период в начале вулканизации. Максимальный крутящий момент $M_{\text{макс}}$ определяет время достижения резины максимальной жёсткости. При испытаниях резиновых смесей возможны три типа кривых (рис. 2, по оси ординат показан крутящий момент в Н·м):

1 - крутящий момент уменьшается после достижения максимального значения, которое принимается далее за величину $M_{\text{макс}}$;

2 - крутящий момент достигает своего равновесного значения и его максимальное значение выбирают по равновесной величине;

3 - крутящий момент монотонно возрастает с переходом кривой на участок с переменной скоростью изменения крутящего момента.

Оптимальное время вулканизации $t_{\text{во}}$ рассчитывают, принимая оптимальной степень вулканизации по достижении 90 % крутящего момента в ходе вулканизации:

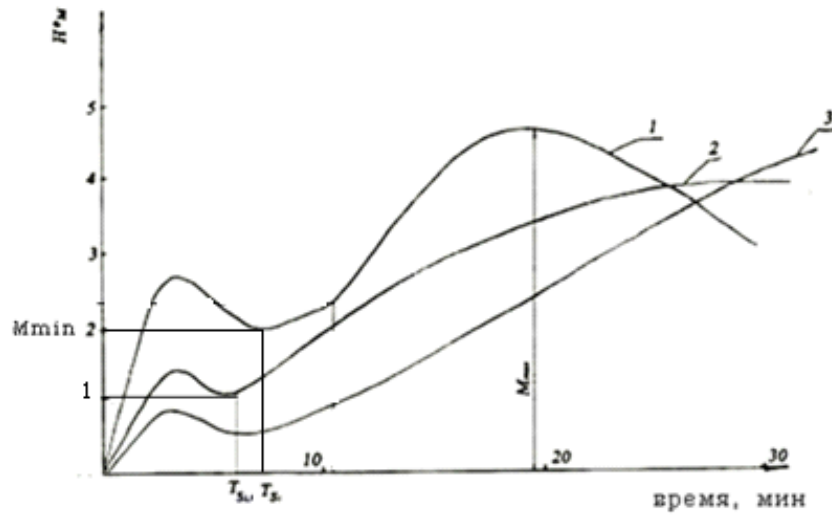


Рис. 2. Реометрические кривые вулканизации смесей различных типов

$$M_{\text{во}} = M_{\text{мин}} + 0,9(M_{\text{макс}} - M_{\text{мин}}).$$

Скорости вулканизации V_s (%/мин) вычисляют по формуле

$$V_s = 100 / (t_{\text{во}} - T_s).$$

Цеховой контроль всех заправок по плотности, вязкости и вулканизационным характеристикам на реометре Монсанто даёт наиболее достоверную информацию, однако использование его для контроля всех заправок не представляется технически осуществимым. Кроме того, определение вулканизационных характеристик изделий различных форм с помощью данного метода невозможно.

В связи с этим возникает необходимость поиска иного способа оценки качества вулканизации, позволяющего определять вулканизационные характеристики в реальном масштабе времени и применимого для исследования процессов вулканизации изделий различной формы.

Способ должен допускать реализацию его доступными средствами измерения и обработки информации.

Экспериментальные исследования показали, что перспективным направлением с точки зрения оперативного контроля являются электрофизические методы контроля качества вулканизации.

Наибольшей чувствительностью и простотой реализации характеризуется метод

измерения электрического сопротивления резины постоянному и переменному току в процессе вулканизации. Здесь относительное изменение электрофизических свойств в процессе вулканизации составляет несколько порядков. Это обстоятельство и предопределило использование данного метода в качестве основы настоящей разработки. Кроме того, измерение электрического сопротивления осуществляется достаточно простыми и надёжными техническими средствами и в перспективе может быть реализовано непосредственно на рабочих прессформах методом неразрушающего контроля степени вулканизации формовых резинотехнических изделий.

Для определения характера зависимости сопротивления резины в процессе вулканизации были проведены эксперименты, в процессе которых исследовались некоторые марки резин. Схема экспериментальной установки представлена на рис. 3, а техническая реализация данного метода показана на рис. 4.

Генератор Г1 формирует синусоидальное напряжение частотой от 10^2 до 10^6 Гц, генератор Г2 формирует постоянное стабильное напряжение.

Данные напряжения (U_1 и U_2) через переключатели П (11) поочередно подключаются к пресс-форме, заполненной сырой резиной. Резисторы R1 и R2 служат для съёма измеряемого напряжения. Вулканизация

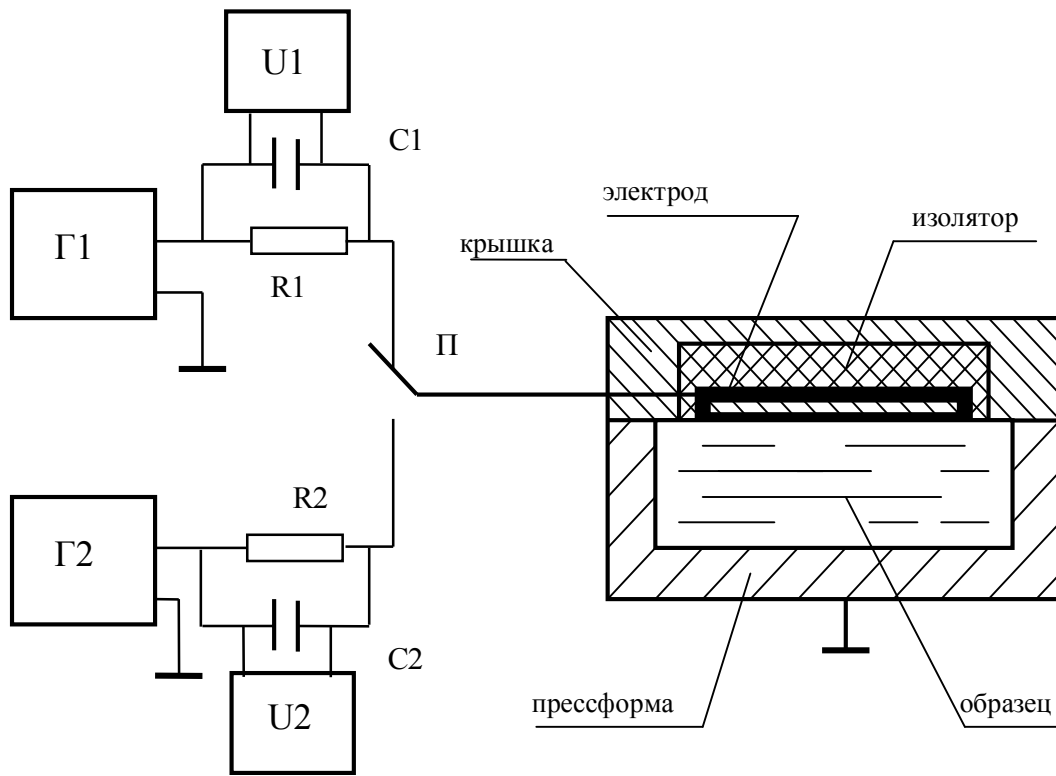


Рис. 3. Схема экспериментальной установки

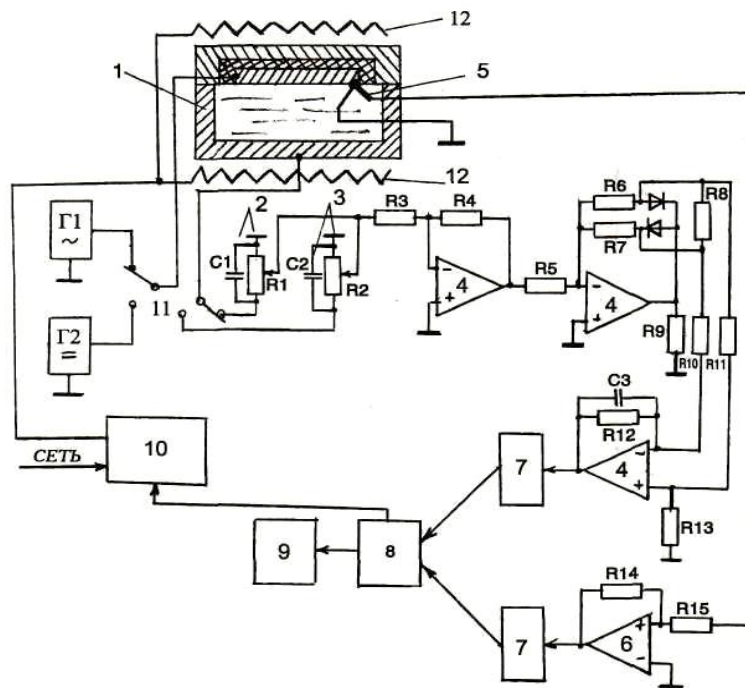


Рис. 4. Схема устройства неразрушающего контроля и управления степени вулканизации формовых резинотехнических изделий:

- 1 - пресс-форма; 2 - RC-фильтр переменного напряжения; 3 - RC-фильтр постоянного напряжения;
- 4 - схема усиления и выпрямления сигнала; 5 - термопара; 6 - усилитель термоЭДС; 7 - АЦП;
- 8 - микроконтроллер; 9 - цифровая индикация; 10 - коммутатор сетевого напряжения;
- 11 - переключатели; 12 - электронагреватели (ТЭН)

производилась на лабораторной пресс-форме с подогревом от электронагревательных элементов мощностью 2 кВт.

При нагреве начинается процесс вулканизации, в результате чего проводимость резины по переменному и постоянному току увеличивается. Таким образом, изменяющийся сигнал с выхода пресс-формы поступает через фильтр (2 и 3 на рис. 4) на схему усиления и выпрямления 4, постоянное напряжение через АЦП 7 поступает в микроконтроллер 8, где запоминается и высвечивается на цифровом индикаторе 9 в реальном времени вулканизации. Температура вулканизации задаётся с помощью клавиатуры микроконтроллера. По заданному алгоритму микроконтроллер через сетевой коммутатор 10 управляет нагревом ТЭНов-12, тем самым поддерживая требуемую температуру вулканизации, которая определяется с помощью термопары 5, усилителя термоЭДС-6 и второго АЦП-7 [2].

Результаты экспериментальных исследований процесса вулканизации представлены в таблице 1.

В таблице 1 E_{\min} – напряжение, снимаемое с R1 (R2) в начале процесса вулканизации, E_{\max} – напряжение на R1 (R2) в конце процесса вулканизации; T_{\min} – начальная температура пресс-формы, T_{\max} – максимальная температура вулканизации; t_{\max} – время вулканизации.

Результаты показывают, что в процессе вулканизации наблюдается ярко выраженный рост проводимостей переменного и постоянного тока и снижение роста проводимости при окончании вулканизации. Таким образом, признаком окончания вулканизации может служить момент выполаживания зависимости проводимостей на переменном и постоянном токе. Общий вид диаграмм изменения проводимости образцов резин в процессе его вулканизации приведён на рис. 5.

Таким образом, проведённые исследования показывают, что выявленная закономерность изменения проводимостей вулканизируемой резины может быть использована при контроле качества процесса вулканизации формовых резинотехнических изделий.

Таблица 1. Результаты экспериментальных исследований вулканизации образцов резин

Марка резины	Измерение на переменном токе					Измерение на постоянном токе				
	E_{\min} мВ	T_{\min} °С	E_{\max} мВ	T_{\max} °С	t_{\max} мин	E_{\min} мВ	T_{\min} °С	E_{\max} мВ	T_{\max} °С	t_{\max} мин
6190	0	20	3200	203	22	9	20	23	220	25
2959	0,2	27	820	119	36	3,2	27	10,5	119	36
H232	140	42	11000	198	33	9	42	400	198	33
4161	44	28	4600	203	33	7	28	54	203	33
1352	150	66	9000	202	15	40	66	230	202	27
7B14	60	46	8400	192	27	9	180	192	200	27

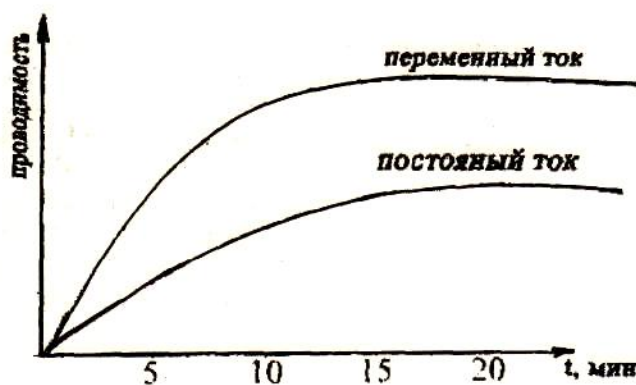


Рис. 5. Общий вид диаграмм вулканизации образцов резин

Библиографический список

1. Воробьев, Г. Г. Автоматическая моделирующая система оценки качества вулканизации автомобильных шин [Текст] / Г. Г. Воробьев, В. И. Сапрыкин и др. // Автоматизация процессов нефтепереработки и нефтехимии. - Куйбышев, 1985.
2. Астапов В. Н. Устройство для автоматического контроля и управления степени вулканизации формовых резинотехнических изделий [Текст] / В. Н. Астапов, И. Г. Абдулин // Свид. РФ на полезн. модель №24812. Бюл. № 24. 2002.

NONDESTRUCTIVE QUALITY CONTROL OF MECHANICAL-RUBBER GOODS VULCANIZATION

© 2011 V. N. Astapov, S. K. Misiyevitch

Samara State Aerospace University
named after academician S. P. Korolyov (National Research University)

A new method of nondestructive quality control of mechanical-rubber goods vulcanization is suggested. The method is based on the measurement of rubber electric resistance to direct and alternating current during vulcanization.

Vulcanization, mechanical rubber products, vulcanization parameters, non-destructive testing, quality of vulcanization, rheometric curves, electrophysical parameters.

Информация об авторах

Астапов Владислав Николаевич, кандидат технических наук, доцент кафедры электронных систем и устройств, Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С. П. Королёва (национальный исследовательский университет). E-mail: asta-2009@mail.ru. Область научных интересов: устройства контроля качества и автоматизированные системы управления в нефтеперерабатывающей и нефтехимической промышленности.

Мисиевич Сергей Константинович, старший инженер НИЛ-35, Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С. П. Королёва (национальный исследовательский университет). E-mail: sergey@smr.ru. Область научных интересов: автоматизация производственных процессов вулканизации резинотехнических изделий.

Astapov Vladislav Nikolayevitch, candidate of technical sciences, associate professor, associate professor of the department of electronic systems and devices, Samara State Aerospace University named after academician S. P. Korolyov (National Research University). E-mail: asta-2009@mail.ru. Area of research: devices quality assurance and automated control systems in the petroleum-refining industry.

Misiyevitch Sergey Konstantinovich, leading engineer, research laboratory - 35, Samara State Aerospace University named after academician S. P. Korolyov (National Research University). E-mail: sergey@smr.ru. Area of research: vulcanization of rubber.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ КОМБИНИРОВАННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

© 2011 И. А. Беляева

Самарский государственный аэрокосмический университет
имени академика С.П.Королёва (национальный исследовательский университет)

Для оптимизации операции фальцовки (сборки) предлагается методика разработки комбинированной технологии, совмещающей в себе преимущества традиционного способа выполнения операции и высокоскоростного магнитно-импульсного воздействия.

Комбинированная технология, статика, динамика, фальцовка, MSC.NASTRAN, MSC.MARC, напряжённо-деформированное состояние, рестарт.

В последнее время активно развиваются комбинированные технологии, которые совмещают в себе различные виды технологических переходов без остановки основного процесса.

Применение комбинированной технологии в автомобилестроении является новым направлением в создании технологических операций для трудноизготавливаемых деталей и узлов машин. Но для предварительной оценки возможности осуществления такого вида технологии необходимо проверить работоспособность всей конструкции и выявить закономерности воздействия различных показателей на изготавливаемую деталь. Для этого необходимо применение виртуальных испытаний, которые значительно сокращают количество опытных образцов и время проведения доводочных работ, что в целом снижает затраты на разработку конструкции.

Рассмотрим математическую модель комбинированной технологии на примере операции фальцовки [1], совмещающей в себе преимущества традиционного метода выполнения операции и высокоскоростного воздействия магнитно-импульсным полем, т.е. на обрабатываемую деталь действуют два вида нагружения – статическое и динамическое.

Фальцовка - это метод сборки облицовочных деталей автомобилей [2], таких, как капот, багажник, передние и задние двери.

Традиционная сборка деталей осуществляется гибкой фланца внешней панели с охватом внутренней панели. Однако этот процесс достаточно трудоёмкий и часто требует послеоперационной ручной доработки. Поэтому возникла идея воздействия на конечной стадии процесса фальцовки на металлические заготовки энергией магнитного поля, полученной при взаимодействии проводника с переменным магнитным полем индуктора. Глубина проникновения поля в металл заготовки зависит от электропроводности заготовки и параметров поля (скорости нарастания, длительности). Скорость деформирования в процессах магнитно-импульсной обработки металлов (МИОМ) достигает нескольких сотен метров в секунду, т.е. становится сравнима со скоростью распространения пластической волны в металле заготовки. Вследствие этого процесс деформации приобретает волновой характер и проявляется весьма разнообразно в каждом конкретном случае и может сказаться как на кинематике процесса, так и на схеме напряжённого состояния в заготовке. Само импульсное воздействие по продолжительности составляет $10^{-3} \dots 10^{-5}$ секунд, что и даёт возможность «накладываться» динамическому нагружению на процесс статического деформирования без его остановки. На рис. 1 показана схема комбинированного штампа, совмещающего и вытяжку детали, и опера-

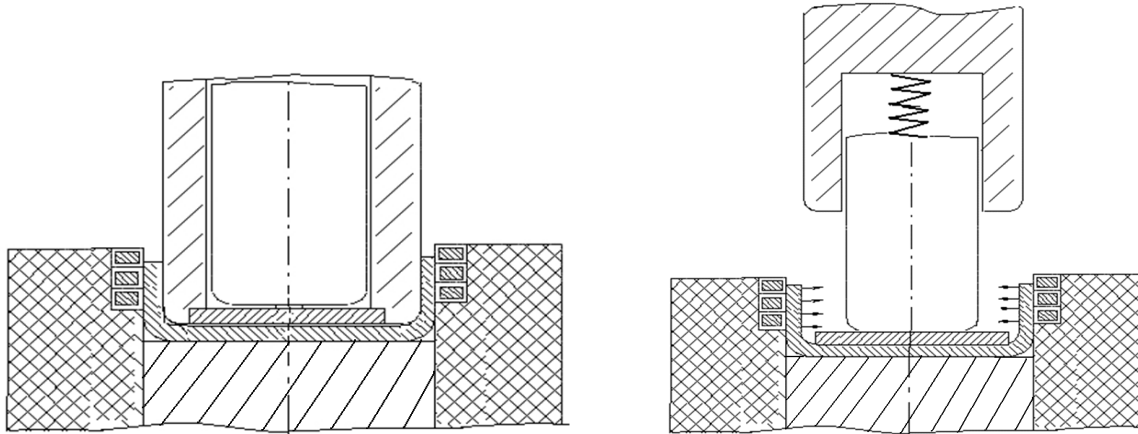


Рис. 1 Комбинированный штамп для вытяжки и фальцовки

цию фальцовки. Данная схема предполагает фальцовку предварительно полученного на первом переходе борта.

Характерной особенностью штампа является встроенный в матрицу прижим, который при обратном ходе инструмента прижимает деталь к пуансону, что даёт возможность использовать магнитно-импульсное воздействие на втором переходе. На основе имеющихся данных рассмотрим процесс осуществления комбинированной технологии с помощью программного комплекса и на основе построенных моделей определим влияние совмещения статического и динамического вида нагружения на качество готового изделия.

Методика построения и расчёта модели является универсальной для любых программ математического моделирования [3, 4]. Однако для каждого отдельного метода расчёта существуют свои особенности. Весь процесс можно разделить на четыре части:

- построение модели в препроцессоре;
- расчёт модели (процессорная часть без участия пользователя);
- просмотр и оценка результатов расчёта в постпроцессоре;
- внесение изменений в модель и повторный расчёт (отладка).

Первая часть применительно к методу конечных элементов (МКЭ) [5] включает в себя следующие шаги:

1. Создание геометрической модели процесса в масштабе. Модель должна содержать все необходимые для текущей операции инструменты и заготовку. В случае расчёта операций листовой штамповки они, как правило, представляют собой поверхности «нулевой» толщины (для упрощения постановки задачи).

2. Выбор модели материала и задание механических свойств для инструментов и заготовки.

3. Выбор конечных элементов (КЭ), определение их свойств и построение сетки КЭ для каждого инструмента и заготовки в отдельности. Им присваивается порядковый номер, позволяющий в дальнейшем оперировать группой КЭ с одинаковыми свойствами как с единым целым.

4. Создание контактных пар и определение их свойств. Контактные пары создаются между заготовкой и всеми инструментами.

5. Задание граничных условий (ограничение степеней свободы определённых групп узлов).

6. Задание начальных условий (законы движения инструментов и внешние силы (прижим)).

7. Определение параметров расчёта (время окончания расчёта и необходимые выходные данные).

Вторая и третья части процесса не нуждаются в отдельных комментариях. Четвёр-

тая часть необходима, так как с первого раза построить абсолютно правильно работающую модель практически невозможно.

С учётом того, что объектом исследования является напряжённо-деформированное состояние конструкции при больших перемещениях и пластических деформациях, объект должен быть представлен в виде конечно-элементной модели (в дальнейшем КЭМ). Разработка и отладка КЭМ выполняется в любом удобном препроцессоре. Формирование решения требует такое расчётное ядро, которое способно выполнить анализ для поставленной задачи: совмещение статического и динамического решений. Одним из наиболее распространённым на ОАО «АВТОВАЗ» является MSC.Software - MSC.NASTRAN/ MSC. MARC.

Система MSC.MARC позволяет проводить комплексный анализ конструкций, находящихся под воздействием различного типа нагрузок. Возможно использование большого количества моделей материалов: от простейшего изотропного линейно-упругого до сложного, с зависимостью свойств от времени и температуры. Также комплекс обеспечивает различные виды анализа: структурный анализ, линейный статический (механика разрушения, динамический анализ и т.д.), неструктурный анализ (электростатический, магнитостатический, электромагнитный, акустический и т.д.), анализ технологических процессов (штамповка, гибка, пластическое формование и т.д.). Все виды анализа находятся в одном пользовательском интерфейсе, что помогает при подготовке любого типа задачи.

Также необходимо учесть, что на период «поискового эксперимента», при отладке, необходимо перепробовать максимально возможное количество вариантов задачи при минимальном расчётном времени.

Для высокоскоростных процессов (протекающих обычно несколько миллисекунд) и при очень больших деформациях приходится делать шаги весьма малыми, чтобы отследить изменение нагрузки и поведение конструкции. Инерционные нагрузки велики и определяются ускорениями конструкции. Критерии сходимости, установленные по умолчанию, настроены на достаточ-

но длительные задачи, поэтому их подбор на практике весьма трудоёмок (а порой невозможен). Таким образом, при малом шаге решение ряда задач (например, импульсное воздействие, удар) может потребовать больше (в десятки, сотни раз) вычислительных ресурсов, чем при использовании явных методов. Явными методами называют методы решения уравнения динамики, не связанные с решением систем уравнений, но использующие рекуррентные соотношения, которые выражают перемещения, скорости и ускорения на данном шаге через их значения на предшествующих шагах. Такая методика предполагает малые шаги и достаточно мелкую разбивку геометрии детали на КЭМ. В качестве компенсации малый шаг позволяет отследить все изменения в характеристиках конструкции и её поведении. Все нелинейности (включая контакт) учитываются в векторе внутренних сил. Основное время занимает не формирование и обращение матриц, а вычисление этого вектора. Из-за очень малого размера шага явные методы обычно применяются только для расчёта кратковременных процессов. Рассмотрим более подробно технологию построения математической модели и постановку её на расчёт с выводом результатов.

Перед тем как поставить задачу на расчёт, необходимо провести минимальные проверочные работы:

- проверку элементов каждого компонента на соответствие требованиям, предъявляемым к геометрическим параметрам;
- проверку на однонаправленность нормалей и эквивалентность узлов (дубликаты не допускаются);
- в картах свойств каждого компонента должны быть заполнены все необходимые поля;
- масса КЭМ не должна отличаться от массы CAD модели более чем на 3 %;
- модальный анализ для первых 10 собственных частот КЭМ; для расчёта собственных частот используется решатель «MSC NASTRAN».

Так как операция фальцовки – это сборка внутренней и внешней панели детали посредством загибания фланца, то в математическом виде модель фланца должна выгля-

деть как компонент, имеющий толщину, равную суммарной толщине соединяемых деталей. Пример модели такого фланца показан на рис. 2.

Нагрузки, воздействующие на деталь, показаны в виде граничных условий, которые, в свою очередь, включают в себя закрепления - наложение в узлах ограничений по степеням свободы и приложение нагрузок (силы, моментов, ускорения и т.п.).

При задании ограничений на степени свободы узлов (SPC) важно избежать перекрепление конструкции, не следует накладывать излишние ограничения на вращательные степени свободы. Распределенное закрепление по поступательным степеням свободы предотвращает поворот конструкции и более реалистично описывает поведение конструкции. Следует также обращать внимание на направление ограничений по осям координатной системы. В случае необходимости вводится локальная система координат, связанная с объектом, и уже в направлении её осей задаются ограничения. При задании нагрузок не следует прикладывать силовые факторы к одному узлу, а нужно использовать распределение силового фактора по некоторой области приложения усилия. Кроме того, размер элементов должен быть таким, чтобы обеспечить равномерное взаимодействие поверхностей при кон-

такте и избежать нереалистично больших контактных усилий. Такие усилия могут привести к излишне большой деформации отдельных участков модели и преждевременному прекращению расчёта.

Комбинированная технология содержит два расчётных случая: статический и динамический. Эти расчётные случаи определяют два типа решения: статический расчёт (решение SOL 101 в терминах MSC.NASTRAN [6]) и расчёт на переходный динамический отклик (SOL 109 Direct).

Каждое из этих решений имеет свои параметры настройки, не позволяющие совместить различные, по методу решения, расчётные случаи в одной сессии. Требуется новый запуск или «холодный рестарт» для выполнения решений с переносом конечного результата из статического расчёта в динамический.

Нагрузочный случай для статического расчёта содержит заданные закрепления, определённый вид нагрузки и описание контакта. В режиме вывода результатов по завершении статического расчёта формируется векторное поле деформированного состояния конструкции. Диалоговое окно такого режима показано на рис. 3.

Для понимания диалогового окна «холодного рестарта» покажем параметры выбора работы с дальнейшим расчётным слу-

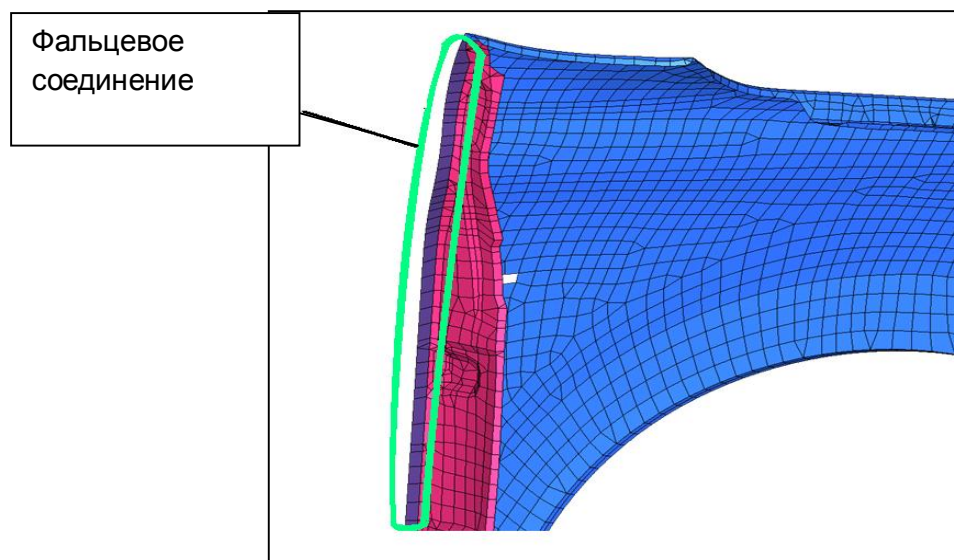


Рис. 2. Моделирование фальцевого соединения

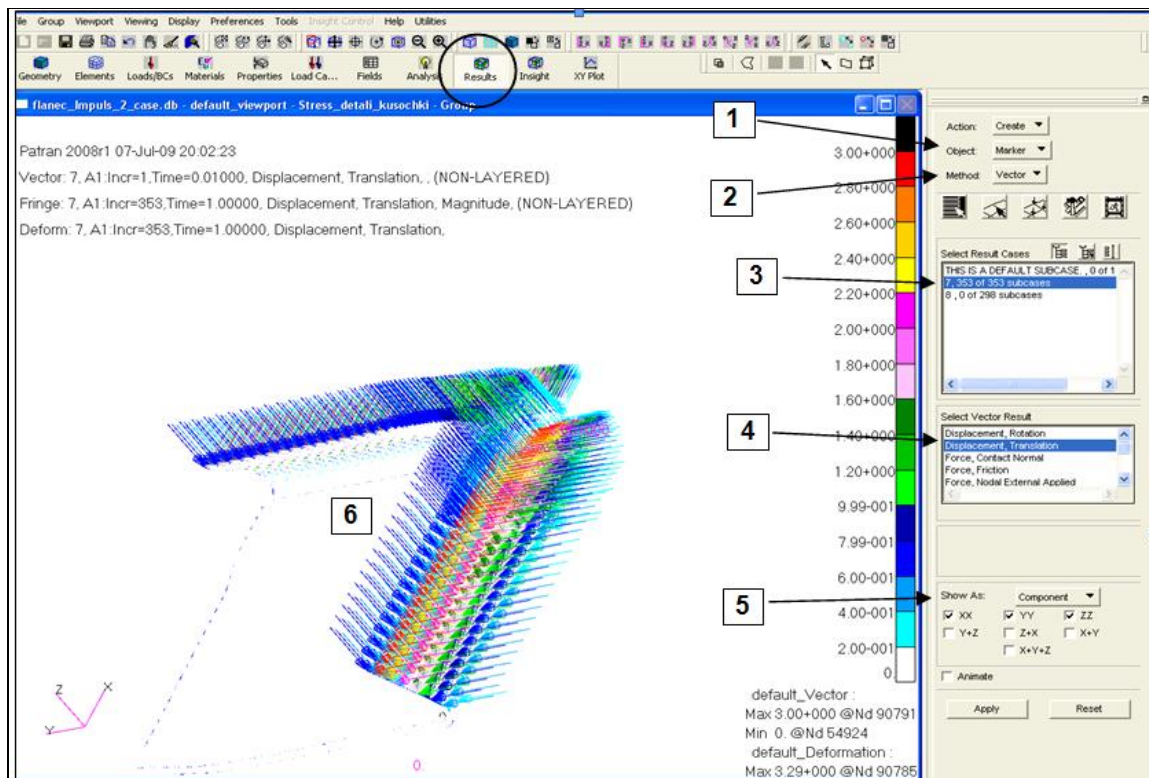


Рис. 3. Окно вывода векторного поля деформированного состояния после статического расчёта

чаем: 1 – режим вывода результатов, 2 – опция вида вывода (векторное или скалярное поле данных), 3 - выбор шага вывода при статическом расчёте, 4- тип вывода векторного поля (в данном случае – деформация), 5 - форма вывода – по направлению осей координатной системы. После запуска и завершения расчёта результаты будут сохранены в выходном файле с тем же именем, но с расширением *.t16. Ход расчёта можно контролировать при просмотре файла текущего протокола с расширением *.sts. Полученный результат показан в виде совмещённого графика, где наглядно видно перемещение независимого узла по времени (рис. 4).

Расчёт позволил подобрать необходимую мощность импульса, которая не приводит к излишнему утонению или разрушению изделия и обеспечивает необходимое качество выполняемой операции.

Результаты поисковых экспериментов подтвердили целесообразность использования разрабатываемой технологии, эффективность сочетания статической и динамической нагрузок, что позволяет комбинировать нагружения в пределах одного производственного цикла.

Разработанная расчётная методика проведения виртуальных испытаний в отношении комбинированной технологии позволила сократить количество экспериментальных натурных испытаний, уменьшить время на разработку конструкции штамповой оснастки, выработать критерии и требования к расчётной КЭМ (качество и размеры элементов, способы закрепления, позиционирование).

Библиографический список

1. Горьков, М.А. Математическое и физическое моделирование процесса зафланцовки деталей из алюминиевых сплавов [Текст] /М.А. Горьков // Инженерное образование. – 2004. –125 с.
2. Зуев, Р.Н Вытяжка облицовочных деталей кузова автомобиля [Текст] / Р.Н. Зуев, Н.Ф. Шпунькин. – М.: МГТУ ”МАМИ”, 2006. – 152 с.
3. Колмогоров, В.Л. Численное моделирование больших пластических деформаций и разрушения металлов [Текст] / В.Л. Колмогоров // Кузнечно-штамповочное производство. – 2003. – № 2. – С. 4-16.
4. Куллиг, Е. Компьютерное моделирование процессов листовой штамповки на

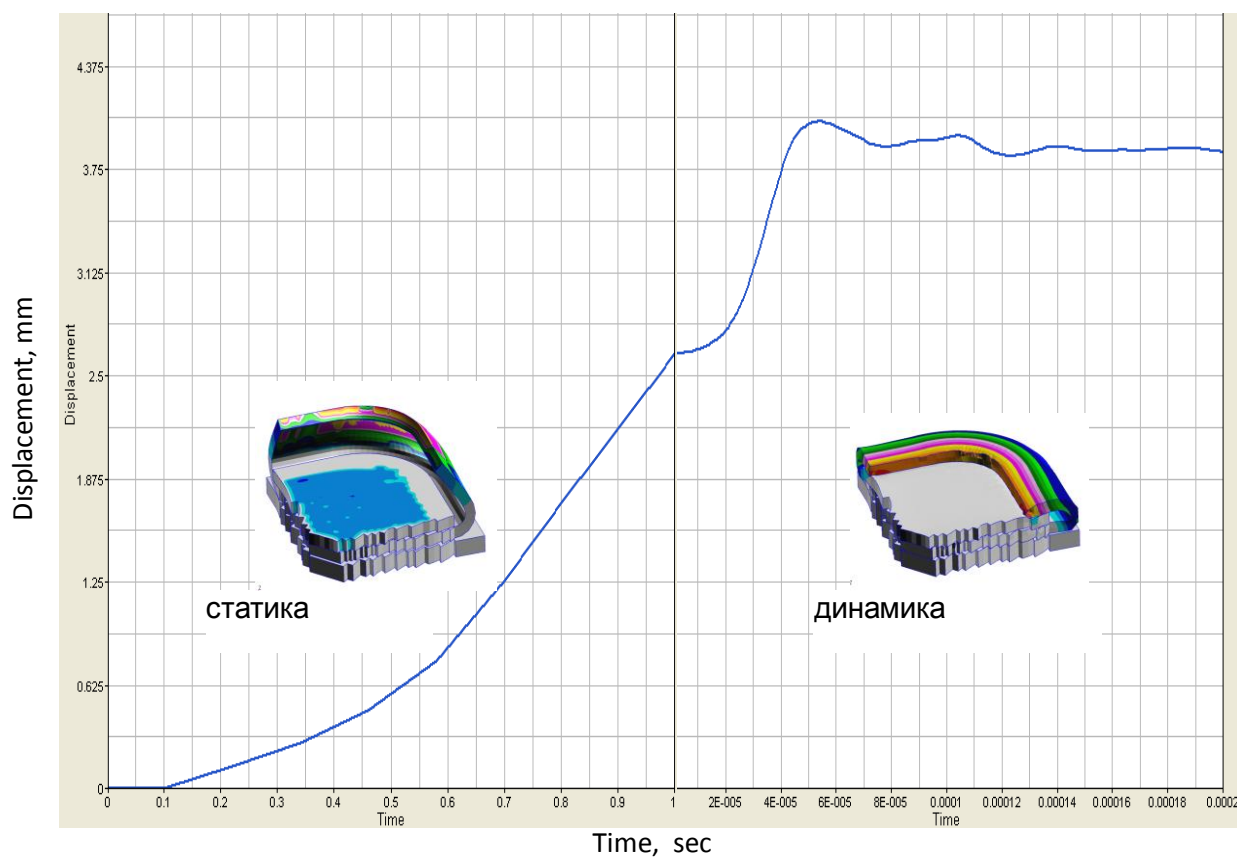


Рис. 4. Результаты комбинированного расчёта (статика и динамика)

основе деформационной теории пластичности [Текст] / Е.Куллиг, И. Брумунд, Г. Ландграф, Ф. Ульбрихт // Кузнечно-штамповочное производство. – 1997. – № 3. – С. 13-16.

5. Сегерлинд, Л. Применение метода

конечных элементов [Текст] / Л. Сегерлинд. – М.: Мир, 1979. – 392 с.

6. Пособие пользователя MSC.NASTRAN Version 70.5 Quik Refence Guide.

MATHEMATICAL SIMULATION OF COMBINED TECHNOLOGIES

© 2011 I. A. Belyaeva

Samara State Aerospace University
named after academician S. P. Korolyov (National Research University)

A research founded procedure of new technology combining the advantages of traditional ways of executing operations and high-speed magnetic-impulse action is proposed the seaming operation optimization.

Combined technology, statics, dynamics, seaming, MSC.NASTRAN, MSC.MARC, stress-strain deformation, restart.

Информация об авторе

Беляева Ирина Александровна, аспирант кафедры обработки металлов давлением, Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П.Королёва (национальный исследовательский университет). E-mail: IA.Belyaeva@vaz.ru; Belyaeva-ommr@yandex.ru. Область научных интересов: моделирование прочностных расчетов конструкций автомобиля.

Belyaeva Irina Alexandrovna, post-graduate student of the department of metal forming faculty, Samara State Aerospace University named after academician S. P. Korolyov (National Research University). E-mail: IA.Belyaeva@vaz.ru, Belyaeva-ommr@yandex.ru. Area of research: strength analysis simulation.

ПРИМЕНЕНИЕ ТЕОРИИ ДИНАМИЧЕСКИХ АНАЛОГИЙ ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ АВТОМАТИЗИРОВАННЫХ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ СИСТЕМ

© 2011 А. М. Гареев, А. Н. Коптев, Т. М. Гареев

Самарский государственный аэрокосмический университет
имени академика С. П. Королёва (национальный исследовательский университет)

Рассмотрен метод моделирования современных гидравлических комплексов на основе применения теории динамических аналогий. Описан алгоритм моделирования состояния гидравлической системы по параметрам рабочей жидкости.

Гидравлическая система, рабочая жидкость, диагностика, упреждающее обслуживание, чистота рабочей жидкости, математическое описание.

Известно, что диагностика играет особую важную роль при анализе работоспособности автоматизированных технологических систем, в том числе и гидравлических, когда участие человека в таких системах незначительно, что исключает возможность непосредственной оценки состояния системы оператором или наладчиком. Одним из современных инструментов оперативной диагностики является анализ рабочих жидкостей.

Своевременно выполненный анализ позволяет определить начало интенсивного

износа деталей узлов трения агрегатов гидравлических систем (ГС). Однако, современные ГС обладают как принципиальными, так и структурными особенностями и разнообразием физических процессов, происходящих при их функционировании. Гидравлический комплекс современного авиалайнера представляет собой сложную электрогидромеханическую систему (рис. 1). Это обстоятельство затрудняет создание единой методики технической диагностики в связи с отсутствием методики математического описа-

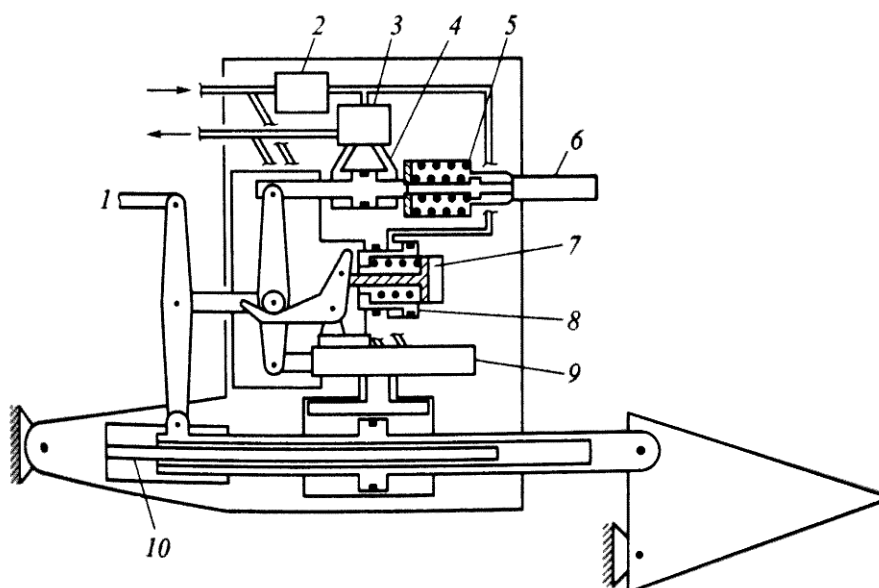


Рис. 1. Электрогидравлический рулевой привод с механической упругой позиционной обратной связью: 1 – входное звено от механической системы управления; 2 – отсекающий клапан; 3 – электрогидравлический сервозолотник; 4 – поршневой преобразующий гидроцилиндр; 5 – центрирование управляющего поршня; 6 и 10 – датчик линейных перемещений контура обратной связи; 7 – пружинный стопор автопилота; 8 – поршень отключения автопилота; 9 – главный управляющий золотник

ния состояний, в которых может находиться подобная система в период эксплуатации.

Цель данной работы - получение математического описания сложных автоматизированных технологических систем с учётом общеизвестных законов, справедливых для данной области физических явлений [1]. Эти законы отражают опыт, накопленный ранее для других аналогичных систем. Наиболее часто используются законы Кирхгофа (в электрических системах), принцип Даламбера (в механике), уравнения кинетики химических реакций, уравнения энергетического (в частности теплового) баланса, уравнения материального баланса, вытекающие из общих законов сохранения энергии и массы, и т. д.

При анализе сложной системы в качестве эталона целесообразно выбрать электрические сети (цепи), теорию и методы расчета которых разработал Г. Крон [2].

Подтверждением правильности такого выбора являются результаты, полученные на основе метода динамических аналогий [1]. Этот метод использует аналогию сходных величин различных физических систем. Такие аналогии для величин электрической и гидравлической систем представлены в табл. 1.

На основе динамических аналогий можно получить общий вид уравнения, опи-

сывающего исследуемую систему. Для этого мысленно расчленив физическую систему в направлении передачи энергии на ряд элементов, которые соответствуют участкам системы, обладающим инерционностью, сопротивлением, емкостью и т. д., заменяем каждый элемент аналогами в соответствии с табл. 2. Множители p и $1/p$ в табл. 2 означают операторы дифференцирования и интегрирования, соответственно. Затем эти члены объединяются в уравнение в соответствии со структурной схемой анализируемого объекта.

Анализ бортовых систем современных воздушных судов (ВС) позволил выделить другие важные особенности их построения, дающих основания проводить аналогии между гидравлическими и электрическими системами. Они заключаются в том, что как сама гидросистема, так и её подсистемы характеризуются, во-первых, сравнительно небольшим перечнем используемых элементов и агрегатов, во-вторых, практически неограниченным разнообразием схемных, конструкторских и технологических решений при их реализации и, в-третьих, значительной сложностью. Такие особенности построения оборудования свойственны и электрическим цепям.

Однако построить эквивалентную схему реальных ГС в терминах электрических

Таблица 1

Электрические системы	Механические системы		Гидравлические (пневматические) системы
	Поступательное движение	Вращательное движение	
Напряжение, U	Сила, F	Крутящий момент, M	Давление, P
Ток, i	Линейная скорость, V	Угловая скорость, N	Расход, q
Заряд, q	Линейное перемещение, X	Угловое перемещение, φ	Объем, V
Активное сопротивление, R	Коэффициент вязкого трения, S	Сопротивление вращению, R_B	Коэффициент гидравлического сопротивления, R_r
Индуктивность, L	Масса, m	Момент инерции, I	Инертность, J
Ёмкость, C	Эластичность, $1/K$	Эластичность, $1/C_M$	Сжимаемость, C_r

Таблица 2

Электрические системы	Гидравлические системы
Сопротивление $U_R = Ri$	$R_r Q$
Индуктивность $U_L = pLi$	pJQ
Емкость $U_C = \frac{1}{pC}i$	$\frac{1}{pC_r}Q$
1-й закон Кирхгофа $\sum_j i_j = 0$	$\sum_j Q_j = 0$
2-й закон Кирхгофа $\sum_j U_j = U$	$\sum_j p_j = p$
Потери энергии в сопротивлении Ri^2	$R_r Q^2$
Запас энергии в индуктивности $\frac{Li^2}{2}$	$\frac{JQ^2}{2}$
Запас энергии в емкости $\frac{CU^2}{2}$	$\frac{C_r p^2}{2}$

цепей на основе приведённых таблиц не представляется возможным, так как характеристики далеко не всех элементов ГС можно описать на основе приведённых в таблицах параметров. Построить же такую схему можно на основе тензорной методологии.

Задача применения тензорного анализа электрогидромеханического комплекса предполагает построение модели исследуемой системы (класса систем), которое заключается в составлении уравнений, описывающих эту систему относительно выбранных физических величин рабочего тела, и приведение их к тензорному виду. Такие уравнения должны быть инвариантными, т. е. при переходе от одной частной системы координат, описывающей какой-либо функциональный блок, к другому однотипному блоку общий вид уравнений не должен изменяться.

В качестве примера рассмотрим участок ГС, схематически изображённый на рис. 2.

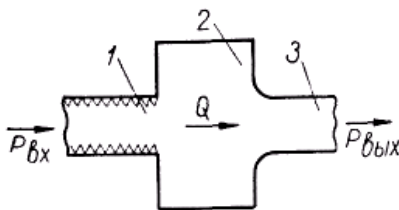


Рис. 2. Участок гидравлической системы

Вследствие трения в элементе 1 давление падает. По аналогии с электрическим сопротивлением (активным) падение давления $\Delta P_1 = R_r Q$. Элемент 2 может аккумулировать энергию движущейся жидкости (аналог электрической емкости):

$$\Delta P_2 = \frac{1}{C_r} \int Q dt .$$

Соответственно для элемента 3 получим:

$$\Delta P_3 = I_r \frac{dQ}{dt} .$$

Для участка в целом модель изменения параметров рабочей жидкости будет иметь вид

$$P_{\text{вых}} - P_{\text{вх}} = \sum_{i=1}^3 \Delta P_i = I_r \frac{dQ}{dt} + \frac{1}{C_r} \int Q dt + R_r Q .$$

Таким образом, сложный электрогидромеханический комплекс аналогично рассмотренному примеру можно описать k -сетью и исследовать средствами тензорного анализа цепей [2]. При этом, если число элементов систем настолько велико, что расчёт её как целого производить слишком трудоёмко или невозможно, то необходимо применять метод расчёта по частям, который получил название *диакоптика*. Модель сис-

темы аналитически расчленяется на независимые подсистемы и связывающую их цепь пересечений [3]. Результаты расчёта сравнительно небольших подсистем используются в качестве воздействий для цепи пересечений. Поскольку для цепи пересечений отклики подсистем служат воздействиями, то она рассчитывается как двойственная по отношению к подсистемам. Результаты расчета цепи пересечений используются как дополнительные воздействия, учитывающие взаимодействие подсистем. В сумме результаты расчёта подсистем и обратной реакции на подсистемы составляют полное решение системы как единого целого. Это значительно повышает скорость и эффективность расчёта больших по размеру сложных систем.

Для того, чтобы охарактеризовать процесс взаимодействия потока рабочей жидкости и какого-либо гидроагрегата, необходимо задать воздействие и импеданс.

Воздействия на i -ый элемент гидравлической подсистемы задаются расходом жидкости через элемент Q_i и падением на нём давления Δp_i , произведение которых даёт мощность, потребляемую i -ым элементом:

$$N_i = \Delta p_i Q_i / 612,$$

где N_i – мощность, кВт; Δp_i – перепад давления, кгс/см²; Q_i – расход, л/мин.

При помощи импеданса можно охарактеризовать то преобразование, которое испытывает поток в данном элементе, т. е. он отражает свойства элемента как преобразователя энергии. Выражения для определения импеданса можно получить на основе расходных характеристик элементов гидравлической подсистемы.

Расходными характеристиками называют зависимости между двумя гидравлическими параметрами $\Delta p = p_{\text{вых}} - p_{\text{вх}} = f(Q)$. Тогда импеданс i -го элемента гидравлической подсистемы может быть определён как производная от Δp_i по Q_i :

$$z_i = \frac{d\Delta p_i}{dQ_i}. \quad (1)$$

Расходные характеристики элементов гидросистем достаточно подробно описаны

в литературе [4]. Например, для фильтров, использующих фильтроматериалы со сложной поровой структурой, используют расходную характеристику

$$\Delta p = \frac{\mu}{kS_\phi} Q,$$

где k – удельная пропускная способность единицы поверхности фильтроматериалов при перепаде давления в 0,1 МПа; S_ϕ – площадь фильтроэлемента; μ – динамический коэффициент вязкости. Соответственно, импеданс фильтра

$$z_\phi = \mu / (kS_\phi).$$

Следует отметить, что расходные характеристики многих элементов ГС имеют нелинейный характер, что усложняет задачу анализа ГС. Так, расходные характеристики для трубопроводов в зависимости от режима течения жидкости (ламинарного или турбулентного) имеют вид

$$\Delta p_n = k_n Q,$$

$$\Delta p_m = k_m Q^2,$$

где k – коэффициент пропорциональности, значение которого определяется параметрами трубопровода (его длиной и диаметром) и режимом течения жидкости. Поэтому расходная характеристика состоит из двух участков – прямолинейного и квадратичного, соединённых переходной зоной. Анализ процессов, протекающих в гидравлической подсистеме, показывает, что для них наиболее характерно турбулентное течение жидкости в трубопроводах.

Ранее было отмечено, что пространство-структура гидравлической подсистемы образуется набором, проходящих по ветвям независимых путей, которые используются как системы координат. Пути могут быть двух типов: замкнутыми и разомкнутыми. В теории цепей замкнутые пути называются контурами. Для разомкнутого пути главную роль играют узлы начала и конца, поэтому эквивалентом этому понятию в теории цепей является пара узлов.

Для составления модели гидросистемы можно воспользоваться двумя обобщёнными законами, полученными Кирхгофом.

1. *Закон узлов.* Сумма всех «продольных переменных» в любом узле системы должна быть равна нулю.

2. *Закон контуров.* Сумма всех «поперечных переменных» вдоль любого замкнутого контура системы равна нулю.

Продольные переменные характеризуют передачу чего-либо через элемент, например, электрического тока через сопротивление или потока жидкости через агрегат (расход жидкости). Поперечные переменные определяют разность состояний на концах элемента, например, падение напряжения на сопротивлении или разность давлений на входе и выходе гидроагрегатов.

Детальный анализ структурных схем гидравлической подсистемы, используемых на воздушном судне, показывает, что для их описания целесообразно использовать контурный способ. При этом заданными считаются значения давлений нагнетания p_n , создаваемые источниками питания, и импедансы элементов гидравлической подсистемы (расходные характеристики), а расходы рабочей жидкости через элементы являются искомыми величинами. Тогда модель гидравлической подсистемы будет состояться на основе закона контуров или уравнения баланса давлений для контуров:

$$p_n = \sum_{j=1}^n \Delta p_j, \quad (2)$$

где Δp_j – потери давления на j -ом элементе гидравлической подсистемы; n – количество элементов гидравлической подсистемы, потребляющих энергию. Количество таких уравнений будет определяться числом контуров в рассматриваемой гидравлической подсистеме и для получения однозначного решения должно быть равно числу определяемых величин.

Подставив в уравнения баланса давлений зависимости, описывающие расходные характеристики, с учётом последовательности включения компонентов гидравлической подсистемы, получим искомую модель.

При любых преобразованиях структуры цепи количество переменных (размер-

ность пространства цепи) остаётся постоянным, равным количеству ветвей.

Таким образом, получить уравнения, характеризующие процессы, протекающие в гидравлической подсистеме, можно на основе закона Кирхгофа для контуров с учётом расходных характеристик элементов, входящих в состав исследуемой гидравлической подсистемы. При этом модель гидравлической подсистемы будет представлять собой систему уравнений.

Составив уравнения, описывающие процессы, происходящие в гидравлической подсистеме, необходимо решить следующую задачу - привести эти уравнения к тензорному виду.

При переходе от отдельной ветви к цепи из многих ветвей предполагаем, что полученная при соединении система продолжает описываться такими же по форме уравнениями, как и отдельная ветвь, но каждый символ в уравнении теперь представляет собой не отдельное число, а матрицу соответствующего порядка. Крон назвал это допущение как «постулат первого обобщения».

На основе контурного способа описания гидравлической подсистемы с учётом (1) уравнение, описывающее преобразование потока отдельной ветвью ГС, можно представить как $\Delta p = z \cdot Q$.

Геометрическое представление гидравлической подсистемы как сложного пространства-структуры, включающего ряд взаимно дополняющих друг друга элементов, позволяет представить состав и связи элементов гидравлической подсистемы посредством компаунд-тензоров [2]. Такое представление возможно в том случае, когда каждый компонент геометрического объекта сам есть геометрический объект той же валентности.

Тогда уравнение, описывающее гидравлическую подсистему в целом, будет иметь следующий вид

$$P = Z \cdot Q, \quad (3)$$

где P – компаунд-тензор значений давления источников питания, по контурам гидравлической подсистемы; Q – компаунд-тензор значений расхода жидкости на элементах

контуров; Z – компаунд-тензор импедансов элементов. Компаунд-тензор импедансов элементов гидравлической подсистемы будет составляться на основе матрицы M , описывающей объект – конкретную гидравлическую подсистему с учётом расходных характеристик каждого её компонента.

На основе тензорного выражения (3) можно составить эквивалентную модель ГС, в которой каждый элемент гидравлической подсистемы будет заменен эквивалентным элементом электрических цепей с импедансом, описываемым матрицей Z . Для расчёта этой эквивалентной модели можно использовать аппарат тензорного анализа электрических сетей (цепей) [2].

Таким образом, разработан метод анализа гидравлической подсистемы электрогидромеханического комплекса путём расчёта параметров рабочего тела (перепад давления, расход жидкости) с использованием тензорного подхода. При этом в качестве эталонной системы выбраны электрические сети. Разработана методика составления модели гидравлической подсистемы сложного,

представляющего собой математические соотношения, описывающие преобразование физических величин, рабочего тела. Описана методика приведения этой модели к тензорному виду.

Данная статья написана по результатам проведения поисковой научно-исследовательской работы в рамках реализации ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009 – 2013 годы.

Библиографический список

1. Кулик, В. Т. Алгоритмизация объектов управления: справочник [Текст] / В. Т. Кулик. - Киев: Наукова думка, 1968. - 363 с.
2. Петров А. Е. Тензорная методология в теории систем [Текст]/ А. Е. Петров. – М.: Радио и связь, 1985. - 152 с.
3. Гареев, А. М. Упреждающее обслуживание гидравлических систем летательных аппаратов [Текст]/ А. М. Гареев, С. Н. Тиц. – Самара: Изд-во СНЦ РАН, 2010. – 112 с.
4. Шумилов, И. С. Системы управления рулями самолётов [Текст]/ И. С. Шумилов. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2009. – 469 с.

USING THE THEORY OF DYNAMIC ANALOGIES FOR MODELLING AUTOMATED MANUFACTURING SYSTEMS

© 2011 A. M. Gareyev, A. N. Koptev, T. M. Gareyev

Samara State Aerospace University
named after academician S. P. Korolyov (National Research University)

The paper presents a method of modeling up-to-date hydraulic complexes on the basis of using the theory of dynamic analogies. An algorithm of modeling the state of a hydraulic system on the basis of working fluid parameters is described.

Hydraulic system, working fluid, diagnostics, proactive maintenance, fluid contamination, mathematical description.

Информация об авторах

Гареев Альберт Минеасхатович, кандидат технических наук, доцент кафедры эксплуатации авиационной техники, Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С. П. Королёва (национальный исследовательский университет). E-mail: gareyev@ssau.ru. Область научных интересов: оперативный контроль технического состояния авиационной техники; неразрушающие методы контроля.

Коптев Анатолий Никитович, доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой эксплуатации авиационной техники, Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С. П. Королёва (национальный исследовательский университет). Область научных интересов: оперативный контроль технического состояния авиационной техники; неразрушающие методы контроля.

Гареев Тальгат Минеасхатович, аспирант кафедры эксплуатации авиационной техники, Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С. П. Королёва (национальный исследовательский университет). Область научных интересов: оперативный контроль технического состояния авиационной техники; неразрушающие методы контроля.

Gareev Albert Mineaskhatovitch, Ph.D., Associate Professor, department of aircraft system maintenance, Samara State Aerospace University named after academician S. P. Korolyov (National Research University). E-mail: gareyev@ssau.ru. Area of research: fast control of aircraft system technical condition, non-destructive methods of control.

Koptev Anatoliy Nikitovich, Ph.D., Professor, Head of aircraft system maintenance department, Samara State Aerospace University named after academician S. P. Korolyov (National Research University). Area of research: expeditious control of aircraft system technical condition, non-destructive methods of control.

Gareev Talgat Mineaskhatovitch, post-graduate student, department of aircraft system maintenance, Samara State Aerospace University named after academician S. P. Korolyov (National Research University). Area of research: fast control of aircraft system technical condition, non-destructive methods of control.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ КОМБИНИРОВАННОЙ ТЕХНОЛОГИИ СБОРКИ ДЕТАЛЕЙ

© 2011 В. А. Глушечков, М. В. Хардин, И. А. Беляева

Самарский государственный аэрокосмический университет
имени академика С.П.Королева (национальный исследовательский университет)

Предлагается комбинированная технология реализации процессов листовой штамповки и сборки, которая включает в себя совмещение статической и динамической нагрузок без остановки или прерывания процесса. Показано преимущество данной технологии перед традиционными методами и возможность ее реализации при производстве облицовочных деталей автомобиля.

Комбинированная технология, статика, динамика, фальцовка, магнитно-импульсная обработка материалов, магнитно-импульсная установка, индуктор, скоростная фоторегистрация.

При производстве различных изделий в машиностроении часто требуется осуществить сборку нескольких листовых деталей. Подобные операции широко распространены в автомобилестроении, где производится сборка облицовочных деталей, таких как двери, капоты, крышки багажников [1].

Традиционно такая сборка деталей, называемая фальцовкой, осуществляется гибкой фланца внешней панели с охватом внутренней панели в инструментальных штампах [2]. Другим вариантом осуществления загиба фланца является применение специализированных машин для обкатки роликом. Все эти процессы требуют дорогостоящего оборудования и оснастки, продолжительны по времени, поэтому актуальным является создание комбинированной технологии, позволяющей объединить традиционное статическое деформирование с динамическим загибом фланца в одном штампе.

В значительной степени решению этих задач способствует внедрение в промышленность прогрессивных технологий магнитно-импульсной штамповки (МИШ) [3], отличающихся компактностью и мобильностью оборудования, простотой и низкой стоимостью оснастки, высоким качеством получаемых изделий.

Современные установки для магнитно-импульсной штамповки используются для выполнения разнообразных операций: фор-

мовки, калибровки, фальцовки – сборки внутренних и внешних панелей как в условиях мелкосерийного, так и крупносерийного производства.

Предлагается комбинированная технология фальцовки, совмещающая в себе преимущества традиционного метода выполнения операции и метода высокоскоростного воздействия магнитно-импульсным полем.

Для проведения эксперимента выбраны оборудование, заготовка (рис. 1) и оснастка, с помощью которых изучено поведение конструкции и оценена возможность использования данной технологии.

При исследовании кинематических параметров импульсных быстропротекающих процессов ($10^{-3} \dots 10^{-6}$ секунд) используются оптические, интерферометрические и доплеровские методы регистрации:

- высокоскоростная фоторегистрация при помощи оптико-механических или электронно-цифровых камер с импульсной подсветкой объекта исследования;

- оперативная регистрация динамических параметров движения тел (баллистический эксперимент, движение заготовки или пуансона) при помощи оптоэлектронных преобразователей с осциллографированием в реальном масштабе времени;

- однокадровая фоторегистрация баллистического эксперимента стобоскопическим источником света;

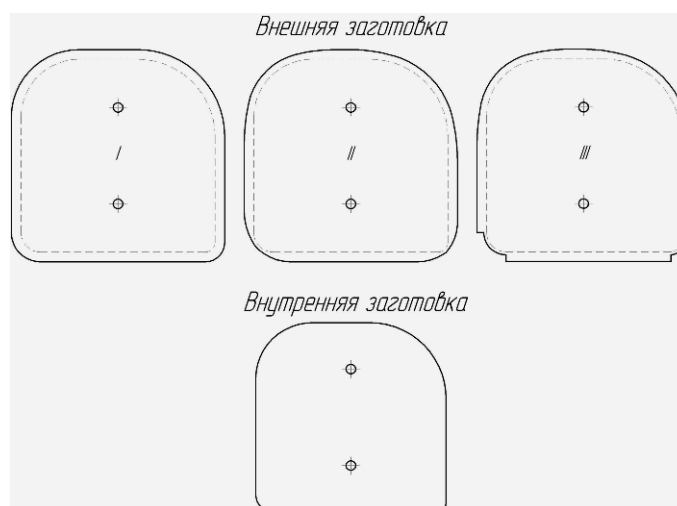


Рис. 1. Пример шаблонов заготовок

- поляризационно-оптические методы, основанные на интерференции света лазерной подсветки в видимой области спектра;

- доплеровские методы с применением акустических или сверхвысокочастотных электромагнитных волн.

Поляризационно-оптические и доплеровские методы ввиду сложности аппаратурной реализации и трудоёмкости обработки информации используются редко для решения подобных задач. Оптические методы обладают более высокой информативностью и поэтому получили наибольшее распространение.

Процессы магнитно-импульсной обработки материалов (МИОМ) характеризуются воздействием мощных импульсных магнитных полей на обрабатываемый материал [4], которые сопровождаются интенсивными электромагнитными помехами в измерительной аппаратуре и наличием на объекте исследования высоковольтного потенциала. При использовании традиционных контактных измерительных преобразователей для исследования процессов МИОМ возникают риски выхода из строя измерительной аппаратуры, опасности поражения высоким напряжением и потери информации в моменты разряда магнитно-импульсной установки. Оптические методы являются бесконтактными, обладают высокой помехоустойчивостью и обеспечивают электробезопасность.

Скоростная фоторегистрация пространственно-временных параметров МИОМ позволяет получить количественную и качественную оценку исследуемого процесса:

- механизма высокоскоростного деформирования материалов;

- процесса образования и развития трещин и дефектов в материале;

- кинематики гофрообразования тонкостенных заготовок;

- измерения величины и скорости отскока заготовки при соударении с технологической оснасткой;

- кинематических параметров движения элементов магнитно-импульсного привода;

- процессов образования и развития электроискрового разряда в жидких, газообразных средах и на поверхности материалов;

- механизма разрушения индуктора, технологической оснастки и обрабатываемого материала.

В эксперименте задействована магнитно-импульсная установка (МИУ-15), скоростная фотокамера, оснастка с индуктором. Рассмотрим особенности действия магнитно-импульсных установок. В основе принципа МИУ использован метод прямого преобразования электрической энергии, запасённой конденсаторами в электромагнитное поле (рис. 2).

Накопитель энергии 2 состоит из батареи импульсных конденсаторов C_1, \dots, C_n .

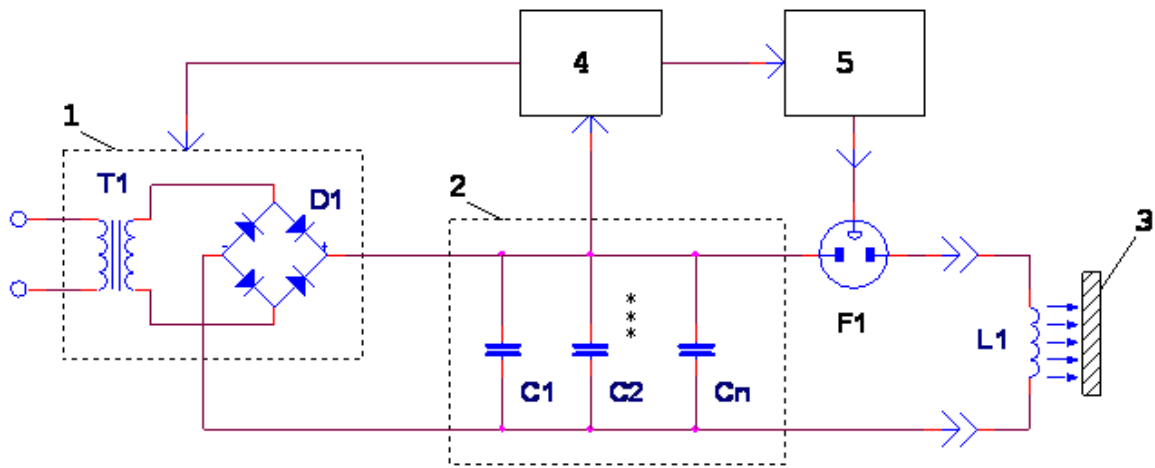


Рис. 2. Структурная схема МИУ

Конденсаторы заряжаются постоянным током от зарядного устройства 1, состоящего из высоковольтного трансформатора Т1 и выпрямителя D1. Запасаемая энергия может плавно дозироваться регулированием напряжения заряда на конденсаторах C_1, \dots, C_n . При достижении напряжения заданного уровня на конденсаторах накопителя блок дозирования энергии 4 останавливает заряд и выдаёт команду на разряд. Блок управления разрядником 5 запускает разрядник F1, и конденсаторы накопителя энергии разряжаются на индуктор L1. В процессе разряда накопителя энергии в рабочей зоне индуктора возникает электромагнитное поле.

Электромагнитное поле наводит в заготовке обрабатываемой детали вихревые токи. Взаимодействие электромагнитного

поля индуктора и тока в заготовке приводит к работе деформации и импульсному нагреву детали.

Индуктор изготавливается из медной шины (рис. 3), имеющей удельное электрическое сопротивление 147×10^{-9} Ом·м. Операция фальцовки производится на магнитно-импульсной установке МИУ-15 со следующими характеристиками: максимальное напряжение $U = 19,5$ кВ, ёмкость конденсаторной батареи $C = 101,6 \times 10^{-6}$ Ф, собственная индуктивность $L_y = 89 \times 10^{-9}$ Гн и собственная частота $f_y = 53 \times 10^3$ Гц. Величина индуктивности системы индуктор-заготовка $1,842 \times 10^{-6}$ Гн.

Детали, полученные в результате эксперимента, показаны на рис. 4. Для оценки качества из полученных образцов вырезано



Рис. 3. Внешний вид индуктора для фальцовки (1 - одновитковой индуктор, 2 - четырехвитковой индуктор)



Рис. 4. Детали, полученные в результате эксперимента

несколько участков. На прямолинейных участках детали наблюдается полное прилегание кромки, а на радиусных – гофрообразование, при этом с увеличением энергии разряда оно становится меньше (рис. 5).

Для реализации процесса выбран одновитковый индуктор, обладающий повышенной стойкостью. В этом случае требуемая энергия не превышает 10 кДж. В качестве материала использована сталь 08Ю, применяемая для изготовления облицовочных деталей в автомобилестроении. По результатам проведённых исследований можно рекомендовать следующие технологические параметры при использовании комбинированной магнитно-импульсной технологии:

1. Высоту борта на прямолинейных участках следует выбирать в пределах 3-6 толщин материала.
2. Малые радиусы заготовки следует профилировать (рис. 6).

3. Размер борта по большим радиусам заготовки следует выбирать в диапазоне 2-4 толщин материала.

4. На радиусных переходах следует уменьшить диаметр индуктора, что повысит давление на заготовку (рис. 7).

5. Для того, чтобы не произошло коробление детали, борт следует располагать немного ниже индуктора (рис. 8).

За счёт совмещения статических и динамических нагрузок происходит увеличение производительности труда, повышение качества готовой продукции, снижение себестоимости изготовления самих деталей (за счёт уменьшения количества штампов).

Комбинированная технология позволила найти новый подход к реализации операции фальцовки, что повышает качество изготавливаемых деталей и делает возможным использование данной технологии в производстве облицовочных деталей на ОАО «АВТОВАЗ».



Рис. 5. Качество прилегания кромок на прямолинейных (а) и криволинейных участках (б)

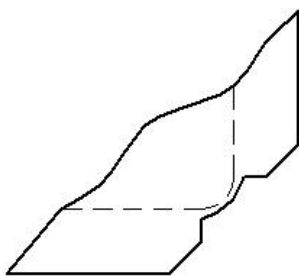


Рис. 6. Геометрия заготовки на малом радиусе

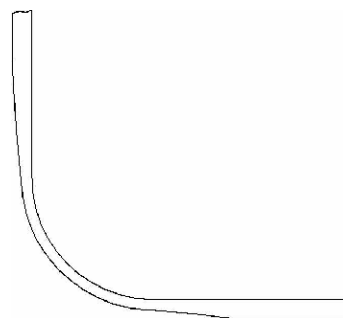


Рис. 7. Профиль индуктора на радиусе

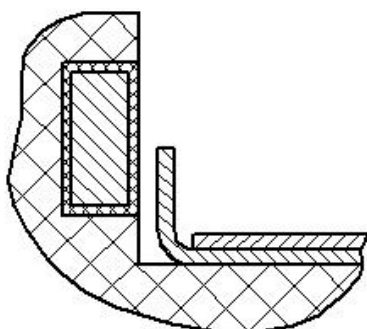


Рис. 8. Расположение борта по высоте относительно индуктора

Библиографический список

1. Muderrisoglu, A. Flanging and hemming of aluminum sheet-an experimental study [Text] / A. Muderrisoglu, M.Murata, M.Ahmetoglu // Journal of Materials Processing Technology. – 1996. – Vol. 59. – P. 10-17.
2. Huetink, J. Baaijens F.P.T. Simulation of Materials Processing: Theory, Methods and Applications [T.ext] / J.Huetink, F.P.T. Baaijens // Proceedings of the 6th International Conference

on Numerical Methods in Industrial Forming Processes – NUMIFORM. – Enschede, 1998. – P. 924-931.

3. Белый, И.В. Справочник по магнитно-импульсной обработке металлов [Текст] / И.В.Белый, С.М. Ферник, Л.Т.Хименко – Вища школа, 1977. – 168 с.

4. Пэжина, П. Основные вопросы вязкопластичности [Текст]/ П. Пэжина .- М.: МИР, 1968. – 175 с.

EXPERIMENTAL RESEARCH OF COMBINED TECHNOLOGY FOR PARTS ASSEMBLY

© 2011 V. A. Glushchenkov, M. V. Khardin, I. A. Belyaeva

Samara State Aerospace University
named after academician S. P. Korolyov (National Research University)

Propose a new combined technology of implementation of the processes and assembling of sheet-metal forming stamping which includes combining static and dynamic loads without stopping the process. The advantage of this technology over the traditional methods and the possibility of its implementation in the production of facing parts of the vehicle.

Combined technology, statics, dynamics, seaming, magnetic-impulse metal working, magnetic-impulse plant, inductor, high-speed photographic registration.

Информация об авторах

Глушечков Владимир Александрович, кандидат технических наук, профессор кафедры обработки металлов давлением, Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П.Королева (национальный исследовательский университет). E-mail: vgl@ssau.ru. Область научных интересов: магнитно-импульсная обработка материалов.

Хардин Михаил Викторович, кандидат технических наук, доцент, декан инженерно-технологического факультета, Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П.Королева (национальный исследовательский университет). E-mail: etf@ssau.ru. Область научных интересов: листовая штамповка, моделирование технологических процессов.

Беляева Ирина Александровна, аспирант кафедры обработки металлов давлением, Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С. П.Королева (национальный исследовательский университет). E-mail: IA.Belyaeva@vaz.ru; Belyaeva-ommr@yandex.ru. Область научных интересов: моделирование прочностных расчетов конструкций автомобиля.

Glushchenkov Vladimir Alexandrovitch, candidate of technical sciences, professor of the department of metal forming faculty, Samara State Aerospace University named after academician S. P. Korolyov (National Research University). E-mail: vgl@ssau.ru. Area of research: magnetic-impulse stamping.

Khardin Mikhail Viktorovitch, candidate of technical sciences, associate professor, the dean of the engineering-technological faculty, Samara State Aerospace University named after academician S. P. Korolyov (National Research University). E-mail: etf@ssau.ru. Area of research: sheet-metal forming, modeling of technological processes.

Belyaeva Irina Alexandrovna, post-graduate student of the department of metal forming faculty, Samara State Aerospace University named after academician S. P. Korolyov (National Research University). E-mail: IA.Belyaeva@vaz.ru, Belyaeva-ommr@yandex.ru. Area of research: strength analysis simulation.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ АНИЗОТРОПНОГО УПРУГОПЛАСТИЧЕСКОГО МАТЕРИАЛА

© 2011 Ф. В. Гречников, Я. А. Ерисов

Самарский государственный аэрокосмический университет
имени академика С.П. Королёва (национальный исследовательский университет)

Рассмотрены способы определения напряжений при численном моделировании процессов обработки металлов давлением. Разработана математическая модель анизотропного упругопластического материала и описан алгоритм расчёта напряжённо-деформированного состояния по данной модели.

Математическая модель, критерий пластичности, ассоциированный закон течения, модель упрочнения, алгоритм, поверхность пластичности, радиальный метод, метод касательных, анизотропия.

Одним из перспективных направлений развития современных машиностроительных предприятий и повышения их конкурентоспособности является сокращение сроков и стоимости разработки новых изделий и технологических процессов за счёт активного использования численных методов и компьютерного моделирования при проектировании [1]. Вместе с тем, возможности наиболее популярных программных комплексов, основанных на методе конечных элементов (МКЭ), таких как ANSYS, LS-DYNA, ABAQUS и др., в большинстве случаев ограничены, т.к. используемые в них алгоритмы и модели или предназначены только для изотропных материалов, или не соответствуют требованиям современной теории пластичности анизотропных сред [2].

Однако такие широко распространённые металлургические полуфабрикаты, как листы, ленты, профили, трубы и т. д., обладают явно выраженной анизотропией свойств, являющейся следствием кристаллического строения вещества и последующего его текстурообразования при обработке давлением. Игнорирование этой фундаментальной характеристики материалов в технологических расчётах не только снижает потенциальные деформационные возможности заготовок, но и приводит к целому ряду других нежелательных явлений: повышенному расходу металла, ограничению предельно допустимой деформации, снижению эксплу-

атационных параметров продукции. С другой стороны, рациональная анизотропия является важным фактором интенсификации процессов формообразования материалов и повышения эксплуатационных характеристик изделий [3].

Таким образом, разработка эффективной математической модели анизотропного упругопластического материала является актуальной задачей и позволяет перенести значительную часть работ по оценке и анализу напряжённо-деформированного состояния в область численного эксперимента.

С позиций метода конечных элементов при выводе уравнений желательнее использовать положения теории пластических течений, когда напряжённое состояние и приращения напряжений определяются приращением компонентов пластических деформаций [4]. Рассмотрим элементы модели материала, являющиеся основными для данной теории [5]:

1) критерий пластичности, т.е. условие, дающее возможность определить то напряжённое состояние, при достижении которого возникает пластическая деформация;

2) закон течения, т.е. уравнения, связывающие в каждой точке напряжения с пластическими деформациями или их скоростями;

3) модель упрочнения, описывающая изменение поверхности пластичности в процессе деформирования.

Условия наступления пластического состояния для анизотропных сред исследовались многими учёными, при этом наибольшее применение получили критерии Р. Хилла [7], Ф. Барлата [8] и Д. Банабика [9]. Однако их практическое применение и реализация численными методами вызывает значительные трудности. Во-первых, указанные условия текучести не учитывают причин возникновения анизотропии. Во-вторых, они имеют сложную математическую запись с большим количеством параметров анизотропии, физический смысл которых не всегда очевиден [3]. При этом для определения параметров материала необходимы многочисленные механические испытания при различных условиях нагружения [10].

В связи с этим в данной работе использовался разработанный Ю. М. Арышенским критерий пластичности, в основу которого положены технические константы анизотропии, определяемые при испытании на линейное растяжение [11]. Дальнейшее развитие данное условие получило в результате исследований Ф. В. Гречникова, который связал показатели анизотропии с кристаллографическими ориентировками – с причиной анизотропии свойств [3].

Функцию текучести в общем виде можно записать следующим образом [4]:

$$f(\{\sigma\}, \bar{\sigma}) = \sigma_i - \bar{\sigma}, \quad (1)$$

где $\bar{\sigma}$ – напряжение текучести; σ_i – интенсивность напряжений.

Если принять допущение о том, что напряжение, направленное по толщине материала, будет всегда оставаться перпендикулярным плоскости полуфабриката, что справедливо для операций листовой штамповки, то $\sigma_{31} = \sigma_{23} = 0$ и уравнение интенсивности напряжений σ_i в краткой матричной будет иметь вид [12]:

$$\sigma_i = \sqrt{\{\sigma\}^T [M] \{\sigma\}}, \quad (2)$$

или в развернутой форме:

$$\begin{aligned} \sigma_i &= \varphi_1 \sqrt{(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + \dots} \\ &\rightarrow + \left(\frac{1}{\mu_{12}} - 1 \right) (\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + \dots \\ &\rightarrow + \left(\frac{1}{\mu_{21}} - 1 \right) (\sigma_{33} - \sigma_{11})^2 + \varphi_3 \sigma_{12}^2 \end{aligned}$$

где $\{\sigma\}^T = \{\sigma_{11} \sigma_{22} \sigma_{33} \sigma_{12}\}$ – вектор-строка напряжений; $[M]$ – тензор показателей анизотропии:

$$[M] = \varphi_1 \begin{bmatrix} \frac{1}{\mu_{21}} & -1 & 1 - \frac{1}{\mu_{21}} & 0 \\ -1 & \frac{1}{\mu_{12}} & 1 - \frac{1}{\mu_{12}} & 0 \\ 1 - \frac{1}{\mu_{21}} & 1 - \frac{1}{\mu_{12}} & \varphi_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \varphi_3 \end{bmatrix},$$

$$\varphi_1 = \frac{\mu_{12} \mu_{21}}{\mu_{12} + \mu_{21} - 2\mu_{12} \mu_{21}},$$

$$\varphi_2 = \frac{1}{\mu_{12}} + \frac{1}{\mu_{21}} - 2,$$

$$\varphi_3 = \varphi_2 \frac{1 + \mu_1}{1 - \mu_1}.$$

Коэффициенты поперечной деформации μ_{ij} определяются при испытании на одноосное растяжение плоского образца и представляют отношение поперечной пластической деформации сжатия ε_i к продольной пластической деформации растяжения ε_j : $\mu_{ij} = -\varepsilon_i / \varepsilon_j$ ($i, j = 1, 2, 3$; 1 – направление проката, 2 – поперечное направление; 3 – направление по толщине листа); μ_i – коэффициент μ_{ij} под углом 45° к основным осям анизотропии i - j .

Пластическая деформация приводит к значительному изменению механических и физических свойств материала, т.е. к упрочнению. При этом напряжения являются нелинейной монотонно возрастающей функцией деформаций, и поверхность пластичности изменяется в ходе деформирования. Будем считать, что поверхность пластичности в процессе пластического течения расширяется равномерно в пространстве напряжений без изменения формы и положения центра (рис. 1), т.е. имеет место изотропное упрочнение [6].

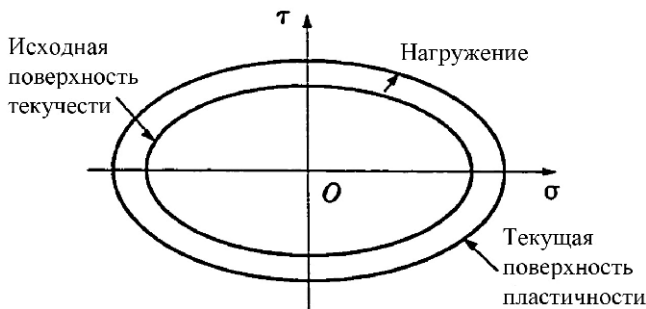


Рис. 1. Изотропная модель упрочнения

В качестве функциональной зависимости напряжений текучести $\bar{\sigma}$ от величины накопленных деформаций ε_i воспользуемся билинейной аппроксимацией кривой упрочнения упругопластического материала (рис. 2) [13]:

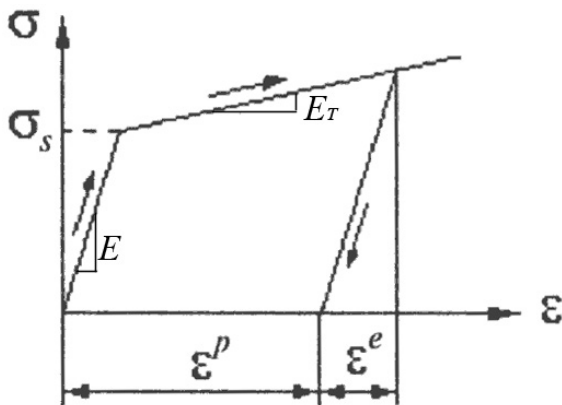


Рис. 2. Упругопластическая среда с линейным упрочнением

$$d\bar{\sigma} = Hd\varepsilon_i, \tag{3}$$

где $H = EE_T / (E - E_T)$ – постоянная упрочнения (константа материала); интенсивность деформаций ε_i находится из выражения [12]:

$$\varepsilon_i = \sqrt{\frac{\mu_{12}\mu_{21}}{\varphi_1(1-\mu_{12}\mu_{21})} \left(\frac{\varepsilon_{11}^2}{\mu_{12}} + 2\varepsilon_{11}\varepsilon_{22} + \rightarrow \rightarrow + \frac{\varepsilon_{22}^2}{\mu_{21}} \right) + \frac{4}{\varphi_3} \varepsilon_{12}^2}.$$

Для установления связи между напряжениями и деформациями воспользуемся ассоциированным законом течения, согласно которому функция текучести (1) и вектор скоростей $\{\dot{\varepsilon}\}^P$ или приращений $\{d\varepsilon\}^P$ компонент пластических деформаций связаны между собой [14]:

$$\{d\varepsilon\}^P = d\lambda \{a\}, \tag{4}$$

где $d\lambda$ – неопределённый (пластический) множитель Лагранжа, постоянный для данных значений деформаций; $\{a\} = \left\{ \frac{\partial f}{\partial \sigma} \right\}$ – нормаль к поверхности пластичности (градиент течения).

Из функции текучести (1) и ассоциированного закона течения (4) следует, что упругой области соответствуют отрицательные значения $f < 0$, а при пластическом течении $f = 0$. Случай при $f > 0$ не имеет физического смысла и свидетельствует о том, что напряжённое состояние не удовлетворяет уравнениям (1)-(4). При $\{a\} > 0$ происходит нагружение, сопровождающееся приращением пластических деформаций; при $\{a\} = 0$ и $\{a\} < 0$ – имеются нейтральное нагружение и разгрузка, сопровождающиеся упругими деформациями, связанными с напряжениями законом Гука (изменения пластических деформаций не происходит $\{d\varepsilon\}^P = 0$).

Для упругопластической модели материала полная деформация $\{d\varepsilon\}$ складывается из упругой $\{d\varepsilon\}^e$ и пластической $\{d\varepsilon\}^p$ [14]:

$$\{d\varepsilon\} = \{d\varepsilon\}^e + \{d\varepsilon\}^p. \quad (5)$$

Так как компоненты упругой деформации $\{d\varepsilon\}^e$ связаны с напряжениями законом Гука [4]: $\{d\sigma\} = [D]^e \{d\varepsilon\}^e$, где $[D]^e$ – тензор упругих постоянных материала, а изменение пластических деформаций $\{d\varepsilon\}^p$ определяется выражением (4), то из уравнения (5) получим

$$\{d\sigma\} = [D]^e \{d\varepsilon\} - d\lambda [D]^e \{a\}. \quad (6)$$

В связи с тем, что при решении упругопластической задачи методом конечных элементов на шаге расчёта t_n известно напряжённо-деформированное состояние и параметры материала ($\{\sigma\}_n$, $\{\varepsilon\}_n^e$, $\{\varepsilon\}_n^p$, H , $\bar{\sigma}_n$), а на следующем шаге t_{n+1} только приращение деформаций $\{d\varepsilon\}$ (рис. 3) [15], то выражение (6) можно записать следующим образом:

$$\{\sigma\}_{n+1} = \{\sigma\}_t - d\lambda [D]^e \{a\}, \quad (7)$$

где $\{\sigma\}_t = \{\sigma\}_n + [D]^e \{d\varepsilon\}$ – пробные напряжения, определяемые законом Гука.

Как видно из уравнения (7), задача нахождения напряжений сводится к определению пластического множителя $d\lambda$. Для изотропной среды $d\lambda$ находится из допущения, что множитель всегда направлен к центру поверхности пластичности (следует из принципа нормальности ассоциированного закона течения (4)), так называемый радиальный метод [2]. Однако в общем случае анизотропной среды воспользоваться данным методом невозможно вследствие нарушения принципа нормальности для поверхности пластичности с большой кривизной [15].

Непосредственное определение пластического множителя $\Delta\lambda$ методами численного интегрирования требует решения системы нелинейных алгебраических уравнений численными методами, что приводит к увеличению продолжительности расчётов [5]. Замена в уравнениях (4)-(7) бесконечно малых приращений конечными приводит к искусственному упрочнению, так называемому «дрейфу» поверхности пластичности, что искажает достоверность результатов моделирования. Для устранения «дрейфа» необходимо использовать дополнительные проце-



Рис. 3. Определение напряженно-деформированного состояния методом конечных элементов по математической модели материала

дуры, например, искусственное уменьшение величины приращения деформаций [16].

Ввиду отмеченных недостатков интегрирования уравнений предложен способ нахождения пластического множителя $\Delta\lambda$ разложением условия пластичности (1) в ряд Тейлора вокруг окрестности пробного напряженного состояния $\{\sigma\}_t$ [17]:

$$f_{n+1} \approx f_t + \left\{ \frac{\partial f_t}{\partial \sigma} \right\}^T \{\Delta\sigma\} + \frac{\partial f_t}{\partial \sigma} \Delta\bar{\sigma} + \dots \quad (8)$$

При этом, если пренебречь членами высшего порядка, то получим линейризованную форму критерия пластичности (1). После подстановки (3) и (6) в (8) выразим величину $\Delta\lambda$:

$$\Delta\lambda = \frac{f_t}{H + \{a\}_t^T [D]^e \{a\}_t} \quad (9)$$

Так как уравнение линейризованного критерия пластичности является уравнением гиперплоскости, касательной к поверхно-

сти пластичности, то данный метод получил название метода касательных (рис. 4) [15].

Вследствие принятых допущений для уменьшения погрешности вычисления по уравнению (9) производятся до достижения заданной точности.

Разработанный алгоритм расчёта напряжений при упругопластической деформации анизотропного материала представлен в виде блок-схемы на рис. 5.

Математическое моделирование по сравнению с натурным экспериментом позволяет получить больший объём информации, провести всестороннее исследование, рассмотреть и сопоставить большее количество альтернативных вариантов. По мере развития численных методов повышается достоверность полученных результатов, и поэтому возрастает роль компьютерного моделирования.

Анализ опубликованных работ показал, что математическая постановка задачи пластического течения анизотропной среды разработана еще недостаточно полно. Многие вопросы требуют дальнейшего решения.

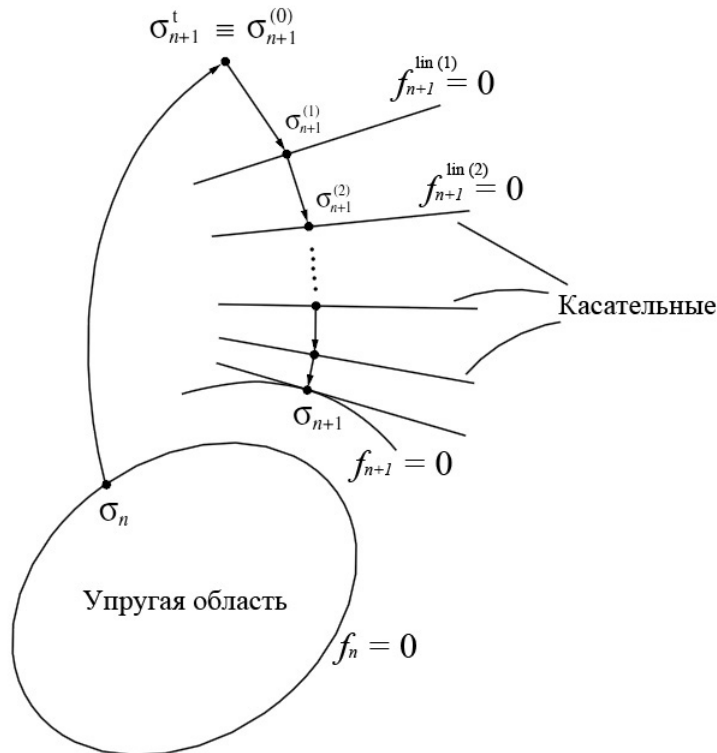


Рис. 4. Метод касательных

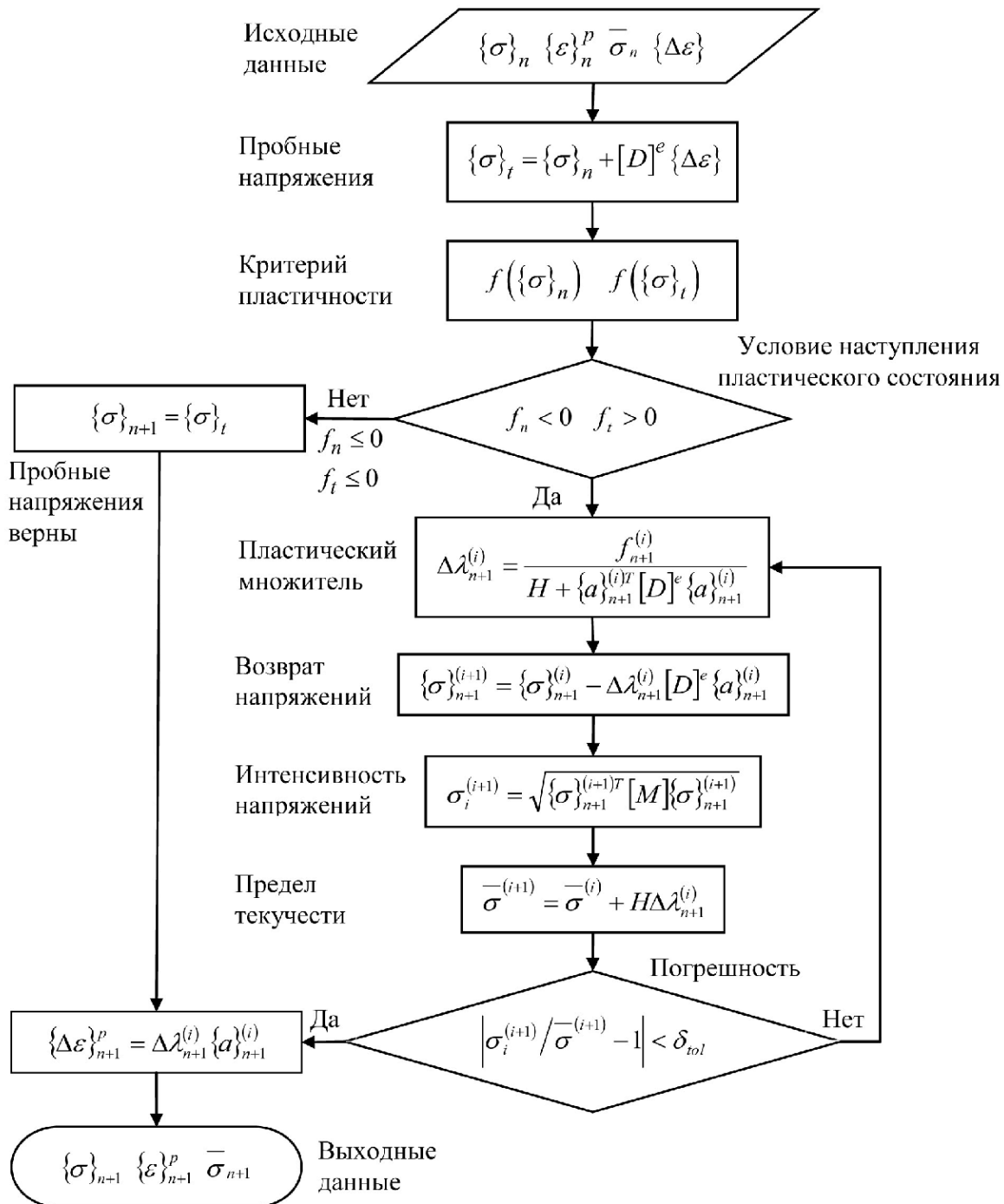


Рис. 5. Блок-схема алгоритма расчёта напряжений

Алгоритмы расчёта напряжений и деформаций при решении упругопластической задачи, изначально созданные для изотропных материалов, приводят к значительной погрешности при моделировании формообразования анизотропных заготовок.

Рассмотренная в данной работе математическая модель материала лишена отмеченных недостатков, т.к. основывается на современных положениях теории пластических течений и физически обоснованном

критерии пластичности анизотропного материала, а алгоритм определения напряжённо-деформированного состояния методом касательных обеспечивает высокую точность и может быть использован совместно с большинством программных комплексов, реализующих инженерный анализ методом конечных элементов (например, LS-DYNA), для моделирования процессов обработки давлением анизотропных материалов.

Библиографический список

1. Рыбин, Ю.И. Математическое моделирование и проектирование технологических процессов обработки металлов давлением [Текст]/Ю.И. Рыбин, А.И. Рудской, А.М. Золотов. – М.: Наука, 2004. – 644 с.
2. Dunne, F. Introduction to computational plasticity [Текст]/F. Dunne, N. Petrinic. – U.K.: Oxford University Press, 2005. – 259 с.
3. Гречников, Ф.В. Деформирование анизотропных материалов (Резервы интенсификации) [Текст]/Ф.В. Гречников. – М.: Машиностроение, 1998. – 448 с.
4. Соколовский, В.В. Теория пластичности [Текст]/В.В. Соколовский. – М.: Высшая школа, 1969. – 608 с.
5. Wang, D.Q. Numerical integration for anisotropic plasticity [Текст]: дисс. ... доктора философии/Dong Qing Wang. – Wyoming, 1995. – 249 с.
6. Hambrecht, J.D. Elastic-plastic return algorithms for sheet metal forming simulations and springback analysis [Текст]: дисс. ... доктора философии/Jochen Dieter Hambrecht. – Ohio, 1993. – 230 с.
7. Хилл, Р. Математическая теория пластичности [Текст]/Р. Хилл. – М.: ГИТТЛ, 1956. – 407 с.
8. Barlat, F. Constitutive modeling for metals [Текст]/F. Barlat//Advanced methods in material forming, 2007. С. 1-18.
9. Vanabic, D. About the mechanical data required to describe the anisotropy of thin sheets to correctly predict the earing of deep-drawn cups [Текст]/D. Vanabic, S. Soare//International Journal of Material Forming, 2008, Vol. 1. С. 285-288.
10. Majak, J. Material parameters identification by use of hybrid GA [Текст]/J. Majak, S. Toompalu, M. Pohlak//Journal of Achievements in Materials and Manufacturing Engineering, 2008, Vol. 27. С. 63-66.
11. Арышенский, Ю.М. Теория и расчёты пластического формоизменения анизотропных материалов [Текст]/Ю.М. Арышенский, Ф.В. Гречников. – М.: Metallurgiya, 1990. – 304 с.
12. Арышенский, Ю.М. Теория листового штамповки анизотропных материалов [Текст]/Ю.М. Арышенский. – Саратов: Саратовский университет, 1973. – 112 с.
13. Сторожев, М.В. Теория обработки металлов давлением [Текст]/М.В. Сторожев, Е.А. Попов. – М.: Машиностроение, 1977. – 423 с.
14. Ивлев, Д.Д. Теория упрочняющегося пластического тела [Текст]/Д.Д. Ивлев, Г.И. Быковцев. – М.: Наука, 1971. – 232 с.
15. Neto, E.S. Computational methods for plasticity: theory and applications [Текст]/E.S. Neto, D. Peric, D.R.J. Owen. – U.K.: John Wiley & Sons Ltd, 2008. – 816 с.
16. Owen, D.R.J. Finite elements in plasticity: theory and practice [Текст]/D.R.J. Owen, E. Hinton. – U.K.: Pineridge Press Limited, 1980. – 603 с.
17. Волков, Е.А. Численные методы [Текст]: учеб. пособие для вузов/Е.А. Волков. – М.: Наука, 1987. – 248 с.

MATHEMATICAL MODEL OF ANISOTROPIC ELASTIC-PLASTIC MATERIAL

© 2011 F. V. Grechnikov, Ya. A. Yerisov

Samara State Aerospace University
named after academician S. P. Korolyov (National Research University)

The paper deals with ways of determining stress during numerical simulation of metal forming processes. A mathematical model of anisotropic elastic-plastic material and an algorithm for the computation of stress-strain state using this model have been developed.

Mathematical model, plasticity criteria, associated flow rule, hardening rule, algorithm, plasticity surface, radial method, cutting-plane algorithm, anisotropy.

Информация об авторах

Гречников Федор Васильевич, член-корреспондент РАН, доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой обработки металлов давлением, Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С. П. Королёва (национальный исследовательский университет). E-mail: gretch@ssau.ru. Область научных интересов: деформирование анизотропных материалов.

Ерисов Ярослав Александрович, аспирант, инженер кафедры обработки металлов давлением, Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С. П. Королёва (национальный исследовательский университет). E-mail: yaroslav.erisov@mail.ru. Область научных интересов: исследование механизмов формирования кристаллографических ориентировок при прокатке.

Grechnikov Fyodor Vasilievitch, corresponding member of RAS, doctor of technical sciences, professor, head of the metal forming department, Samara State Aerospace University named after academician S. P. Korolyov (National Research University). E-mail: gretch@ssau.ru. Area of research: anisotropic materials deforming.

Yerisov Yaroslav Alexandrovitch, post-graduate student, engineer of the metal forming department, Samara State Aerospace University named after academician S. P. Korolyov (National Research University). E-mail: yaroslav.erisov@mail.ru. Area of research: crystallographic orientation formation mechanisms during sheet rolling.

ПЛАНИРОВАНИЕ ФАКТОРНОГО ЭКСПЕРИМЕНТА ПРИ ИСПЫТАНИЯХ ОДНОСТУПЕНЧАТЫХ ТУРБИН СВЕРХМАЛОЙ МОЩНОСТИ

© 2011 В. А. Григорьев, В. М. Радько, Д. С. Калабухов

Самарский государственный аэрокосмический университет
имени академика С. П. Королёва (национальный исследовательский университет)

Показана необходимость проведения новых экспериментальных исследований для нахождения зависимостей критериев оценки эффективности одноступенчатых турбин сверхмалой мощности (ТСММ) от режимных и конструктивно-геометрических параметров. Обоснована целесообразность проведения факторного эксперимента и его преимущество над классическим многофакторным экспериментом при испытаниях ТСММ. Произведён выбор влияющих факторов планируемого эксперимента, т.е. режимных и конструктивно-геометрических параметров, существенно влияющих на КПД, массогабаритные и технико-экономические показатели ТСММ трёх типов: осевого, центростремительного и центробежного. Сформированы оптимальные ротатбельные ортогональные центральные композиционные планы факторных экспериментов при испытаниях различных типов турбин и определены их основные параметры.

Планирование эксперимента, одноступенчатые турбины сверхмалой мощности, влияющие факторы, режимные параметры, конструктивно-геометрические параметры, критерии оценки эффективности.

Введение

В работе [1] проанализированы проблемы повышения эффективности турбоприводов сверхмалой мощности (ТПСММ) и обоснована целесообразность многокритериального подхода к решению задачи оптимизации конструктивно-геометрических и режимных параметров. В настоящее время практически отсутствуют данные о влиянии этих параметров на такие критерии оценки эффективности, как массогабаритные и технико-экономические показатели ТПСММ разных типов в исследованных диапазонах значений степени понижения давления $\pi_t = 2 \dots 6$ и параметра нагруженности $Y_t = 0,1 \dots 0,3$. Кроме того, недостаточно исследовано влияние основных параметров не только на массогабаритные показатели, но и на показатели энергетической эффективности одноступенчатых ТПСММ, работающих в диапазонах значений $\pi_t = 1,1 \dots 2$ и $Y_t = 0,3 \dots 0,6$, хотя такие ТПСММ достаточно распространены в различных отраслях народного хозяйства. Поскольку аналитическое определение зависимостей критериев оценки эффективности от режимных и конструк-

тивно-геометрических параметров затруднено, необходима постановка новых экспериментальных исследований для нахождения этих зависимостей в расширенных диапазонах π_t и Y_t с привлечением теории планирования эксперимента для решения задачи идентификации математических моделей.

1. Целесообразность проведения факторного эксперимента при испытаниях ТПСММ

Все проводимые ранее экспериментальные исследования ТПСММ носили классический многофакторный характер, т.е. представляли собой последовательность однофакторных экспериментов. В однофакторном эксперименте все независимые переменные (влияющие факторы эксперимента), кроме одной, считаются постоянными. Использование классического эксперимента для всестороннего исследования многофакторного процесса требует постановки очень большого числа опытов в отличие от факторного эксперимента при заданной точности конечных результатов.

В работе [2] впервые был реализован метод оптимального расчёта многорежимных центростремительных ТПСММ (ЦС ТПСММ), учитывающий влияние на их КПД многих режимных и геометрических параметров. Достаточно высокая достоверность результатов этой работы обеспечена многолетними исследованиями её автора. В процессе этих исследований было поставлено колоссальное количество опытов. Применение последовательных однофакторных экспериментов в данном случае оправдывается отсутствием надёжной априорной информации о виде искомых функциональных зависимостей при проведении исследований. Но каковы бы ни были качество проведения классического многофакторного эксперимента и глубина анализа его результатов, он не позволяет учитывать всевозможные корреляции между варьируемыми факторами, а найденные частные одномерные или двумерные зависимости нельзя сводить в одну общую [3].

Одним из достоинств факторного эксперимента является возможность упрощения обработки результатов измерений и получение данных в виде, удобном для обобщения и анализа [4]. Так, вместо комплексного выражения, включающего зависимости КПД эталонной ступени и относительных КПД от независимых переменных по отношению к эталонной ступени (зависящие от каких-либо варьируемых параметров), можно получить одно общее выражение для КПД, учитывающее основные факторы и взаимодействия.

Недостатки существующих методик расчёта критериев энергетической эффективности на основе «метода эталонной ступени» прежде всего заключаются в относительности самого понятия эталонной ступени и применимости этих методик только при конкретной конструктивной конфигурации эталонной ступени. Это не делает такие методики универсальными, поскольку по мере выявления новых данных о рабочем процессе в ТПСММ и совершенствования технологий изготовления ТПСММ их эффективность повышается, что сказывается на характере зависимостей относительных КПД и, соответственно, значениях коэффициентов в

регрессионных выражениях для их определения. Тогда эталонная ступень должна иметь другие параметры. Трудоёмкость пересчёта зависимостей относительных КПД по отношению к новой эталонной ступени значительно выше трудоёмкости пересчёта коэффициентов в одной общей регрессионной зависимости.

2. Выбор влияющих факторов планируемого эксперимента

Правильный выбор влияющих факторов в значительной мере определяет эффективность плана, а значит, влияет на валидность результатов эксперимента и далее на процесс оптимизации конструктивно-геометрических и режимных параметров. Одним из требований, предъявляемых к плану эксперимента, является обеспечение независимости факторов, т.е. возможность установления фактора на любом уровне вне зависимости от уровней других факторов.

Важно отметить, что влияние конструктивно-геометрических параметров входных и выходных устройств ТПСММ на массогабаритные и технико-экономические показатели турбопривода и на его КПД на настоящий момент практически не изучено. Кроме того, достаточно большое число типов нагружаемых агрегатов увеличивает сложность оценки эффективности турбоагрегатов, поскольку от вида нагрузки зависят выражения для оценки массогабаритных и технико-экономических показателей. Поэтому в качестве факторов плана эксперимента целесообразно принимать параметры ТПСММ, входящей в состав ТПСММ. Эти факторы должны удовлетворять требованию независимости.

При планировании факторного эксперимента желательно располагать некоторыми априорными сведениями о значимостях включаемых в план факторов по отношению к функциям отклика (критериям оценки эффективности) с целью сокращения временных и материальных затрат на проведение эксперимента путём отсеивания заведомо малозначимых факторов. Накопленный в течение многих лет изучения рабочего процесса ТПСММ различных типов экспериментальный материал [2, 5-16] позволяет отобрать

значимые факторы среди режимных и конструктивно-геометрических параметров.

На величину КПД, удельного расхода и, предположительно, на массу, габариты, стоимость и технологичность ТПСММ влияние оказывают такие режимные параметры, как π_T и Y_T . Между собой они связаны следующим соотношением:

$$Y_T = \frac{u_1}{c_{1s}} = \frac{\pi D_{1(ср)} n \sqrt{z_{ст}}}{60 \sqrt{2 \frac{k}{k-1} R T_0^* \left(1 - \frac{1}{\pi_T^k} \right)}}, \quad (1)$$

где u_1 , м/с – окружная скорость ротора на входе в рабочее колесо (РК); c_{1s} , м/с – изоэнтропическая абсолютная скорость потока на входе в РК; $D_{1(ср)}$, м – диаметр на входе в РК радиальной ТСММ (средний диаметр осевой ТСММ); n , об/мин – частота вращения ротора турбины; $z_{ст}$ – число ступеней турбины; k – показатель адиабаты рабочего тела; R , кДж/кг·К – универсальная газовая постоянная; T_0^* , К – температура на входе в сопловой аппарат (СА) турбины.

Параметр n в процессе проведения эксперимента изменяется, так как необходимо оценивать эффективность турбин в весьма широком диапазоне значений частоты вращения $n = (5 \dots 100) \cdot 10^3$ об/мин, характерном для ТСММ [2]. Также изменяется и $D_{1(ср)}$, поскольку фактор масштабности существенно влияет на величину критериев оценки эффективности [5]. Тогда из выражения (1) следует, что варьируются оба режимных параметра: π_T и Y_T , так как они независимы.

Остальные режимные параметры (приведённые скорости λ_{1s} и λ_{w2s} на выходе из СА и РК) однозначно определяются через π_T и Y_T или задаются заранее (угол атаки i на входе в РК, степень реактивности $\rho_{ср}$).

Конфигурация проточной части ступени ТСММ характеризуется совокупностью конструктивно-геометрических параметров и их соотношений. На рис. 1 приведены конструктивные схемы одноступенчатых турбин осевого и радиальных типов и их основные конструктивно-геометрические параметры.

Перечислим основные конструктивно-геометрические безразмерные параметры, используемые при проектировании ТСММ (или ее ступени в случае многоступенчатой ТСММ). Соотношения для турбин осевого типа, аналогичные по смыслу соотношениям для турбин радиальных типов, приведены в скобках:

$\alpha_{1эф}$ – эффективный угол выхода потока из СА;

$\beta_{2эф}$ – эффективный угол выхода потока из РК;

$\frac{h_{CA}}{D_1} \left(\frac{h_{CA}}{D_{ср}} \right)$ – относительная высота решётки

СА (лопатки или сопла);

ε – степень парциальности;

$\frac{a_{z\ CA}}{D_1} \left(\frac{a_{z\ CA}}{D_{ср}} \right)$ – относительное горло канала

СА;

$\frac{a_{z\ РК}}{D_2} \left(\frac{a_{z\ РК}}{D_{ср}} \right)$ – относительное горло канала

РК;

$\bar{D} = \frac{D_2}{D_1}$ – отношение выходного диаметра РК

к его входному диаметру;

$\bar{h}_{РК} = \frac{h_2}{h_1}$ – отношение высоты лопатки на

выходе из РК к высоте на входе в него;

$\bar{F}_{РК} = \frac{F_2}{F_1} = \bar{D} \bar{h}_{РК}$ – отношение площади на

выходе из РК к площади на входе в РК;

$(b/t_{ср})_{СА(РК)}$ – густота решётки СА (РК);

$\bar{\delta}_{кр\ СА(РК)} = \frac{\delta_{кр\ СА(РК)}}{a_{z\ СА(РК)}}$ – относительная толщина

выходной кромки лопатки СА (РК);

$\frac{s_{СА(РК)}}{h_{СА(РК)}}$ – удлинение решётки СА (РК);

$\bar{\delta}_o = \frac{\delta_o}{h_{СА}}$ – относительная величина осевого

зазора;

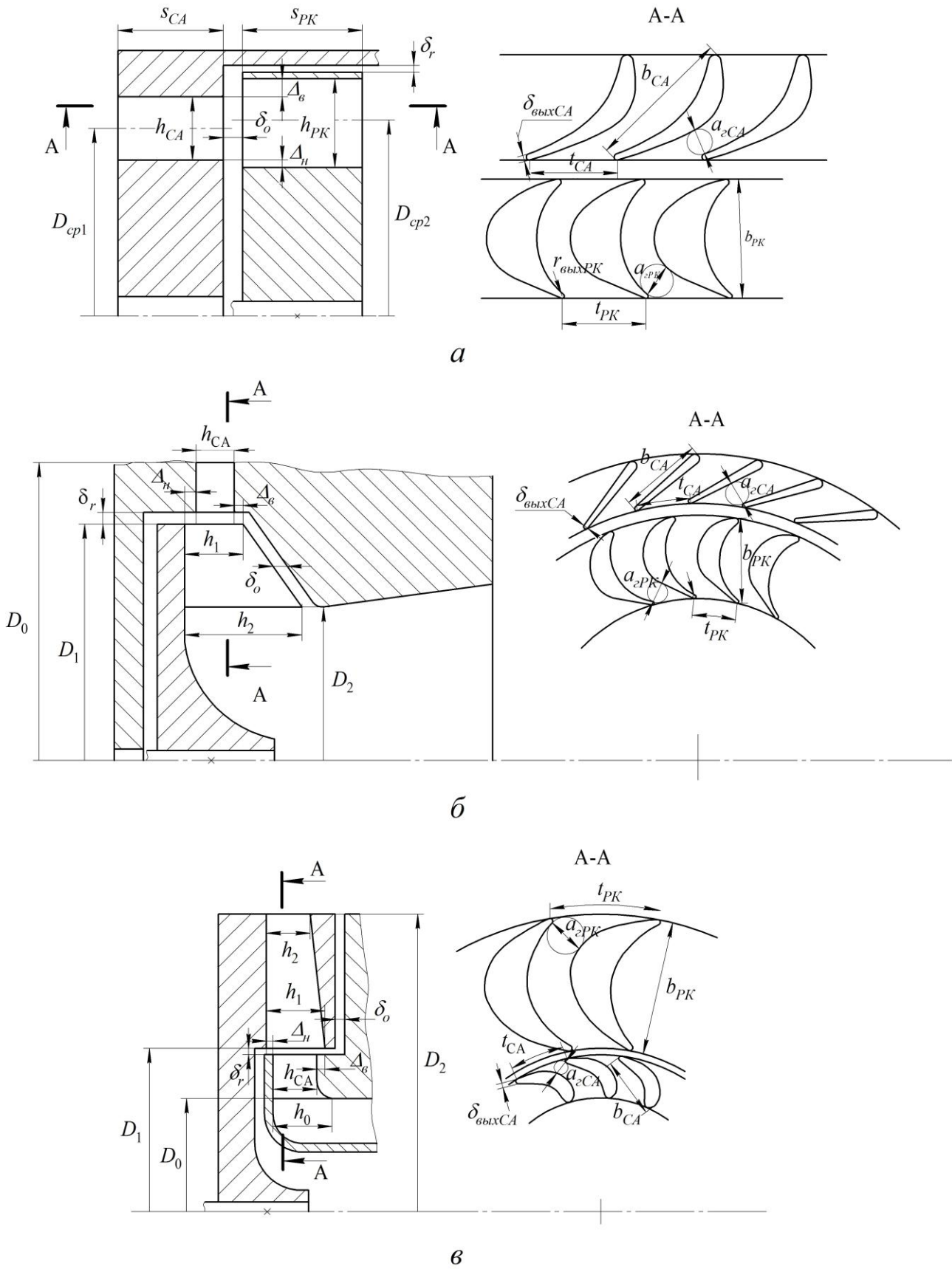


Рис. 1. Схемы одноступенчатых ТСММ и их основные параметры:
 а) осевая ТСММ (ОТСММ); б) радиальная центробежная ТСММ (ЦСТСММ);
 в) радиальная центробежная ТСММ (ЦБТСММ)

$$\bar{\Delta}_h = \frac{\Delta_h}{h_{CA}} - \text{относительная величина нижней}$$

перекрыши;

$$\bar{\Delta}_b = \frac{\Delta_b}{h_{CA}} - \text{относительная величина верхней}$$

перекрыши;

$$\bar{D}_M = \frac{D_{1(ср)}}{D_{1(ср)исп}} - \text{фактор масштабности, учи-}$$

тывающий влияние отклонения величины диаметра $D_{1(ср)}$ ступени от величины диаметра испытуемой ступени турбины $D_{1(ср)исп}$ на её эффективность;

$$\frac{h_{CA}}{h_0} - \text{степень меридиональной конфузурно-}$$

сти СА центробежной ступени;

$z_{CA}^{\varepsilon=1}$ – число межлопаточных или сопловых каналов СА при $\varepsilon = 1$;

$z_{PK}^{\varepsilon=1}$ – число межлопаточных каналов РК при $\varepsilon = 1$.

Часть представленных параметров ввиду малого разброса их возможных значений и заведомо слабого влияния на энергетическую эффективность ТСММ при испытаниях следует принять постоянными и не включать в состав вектора влияющих факторов. Таки-

ми параметрами являются $\bar{\delta}_o, \bar{\delta}_r, \frac{a_{zPK}}{D_2}, \frac{s_{PK}}{h_{PK}}$,

$(b/t)_{CA}$ и $\bar{\delta}_{кр CA(PK)}$ у ЦСТСММ [5, 6, 7]. Значения этих параметров должны выбираться оптимальными по отношению к массогабаритным и технико-экономическим критериям оценки эффективности.

Выбор факторов плана эксперимента среди конструктивно-геометрических параметров проведём, опираясь на результаты работ [2, 5–16] путём связи методов оптимизации этих параметров с планируемым экспериментом. В работе [2] для ЦСТСММ независимыми параметрами приняты $\bar{h}_{CA},$

$\bar{a}_{rCA}, \alpha_{1зф}, (b/t_{ср})_{PK}, \bar{D}, \bar{D}_M$. Здесь \bar{h}_{CA} и \bar{a}_{zCA} являются факторами масштабности по отношению к эталонной ступени и их мож-

но заменить соотношениями $\frac{h_{CA}}{D_1}$ и $\frac{a_{zCA}}{D_1}$.

При этом варьирование соотношением $\frac{a_{zCA}}{D_1}$

в случае факторной постановки эксперимента из-за конструктивных особенностей лопаточных венцов турбин и принципов построения матрицы плана эксперимента невозможно либо нецелесообразно.

Фактор масштабности \bar{D}_M однозначно

связан с $\frac{h_{CA}}{D_1}, \alpha_{1зф}, \varepsilon$, расходом рабочего тела

G и величиной диаметра $D_{исп}$ испытуемой турбины. Ввиду того, что расход газа при проектировании ТСММ является величиной известной, один из указанных геометрических параметров исключается из числа независимых переменных, в работе [2] это степень парциальности ε . Однако при проведении эксперимента величина расхода газа не является фиксированной. Имеет смысл изучить влияние параметров вне зависимости от расхода газа или мощности, которые в каждом конкретном техническом задании различны. Тогда весьма важный параметр ε должен входить в число влияющих факторов.

Обратим внимание на то, что такие важные при проектировании ТСММ параметры, как $\bar{\Delta}_b, \bar{\Delta}_h$ и \bar{F}_{PK} , в работе [1] предлагается находить после проведения оптимизации с помощью регрессионных выражений, составленных для определения оптимальных, с точки зрения обеспечения максимального КПД, значений $\bar{\Delta}_b$ и $\bar{\Delta}_h$. Эти выражения учитывают влияние ε, π_t и Y_t на $\bar{\Delta}_b$

и $\bar{\Delta}_h$. Такой подход в целом справедлив лишь в случае проведения однокритериальной оптимизации по КПД ТСММ и классической постановки многофакторного эксперимента. Но и в данном случае приходится применять схожий метод: определять оптимальные по КПД значения перекрыш для каждого из опытов с помощью регрессионных выраже-

ний. Дело в том, что однофакторные зависимости КПД ТСММ от относительных перекрыш носят довольно сложный характер и их невозможно описать полиномами степени ниже третьей во всём диапазоне возможных значений \bar{D}_b , \bar{D}_n [11, 15]. С целью недопущения неадекватности математической модели при сохранении её относительной простоты не следует включать в состав вектора влияющих факторов эксперимента соотношения \bar{D}_b и \bar{D}_n . Это вполне допустимо, так как из-за малых абсолютных величин перекрыш их изменение оказывает незначительное влияние на массу турбопривода, а стоимость его изготовления, вероятно, также практически не зависит от величины перекрыш.

Что касается соотношения \bar{F}_{PK} , то, с одной стороны, оно весьма существенно влияет на все критерии оценки эффективности [12], особенно на технологичность изготовления РК, а значит и стоимость ТПСММ в целом. С другой стороны, известные зависимости КПД от \bar{F}_{PK} можно описать полиномами второй степени, поэтому следует включить это соотношение в число влияющих факторов эксперимента.

Анализ результатов работ [5, 6, 13–15] и вышеизложенные соображения позволяют заключить, что в качестве независимых переменных в случае ОТСММ следует принять параметры, аналогичные оптимизируемым параметрам ЦСТСММ (т.е. с заменой D_1 на D_{cp}). В случае осевой схемы турбины $\bar{D} = 1$, поэтому вместо него в состав вектора независимых переменных необходимо включить соотношение $\bar{\delta}_{кр\text{CA}}$, влияющее на КПД ОТСММ во всём диапазоне его возможных значений.

Влияние конструктивно-геометрических и режимных параметров на рабочий процесс ЦБТСММ наименее изучен по сравнению с другими типами турбин. Известно лишь описание влияния на КПД конструктивно-геометрических соотношений ε , \bar{D}_b ,

\bar{D}_n , $\alpha_{1\text{эф}}$ и $(b/t_{cp})_{PK}$ [16]. Однако опыт проектирования ЦБТСММ и определённые теоретические предпосылки позволяют предположить, что такие соотношения, как $\frac{h_{CA}}{D_1}$,

$\bar{\delta}_{кр\text{CA}}$, \bar{D} , \bar{D}_M , \bar{h}_{PK} , в значительной мере определяют и эффективность ЦБТСММ.

Целесообразным является включение в состав вектора влияющих факторов ещё одного геометрического параметра – эффективного угла $\beta_{2\text{эф}}$ выхода потока в относительном движении из РК. Ранее он никогда не использовался в качестве оптимизируемого параметра, поскольку в довольно большом диапазоне своих значений не оказывает существенного влияния на КПД при $Y_t < 0,4$. Но увеличение $\beta_{2\text{эф}}$ при некотором снижении КПД приводит к увеличению технологичности изготовления РК из-за уменьшения кривизны профиля [6], что указывает на наличие области рациональных значений этого параметра относительно указанных критериев. Интерес представляет и зависимость массы ТПСММ от $\beta_{2\text{эф}}$.

Итак, общее число влияющих факторов плана эксперимента для получения математических моделей критериев оценки эффективности осевых и центростремительных одноступенчатых ТСММ равно 10, центробежных одноступенчатых ТСММ – 11.

3. Формирование планов факторного эксперимента при испытаниях одноступенчатых ТСММ

Применение методов оптимального планирования эксперимента теоретически позволяет получать математические модели критериев оценки эффективности ТСММ даже при отсутствии точных сведений о характере зависимостей этих критериев (процессов) от конструктивно-геометрических и режимных параметров [3]. При этом исследуемый процесс в ТСММ рассматривают в виде «чёрного ящика» (рис. 2) с n -мерным вектором целевой функции Y , с составляющими $y_1, y_2, y_3, \dots, y_n$ (параметрами или функциями отклика) и действующими на его

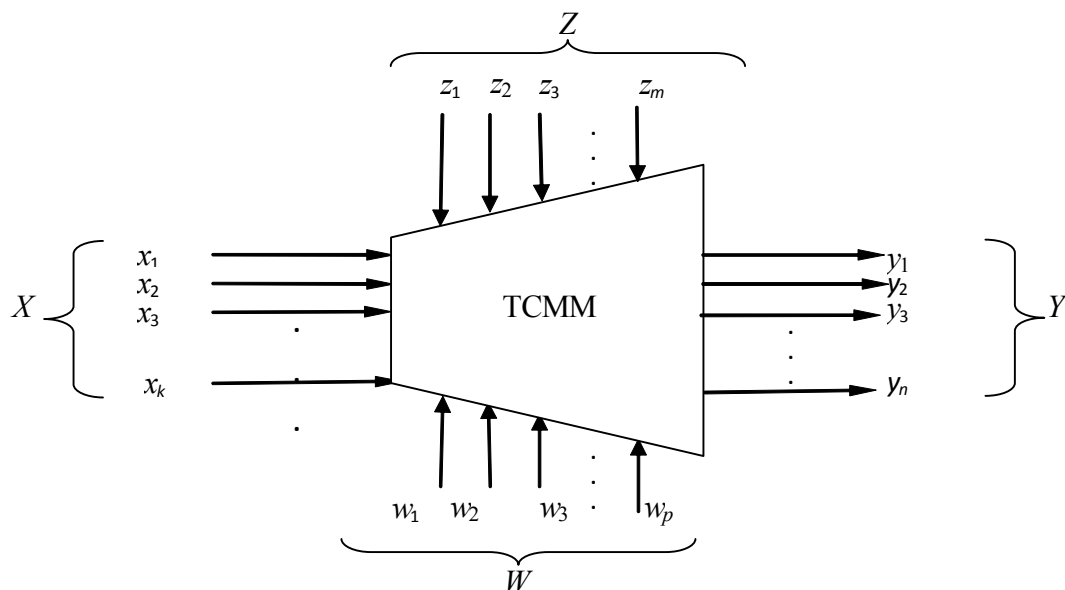


Рис. 2. Схема исследуемого процесса в TSCMM

входе параметрами, разделяющимися на три группы: x , w и z .

Первая группа представляет собой k -мерный вектор X варьируемых факторов, которые можно контролировать и целенаправленно изменять в процессе расчётного эксперимента. Вторая группа представляет собой p -мерный вектор W контролируемых, но неуправляемых параметров $\{W_i\}_{i=1}^{i=p}$, т.е. не поддающихся целенаправленному изменению в процессе эксперимента. Третья группа представляет собой m -мерный вектор Z неконтролируемых, а следовательно, и неуправляемых входных параметров.

При исследовании процессов, как правило, рассматривают параметры первой группы:

$$Y = f_i(x_1, \dots, x_k). \quad (2)$$

Вектор варьируемых факторов X для одноступенчатой ЦСТСММ в общем случае включает в себя следующие переменные:

$$x_1 = Y_r; x_2 = \pi_r; x_3 = \frac{h_{CA}}{D_1}; x_4 = \alpha_{1\text{эф}}; x_5 = \varepsilon;$$

$$x_6 = \bar{D}; x_7 = (b/t_{\text{cp}})_{\text{ПК}}; x_8 = \beta_{2\text{эф}}; x_9 = \bar{F}_{\text{ПК}};$$

$$x_{10} = \bar{D}_M.$$

В случае одноступенчатой ОТСММ вектор варьируемых переменных X включает в себя следующие переменные:

$$x_1 = Y_r; x_2 = \pi_r; x_3 = \frac{h_{CA}}{D_1}; x_4 = \alpha_{1\text{эф}}; x_5 = \varepsilon;$$

$$x_6 = \bar{\delta}_{\text{кр CA}}; x_7 = (b/t)_{\text{ПК}}; x_8 = \beta_{2\text{эф}}; x_9 = \frac{S_{CA}}{h_{CA}};$$

$$x_{10} = \bar{D}_M.$$

Вектор варьируемых факторов X для одноступенчатой ЦБТСММ определяется следующими переменными:

$$x_1 = Y_r; x_2 = \pi_r; x_3 = \frac{h_{CA}}{D_1}; x_4 = \alpha_{1\text{эф}}; x_5 = \varepsilon;$$

$$x_6 = \bar{D}; x_7 = (b/t_{\text{cp}})_{\text{ПК}}; x_8 = \beta_{2\text{эф}}; x_9 = \bar{F}_{\text{ПК}};$$

$$x_{10} = \bar{D}_M; x_{11} = \bar{\delta}_{\text{кр CA}}.$$

Ввиду большого числа варьируемых факторов применение полного факторного эксперимента (ПФЭ) приведёт к чрезвычайно большому числу необходимых опытов. Уменьшить число опытов без существенной

потери значимой информации об изучаемом процессе можно, применив дробный факторный эксперимент (ДФЭ). Однако априорно можно предположить, что использование простого ДФЭ, позволяющего описывать исследуемые зависимости линейными полиномами, может привести к заведомо неверным результатам. Дело в том, что большинство исследованных ранее экспериментальным путём однофакторных зависимостей мощностного КПД турбин от различных конструктивно-геометрических и режимных параметров зачастую характеризуются существенной нелинейностью в обычно рассматриваемом диапазоне значений этих параметров. Но если однофакторную зависимость нельзя представить линейным уравнением, то в многомерном случае поверхность отклика, несомненно, будет обладать существенной кривизной [3]. Это приводит к необходимости применения усложнённых идентификационных моделей на основе центральных композиционных дробных планов второго порядка.

Различают ортогональное и ротатабельное планирование второго порядка. При ортогональном планировании все коэффициенты квадратичной модели оцениваются независимо друг от друга, а при ротатабельном получается регрессионная модель, с одинаковой точностью предсказывающая оценку дисперсии отклика во всех направлениях от центральной точки эксперимента. Оба дробных композиционных плана состоят из трёх частей: ядра плана ДФЭ 2^{k-p} (здесь k – число факторов, p – число взаимодействий факторов), «звёздных» точек с координатами $(\pm\alpha, 0\dots 0)$, $(0, \pm\alpha, \dots 0)$, ..., $(0, 0\dots \pm\alpha)$ числом 2^k и n точек в центре плана с координатами $(0, 0\dots 0)$. В ортогональном плане, как правило, имеется одна центральная точка, а в ротатабельном плане их несколько.

Однако ортогональный план не обладает свойством ротатабельности, а ротатабельный план может быть и приближённо ортогональным [17]. Ортогональность ротатабельного плана достигается специальным выбором числа точек в центре плана.

Результаты теоретических исследований показали, что наиболее оптимальным

является ротатабельный ортогональный центральный композиционный план эксперимента (РОЦКП) с разрешающей способностью IV и степенью дробности 1/64 ядра ДФЭ. Определим основные параметры плана эксперимента при испытаниях ЦТСММ и ОТСММ.

Число точек ядра плана ДФЭ

$$N_0 = 2^{k-p} = 2^{10-4} = 64. \quad (3)$$

Минимальное число опытов (с одним опытом в центре плана)

$$N_0 = 2^{k-p} + 2 \cdot k + 1 = 64 + 2 \cdot 10 + 1 = 85. \quad (4)$$

Плечо «звёздных» точек

$$\alpha = 2^{(k-p)/4} = 2^{(10-4)/4} = 2,828. \quad (5)$$

Но для обеспечения ортогональности плана необходимо, чтобы число опытов в центре плана было равно

$$n = 4 - 2k + 2^{(k-p+4)/2} = 4 - 2 \cdot 10 + 2^{(10-4+4)/2} = 16. \quad (6)$$

Полученное число опытов в центре плана целое, поэтому ротатабельный план является и ортогональным.

Тогда общее число опытов ротатабельного плана

$$N = 2^{k-p} + 2k + 1 = 64 + 2 \cdot 10 + 16 = 100. \quad (7)$$

План является ненасыщенным, т.е. содержит избыточную информацию о модели. Эта информация при статистической обработке результатов эксперимента используется для оценки адекватности модели.

За основные факторы примем $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6$. Остальные факторы являются генераторами плана и в матрице планирования представляют собой следующие произведения основных факторов:

$$x_7 = x_2 x_3 x_4 x_6; \quad x_8 = x_1 x_3 x_4 x_6; \quad x_9 = x_1 x_2 x_4 x_5; \\ x_{10} = x_1 x_2 x_3 x_5.$$

При испытаниях ЦТСММ также оптимальным является РОЦКП, который разрабатывается с учётом того, что варьируемых факторов уже не десять, а одиннадцать ($k = 11$). При этом $p = 6$, тогда по формуле (6) определяем плечо «звёздных» точек $\alpha =$

= 2,828, которое имеет такое же значение, как у РОЦКП, рассмотренного выше. По формуле (6) определяем число опытов в центре плана $n = 18$, а с помощью (7) находим общее число опытов $N = 100$. Таким образом, число опытов в обоих планах одинаковое.

Итак, показана целесообразность проведения факторного эксперимента при испытаниях ТСММ трёх основных типов, выбраны влияющие факторы эксперимента и принят РОЦКП как наиболее удовлетворяющий условиям оптимальности плана эксперимента при испытаниях ОТСММ, ЦСТСММ и ЦБТСММ. Рассчитанные значения основных параметров плана, таких, как плечо «звёздных» точек и число опытов, позволит в дальнейшем разработать матрицы планирования, включающие не только кодированные, но и реальные значения факторов, соответствующие уровням их варьирования.

Библиографический список

1. Григорьев, В. А. Анализ состояния проблемы повышения эффективности турбоприводов сверхмалой мощности и пути её решения / В. А. Григорьев, Д. С. Калабухов, В. М. Радько, Н. Ф. Мусаткин // *Авиационно-космическая техника и технологии.* – НАУ ХАИ. – Х., 2010. – №7. – С. 168-172.
2. Матвеев, В.Н. Метод проектного расчета многорежимных турбоприводов на базе центростремительных микротурбин / В.Н.Матвеев // *Вестник СГАУ. Серия: Проблемы и перспективы развития двигателестроения.* Выпуск 3, часть 2. – Самара. – 1999. – С. 14-19.
3. Адлер, Ю.П. Планирование эксперимента при поиске оптимальных условий / Ю.П. Адлер, Е.В. Маркова, Ю.В. Грановский. – М: Наука, 1976. – 279 с.
4. Гишваров, А.С. Исследования авиационных силовых установок с применением планирования эксперимента / А. С. Гишваров, Г.К. Агеев. – Уфа: Уфим. гос. авиац. ин-т, 2009. – 216 с.
5. Матвеев, В.Н. Экспериментальное определение влияния фактора масштабности на КПД микротурбин / В.Н. Матвеев, Н.Ф. Мусаткин, Н.Т. Тихонов // *Изв. вузов. Авиационная техника.* – Казань. – 1997. – №2. – С. 65-69.
6. Наталевич, А.С. Воздушные микротурбины / А.С. Наталевич. – М.: Машиностроение, 1979. – 192 с.
7. Матвеев, В.Н. Влияние толщины выходных кромок лопаток сопловой решетки на экономичность центростремительных микротурбин / В.Н. Матвеев, Д.В. Сивиркин, Н.Т. Тихонов // *Вестник СГАУ. Серия: Актуальные проблемы производства. Технология, организация, управление.* – Самара: СГАУ. – 1995. – С. 22-26.
8. Матвеев, В.Н. Совместное влияние эффективного угла и величины горла на эффективность соплового аппарата центростремительной микротурбины / В.Н. Матвеев, Н.Ф. Мусаткин // *Проектирование и доводка авиационных газотурбинных двигателей.* – Самара: СГАУ. – 1992. – С. 80-84.
9. Матвеев, В.Н. Выбор эффективного угла сопловой решетки парциальной центростремительной микротурбины / В.Н. Матвеев, Н.Ф. Мусаткин // *Проектирование и доводка авиационных газотурбинных двигателей.* – Куйбышев: КуАИ. – 1990. – С. 82-86.
10. Матвеев, В.Н. Влияние густоты рабочей решетки на экономичность центростремительных микротурбин с полным подводом рабочего тела / В.Н. Матвеев, Д.В. Сивиркин, Н.Т. Тихонов // *Вестник СГАУ. Серия: Актуальные проблемы производства. Технология, организация, управление.* – Самара: СГАУ. – 1998. – С. 63-66.
11. Матвеев, В.Н. Обобщение экспериментальных исследований влияния перекрыш на КПД центростремительных микротурбин / В.Н. Матвеев, Д.В. Сивиркин, Н.Т. Тихонов // *Вестник СГАУ. Серия: Актуальные проблемы производства. Технология, организация, управление.* – Самара: СГАУ. – 1998. – С. 124-136.
12. Матвеев, В.Н. Экспериментальное определение отношения высот лопаток рабочего колеса на выходе и входе радиальных центростремительных микротурбин / В.Н.Матвеев, А.Н. Тихонов, Н.Т.Тихонов // *Изв. вузов. Авиационная техника.* – Казань, 1988. – №4. – С.100-101.

13. Тихонов, Н.Т. Совместное влияние высоты лопаток соплового аппарата и степени парциальности на экономичность осевой микротурбины / Н.Т.Тихонов, Э.Э.Пфайфле // Изв. вузов. Энергетика.– Казань, 1989.– №3.– С.105-106.

14. Тихонов, Н.Т. Влияние эффективного угла сопловой решетки на экономичность осевой микротурбины с полным впуском / Н.Т.Тихонов, Э.Э.Пфайфле // Изв. вузов. Авиационная техника.– Казань, 1989.– №1.– С.111-113.

15. Мусаткин, Н.Ф. Влияние верхней и

нижней перекрыш на КПД парциальной осевой микротурбины / Н.Ф.Мусаткин, Н.Т.Тихонов // Изв. вузов. Авиационная техника.– Казань, 1979.– №3.– С.106-108.

16. Грачева, С.М. Исследование особенностей рабочего процесса воздушной центробежной микротурбины: автореф. дисс. ... канд. техн. наук: 05.07.05 / С.М. Грачева.– Куйбышев: КуАИ, 1975.– 18 с.

17. Khuri A.I. Response Surfaces: Designs and Analyses / A.I. Khuri, J. A. Cornell. – Dekker, New York, 1987.– 405 p.

PLANNING A FACTORIAL EXPERIMENT FOR TESTING A SINGLE-STAGE ULTRALOW POWER TURBINE

© 2011 V. A. Grigoryev, V. M. Radko, D. S. Kalabukhov

Samara State Aerospace University
named after academician S. P. Korolyov (National Research University)

The need for new experimental studies to find the dependency criteria for evaluating the effectiveness of single-stage ultralow power turbines (ULPT) on the regime and constructive-geometrical parameters has been shown. The usefulness of factorial experiments and their advantage over the classical multifactorial experiments for testing ULPTs are justified. The choice of influencing factors of the planned experiment, i.e. regime and constructive-geometrical parameters significantly affect the efficiency, weight, size and technical-economic indicators is made for ULPTs of three types: axial, centrifugal and centripetal. Optimal rotatable orthogonal central composite designs of factorial experiments for testing different types of turbines and their basic parameters are formed.

Design of experiment, single-stage ultralow power turbine, influence factors, operating conditions, structural and geometric parameters, performance measures.

Информация об авторах

Григорьев Владимир Алексеевич, доктор технических наук, профессор кафедры теории двигателей летательных аппаратов, Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С. П. Королёва (национальный исследовательский университет). E-mail: grig@ssau.ru. Область научных интересов: испытание авиационных двигателей, начальное проектирование газотурбинных двигателей.

Радько Владислав Михайлович, кандидат технических наук, доцент кафедры теории двигателей летательных аппаратов, Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С. П. Королёва (национальный исследовательский университет). E-mail: radko@ssau.ru. Область научных интересов: рабочие процессы в турбинах сверхмалой мощности.

Калабухов Дмитрий Сергеевич, аспирант кафедры теории двигателей летательных аппаратов, Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С. П. Королёва (национальный исследовательский университет). E-mail: stream_dk@mail.ru. Область научных интересов: рабочие процессы в турбинах сверхмалой мощности.

Grigoryev Vladimir Alexeevitch, doctor of technical sciences, professor of the aircraft engine theory department, Samara State Aerospace University named after academician S. P. Korolyov (National Research University). E-mail: grig@ssau.ru. Area of research: choice of parameters and design of small gas turbine engines.

Radko Vladislav Mikhailovitch, candidate of technical sciences, associate professor of the aircraft engine theory department, Samara State Aerospace University named after academician S. P. Korolyov (National Research University). E-mail: radko@ssau.ru. Area of research: working processes in ultralow power turbines.

Kalabukhov Dmitriy Sergeevitch, post-graduate student of the aircraft engine theory department, Samara State Aerospace University named after academician S. P. Korolyov (National Research University). E-mail: stream_dk@mail.ru. Area of research: working processes in ultralow power turbines.

ВЫБОР ДИАПАЗОНОВ И УРОВНЕЙ ВАРЬИРОВАНИЯ ФАКТОРОВ ПЛАНА ЭКСПЕРИМЕНТА ПРИ ИСПЫТАНИЯХ ОДНОСТУПЕНЧАТЫХ ТУРБИН СВЕРХМАЛОЙ МОЩНОСТИ

© 2011 В. А. Григорьев, В. М. Радько, Д. С. Калабухов

Самарский государственный аэрокосмический университет
имени академика С.П. Королёва (национальный исследовательский университет)

Произведено определение центра эксперимента и шагов варьирования факторов плана эксперимента для испытаний турбин сверхмалой мощности (ТСММ) центростремительного (ЦСТСММ), осевого (ОТСММ) и центробежного (ЦБТСММ) типов. Определены рациональные диапазоны варьирования этих факторов с точки зрения возможности реализации разработанного ротатбельного ортогонального композиционного плана (РОЦКП), а также значения, которые принимают факторы на соответствующих уровнях варьирования.

Планирование эксперимента, диапазоны варьирования, уровни варьирования, значение величины, режимные факторы, одноступенчатые турбины сверхмалой мощности, критерии оценки эффективности.

Введение

В статье [1] был проведён выбор влияющих факторов планируемого эксперимента, т.е. режимных и конструктивно-геометрических параметров, существенно влияющих на КПД, массогабаритные и технико-экономические показатели одноступенчатых осевых, центростремительных и центробежных ТСММ. Также в ней были сформированы оптимальные РОЦКП факторных экспериментов при испытаниях различных типов турбин и определены их основные параметры.

Следующий этап планирования эксперимента требует разработки матриц планирования для испытания турбин трёх типов, включающих не только кодированные, но и реальные значения факторов, соответствующих определённым уровням их варьирования.

1. Определение центра эксперимента и шагов варьирования факторов плана эксперимента

Обычно центр эксперимента выбирается в центре диапазона варьирования следующим образом:

$$x_{i0} = \frac{1}{2}(x_{i\max} + x_{i\min}). \quad (1)$$

«Звёздным» точкам плана эксперимента соответствуют крайние значения диапазонов варьирования факторов. Тогда с помощью несложных преобразований шаг варьирования можно определить по формуле

$$\Delta x_i = \frac{1}{2\alpha}(x_{i\max} - x_{i\min}). \quad (2)$$

Значения факторов, соответствующих вершинам гиперкуба плана, определяются следующим образом:

$$x_{i-} = x_{i0} - \Delta x_i; \quad (3)$$

$$x_{i+} = x_{i0} + \Delta x_i. \quad (4)$$

Итак, для каждого фактора нужно подобрать диапазон варьирования его значениями и определить пять числовых значений, соответствующих пяти уровням варьирования: $-\alpha$, -1 , 0 , $+1$, $+\alpha$. При этом для всех матриц планирования в [1] было установлено, что $\alpha = 2,828$.

2. Диапазоны и уровни варьирования режимных факторов Y_T , π_T и фактора масштабности \bar{D}_M одноступенчатых ТСММ различных типов

Диапазоны и уровни варьирования факторов Y_T , π_T , \bar{D}_M , а также остальных факто-

ров, рассматриваемых в данной статье, определялись с помощью специальной методики.

Сначала выбирается наиболее широкий диапазон варьирования некоторого фактора, опираясь на данные проведенных ранее однофакторных экспериментов. Затем определяются значения величин факторов, соответствующих пяти уровням варьирования, и рассматриваются все возможные комбинации уровней связанных между собой факторов, исходя из матрицы планирования. Далее проверяется, не выходит ли значение какого-либо параметра, связывающего рассматриваемые факторы (контролирующий параметр), за диапазон его допустимых значений при каждой из возможных комбинаций уровней варьирования факторов. Если значение контролирующего параметра хотя бы при одной комбинации уровней варьирования выходит за диапазон его допустимых значений, то сужается диапазон варьирования того фактора, изменение которого допустимо в конкретном случае.

Данные работы [2] позволяют сделать вывод, что в плане эксперимента следует варьировать фактор Y_T в диапазоне значений $0,1 \dots 0,7$, а фактор π_T в диапазоне значений $1,05 \dots 6$ для ЦСТСММ и ОТСММ. При этом для плана эксперимента при испытаниях ЦБТСММ согласно [3] целесообразно принять диапазоны значений $\pi_T = 1,05 \dots 6$ и $Y_T = 0,1 \dots 0,4$. Однако самые современные тормозные установки для испытаний ТСММ имеют ограничение по частоте вращения турбины $n \leq 140000$ об/мин [4], поэтому необходимо проверить, соблюдается ли это условие проведения эксперимента при принятых диапазонах варьирования.

Параметр n определяется факторами π_T , Y_T и параметром $D_{I(ср)}$

$$n = \frac{60Y_T \sqrt{2 \frac{k}{k-1} RT_0^* \left(1 - \frac{1}{\pi_T^k} \right)}}{\pi D_{I(ср)}} \quad (5)$$

В обозначенных выше работах указывается, что ЦСТСММ характеризуются величинами $D_1 = 20 \dots 80$ мм, а ОТСММ могут иметь $D_{ср} = 20 \dots 100$ мм. Исследования, проведенные авторами статьи, показали, что реализация РОЦКП при испытаниях ЦБТСММ возможна, если $D_1 = 20 \dots 50$ мм.

С учётом того, что большинство испытуемых ранее ЦСТСММ и ОТСММ имели $D_{I(ср)} \approx 50$ мм, а ЦБТСММ – $D_1 = 32$ мм [3, 5–14], принимаем в качестве исходных значения $D_{I(ср)исп} = 50$ мм и $D_{I(ср)исп} = 32$ мм для соответствующих типов турбин. Тогда диапазон варьирования фактора \bar{D}_M примем равным $0,4 \dots 1,6$ для ЦСТСММ, $0,4 \dots 2$ для ОТСММ и $0,625 \dots 1,5625$ для ЦБТСММ.

Рассмотрим все возможные комбинации уровней этих факторов в принятом нами РОЦКП для ЦСТСММ и ОТСММ (табл. 1). Числовые значения факторов, соответствующие уровням, определяются с помощью формул (1)–(4). Значения n определяются по формуле (5).

В скобках в табл. 1 указаны значения \bar{D}_M и n для ОТСММ.

При проведении эксперимента в качестве рабочего тела принимается воздух ($k=1,4$, $R = 287$ кДж/кг·К), температура которого на входе в сопловой аппарат (СА) $T_0^* = 288$ К.

В принятых диапазонах варьирования факторами π_T , Y_T и \bar{D}_M в опытах №51 и №79 потребная частота вращения турбины превышает допустимую. Поэтому диапазон значений $Y_T = 0,1 \dots 0,7$ приходится сузить, т. е. уменьшить максимальное значение Y_T до $0,58$. Тогда $n_{max} = 138093$ об/мин.

Поскольку при испытаниях ЦБТСММ $Y_{Tmax} = 0,4$, очевидно, что для неё $n_{max} \leq 140000$ об/мин.

Итак, принимаем следующие диапазоны варьирования факторов Y_T , π_T , \bar{D}_M и значения их величин на уровнях варьирования факторов Y_T , π_T , \bar{D}_M и значения их величин на уровнях варьирования РОЦКП:

Таблица 1

№ опыта	$x_1 = Y_T$		$x_2 = \pi_T$		$x_{10} = \bar{D}_M$		$n, \text{об/мин}$
1	-1	0,294	-1	1,925	1	1,212 (1,483)	29197 (23862)
3	-1	0,294	-1	1,925	-1	0,788 (0,917)	44780 (38481)
17	-1	0,294	1	4,4	-1	0,788 (0,917)	63683 (54724)
19	-1	0,294	1	4,4	1	1,212 (1,483)	41404 (33838)
33	1	0,506	-1	1,925	-1	0,788 (0,917)	77072 (66229)
35	1	0,506	-1	1,925	1	1,212 (1,483)	50110 (40953)
49	1	0,506	1	4,4	1	1,212 (1,483)	71260 (58238)
51	1	0,506	1	4,4	-1	0,788 (0,917)	109603 (94185)
65	α	0,1	0	3,525	0	1 (1,2)	15974 (13311)
66	α	0,7	0	3,525	0	1 (1,2)	111821 (93184)
67	0	0,4	α	1,05	0	1 (1,2)	13673 (11394)
68	0	0,4	α	6	0	1 (1,2)	73563 (61302)
83	0	0,4	0	3,525	$-\alpha$	0,4 (0,4)	159745 (159745)
84	0	0,4	0	3,525	α	1,6 (2)	39936 (31949)
85	0	0,4	0	3,525	0	1 (1,2)	63898 (53248)

$$x_1 = \begin{cases} 0,1 \dots 0,58 (0,1; 0,255; 0,34; 0,425; 0,58) \\ \text{для ЦСТСММ и ОТСММ;} \\ 0,1 \dots 0,4 (0,1; 0,197; 0,25; 0,303; 0,4) \\ \text{для ЦБТСММ;} \end{cases}$$

$$x_2 = 1,05 \dots 6 (1,05; 2,65; 3,525; 4,4; 6);$$

$$x_{10} = \begin{cases} 0,4 \dots 1,6 (0,4; 0,788; 1; 1,212; 1,6) \\ \text{для ЦСТСММ} \\ 0,4 \dots 2 (0,4; 0,917; 1,2; 1,483; 2) \\ \text{для ОТСММ;} \\ 0,625 \dots 2,5 (0,625; 1,231; 1,5625; \\ 1,894; 2,5) \text{ для ЦБТСММ.} \end{cases}$$

3. Диапазоны и уровни варьирования

фактора $\frac{h_{CA}}{D_{1(ср)}}$ одноступенчатых ТСММ

различных типов

Согласно [2], ТСММ характеризуются значениями параметра относительной высо-

ты решётки соплового аппарата (СА) $\frac{h_{CA}}{D_{1(ср)}} = 0,005...0,05$. Как уже отмечалось, в ТСММ диапазон значений параметра $D_{1(ср)} = 20...50$ (80; 100) мм, при этом к ТСММ относятся турбины с $h_{CA} \leq 5$ мм.

В этом случае в РОЦКП при некоторых комбинациях уровней варьирования факто-

ров $\frac{h_{CA}}{D_{1(ср)}}$ и \bar{D}_M величина высоты решётки

СА может превышать допустимую или, наоборот, принимать нерационально малые значения $h_{CA} \leq 0,35$ м.

Проверим, выходит ли высота лопатки ОТСММ за условленный диапазон значений $h_{CA} = 0,35...5$ мм в плане эксперимента при

$\frac{h_{CA}}{D_{1(ср)}} = 0,005...0,05$ с помощью табл. 2.

Таблица 2

№ опы та	$x_3 = \frac{h_{CA}}{D_{ср}}$		$x_{10} = \bar{D}_M$		$h_{CA}, \text{ мм}$
	-1	0,0195	-1	0,917	
3	-1	0,0195	-1	0,917	0,89
5	-1	0,0195	1	1,483	1,44
9	1	0,0354	-1	0,917	1,62
11	1	0,0354	1	1,483	2,6
90	$-\alpha$	0,005	0	1,2	0,3
91	α	0,05	0	1,2	3
83	0	0,0275	$-\alpha$	0,4	0,55
84	0	0,0275	α	2	2,75
85	0	0,0275	0	1,2	1,65

Высота лопатки ОТСММ выходит за нижнюю границу условленного диапазона значений $h_{CA} = 0,35...5$ мм при диапазоне

варьирования $x_3 = \frac{h_{CA}}{D_{ср}} = 0,005...0,05$.

Для ЦСТСММ и ЦБТСММ также можно получить похожие результаты. Поскольку минимальное значение h_{CA} достигается в опыте №90, нетрудно вычислить

$$x_{3 \text{ min}} = \frac{h_{CA \text{ min}}}{D_{1(ср)0 \text{ min}}} = \frac{0,0005}{0,05} = 0,01. \quad (6)$$

Тогда значения величин этого фактора на уровнях варьирования РОЦКП будут равными 0,01; 0,023; 0,03; 0,037; 0,05.

4. Диапазон и уровни варьирования фактором $\alpha_{1\phi}$ одноступенчатой ЦСТСММ

У ЦСТСММ приняты в практике проектирования диапазоны значений эффективного угла выхода потока из СА $\alpha_{1\phi} = 6...25^\circ$ [5]. Нижняя граница этого диапазона соответствует минимально возможному с конструктивной точки зрения углу $\alpha_{1\phi}$, удовлетворяющего условию неподрезания длинной стенки канала сопловой решётки: $\varphi_{\text{подр}} = 0$ (рис. 1,а). Верхняя граница диапазона выбрана исходя из условия приемлемого выполнения сопловым аппаратом своих функций разгона и поворота потока.

Фактор $\alpha_{1\phi}$ определяется следующим выражением (рис. 1,б):

$$\alpha_{1\phi} = \arcsin \frac{a_{z \text{ CA}} (1 + \bar{\delta}_{кр \text{ CA}})}{t_{CA}} = \arcsin \left[\frac{a_{z \text{ CA}} \cdot (1 + \bar{\delta}_{кр \text{ CA}}) z_{CA}^{\varepsilon=1}}{D_1 \pi (1 + 2\bar{\delta}_r)} \right], \quad (7)$$

где $\bar{\delta}_{r \text{ рад}} = 0,005...0,01$ – относительный радиальный зазор между СА и РК в ЦСТСММ [6].

Фактор относительной толщины выходной кромки СА $\bar{\delta}_{кр \text{ CA}}$ оказывает различ-

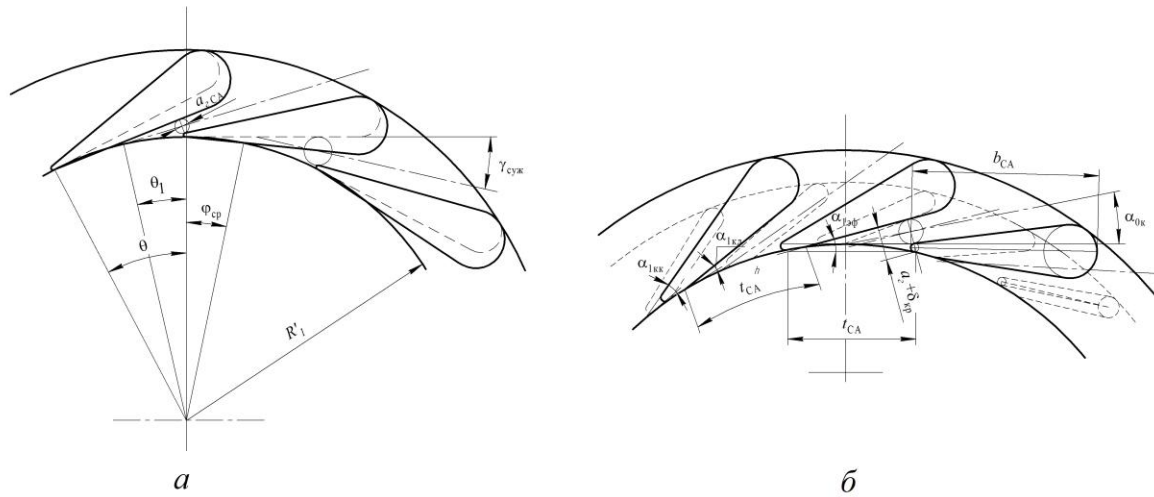


Рис. 1. Схемы построения решётки СА ЦСТСММ:
 а) неправильное построение решётки профилей лопаток;
 б) правильное построение решётки профилей лопаток

ное воздействие на мощностной КПД турбин разных типов [7]. На КПД ЦСТСММ в диапазоне значений 0,14...0,3 этот фактор не оказывает влияния, поэтому с точки зрения повышения технологичности изготовления СА следует принимать $\bar{\delta}_{кр\ CA} = 0,3$. Теоретически возможно варьирование угла $\alpha_{1\text{эф}}$ при одновременном изменении относительного

горла $\frac{a_{z\ CA}}{D_1}$ и числа каналов $z^{\varepsilon=1}_{CA}$, что могло бы позволить принять величину относительного горла в качестве варьируемого фактора. Однако подробный анализ этой воз-

можности показал, что $\frac{a_{z\ CA}}{D_1}$ не может быть влияющим фактором эксперимента при варьировании $\alpha_{1\text{эф}}$ в диапазоне значений 6...25°, поскольку область возможных соче-

таний значений параметров $\alpha_{1\text{эф}}$ и $\frac{a_{z\ CA}}{D_1}$ позволяет провести лишь часть опытов, запланированных в эксперименте. Более того, значения $\alpha_{1\text{эф}} = 6...9,2^\circ$ не могут быть реализо-

ваны ни при каком значении $\frac{a_{z\ CA}}{D_1}$. Для того, чтобы обеспечить технологически возможную величину $a_{r\ CA} \geq 0,72$ мм при любых \bar{D}_M ,

необходимо принять диапазон варьирования фактором $\alpha_{1\text{эф}}$ и его значения на уровнях варьирования $x_4 = \alpha_{1\text{эф}} = 9,2...25^\circ$ (9,2°; 14,31°; 17,1°; 19,89°; 25°). Тогда варьирование величины $\alpha_{1\text{эф}}$ в процессе эксперимента осуществ-

ляется изменением $z^{\varepsilon=1}_{CA}$ при $\frac{a_{z\ CA}}{D_1} = 0,036 = \text{const}$.

Важно отметить, что в плане эксперимента должно быть обеспечено целое число сопловых или межлопаточных каналов $z^{\varepsilon=1}_{CA}$. Для определения $z^{\varepsilon=1}_{CA}$ было получено следующее выражение:

$$z^{\varepsilon=1}_{CA} = \pi \left(1 + 2\bar{\delta}_r\right) \cdot \left(\frac{h}{b}\right)_{CA} \left(\frac{b}{t}\right)_{CA} \left(\frac{h_{CA}}{D_{cp}}\right)^{-1}. \quad (8)$$

Установлено, что относительный шаг решётки СА $\left(\frac{b}{t}\right)_{CA}$ практически не влияет на КПД ЦСТСММ в принятом на практике диапазоне значений 1,2...2,2 [8]. Поэтому из соображений улучшения технологичности изготовления ТСММ, уменьшения массы и диаметральных габаритов рекомендуется при-

нимать $\left(\frac{b}{t}\right)_{CA} = 1,2...1,3$. Изменением в этом

диапазоне $\left(\frac{b}{t}\right)_{CA}$ путём корректировки значения шага t_{CA} можно достичь целого числа $z_{CA}^{\varepsilon=1}$.

5. Диапазоны и уровни варьирования

факторами $\alpha_{1\text{эф}}$, $\bar{\delta}_{кр CA}$, $\left(\frac{b}{t}\right)_{CA}$ и $\frac{s_{CA}}{h_{CA}}$

одноступенчатой ОТСММ

Для любой из форм образования канала решётки СА (рис. 2) угол $\alpha_{1\text{эф}}$ определяется по следующей формуле:

$$\alpha_{1\text{эф}} = \arcsin \frac{a_{z CA} (1 + \bar{\delta}_{кр CA})}{t_{CA}} = \arcsin \left[\frac{a_{z CA} \cdot (1 + \bar{\delta}_{кр CA}) z^{\varepsilon=1}_{CA}}{D_{cp} \cdot \pi} \right] \tag{9}$$

У ОТСММ приняты в практике проектирования диапазоны значений $\alpha_{1\text{эф}} = 5 \dots 24^\circ$ [9]. Нижняя граница этого диапазона соответствует минимально возможному с конструктивной точки зрения углу $\alpha_{1\text{эф}}$. Верхняя граница диапазона выбрана исходя из условия приемлемого выполнения сопловым аппаратом своих функций разгона и поворота потока.

Ширина сверхзвукового канала на входе в участок косога среза (рис. 2,б)

$$a_{с CA} = \frac{a_{z CA}}{q(\lambda_{1s})} = \frac{\pi D_{cp} \sin \alpha_{1\text{эф}}}{z_{CA}^{\varepsilon=1} (1 + \bar{\delta}_{кр CA}) q(\lambda_{1s})}, \tag{10}$$

т. е. зависит не только от конструктивно-геометрических, но и режимных параметров.

Как и в случае с ЦСТСММ, варьировать фактор $\frac{a_{z CA}}{D_{cp}}$ оказалось невозможно, поскольку кроме $\alpha_{1\text{эф}}$ варьируемым фактором является также $\bar{\delta}_{кр CA}$, изменение которого в процессе эксперимента сопровождается некоторым изменением величины $a_{z CA}$ из-за условия независимости названных факторов. Зато его можно и нужно (с целью сохранения оптимальности РОЦКП) использовать для обеспечения целого числа каналов $z_{CA}^{\varepsilon=1}$.

Принимаем начальное значение $\frac{a_{z CA}}{D_{cp}} = 0,036$,

т. е. такое же, как у ЦСТСММ.

Для ОТСММ весьма важными являются параметры удлинения лопаточных венцов

$\frac{s_{CA}}{h_{CA}}$ и $\frac{s_{ПК}}{h_{ПК}}$ СА и рабочего колеса (ПК). Они характеризуют осевые габариты турбины и, соответственно, его массу. Но в отличие от удлинения решётки СА удлинение решётки ПК в широком диапазоне значений $\frac{h_{ПК}}{s_{ПК}} = 3,5 \dots 7$ не влияет на КПД. Поэтому с

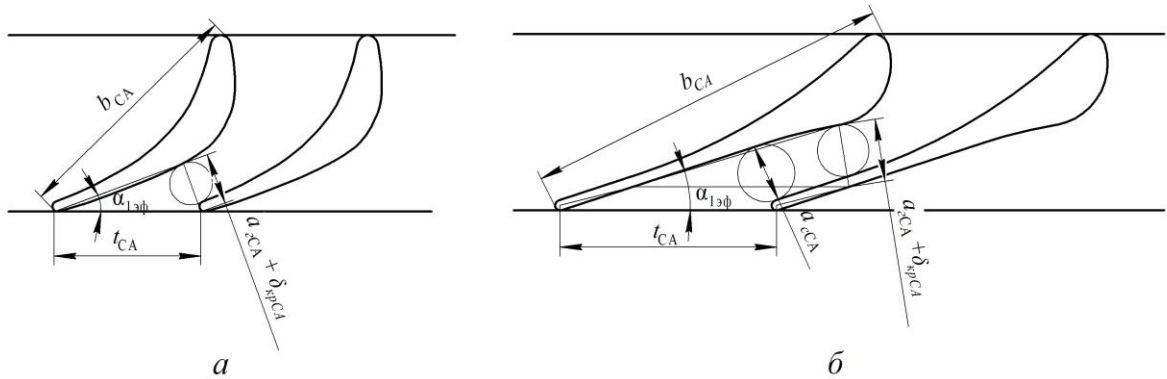


Рис. 2. Профили лопаток и межлопаточные каналы СА ОТСММ:
 а) конфузурный канал, образованный дозвуковыми профилями;
 б) канал в форме сопла Лаваля, образованный сверхзвуковыми профилями

целью уменьшения массы и габаритов при проектировании ОТСММ принимаются значения

$\frac{s_{PK}}{h_{PK}}$ из окрестности нижней границы

указанного диапазона. Фактор $\frac{s_{CA}}{h_{CA}}$ необходимо варьировать в диапазоне значений 3,2...7,8 [10].

Удлинение решётки СА связано со следующими факторами:

$$\frac{s_{CA}}{h_{CA}} = \frac{\left(\frac{a_{zCA}}{D_{cp}}\right) \cdot \left(\frac{b}{t}\right)_{CA} (1 + \bar{\delta}_{крCA}) \cdot \sin \gamma_{уст}}{\left(\frac{h_{CA}}{D_{cp}}\right) \cdot \sin \alpha_{1эф}}, \quad (11)$$

где $\gamma_{уст}$ – угол установки решётки. Этот конструктивный параметр выражается через параметры a_{zCA} , b_{CA} , $\alpha_{1эф}$ и параметры профиля с помощью сложной зависимости и на этапе начального проектирования не является известным. Поэтому в эксперименте целесообразно принять $\gamma_{уст} = const$.

Сравнивая результаты работы [8] и [10],

можно заметить, что $\left(\frac{b}{t}\right)_{CA}$ иначе влияет на

КПД ОТСММ, чем на КПД ЦСТСММ. Зависимость $\eta_e = f\left[\left(\frac{b}{t}\right)_{CA}\right]$ близка к квадратичной в диапазоне характерных значений 1...1,7. В этом диапазоне КПД может изменяться до 10%. Кроме того, в работе [10] установлено, что зависимости $\eta_e = f\left[\left(\frac{b}{t}\right)_{CA}\right]$

и $\eta_e = f\left[\left(\frac{b}{t}\right)_{PK}\right]$ практически идентичны и

допустимо принять $x_7 = \left(\frac{b}{t}\right)_{CA} = \left(\frac{b}{t}\right)_{PK}$. По-

этому $\left(\frac{b}{t}\right)_{CA}$ включается в состав варьируемых факторов. Можно выделить два основ-

ных способа изменения $\frac{s_{CA}}{h_{CA}}$ в процессе экс-

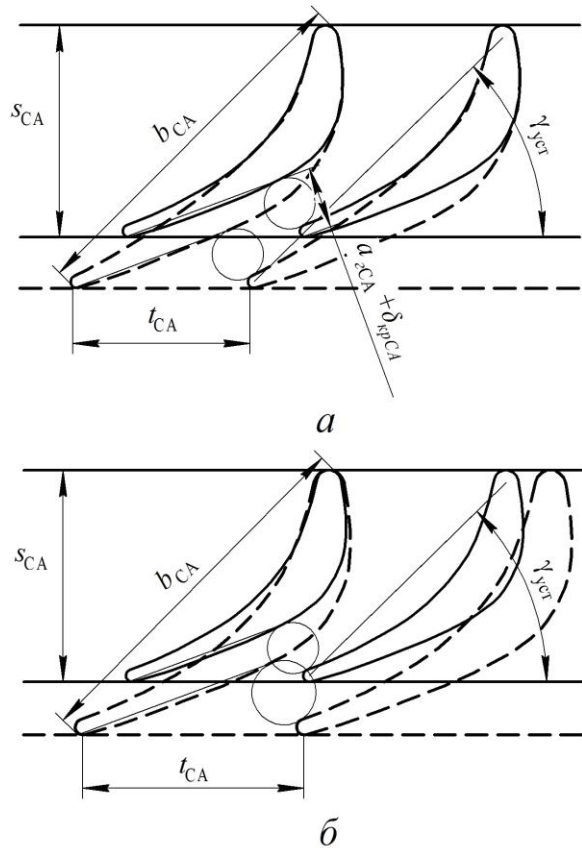


Рис.3. Способы изменения величины

фактора $\frac{s_{CA}}{h_{CA}}$ в эксперименте: а) $\left(\frac{b}{t}\right)_{CA} = var$;

б) изменение b_{CA} и t_{CA} при сохранении $\left(\frac{b}{t}\right)_{CA} = const$

перимента. На рис. 3,а показан способ варьирования этого фактора путём изменения

$\left(\frac{b}{t}\right)_{CA}$ и сохранения остальных параметров

в выражении (9) постоянными. В этом случае изменяется кривизна образующих лопаток, что вносит свой вклад в изменение КПД турбины. На рис. 3,б показан способ варьирования

$\frac{s_{CA}}{h_{CA}}$ путём изменения шага и хорды

лопатки при $\left(\frac{b}{t}\right)_{CA} = const$. В этом случае

профили лопаток подобны, но для сохранения $\alpha_{1эф} = const$ требуется изменение значе-

ния произведения $a_{zCA} (1 + \bar{\delta}_{крCA})$, а значит

и $\frac{a_{zCA}}{D_{cp}}$. Очевидно, что в нашем случае при постановке эксперимента необходимо изменить оба способа.

После анализа матрицы планирования получены следующие диапазоны варьирования факторов: $\alpha_{1\phi}$, $\bar{\delta}_{крCA}$, $\left(\frac{b}{t}\right)_{CA}$, $\frac{s_{CA}}{h_{CA}}$ ОТСММ и значения их величин на уровнях варьирования, позволяющие реализовать РОЦКП с допустимыми значениями параметра $a_{zCA} = 1 \dots 5$ мм:

$$x_4 = \alpha_{1\phi} = 5 \dots 24^\circ (5; 11,14^\circ; 14,5^\circ; 17,86^\circ; 24^\circ);$$

$$x_6 = \bar{\delta}_{крCA} = 0,14 \dots 0,42 (0,14; 0,231; 0,28; 0,329; 0,42);$$

$$x_7 = \left(\frac{b}{t}\right)_{CA} = 1 \dots 1,7 (1; 1,226; 1,35; 1,474; 1,7);$$

$$x_9 = \frac{s_{CA}}{h_{CA}} = 3,2 \dots 7,8 (3,2; 4,69; 5,5; 6,31; 7,8).$$

6. Диапазоны и уровни варьирования фактором ε одноступенчатых ТСММ различных типов

Степень парциальности ε определяется как отношение длины дуги, занятой каналами СА к периметру окружности облопачивания

$$\varepsilon = \frac{(D_{1(ср)}/2)\theta_{дуг}}{\pi D_{1(ср)}} = \frac{\theta_{дуг}}{2\pi}, \quad (12)$$

где $\theta_{дуг}$ – угол дуги, образованной межлопаточным или сопловым каналом. Для того, чтобы проанализировать после проведения эксперимента влияние степени парциальности на критерии оценки эффективности, необходимо наличие опытов, в которых при изменении ε сохраняется геометрическое

подобие каналов СА и кинематическое подобие потока, протекающего через них. По-

$$\text{этому } \frac{\theta_{дуг}}{2\pi} = \frac{z_{CA}t}{z_{CA}^{\varepsilon=1}t} = \frac{z_{CA}}{z_{CA}^{\varepsilon=1}}, \text{ а значит степень}$$

парциальности представляет собой отношение реального числа каналов СА к числу каналов СА при значении этого параметра, равного 1.

При определённых сочетаниях параметров $D_{1(ср)}$, $\alpha_{1\phi}$, a_{zCA} в плане эксперимента будет достигнуто минимальное число $z_{CA \min} = z_{CA \min}^{\varepsilon=1}$ в случае $\varepsilon = 1$. В других опытах потребуются сохранить величины названных параметров при других значениях ε . Поэтому нужно знать минимально реализуемую степень парциальности в эксперименте в целом:

$$\varepsilon_{\min} = \frac{z_{CA \min}^{\varepsilon=1}}{z_{CA \min}^{\varepsilon=1}} = \frac{1}{z_{CA \min}^{\varepsilon=1}}. \quad (13)$$

В планируемых экспериментах у ЦБТСММ $z_{CA \min}^{\varepsilon=1} = 14$, у ЦСТСММ $z_{CA \min}^{\varepsilon=1} = 10$, а у ОТСММ $z_{CA \min}^{\varepsilon=1} = 7$ и, соответственно, $\varepsilon_{\min} = 0,071$, $\varepsilon_{\min} = 0,1$ и $\varepsilon_{\min} = 0,143$. Поэтому принимаем следующие диапазоны варьирования фактором ε и значения его величины на уровнях варьирования РОЦКП:

$$x_5 = \varepsilon_{\min} = \begin{cases} 0,071 \dots 1 (0,071; 0,371; 0,535; 0,699; 1) \\ \text{для ЦБТСММ;} \\ 0,1 \dots 1 (0,1; 0,391; 0,55; 0,709; 1) \\ \text{для ЦСТСММ;} \\ 0,142 \dots 1 (0,142; 0,419; 0,571; 0,723; 1) \\ \text{для ОТСММ.} \end{cases}$$

Для обеспечения целого числа z_{CA} при данных значениях ε необходимо корректировать значение шага t_{CA} , а для сохранения при-

нятых в эксперименте значений $\left(\frac{b}{t}\right)_{CA}$ и $\alpha_{1\phi}$ соответственно корректируются b_{CA} и a_{zCA} .

7. Диапазоны и уровни варьирования

факторами $\left(\frac{b}{t_{\text{cp}}}\right)_{\text{РК}}$, \bar{D} , $\beta_{2\text{эф}}$ и $\bar{F}_{\text{РК}}$

одноступенчатой ЦСТСММ

В работе [11] изучалось влияние пара-

метра $\left(\frac{b}{t_{\text{cp}}}\right)_{\text{РК}}$ не только на КПД ЦСТСММ,

но и на трудоёмкость изготовления лопаточного венца в диапазоне значений 1,2...2,2. Анализ представленных в ней графиков показал, что и для планируемого эксперимента целесообразно выделить отмеченный выше диапазон значений данного фактора.

Фактор $\left(\frac{b}{t_{\text{cp}}}\right)_{\text{РК}}$ связан с факторами \bar{D} ,

\bar{D}_M , и $\beta_{2\text{эф}}$ следующим соотношением:

$$\left(\frac{b}{t_{\text{cp}}}\right)_{\text{РК}} = \bar{D} \frac{1 - \bar{D}}{1 + \bar{D}} \cdot \frac{\bar{D}_M D_{\text{лисп}} \sin \beta_{2\text{эф}}}{a_{\text{РК}}} \quad (14)$$

Соотношение диаметров на входе и выходе \bar{D} в работе [2] варьировались в диапазоне значений 0,404...0,909 при $D_{\text{лисп}} = 49,5$ мм. В нашем случае при $D_{\text{лисп}} = 50$ мм следует варьировать фактор \bar{D} в диапазоне значений 0,4...0,9.

В работе [12] описано экспериментальное исследование влияния эффективного угла $\beta_{2\text{эф}}$ выхода потока из РК на КПД ЦСТСММ в диапазоне значений 15...90°. Было обнаружено, что коэффициент скорости в РК $\psi_{\text{РК}}$ принимает максимальное значение при $\beta_{2\text{эф}} = 25^\circ$, но в то же время при значениях $\pi_t < 4$ КПД турбины сохраняется примерно постоянным в диапазоне значений $\beta_{2\text{эф}} = 15...60^\circ$. К тому же увеличение угла $\beta_{2\text{эф}}$ упрощает изготовление лопаточных венцов РК. Поэтому в эксперименте представляется целесообразным варьировать фактор $\beta_{2\text{эф}}$ в диапазоне значений 15...60° с целью определения рациональных областей значений этого параметра по критериям оценки эффективности ТСММ.

В выражении (14) фигурирует лишь один параметр, который в плане эксперимента может являться контролирующим – горло канала РК $a_{\text{РК}}$. При этом значение параметра $a_{\text{РК}}$ корректируется для обеспечения целого числа лопаток $z_{\text{РК}}$.

Первоначально в некоторых опытах матрицы планирования значения контролирующего параметра выходили за пределы допустимых. Увеличением или уменьшением $a_{\text{РК}}$ путем соответствующего уменьшения или увеличения числа лопаток РК был обеспечен допустимый диапазон $a_{\text{РК}} = 1...5$ мм.

При проведении эксперимента фактор

$\left(\frac{b}{t_{\text{cp}}}\right)_{\text{РК}}$ варьировался в опытах путём изменения $t_{\text{cp}}_{\text{РК}}$, а $\beta_{2\text{эф}}$ выдерживался постоянным с помощью изменения $a_{\text{РК}}$ (рис. 4).

Фактор, учитывающий отношение площади на выходе из РК к площади на входе $\bar{F}_{\text{РК}}$, представляет собой произведение уже рассмотренного соотношения \bar{D} и отношения высоты лопатки на выходе из РК к высоте лопатки на входе в него $\bar{h}_{\text{РК}}$. В работе [13] изучено как влияние $\bar{h}_{\text{РК}}$ на КПД ЦСТСММ, так и $\bar{F}_{\text{РК}}$, но также показано, что последний параметр удобнее использовать в качестве оптимизируемого в задаче оптимизации. Справедливо и задание $\bar{F}_{\text{РК}}$ как варьированного фактора эксперимента, так как он не требует при анализе его связи с фактором \bar{D} значений кинематических параметров β_1 , β_2 и $\psi_{\text{РК}}$.

Из [13] следует, что $\bar{F}_{\text{РК}}$ варьируется в широком диапазоне значений 0,65...3,3. Возможность варьирования фактором $\bar{F}_{\text{РК}}$ в данном диапазоне при проведении факторного эксперимента проверялась с помощью контролирующего параметра матрицы планирования $\bar{h}_{\text{РК}}$, который может принимать значения 1,5...4,5. Проверка показала, что варьировать фактор $\bar{F}_{\text{РК}}$ в диапазоне значений

0,65...3,3 нельзя, поскольку значения параметра $\bar{h}_{\text{РК}}$ в этом случае выходят за пределы допустимых. Допустимый диапазон варьирования $\bar{F}_{\text{РК}} = 0,975...2,458$.

В итоге были приняты следующие диапазоны варьирования факторов \bar{D} , $\left(\frac{b}{t_{\text{сп}}}\right)_{\text{РК}}$, $\beta_{2\text{эф}}$ и $\bar{F}_{\text{РК}}$ ЦСТСММ и значения их величин на уровнях варьирования РОЦКП:

$$x_6 = \bar{D} = 0,4...0,9 (0,4; 0,561; 0,65; 0,738; 0,9);$$

$$x_7 = \left(\frac{b}{t_{\text{сп}}}\right)_{\text{РК}} = 1,2 \dots 2,2 (1,2; 1,523; 1,7; 1,877; 2,2);$$

$$x_8 = \beta_{2\text{эф}} = 15...60^\circ (15^\circ; 29,54; 37,5; 45,46; 60^\circ);$$

$$x_9 = \bar{F}_{\text{РК}} = 0,975...2,458 (0,975; 1,508; 1,8; 2,092; 2,625).$$

8. Диапазоны и уровни варьирования

факторами $\left(\frac{b}{t}\right)_{\text{РК}}$ и $\beta_{2\text{эф}}$

одноступенчатой ОТСММ

В разделе 5 было установлено, что при планировании эксперимента с ОТСММ целесообразно принять

$$x_7 = \left(\frac{b}{t}\right)_{\text{СА}} = \left(\frac{b}{t}\right)_{\text{РК}}.$$

Поэтому диапазоны и уровни варьирования

факторов $\left(\frac{b}{t}\right)_{\text{СА}}$ и $\left(\frac{b}{t}\right)_{\text{РК}}$ одинаковы.

В [13] описано экспериментальное исследование влияния эффективного угла $\beta_{2\text{эф}}$ выхода потока из РК на энергетическую эффективность ОТСММ в диапазоне значений $15...40^\circ$. Было обнаружено, что и коэффициент скорости $\psi_{\text{РК}}$ и КПД турбины принимают максимальные значения при $\beta_{2\text{эф}} = 20^\circ$ во всём диапазоне исследованных значений π .

В приведённом диапазоне значений $\beta_{2\text{эф}}$ величина КПД изменяется максимум на 7%. Однако при увеличении $\beta_{2\text{эф}}$ от 15 до 40° следует ожидать существенного упрощения технологичности изготовления лопаточных венцов РК. Поэтому в эксперименте целесообразно варьировать фактор $\beta_{2\text{эф}}$ в диапазоне значений $15...40^\circ$ с целью определения рациональных областей значений этого параметра по критериям оценки эффективности ТСММ.

Принимаем следующие диапазоны ва-

рьирования факторов $\left(\frac{b}{t}\right)_{\text{РК}}$ и $\beta_{2\text{эф}}$, а также значения их величин на уровнях варьирования РОЦКП:

$$x_7 = \left(\frac{b}{t}\right)_{\text{РК}} = 1...1,7 (1; 1,226; 1,35; 1,474; 1,7);$$

$$x_8 = \beta_{2\text{эф}} = 15...40^\circ (15; 23,08; 27,5; 31,92; 40).$$

9. Диапазоны и уровни варьирования конструктивно-геометрическими факторами СА и РК одноступенчатой ЦБТСММ

В данном разделе рассмотрена проблема варьирования факторами $\alpha_{1\text{эф}}$, $\bar{\delta}_{\text{кр СА}}$,

$\left(\frac{b}{t}\right)_{\text{СА}}$, $\left(\frac{b}{t_{\text{сп}}}\right)_{\text{РК}}$, \bar{D} , $\beta_{2\text{эф}}$ и $\bar{F}_{\text{РК}}$ одноступенчатой ЦБТСММ при планировании эксперимента.

Рабочий процесс турбин этого типа наименее исследован. Поэтому при планировании эксперимента приходится опираться не только на проверенные экспериментальные данные, но и на умозаключения относительно степени влияния некоторых факторов.

Каналы СА в ЦБТСММ могут выполняться конфузорными (рис. 4,а) или в форме сопла Лавалья (рис. 4,б) соответственно при дозвуковых и сверхзвуковых скоростях потока на выходе из СА. Как правило, эти ка-

налы образуются с помощью профилированных лопаток.

Угол $\alpha_{1\phi}$ в ЦБТСММ определяется следующим образом:

$$\alpha_{1\phi} = \arcsin \frac{a_{zCA} (1 + \bar{\delta}_{кр}) z_{CA}^{\varepsilon-1}}{D_1 \pi (1 - 2\bar{\delta}_r)}. \quad (15)$$

Величина $\bar{\delta}_r = 0,005 \dots 0,01$ как и в ЦСТСММ.

С другой стороны:

$$\sin \alpha_{1\phi} = \frac{a_{zCA} (1 + \bar{\delta}_{кр})}{D_1} \cdot \left(\frac{b}{t}\right)_{CA} \left(\frac{h}{b}\right)_{CA} \left(\frac{h_{CA}}{D_1}\right)^{-1}.$$

В настоящее время влияние параметра $\left(\frac{b}{t}\right)_{CA}$ на эффективность ЦБТСММ не изучено. Но поскольку криволинейная форма образующих лопаток СА ЦБТСММ должна оказывать воздействие на кривизну линий тока подобно СА ОТСММ, можно предположить, что в ЦБТСММ также имеется не-

кое оптимальное по КПД значение $\left(\frac{b}{t}\right)_{CA\text{opt}}$.

Учитывая принятое равенство параметров

$\left(\frac{b}{t}\right)_{CA}$ и $\left(\frac{b}{t}\right)_{PK}$ в ОТСММ, с целью сокращения трудоёмкости проведения испытаний

полагаем и для ЦБТСММ $\left(\frac{b}{t}\right)_{CA} = \left(\frac{b}{t}\right)_{PK}$.

Тогда диапазон варьирования фактором

$$\left(\frac{b}{t}\right)_{CA} = \left(\frac{b}{t}\right)_{PK} = 1,5 \dots 2,5 \quad [3].$$

Центробежные турбины характеризуются отношением $\bar{D} > 1$ и совпадением действия центробежных инерционных сил с направлением потока, что вызывает его дополнительное ускорение. Поэтому величина приведённой скорости λ_{1s} в ЦБТСММ по сравнению с её значением в ОТСММ и ЦСТСММ при одинаковых Y_T и π_T будет наибольшей.

Как следствие, толщина пограничного слоя на образующих лопаток и выходных кромок будет наименьшей, а значит, следует ожидать существенного влияния толщины выходной кромки лопатки на КПД ЦБТСММ и крутого протекания зависимости $\eta_e = f(\bar{\delta}_{крCA})$ в диапазоне характерных значений $\bar{\delta}_{крCA} = 0,14 \dots 0,42$. Таким образом, параметр $\bar{\delta}_{крCA}$ обязательно нужно учитывать как варьируемый фактор эксперимента.

Как и в случаях с осевой и центростремительной турбиной, использовать параметр $\frac{a_{zCA}}{D_1}$ как варьируемый фактор плана эксперимента невозможно. В работе [3] при $D_1 = 32$ мм величина $a_{zCA} = 1,42$ мм, поэтому при-

нимаем начальное значение $\frac{a_{zCA}}{D_1} = 0,044$.

Однако эту величину следует корректировать для обеспечения целого числа $z_{CA}^{\varepsilon-1}$.

Было принято равенство диапазонов относительных шагов СА и РК

$$\left(\frac{b}{t}\right)_{CA} = \left(\frac{b}{t}\right)_{PK} = 1,5 \dots 2,5. \text{ Для рабочих колёс}$$

радиальных турбин характерным параметром, связанным с шагом решётки, обычно

является $\left(\frac{b}{t_{cp}}\right)_{PK}$. Для сокращения числа влияющих факторов в качестве варьируемого

примем $\left(\frac{b}{t}\right)_{PK}$. При этом определим такой

диапазон изменения значений параметра

$$\left(\frac{b}{t_{cp}}\right)_{PK}, \text{ который бы обеспечивал рациональ-$$

ный диапазон значений фактора \bar{D} .

$$\text{Фактор } \left(\frac{b}{t_{cp}}\right)_{PK} \text{ связан с факторами } \bar{D},$$

\bar{D}_M и $\beta_{2\phi}$ следующим соотношением:

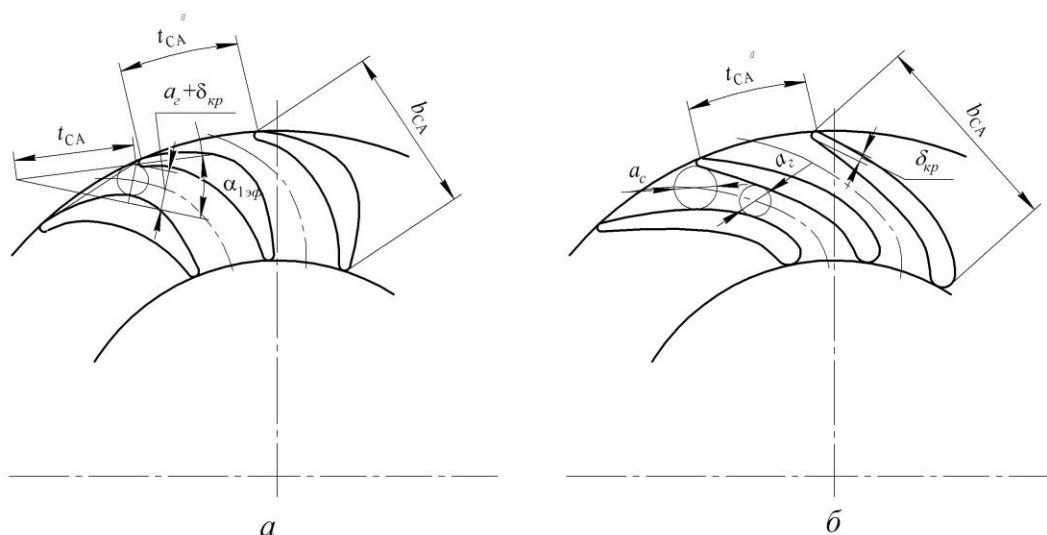


Рис. 4. Профили лопаток и межлопаточные каналы СА ЦБТСММ:
 а) конфузорный канал, образованный дозвуковыми профилями;
 б) канал в форме сопла Лавалья, образованный сверхзвуковыми профилями

$$\left(\frac{b}{t_{cp}} \right)_{PK} = \bar{D} \frac{\bar{D} - 1}{\bar{D} + 1} \cdot \frac{\bar{D}_M D_{1исп} \sin \beta_{2эф}}{a_{zPK}}. \quad (16)$$

Величина \bar{D} в работе [3] оставалась фиксированной и была равна 1,56. По аналогии с диапазоном варьирования $\bar{D} = 0,4 \dots 0,9$ у ЦСТСММ представляют интерес РК ЦБТСММ с $\bar{D} = 1,1 \dots 2,5$ в контексте изучения влияния этого параметра на критерии оценки эффективности турбины, под которыми понимается совокупность энергетических (КПД, удельный расход рабочего тела), массогабаритных и технико-экономических показателей. Однако с помощью выражения (15) установлено, что выполнение условия сохранения значений $a_{zPK} = 0,001 \dots 0,005$ м в процессе эксперимента без внесения в него существенных погрешностей возможно в диапазоне значений $\bar{D} = 1,1 \dots 2,5$. Ему соответствуют значения фактора $\left(\frac{b}{t_{cp}} \right)_{PK} = 1 \dots 2,38$.

В [3] значение величины $\beta_{2эф} = 20^\circ$ принято во всех экспериментах. Однако по указывавшимся выше причинам имеет смысл изучить влияние этого фактора на критерии

оценки эффективности в некотором диапазоне его значений. Этот диапазон значений примем таким же, как в ОТСММ: $15 \dots 40^\circ$.

Как и в ЦСТСММ, в ЦБТСММ высота лопатки РК в меридиональной плоскости обычно изменяется. Но лопатка РК центробежной турбины не расширяется, а сужается к выходу из последней, что связано с соответствующим увеличением диаметра. Поскольку в турбине удельный объем рабочего тела увеличивается и для сохранения постоянства его расхода через турбину требуются увеличенные значения абсолютной скорости и (или) площади потока на выходе из неё по сравнению со входом, то степень уменьшения высоты лопатки от входа к выходу в РК ЦБТСММ должна быть меньше соответствующей степени увеличения высоты лопатки РК в ЦСТСММ. Исследованные ЦБТСММ имели $\bar{h}_{PK} = 0,786$. С точки зрения экономичности и технологичности изготовления представляют интерес лопатки с $\bar{h}_{PK} = 0,667 \dots 1$. Анализ матрицы РОЦКП показал, что данный диапазон значений реализуется в эксперименте при значениях варьируемого фактора $\bar{F}_{PK} = 1,034 \dots 1,307$.

Итак, принимаем следующие диапазоны варьирования конструктивно-геометри-

ческих факторов и значения их величин на уровнях варьирования РОЦКП:

$$x_4 = \alpha_{1\text{эф}} = 16...22^\circ (16^\circ; 17,94^\circ; 19^\circ; 20,06^\circ; 22^\circ);$$

$$x_6 = \bar{D} = 1,1...2 (1,1; 1,391; 1,55; 1,709; 2);$$

$$x_7 = \left(\frac{b}{t_1} \right)_{\text{ПК}} = 1,5...2,5 (1,5; 1,823; 2; 2,177; 2,5);$$

$$x_8 = \beta_{2\text{эф}} = 15...40^\circ (15^\circ; 23,08; 37,5; 31,92; 40^\circ);$$

$$x_9 = \bar{F}_{\text{ПК}} = 1,034 \dots 1,307 (1,034; 1,122; 1,17; 1,218; 1,307);$$

$$x_{11} = \bar{\delta}_{\text{кр СА}} = 0,14...0,42 (0,14; 0,231; 0,28; 0,329; 0,42).$$

Заключение

Произведён выбор диапазонов варьирования конструктивно-геометрических и режимных факторов, а также конкретных значений величин этих факторов для планирования эксперимента с планами типа РОЦКП, необходимых для проведения обоснованных с технико-экономической точки зрения испытаний турбин трёх типов: ОТСММ, ЦСТСММ и ЦБТСММ. Проведение факторных экспериментов по разработанным планам минимизирует временные и материальные затраты на испытания ТСММ и обеспечивает возможность получения достоверных и обоснованных результатов в виде регрессионных зависимостей критериев оценки эффективности ТСММ от основных влияющих факторов в выбранных диапазонах их варьирования.

Библиографический список

1. Григорьев, В.А. Планирование факторного эксперимента при испытаниях одноступенчатых турбин сверхмалой мощности / В.А. Григорьев, В.М.Радько, Д.С. Кала-

бухов // Вестник Самарского государственного аэрокосмического университета. – 2011. – № 6 (30).– С.

2. Наталевич, А.С. Воздушные микро-турбины / А.С. Наталевич. – М.: Машиностроение, 1979. – 192 с.

3. Грачёва, С.М. Исследование особенностей рабочего процесса воздушной центробежной микро-турбины: автореф. дисс. ... канд. техн. наук: 05.07.05 / С.М. Грачева.– Куйбышев: КуАИ, 1975.– 18 с.

4. Федосеев, В.В. Повышение эффективности рабочего процесса и совершенствование метода проектирования газовых микро-турбин: автореф. дисс. ... канд. техн. наук: 05.07.05 / В.В. Федосеев.– Куйбышев: КуАИ, 1985. – 23 с.

5. Матвеев, В.Н. Выбор эффективного угла сопловой решётки парциальной центростремительной микро-турбины / В.Н. Матвеев, Н.Ф. Мусаткин // Проектирование и доводка авиационных газотурбинных двигателей.– Куйбышев: КуАИ. – 1990. – С. 82-86.

6. Матвеев, В.Н. Метод проектного расчёта многорежимных турбоприводов на базе центростремительных микро-турбин / В.Н.Матвеев // Вестник СГАУ. Серия: Проблемы и перспективы развития двигателестроения. - Выпуск 3, часть 2.– Самара.– 1999.– С. 14-19.

7. Матвеев, В.Н. Влияние толщины выходных кромок лопаток сопловой решётки на экономичность центростремительных микро-турбин / В.Н. Матвеев, Д.В. Сивиркин, Н.Т. Тихонов // Вестник СГАУ. Серия: Актуальные проблемы производства. Технология, организация, управление.– Самара: СГАУ.– 1995.– С. 22-26.

8. Матвеев, В.Н. Исследование возможности снижения густоты сопловой решётки парциальной центростремительной микро-турбины / В.Н. Матвеев, Е.Ю. Белоусов, А.В. Малышев // Вестник СГАУ. Серия: Проблемы и перспективы развития двигателестроения. - Выпуск 1, часть 1.– Самара.– 1998.– С. 56-59.

9. Тихонов, Н.Т. Влияние эффективно-го угла сопловой решётки на экономичность осевой микро-турбины с полным впуском /

Н.Т.Тихонов, Э.Э.Пфайфле // Изв. вузов. Авиационная техника.– Казань, 1989.– №1.– С.111-113.

10. Мусаткин, Н.Ф. Исследование влияния числа лопаток СА и РК осевой воздушной микротурбины на экономичность турбопривода / Н.Ф. Мусаткин, Н.Т. Тихонов, А.А. Трофимов // Тезисы докладов Всесоюзной научно-технической конференции «Основные направления повышения технического уровня механизированного инструмента».– М., ВНИИСМИ.– 1976.

11. Матвеев, В.Н. Влияние густоты рабочей решётки на экономичность центробежных микротурбин с полным подводом рабочего тела / В.Н. Матвеев, Д.В. Сивиркин, Н.Т. Тихонов // Вестник СГАУ. Серия: Актуальные проблемы производства. Технология, организация, управление.– Самара: СГАУ.– 1998.– С. 63-66.

12. Тихонов, А.Н. Экспериментальное исследование влияния конструктивного угла выхода потока из рабочего колеса на экономичность воздушной центробежной микротурбины / А.Н. Тихонов, Н.Н. Калинина, Н.Т. Тихонов // Изв. вузов. Энергетика.– Казань, 1981.– №12.– С. 92-94.

13. Матвеев, В.Н. Выбор оптимальной величины соотношения высот лопаток на выходе и входе в закрытое рабочее колесо центробежной микротурбины / В.Н. Матвеев, Н.Ф. Мусаткин // Сб. научн. тр.: Проектирование и доводка авиационных газотурбинных двигателей.– Куйбышев, 1986.– С. 92-96.

14. Тихонов, Н.Т. Влияние угла атаки на экономичность и степени реактивности осевых микротурбин с полным впуском / Н.Т. Тихонов, Э.Э. Пфайфле // Изв. вузов. Авиационная техника. - Казань, 1989. - № 3. - С. 104-106.

CHOISE OF THE RANGE AND LEVELS OF VARYING THE FACTORS OF THE EXPERIMENT PLAN FOR TESTING SINGLE-STAGE ULTRALOW POWER TURBINE

© 2011 V. A. Grigoryev, V. M. Radko, D. S. Kalabukhov

Samara State Aerospace University
named after academician S. P. Korolyov (National Research University)

The experiment center and the steps of varying the factors of the experimental design to test ultralow power turbines (ULPT) centripetal (CPULPT), axial (AULPT) and centrifugal (CFULPT) types are defined. The rational ranges of varying these factors in terms of rotatable orthogonal central composition plan (ROCCP) feasibility, as well as the values that take factors at the appropriate levels of variation are also defined.

Design of experiment, ranges of variation, levels of variation, value, regime factors, single-stage ultralow power turbine, performance measures.

Информация об авторах

Григорьев Владимир Алексеевич, доктор технических наук, профессор кафедры теории двигателей летательных аппаратов, Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С. П. Королёва (национальный исследовательский университет). E-mail: grig@ssau.ru. Область научных интересов: испытание авиационных двигателей, начальное проектирование газотурбинных двигателей.

Радько Владислав Михайлович, кандидат технических наук, доцент кафедры теории двигателей летательных аппаратов, Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С. П. Королёва (национальный исследовательский университет).

E-mail: radko@ssau.ru. Область научных интересов: рабочие процессы в турбинах сверхмалой мощности.

Калабухов Дмитрий Сергеевич, аспирант кафедры теории двигателей летательных аппаратов, Самарский государственный аэрокосмический университет. E-mail: stream_dk@mail.ru. Область научных интересов: рабочие процессы в турбинах сверхмалой мощности.

Grigoryev Vladimir Alexeevitch, doctor of technical sciences, professor of the aircraft engine theory department, Samara State Aerospace University named after academician S. P. Korolyov (National Research University). E-mail: grig@ssau.ru. Area of research: choice of parameters and design of small gas turbine engines.

Radko Vladislav Mikhailovitch, candidate of technical sciences, associate professor of the aircraft engine theory department, Samara State Aerospace University named after academician S. P. Korolyov (National Research University). E-mail: radko@ssau.ru. Area of research: working processes in ultralow power turbines.

Kalabukhov Dmitriy Sergeevitch, post-graduate student of the aircraft engine theory department, Samara State Aerospace University named after academician S. P. Korolyov (National Research University). E-mail: stream_dk@mail.ru. Area of research: working processes in ultralow power turbines.

МЕТОД ПОСТРОЕНИЯ ДИАГНОСТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ГИДРАВЛИЧЕСКИХ СИСТЕМ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ В АНАЛИТИЧЕСКОМ ВИДЕ

© 2011 М. А. Ковалёв, Г. В. Бородкин, И. И. Хабло.

Самарский государственный аэрокосмический университет
имени академика С. П. Королёва (национальный исследовательский университет)

Для представления диагностической модели гидравлической системы летательного аппарата предложено использовать матрицы её состава и структуры. Представлен один из возможных алгоритмов работы программы для ЭВМ по составлению диагностической модели.

Диагностика, гидравлическая система, аналитическая модель, регулярная конфигурация, алгоритм.

Гидравлические системы (ГС) современных летательных аппаратов (ЛА) – это сложные динамические системы, мощность которых достигает сотен и тысяч киловатт. Обеспечивая энергией до 35 функциональных подсистем управления, они включают в себя до 1000 агрегатов [1]. Отказы многих из функциональных подсистем могут создать предпосылки к катастрофам и авариям. Это определяет высокие требования, предъявляемые к надёжности ГС ЛА.

Одним из основных направлений повышения надёжности функционирования ГС является непрерывный контроль их технического состояния в процессе эксплуатации. Важнейшим этапом построения программы контроля ГС является разработка её диагностической модели, которая представляет собой формальное описание ГС и отражает основные изменения, происходящие в объекте диагностирования.

В качестве диагностических моделей ГС наиболее предпочтительно использовать аналитические модели, которые позволяют рассчитать значения диагностических признаков в любых точках систем, что даёт возможность строить близкие по точности к оптимальным алгоритмы диагностирования.

Аналитическая модель предполагает построение описания объекта исследования в виде некоторой векторной функции [2]

$$\mathbf{Z} = \psi(\mathbf{X}, \mathbf{Y}_{нач}, t), \quad (1)$$

где \mathbf{Z} – вектор выходных параметров объекта; \mathbf{X} – вектор внешних воздействий; $\mathbf{Y}_{нач}$ – вектор начальных значений внутренних (структурных) параметров объекта, t – время. Такие модели, как правило, используются для представления отдельных компонентов ГС. Работа большинства гидроагрегатов описывается нелинейными дифференциальными уравнениями, аналитическое решение которых затруднено. Поэтому на практике модель (1) для рабочего диапазона изменения векторов \mathbf{X} и $\mathbf{Y}_{нач}$ стремятся либо линеаризовать, либо решить численными методами с применением электронно-вычислительных машин (ЭВМ).

Решить задачу построения аналитической модели ГС можно в два этапа: 1) построение аналитических моделей всех отдельных компонентов ГС; 2) выделение в структуре ГС узлов и контуров и составление согласно законам Кирхгофа модели ГС в виде системы уравнений для рассматриваемого режима работы ГС [1].

Однако сложность структуры и большое количество режимов работы ГС современных ЛА существенно затрудняют осуществление второго этапа. Поэтому в настоящее время аналитические модели применяются лишь для описания отдельных агрегатов и не используются для описания ГС в целом.

Решить эту проблему можно путём автоматизации процесса реализации второго

этапа за счёт использования ЭВМ, учитывая, что использование численных методов решения уравнения (1) предполагает применение ЭВМ уже на первом этапе построения модели ГС. Однако реализация второго этапа предполагает проведение эвристического анализа структуры ГС, осуществить который посредством ЭВМ сложно. Следовательно, актуальной является задача построения такого способа представления ГС ЛА, которое бы позволило реализовать на ЭВМ этап анализа структуры и построения модели.

Будем считать, что для исследуемой ГС выбраны диагностические признаки и определены аналитические модели всех компонентов.

Тогда для построения аналитической модели ГС в целом целесообразно воспользоваться подходом [3, 4], который предполагает рассмотрение ГС ЛА как регулярной конфигурации, обладающей составом и структурой.

Состав конфигурации определяется неструктурированным множеством входящих в неё образующих - несоединённых компонентов ГС - и описывается квадратной матрицей состава M' . Каждая образующая имеет входы и выходы (связи), при помощи которых она может соединяться с другими образующими.

Элементы матрицы M' могут быть представлены универсальными операторами [3], описывающими аналитические модели (1) соответствующих компонентов ГС.

Структура конфигурации представляет собой множество соединений, существующих между всеми или некоторыми связями образующих, входящими в её состав. Она описывается квадратной матрицей соединений S , элементами которой являются символы, обозначающие наличие или отсутствие соединений между связями компонентов: $\{1\}$, $\{0\}$ или $\{-1\}$. Знак перед символом $\{1\}$ характеризует направление передачи гидроэнергии через компонент. Размерность матриц соединений и состава будет определяться количеством компонентов ГС и их связей.

Каждый режим работы ГС характеризуется определённой регулярной конфигура-

цией [3,4]. Эти конфигурации отличаются между собой структурой. Матрицу соединений для i -го режима работы ГС ЛА обозначим как C_i , а матрицу соединений для свободного режима (режима, в котором ГС не выполняет работу) - C_0 .

Тогда для полного описания конкретной ГС необходимо составить одну матрицу состава M' и совокупность матриц соединений C_i , где $i=0, \dots, N$ (N - число режимов работы ГС без учёта свободного режима), а работу ГС можно представить как смену матриц соединений C_i .

С целью пояснения особенностей описания состава и структуры регулярной конфигурации ГС ЛА рассмотрим пример. Проанализируем простейшую ГС, структурная схема которой приведена на рис. 1 (стрелками обозначено направление движения потока рабочей жидкости). Для упрощения при анализе этой ГС будем считать, что отрезки трубопроводов, соединяющие компоненты ГС, не оказывают влияния на параметры рабочей жидкости. Однако при реальных расчётах трубопроводы необходимо учитывать, так как они изменяют параметры потока жидкости [1].

Для простейшей ГС в соответствии с этапом работы исполнительного устройства можно выделить три режима работы: свободный, выход штока и уборка штока. Тогда соответствующие им матрицы соединений обозначим как C_0 , C_1 и C_2 .

В случае, когда компонент обладает одной входной и одной выходной связями, которые необходимо учитывать при анализе работы ГС, для сокращения размерности в матрицах можно отобразить лишь сам компонент. В других ситуациях необходимо поступать так, как этого требует сохранение логики работы ГС и её компонентов с точки зрения передачи гидроэнергии. Так для рассматриваемого примера целесообразно разделить вход и выход в распределительном устройстве ($PV_{вх}$ и $PV_{вых}$), а также полости выхода штока и его уборки в исполнительном устройстве ($IY_{н.в.}$ и $IY_{н.у.}$).

Тогда матрица состава для простейшей ГС будет иметь следующий вид:

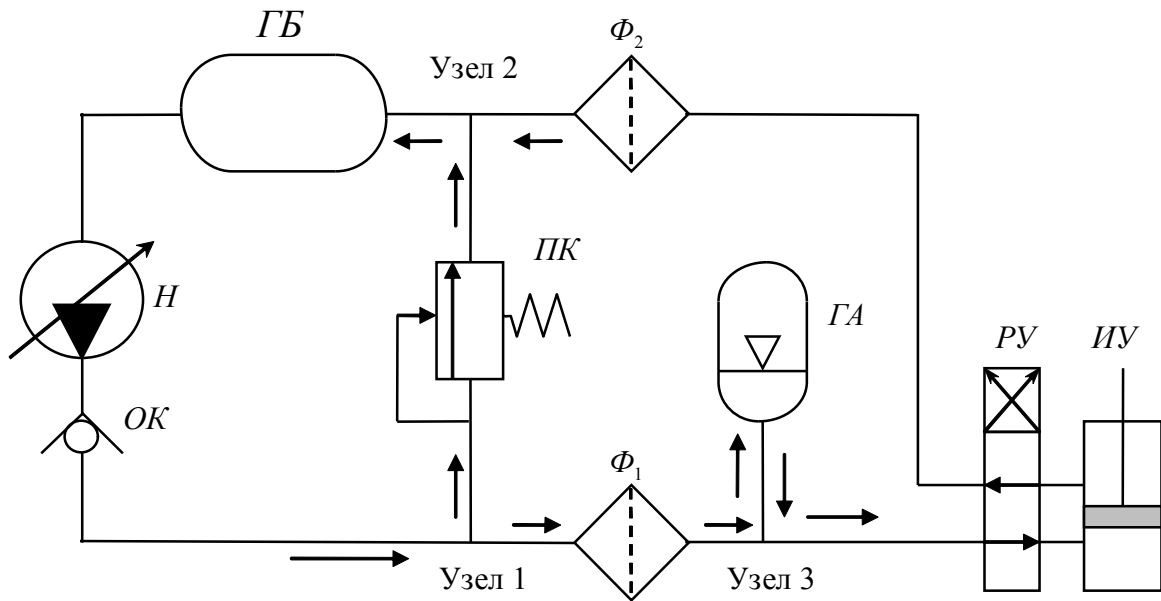


Рис. 1. Структурная схема простейшей гидросистемы:

Н – насос, *ОК* – обратный клапан, *ГБ* – гидробак, Φ_1, Φ_2 – фильтры напорной и сливной магистрали, соответственно, *РУ* – распределительное устройство, *ИУ* – исполнительное устройство, *ГА* – гидроаккумулятор, *ПК* – предохранительный клапан

$$M' = \text{diag}\{H, ОК, ПК, \Phi_1, ГА, РУ_{\text{вх}}, ИУ_{\text{н.в}}, ИУ_{\text{н.у}}, РУ_{\text{вых}}, \Phi_2, ГБ\}. \quad (2)$$

Процесс функционирования ГС можно представить как последовательную во времени смену матриц соединений. Такую смену можно описать при помощи переключаемых функций R .

Для простейшей ГС можно выделить четыре переключаемых функции: R_1, R_2, R_3, R_4 . При этом функции R_1, R_2 и R_3 в зависимости от режима работы могут принимать только два значения $\{0\}$ или $\{1\}$:

$$R_1 = \begin{cases} 1, & p \geq p', \\ 0, & p < p', \end{cases}$$

$$R_2 = \begin{cases} 0, & \text{нет воздействия,} \\ 1, & \text{выход штока,} \\ 0, & \text{уборка штока,} \end{cases}$$

$$R_3 = \begin{cases} 0, & \text{нет воздействия,} \\ 0, & \text{выход штока,} \\ 1, & \text{уборка штока.} \end{cases}$$

Функция R_4 описывает работу предохранительного клапана, который открывается при превышении давления p в линии нагнетания некоторого порогового значения p' , а функции R_2 и R_3 – работу распределительного устройства, которое в зависимости от управляющего воздействия обеспечивает подачу потока рабочей жидкости либо в полость выхода штока, либо в полость уборки штока исполнительного устройства. Функция R_4 описывает работу исполнительного устройства и может принимать три значения в зависимости от режима работы:

$$R_4 = \begin{cases} 0, & \text{нет воздействия,} \\ 1, & \text{выход штока,} \\ -1, & \text{уборка штока.} \end{cases}$$

Тогда обобщённую матрицу соединений для простейшей ГС можно описать следующим выражением:

	<i>H</i>	<i>OK</i>	<i>ПК</i>	Φ_1	<i>ГА</i>	<i>PV_{вх}</i>	<i>ИУ_{н.в}</i>	<i>ИУ_{н.у}</i>	<i>PV_{вых}</i>	Φ_2	<i>ГБ</i>
<i>H</i>	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	-1
<i>OK</i>	-1	1	R_1	1	0	0	0	0	0	0	0
<i>ПК</i>	0	- R_1	1	- R_1	0	0	0	0	0	R_1	R_1
Φ_1	0	-1	- R_1	1	1	1	0	0	0	0	0
<i>ГА</i>	0	0	0	-1	1	1	0	0	0	0	0
<i>PV_{вх}</i>	0	0	0	-1	-1	1	R_2	R_3	0	0	0
<i>ИУ_{н.в}</i>	0	0	0	0	0	0	- R_2	1	R_4	R_3	0
<i>ИУ_{н.у}</i>	0	0	0	0	0	0	- R_3	- R_4	1	R_2	0
<i>PV_{вых}</i>	0	0	0	0	0	0	- R_3	- R_2	1	1	0
Φ_2	0	0	R_1	0	0	0	0	0	-1	1	1
<i>ГБ</i>	1	0	- R_1	0	0	0	0	0	0	-1	1

(3)

Для получения матрицы соединений для конкретного режима работы ГС в матрицу *C'* необходимо подставить значения переключательных функций, соответствующих этому режиму. Например, если простейшая ГС работает в режиме выхода штока с превышением порогового значения давления в линии нагнетания, то в матрицу *C'* необходимо подставить $R_1=1, R_2=1, R_3=0, R_4=1$.

Матрица соединений читается построчно. Например, первая строка матрицы (3) читается следующим образом: насос соединён с обратным клапаном и гидробаком, причём поток жидкости проходит через насос в направлении от гидробака к обратному клапану; вторая строка: обратный клапан соединён с насосом и фильтром Φ_1 , а поток жидкости протекает через обратный клапан в направлении от насоса к фильтру Φ_1 и т. д. Следовательно, матрица соединений в неявном виде представляет уравнения, которые могут быть получены для ГС согласно обобщённым законам Кирхгофа, а её анализ позволяет выделить в структуре ГС узлы и контуры.

Анализ матрицы (3) показывает, что в структуре ГС узловыми являются элементы, которым соответствует вторая, третья, четвёртая, шестая, десятая и одиннадцатая строки (то есть получается шесть узлов).

Однако из анализа схемы на рис. 1 следует, что система содержит три узла. Такое несоответствие возникает из-за неучитывания в матрице (3) отрезков трубопроводов. Поэтому для данного случая необходимо наложить дополнительное условие: в качестве узловых принимаются компоненты, которые

расположены перед узлом по ходу течения жидкости.

В этом случае узловыми будут являться элементы второй, четвёртой и десятой строк (обратный клапан *OK*, фильтры Φ_1 и Φ_2). Для каждого из узлов можно составить уравнение в соответствии с первым обобщённым законом Кирхгоффа. Они будут выглядеть следующим образом:

$$\begin{cases} Q_{OK} - Q_{ПК} - Q_{\Phi_1} = 0, \\ Q_{\Phi_1} + Q_{ГА} - Q_{PV_{вх}} = 0, \\ Q_{\Phi_2} + Q_{ПК} - Q_{ГБ} = 0; \end{cases} \quad (4)$$

где Q_i - расход жидкости через соответствующий элемент ГС.

Последнее уравнение в системе (4) необходимо исключить, так как оно тождественно первому в силу того, что $Q_{\Phi_1} = Q_{\Phi_2}$, а $Q_{ГБ} = Q_{OK}$.

Для нахождения контуров в простейшей ГС необходимо проследить наличие соединения элементов между собой, а также, переходя от строки к строке матрицы, проследить путь течения жидкости от источника гидроэнергии к потребителю и обратно, пока не образуется замкнутый контур. Однако, если в какой-либо строке происходит разветвление потока (появляется узел), то возникнет вероятность появления большего количества контуров. Тогда в рассматриваемой строке необходимо выбрать направление (компонент), для которого отыскание контура продолжается, а на остальные направления наложить прерывания. Возврат к направлениям, на которые наложены прерывания, происходит после обработки выбранного ранее пути нахождения замкнутого контура. Позиции, на которые были наложены прерывания, будут обработаны по тому же принципу, что и основной путь.

Используя этот принцип для анализа матрицы соединений (3), в гидросистеме, структурная схема которой представлена на рис. 1, в режиме выхода штока можно выде-

лить два замкнутых контура. Тогда систему контурных уравнений в соответствии со вторым обобщённым законом Кирхгофа можно представить в следующем виде:

$$\begin{cases} P_H = P_{OK} + P_{\phi_1} + P_{GA} + P_{PY_{BX}} + P_{IY_{П.В.}} + \\ \quad + P_{IY_{П.У.}} + P_{PY_{ВЫХ}} + P_{\phi_2} + P_{ГБ}, \\ P_H = P_{OK} + P_{ПК} + P_{ГБ}; \end{cases} \quad (5)$$

где P_i - падение давления рабочей жидкости на соответствующем элементе ГС.

Объединив системы (4) и (5), получаем аналитическую модель простейшей ГС для режима выхода штока.

Процесс построения узловых и контурных уравнений ГС можно реализовать на ЭВМ. Для этого необходимо разработать алгоритм и написать программу на любом из известных языков программирования.

Один из возможных вариантов алгоритма работы программы для ЭВМ по составлению диагностической модели ГС представлен на рис. 2.

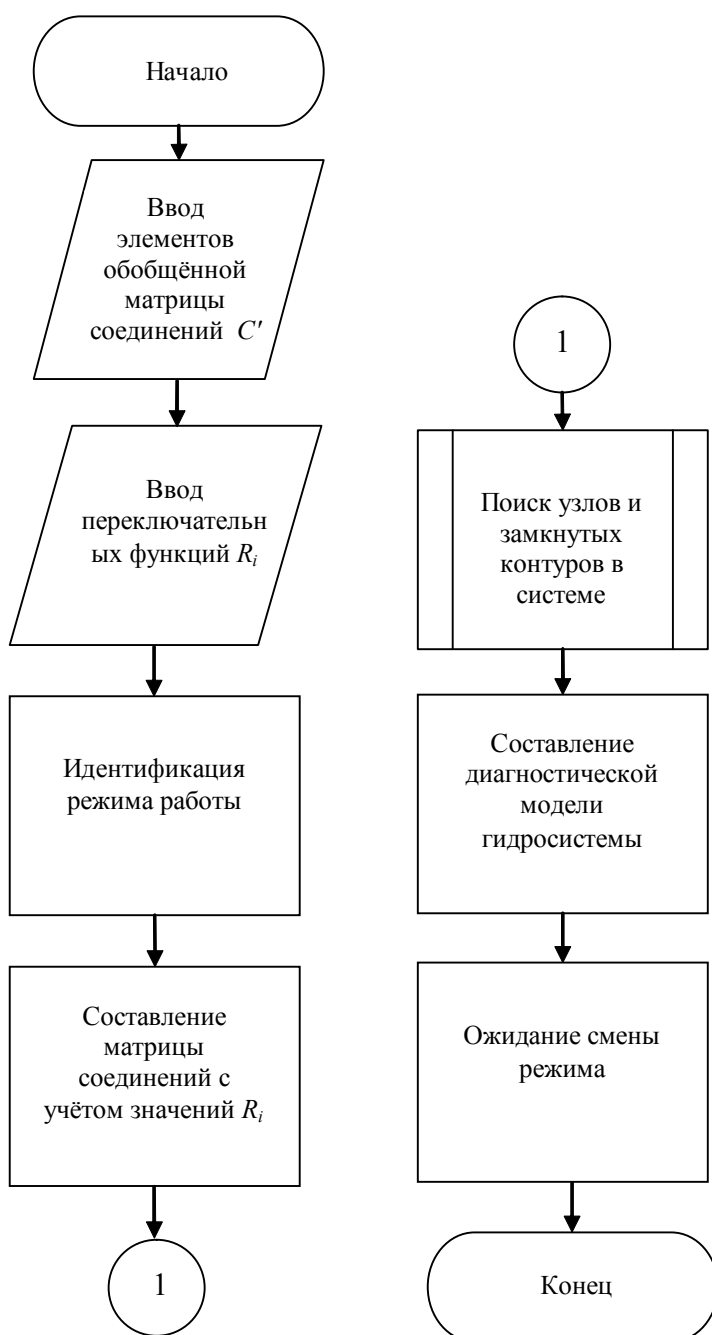


Рис. 2. Алгоритм работы программы по составлению диагностической модели ГС

На начальном этапе работы программы вводятся все элементы матрицы соединений, а также совокупность числовых значений для каждой из переключательных функций, характеризующих значение этих функций во всех режимах работы. Элементы матрицы соединений и переключательных функций определяются на этапе проектирования ГС.

На этапе идентификации режима работы ГС (все режимы пронумерованы) вместо символьных обозначений переключательных функций в матрицу соединений подставляются конкретные числовые значения. Далее программа анализирует каждую строку матрицы на предмет нахождения узлов и замкнутых контуров в системе путём выявления необходимого количества элементов $\{1\}$ и $\{-1\}$. Элемент признаётся узловым, если в соответствующей ему строке матрицы соединений находится четыре и более элементов $\{1\}$ или $\{-1\}$. Это означает, что на его входе (выходе) поток жидкости разделяется или объединяется. Контур признаётся замкнутым, если при переходе от строки к строке матрицы прослеживается путь течения жидкости от источника гидроэнергии к потребителю и обратно.

Циклическая часть программы по поиску контуров системы продолжается до тех пор, пока ЭВМ не обработает все прерывания и не отыщет все замкнутые контуры системы.

Когда все узлы и контуры системы найдены, для неё с использованием обобщённых законов Кирхгоффа формируется диагностическая модель.

Далее программа переходит в режим ожидания до момента, пока не будет идентифицирован другой режим. Это приведёт к тому, что для переключательных функций будут введены новые значения, для которых программа повторно составит диагностическую модель.

Таким образом, разработанный метод позволяет получить диагностическую модель ГС посредством ЭВМ в реальном масштабе времени. Использование полученного метода построения облегчает процесс анализа сложных ГС, обладающих большим количеством режимов работы.

Библиографический список

1. Матвеев, А. М. Проектирование гидравлических систем летательных аппаратов [Текст] / А. М. Матвеев, И. И. Зверев. – М.: Машиностроение, 1982. – 216 с.
2. Башта, Т. М. Надежность гидравлических систем воздушных судов [Текст] / Т. М. Башта, В. Д. Бабанская, Ю. С. Головкин [и др.]. – М.: Транспорт, 1986. – 279 с.
3. Гренандер, У. Лекции по теории образов. Том 1. Синтез образов [Текст] / У. Гренандер. – М.: Мир, 1979. – 382 с.
4. Ковалев, М. А. Метод автоматизации процесса моделирования гидросистем воздушных судов / М. А. Ковалев // Известия вузов. Авиационная техника. - 2009. - № 3. - С. 62-66.
5. Ковалев, М. А. Тензорное представление структуры и работы гидросистем воздушных судов / М. А. Ковалев // Известия вузов. Авиационная техника. - 2009. - № 4. - С. 64-67.

METHOD OF CONSTRUCTING DIAGNOSTIC MODELS OF AIRCRAFT HYDRAULIC SYSTEMS IN AN ANALYTIC FORM

© 2011 M. A. Kovalev, G. V. Borodkin, I. I. Khablo

Samara State Aerospace University
named after academician S. P. Korolyov (National Research University)

To present the hydraulic system of aircraft the use of composition and structure matrices is proposed. The analysis of these matrices makes it possible to distinguish loops and closed circuits in the structure of the hydraulic system, which gives a chance to make its diagnostic model in the form of a system of equations. One of the possible algorithms for making a computer program for constructing such a diagnostic model is presented in the paper.

Hydraulic system diagnostics, analytic diagnostic models of hydraulic systems, regular configuration, composition and structure matrices, algorithm for computer program.

Информация об авторах

Ковалёв Михаил Анатольевич, доктор технических наук, доцент, начальник военной кафедры, Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С. П. Королёва (национальный исследовательский университет). E-mail: kovalev@ssau.ru. Область научных интересов: системы функциональной диагностики технического состояния жидкостных систем авиационной техники, функциональная диагностика гидравлических систем по параметрам частиц износа, контроль уровня загрязнения жидкостей при помощи датчиков встроенного контроля.

Бородкин Глеб Владимирович, инженер по контрольно – измерительным приборам и автоматике, ОАО «Самарский резервуарный завод». E-mail: gleb-borodkin1985@yandex.ru. Область научных интересов: системы функциональной диагностики технического состояния жидкостных систем авиационной техники, функциональная диагностика гидравлических систем по параметрам частиц износа, контроль уровня загрязнения жидкостей при помощи датчиков встроенного контроля.

Хабло Иван Игоревич, начальник учебной части – заместитель начальника военной кафедры, Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С. П. Королёва (национальный исследовательский университет). E-mail: ivankhablo@gmail.com. Область научных интересов: системы функциональной диагностики технического состояния жидкостных систем авиационной техники, функциональная диагностика гидравлических систем по параметрам частиц износа, контроль уровня загрязнения жидкостей при помощи датчиков встроенного контроля.

Kovalev Mikhail Anatolyevitch, doctor of technical sciences, associate professor, chief of the military faculty, Samara State Aerospace University named after academician S. P. Korolyov (National Research University). E-mail: kovalev@ssau.ru. Area of research: functional diagnostic systems of the technical condition of aircraft fluid systems, functional hydraulic system diagnostics by the parameters of wear particles, fluid contamination level monitoring using an integrated monitoring sensor.

Borodkin Gleb Vladimirovitch, post-graduate student of the military faculty, Samara State Aerospace University named after academician S. P. Korolyov (National Research University). E-mail: gleb-borodkin1985@yandex.ru. Area of research: functional diagnostic systems of the technical condition of aircraft fluid systems, functional hydraulic system diagnostics by the parameters of wear particles, fluid contamination level monitoring using an integrated monitoring sensor.

Khablo Ivan Igoryevitch, responsible for the instructional side, deputy chief of the military faculty, Samara State Aerospace University named after academician S. P. Korolyov (National Research University). E-mail: ivankhablo@gmail.com. Area of research: functional diagnostic systems of the technical condition of aircraft fluid systems, functional hydraulic system diagnostics by the parameters of wear particles, fluid contamination level monitoring using an integrated monitoring sensor.

РАСЧЁТ ВИБРОАКУСТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ЧЕТЫРЁХТОЧЕЧНОГО ШАРИКОВОГО ПОДШИПНИКА. ЧАСТЬ 1.

© 2011 М. И. Курушин¹, А. М. Курушин¹, Е. П. Жильников¹, В. В. Мурашкин²

¹Самарский государственный аэрокосмический университет
имени академика С. П. Королёва (национальный исследовательский университет)

²Завод авиационных подшипников, г. Самара

Приводятся результаты расчёта по разработанным авторами методикам и программам шумности четырёхточечного подшипника в зависимости от точности изготовления в составе изделия, в котором он работает. Результаты расчётов шумности наружного кольца удовлетворительно совпадают с экспериментальными данными при испытаниях в заводской виброакустической лаборатории.

Подшипники шариковые, характеристики виброакустические.

В данной статье приводятся результаты расчётного определения шумности элементов (наружного кольца, сепаратора и шариков) в разных направлениях в соответствующих системах координат шарикового подшипника 85-176211D1, который проходил испытания в виброакустической лаборатории. Подшипник является составным узлом установки. Поэтому можно говорить о динамике (вибрациях) всей установки, вибрации которой замеряют на наружном кольце подшипника в заданной точке, где установлен пьезодатчик для измерения вибраций (шума). Опорой для наружного кольца в радиальном направлении являются шарики и пьезодатчик, жёсткость которого принята - $C = 10$ Н/мм. Усилия нагружения подшипника задаются с помощью гидравлической системы и поддерживаются постоянными в процессе исследования. Подшипник нагружается статическими усилиями: осевая сила 85 Н, радиальная 25 Н. Частота вращения внутреннего кольца постоянная и равна 1500 об/мин.

Методика расчёта динамики самого подшипника не приводится, а иллюстрируется рядом рисунков с пояснениями.

Следует только отметить, что движение шарика в подшипнике описывается дифференциальными уравнениями в форме урав-

нений Эйлера как свободного тела с шестью степенями свободы (рис. 1).

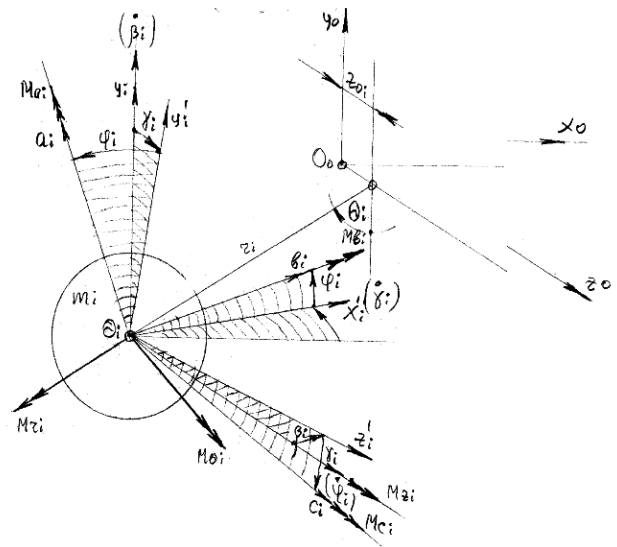


Рис. 1. Система координат для описания движения шарика в подшипнике как свободного тела

Это делается для того, чтобы в любое время в процессе расчёта точно координировать положение шариков (в том числе и угловое) в подшипнике, что позволяет определять число нагружений любой точки тела качения для расчёта его на долговечность по контактной усталости (выкрашиванию) и учитывать неточности геометрической фор-

динамических параметров в подшипниках, в том числе и при наличии погрешностей их изготовления, имеется.

Можно смягчить эту неперIODичность назначением большого интервала определения параметров.

Методически гармонический анализ проводился представлением характера изменения параметров аналитически с помощью тригонометрических рядов Фурье.

Проведение гармонического анализа параметров элементов подшипника в составе какого-либо изделия, когда сама упругая система воздействует на подшипник, становится ещё более проблематичным, так как это будет служить характеристикой уже не только самого подшипника, но и всей упругой системы, в которую он входит. Возможны случаи, когда достаточно точные подшипники могут вызывать большие колебания, а следовательно, и шум в упругой системе из-за её динамического отклика (резонансные явления) и, как следствие, могут быть большие усилия и вибрации и в самих подшипниках. В таких случаях необходимо проводить гармонический анализ возбуждения всей упругой системы вместе с подшипниками.

Пусть имеется следующий вид полученной расчётом зависимости ускорения элемента подшипника (рис. 4).

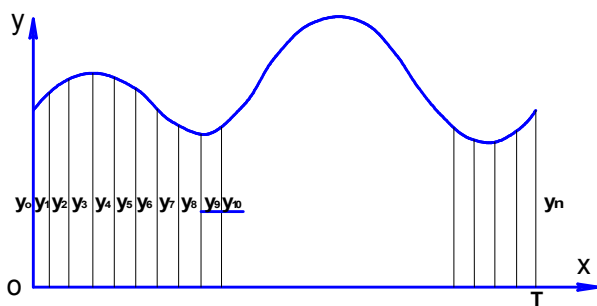


Рис. 4. К иллюстрации приближенного гармонического анализа методом Бесселя

Принимаем её периодической с периодом T . Разделим этот период (например, угол поворота внутреннего кольца подшипника) на n частей. Тогда приближённо её можно аппроксимировать рядом Фурье (тригонометрический ряд):

$$y(n) \approx \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{n-1} a_k \cos\left(k \frac{2\pi}{T} x\right) + \sum_{k=1}^{n-1} b_k \sin\left(k \frac{2\pi}{T} x\right),$$

где a_0 - постоянное (среднее) значение ряда; k - порядковый номер гармоники; a_k - амплитуда k -ой гармоники при косинусах тригонометрического ряда; b_k - амплитуда k -ой гармоники при синусах тригонометрического ряда.

Коэффициенты ряда в процессе расчета по программам определяются по приближённым формулам Бесселя:

$$a_0 = \frac{2}{n} \sum_{k=1}^{n-1} y_k ;$$

$$a_m = \frac{2}{n} \sum_{k=1}^{n-1} y_k \cos\left(k \frac{2\pi}{n} m\right);$$

$$b_m = \frac{2}{n} \sum_{k=1}^{n-1} y_k \sin\left(k \frac{2\pi}{n} m\right).$$

Чтобы получить значения коэффициентов (гармоник) по приближённым формулам с большей точностью, необходимо взять как можно больше число ординат y_n исследуемого параметра. Для проведения гармонического анализа динамических параметров, в том числе и шумности элементов подшипника, значения ординат параметров осреднялись за четыре оборота вала (внутреннего кольца подшипника).

Для предварительного анализа влияния погрешностей изготовления на вибровозбуждение подшипника можно рассмотреть элементарную математическую модель с гармоническим нагружением от погрешностей колец (рис. 2):

$$F_k = a \cdot \cos(a_k \cdot \theta).$$

Здесь F_k - усилие от погрешности в данном угловом положении θ ; a - амплитуда

гармоники погрешности; a_k – порядок гармоники погрешности; θ - угловая координата.

Осевая сила от погрешностей

$$F_A = \sum_1^z F_i .$$

Вертикальная проекция усилий от погрешностей:

$$F_Z = \sum_1^z F_i \cos(2\pi/z) = \sum_1^z a \cdot \cos(a_k \cdot 2\pi/z) \cos(2\pi/z).$$

Горизонтальная проекция усилия от погрешностей:

$$F_Y = \sum_1^z F_i \sin(2\pi/z) = \sum_1^z a \cdot \cos(a_k \cdot 2\pi/z) \sin(2\pi/z).$$

Случай, когда расположение шариков в подшипнике равномерное (угловой шаг одинаковый), показан на рис. 5.

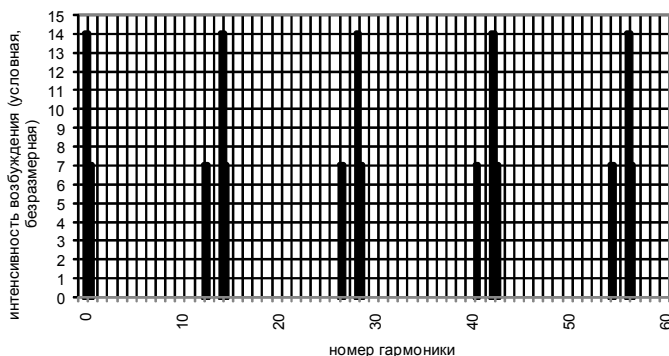


Рис. 5. Интенсивность возбуждения при равномерном расположении шариков

В этом случае усилия от погрешностей одинаковой интенсивности возникают только тогда, когда гармоники неточностей бу-

дут равны $(k \cdot z \pm 1)$, где $k = 1, 2, 3 \dots$; z – число шариков. Все остальные гармоники не вызывают вибраций. Но в реальности угловые шаги между шариками не бывают равными. Даже при чисто осевой нагрузке и без взаимодействия шариков с сепаратором углы между ними меняются от действия собственных весов шариков и взаимодействия с перемычками сепаратора. Случай, когда угловые шаги между шариками переменные, показан на рис. 6.

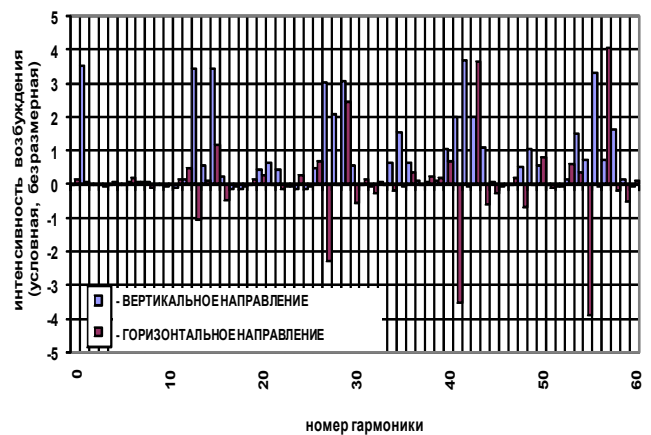


Рис. 6. Интенсивность возбуждения при неравномерном расположении шариков

Видно, что почти все гармоники погрешностей возбуждают вибрации и усилия в подшипнике. Но более интенсивны гармоники погрешностей, равные $(k \cdot z \pm 1)$.

При комбинированном нагружении подшипника кинематически угловые скорости шариков различные. Это приводит к изменению угловых шагов между ними и возбуждению вибраций по всем гармоникам погрешностей изготовления его элементов.

Определялись виброакустические характеристики подшипников (шумность) с разноразмерностью шариков в 24 мкм. Два шарика увеличенного диаметра размещались относительно друг друга в разное угловое положение. Результаты замеров приведены на рис. 7 и в табл. 1 и 2.

Видно, во-первых, что разноразмерность шариков даже на очень большую величину практически не влияет на средний

уровень вибраций по сравнению с серийным подшипником. Во-вторых, чем выше значения среднегеометрических частот гармоник, тем больше значение шумности, и на частотах более 3000 Гц шумность достигает приблизительно общего среднего значения вибрации подшипника.

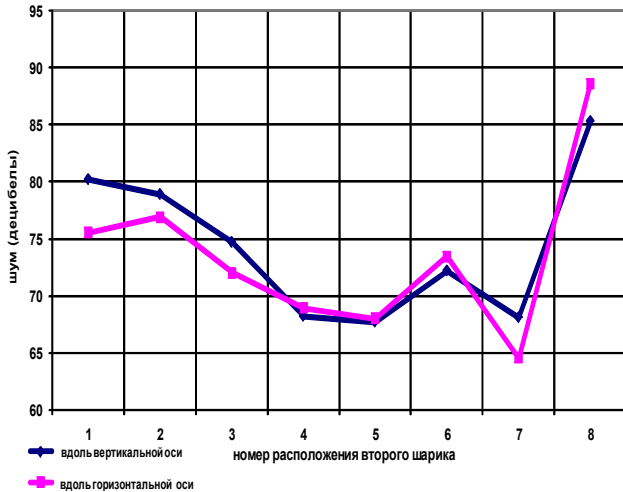


Рис. 7. Уровень вибрации при различных положениях второго шарика (по данным табл. 1)

Выполнены расчёты шумности наружного кольца, сепаратора и шариков подшипника 85-176211D1 в зависимости от угла поворота вала при следующих параметрах: диаметр шарика – 14,288 мм, частота вращения внутреннего кольца – 1500 об/мин, жёсткость опоры наружного кольца – 10 Н/мм, радиальный зазор в подшипнике – 0,04 мм, зазор плавания сепаратора – 0,5 мм, зазоры в окнах сепаратора – 0,5 мм, осевая нагрузка на подшипник – 85 Н, а радиальная – 25 Н.

Шумность определяется по ускорению изменения параметров подшипника в децибелах по логарифму отношения абсолютно-

го значения виброускорения элемента подшипника a_q к пороговому значению ускорения $a_o = 0,31 \cdot 10^{-4}$ м/с:

$$L = 20 \lg \frac{a_q}{a_o}$$

Шум в децибелах наружного кольца определялся в зависимости от расположения второго шарика: 1 - случай с одним шариком; 2 - случай, когда два шарика увеличенного диаметра поставлены рядом; 3 - случай, когда шарик увеличенного диаметра поставлен через один шарик, и так далее. Результаты расчётов довольно близко совпадают с экспериментальными данными – среднее значение шумности порядка 75 дБ. Необходимо учесть, что при испытаниях в подшипниках кроме разноразмерности шариков имелись, безусловно, и другие погрешности, поэтому экспериментальные значения шумности несколько больше, чем расчётные только от разноразмерности шариков. Самый шумный случай получается, когда шарик увеличенного диаметра поставлены диаметрально противоположно.

Расчёты показали, что при такой разноразмерности шарик, которые следуют по ходу вращения за шариками большего размера, либо входят в трёхточечный контакт, либо выходят из контакта с внутренним кольцом и перекатываются только по наружному кольцу в режиме двухточечного контакта. Такая смена режима работы подшипника приводит к возбуждению собственных колебаний упругой системы подшипника, которые фиксируются пьезодатчиком по наружному кольцу. Поэтому средние значения шумности подшипника приблизительно остаются

Таблица 1. Виброакустические характеристики, замеренные прибором 2123 на приводной установке КВП-104

Испытуемый подшипник	Норм.	1 шарик	2 шарика рядом	2 шарика через 1	2 шарика через 2	2 шарика через 3	2 шарика через 4	2 шарика через 5
Общий уровень вибраций, дБ	80	78	78	78	78	77	77	77

Таблица 2. Уровень составляющих вибрации в октавных полосах частот

Испытуемый подшипник		норм	1 шарик	2 шарика рядом	2 шарика через 1	2 шарика через 2	2 шарика через 3	2 шарика через 4	2 шарика через 5
Номер полосы	Средне геометр. частоты	Уровни составляющих вибрации, дБ							
1	4	23	23	23	22	24	25	25	26
2	8	24	25	25	27	27	27	26	25
3	16	25	46	47	47	45	34	43	51
4	31,5	46	47	45	44	47	49	50	49
5	63	36	42	40	43	43	41	44	44
6	125	44	49	49	48	50	48	49	51
7	250	49	50	50	50	50	51	52	53
8	500	54	54	52	54	54	55	59	60
9	1000	64	61	61	61	61	64	66	67
10	2000	68	68	68	71	70	69	69	70
11	4000	77	74	75	74	75	74	73	73
12	8000	75	73	73	73	73	72	72	71

ся на одном и том же уровне, так как наружное кольцо при таком возбуждении в основном колеблется с одними и теми же высокими собственными частотами (порядка 2,5 ... 3 кГц) как упругая масса на жёсткости шариков. Следовательно, его ускорение и шумность приблизительно постоянны и почти не зависят от расположения дефектных шариков.

Так как у серийного подшипника среднее значение шумности такое же, как и у дефектных подшипников, то можно предположить, что и у серийного подшипника его погрешности так же вызывали вибрацию в подшипнике с собственной частотой при таких же условиях нагружения.

При расчётном определении собственных частот элементов подшипника на установке были приняты некоторые допущения.

С точки зрения механики, подшипник – нелинейная система. Поэтому о собственных частотах его элементов можно говорить весьма условно. Но если учесть, что значения погрешностей изготовления малы по сравнению с размерами самих элементов подшипника и изменения контактных дефор-

маций при малых вибрациях также малы, то в районах заданной нагрузки подшипник можно рассматривать как упруголинейную систему с локальными постоянными жёсткостями в контактах шариков. Жёсткости в контактах шариков локально можно линеаризировать следующим образом.

Если применить формулу Герца

$$F_N = K \cdot \delta^{3/2}$$

к контакту шариков с кольцами, то локальная жесткость при заданной контактной деформации - δ или усилия F_N будет равна

$$C = \frac{dF_N}{d\delta} = \frac{3}{2} K \cdot \delta^{1/2} = \frac{3}{2} (F_N K^2)^{1/3}.$$

Здесь K - коэффициент, который определяется по справочнику [2].

Определение собственных частот такой локально линеаризованной упругой системы подшипника покажем на примере радиально нагруженного подшипника с нулевым радиальным зазором (рис. 8).

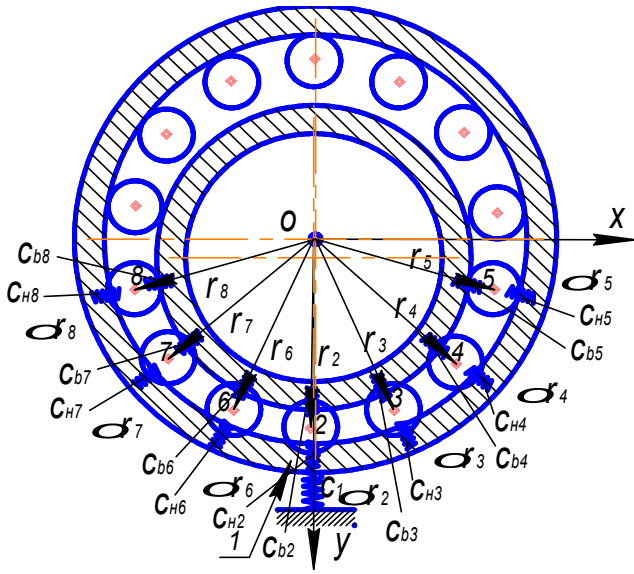


Рис. 8. Радиально нагруженный подшипник с нулевым радиальным зазором

Для наружного кольца принята декартова система координат, а для шариков – полярная с началом в центре симметрии наружного кольца.

Для линейной упругой системы можно записать дифференциальные уравнения движения элементов подшипника. Для наружного кольца в вертикальном направлении (вдоль оси OY) в виде

$$m_1 \frac{d^2 y_1}{dt^2} = -C_{H2} \cdot y_1 - C_{H3} \cdot y_1 \cos^2 \Theta - C_{H4} \cdot y_1 \cos^2 2\Theta - C_{H5} \cdot y_1 \cos^2 3\Theta - C_{H6} \cdot y_1 \cos^2 \Theta - C_{H7} \cdot y_1 \cos^2 2\Theta - C_{H8} \cdot y_1 \cos^2 3\Theta + C_{H2} \cdot \Delta r_2 + C_{H3} \cdot \Delta r_3 \cos \Theta + C_{H4} \cdot \Delta r_4 \cos 2\Theta + C_{H5} \cdot \Delta r_5 \cos 3\Theta + C_{H6} \cdot \Delta r_6 \cos \Theta + C_{H7} \cdot \Delta r_7 \cos 2\Theta + C_{H8} \cdot \Delta r_8 \cos 3\Theta,$$

для шарика 2 в виде

$$m_2 \frac{d^2 \Delta r_2}{dt^2} = C_{H2} \cdot y_1 - C_{H2} \cdot \Delta r_2 - C_{B2} \cdot \Delta r_2,$$

для шарика 3 в виде

$$m_3 \frac{d^2 \Delta r_3}{dt^2} = C_{H3} \cdot y_1 \cos \Theta - C_{H3} \cdot \Delta r_3 - C_{B3} \cdot \Delta r_3,$$

и так далее.

Здесь C_{H_i} - линейризованная жёсткость в контакте i -го шарика с наружным кольцом; C_{B_i} - линейризованная жёсткость в контакте i -го шарика с внутренним кольцом; y_1 - перемещение наружного кольца; Δr_i - перемещение i -го шарика; θ - угловой шаг между шариками (рис. 8).

Далее для упругой линейной системы определяются собственные частоты и формы элементов подшипника при заданной нагрузке. При радиальной нагрузке 250 Н для рассматриваемого случая получены минимальные значения собственных частот: вдоль оси OY (вдоль радиальной нагрузки) – 2,7 kHz, вдоль оси OX – 2,24 kHz, что соответствует 107,8 и 89,8 гармоники к оборотам вала виброустановки (1500 об/мин). Аналогично произведены расчёты собственных частот элементов подшипника и при комбинированном нагружении – 80 Н осевой и 25 Н радиальной нагрузки. Минимальное значение собственной частоты в осевом направлении – 1,95 kHz, в радиальном – 3,11 kHz, что соответствует 78,1 и 124,3 гармоники к оборотам вала виброустановки. Во всех приведённых случаях первые формы колебаний представляют собой перемещение наружного кольца и шариков в одну сторону. Все остальные формы колебаний относятся преимущественно к колебаниям шариков с частотой больше 10000 Hz, что соответствует 400-ой гармонике относительно оборотов вала. Эти колебания в исследованных случаях себя не проявляют.

Средний уровень шума сепаратора: в вертикальном направлении 73,3 дБ, в горизонтальном - 90,8 дБ, в окружном - 75 дБ. Шумность сепаратора в десять раз больше шумности кольца подшипника.

Можно сделать выводы:

1. Шумность элементов подшипников желательно исследовать на стадии проектирования изделий, в которые они входят.

2. Если не обращать внимания на отклик изделия на динамку подшипника, то основным источником шума в подшипнике являются его основные движущиеся элементы – шарики и сепаратор, которые и определяют собственно шум подшипника.

Библиографический список

1. Курушин, М. И. Расчетно - экспериментальное определение сопротивления вращения смазываемого шарикоподшип-

ника с змейковым сепаратором [Текст] / М. И. Курушин // Гидродинамическая теория смазки – 120 лет: Труды международного научного симпозиума. В 2-х томах. Том 1. – М.: Машиностроение-1, Орел: ОрелГТУ, 2006.- С. 286-292.

2. Черменский, О.Н. Подшипники качения: Справочник – каталог [Текст] / О. Н. Черменский, Н. Н. Федотов. – М.: Машиностроение, 2003. – 576 с.

CALCULATION OF VIBROACOUSTIC CHARACTERISTICS OF A FOUR-POINT BALL BEARING. PART 1

© 2011 M. I. Kurushin¹, A. M. Kurushin¹, Ye. P. Zhilnikov¹, V. V. Murashkin²

¹Samara State Aerospace University
named after academician S. P. Korolyov (National Research University)

²Samara Aerobearing Factory

The paper presents the results of the calculation of noisiness of a four-point bearing depending on the accuracy of producing as a part of the product in which it works. The calculation was performed according to the methods developed by the authors. The results of calculating the noisiness of the outer ring show good agreement with the experimental data obtained in the course of tests at the vibroacoustic laboratory of the factory. The noisiness of the separator and the balls existing when the bearing is placed in any kind of an elastic system is calculated.

Ball bearings, vibroacoustic characteristics.

Информация об авторах

Курушин Михаил Иванович, кандидат технических наук, доцент кафедры основ конструирования машин, Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С. П. Королёва (национальный исследовательский университет). Область научных интересов: динамика опор с подшипниками качения.

Курушин Александр Михайлович, соискатель кафедры основ конструирования машин, Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С. П. Королёва (национальный исследовательский университет). Область научных интересов: динамика и прочность опор с подшипниками качения.

Жильников Евгений Петрович, кандидат технических наук, профессор кафедры основ конструирования машин, Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С. П. Королёва (национальный исследовательский университет). Область научных интересов: работоспособность опор с подшипниками качения.

Мурашкин Валерий Васильевич, инженер, директор СКБ Самарского завода авиационных подшипников. Область научных интересов: работоспособность опор с подшипниками качения.

Kurushin Mikhail Ivanovitch, candidate of technical sciences, associate professor of the department of machine design foundations, Samara State Aerospace University named after academician S. P. Korolyov (National Research University). Area of research: dynamics of ball bearings.

Kurushin Alexandr Mikhaylovitch, engineer, post-graduate student, department of machine design foundations, Samara State Aerospace University named after academician S. P. Korolyov (National Research University). Area of research: dynamics of ball bearings.

Zhilnikov Yevgeniy Petrovitch, candidate of technical sciences, professor of the department of machine design foundations, Samara State Aerospace University named after academician S. P. Korolyov (National Research University). Area of research: serviceability of ball bearings.

Murashkin Valeriy Vasilyevitch, engineer, director of design bureau, Samara Aerobearing Factory. Area of research: serviceability of ball bearings.

РАСЧЁТ ВИБРОАКУСТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ЧЕТЫРЁХТОЧЕЧНОГО ШАРИКОВОГО ПОДШИПНИКА. ЧАСТЬ 2.

© 2011 М. И. Курушин¹, А. М. Курушин¹, Е. П. Жильников¹, В. В. Мурашкин²

¹Самарский государственный аэрокосмический университет
имени академика С. П. Королёва (национальный исследовательский университет)

²Завод авиационных подшипников, г. Самара

Приводятся результаты расчёта по разработанным авторами методикам и программам шумности четырёхточечного подшипника в зависимости от точности изготовления в составе изделия, в котором он работает. Рассчитывается шумность сепаратора и шариков, которая имеет место при постановке подшипника в любую упругую систему. Определяются собственные частоты элементов подшипника при заданной нагрузке на него применительно к вибрационной установке. Показано, что погрешности изготовления подшипников приводят к параметрическому возбуждению упругих систем и возбуждают в них колебания с собственными частотами, которые и создают основную часть шумности и систем и подшипников.

Подшипники шариковые, характеристики виброакустические.

Методика расчёта динамики подшипника приводится в первой части настоящей работы [1]. Показано, что почти все гармоники погрешностей возбуждают вибрации и усилия в подшипнике, но гармоники погрешностей, равные $(k \cdot z \pm 1)$, интенсивнее. При комбинированном нагружении подшипника кинематически угловые скорости шариков различные. Это приводит к изменению угловых шагов между ними и к возбуждению вибраций по всем гармоникам погрешностей изготовления его элементов.

На рис. 1...16 показаны результаты расчёта шумности наружного кольца, сепаратора и шариков подшипника 85-176211D1 в зависимости от угла поворота вала при следующих параметрах: диаметр шарика – 14,288 мм, частота вращения внутреннего кольца – 1500 об/мин, жёсткость опоры наружного кольца – 10 Н/мм, радиальный зазор в подшипнике – 0,04 мм, зазор плавания сепаратора – 0,5 мм, осевая нагрузка на подшипник – 85 Н, радиальная – 25 Н.

На графике рис. 1 приведены результаты расчётов для случая, когда два шарика в подшипнике больше остальных на 24 микрометра. Шум в децибелах наружного кольца определялся в зависимости от расположения второго шарика: 1 - случай с одним шариком; 2 - случай, когда два шарика уве-

личенного диаметра поставлены рядом; 3 - случай, когда шарик увеличенного диаметра поставлены через один шарик, и так далее.

Видно, что результаты расчётов довольно близко совпадают с экспериментальными данными [1] – среднее значение шумности порядка 75 дБ.

На рис. 1 приведён график шумности наружного кольца в вертикальной и горизонтальных плоскостях в зависимости от угла поворота вала для подшипника без погрешностей. Среднее значение шумности: в вертикальном направлении – 7,1 дБ, в горизонтальном – 1,5 дБ. Значения очень маленькие.

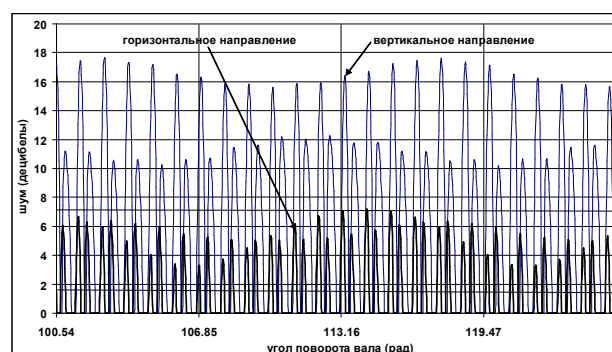


Рис 1. Зависимость шумности наружного кольца от угла поворота вала

На рис. 2 приведен график шумности шарика в трёх направлениях в подшипнике без погрешностей. Среднее значение шумности: в окружном направлении -100,8 дБ, в радиальном – 1,8 дБ, в осевом – 5,5 дБ.

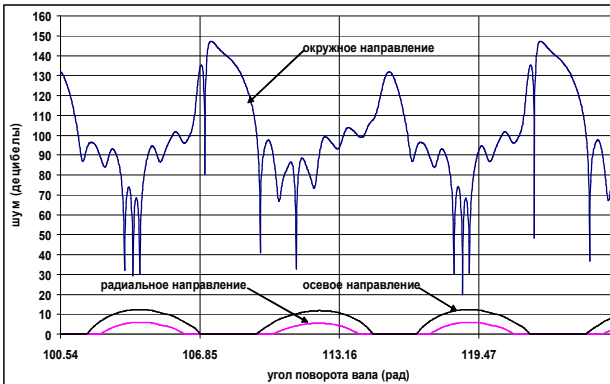


Рис. 2. График шумности шарика в трех направлениях

На рис. 3 показан график шумности сепаратора в трёх направлениях в подшипнике без погрешностей. Средний уровень шума сепаратора: в вертикальном направлении -73,3 дБ, в горизонтальном - 90,8 дБ, в окружном - 75 дБ. Шумность сепаратора в десять раз больше шумности кольца подшипника.

На рис. 4 приведён график шумности наружного кольца при разноразмерности шариков (два шарика больше остальных на 24 мкм), расположенных противоположно по окружности. Средний уровень шумности наружного кольца: в вертикальном направлении - 84,7 дБ, в горизонтальном – 89,1 дБ. Шумность возросла в десять раз против подшипника без погрешностей.

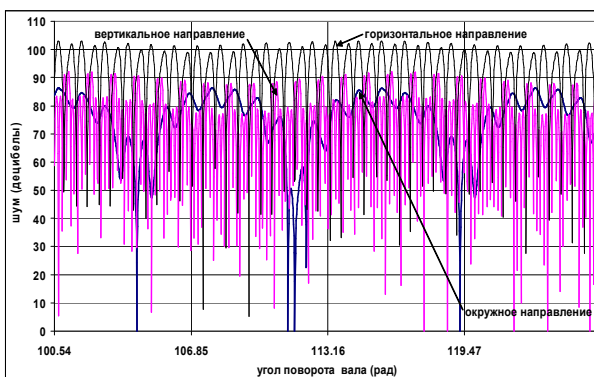


Рис. 3. График шумности сепаратора в трех направлениях

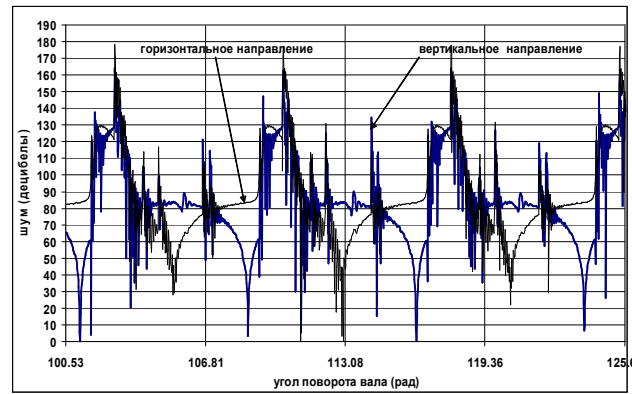


Рис. 4. График шумности наружного кольца при разноразмерности шариков

На рис. 5 приведён график шумности шарика при разноразмерности шариков – два шарика больше остальных на 24 микронметра и расположены противоположно по окружности.

Средний уровень шума шарика большего по размерам: в окружном направлении - 116,9 дБ, в радиальном – 0,34 дБ, в осевом – 0,21 дБ, что не очень отличается от шумности шарика в подшипнике без погрешностей.

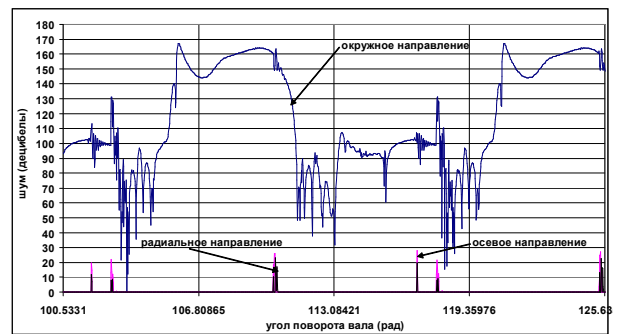


Рис. 5. График шумности шариков при разноразмерности шариков

На рис. 6 приведён график шумности наружного кольца подшипника в вертикальном и горизонтальном направлениях в зависимости от гармоник радиального биения беговой дорожки внутреннего кольца. Амплитуды гармоник во всех случаях одинаковые – 1 мкм, но контакт шариков не везде двухточечный, и, как следствие, подшипник вибрирует в том числе и с собственными частотами.

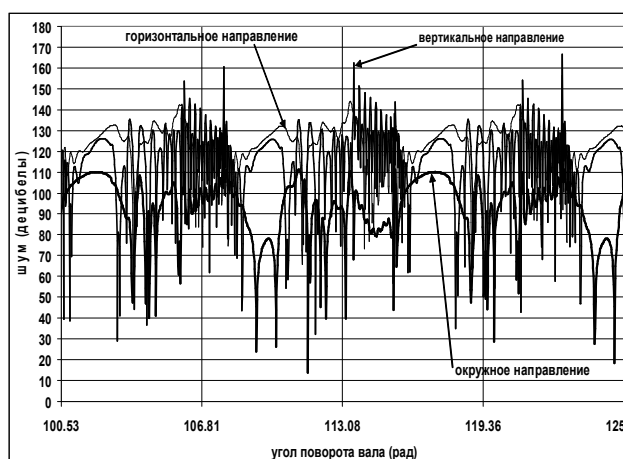


Рис. 6. График шумности наружного кольца в зависимости от гармоники радиального биения беговой дорожки

На рис. 7 приведены гармоники шумности наружного кольца в вертикальном направлении при овальности беговой дорожки внутреннего кольца 4 мкм. Необходимо делить значения гармоник на 4, так как гармоники рассчитывались за четыре оборота вала.

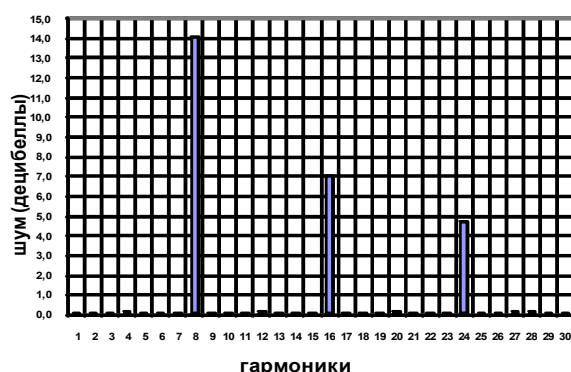


Рис. 7. Гармоники шумности наружного кольца при овальности беговой дорожки внутреннего кольца

На рис. 8 приведён график шумности наружного кольца в зависимости от номера гармоники погрешности одного только шарика.

Амплитуды гармоник - 1 мкм. С возрастанием номера гармоники погрешности шарика шумность подшипника возрастает.

На рис. 9 приведены графики радиальной шумности наружного кольца подшипника в вертикальном и горизонтальном направлениях в зависимости от увеличения диаметра только одного шарика в подшипнике. Видно,

что при увеличении хоть одного шарика в диаметре больше, чем на 2 мкм, подшипник из двухточечного режима переходит в трехточечный режим и начинает вибрировать с собственными частотами.

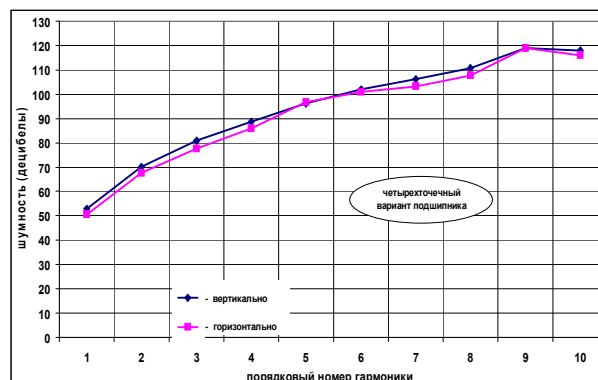


Рис. 8. Зависимость шумности наружного кольца от номера гармоники погрешности шарика

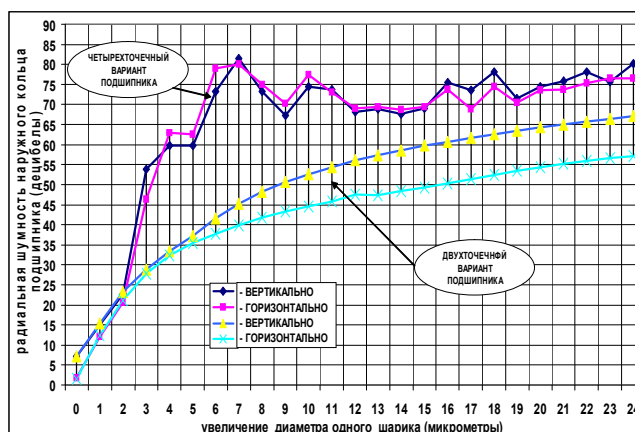


Рис. 9. График шумности наружного кольца в зависимости от диаметра одного шарика

На рис. 10 показан график изменения шумности наружного кольца подшипника в вертикальном и горизонтальном направлениях в зависимости от гармоники радиального биения беговой дорожки внутреннего кольца.

Амплитуды гармоник во всех случаях одинаковые – 0,2 микромметра. Контакт шариков при всех гармониках погрешности подшипника двухточечный. Видно, что все гармоники погрешностей вызывают вибрации, но гармоники порядка $z_k \cdot z \pm 1$ генерируют наиболее интенсивные вибрации. Чем выше номер гармоники, тем больше шум-

ность. При большом значении номера гармоники погрешности (даже при таком малом значении её величины) возникают вибрации в подшипнике с собственными частотами из-за выхода шариков с внутренним кольцом после контакта их с пиковым значением погрешностей.

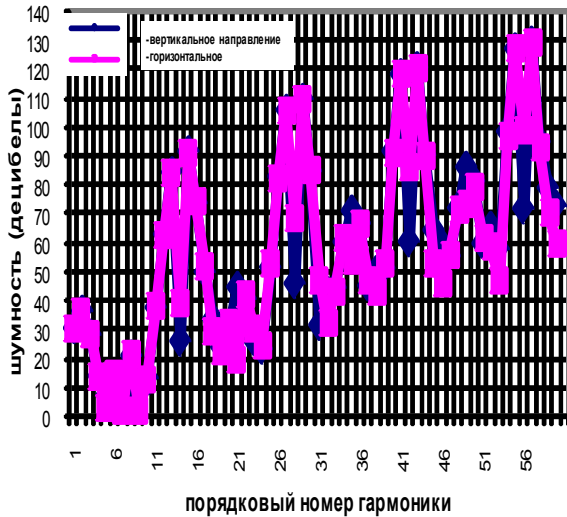


Рис. 10. Зависимость шумности наружного кольца от гармоники радиального биения беговой дорожки внутреннего кольца

На рис. 11 приведён график шумности наружного кольца подшипника в вертикальном и горизонтальном направлениях в зависимости от гармоники радиального биения беговой дорожки внутреннего кольца.

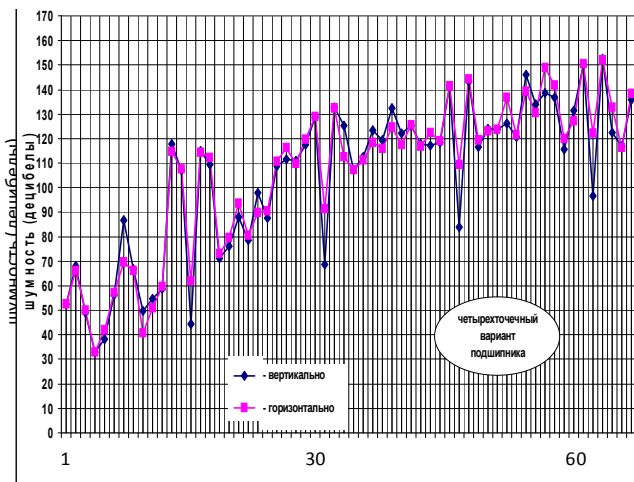


Рис. 11. График шумности наружного кольца в вертикальном и горизонтальном направлениях

Амплитуды гармоник во всех случаях одинаковые – 1 микрометр. Контакт шариков не везде двухточечный и более интенсивный, чем при погрешности 0.2 микрометра. Меньше проявляют себя гармоники порядка $z_k \cdot z \pm 1$ по сравнению с другими гармониками.

На рис. 12 приведён график шумности наружного кольца подшипника в вертикальном и горизонтальном направлениях в зависимости от гармоники радиального биения беговой дорожки внутреннего кольца.

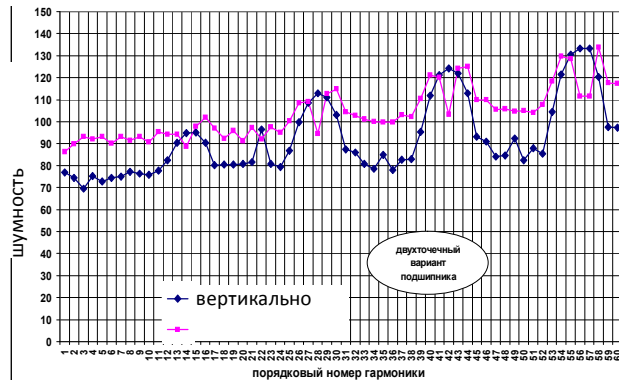


Рис. 12. График шумности наружного кольца в вертикальном и горизонтальном направлениях для двухточечного подшипника

Амплитуды гармоник во всех случаях одинаковые – 0,2 мкм. Подшипник в двухточечном варианте, но с такими же размерами, как и четырехточечный вариант. Нагрузка радиальная - 250 Н. Радиальный зазор в подшипнике равен нулю. Влияние гармоник порядка $z_k \cdot z \pm 1$ меньше, чем в случае комбинированного нагружения (рис. 11).

На рис. 13 приведён график шумности наружного кольца двухточечного варианта подшипника в зависимости от гармоники погрешности одинаковой амплитуды - 0.2 мкм. Радиальная нагрузка - 250 Н. Радиальный зазор - 20 мкм. Характер шумности отличается от случая нулевого зазора в подшипнике.

На рис. 14 приведены графики гармоник шумности подшипника при амплитуде погрешности беговой дорожки внутреннего кольца 0.2 мкм в зависимости от номера гармоники погрешности.

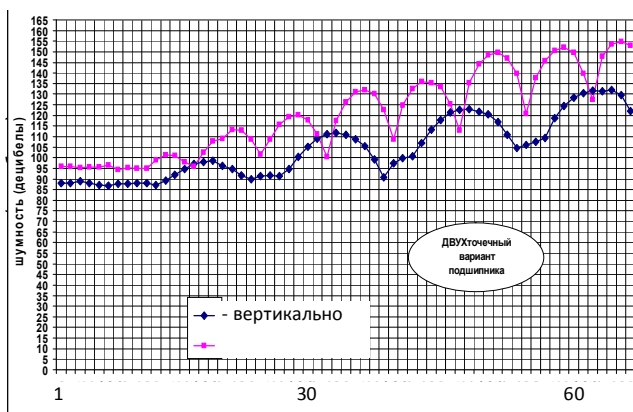


Рис. 13. График шумности наружного кольца в вертикальном и горизонтальном направлениях при радиальном зазоре 20 мкм

Все гармоники погрешности возбуждают подшипник и создают шум. Видно проявление гармоник порядка z и рост шумности с ростом номера гармоники погрешности.

При высоких гармониках собственные частоты подшипника принимают участие в создании шумности подшипника. С ростом гармоники погрешности гармоники шумности возрастают сложным образом. Порядковые номера гармоник шумности можно определять из графика (рис. 14).

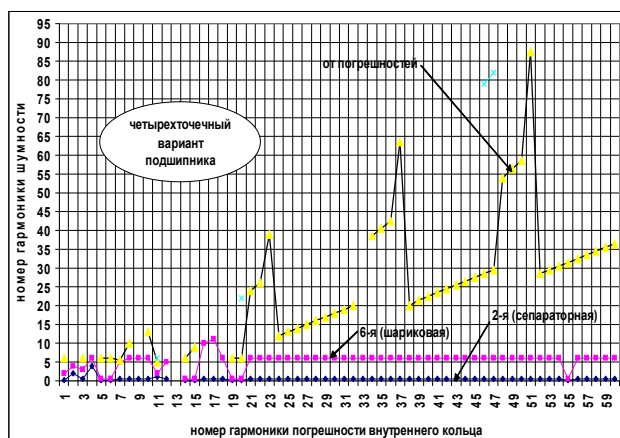


Рис. 14. График шумности наружного кольца в вертикальном и горизонтальном направлениях при амплитуде погрешности 0,2 мкм

На рис. 15 приведён график гармоник шумности наружного кольца двухточечного варианта подшипника по размерам четырёхточечного варианта при радиальной нагрузке 250 Н и нулевом радиальном зазоре при радиальной погрешности беговой дорожки внутреннего кольца 0,2 мкм.

Видно, что при всех гармониках погрешностей постоянно проявляют себя шариковая, сепараторная и собственные частоты упругой системы подшипника в обоих направлениях. С ростом номера гармоники погрешности номер гармоники шумности также возрастает, и его можно определить по приведенному графику (рис. 15).

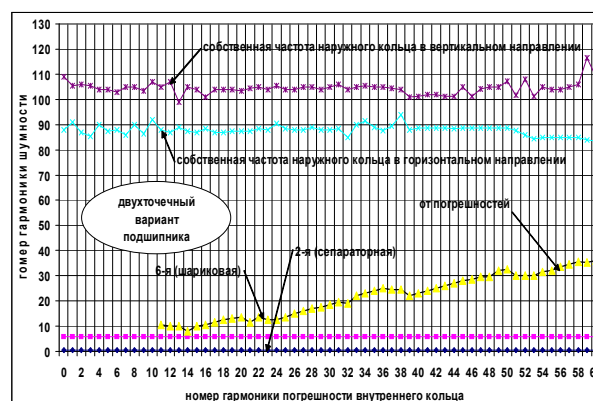


Рис. 15. Характеристики шумности наружного кольца двухточечного подшипника

На рис. 16 приведён график усилий в подшипнике, когда инертной массой являются только наружное кольцо массой 0,276 кг, шарики и сепаратор.

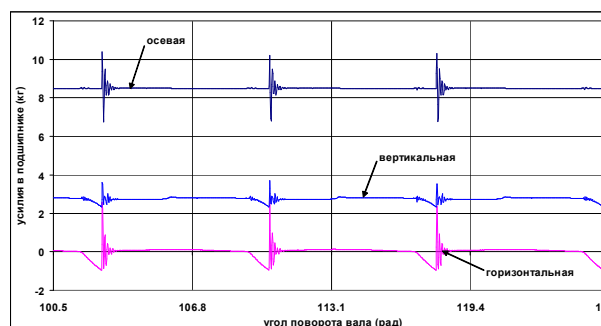


Рис. 16. Изменение усилий на подшипник при массе наружного кольца 0,276 кг

Осевая сила - 80 Н, радиальная - 25 Н, частота вращения 1500 об/мин. Два шарика больше остальных на 24 мкм и расположены диаметрально противоположно. Шарик меняют режим работы. Видно, как проявляются колебания с собственной частотой 2...2,5 кГц (80...100 гармоники) в моменты прохождения больших шариков в местах

максимального усилия на них два раза за оборот сепаратора.

К наружному кольцу присоединена масса в 100 раз больше, чем масса самого кольца, то есть подшипник работает в другой инертной системе. Но нагрузка на подшипник такая же, как и в предыдущем случае (рис. 17): осевая сила - 80 Н, радиальная - 25 Н, частота вращения - 1500 об/мин. Два шарика больше остальных на 24 мкм и расположены диаметрально противоположно. Шарика так же меняют режим работы, но собственная частота колебаний уже совершенно другая - порядка 120...225 Гц (5...9 гармоник).

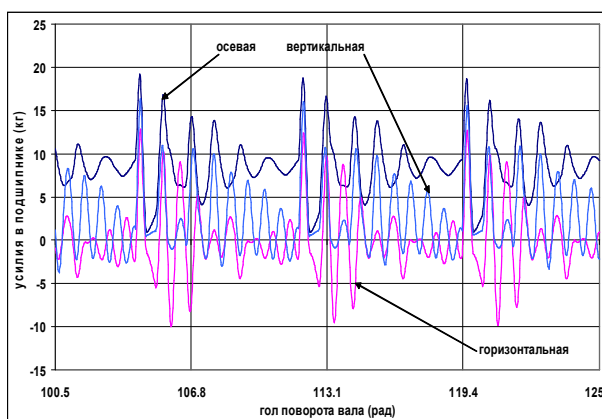


Рис. 17. Изменение усилий на подшипник при массе наружного кольца с втулкой 27,6 кг

Некоторые предварительные выводы, следующие из проведенных исследований:

1. Сепаратор, взаимодействуя с шариками и направляющими элементами подшипника, генерирует шум в четырёх направлениях – по трём осям и в окружном направлении. Шарика генерируют шум в трёх направлениях – в радиальном, осевом и окружном.

2. Так как сепаратор имеет больший массовый полярный момент инерции, чем шарика, то шумность его в окружном направлении несколько меньше, чем по осям координат.

3. Шарика излучают шум в основном в окружном направлении и больше, чем сепаратор не только за счет взаимодействия с ним, но и вследствие своей кинематики движения, когда угловые скорости шариков и угловые расстояния между ними в процессе

вращения постоянно изменяются. При различных угловых шагах между шариками все гармоники неточностей изготовления элементов подшипника вызывают его вибрации и шум.

4. Гармоники неточностей изготовления беговых дорожек колец порядка $(k \cdot z \pm 1)$ вызывают наиболее интенсивные вибрации и шум в подшипниках.

5. Неточности беговых дорожек колец и шариков оказывают слабое влияние на шумность сепаратора.

6. С увеличением жёсткости опоры наружного кольца шумность его и шариков в радиальном направлении снижается, а шумность сепаратора практически не изменяется.

7. С увеличением радиального зазора в подшипнике при только радиальной нагрузке шумность всех элементов подшипника возрастает, особенно наружного кольца и шариков.

8. С увеличением зазоров в окнах сепаратора среднее значение шумности практически сохраняется, но пиковые значения его (пик-фактор) возрастают.

9. При комбинированном нагружении подшипника, когда часть шариков в подшипнике на какое-то время либо выходит из контакта, либо переходит в другой режим контакта (одноточечный, двухточечный, трёхточечный), шумность подшипника значительно возрастает (чем меньше нагрузка, тем больше). В этом случае подшипник начинает вибрировать с высокими собственными частотами.

10. В окружном направлении шарика генерируют преимущественно низкочастотные колебания, а сепаратор – высокочастотные, так как сепаратор взаимодействует сразу с несколькими шариками.

11. Частоты гармоник по шуму элементов подшипника ровно в два раза больше частот изменения виброускорений параметров, так как шум определяется как логарифм отношения виброускорений, который принимается всегда положительным.

12. При больших значениях виброускорений их уменьшение или увеличение незначительно сказывается на шумности вслед-

ствии логарифмической зависимости шумности от виброускорений.

13. Собственные частоты элементов подшипника и всего подшипника зависят от нагрузки на него. С ростом нагрузки контактные жёсткости увеличиваются и собственные частоты возрастают. Нелинейную упругую систему подшипника можно локально, при заданной нагрузке и усилиях в контактах, линеаризировать и определять собственные частоты как для обычной линейной упругой системы.

14. Собственные частоты радиально нагруженного подшипника в направлении действия радиальной нагрузки больше, чем в перпендикулярном направлении.

15. В четырёх- и трёхточечных подшипниках по сравнению с двухточечными повышение шумности может происходить из-за возможной смены режима работы шариков при вращении. В процессе вращения они могут быстро переходить в одно-, двух-, трёх- и четырёхточечные варианты контакта, тем самым возбуждая собственные колебания высокой частоты.

16. Погрешности изготовления элементов подшипника приводят к изменению усилий в подшипнике и крутящего момента сопротивления вращению подшипника за счёт изменения сил трения в контактах и, следовательно, влияют на возможность возбуждения крутильных колебаний упругих систем, в которые они входят.

17. Погрешности изготовления элементов подшипников увеличивают нелинейность их как упругих систем и создают условия для параметрического возбуждения упругих систем, в которые входят подшипники, с собственными частотами. При этом не исключается возможность параметрических резонансов. Демпфирование колебаний при параметрическом возбуждении слабо влияет на их интенсивность.

Библиографический список

1. Курушин, М. И. Расчёт виброакустических характеристик четырёхточечного шарикового подшипника. Часть I [Текст] / М. И. Курушин, А. М. Курушин, Е. П. Жильников, В. В. Мурашкин // Вестник СГАУ. – Самара: Изд-во СГАУ, 2011. – № 6 (30). – С. 114-122.

CALCULATION OF VIBROACOUSTIC CHARACTERISTICS OF A FOUR-POINT BALL BEARING. PART 2

© 2011 M. I. Kurushin¹, A. M. Kurushin¹, Ye. P. Zhilnikov¹, V. V. Murashkin²

¹Samara State Aerospace University
named after academician S. P. Korolyov (National Research University)

²Samara Aerobearing Factory

The paper presents the results of the calculation of noisiness of a four-point bearing depending on the accuracy of producing as a part of the product in which it works. The calculation was performed according to the methods and programs developed by the authors. The noisiness of the separator and the balls that exists when the bearing is placed in any kind of an elastic system is calculated. Natural frequencies of bearing elements are defined with a given load on it as applied to the vibration set. It is shown that the errors of bearing production result in parametric excitation of elastic systems and excite oscillations with natural frequencies in them which produce the greater part of noisiness both of the systems and the bearings.

Ball bearings, vibroacoustic characteristics.

Информация об авторах

Курушин Михаил Иванович, кандидат технических наук, доцент кафедры основ конструирования машин, Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С. П. Королёва (национальный исследовательский университет). Область научных интересов: динамика опор с подшипниками качения.

Курушин Александр Михайлович, соискатель кафедры основ конструирования машин, Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С. П. Королёва (национальный исследовательский университет). Область научных интересов: динамика и прочность опор с подшипниками качения.

Жильников Евгений Петрович, кандидат технических наук, профессор кафедры основ конструирования машин, Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С. П. Королёва (национальный исследовательский университет). Область научных интересов: работоспособность опор с подшипниками качения.

Мурашкин Валерий Васильевич, инженер, директор СКБ Самарского завода авиационных подшипников. Область научных интересов: работоспособность опор с подшипниками качения.

Kurushin Mikhail Ivanovitch, candidate of technical sciences, associate professor of the department of machine design foundations, Samara State Aerospace University named after academician S. P. Korolyov (National Research University). Area of research: dynamics of ball bearings.

Kurushin Alexandr Mikhaylovitch, post-graduate student, department of machine design foundations, Samara State Aerospace University named after academician S. P. Korolyov (National Research University). Area of research: dynamics of ball bearings.

Zhilnikov Yevgeniy Petrovitch, candidate of technical sciences, professor of the department of machine design foundations, Samara State Aerospace University named after academician S. P. Korolyov (National Research University). Area of research: serviceability of ball bearings.

Murashkin Valeriy Vasilyevitch, engineer, director of design bureau, Samara Aerobearing Factory. Area of research: serviceability of ball bearings.

ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЬ РАСХОДА И ТЕМПЕРАТУРЫ ЖИДКОСТИ И ВОЗДУХА В ТРУБОПРОВОДАХ

© 2011 В. Н. Николаев, Ю. Н. Кабанов

ФГУП «СибНИА им. С.А. Чаплыгина»

Рассматриваются вопросы оптимизации параметров термоконвективного преобразователя расхода и температуры жидкости и воздуха, оценены погрешности параметрической идентификации.

Математическая модель, преобразователь расхода, термоконвективный метод, термопреобразователь, трубопровод, параметрическая идентификация, погрешность параметрической идентификации.

Исследование и диагностирование технического состояния гидросистемы или системы кондиционирования самолёта требует использования результатов измерений расхода и температуры жидкости и воздуха в трубопроводах. Эти параметры изменяются в широких пределах, а процессы их изменения являются нестационарными.

По совокупности предъявляемых требований к преобразователям расхода и температуры наиболее целесообразно использовать термоконвективный метод постоянной температуры. При использовании этого метода необходимо решить проблемы повышения быстродействия и снижения чувствительности к изменению теплопроводности стенок трубопроводов.

В данной работе рассматриваются вопросы оптимального синтеза измерительной системы, включающей первичный и вторич-

ный преобразователи параметров жидкости и воздуха в трубопроводах.

При исследовании погрешности термоконвективного преобразователя от изменения толщины стенки трубопровода l_{tb} и коэффициента теплопроводности λ_{tb} определена зависимость методической погрешности от взаимного положения нагревателя и термопреобразователей (рис. 1).

Это позволило путём оптимального расположения элементов *первичного* преобразователя значительно снизить методическую погрешность измерения расхода при изменении теплопроводности стенок трубопровода. Эта погрешность определяется величиной $l_{tb} \lambda_{tb}$.

Для оценивания погрешности воспользуемся описанием процесса теплообмена

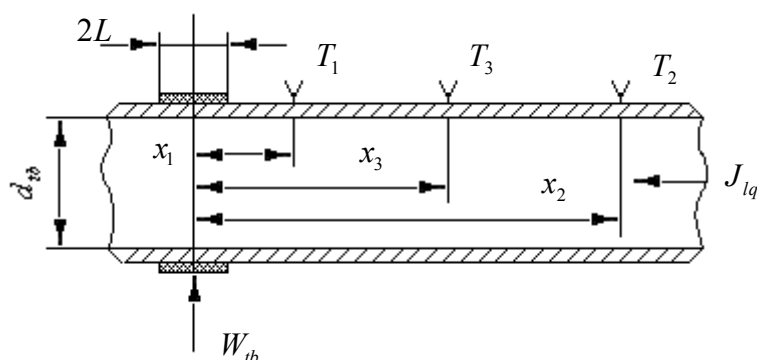


Рис. 1. Схема первичного термоконвективного преобразователя расхода и температуры:

x_1, x_2, x_3 - расстояния термопреобразователей 1, 2, 3 от нагревателя; T_1, T_2, T_3 - температуры термопреобразователей; W_{tb} - мощность нагревателя; J_{lq} - массовая скорость жидкости или воздуха

трубопровода с первичным преобразователем, приняв допущения о неизменности температуры стенки в сечении трубопровода, незначительности нагрева жидкости или воздуха, о постоянстве по длине трубопровода коэффициента теплоотдачи внутренней поверхности, об отсутствии потерь в окружающую среду:

$$\lambda_{tb} l_{tb} \frac{d^2(T_{tb} - T_{lq})}{dx^2} + q(x) = \alpha_{tb}(T_{tb} - T_{lq}), \quad (1)$$

где T_{tb} — температура поверхности трубопровода; T_{lq} — температура жидкости или воздуха в трубопроводе; α_{tb} — коэффициент теплоотдачи внутренней поверхности трубопровода; $q(x)$ — поверхностная плотность теплового потока от нагревателя.

Решение уравнения (1) при расстоянии термопреобразователя от нагревателя x больше полуширины L кольцевого нагревателя может быть записано в виде

$$T_{tb} - T_{lq} = \frac{q}{2\lambda_{tb} l_{tb} m^2} (e^{mL} - e^{-mL}) e^{-mx}, \quad (2)$$

где

$$m = \sqrt{\frac{\alpha_{tb}}{\lambda_{tb} l_{tb}}}; \quad (3)$$

$$q = \frac{W_{tb}}{2\pi d_{tb} L}; \quad (4)$$

$$\alpha_{tb} = \frac{0,023 J_{lq}^{0,8} \text{Pr}^{0,4} \lambda_{lq}}{\mu_{lq}^{0,8} d_{tb}^{0,2}}. \quad (5)$$

В выражениях (3)–(5) введены следующие обозначения: W_{tb} — мощность нагревателя; d_{tb} — диаметр трубопровода; J_{lq} — массовая скорость жидкости или воздуха в трубопроводе; Pr — число Прандтля; λ_{lq} — коэффициент теплопроводности жидкости

или воздуха; μ_{lq} — динамическая вязкость жидкости или воздуха.

В установившемся режиме для термоконвективного расходомера соблюдается условие

$$T_1 - T_2 = \text{const}, \quad T_2 = T_{lq}, \quad (6)$$

где T_1, T_2 — температура 1, 2 термопреобразователей соответственно.

Используя выражения (2)–(5), получим зависимость теплового потока на внутренней поверхности трубопровода

$$W_{tb} = W_{tb}(J_{lq})$$

для различных расстояний от нагревателя термопреобразователя с температурой T_1 и различных коэффициентов теплопроводности и толщины трубопровода. На рис. 2 приведены номограммы W_{tb} от J_{lq} для трубопровода диаметром $d_{tb} = 4 \cdot 10^{-2}$ м, $L = 5 \cdot 10^{-3}$ м, $T_{tb} - T_{lq} = 5$ К. Анализ зависимости $W_{tb}(J_{lq})$ показал, что путём подбора расстояния x_1 можно значительно снизить их разброс в узком диапазоне изменения J_{lq} . Причём увеличение расстояния x_1 , обеспечивающее в установившемся режиме минимальный разброс $W_{tb}(J_{lq})$, приводит к значительному увеличению времени переходных процессов в системе нагреватель - термопреобразователь.

Данное противоречие можно устранить, используя дополнительный термопреобразователь, размещаемый между преобразователями T_1 и T_2 , и обеспечивая в установившемся режиме условие

$$\Delta_{1,2} + k_3 \Delta_{3,2} = \Delta T_{set} = \text{const}, \quad (7)$$

где $\Delta_{1,2}, \Delta_{3,2}$ — разность температур, соответственно, термопреобразователей 1, 3 с температурой преобразователя 2; ΔT_{set} — заданная избыточная температура; k_3 — постоянный коэффициент.

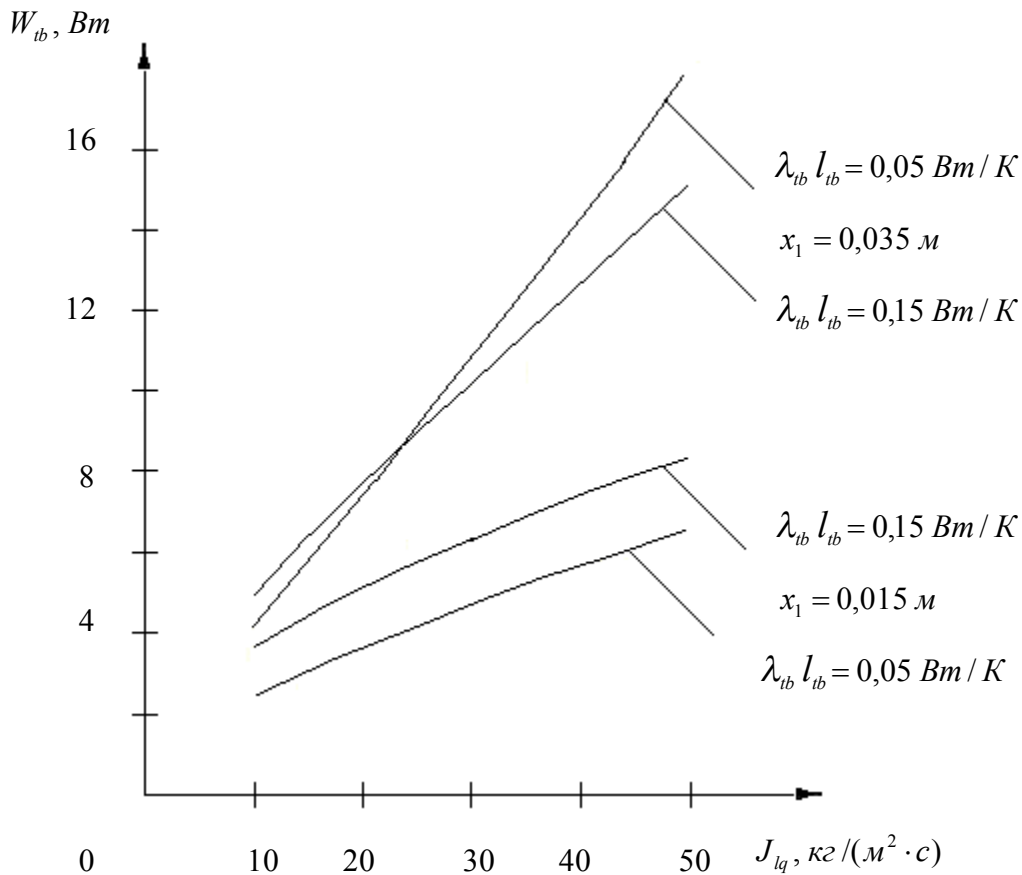


Рис. 2. Номограммы теплового потока на внутренней поверхности трубопровода W_{tb} от массовой скорости жидкости или воздуха J_{lq}

Зависимость $W_{tb}(J_{lq})$ была получена путём подстановки выражения (2) для преобразователей с температурами T_1, T_2 в уравнение (7). С целью упрощения уравнений в дальнейшем будем пользоваться зависимостью $W_{tb}(\alpha_{tb})$ в виде

$$W_{tb}(\alpha_{tb}) = \frac{4\pi d_{tb} L \lambda_{tb} l_{tb} m^2 \Delta T_{set}}{(e^{mL} - e^{-mL})(e^{-mx_1} + k_3 e^{-mx_3})}. \quad (8)$$

Оптимизацией координат размещения x_1, x_3 термопреобразователей 1, 3 и коэффициента k_3 для постоянных значений коэффициента теплоотдачи α_{tb} можно исключить погрешность от изменения теплопроводности трубопровода. В качестве критерия оптимизации значений x_1, x_3, k_3 используем выражение

$$\min \Phi(\alpha_{tb}) = \left(\frac{W_1(\alpha_{tb})}{W_0(\alpha_{tb})} - 1 \right)^2 + \left(\frac{W_3(\alpha_{tb})}{W_0(\alpha_{tb})} - 1 \right)^2, \quad (9)$$

где $W_0(\alpha_{tb})$ — значение мощности нагревателя, соответствующее $(\lambda_{tb} l_{tb})_0 = 0,5$ Вт/К и используемого в качестве градуировочного; $W_1(\alpha_{tb}), W_3(\alpha_{tb})$ — значения мощностей нагревателя, соответствующие $(\lambda_{tb} l_{tb})_1 = 5 \cdot 10^{-2}$ Вт / К и $(\lambda_{tb} l_{tb})_3 = 0,2$ Вт / К.

Задача минимизации функционала (9) в пространстве параметров x_1, x_3 и k_3 была решена с использованием алгоритма Хука-Дживса [1]. На рисунке 3 приведены зависимости оптимальных значений x_1, x_3 и k_3 от коэффициентов теплоотдачи α_{tb} . Коэффициент α_{tb} определяется в данном случае по формуле

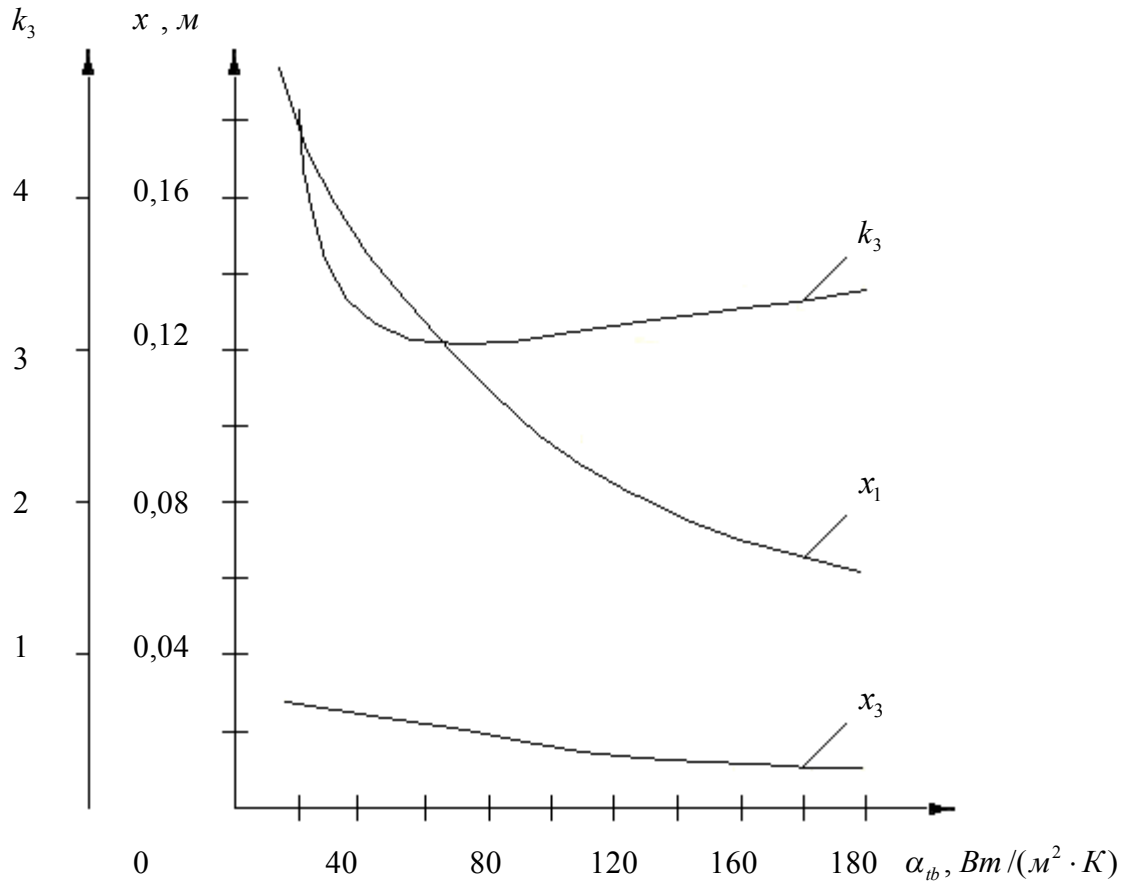


Рис. 3. Зависимости оптимальных значений x_1 , x_3 и k_3 от коэффициента теплоотдачи α_{ib}

$$\alpha_{ib} = 1250 (J_{lq} F_{tb})^{0.8}, \quad (10)$$

где F_{tb} - площадь сечения трубопровода.

Полученные результаты не дают возможности полного исключения влияния изменения теплопроводности трубопровода в рассматриваемых диапазонах изменения α_{ib} и $\lambda_{tb} l_{tb}$. Практический интерес представляет случай постоянства x_1 , x_3 и k_3 во всём диапазоне измеряемого расхода. Причём с целью снижения времени переходных процессов в системе нагреватель - термопреобразователи с температурой T_1 и T_3 желательно иметь минимальные значения координат x_1 и x_3 .

При минимально возможном для рассматриваемого первичного преобразователя

значения $x_1 = 1 \cdot 10^{-2}$ м параметры x_3 и k_3 имеют следующие оптимальные величины: $x_3 = 9 \cdot 10^{-2}$ м и $k_3 = 4,7$ для коэффициента теплоотдачи $\alpha_{ib} = 35 - 200$ Вт/(м²·К). На рисунке 4 даны границы разброса $W_{tb}(\alpha_{ib})$ в зависимости от произведения теплопроводности и толщины трубопровода $(\lambda_{tb} l_{tb})_0 = 0,137$ Вт/К; $(\lambda_{tb} l_{tb})_1 = 0,1$ Вт/К; $(\lambda_{tb} l_{tb})_3 = 0,175$ Вт/К при значениях $x_1 = 1 \cdot 10^{-2}$ м; $x_3 = 9 \cdot 10^{-2}$ м и $k_3 = 4,7$. Диапазон изменения теплопроводности трубопровода выбран с учётом реального разброса характеристик λ_{tb} и l_{tb} для трубопровода из алюминиевого сплава с $l_{tb} = 1 \cdot 10^{-3}$ м.

Вторичный преобразователь расхода представляет собой систему автоматическо-

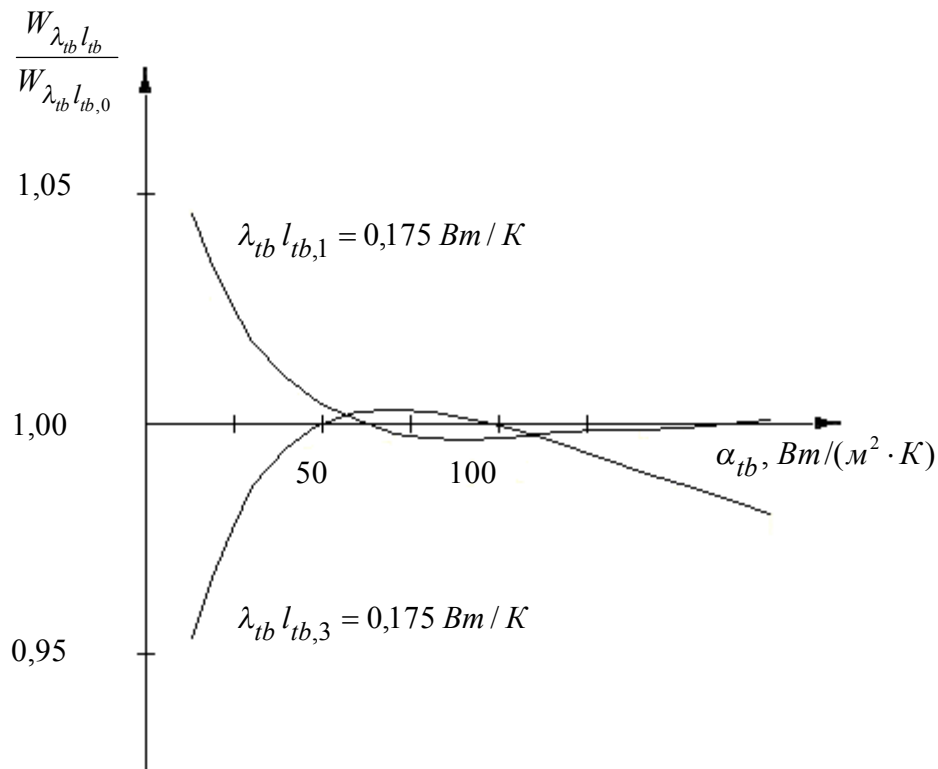


Рис. 4. Границы разброса W_{tb} в зависимости от произведения теплопроводности и толщины трубопровода $\lambda_{tb} l_{tb}$ и коэффициента теплоотдачи α_{tb}

го регулирования температуры трубопровода в определённых его сечениях, осуществляемого путём изменения электрического тока в нагревателе. В общем виде закон регулирования для вторичного преобразователя может быть представлен в виде

$$\begin{aligned} \frac{dI}{dt} = & k_1 \Delta T_{set} - k_1 \Delta_{1,2} - k_1 k_3 \Delta_{3,2} - \\ & - k_1 \tau_1 \frac{d\Delta_{1,2}}{dt} - k_1 k_3 \tau_1 \frac{d^2 \Delta_{3,2}}{dt^2}, \end{aligned} \quad (11)$$

где I — электрический ток в нагревателе; k_1, τ_1 — постоянные коэффициенты.

При разработке вторичного преобразователя сложной задачей является определение оптимальных значений k_1 и τ_1 , которые могут быть получены при использовании известных методов теории систем автоматического регулирования. Для нелинейных систем автоматического регулирования математи-

ческий аппарат, используемый при её синтезе, является довольно громоздким и не всегда обеспечивает получение желаемых характеристик системы. Кроме того, исследования некоторых характеристик системы наиболее удобно проводить путём её моделирования на компьютере и проведения численных экспериментов. Для этой цели в работе предлагается экспериментально-теоретический метод определения параметров рассматриваемой системы k_1 и τ_1 , приводящей к задаче оценивания вектора параметров

$$\Theta = [\vartheta_1, \vartheta_2]^T = [k_1, \tau_1]^T$$

математической модели преобразователя.

Структурная схема преобразователя приведена на рисунке 5. На ней при описании объекта регулирования использованы эквивалентные по амплитудно-фазовой характеристике инерционные звенья.

Математическая модель преобразователя описывается уравнением (11), где

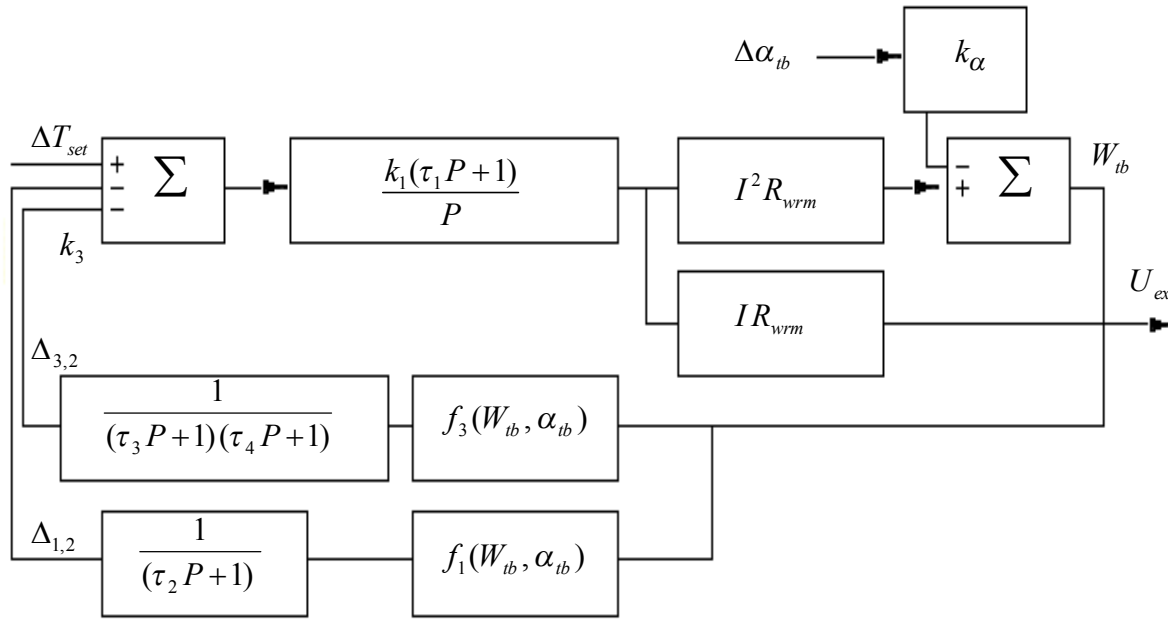


Рис. 5. Структурная схема преобразователя расхода и температуры жидкости и воздуха

$$\frac{d\Delta_{1,2}}{dt} = \frac{AW_{ib}}{\tau_2} e^{-mx_1} - \frac{1}{\tau_2} \Delta_{1,2};$$

$$\frac{d^2\Delta_{3,2}}{dt^2} = \frac{Ae^{-mx_3}W_{ib}}{\tau_3\tau_4} - \frac{\tau_3 + \tau_4}{\tau_3\tau_4} \frac{d\Delta_{3,2}}{dt} - \frac{\Delta_{3,2}}{\tau_3\tau_4};$$

$$A = \frac{(e^{mL} - e^{-mL})}{4\pi d_{ib} L \lambda_{ib} l_{ib} m^2}; \tag{12}$$

$$W_{ib} = I^2 R_{wrm} - k_\alpha \Delta\alpha_{ib};$$

$$U_{ex} = I R_{wrm}.$$

В уравнениях (12) $k_2, k_\alpha, \tau_2, \tau_3, \tau_4$ — постоянные коэффициенты; U_{ex} — выходное напряжение нагревателя; R_{wrm} — сопротивление нагревателя; $\Delta\alpha_{ib}$ — изменение коэффициента теплоотдачи α_{ib} .

В основу метода положена параметрическая идентификация по кривым переходных процессов исследуемого преобразователя

(рис. 6). Оценивание коэффициентов будем проводить путём минимизации функции невязки между заданными значениями изменения выходного напряжения ΔU_{ex} на нагревателе относительно $U_{ex,0}$ и прогнозом $\Delta \hat{U}_{ex}(t_k, \Theta)$:

$$\Phi(\Theta) = \sum_{k=1}^N (\Delta U_{ex,k} - \Delta \hat{U}_{ex}(t_k, \bar{\Theta}))^T (\Delta U_{ex,k} - \Delta \hat{U}_{ex}(t_k, \bar{\Theta})), \tag{13}$$

где $\Delta U_{ex,k}$ - заданные изменения выходного напряжения в моменты времени $t_k, k = 1, \dots, N$; $\Delta \hat{U}_{ex}(t_k, \bar{\Theta})$ - решение уравнения (11) в моменты времени t_k .

Для минимизации функции (13) применялся алгоритм композиции методов наискорейшего спуска, квазиньютоновского и координатного. В квазиньютоновском методе оценка матрицы Гессе вторых частных производных проводится по формуле Бройдена-Флетчера-Гольдфарба-Шэнно [2].

В процессе минимизации с использованием квазиньютоновского алгоритма на

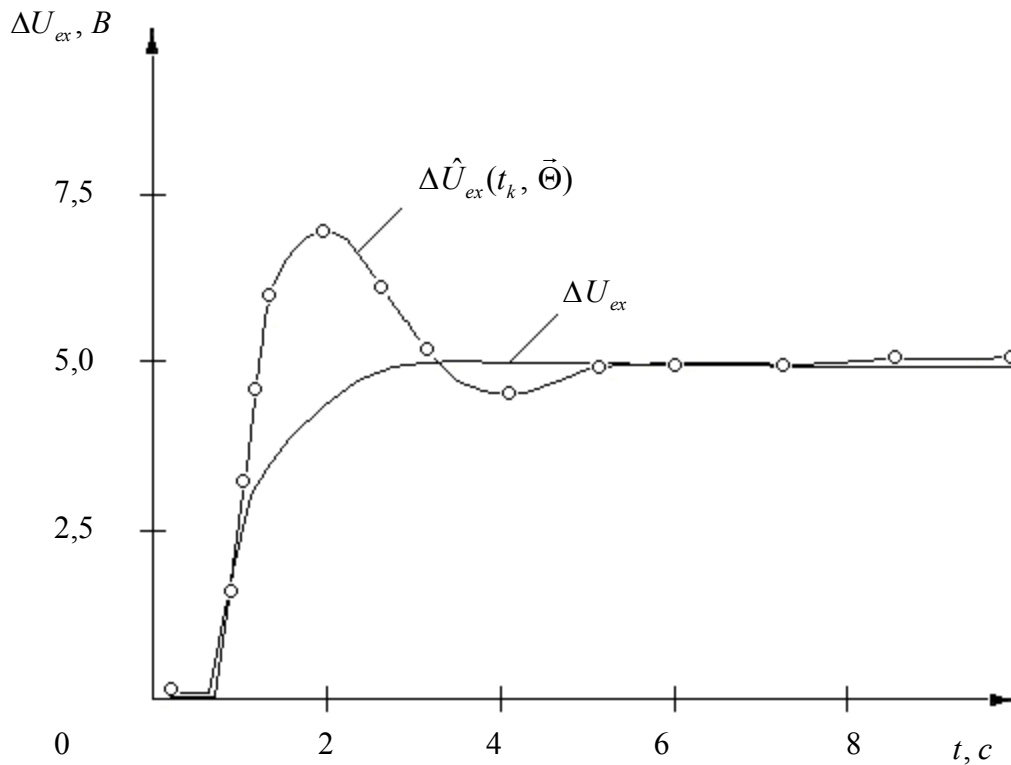


Рис. 6. Кривые переходного процесса вторичного преобразователя расхода:
 ΔU_{ex} — заданные значения изменения выходного напряжения на нагревателе;

$\Delta \hat{U}_{ex}(t_k, \vec{\Theta})$ — рассчитанные значения напряжения

каждой итерации требуются вычисления градиента функции невязки $\Phi(\Theta)$. Компоненты градиента функции (13) вычисляются по формуле

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \vartheta_i} = -2 \sum_{k=1}^N (\Delta U_{ex,k} - \Delta \hat{U}_{ex}(t_k, \vec{\Theta}))^T \frac{\partial \Delta U_{ex}(t_k, \vec{\Theta})}{\partial \vartheta_i}, \quad (14)$$

где $H_{i,k} = \frac{\partial \Delta \hat{U}_{ex}(t_k, \vec{\Theta})}{\partial \vartheta_i}$ — производные от

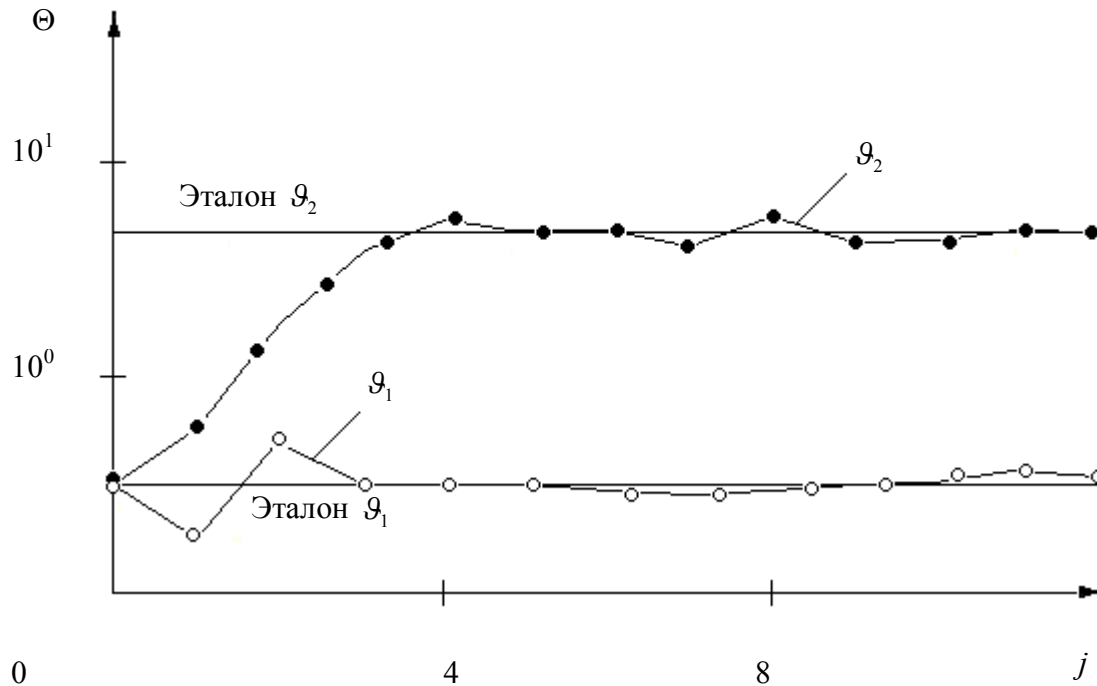
решения уравнения (11) по ϑ_i ($i = 1, 2$), которые называются функциями чувствительности [3].

Функции чувствительности являются решениями дифференциальных уравнений (уравнений чувствительности [3]), которые получаются в результате дифференцирования уравнения (11) по ϑ_i .

В данной работе для вычисления функций чувствительности применяется подход,

основанный на современном решении уравнения (11) и уравнений чувствительности. При этом используется экономичный алгоритм [4], основанный на применении метода Розенброка второго порядка аппроксимации [5].

Для доказательства эффективности предложенного алгоритма в рассматриваемых условиях проведено математическое моделирование процедуры оптимального оценивания вектора параметров модели (11) по методике, описанной в работе [6]. При этом исследована сходимость результатов оценивания параметров к действительным Θ_0 или равным им эталонным значениям Θ_{rf} . Эталонные Θ_{rf} и начальные значения Θ_{int} элементов вектора параметров были приняты равными величинам, приведённым на рисунке 7. Измерение и расчёт ΔU_{ex} проведены для дискретных моментов времени с интервалом $\Delta t = 0,1$ с. Анализ сходимости резуль-

Рис. 7. Оценивание параметров ϑ_1, ϑ_2 модели (11)

татов оценивания параметров показал устойчивую сходимость процедуры параметрической идентификации при различном задании начальных значений вектора параметров: разница между оценками параметров $\hat{\Theta}$ и эталонными значениями Θ_{rf} не превышает 1% от эталонных значений Θ_{rf} .

Результаты параметрической идентификации модели (12) по предложенной методике имеют следующие значения:

$$\Theta = (0,6; 6,6)^T.$$

Определение погрешностей оценок параметров Θ проведём по методике, описанной в работе [6]. Она основана на построении и анализе ковариационной матрицы погрешностей оценок.

Диагональные элементы матрицы являются дисперсиями оценок параметров, а остальные позволяют рассчитать их взаимные корреляции. По значениям дисперсий определялись доверительные интервалы I_Θ при доверительной вероятности $\beta = 0,95$.

Расчётные погрешности оценок параметров при погрешности измерения расхода $\delta = 3\%$ не превышают $\delta_\Theta = 5\%$.

Таким образом, разработан термомониторинговый преобразователь расхода и температуры жидкости и воздуха, оценены значения параметров первичного и вторичного преобразователей с использованием алгоритма композиции методов наискорейшего спуска, квазиньютоновского и координатного.

Библиографический список

1. Химмельблау, Д. Прикладное нелинейное программирование [Текст] / Д. Химмельблау. - М.: Мир, 1975.-534 с.
2. Гилл, Ф. Практическая оптимизация [Текст] / Ф. Гилл, У. Мюррей, М. Райг. - М.: Мир, 1985. – 509 с.
3. Розенвассер, Е. Н. Чувствительность систем управления [Текст] / Е. Н. Розенвассер, Р. М, Юсупов. - М.: Наука, 1961. - 44 с.
4. Гусев, С. А. Алгоритм и идентификация параметров жёстких систем обыкновенных дифференциальных уравнений [Текст] / С. А. Гусев, Г. В. Демидов. - Ново-

сибирск, 1983. - 17 с. (Препринт / ВЦ АН СССР, № 484).

5. Демидов, Г. В. Оценка ошибки одношаговых методов интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений [Текст] / Г. В. Демидов, Е. А. Новиков // Чис-

ленные методы механики сплошной среды. – Новосибирск, 1985. - Т. 16, № 1. - С. 27-42.

6. Бард, И. Нелинейное оценивание параметров [Текст] / И. Бард. – М.: Статистика, 1979. – 349 с.

TRANSDUCER OF FLUID AND AIR CONSUMPTION AND TEMPERATURE IN PIPELINES

© 2011 V. N. Nikolayev, Yu. N. Kabanov

Federal State Unitary Enterprise "S. A. Chaplygin Siberian Aeronautical Research Institute"

Optimization of parameters of a thermo-convective transducer of fluid and air consumption and temperature are examined, parametric identification errors are evaluated.

Mathematical model, transducer of consumption and temperature, thermo-convective method, temperature transducer, pipeline, parametric identification, parametric identification error.

Информация об авторах

Николаев Владимир Николаевич, кандидат технических наук, начальник сектора ФГУП «Сибирского научно – исследовательского института авиации им. С.А. Чаплыгина». E-mail: nikvla50@mail.ru. Область научных интересов: математическое моделирование теплового состояния отсеков и систем самолёта при проектировании, лётных испытаниях и математическое моделирование электромагнитной совместимости радиоэлектронного оборудования самолёта.

Кабанов Юрий Николаевич, ведущий инженер ФГУП «НИИЭП». E-mail: unikab@bk.ru. Область научных интересов: исследование и разработка электротермических преобразователей влажности воздушного потока и интенсивности обледенения летательных аппаратов.

Nikolayev Vladimir Nikolayevitch, candidate of technical sciences, head of a sector at the Federal State Unitary Enterprise "S. A. Chaplygin Siberian Aeronautical Research Institute". E-mail: nikvla50@mail.ru. Area of research: mathematical simulation of the thermal state of aircraft bays and systems during development work and flight tests, mathematical simulation of electromagnetic compatibility of aircraft radioelectronic equipment.

Kabanov Yuri Nikolayevitch, leading engineer of Federal State Unitary Enterprise "НИИЭП". E-mail: unikab@bk.ru. Area of research: research and development of electrothermal transducers of airflow water content and intensity of aircraft icing.

УДК 629.7.06

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНО-ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ТЕПЛООВОГО СОСТОЯНИЯ ПРИБОРНОГО ОТСЕКА ФОТОРАЗВЕДЧИКА

© 2011 В. Н. Николаев

ФГУП «СибНИА им. С.А. Чаплыгина»

Разработана математическая модель теплового состояния отсека приборного продуваемого теплоизолированного отсека самолёта-фоторазведчика. Решены прямая и обратная задачи теплообмена, определены доверительные интервалы оценок параметров.

Математическая модель, прямая задача, обратная задача, тепловое состояние, бортовое оборудование, система обеспечения теплового режима, приборный отсек.

Проведение лётных и стендовых испытаний бортового оборудования, расположенного в приборном продуваемом теплоизолированном отсеке самолёта, требует математического моделирования теплового состояния такого отсека.

Приборный отсек фоторазведчика представляет собой негерметизированный отсек с теплоизолированной обшивкой, продуваемый воздухом из системы обеспечения теплового режима. Воздух охлаждает расположенное в отсеке оборудование. Блоки бортового оборудования разделены воздушными прослойками.

Математическую модель приборного продуваемого теплоизолированного отсека с системой обеспечения теплового режима представим системой одномерных уравнений теплоизолированной обшивки и обыкновенных дифференциальных уравнений теплообмена внутренней поверхности теплоизоляции обшивки, бортового оборудования, воздуха и переноса энтальпии из системы обеспечения теплового режима.

Уравнения теплообмена обшивки представим в виде одномерных уравнений теплопроводности, описывающих процесс передачи тепла в многослойной конструкции:

$$C_{cv}(x)T_{cv,t} = (\lambda_{cv}(x, T_{cv})T_{cv,x})_x, \quad 0 < x < l; \quad (1)$$

$$\lambda_{cv}(x, T_{cv})F_{cv}T_{cv,x} = \alpha_{cv,out}(t)F_{cv}(T_e(t) - T_{cv}(t, x)) + Q_{cv,out} - c_0 \varepsilon_{cv,out} F_{cv,out} T_{cv}^4(t), \quad x = 0; \quad (2)$$

$$\lambda_{cv}(x, T_{cv})F_{cv}T_{cv,x} = \alpha_{cv,in}(t)F_{cv}(T_{air}(t) - T_{cv}(t, x)) + \sum_j g_{j,cv} T_j^4 / T_{ms}^4 - c_0 \varepsilon_{cv,in} F_{cv,in} T_{cv}^4(t) + Q_{cv,in}; \quad x = l; \quad (3)$$

$$T_{cv}(0, x) = T_0(x), \quad 0 < x < l, \quad (4)$$

где $C_{cv}(x) = C_i$, $\lambda_{cv}(x, T_{cv}) = \lambda_{i,0} + \lambda_{i,1}T_{cv}$

при $l_{i-1} \leq x < l_i$, ($i = 1, \dots, k-1$),

$C_{cv}(x) = C_k$, $\lambda_{cv}(x, T_{cv}) = \lambda_{k,0} + \lambda_{k,1}T_{cv}$

при $l_{k-1} \leq x \leq l_k$, то есть C_{cv} , λ_{cv} зависят от того, в каком слое рассматривается перенос тепла.

При этом $0 = l_0 < l_1 < \dots < l_k = l$.

В уравнениях (1)...(4) использованы следующие обозначения:

$T_{cv}(x, t)$ — температура многослойной конструкции; $T_{cv,t}$ — первая производная T_{cv} по t ; $T_{cv,x}$ — первая производная T_{cv} по x ; $T_{cv,xx}$ — вторая производная T_{cv} по x ; $C_{cv}(x)$ — объёмная теплоёмкость многослойной конструкции обшивки (произведение удельной теплоёмкости на плотность); $\lambda_{cv}(l, T)$ — теплопроводность многослойной конструкции; $\alpha_{cv,out}$ — коэффициент теплоотдачи наружной поверхности конструкции; $\alpha_{cv,in}$ — коэффициент теплоотдачи внутренней поверхности конструкции; F_{cv} — площадь конст-

рукции при наружном и внутреннем теплообмене; $Q_{cv,out}$ — тепловая энергия внешних источников; $Q_{cv,in}$ — тепловая энергия внутренних источников; c_0 — постоянная Стефана-Больцмана; $\varepsilon_{cv,in}$ — степень черноты излучения внутренней поверхности многослойной конструкции; $g_{j,cv}$ — коэффициент радиационного теплообмена системы « j -й элемент отсека – многослойная конструкция»; T_e — температура восстановления; t — время; T_{air} — температура воздушной среды в отсеке или в части отсека; T_j — температура j -го элемента отсека; l — толщина многослойной конструкции.

Коэффициенты теплоотдачи $\alpha_{cv,out}$ и $\alpha_{cv,in}$ для рассматриваемых условий пока не представляется возможным определять по критериальным соотношениям [1]. Поэтому их предлагается определять из уравнений

$$\alpha_{cv,out} = \mathfrak{G}_{1,out} J_{out}^{\mathfrak{G}_{2,out}}(t); \quad (5)$$

$$\alpha_{cv,in} = \mathfrak{G}_{1,in} J_{in}^{\mathfrak{G}_{2,in}}(t), \quad (6)$$

где J_{out} , J_{in} — модуль массовой скорости воздушной среды за бортом и в отсеке соответственно; $\mathfrak{G}_{1,out}$, $\mathfrak{G}_{2,out}$, $\mathfrak{G}_{1,in}$, $\mathfrak{G}_{2,in}$ — оцениваемые коэффициенты модели.

Уравнение теплообмена бортового оборудования представим в виде обыкновенного дифференциального уравнения, описывающего его конвективный теплообмен с воздухом и конвективно-лучистый теплообмен с окружающими конструкциями:

$$T_{m,t} = \alpha_{air,m}(t) F_{air,m} / C_m (T_{air}(t) - T_m) + \sum_m g_{j,m} / C_m T_j^4(t) / T_m^4 - c_0 \varepsilon_m F_m / C_m T_m^4 + Q_m / C_m, \quad (7)$$

где T_m — температура m -го бортового оборудования; $T_{m,t}$ — первая производная T_m по

t ; $\alpha_{air,m}$ — коэффициент теплоотдачи m -го бортового оборудования; $F_{air,m}$ — площадь m -го бортового оборудования при конвективном теплообмене; C_m — теплоёмкость m -го бортового оборудования; $g_{j,m}$ — коэффициент радиационного теплообмена системы « j -й элемент отсека – m -й блок бортового оборудования»; ε_m — степень черноты излучения m -го блока; Q_m — энергия тепловыделения или теплопоглощения m -м бортовым оборудованием от системы обеспечения теплового режима и преобразованная из электрической энергии.

Коэффициент теплоотдачи $\alpha_{air,i}$ для рассматриваемых условий пока также не представляется возможным определять по критериальным соотношениям. Поэтому их предлагается определять из уравнения

$$\alpha_{air,i} = \mathfrak{G}_{1,i} J^{\mathfrak{G}_{2,i}}(t), \quad (8)$$

где $\mathfrak{G}_{1,i}$, $\mathfrak{G}_{2,i}$ — оцениваемые коэффициенты модели.

Уравнение теплообмена воздушной среды представим в виде обыкновенного дифференциального уравнения, описывающего конвективный теплообмен внутренней поверхности теплоизоляции обшивки, элементов отсека и перенос энтальпии из одной части отсека в другую:

$$T_{air,k,t} = \alpha_{cv,in}(t) F_{cv} / C_{air,k} [T_{cv}(t, x) - T_{air,k}] + \sum_j \alpha_{air,j} F_{air,j} / C_{air,k} (T_j - T_{air,k}) + c_p J_{air,k} F_k / C_{air,k} (T_{air,k-1} - T_{air,k}); \quad x = l, \quad (9)$$

где $T_{air,k-1}$, $T_{air,k}$ — температуры воздушного потока соответственно в $(k-1)$ -ой и k -ой частях отсека; $J_{air,k}$ — массовая скорость воздушного потока в k -ой части отсека; F_k — суммарная площадь воздушных каналов в k -ой части отсека; c_p — удельная теп-

лоёмкость воздуха; $C_{air,k}$ — теплоёмкость воздуха в k -ой части отсека.

$T_{air,k}$ в выражении (9) с индексом t означает её дифференцирование по времени t .

Суммирование в уравнении (9) ведётся по j -ому элементу, входящему в k -ю часть отсека.

Теплоёмкость воздуха $C_{air,k}$ определяется по выражению

$$C_{air,k} = c_p \rho_{air,k} (W_{air,ent} F_{air,ent} \Delta t + V_{air,k}), \quad (10)$$

где $\rho_{air,k}$ — плотность воздуха в k -ой части отсека; $W_{air,ent}$ — скорость воздуха на входе в отсек; $F_{air,ent}$ — площадь воздушных каналов на входе в первую часть отсека; Δt — интервал дискретизации времени при решении системы дифференциальных уравнений; $V_{air,k}$ — объём воздуха в k -ой части отсека.

Коэффициент радиационного теплообмена в уравнениях (3), (7) определяется методом Монте-Карло [2].

Для решения прямой задачи теплового состояния отсека одномерные уравнения (1)...(4) для теплоизолированной обшивки дискретизируются по пространственной переменной по методу Галёркина, использующему кусочно-линейный базис. В результате применения этого метода решение уравнений (1)...(4) сводится к численному решению системы обыкновенных дифференциальных уравнений, неизвестными которой являются значения температуры в узлах заданной сетки на отрезке $[0, l]$. Полученные таким образом обыкновенные дифференциальные уравнения для многослойных конструкций (1)...(4) уравнения для бортового оборудования (7) и воздушной среды (9) составляют жёсткую систему дифференциальных уравнений, которую в общем виде можно записать следующим образом:

$$\begin{aligned} Y_t &= F(Y(t, \Theta)), t \in (0, t_i); \\ Y_t &= Y_\Theta, F, Y \in R^S; \quad \Theta \in R^r, \dots \end{aligned} \quad (11)$$

где $Y = [T_1, T_2, T_i, T_\Theta, \dots]^T$ — вектор параметров теплового состояния отсека; Y_t — вектор первых производных Y по t ; $\Theta = [\vartheta_1, \vartheta_2, \dots, \vartheta_4]^T$ — вектор коэффициентов модели; T — верхний индекс, обозначающий операцию транспонирования.

Для решения уравнений (11) предлагается использовать следующую численную схему типа Розенброка второго порядка аппроксимации для неавтономных систем [3].

Решение обратной задачи, то есть оценивание коэффициентов Θ модели сводится к минимизации взвешенной суммы квадратов невязок между заданными по принятому критерию значениями Z^* и соответствующими значениями $Z(Y(t, \Theta))$, полученными в ходе расчётов по уравнениям модели:

$$\Phi(\Theta) = \sum_{k=1}^N \sum_{i=1}^S \Gamma_{k,i} (Z_{k,i}^* - Z_i(Y(t_k, \Theta)))^2, \quad (12)$$

где $\Gamma_{k,i}$ — весовые коэффициенты; t_k — моменты времени при $k = 1, \dots, N$.

Как было отмечено в работе [2], для минимизации функции (12) целесообразно использовать квазиньютоновский метод Бройдена-Флетчера-Гольдфарба-Шэнно в сочетании с методом Ньютона [4].

Доверительные интервалы оценок коэффициентов Θ нелинейной математической модели теплового состояния отсека вида (8) могут быть определены с помощью ковариационной матрицы $P(\Theta)$ ошибок оценок Θ искомым коэффициентов модели (последние характеризуют отклонения вычисленных коэффициентов модели от действительных значений). При этом используется метод проецирования совместной доверительной области оценок на координатные оси пространства коэффициентов [5].

Компоновка приборного отсека фоторазведчика представлена на рис. 1. При этом воздух, подаваемый из системы обеспечения теплового режима, перетекает из хвостовой части отсека в носовую.

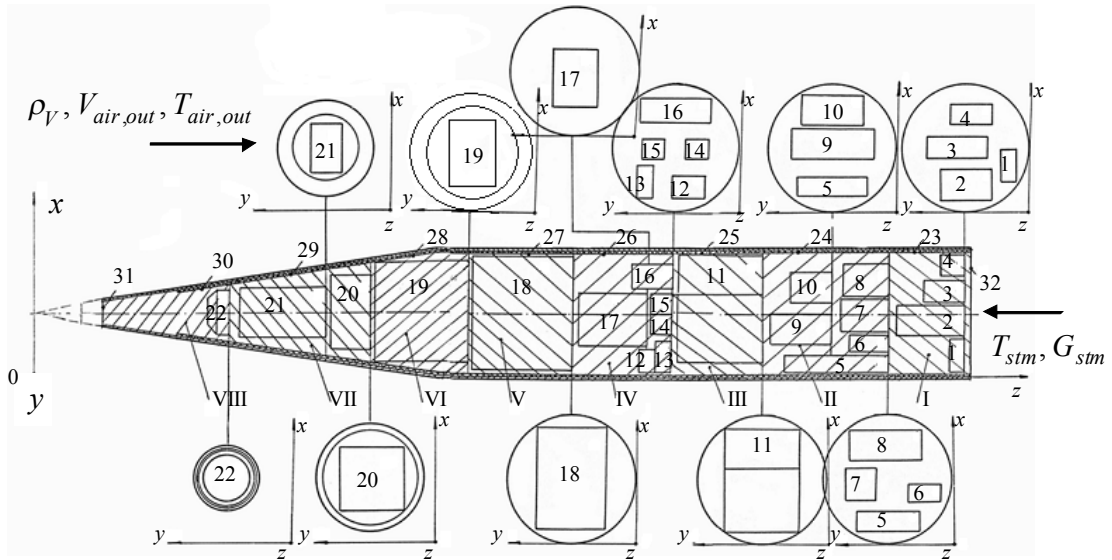


Рис. 1. Компоновка негерметизированного продуваемого теплоизолированного отсека: I...VIII — части отсека; 1...22 — блоки бортового оборудования; 23...31 — части обшивки;

x, y, z — координаты; ρ_V — плотность воздушной среды за бортом;

$V_{air,out}$ — воздушная скорость полёта; $T_{air,out}$ — температура воздушной среды за бортом;

T_{stm} — температура воздуха на выходе системы обеспечения теплового режима;

G_{stm} — расход воздуха на выходе системы обеспечения теплового режима

Характеристики размещённых в отсеке блоков бортового оборудования приведены в таблице 1.

Толщина обшивки I - V частей отсека равна $l_{I-V} = 2 \cdot 10^{-3}$ м, VI - VIII частей — $l_{VI-VIII} = 4 \cdot 10^{-3}$ м. Толщина теплоизоляции обшивки равна $l_{ins} = 2 \cdot 10^{-2}$ м. Коэффициент теплопроводности обшивки I - V частей отсека равна $\lambda_{I-V} = 2,11 \cdot 10^2$ Вт/(м·К), а VI - VIII частей — $\lambda_{VI-VIII} = 1,63 \cdot 10^{-1}$ Вт/(м·К). Коэффициент теплопроводности теплоизоляции обшивки определяется по формуле

$$\lambda_{ins} = -3,6 \cdot 10^{-2} + 2,8 \cdot 10^{-4} T_{ins}. \quad (13)$$

Параметрическую идентификацию проведём по измеренным в отсеке температурам поверхности блока № 16 и внутренней поверхности теплоизоляции обшивки в районе блока № 16. При этом будем использовать

результаты измерений для холодного типа климата в типовом режиме полёта фоторазведчика (рис. 2) с переменным интервалом дискретизации по времени $\Delta t = 10 \dots 300$ с. Расход воздуха, выходящего из системы обеспечения теплового режима, был принят $G_{stm} = 1$ кг/с, температура $T_{stm} = 288$ К.

Оценки $\hat{\Theta}$ и доверительные интервалы \bar{I}_{Θ} коэффициентов для доверительной вероятности $\beta = 0,95$ имеют следующие величины:

$$\hat{\Theta} = [0,3674 \ 0,4238 \ 0,0180 \ 0,9872 \ 0,6998 \ 0,6102]^T;$$

$$\bar{I}_{\Theta} = [0,0390 \ 0,0622 \ 0,0017 \ 0,1124 \ 0,0633 \ 0,5317]^T.$$

Доверительные интервалы погрешностей измерения температуры поверхностей в отсеке и температуры воздушной среды за

Таблица 1. Характеристики блоков бортового оборудования фоторазведчика

Номер части отсека	Номер блока бортового оборудования	Площадь теплоотдающей поверхности блока, $F_{air,i}$, м ²	Масса блока m , кг	Энергия тепловыделения блоком Q_i , Вт
I	1	0,081	1,0	0
	2	0,330	3,5	41
	3	0,230	18,0	1200
	4	0,124	2,5	180
II	5	0,488	10,0	100
	6	0,125	8,6	378
	7	0,180	8,5	27
	8	0,325	8,5	66
	9	0,450	10,0	38
	10	0,249	6,0	60
III	11	1,005	35,0	463
IV	12	0,105	3,0	50
	13	0,081	1,0	0
	14	0,054	8,0	0
	15	0,054	8,0	0
	16	0,273	4,5	146
	17	0,762	25,0	400
V	18	1,151	36,0	430
VI	19	0,984	40,0	285
VII	20	0,530	14,0	15
	21	0,390	12,0	600
VIII	22	0,118	3,3	15

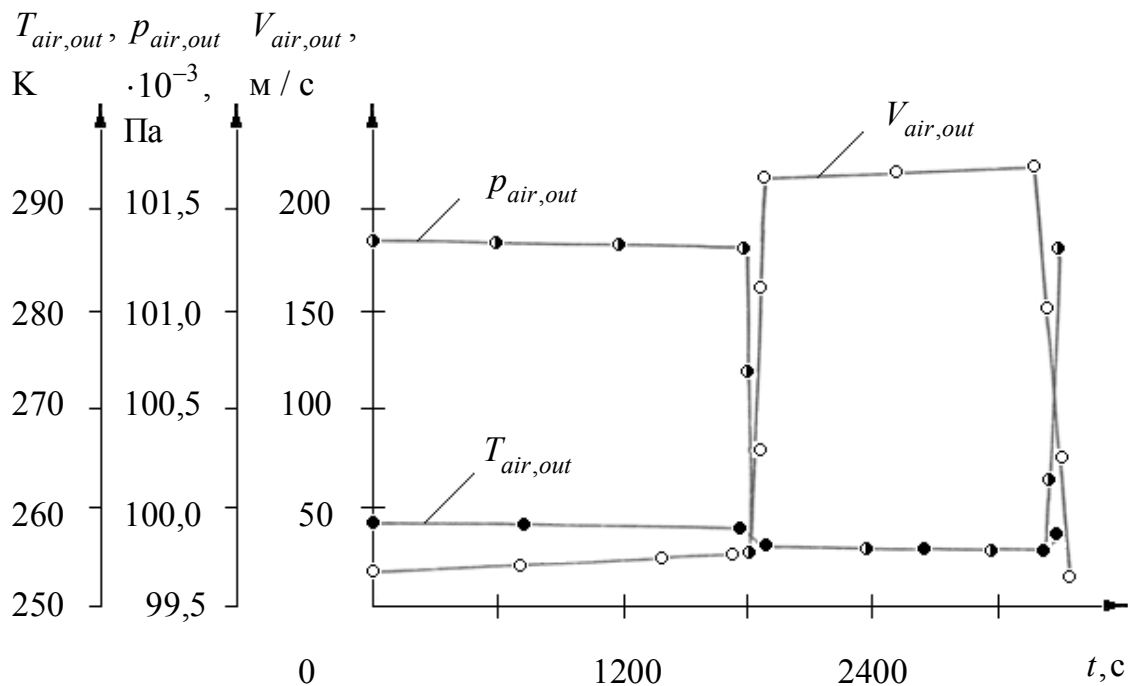


Рис. 2. Параметры режима полёта и воздушной среды за бортом фоторазведчика для холодного типа климата: $P_{air,out}$ — давление воздуха за бортом; $T_{air,out}$ — температура воздуха за бортом; $V_{air,out}$ — воздушная скорость полёта.

бортом не превышали 3 К при доверительной вероятности $\beta = 0,95$, а погрешностей индикаторной земной скорости и высоты полёта – 3 %.

С целью экспериментальной проверки предложенной модели на различных режимах полёта и воздушной среды за бортом, а также на элементах приборного отсека рассчитанные по модели температуры элементов отсека сравнивались с измеренными значениями.

Измеренные T_{eq} и рассчитанные по модели \hat{T}_{eq} значения температуры поверхности для холодного типа климата при режиме полёта и воздушной среды за бортом, представленных на рис. 2, для блоков № 16 и № 6 приведены на рис. 3. Для тёплого типа климата при режиме полёта и воздушной

среды за бортом, представленных на рис. 4, приведены на рис. 5. Разность между экспериментальными и рассчитанными по модели значениями температуры в этих случаях меньше 3 К. Эта величина не превышает доверительного интервала погрешности измеренной температуры.

Анализ остатков по критерию перестановки [6] показал, что их можно считать случайными, а анализ функций распределения остатков по критерию согласия Колмогорова-Смирнова – что они описываются нормальным законом с доверительной вероятностью $\beta = 0,32...0,57$.

Следовательно, построенная математическая модель теплового состояния приборного отсека адекватна реальному тепловому состоянию негерметичного продуваемого теплоизолированного отсека фоторазведчика.

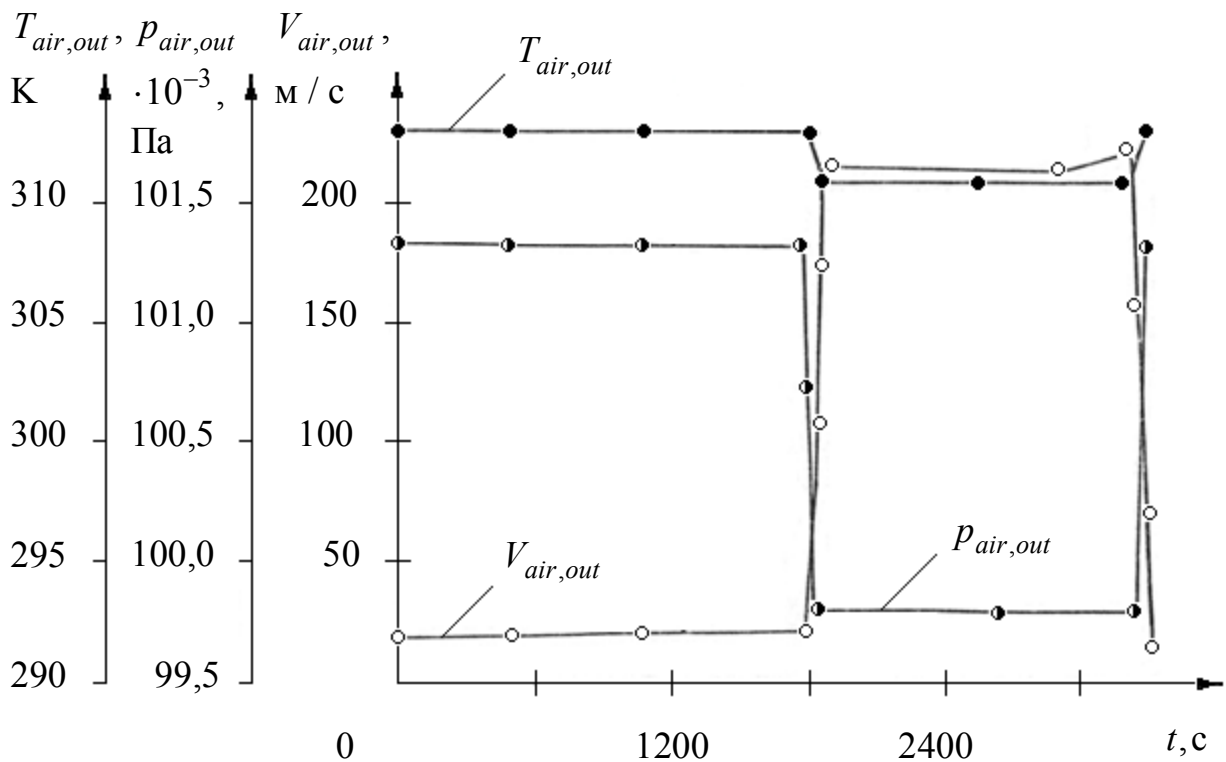


Рис. 3. Измеренные и рассчитанные температуры поверхностей в отсеке фоторазведчика для холодного типа климата: $T_{eq,6}$ — измеренная и $\hat{T}_{eq,6}$ — рассчитанная температуры поверхности блока № 6; $T_{eq,16}$ — измеренная и $\hat{T}_{eq,16}$ — рассчитанная температуры поверхности блока № 16; $T_{ins,IV}$ — измеренная температура внутренней поверхности теплоизоляции обшивки в части отсека IV в районе блока № 16.

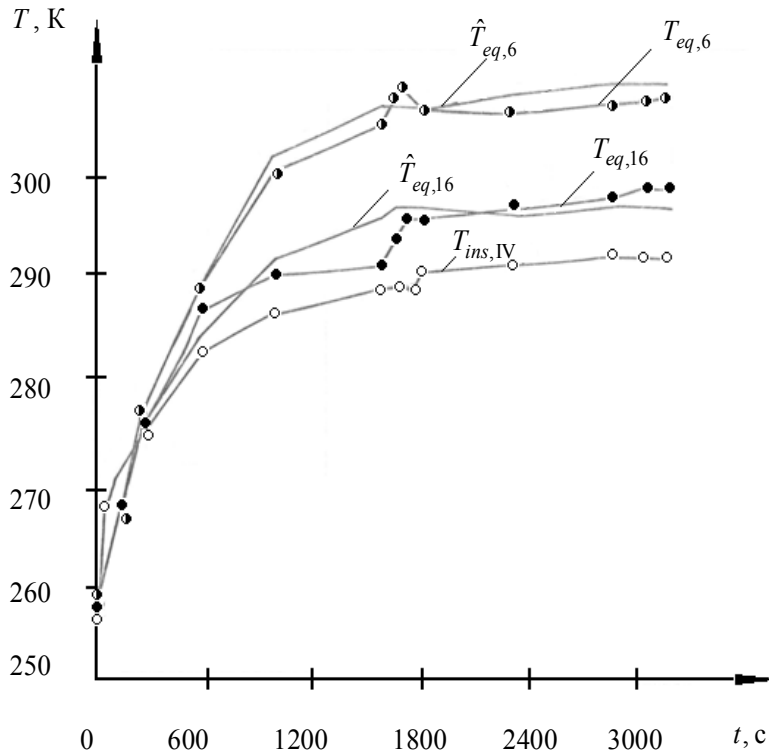


Рис. 4. Параметры режима полёта и воздушной среды за бортом фоторазведчика

для тёплого типа климата: $P_{air,out}$ — давление воздуха за бортом;

$T_{air,out}$ — температура воздуха за бортом; $V_{air,out}$ — воздушная скорость полёта

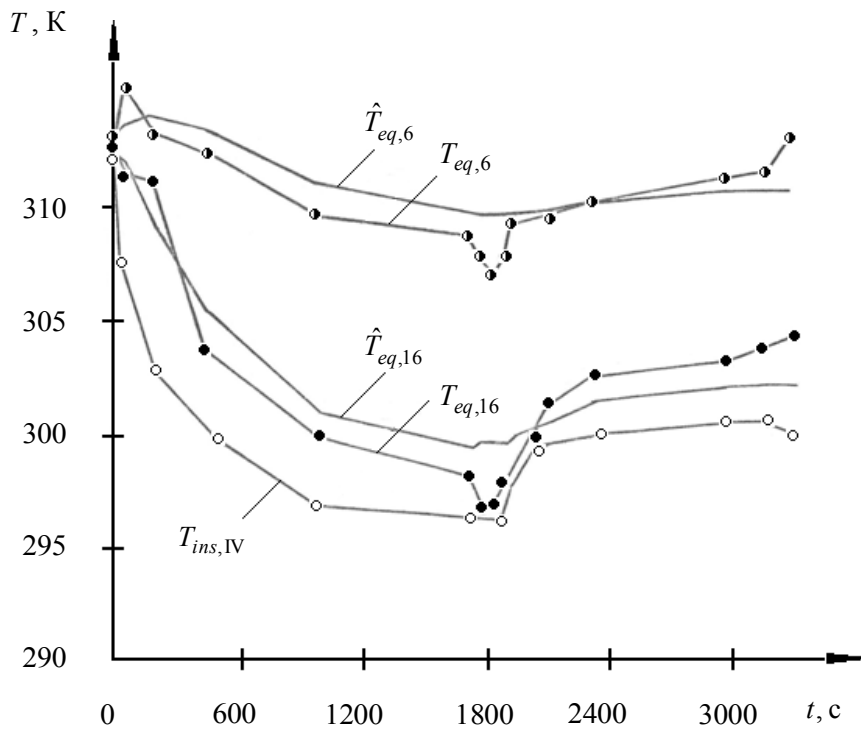


Рис. 5. Измеренные и рассчитанные температуры поверхностей в отсеке фоторазведчика

для тёплого типа климата: $T_{eq,6}$ — измеренная и $\hat{T}_{eq,6}$ — рассчитанная температуры поверхности

блока № 6; $T_{eq,16}$ — измеренная и $\hat{T}_{eq,16}$ — рассчитанная температуры поверхности блока № 16;

$T_{ins,IV}$ — измеренная температура внутренней поверхности теплоизоляции обшивки

в части отсека IV в районе блока № 16

Библиографический список

1. Малозёмов, В. В. Тепловой режим космических аппаратов [Текст] / В. В. Малозёмов. - М.: Машиностроение, 1980. - 232 с.
2. Николаев, В. Н. Математическая модель конвективно-лучистого теплообмена продуваемого теплоизолированного негерметичного отсека летательного аппарата [Текст] / В. Н. Николаев, С. А. Гусев, О. А. Махоткин // Расчёт на прочность элементов авиационных конструкций. Серия прочность летательных аппаратов: Научно-технический сборник. - Новосибирск: СибНИА. - 1996. Выпуск 1. - С. 98-108.
3. Артемьев, С. С. Минимизация овражных функций численным методом для решения жестких систем уравнений [Текст] / С. С. Артемьев, Г. В. Демидов, Е. А. Новиков - Новосибирск, 1980. 13 с. (Препринт // ВЦ СО АН СССР, № 74).
4. Gill P., Murray E. Quasi-Newton methods for unconstrained optimization // Journal of the institute of mathematics and its applications. 1971. v.9, № 1. P. 91-108.
5. Николаев, В. Н. Доверительные области результатов параметрической идентификации процессов теплообмена бортового оборудования самолёта [Текст] / В. Н. Николаев, Д. Ф. Симбирский // Методы и средства исследования внешних воздействующих факторов на бортовое оборудование летательных аппаратов. - Новосибирск: СибНИА. - 1991. Выпуск 2. - С. 11-15.
6. Химмельблау, Д. Анализ процессов статистическими методами [Текст] / Д. Химмельблау. -М.: Мир, 1973. - 957 с.

THEORETICAL AND EXPERIMENTAL INVESTIGATION OF THE PHOTOGRAPHIC RECONNAISSANCE PLANE INSTRUMENT BAY THERMAL STATE

© 2011 V. N. Nikolayev

Federal State Unitary Enterprise "S. A. Chaplygin Siberian Aeronautical Research Institute"

A mathematical model of the venting heat-insulated instrument bay of the photographic reconnaissance plane thermal state is developed. Direct and inverse problems of heat exchange are solved, confidence intervals of estimated parameters are determined.

Mathematical model, direct problem, inverse problem, thermal state, airborne equipment, thermal conditions support system, instrument bay.

Информация об авторе

Николаев Владимир Николаевич, кандидат технических наук, начальник сектора ФГУП «Сибирского научно – исследовательского института авиации им. С.А. Чаплыгина». E-mail: nikvla50@mail.ru. Область научных интересов: математическое моделирование теплового состояния отсеков и систем самолёта при проектировании, лётных испытаниях и математическое моделирование электромагнитной совместимости радиоэлектронного оборудования самолёта.

Nikolayev Vladimir Nikolayevitch, candidate of technical sciences, head of a sector at the Federal State Unitary Enterprise "S. A. Chaplygin Siberian Aeronautical Research Institute". E-mail: nikvla50@mail.ru. Area of research: mathematical simulation of the thermal state of aircraft bays and systems during development work and flight tests, mathematical simulation of electromagnetic compatibility of aircraft radioelectronic equipment.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕРМОНАПРЯЖЁННОГО СОСТОЯНИЯ РОТОРА КОМПРЕССОРА ВЫСКОГО ДАВЛЕНИЯ С УЧЁТОМ ВТОРИЧНЫХ ТЕЧЕНИЙ В ПОЛОСТЯХ

© 2011 Ю. М. Темис, А. В. Селиванов, Г. Г. Юрченко

ФГУП «ЦИАМ им. П. И. Баранова», г. Москва

На основе объединения одномерных и двумерных моделей разработана методика расчёта течения в полостях КВД, что позволило получить более точное распределение коэффициента теплоотдачи и других параметров газа во вторичном тракте. Полученные распределения использованы в качестве граничных условий при определении термонапряжённого состояния ротора КВД.

Термонапряжённое состояние, вторичный тракт, гидравлическая сеть, коэффициент теплоотдачи.

Введение

Определение теплового и напряжённо-деформированного состояния роторов и корпусов газотурбинных двигателей (ГТД) относится к сложным проблемам междисциплинарного математического моделирования. Проведение таких расчётов необходимо на стадии проектирования компрессора высокого давления (КВД), в том числе для определения прочности и долговечности конструкции и расчёта кинетики радиальных за-

зоров (рис. 1).

Моделирование термонапряжённого состояния предполагает предварительный расчёт течения газа во вторичном тракте для получения распределений давления, температуры и коэффициента теплоотдачи, которые используются в качестве граничных условий. Известны методики такого расчёта, основанные на построении гидравлической сети и одномерных моделей течения [1]. Однако в междисковых полостях КВД реализу-



Рис. 1. Алгоритм расчёта кинетики радиальных зазоров

ется циркуляционное течение, для которого применение одномерных моделей не даёт удовлетворительных результатов. В настоящей работе в единую расчётную схему объединены одномерные и двумерные модели, что позволило получить достаточно точные результаты без чрезмерных вычислительных затрат.

Постановка задачи

Распределение температуры в деталях ротора и статора зависит от их формы и теплофизических свойств материалов и определяется, в основном, конвективным теплообменом с потоками газа в тракте, полостях и каналах охлаждения и контактным теплообменом сопряжённых деталей:

$$\bar{T} = \bar{T}(\bar{\alpha}_{cp}, \bar{T}_{cp}, \bar{\alpha}_k, \bar{c}_p, \bar{\lambda}, \bar{\rho}, t, \bar{F}_d),$$

где $\bar{\alpha}_{cp}$ – коэффициенты теплоотдачи газа на поверхностях ротора и статора; \bar{T}_{cp} – температуры газа, омывающего поверхности ротора и статора; $\bar{\alpha}_k$ – коэффициенты контактного теплообмена; \bar{F}_d – вектор геометрических параметров, определяющих форму деталей; $\bar{c}_p(\bar{T})$, $\bar{\lambda}(\bar{T})$ и $\bar{\rho}(\bar{T})$ – теплоёмкость, теплопроводность и плотность деталей ротора и статора соответственно.

При решении задачи теплопроводности для ротора и статора КВД в первом приближении можно пренебречь лучистым теплообменом, а в качестве граничных условий использовать соотношения:

$$\bar{q}_{cp} = \bar{\alpha}_{cp} (\bar{T}_w - \bar{T}_{cp});$$

$$\bar{q}_k = \bar{\alpha}_k (\bar{T}_{k2} - \bar{T}_{k1}),$$

где \bar{q}_{cp} , \bar{q}_k , \bar{T}_w , \bar{T}_{k1} , \bar{T}_{k2} – удельные тепловые потоки и температуры металла на поверхностях конвективного и контактного теплообмена, соответственно.

В свою очередь, параметры конвективного теплообмена ($\bar{\alpha}_{cp}$, \bar{T}_{cp}) являются функциями расходов \bar{G} в системе вторичных потоков и параметров течения газа (скоростей, плотности, теплофизических свойств и др.).

Они зависят от формы каналов системы вторичных потоков \bar{F}_d , текущих зазоров в каналах и уплотнениях $\bar{\Delta}$, коэффициентов гидравлического сопротивления $\bar{\xi}$, угловой скорости ротора ω и параметров газа на входе ($\bar{P}_{отб}$ и $\bar{T}_{отб}$) и выходе ($\bar{P}_{вых}$) из системы:

$$\bar{G} = \bar{G}(\bar{\Delta}, \bar{\xi}, \bar{P}_{отб}, \bar{T}_{отб}, \bar{P}_{вых}, \omega, t, \bar{F}_m).$$

Таким образом, для расчёта термонапряжённого состояния ротора КВД необходимо предварительно определить параметры течения во вторичном тракте. Для этого можно использовать подход, основанный на построении эквивалентной гидравлической сети [1]. Идея этого метода заключается в разбиении вторичного тракта на типовые элементы: кольцевые и радиальные каналы, радиальные полости, лабиринтные уплотнения, элементарные сопротивления, – для каждого из которых строятся одномерные модели течения.

Одномерные модели течения газа в типовых элементах

Кольцевой канал

Для описания течения в кольцевом канале используются уравнения сохранения массы, импульса и энергии в цилиндрической системе координат:

$$\rho dV_z \frac{dV_z}{dz} = -\tau_{\Sigma z} - d \frac{dP}{dz}; \quad (1)$$

$$\rho dV_z \frac{dV_\varphi}{dz} = -\tau_{\Sigma \varphi}; \quad (2)$$

$$\frac{d(epdV_z)}{dz} + \frac{d(PdV_z)}{dz} + L + Q = 0; \quad (3)$$

$$\frac{d\rho V_z d}{dz} = 0, \quad (4)$$

где $\tau_{\Sigma z}$ и $\tau_{\Sigma \varphi}$ – суммарные напряжения трения в осевом и окружном направлениях соответственно; L – работа, совершаемая вращающейся поверхностью; Q – поток тепла

за счёт теплообмена; e – внутренняя энергия; d – зазор в канале; R – внутренний радиус канала;

$$L = \frac{R\omega}{2} (V_\phi - R\omega) \sqrt{V_z^2 + (V_\phi - R\omega)^2} \rho \frac{f}{4} \sigma;$$

$$Q = \alpha_1 k_1 \left(T + \frac{(V_\phi - R\omega)^2 + V_z^2}{2c_p} - T_1 \right) + \\ + \alpha_2 k_2 \left(T + \frac{(V_\phi - R\omega)^2 + V_z^2}{2c_p} - T_2 \right);$$

$$e = c_v T + \frac{V_z^2}{2} + \frac{V_\phi^2}{2};$$

$$\tau_{\Sigma z} = k_1 \tau_{1z} + k_2 \tau_{2z};$$

$$\tau_{\Sigma \phi} = k_1 \tau_{1\phi} + k_2 \tau_{2\phi},$$

где τ_{1z} , $\tau_{1\phi}$, τ_{2z} и $\tau_{2\phi}$ – проекции напряжения трения в осевом и окружном направлениях на поверхности ротора и статора, соответственно [2]; k_1 и k_2 – отношение площади действительной поверхности ротора к кольцевой площади на участке интегрирования. Напряжения трения вычисляются по формулам:

$$\tau_{1z} = \frac{f_1}{4} \sigma \rho \frac{V_z \sqrt{V_z^2 + (V_\phi - R\omega)^2}}{2};$$

$$\tau_{1\phi} = \frac{f_1}{4} \sigma \rho \frac{(V_\phi - R\omega) \sqrt{V_z^2 + (V_\phi - R\omega)^2}}{2};$$

$$\tau_{2z} = \frac{f_2}{4} \sigma \rho \frac{V_z \sqrt{V_z^2 + V_\phi^2}}{2};$$

$$\tau_{2\phi} = \frac{f_2}{4} \sigma \rho \frac{V_\phi \sqrt{V_z^2 + V_\phi^2}}{2},$$

где σ – поправочный коэффициент на начальный участок; f_1 и f_2 – безразмерные коэффициенты трения на поверхности ротора и статора, соответственно [3]:

$$f_{1,2} = \frac{0.3164}{Re_{1,2}^{0.25}} b;$$

$$Re_1 = \frac{2d\rho \sqrt{(V_\phi - R\omega)^2 + V_z^2}}{\mu};$$

$$Re_2 = \frac{2d\rho \sqrt{V_\phi^2 + V_z^2}}{\mu},$$

где $b = 1.5$ – поправочный коэффициент для течения в кольцевом канале [3].

В формуле для вычисления потока тепла Q присутствует коэффициент теплообмена $\alpha = \lambda Nu / l$, где число Нуссельта определяется по эмпирической зависимости через число Рейнольдса Re и Прандтля Pr : [1]

$$Nu = 0.021 \varepsilon_i Pr^{0.43} Re^{0.8}. \quad (5)$$

Радиальный канал и радиальная полость

Уравнения, определяющие течение для радиального канала и радиальной полости, схожи по структуре, но отличаются значениями массовых сил F_r и F_ϕ , а также значениями работы L и потока тепла Q :

$$V_r \frac{dV_r}{dr} - \frac{V_\phi^2}{r} = F_r - \frac{1}{\rho} \frac{dP}{dr}; \quad (6)$$

$$V_r \frac{dV_\phi}{dr} + V_r \frac{V_\phi}{r} = F_\phi; \quad (7)$$

$$\frac{d(\varepsilon \rho V_r r d)}{dr} + L + Q = 0; \quad (8)$$

$$\frac{d(\rho V_r S)}{dr} = 0. \quad (9)$$

Для радиального канала

$$F_r = -\frac{2\tau_r}{\rho R} + r\omega^2; F_\phi = 2\omega V_r;$$

$$L = 2S\omega^2 V_r r; Q = 2\pi R\alpha \left(T + \frac{V_r^2 + V_\phi^2}{2c_p} - T_w \right),$$

где α определяется через число Nu (5), S – площадь сечения канала.

Для радиальной полости

$$F_r = -\frac{1}{\rho d} \tau_{\Sigma r}; F_\phi = -\frac{1}{\rho d} \tau_{\Sigma \phi};$$

$$L = \omega_1 r \tau_{\phi 1} + \omega_2 r \tau_{\phi 2};$$

$$Q = \alpha_1 \left(T + \frac{(V_\phi - \omega_1 r)^2 + V_r^2}{2} - T_1 \right) + \alpha_2 \left(T + \frac{(V_\phi - \omega_2 r)^2 + V_r^2}{2} - T_2 \right),$$

где $\tau_{\Sigma r}$ – суммарное касательное напряжение в радиальном направлении. Коэффициенты трения определяются по эмпирическим зависимостям, аналогичным зависимостям для кольцевого канала. Вычисление коэффициента теплоотдачи зависит от того, вращается стенка или она неподвижна [4]. Для вращающейся стенки:

$Nu = 0.0196 |1 - \beta|^{0.2} Re^{0.8} K$, где β – закрутка потока. Для неподвижной стенки:

$$Nu = 0.037 Re^{0.8} Pr^{0.33}.$$

Лабиринтное уплотнение

Исследования течений в лабиринтных уплотнениях показывают, что структура потока в камере и в кольцевом зазоре над ней отличаются друг от друга. Течение в камере характеризуется наличием вихревой структуры, а течение в зазоре имеет ярко выраженную осевую направленность. Однако давление в этих областях практически одинаково. По этим причинам для моделирования течения через лабиринтное уплотнение приме-

нена модель двух контрольных объёмов (рис. 2).

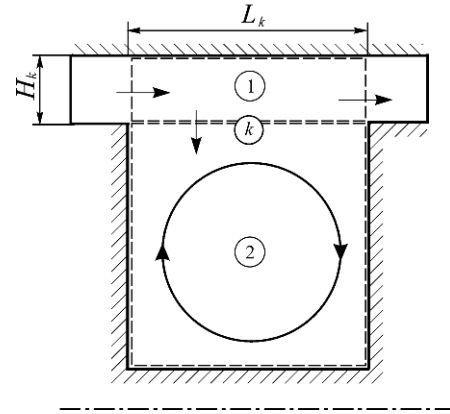


Рис. 2. Модель лабиринтного уплотнения

В осесимметричном случае определяющее уравнение этой модели примет вид

$$\frac{\partial(P_k H_k + P_k b_k) L_k}{\partial t} + \mu_0 \mu_{k+1} H_{k+1} \sqrt{RT(P_k^2 - P_{k+1}^2)} - \mu_0 \mu_k H_k \sqrt{RT(P_{k-1}^2 - P_k^2)} = 0,$$

где коэффициент расхода μ_k определяется в соответствии с формулой Чаплыгина [2]:

$$\mu_k = \frac{\pi}{\pi + 2 - 5\beta_k + 2\beta_k^2},$$

в которой

$$\beta_k = -1 + \left(\frac{P_{k-1}}{P_k} \right)^{(\gamma-1)/\gamma},$$

а коэффициент μ_0 может быть вычислен по формуле:

$$\mu_0 = (1 - \psi)^{-0.5},$$

где $\psi = 8.52 H_k / [L_k - B + 7.23 H_k]$.

Элементарное сопротивление

Типовое элементарное сопротивление вводится, например, при внезапном расширении канала. Коэффициент сопротивления

в случае турбулентного течения и равномерного распределения скоростей по сечению канала перед его расширением зависит только от отношения площадей узкого и широкого сечений m и вычисляется по формуле Борда-Карно [3]:

$$\zeta = \frac{2\Delta P}{\rho V^2} = (1 - m)^2,$$

где ΔP – потеря давления на участке.

Для всех типовых элементов созданы отдельные расчётные модули, реализованные в программной среде Maple. Эти модули могут быть легко интегрированы в единую расчётную схему, что позволяет автоматизировать процесс построения гидравлической сети. Для решения нелинейных дифференциальных уравнений применён метод Рунге-Кутты четвёртого порядка.

Верификация типовых элементов

Верификация одномерных моделей типовых элементов выполнена с помощью программного комплекса Fluent. Для каждого типового элемента построены модели, отражающие топологические особенности течения. В одномерных и поверочных двумерных моделях были заданы одинаковые граничные условия (давление, температура, закрутка). Для двумерных моделей применялась $k - \varepsilon$ модель турбулентности и расширенная пристеночная функция для разрешения пограничного слоя.

Погрешность вычисления давления относительно перепада давлений между входом и выходом составила менее 4.6 %. Абсолютная погрешность для выходной температуры – менее 5 К, для скоростей – порядка 4 м/с. Полученные результаты свидетельствуют о том, что одномерные модели достаточно хорошо описывают течения во вторичном тракте с точки зрения инженерной практики.

Двумерные модели полостей

Радиальная полость, в которой преобладает сквозное течение, может быть описана при помощи одномерной модели, однако для междисковых полостей КВД с характерным циркуляционным течением необходимо

построение двумерных математических моделей (рис. 3). Такой подход был реализован в работе [7], однако полости рассматривались в виде изолированных областей, не связанных с остальными элементами вторичного тракта. В настоящей работе 2D модели полостей и 1D модели гидравлической сети были интегрированы в единую расчётную схему.

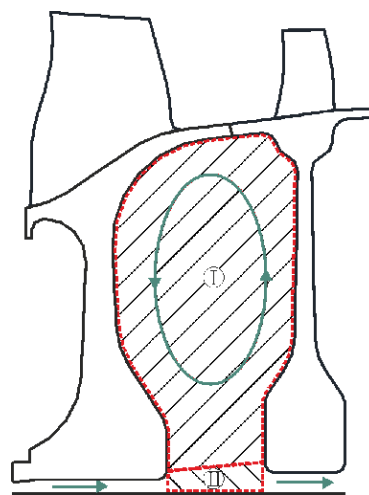


Рис. 3. Модель междисковой полости КВД

Для моделирования 2D течения в полостях были построены расчётные сетки со сгущением возле стенок, обеспечивающим значения характерного параметра Y^+ менее 3 (пограничный слой содержит достаточное количество ячеек). Сетки с такими параметрами позволяют достаточно точно рассчитывать пограничный слой и находить распределение коэффициента теплоотдачи по поверхности полости.

Согласование одномерной гидравлической сети и двумерных моделей полостей (по давлению, температуре и скорости) проводится следующим образом. Для полости строится расчётная сетка, содержащая область циркуляционного течения I и область II, прилегающую к валу (рис. 3). Область II одновременно является ветвью гидравлической сети (кольцевой канал с нулевым трением на одной стенке), и поэтому 2D модель полости и 1D модель канала будут иметь одинаковые граничные условия. После начального расчёта гидравлической сети определяются параметры газа в её узлах, которые пе-

редаются в виде граничных условий в двумерную модель полости. По результатам двумерного моделирования, если в этом есть необходимость, проводится коррекция одномерной модели канала II. Затем производится повторный расчёт гидравлической сети.

Необходимо отметить, что в междисковых полостях экспериментально наблюдается трёхмерная структура течения, вызванная “эффектом плавучести газа” (области газа с различными температурами начинают перемещаться в поле массовых сил) [5]. Однако для инженерных расчётов использование трёхмерных моделей для учёта этого эффекта является нецелесообразным с точки зрения вычислительных затрат. Возможным решением является применение двумерных моделей с модифицированными коэффициентами для молекулярной вязкости $\mu' = CRa_l^n \mu$ и теплопроводности газа $\lambda' = CRa_l^n \lambda$ [6], где C, n – эмпирические константы; Ra_l – локальное число Рэлея, которое вычисляется по формуле:

$$Ra_l = Pr \frac{\rho^2 \omega^2 L^4}{\mu^2} \max \left(\left(\frac{\omega r}{c} \right)^2 - \frac{r}{\rho} \frac{d\rho}{dr}, 0 \right).$$

Построение гидравлической сети КВД

При построении гидравлической сети вторичный тракт разбивается на типовые элементы, которые образуют ветви сети, связанные между собой узлами.

Для каждой ветви выполняется уравнение, которое связывает значения давлений на её концах [1, 8]:

$$\frac{P_i}{\pi(\lambda_i)} - \frac{P_j}{\pi(\lambda_j)} = \xi \theta \frac{G_{i-j}^2}{2\rho_j S^2} \pm \Delta P_{uc}^*, \quad (10)$$

где $\pi(\lambda) = P/P^*$; ξ – коэффициент гидравлического сопротивления; S – площадь проходного сечения; ρ – плотность воздуха; M – число Маха; G – расход воздуха на ветви; θ – функция учёта сжимаемости [4].

Также в каждом внутреннем узле выполняется второй закон Кирхгофа для расходов:

$$\Sigma G_{i-j} = 0. \quad (11)$$

В результате получаем нелинейную систему уравнений относительно неизвестных давлений в узлах сети, решение которой выполняем методом последовательных приближений. На первой итерации при $\pi(\lambda)=1$ и $\Delta P_{uc}^*=0$ получаем значения давления в узлах сети, а также распределение расходов по ветвям. Далее для каждого типового элемента решаем систему уравнений, описывающую течение в данном элементе, после чего получаем значения давления, температуры и закрутки на концах ветвей. В точках слияния потоков проводится осреднение (по расходу) закрутки и полной температуры потоков. Затем при тех же значениях давлений в узлах проводится пересчёт типовых элементов. Процедура выполняется до тех пор, пока значения закрутки и полной температуры не установятся (разность значений на двух соседних итерациях будет меньше заданной точности). Затем определяется вектор значений $\{\pi(\lambda)\}$ и $\{\Delta P_{uc}^*\}$, решается система уравнений (10)-(11) с новыми коэффициентами и т.д. до установления значений $\{\pi(\lambda)\}$ и $\{\Delta P_{uc}^*\}$.

Расчёт термонапряжённого состояния КВД

При помощи разработанной методики осуществлён расчёт коэффициента теплоотдачи и параметров газа во вторичном тракте КВД, включая междисковые полости (рис. 4). Параметры газа в основном тракте считались известными. Полученные данные приложены в качестве граничных условий (третьего рода) к конечно-элементной модели ротора КВД, которая состоит из осесимметричных элементов на дисках и плосконапряжённых элементов на лопатках.

После расчёта теплового состояния ротора КВД проведён расчёт напряжённо-деформируемого состояния (НДС) с учётом тепловых и центробежных нагрузок по полётному циклу. На рис. 5 показано перемещение ротора на взлётном режиме.

На основе решения задачи в квазистационарной постановке можно оценить зна-

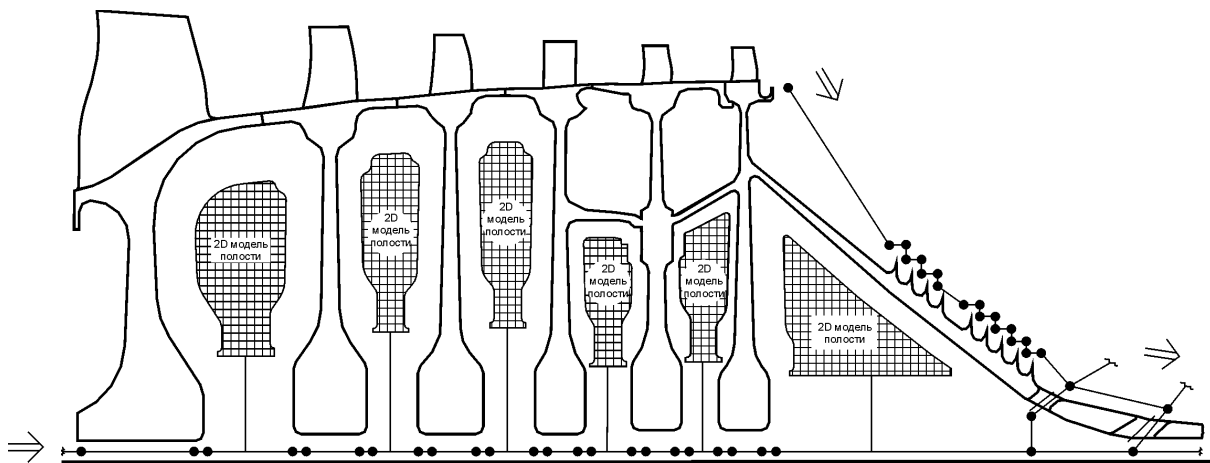


Рис. 4 Гидравлическая сеть КВД

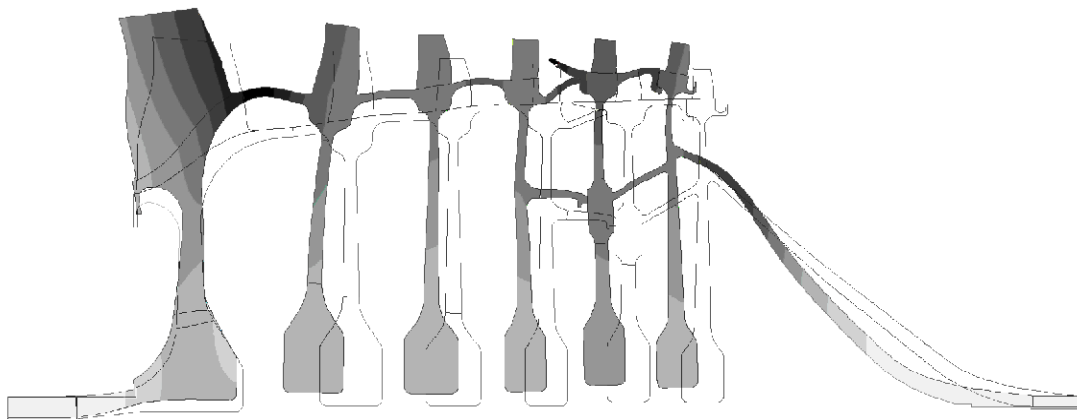


Рис. 5. Перемещение ротора КВД на взлетном режиме (масштабный фактор 10:1)

чения радиальных зазоров на различных режимах. Интерполируя значения коэффициента теплоотдачи, температуры и давления между стационарными точками, можно рассчитать кинетику радиальных зазоров по полётному циклу, что позволит предпринять необходимые конструктивные решения по минимизации зазоров ещё на стадии проектирования.

Заключение

Разработана методика расчёта термонапряжённого состояния ротора КВД с учётом течения газа во вторичном тракте. Расчёт вторичных потоков основан на построении эквивалентной одномерной гидравлической сети и двумерных моделей междисковых полостей, что позволило получить

более точное распределение температуры и коэффициента теплоотдачи. Одномерные и двумерные модели согласованы по входным и выходным параметрам. При помощи разработанной методики рассчитано тепловое и напряжённо-деформированное состояние ротора КВД с уточнённым распределением температуры и коэффициента теплоотдачи в междисковых полостях.

Библиографический список

1. Слитенко, А.Ф. Конструкция и расчёт систем охлаждения ГТД [Текст] / А.Ф. Слитенко, С.З. Копелев. – Харьков: Издательство “Основа” при Харьковском государственном университете, 1994. – 239 с.
2. Childs D.W. Turbomachinery Rotor-dynamics: phenomena, modeling, and analysis

[Текст] / D.W. Childs // John Wiley & Sons Inc., 1993, – 476 p.

3. Идельчик, И.Е. Справочник по гидравлическим сопротивлениям [Текст] / И.Е. Идельчик. – М.: Гос. Энерг. Издат., 1960. – 464 с.

4. Дорфман, Л.А. Гидродинамическое сопротивление и теплоотдача вращающихся тел [Текст] / Л.А. Дорфман. – М.: Физматгиз, 1960. – 260 с.

5. Bohn D., Deutsch G., Simon B., Burkhardt C. Flow visualization in a rotating cavity with axial throughflow [Текст] / D. Bohn, G. Deutsch, B. Simon, C. Burkhardt // ASME Turbo Expo 2005, paper № 2000-GT-280.

6. Kilfoil A.S.R., Chew J.W. Modeling of Buoyancy-Affected Flow in Co-rotating Disk

Cavities [Текст] / A.S.R. Kilfoil, J.W. Chew // Proceedings of ASME Turbo Expo 2009: Power for Land, Sea and Air GT2009, June 8-12, 2009, Orlando, Florida, USA / GT2009-59214. – 10 p.

7. Каданер, Я.С. Течение воздуха и конвективный теплообмен в междисковых полостях ротора компрессора [Текст] / Я.С. Каданер, Ю.М. Темис, Л.Ф. Гришина // Вопр. авиац. науки и техники. Авиац. двигателестроение: ЦИАМ, 2001. - Вып. 1 (1320). - С. 24-36.

8. Харьковский, С.В. Расчётное определение параметров среды в разветвленной системе воздухоподвода турбины и граничных условий теплообмена на поверхности диска [Текст] / С.В. Харьковский, В.К. Костеж // Труды ЦИАМ, 1269. - 1990. – С. 116-128.

NUMERICAL SIMULATION OF THE THERMAL-STRESS STATE OF AN HIGHPRESSURE COMPRESSOR ROTOR WITH CONSIDERATION FOR SECONDARY FLOWS

© 2011 Yu. M. Temis, A. V. Selivanov, G. G. Yurchenko

Central Institute of Aviation Motors

A method of calculating secondary flow on the basis of combining one-dimensional and two-dimensional flow models is developed. This method permits us to obtain more accurate data about the distribution of the heat-transfer coefficient and other secondary flow parameters. The data are used as boundary conditions for the calculation of the thermal-stress state of an HPC rotor.

Thermal-stress state, secondary flow, hydraulic net, heat-transfer coefficient.

Информация об авторах

Темис Юрий Моисеевич, доктор технических наук, профессор, начальник отдела математического моделирования, ФГУП «ЦИАМ им. П.И. Баранова». E-mail: tejourm@ciam.ru. Область научных интересов: междисциплинарное математическое моделирование; оптимизация, динамика и прочность конструкций; проблемы ресурса; численные методы; нелинейные проблемы пластичности, ползучести.

Селиванов Алексей Валерьевич, начальник сектора отдела математического моделирования, ФГУП «ЦИАМ им. П.И. Баранова». E-mail: tejourm@ciam.ru. Область научных интересов: междисциплинарное математическое моделирование; аэроупругие колебания; газовая динамика; теплообмен.

Юрченко Геннадий Геннадиевич, аспирант Московского физико-технического института (государственного университета), инженер ФГУП «ЦИАМ им. П.И. Баранова». E-mail: tejourm@ciam.ru. Область научных интересов: междисциплинарное математическое моделирование; газовая динамика; теплообмен.

Temis Yuriy Moiseyevitch, doctor of technical sciences, professor, head of the department of mathematical simulation, Central Institute of Aviation Motors. E-mail: tejour@ciam.ru. Area of research: multidisciplinary mathematical simulation, optimization, dynamics and strength of constructions, durability, numerical methods, nonlinear problems of plasticity and creep.

Selivanov Alexey Valeryevitch, sector leader of the department of mathematical simulation, Central Institute of Aviation Motors. E-mail: tejour@ciam.ru. Area of research: multidisciplinary mathematical simulation, aeroelastic vibrations, gas dynamics, heat exchange.

Yurchenko Gennadiy Gennadyevitch, post-graduate student, Moscow Institute of Physics and Technology, engineer of the department of mathematical simulation, Central Institute of Aviation Motors. E-mail: tejour@ciam.ru. Area of research: multidisciplinary mathematical simulation, gas dynamics, heat exchange.

ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ФОРМООБРАЗОВАНИЯ ПРИ ШТАМПОВКЕ НА МОЛОТАХ СО СВОБОДНО ПАДАЮЩИМИ ЧАСТЯМИ

© 2011 И. Л. Шитарев, А. И. Хаймович

Самарский государственный аэрокосмический университет
имени академика С. П. Королёва (национальный исследовательский университет)

Разработана методика, позволяющая аналитически найти закон движения падающих частей высокоскоростного молота в форме ряда Фурье. Выведенные закономерности позволяют рассчитать скорость и ускорение металла в любой точке очага пластической деформации в каждый момент времени протекания процесса.

Высокоскоростная штамповка, ряд Фурье, пластическая деформация, метод конечных элементов, САЕ – системы.

Современные методы численного решения задач пластического формообразования, например метод конечных элементов – МКЭ, реализованные в большинстве САЕ – систем, требуют задания в качестве начальных условий кинематики движения исполнительных органов деформирующего оборудования. Вместе с тем существует ряд типов оборудования (высокоскоростные, паровоздушные молоты, некоторые кривошипные прессы), у которых динамика движения исполнительных органов в процессе штамповки напрямую зависит от характера изменения усилия формообразования и поэтому заранее не может быть задана корректно. В особенности это замечание касается процессов деформирования материалов, склонных к скоростному упрочнению.

Высокоскоростная штамповка к перечисленным обстоятельствам накладывает ряд особенностей, связанных с действием инерционных сил от движения массы металла в очаге пластической деформации и падающих частей молота.

В настоящей статье рассматривается методика учёта динамических явлений при расчёте энергосиловых и термомеханических параметров формообразования при штамповке на молотах со свободно падающими частями.

Известные теоретические методы расчёта указанных выше параметров производятся либо без изменения скорости дефор-

мирования во времени, либо требуют большего количества экспериментальных данных, получение которых затруднительно, а их достоверность проблематична [1, 2].

Поставленная задача в общем виде решается, если возможно формализовать и определить следующие величины, необходимые для описания процесса деформирования в динамике:

- начальную скорость формообразования, V_0 ;
- максимальную (пиковую) скорость деформирования, V_{max} ;
- время пика скорости деформирования, t_{max} ;
- время всего процесса формообразования, t_k ;

- скорость и ускорение металла в очаге пластической деформации в момент времени, когда растягивающее усилие от действия инерционных сил достигает максимума.

Если определена функциональная зависимость скорости движения падающих частей молота от времени, то остальные параметры рассчитываются в соответствии со следующей методикой:

- задаются начальные условия (значения скорости деформирования в начальный и конечный момент формообразования);
- выбирается вид аппроксимирующей функции скорости от времени деформирования, тождественно удовлетворяющей начальным условиям;

- исходя из принципа минимума функционала мощности пластической деформации, находятся неизвестные коэффициенты, входящие в аппроксимирующую скорость функцию.

Условимся, что будем считать за статические те параметры, которые получены при нагружении со скоростями деформации в пределах $\xi = 10^{-1} \dots 10^{-6} \text{ с}^{-1}$, а за динамические – со скоростями деформаций $\xi = 10 \dots 10^4 \text{ с}^{-1}$ и больше. На ударных копрах при одноосном нагружении обычно $\xi = 10 \dots 10^3 \text{ с}^{-1}$

Как показали теоретические и экспериментальные исследования, пластическая деформация материала, к которому приложена импульсная нагрузка, превышающая статический предел текучести, возникает не мгновенно, а через некоторое время [3]. Это явление, объясняемое теорией дислокаций и получившее название «запаздывание текучести», приводит к тому, что в начальный момент времени нагружение отстаёт от момента приложения нагрузки на величину θ (рис. 1).

С математической точки зрения это означает, что в начальный момент времени при импульсном нагружении скорость падающих частей становится равной 0.

Согласно принятой методике, разрабатываем математическую модель движения падающих частей молота.

Представим скорость деформирования в виде зависимости

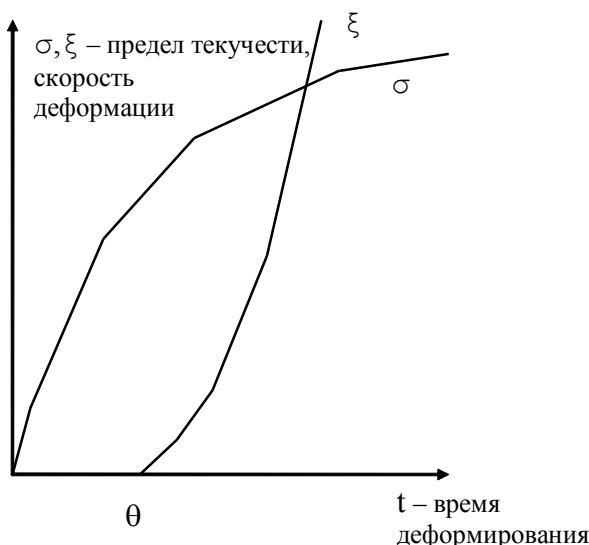


Рис. 1. Запаздывание текучести при ударе

$$v = v(t)V_{\max} \tag{1}$$

где $v(t)$ - временная функция, $0 \leq v(t) \leq 1$.

Очевидно, что $v(t)$ должна удовлетворять следующим начальным условиям:

$$v(t) = \begin{cases} 0, & t = 0, \\ 0, & t = t_1, \end{cases} \tag{2}$$

где t_1 - время деформирования.

Наиболее часто используемый метод аналитического представления функций, подобных $v(t)$, - разложение в ряд Фурье [4] по системе линейно независимых функций $\varphi_i(t)$, удовлетворяющих начальным условиям (2).

Например, $\varphi_i(t) = \sin\left(i\pi \frac{t}{t_1}\right)$.

В соответствии с (1) имеем

$$\left. \begin{aligned} V(t) &= V_{\max} \sum_{i=1}^N C_i \sin\left(i\pi \frac{t}{t_k}\right), \\ V(t_{\max}) &= V_{\max}. \end{aligned} \right\} \tag{3}$$

Коэффициенты C_i в (3), определяющие форму и характер движения падающих частей молота при деформировании, зависят от геометрии очага пластической деформации.

Рассмотрим задачу аналитического определения значений C_i в (3), исходя из принципа минимума мощности пластической деформации в каждый момент времени деформирования. В соответствии с данным принципом определим C_i из условия, что $v(t)$ - многочлен лучшего среднеквадратичного приближения.

Для расчёта коэффициентов разложения $v(t)$ в ряд (3) методом наименьших квадратов (МНК) составим уравнение движения падающих частей молота, представляющее равнодействующую всех сил: $F_{\Sigma}(t) = 0$, приложенных к центру тяжести бойка молота:

$$\begin{aligned} V_{\max} (M_{pr} + m_b) \frac{\partial v(t)}{\partial t} + F_d(t) - F_p(t) &= 0, \\ M_{pr} &= \frac{\iiint_V \rho v_n \frac{\partial v(t)}{\partial t} dV}{V_{\max} \frac{\partial v(t)}{\partial t}} = \frac{\rho}{V_{\max}} \iiint_V v_n dV, \end{aligned} \tag{4}$$

Пусть коэффициенты $C_{i(n)}$ - вектор n -го приближения к C_i . Покажем, что при увеличении n $C_{i(n)} \rightarrow C_i$. Здесь и далее индексами (n) обозначены переменные, значения которых получены в n -ой итерации. Из зависимости (13) получаем n -ую итерацию для времени деформирования t_1 :

$$t_{1(n)} = \frac{\pi h_1}{(V_{\max})_{(n-1)} \sum_{i=0}^{N-1} \frac{2(C_{2i+1})_{(n-1)}}{2i+1}}. \quad (14)$$

В (14) максимальная скорость формообразования определяется из условия баланса энергии.

$$(V_{\max})_{(n-1)} = \sqrt{2 \frac{A_w(h_1) - A_w(h((t_{\max})_{(n-1)}))}{M_{pr}(h((t_{\max})_{(n-1)}) + m_b)}}. \quad (15)$$

В зависимости (15) время достижения пика скорости $(V_{\max})_{(n-1)}$ обозначается как $(t_{\max})_{(n-1)}$. Оно определяется из условия $\frac{\partial v((t_{\max})_{(n-1)})}{\partial t} = 0$. $A_w(t)$ - работа формообразования, совершённая к моменту времени t . Согласно зависимости (15) разгон бойка молота до скорости V_{\max} , происходящий под действием потенциального усилия $F_p(t)$, к моменту времени t_{\max} закончен. Дальнейшее деформирование происходит за счёт накопленной кинетической энергии масс M_{pr} и m_b .

Определим деформирующее усилие $F_d(t)$ как

$$F_d(t_k) = \frac{\partial A_w(t_k)}{\partial h(t_k)} = \frac{\frac{\partial A_w(t_k)}{\partial t}}{V_{\max} v(t_k)}. \quad (16)$$

Для больших значений p заменяем производные в (16) конечными разностями, в результате чего получаем

$$F_d\left(\frac{k}{p} t_{1(n)}\right)_{(n)} = \frac{A_w\left(h\left(\frac{k}{p} t_{1(n)}\right)\right) - A_w\left(h\left(\frac{k-1}{p} t_{1(n)}\right)\right)}{(V_{\max})_{(n-1)} v\left(\frac{k}{p} t_{1(n)}\right)} \frac{p}{t_{1(n)}}. \quad (17)$$

Потенциальное усилие $F_p(t_k)$ при условии $t_k > t_{\max}$ равно 0. Следовательно, неизвестные коэффициенты $C_{i(n)}$ целесообразно определять при значениях $\frac{k}{p} \geq \frac{t_{\max(n-1)}}{t_{1(n)}}$. В

этом случае выражение для расчёта $f(t_k)_{(n)}$ записывается следующим образом:

$$f(t_k)_{(n)} = g(t_k)_{(n)} = - \frac{t_{1(n)}}{\pi (M_{pr}(t_k)_{(n)} + m_b) (V_{\max})_{(n-1)}} F(t_{\kappa(n)}). \quad (18)$$

Последняя зависимость после подстановки значений всех множителей принимает вид:

$$g\left(\frac{k}{p} t_{1(n)}\right)_{(n)} = - \frac{A_w\left(h\left(\frac{k}{p} t_{1(n)}\right)\right)_{(n)} - A_w\left(h\left(\frac{k-1}{p} t_{1(n)}\right)\right)_{(n)}}{2\pi \left(A_w(h_1) - A_w\left(h\left(\frac{k}{p} t_{\max(n-1)}\right)\right)\right)_{(n)}} \times \frac{M_{pr}(t_{\max(n-1)})_{(n-1)} + m_b}{p \sum_{i=1}^N C_{i(n-1)} \sin(i\pi \frac{k}{p}) M_{pr}\left(\frac{k}{p} t_{1(n)}\right)_{(n)} + m_b}, \quad \frac{k}{p} \geq \frac{t_{\max(n-1)}}{t_{1(n)}}. \quad (19)$$

Зависимости (3, 12-15, 19), формулы для вычисления работы формообразования $A_w(h)$ для статических условий деформирования при подстановке в (6) образуют замкнутую систему линейных уравнений с неизвестными коэффициентами $C_{i(n)}$, $i = \overline{1, N}$.

Если для найденных из системы (6) коэффициентов $C_{i(n)}$ в соответствии с (10) выполняются соотношения

$$\left| \frac{C_{i(n)}}{C_{i+1(n)}} \right| > \left| \frac{C_{i(n-1)}}{C_{i+1(n-1)}} \right| \geq \left| \frac{i}{i+1} \right|^{p-1}, \quad (20)$$

то итерационный процесс определения коэффициентов $C_{i(n)}$ с заданным априори вектором начальных приближений $C_{i(0)}$ будет сходиться.

На рис. 2 представлены значения удельного усилия деформирования F_d , рассчитанные по изложенной методике для высокоскоростной осадки цилиндрических образцов в зависимости от начальной скорости деформирования и относительного времени деформирования $\frac{t}{t_1}$.

$$\frac{t}{t_1}$$

Эксперименты по высокоскоростной осадке цилиндрических образцов с регистрацией скорости осаждения на осциллографе показали, что отношения коэффициентов разложения удовлетворяют условию

$$\left| \frac{C_i}{C_{i+1}} \right| \approx 2 \text{ для первых членов ряда разложе-}$$

ния. Аналитически при векторе начальных значений с подобным соотношением $C_{i(0)} = (0.7, -0.3, \dots, 0)$, где $C_{i(0)} = -\left(\frac{i+1}{i}\right)^{p-1} C_{i+1(0)}$ была достигнута сходимость за 10...15 итераций.

Выводы

1. Разработана методика, позволяющая аналитически найти закон движения падающих частей высокоскоростного молота в форме ряда Фурье.

2. Выведенные закономерности позволяют рассчитать скорость и ускорение металла в любой точке очага пластической деформации в каждый момент времени протекания процесса, что необходимо для численных и аналитических расчётов параметров технологических процессов с учётом скоростного фактора.

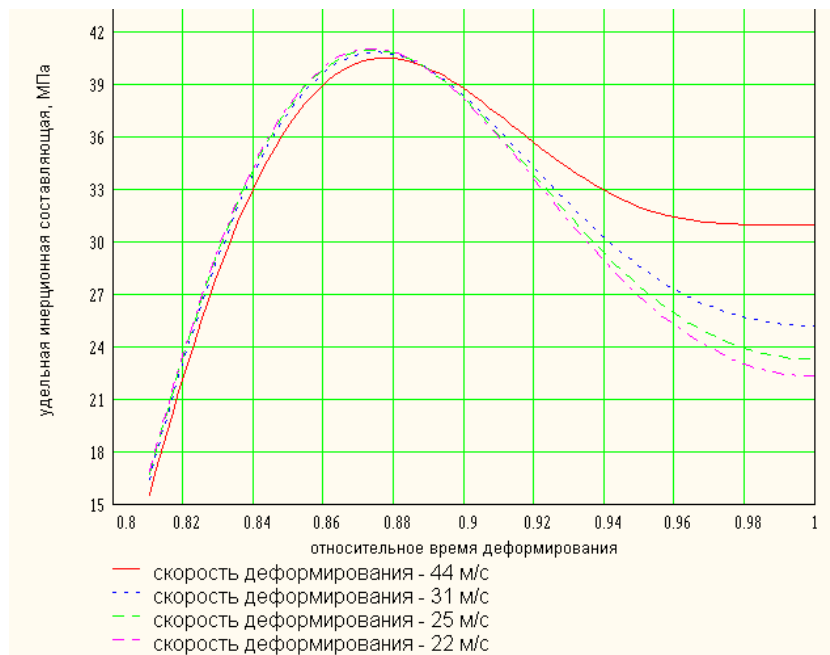


Рис. 2. График зависимости удельного усилия F_d от относительного времени деформирования $\frac{t}{t_1}$

Библиографический список

1. Согришин, Ю. П. Штамповка на высокоскоростных молотах. [Текст]/ Ю. П. Согришин, Л. Г. Гришин, В. М. Воробьев. - М.: Машиностроение, 1978. – 68 с.
 2. Кононенко, В. Г. Высокоскоростное формоизменение и разрушение металла.

[Текст]/ В. Г. Кононенко. - Харьков: Изд-во ХГУ, 1980. – 232 с.

3. Батуев, Г. С. Инженерные методы исследования ударных процессов. [Текст]/ Г. С. Батуев, Ю. В. Голубков, А. К. Ефремов, А. А. Федосов. - М.: Машиностроение, 1977. – 240 с.

4. Корн, Г. Справочник по математике для научных работников и инженеров. [Текст]/ Г. Корн, Т. Корн. - М.: Наука, 1970.- 720 с.

5. Ефимов, А. В. Математический анализ. [Текст]/ А. В. Ефимов. -М.: Высшая школа, 1980. - Ч. 1.- 470 с.

RESEARCH OF DYNAMIC PARAMETERS OF HOT FORGING ON HAMMERS WITH FREELY FALLING PARTS

© 2011 I. L. Shitarev, A. I. Khaimovich

Samara State Aerospace University
named after academician S. P. Korolyov (National Research University)

A procedure making it possible determine to the law of motion of falling parts of a high-speed hammer in the form of Fourier series for nonperiodic function is developed. The regularities derived allow calculating the speed and acceleration at any point of metal flow during forging.

High speed forging, Fourier series, plastic deformation, finite element method, CAE-systems.

Информация об авторах

Шитарев Игорь Леонидович, доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой производства двигателей летательных аппаратов, Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С. П. Королева (национальный исследовательский университет). Область научных интересов: машиностроение, авиадвигателестроение, прогрессивные технологии обработки металлов давлением и резанием.

Хаймович Александр Исаакович, кандидат технических наук, доцент кафедры производства двигателей летательных аппаратов, Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С. П. Королева (национальный исследовательский университет). E-mail: berill_samara@bk.ru. Область научных интересов: машиностроение, авиадвигателестроение, прогрессивные технологии обработки металлов давлением и резанием.

Shitarev Igor Leonidovitch, doctor of technical sciences, professor, head of the department of aircraft engine production, Samara State Aerospace University named after academician S. P. Korolyov (National Research University). Area of research: mechanical engineering, aircraft engine construction, advanced technologies of plastic working and machining of metals.

Khaimovich Alexander Isaakovitch, candidate of technical sciences, associate professor of the department of aircraft engine production, Samara State Aerospace University named after academician S. P. Korolyov (National Research University). E-mail: berill_samara@bk.ru. Area of research: mechanical engineering, aircraft engine construction, advanced technologies of plastic working and machining of metals.

РАБОТА ЭЛЕКТРОННОЙ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ ДВИГАТЕЛЕМ ВНУТРЕННЕГО СГОРАНИЯ С ИСКРОВЫМ ЗАЖИГАНИЕМ НА ГАЗОВОМ ТОПЛИВЕ ПРИ ПРОПУСКАХ ВОСПЛАМЕНЕНИЯ

© 2011 В. А. Шишков

Самарский государственный аэрокосмический университет
имени академика С. П. Королёва (национальный исследовательский университет)

Рассмотрена работа двигателя внутреннего сгорания (ДВС) с искровым зажиганием с электронной системой управления при пропусках воспламенения как на бензине, так и на газовом топливе. Показано отрицательное воздействие пропусков воспламенения на работу двигателя на обоих видах топлива. Описан алгоритм определения пропусков воспламенения в зависимости от имеющихся сигналов с датчиков электронной системы управления ДВС. Предложены пути совершенствования алгоритма управления ДВС при пропусках воспламенения при работе на газовом топливе и возможности обратного переключения на бензин цилиндров, в которых они происходят.

Двигатель внутреннего сгорания, электронная система управления двигателем, алгоритм, пропуск воспламенения, газовое топливо.

1. Пропуски воспламенения

Пропуски воспламенения возникают по следующим причинам:

- при большом обеднении топливовоздушной смеси $\alpha \gg 1$ (возможные причины: нарушение дозирования топлива из-за засорения жиклёра электромагнитной форсунки или её неисправности, неисправности датчика массового расхода воздуха (ДМРВ), подсос воздуха из атмосферы во впускной системе между ДМРВ и впускным клапаном и т.д.);

- при большом обогащении топливовоздушной смеси $\alpha \ll 1$ (возможные причины: заливаает топливом свечу зажигания из-за неисправности электромагнитной форсунки, неисправность ДМРВ, подсос воздуха из атмосферы в выпускной системе между выпускными клапанами и управляющим датчиком содержания кислорода в отработавших газах, неисправность в системе подогрева газового редуктора или недостаточный расход охлаждающей жидкости, подаваемой в газовый редуктор, особенно в холодный период времени. Например, для пропан-бутана подогрев редуктора необходимо брать от шлангов, идущих к отопителю салона, а не соединять его последовательно с обогревом дроссельного патрубка, где расход охлажда-

ющей жидкости не велик из-за малого сечения отверстий для её прохода в корпусе дроссельного патрубка. Если в летний период времени этого расхода охлаждающей жидкости и будет достаточно для испарения пропан-бутана, то в холода начнутся проблемы с устойчивостью работы ДВС);

- при неисправности свечи зажигания (возможные причины: увеличенный или уменьшенный зазор между электродами по сравнению с рекомендуемым, трещина на изоляторе, проскакивание искры по корпусу при рабочем давлении в камере сгорания, отложения загрязняющих веществ на электродах и изоляторе);

- при неисправности высоковольтных проводов (возможные причины: выгорание внутреннего проводника с появлением в нём зазора, пробой через изоляцию на массу);

- при неисправности катушки зажигания (возможные причины: межвитковые внутренние замыкания, снижающие высоковольтное напряжение, возникновение внутреннего обрыва провода катушки из-за термических напряжений между проводом и эпоксидной смолой, используемой для его заливки в корпусе) [1];

- из-за негерметичности впускного или

выпускного клапанов, что снижает компрессию в цилиндре;

- при нарушении фазы впрыска топлива (возможные причины: периодические сбои в работе датчика положения коленчатого вала из-за увеличенного зазора между датчиком и зубчатым шкивом или из-за плохого контакта в соединениях колодок жгута проводов, или из-за нарушения изоляции провода, идущего от датчика, обрыв или надрыв резинового демпфера в зубчатом шкиве);

- при нарушении фазы зажигания [1] и т. д.

Пропуски воспламенения опасны для двигателей, имеющих электронную систему управления с обратной связью по сигналу датчика кислорода в отработавших газах. В этом случае, при возникновении пропуска воспламенения в одном из цилиндров в отработавших газах, датчик кислорода обнаруживает избыток кислорода в отработавших газах, что, в свою очередь, приводит к увеличению топливopодачи в соседние нормально работающие цилиндры. Работа двигателя нарушается, он не выполняет норм по токсичности отработавших газов. По европейским нормам Евро-3 и Евро-4 допускается до 2 % пропусков воспламенения, при этом токсичность отработавших газов должна укладываться в соответствующие нормы. При увеличении пропусков воспламенения более 2 % электронный блок управления отключает данный цилиндр, при этом в нём прекращается топливopодача и для некоторых ДВС зажигание, а управление двигателем по сигналу датчика кислорода выключается для нормальной работы других цилиндров (данная функция реализована не на всех моделях автомобилей). После останова и последующего пуска двигателя топливopодача и зажигание в неисправном цилиндре восстанавливаются, но если пропуски зажигания повторяются, то снова происходит его отключение.

2. Пропуски воспламенения при работе на газовом топливе

Очень часто при установке газобаллонного оборудования (ГБО) 4-го поколения с электромагнитными газовыми форсунками возникают пропуски воспламенения или из-

за неисправности одной из газовых форсунок, или при значительном отклонении через неё расхода газа от номинального значения [2]. Это приводит к отключению одного из цилиндров. Внешне дефект проявляется в неустойчивой работе двигателя и резком изменении содержания кислорода в отработавших газах (сигнал с датчика кислорода обычно показывает переобогащение топливовоздушной смеси, если увеличение топливopодачи на другие цилиндры произошло до момента отключения данного цилиндра, или показывает переобеднение топливовоздушной смеси, если отключение цилиндра по пропускам воспламенения произошло до увеличения топливopодачи на другие цилиндры). В этом случае нормальная настройка газовой системы с помощью автоматической калибровки становится невозможной. Оборудование для проверки расхода газа через электромагнитные форсунки у многих установщиков ГБО отсутствует, поэтому им сложно понять причину отключения одного из цилиндров. Этого не было бы, если бы качество производимых газовых форсунок от поставщика было стабильным.

Для быстрого определения причин неустойчивой работы двигателя на газовом топливе необходимо:

- остановить ДВС;
- переключить работу ДВС с газа на бензин;
- выполнить пуск ДВС на бензине и проработать на режиме холостого хода 10...15 минут;
- выполнить диагностику работы электронной системы управления ДВС с помощью диагностического тестера (Tech, ДСТ-2, Мотор тестер и т.д.) на бензине; если замечаний не обнаружено, то переключиться на газ; если обнаружены пропуски воспламенения при работе на бензине, то необходимо определить их причину и устранить, а затем выполнить автоматическую калибровку и проверки при работе ДВС на газовом топливе;
- если возникла неустойчивая работа ДВС на газе, то необходимо выполнить диагностику электронной системы управления при работе на газе с помощью диагностичес-

кого тестера (Tech, ДСТ-2, Мотор тестер и т. д.); если прибор обнаружил код ошибки по пропускам зажигания, то по номеру ошибки определить номер цилиндра, в котором это произошло;

- если ДВС работает на бензине без замечаний, то основной причиной отключения одного из его цилиндров при работе на газе является нарушение в нём газовой подачи, т.е. необходимо провести проверку расходных характеристик газовых форсунок на специализированном стенде. Неисправную газовую форсунку заменить на новую или в случае возможности настройки выполнить её. При этом отклонение между расходными характеристиками форсунок, установленных на одном двигателе, не должно быть более 5 %. При больших значениях отклонений выполнить их настройку или заменить на новые.

Необходимо отметить, что некоторые модели автомобилей, изготовленные под нормы токсичности Евро-2, не имеют в алгоритме управления ДВС функции отключения цилиндра, в котором происходят пропуски воспламенения. Поэтому в этом случае диагностика ДВС с помощью тестеров при работе на бензине и газе не сможет определить эту неисправность. В этом случае сигнал с датчика кислорода будет показывать обеднение топливовоздушной смеси, что приведёт к ещё большей неустойчивости работы ДВС на газовом топливе из-за переобогащения топливовоздушной смеси на других цилиндрах. Это, в свою очередь, приведёт к повышенному расходу топлива примерно на 25 %. В этом случае токсичность отработавших газов не будет соответствовать нормам Евро-2, но перегрева выпускной системы и нейтрализатора не будет, т.к. избыток топлива заберёт часть их теплоты на теплоту испарения и на разложение углеводородов на лёгкие фракции. При этом есть вероятность отложения тяжёлых фракций углеводородов на внутренних поверхностях элемента нейтрализатора, что приведёт к повышенному выбросу углеводородов СН и окисла углерода СО. Для последующего восстановления эффективности нейтрализатора необходимо устранить неисправности, связанные с пропусками воспламенения, и «прожечь» нейт-

рализатор от отложений углеводородов, проехав по загородной трассе со средней нагрузкой на экономичном режиме движения со скоростью от 80 до 100 км/ч расстояние от 20 до 60 км. Этот способ позволяет очистить нейтрализатор от отложений углеводородов только в том случае, если период эксплуатации автомобиля с пропусками воспламенения был невелик. При движении с максимальной нагрузкой со скоростью более 120 км/ч двигатель работает на обогащённой топливовоздушной смеси, что не способствует очистке нейтрализатора от отложений углеводородов.

Вероятность возникновения пропусков воспламенения при добавках газообразного водорода в бензин или газообразное топливо снижается из-за малой энергии вспышки смеси водорода с воздухом. Молекулы водорода в смеси с молекулами кислорода в воздухе являются активными центрами воспламенения всей топливовоздушной смеси.

Вероятность возникновения пропусков воспламенения при работе ДВС на углеводородном газовом топливе (компримированный природный газ (КПГ), пропан-бутан), наоборот, значительно выше из-за того, что для воспламенения газовой топливовоздушной смеси (КПГ-воздух, пропан-бутан-воздух) требуется большая энергия искрового разряда на свече зажигания, т.к. температура вспышки этих смесей значительно выше, чем температура вспышки паров бензина с воздухом. Поэтому, если газовые форсунки имеют расходные характеристики в поле допуска, то причиной возникновения пропусков воспламенения может быть или система зажигания, или недостаточный подогрев, или наличие жидкой газовой фазы (для пропан-бутана) на выходе из редуктора. Перегрев газа на входе в газовую рампу может также привести к пропускам воспламенения из-за значительного обеднения газовой смеси при снижении его плотности в зависимости от температуры. Для быстрого поиска неисправности диагностику системы зажигания необходимо выполнять при работе на бензине в соответствии с инструкцией по ремонту и обслуживанию конкретного двигателя и автомобиля.

Особое внимание необходимо уделить датчикам температуры и давления газа в рампе форсунок, т.к. по величине их сигналов ведётся коррекция топливоподачи в ДВС. Если показания этих датчиков не соответствуют реальной температуре и давлению газа, то газозвдушная смесь может оказаться переобеднённой или переобогащённой, что, в свою очередь, также может привести к неустойчивой работе ДВС и к пропускам воспламенения. Инерционность датчика температуры обычно составляет около 2...3 с, а это означает, что наличие двухфазного потока газа на входе в рампу форсунок происходит неверная коррекция топливоподачи в электронном блоке управления ДВС. Некоторые датчики температуры газа на входе в рампу форсунок имеют пластмассовый корпус, что увеличивает их инерционность до 5 с. Кроме этого, необходимо правильно устанавливать рампу газовых форсунок и датчики температуры и давления газа на входе в моторном отсеке на конкретном автомобиле. Если датчик температуры будет обдуваться встречным потоком воздуха, то показания его изменяются и коррекция топливоподачи нарушается. Это особенно заметно в холодный период времени, когда по этой причине может возникнуть неустойчивая работа ДВС, приводящая к пропускам воспламенения или повышенной неполноте сгорания из-за обеднения газозвдушной смеси, а в жаркий период времени, наоборот, к переобогащению. Поэтому датчик температуры газа в рампе форсунок должен быть расположен в такой зоне моторного отсека, в которой на него будет минимальное воздействие внешних факторов (набегающий поток воздуха, влияние температуры нагретых частей двигателя, попадание атмосферных осадков).

3. Алгоритм обнаружения пропусков воспламенения

При работе на газовом топливе алгоритм такой же, как и при работе на бензине. Построение этого алгоритма зависит от наличия одного или нескольких необходимых датчиков на ДВС:

- датчик положения коленчатого вала;
- датчик детонации;
- датчик давления в камере сгорания;

- датчик ионных токов при сгорании топливовоздушной смеси;
- датчик температуры в камере сгорания.

3.1. При наличии датчика положения коленчатого вала пропуски воспламенения в одном из цилиндров ДВС определяются по знаку (отрицательный или положительный) и величине модуля скорости изменения частоты вращения коленчатого вала (или приравнивая к нулю вторую производную (ускорение) частоты вращения коленчатого вала по времени) или знаку и величине изменения крутящего момента. Условия пропуска воспламенения:

$$|dn/dt| < n_t \quad \text{и (или)} \quad M_{кр} < M_t,$$

где dn/dt - величина скорости изменения частоты вращения коленчатого вала;

$n_t = f(d\beta/dt; n; G_g)$ - некоторая граничная функция скорости изменения частоты вращения коленчатого вала, зависящая от скорости нажатия на педаль акселератора $d\beta/dt$, частоты вращения коленчатого вала n и расхода воздуха G_g (нагрузки) через ДВС. Значение n_t на стационарном режиме может быть, например, 25...100 1/мин/с, а для режима ускорения, например, 0...25 1/мин/с, причём диапазоны этих значений больше примерно на 10...25 % для двигателя, работающего на газе, по сравнению с двигателем, работающим на бензине; $M_{кр} = f(\gamma)$ - величина максимального крутящего момента каждого цилиндра является функцией угла положения коленчатого вала γ , $M_t = f(d\beta/dt; n; G_g)$ - некоторая граничная функция изменения крутящего момента, зависящая от скорости нажатия на педаль акселератора $d\beta/dt$, частоты вращения коленчатого вала n и расхода воздуха G_g (нагрузки) через ДВС. Для каждого конкретного двигателя значения этой функции на стационарном режиме и режиме ускорения также будут различны, причём диапазоны этих значений больше примерно на 10...25% для двигателя, работающего на газе, по сравнению с двигателем, работающим на бензине. Последнее, в свою очередь, связано с конкретным снижением мощности и крутящего момента при переключении с бензина на газовое топливо. Для двигателя с наддувом цилиндров или с увеличенной сте-

пенью сжатия для работы на газе диапазоны граничных функций будут аналогичны тем, которые определены для двигателя, работающего на бензине, т.к. изменение мощности и крутящего момента при переходе с одного вида топлива на другое незначительно.

Изменение частоты вращения коленчатого вала при пропуске воспламенения показано на рис. 1, а изменение крутящего момента при работе всех 4 цилиндров - на рис.2.

Если педаль акселератора находится в стационарном положении $\beta = const$ (β – угол положения педали акселератора) или в режиме нажатия $d\beta / dt > 0$, то при возникновении пропуска воспламенения в одном из цилиндров на постоянном режиме возникнет кратковременный провал частоты вращения, а на режиме ускорения он не даст прироста

этой частоты вращения, т.е. или будет провал по величине крутящего момента на стационарном режиме, или он не возрастет при ускорении по сравнению с работой предыдущего и последующего рабочих ходов соответствующих цилиндров, т.е. (dn/dt) – отрицательное или равное 0, а в предыдущем $(dn/dt)_{-1}$ и последующем $(dn/dt)_{+1}$ – положительные.

Для стационарного режима работы ДВС (рис. 2) при пропуске воспламенения или при вялом сгорании газовой смеси в одном из цилиндров произойдет снижение максимального значения крутящего момента (например, при углах положения коленчатого вала 130 градусов от верхней мёртвой точки (ВМТ) для 1-го цилиндра, 310 градусов для 3-го цилиндра, 490 градусов для

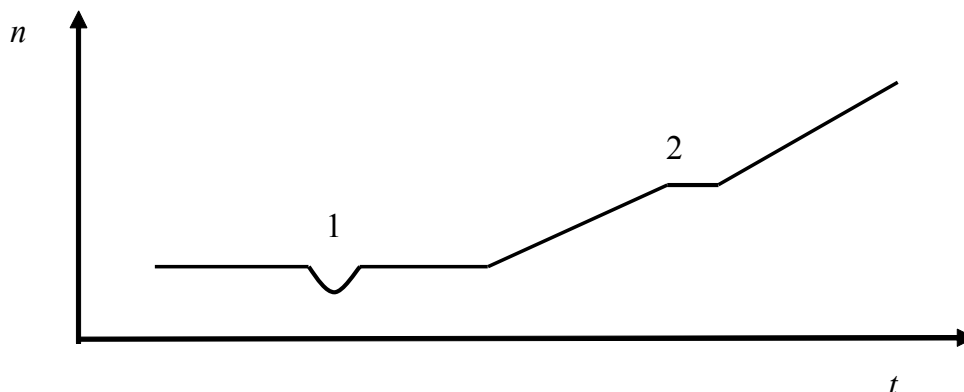


Рис. 1. Изменение частоты вращения коленчатого вала по времени при пропуске воспламенения на стационарном режиме и при увеличении режима работы ДВС:

1 – пропуск воспламенения на стационарном режиме при постоянной частоте вращения коленчатого вала; 2 – пропуск воспламенения при увеличении режима работы двигателя

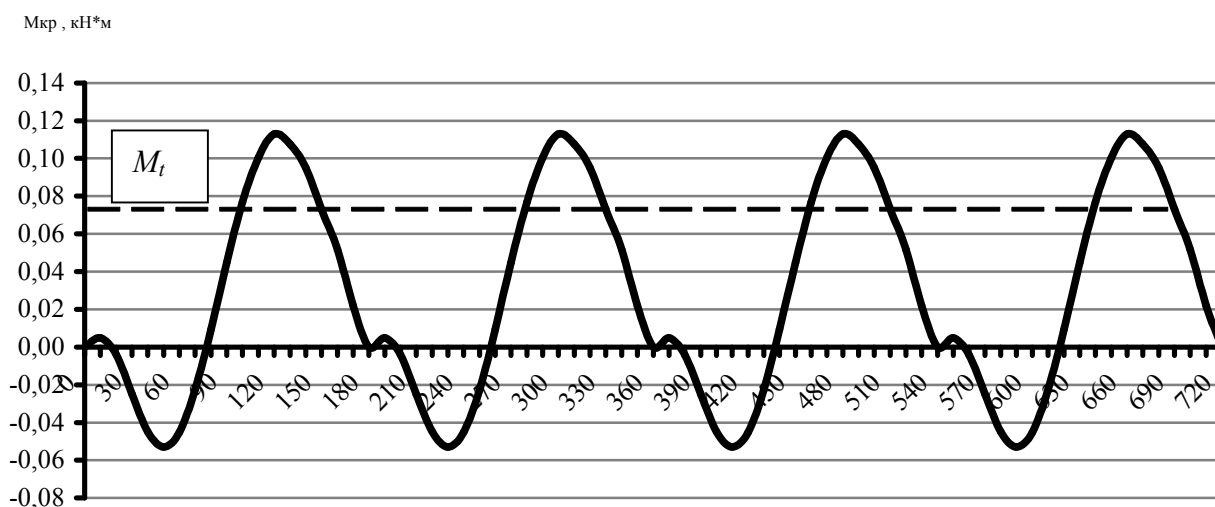


Рис. 2. Суммарный крутящий момент в зависимости от угла положения коленчатого вала γ на одном из режимов работы ($n = const, G_e = const$) для 4-цилиндрового ДВС

4-го цилиндра и 670 градусов для 2-го цилиндра, если порядок работы цилиндров 1-3-4-2) с 11,3 кН·м до значения ниже граничного M_f .

Кроме того, при обнаружении провала крутящего момента в момент рабочего хода одного из цилиндров или отсутствия его прироста в режиме ускорения электронный блок управления определяет номер этого цилиндра и далее ведёт в нём счёт количества пропусков воспламенения. При достижении 2 % пропусков воспламенения электронный блок управления отключает топливоподачу через форсунку в данный цилиндр, подачу зажигания в нём, а также отключает обратную связь по сигналу с датчика кислорода в отработавших газах. Если педаль акселератора в режиме сброса газа $d\beta/dt < 0$, то происходит кратковременная отсечка топливоподачи с последующим её восстановлением до режима, соответствующего конечному положению педали акселератора. В этом случае алгоритм обнаружения пропусков воспламенения необходимо отключить, чтобы не было ложных отключений цилиндров.

3.2. При наличии датчика детонации его сигнал также можно использовать в качестве исходного для обнаружения пропусков воспламенения в цилиндрах ДВС или в дополнение к сигналу датчика положения коленчатого вала, описанного выше, для повышения достоверности определения пропуска воспламенения.

Сигнал с датчика детонации в этом случае пропускается через специальный фильтр в соответствии с частотой вращения коленчатого вала ДВС. По величине амплитуды и частоте колебаний во время рабочего хода соответствующего цилиндра определяют наличие пропуска воспламенения или вялого горения с высокой неполнотой сгорания путём сравнения значения амплитуды с некоторой граничной функцией. Граничную функцию можно определить экспериментальным путём изменения неполноты сгорания в цилиндре ДВС при изменении величины обеднения и обогащения газовой смеси вплоть до получения пропуска воспламенения при разных температурах охлаждающей жидкости и различных внешних условиях. Если величина амплитуды A_{dd} сигнала с датчика детонации ниже величины A_f граничной функции при соответствующих внешних условиях, то в данном цилиндре наблюдается пропуск воспламенения. Для процесса вялого горения для различной неполноты сгорания газовой смеси можно установить свою граничную функцию. На рис. 3 схематично показана возможность определения пропуска воспламенения с помощью сигнала с датчика детонации.

Необходимо отметить, что желательно использование сигнала с датчика детонации для обнаружения пропусков воспламенения совместно с сигналом датчика неровной дороги, что обеспечит наиболее точное опре-

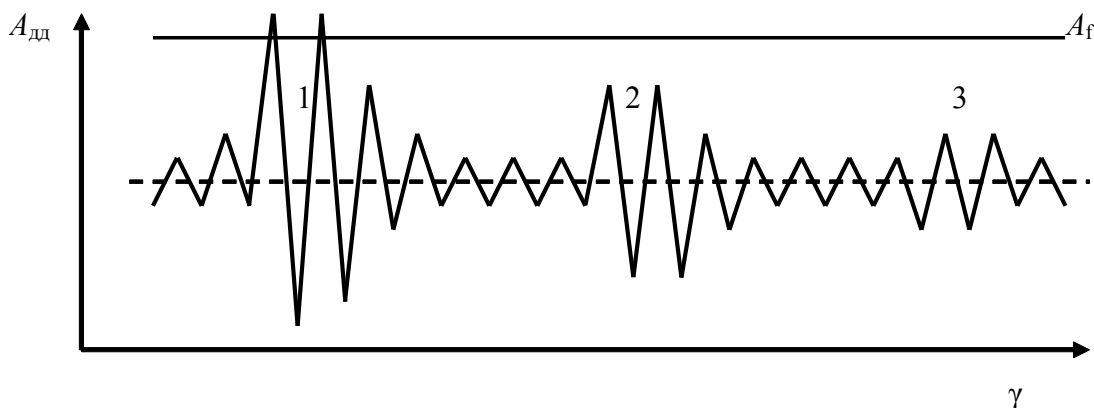


Рис. 3. Изменение амплитуды сигнала датчика детонации по углу положения коленчатого вала или по времени при пропуске воспламенения:

A_f - граница амплитуды сигнала датчика детонации для обнаружения пропуска воспламенения;

1 - нормальный процесс сгорания газовой смеси в цилиндре; 2 - вялый процесс горения с большой неполнотой сгорания; 3 - пропуск воспламенения при работе ДВС

деление пропуска воспламенения или вялого горения с высокой неполнотой сгорания с высокой вероятностью. Номер цилиндра, в котором наблюдается пропуск воспламенения, определяется при помощи синхронизации сигналов с датчиков детонации и неровной дороги с фазой рабочего хода соответствующего цилиндра, которая, в свою очередь, может быть определена или по фазе сигнала с датчика положения коленчатого вала или по фазе впрыска топлива в соответствующий цилиндр ДВС.

3.3. При наличии датчика давления в камере сгорания пропуск воспламенения можно определить по отсутствию или недостаточному росту давления p_e в процессе горения топливовоздушной смеси в цилиндре, если был осуществлён впрыск топлива в этот цилиндр и соответственно подано зажигание. Условие пропуска воспламенения:

$$p_{ep} > p_e,$$

где $p_{ep} = f(\varepsilon; \gamma; T_{атм}; T_{двс}; p_{атм}; h; \eta; X_m; \eta_{сз}$ и т. д.) - некоторая граничная функция, зависящая от степени сжатия ε , угла положения коленчатого вала γ , температуры атмосферы $T_{атм}$, температуры двигателя $T_{двс}$, атмосферного давления $p_{атм}$, влажности атмосферного воздуха h , коэффициента наполнения цилиндров топливовоздушной смесью η , химического состава топлива [3] и продуктов сгорания X_m , полноты сгорания топливовоздушной смеси $\eta_{сз}$ и других параметров.

Уровень граничной функции по давлению в камере сгорания при работе на газовом топливе по сравнению с работой на бензине будет ниже, если не предусмотрен наддув цилиндров или увеличение степени сжатия при работе на газовом топливе.

На рис. 4 схематично показано изменение давления в камере сгорания ДВС при нормальном горении и при пропуске воспламенения или вялом неполном сгорании топливовоздушной смеси.

Для улучшения достоверности определения пропуска воспламенения или вялого горения необходимо сравнить величину скорости увеличения давления в камере сгорания в процессе горения топливовоздушной смеси с некоторой граничной функцией:

$$p_t > dp_e/dt \text{ и (или) } p_t > dp_e/d\gamma,$$

где $d\gamma$ – изменение угла положения коленчатого вала в процессе горения топливовоздушной смеси в цилиндре; $p_t = f(\varepsilon; \gamma; T_{атм}; T_{двс}; p_{атм}; h; \eta; X_m$ и т. д.) - некоторая граничная функция, зависящая от степени сжатия ε , угла положения коленчатого вала γ , температуры атмосферы $T_{атм}$, температуры двигателя $T_{двс}$, атмосферного давления $p_{атм}$, влажности атмосферного воздуха h , коэффициента наполнения цилиндров топливовоздушной смесью η , химического состава топлива и продуктов сгорания X_m и других параметров.

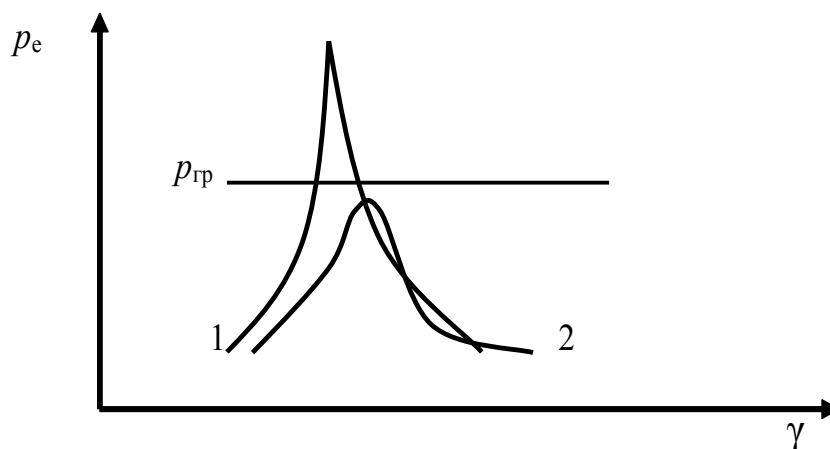


Рис. 4. Изменение давления в камере сгорания в процессе горения топливовоздушной смеси по углу положения коленчатого вала относительно верхней мертвой точки поршня: 1 – изменение давления при нормальном горении топливовоздушной смеси; 2 – изменение давления при пропуске воспламенения или вялом неполном сгорании

При отсутствии впрыска топлива и отсутствии сигнала на зажигание при отсечке в режиме сброса газа алгоритм обнаружения пропусков воспламенения выключается.

3.4. При наличии датчика ионных токов в камере сгорания пропуски воспламенения определяются по величине этого тока в сравнении с некоторой функцией. Условие пропуска воспламенения в этом случае:

$$I_{зр} > I,$$

где $I_{зр} = f(\gamma; T_z; U_p; p_e; h; X_m; \eta_{ce})$ - некоторая граничная функция ионного тока, зависящая от угла положения коленчатого вала γ , температуры горения топливовоздушной смеси T_z , величины напряжения на датчике ионных токов U_p , давления в камере сгорания в процессе горения топливовоздушной смеси p_e , влажности атмосферного воздуха h , химического состава топлива и продуктов сгорания X_m , полноты сгорания топливовоздушной смеси η_{ce} и других параметров.

Изменение ионного тока при нормальном горении и при пропуске воспламенения или вялом неполном сгорании топливовоздушной смеси показано на рис. 5.

По аналогии с датчиком давления в камере сгорания для большей достоверности обнаружения пропуска воспламенения можно ввести дополнительное условие по проверке скорости нарастания ионного тока dI/dt (или $dI/d\gamma$) в процессе горения топливовоздушной смеси в сравнении с некоторой граничной функцией.

3.5. При наличии датчика температуры в камере сгорания пропуски воспламенения определяют по уровню средней температуры во всём объёме камеры сгорания в процессе горения топливовоздушной смеси в сравнении с некоторой граничной функцией. Условие пропуска воспламенения в этом случае:

$$T_{зр} > T_{нз},$$

где $T_{зр}$ – граничная функция режима работы ДВС, состава топливовоздушной смеси, вида топлива и внешних условий; $T_{нз}$ – температура продуктов сгорания в определённом диапазоне углов положения коленчатого вала γ в процессе горения топливовоздушной смеси.

Графическое изображение данного условия обнаружения пропуска воспламенения похоже на условие с ионными токами (рис. 4).

Все граничные функции для любого из вышеназванных датчиков можно определить экспериментальным путём. Для этого определяются значения функций Δn , $\Delta M_{кр}$, p_e , I , $T_{нз}$ на всех режимах работы ДВС, а затем вводят граничные функции, отличающиеся от этих параметров на 5...20 % в зависимости от конкретного двигателя и режима его работы.

Граничные функции можно определить и расчётным путём при расчёте параметров ДВС, делая запас по этим параметрам в 5...20 % в зависимости от конкретного двигателя и режима его работы. Но в этом слу-

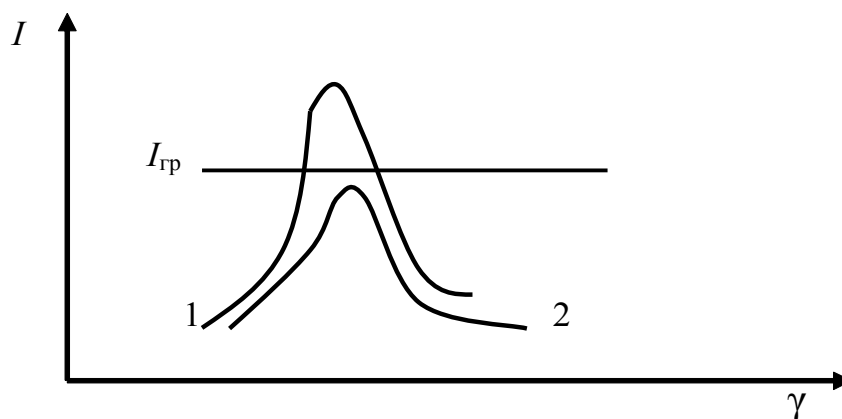


Рис. 5. Изменение ионного тока в камере сгорания в процессе горения топливовоздушной смеси:
1 – изменение ионного тока при нормальном горении топливовоздушной смеси;
2 – изменение ионного тока при пропуске воспламенения или вялом неполном сгорании

чае потребуется экспериментальная проверка полученных граничных функций, что фактически по затратам окажется выше, чем прямое экспериментальное их определение.

Граничные функции для различных газовых топлив и бензинов, а также различных двигателей отличаются друг от друга разным уровнем их протекания в зависимости от соответствующих параметров.

Работы по внедрению в систему управления ДВС последних трёх вышеназванных датчиков только начинаются и имеют большую перспективу, т.к. могут решить много проблем, связанных с точностью дозирования топлива, точностью процесса управления режимом ДВС, оптимизацией параметров ДВС, снижением расхода топлива, снижением токсичности отработавших газов и т.д. Для этого требуется разработать практически новый алгоритм управления ДВС.

4. Развитие алгоритма управления ДВС при работе на бензине и газе

Перспективным является алгоритм, в котором при обнаружении пропусков воспламенения при работе на газовом топливе более 2 % вместо отключения данного цилиндра его переключают на работу на бензине. При этом выдаётся код ошибки, по которому можно определить его номер для последующего устранения неисправности. В этом варианте двигатель будет работать без замечаний на всех цилиндрах, если причина пропуска воспламенения не в системе зажигания, а в системе газовой подачи. Если пропуски воспламенения в цилиндре, переведённом на работу с газа на бензин, продолжают, то только в этом случае происходит отключение из работы данного цилиндра с отключением управления по обратной связи с управляющего датчика содержания кислорода в отработавших газах.

Для снижения влияния неравномерных нагрузок при возвратно-поступательных движениях, снижения механического износа шатунно-поршневой группы (ШПГ) и вероятности её механических повреждений при работе двигателя с одним выключенным цилиндром включают режим ограничения мощности и крутящего момента. Этот алгоритм позволит во многих случаях нормально пе-

редвигаться автомобилю до станции технического обслуживания для устранения дефекта в системе подачи газового топлива. При выполнении автоматической калибровки газового электронного блока управления работы ДВС данный алгоритм необходимо выключать, чтобы он не вмешивался в формирование коэффициентов газовой подачи при возможных пропусках воспламенения или вялом неполном сгорании топливовоздушной смеси. После выполнения автоматической калибровки газового контура этот алгоритм включают и выполняют проверку его работы путём выключения подачи газа на одной из электромагнитных форсунок, при этом должна включиться в работу соответствующая бензиновая форсунка. В этом случае нет необходимости ограничения режима работы двигателя по мощности и крутящему моменту.

При возникновении пропуска воспламенения или вялого неполного сгорания газозвушной смеси по причинам её переобеднения или переобогащения в одном или нескольких цилиндрах представляется возможность введения в алгоритм управления функции самообучения электронного блока управления по топливоподаче в данные цилиндры. Сущность этого алгоритма заключается в том, что отключение цилиндра при пропусках воспламенения происходит после проведения операций по изменению обеднения или обогащения газозвушной смеси на определённый промежуток времени с определением количества процентов пропусков воспламенения в данном цилиндре. Если этот процент снижается при определённом составе смеси, например, менее 2 %, то отключение цилиндра не происходит, а происходит запоминание коэффициента коррекции цикловой топливоподачи в данный цилиндр на данном режиме работы ДВС:

$$t_k = K_{об} \cdot t_p,$$

где t_k – скорректированное время впрыска газа через электромагнитную форсунку при наличии пропусков воспламенения не более 2 % от общего количества рабочих тактов данного цилиндра; t_p – расчётное время впрыска газа через электромагнитную фор-

сунку при работе ДВС без пропусков воспламенения; $K_{об} = f(n; G_g; N_g)$ – коэффициент обучения, являющийся функцией частоты вращения коленчатого вала, расхода воздуха G_g через ДВС и количества N_g пропусков воспламенения в данном цилиндре.

Если не происходит изменения процентов пропусков воспламенения в данном цилиндре, то пропуск воспламенения не связан с переобеднением или переобогащением газозвдушной смеси, а возникает он по одной из причин, указанных в разделе 1 данной работы. В этом случае происходит отключение данного цилиндра.

Для начала самообучения в зависимости от частоты вращения коленчатого вала и нагрузки на двигатель определяется один коэффициент коррекции топливоподачи для всего диапазона режимных параметров ДВС, а далее его можно уточнять в зависимости от конкретного режима работы и записывать в память электронного блока управления ДВС. По осреднённому значению коэффициента коррекции топливоподачи в конкретном цилиндре ДВС, который можно считать с электронного блока управления с помощью диагностической программы или тестера, можно определять состояние газовых электромагнитных форсунок. В случае значительного отклонения данного коэффициента от единицы, например, более чем на 5 % в одну или другую сторону, выдаётся код ошибки, по которому необходимо выполнить настройку расходной характеристики, или заменить данную газовую форсунку на новую, или выполнить дополнительные проверки, которые выявят причины переобеднения (подсос дополнительного воздуха во впускном трубопроводе) или переобогащения (негерметичность впускного или выпускного клапанов) в данном цилиндре. Для получения достоверных данных по коэффициенту коррекции топливоподачи в конкретный цилиндр ДВС при пропусках воспламенения алгоритм самообучения, например, включают на стационарных режимах работы и выключают

при сбросе или увеличении частоты вращения коленчатого вала.

Заключение

1. Наличие пропусков воспламенения (более 2 %) при работе ДВС на газовом топливе для автомобилей, выполняющих нормы токсичности Евро-3 и выше, приводит к отключению цилиндра, в котором они наблюдаются.

2. Предложен метод поиска неисправности при пропусках воспламенения при работе ДВС на газовом топливе.

3. Для реализации в программном обеспечении в электронном блоке управления ДВС описаны основы алгоритма обнаружения пропусков воспламенения или вялого неполного сгорания топливозвдушной смеси в камере сгорания в процессе работы двигателя.

4. Даны предложения по развитию алгоритма управления ДВС при пропусках воспламенения или вялом неполном сгорании газозвдушной смеси.

Библиографический список

1. Шишков, В. А. Определение величины увеличения угла опережения зажигания при переключении с бензина на газ в зависимости от скорости горения топливной смеси [Текст] / В. А. Шишков // Транспорт на альтернативном топливе. Международный научно-технический журнал. - 2008. - № 3. - С.20-23.

2. Шишков, В.А. Алгоритм управления и диагностики состояния электромагнитных газовых форсунок ДВС с искровым зажиганием [Текст] / В. А. Шишков // АвтоГазоЗаправочный Комплекс + Альтернативное топливо. Международный научно-технический журнал. - 2006. - № 6 (30). - С.46-48.

3. Шишков, В.А. Алгоритм адаптации электронной системы управления ДВС к различным химическим составам газового топлива [Текст] / В. А. Шишков // Транспорт на альтернативном топливе. Международный научно-технический журнал. - 2008. - № 1. - С.30-35.

**OPERATION OF AN ELECTRONIC SYSTEM OF CONTROL FOR SPARK-IGNITION
GAS FUEL INTERNAL COMBUSTION ENGINES IN IGNITION MISSES**

© 2011 V. A. Shishkov

Samara State Aerospace University
named after academician S. P. Korolyov (National Research University)

The paper is devoted to the operation of a spark-ignition internal combustion engine (ICE) with an electronic control system in ignition misses in case of using either petrol or gas fuel. The negative effect of ignition misses on the operation of engines using both kinds of fuel is shown. An algorithm of identifying ignition misses according to the signals from the gauges of the electronic control system is described. Ways of improving the algorithm of ICE control in ignition misses in case of using gas fuel and possibilities of reversal of the cylinders wherein they take place to petrol are suggested.

Internal combustion engine, electronic system of engine control, algorithm, ignition miss, gas fuel.

Информация об авторе

Шишков Владимир Александрович, кандидат технических наук, доцент кафедры машиностроения, Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С. П. Королёва (национальный исследовательский университет), начальник технического отдела ООО «Рекар». E-mail: Vladimir-Shishkov@yandex.ru. Область научных интересов: системы управления ДВС на альтернативных видах топлива.

Shishkov Vladimir Alexandrovitch, candidate of technical sciences, associate professor of the department of mashinostroenie, Samara State Aerospace University named after academician S. P. Korolyov (National Research University). E-mail: Vladimir-Shishkov@yandex.ru. Area of research: control systems of internal combustion engines using alternative kinds of fuel.

ОСОБЕННОСТИ ПУСКА ДВИГАТЕЛЯ ВНУТРЕННЕГО СГОРАНИЯ С ИСКРОВЫМ ЗАЖИГАНИЕМ НА ГАЗОВОМ ТОПЛИВЕ

© 2011 В. А. Шишков

Самарский государственный аэрокосмический университет
имени академика С. П. Королёва (национальный исследовательский университет)

Рассмотрен пуск двигателя внутреннего сгорания (ДВС) с искровым зажиганием с электронной системой управления на газовом топливе. Показано влияние температуры ДВС на характеристику газовой подачи во время пуска и прогрева. Предложен алгоритм пуска ДВС с электронной системой управления на газовом топливе.

Двигатель внутреннего сгорания, электронная система управления двигателем, газовое топливо, алгоритм, пуск двигателя.

1. Основы пуска ДВС на газовом топливе

В зависимости от температурного состояния ДВС и температуры окружающей среды различают:

- холодный пуск при температурах ниже 0°C. Для природного газа характеризуется особенностями топливоподачи и содержанием паров воды в газе. Для пропан-бутана из-за необходимости испарения обязателен пуск на бензине с последующим прогревом ДВС до 30°C и переключением на газовое топливо. Если температура редуктора-испарителя после останова не снизилась ниже 30°C, то пуск может осуществляться на пропан-бутане;

- пуск при нормальной температуре от 0°C до 30°C для природного газа и пропан-бутана аналогичен пуску ДВС при отрицательных температурах окружающей среды;

- пуск при повышенных температурах ДВС и окружающей среды выше 30°C (перегретый ДВС после термошока) как для природного газа, так и пропан-бутана осуществляется на газовом топливе.

В зависимости от применяемого типа газового топлива и его фазового состояния возникают свои условия пуска ДВС:

- пропан-бутан в баллоне автомобиля находится в жидкой фазе при соответствующих давлении и температуре, поэтому для его испарения необходимо подвести определённое

количество теплоты от двигателя, т.е. пуск ДВС осуществляется на бензине с последующим прогревом и переключением на газ. Существуют системы подачи пропан-бутана в жидкой фазе в камеру сгорания двигателя. Это требует значительного усложнения топливоподающей аппаратуры со значительным повышением давления в ней, достигающим значения до 3,5...4,0 МПа, при рабочих температурах элементов двигателя для устранения процесса парообразования в элементах топливной системы и, в частности, в газовых форсунках. К таким системам газобаллонного оборудования (ГБО) относится система голландской фирмы Vialle;

- компримированный природный газ (КПГ) при достаточной его очистке от тяжёлых фракций углеводородов и паров воды не требует специального подогрева при пуске двигателя. Температура газа за счёт эффекта дросселирования в редукторе с максимального значения давления 25 МПа до 0,1...0,3 МПа при начальных температурах двигателя и газа в баллоне на уровне -30°C может составлять -50...-67°C. При наличии паров воды в газе в диапазоне температур окружающего воздуха -3...+10°C может происходить нарушение работы клапана газового редуктора (подвижный элемент клапана редуктора примерзает к седлу). В этом случае обязателен подогрев клапанной пары редуктора: ДВС необходимо прогреть на бензине,

а затем переключиться на КПП. При температурах ниже 0°C происходит замерзание как воды, так и её паров в газовом баллоне и если баллон(ы) находится за пределами салона автомобиля (обычно под днищем кузова), то он не прогревается и вода не попадает в газовый редуктор;

- сжиженный метан – для устойчивого пуска двигателя требуется испарение газа перед подачей его в камеру сгорания. При достаточной массе и теплопередающей поверхности теплообменника испарителя (достаточность накопленной теплоты в металле теплообменника испарителя) пуск можно осуществлять непосредственно на метане;

- водород в газовой фазе – его добавка в любой вид топлива во всём диапазоне температур окружающей среды и ДВС улучшает процесс пуска, т.к. молекулы водорода в топливовоздушной смеси являются активными центрами воспламенения;

- жидкий водород – как и для сжиженного метана для устойчивого пуска двигателя требуется его испарение перед подачей в камеру сгорания;

- светильный газ – условия пуска ДВС аналогичны КПП и т. д.

В зависимости от фазового состояния газового топлива в баллоне(ах) транспортного средства появляются особенности подготовки топлива и его качества по содержанию паров воды:

- газ в жидком состоянии – требуется система для испарения газа с достаточным количеством внешней теплоты или значительное увеличение давления газа для ускорения его преждевременного испарения в газовых форсунках и появления неустойчивых процессов газовой подачи и работы ДВС;

- в газообразном состоянии – требуется достаточная очистка от паров воды и тяжёлых углеводородов для устранения примерзания элементов клапанных пар газового редуктора и электромагнитных газовых форсунок.

В зависимости от применяемой системы электронного управления ДВС топливоподача при пуске может осуществляться:

- с асинхронной подачей газового топлива – применяется практически во всех си-

стемах управления ДВС до момента определения верхней мёртвой точки первого цилиндра перед рабочим ходом, т.е. ограничивается порогом чувствительности датчика положения коленчатого вала. При асинхронной газовой подаче все форсунки в начальный момент прокрутки, когда частота вращения коленчатого вала, например, достигла 60 мин⁻¹, подают газовое топливо в течение 80...120 мс. Далее при возрастании частоты вращения коленчатого вала происходит определение фаз и переход на другой вид газовой подачи, приведённый ниже;

- с одновременной подачей газового топлива – может использоваться для увеличения частоты вращения коленчатого вала во время пуска до устойчивого режима холостого хода;

- с попарно параллельной подачей газового топлива – так же как и предыдущая, только для улучшения точности дозирования газового топлива при пуске двигателя для норм токсичности отработавших газов до Евро-3;

- с фазированной подачей газового топлива – также как и предыдущая, только для улучшения точности дозирования газового топлива при пуске двигателя для норм токсичности отработавших газов выше Евро-3.

В зависимости от исправности или неисправности датчиков системы электронного управления ДВС пуск может быть:

- в штатном режиме по соответствующему алгоритму в зависимости от внешних условий и температурного состояния двигателя;

- в резервном режиме с неисправным датчиком массового расхода воздуха – подача газового топлива осуществляется в зависимости от частоты вращения коленчатого вала и положения дроссельной заслонки. В этом случае расход воздуха при пуске выбирается по резервным таблицам его осреднённых значений в зависимости от вышеназванных условий. Эти резервные таблицы расхода воздуха через ДВС формируются в процессе доводки калибровок на двигателе при испытаниях в моторном боксе и корректируются при проведении испытаний в составе автомобиля;

- в резервном режиме с неисправным датчиком температуры охлаждающей жидкости ДВС – количество газового топлива корректируется в зависимости от времени, прошедшего от начала пуска двигателя, и количества пусков в течение малого периода времени;

- в резервном режиме с неисправным датчиком положения дроссельной заслонки (обрыв или короткое замыкание цепи датчика) – газовая подача осуществляется по частоте вращения коленчатого вала и сигналу с датчика массового расхода воздуха при достижении порога его чувствительности и т.д.

При неисправности регулятора холостого хода, когда происходит подклинивание его червячного вала, можно выделить два случая: заклинивание вала регулятора в закрытом положении клапана и в открытом положении клапана. В этом случае электронный блок управления двигателем не может определить данные неисправности и поэтому он не включает контрольную лампу «Check Engine» на панели приборов автомобиля. Водителю придётся провести пробные пуски для обоих вышеназванных случаев неисправностей. При закрытом положении клапана регулятора пуск ДВС можно осуществить путём незначительного приоткрытия дроссельной заслонки с помощью педали акселератора во время прокрутки коленчатого вала стартёром с последующим её удержанием для поддержания стабильного режима на холостом ходу. При заклинивании в открытом положении клапана регулятора холостого хода при пуске ДВС необходимо попытаться перекрыть входной воздушный патрубок с помощью дополнительных средств, чтобы уменьшить количество воздуха, поступающего в цилиндры. При этом необходимо следить, чтобы вспомогательные средства не попали в воздушный фильтр двигателя.

Успешный пуск ДВС зависит от отсутствия пропусков воспламенения, т.е. от его исправности и исправности его систем топливоподачи и зажигания [1]. Кроме этого, на режим пуска влияет содержание свободных молекул водорода в газовом топливе, которые являются центрами воспламенения в

процессе зажигания в газозвдушной среде в камере сгорания ДВС.

Пуск состоит из раскрутки коленчатого вала стартёром, начала топливоподачи и зажигания с последующим нарастанием частоты вращения коленчатого вала до режима устойчивого холостого хода. Поэтому на процесс пуска, кроме выше приведённых, влияют следующие факторы:

- характеристики масла в картере ДВС (плотность и вязкость; чем они выше, тем ниже обороты прокрутки коленчатого вала стартером);

- наличие обкатки ДВС или соответствующего пробега автомобиля, т.е. внутренние механические потери на трение в шатунно-поршневой группе и подшипников двигателя, трение в элементах сцепления в нажатом состоянии педали;

- степень сжатия в цилиндрах ДВС: чем выше степень сжатия, тем выше температура топливоздушной смеси в конце процесса сжатия и тем лучше воспламенение, но увеличение степени сжатия требует повышенной мощности стартера;

- величина зарядки аккумуляторной батареи: при большом разряде батареи снижается частота прокрутки коленчатого вала стартёром;

- минимальная частота вращения коленчатого вала при прокрутке стартёром: чем выше, тем выше давление и температура в конце процесса сжатия и выше вероятность нормального пуска двигателя;

- мощность стартёра: чем она выше, тем выше частота вращения при прокрутке коленчатого вала, что особенно важно при отрицательной температуре двигателя и моторного масла в его картере;

- масса всех деталей, приводимых в движение стартёром: чем меньше масса, тем выше частота вращения при прокрутке коленчатого вала стартером при пуске двигателя;

- количество впрыскиваемого газа при пуске двигателя: при недостаточном или избыточном количестве газа возникает неустойчивое горение газозвдушной смеси, пропуски воспламенения и малая скорость нарастания частоты вращения коленчатого вала

от частоты прокрутки до устойчивого холостого хода часто приводят к неудачным пускам. Для каждого вида газового топлива можно определить различные уровни допустимого обеднения или обогащения газоздушной смеси при пуске двигателя, это зависит от диапазона горения газа в воздухе. Например, для горения метана в воздухе диапазон составляет от 5 до 15% объёмных долей при стехиометрическом составе 9,53 объёмные доли или это соответствует от 8,47 до 25,42 весовых долей при стехиометрии 16,15 весовых долей, что, в свою очередь, соответствует составам смеси с α от 0,52 до 1,57. Это также показывает, что создать двигатель, работающий на сверхбедных смесях метана с воздухом с α большим, чем 1,57, физически не представляется возможным, если только не разложить метан на радикалы углерода и водорода или добавить чистый водород в метановоздушную смесь перед подачей её в камеру сгорания двигателя. Водород с воздухом горит от 4 до 75 % объёмных долей, и его добавка расширит диапазон горения по составу смеси практически для всех видов углеводородных топлив;

- фазы впрыска газового топлива: она должна быть синхронизирована с фазами открытия и закрытия впускных и выпускных (при наличии условия перекрытия фаз) клапанов двигателя;

- организация процесса приготовления газоздушной смеси: подача газа во впускной трубопровод при его впрыске под перепадом давления должна осуществляться по потоку воздуха в впускном коллекторе [2] и работать как эжекторный насос. Если это условие не выполнено, то впрыскиваемый газ будет являться газодинамической гидравлической шайбой, которая повышает сопротивление при впуске воздуха в цилиндр. Общее количество воздуха, попавшего в цилиндр, уменьшится, и в результате упадут крутящий момент и мощность двигателя;

- от исправности элементов системы зажигания: свечей зажигания, высоковольтных проводов и катушки зажигания;

- величины высоковольтного напряжения: чем выше напряжение на свечах зажигания, тем больше энергии выделяется при

искровом разряде, что улучшает процесс воспламенения газоздушной смеси;

- мощности искрового разряда на свечах зажигания: чем больше время накопления заряда в катушке зажигания, тем больше мощность искрового разряда.

2. Прогрев двигателя при работе на газе

Неотъемлемой частью после пуска является прогрев ДВС от исходной до рабочей температуры. Ускорение режима прогрева связано с высокими требованиями по токсичности отработавших газов. По контрольному ездовому циклу, при проверке по правилам ЕЭК ООН по нормам Евро-3 и выше, замер токсичности отработавших газов начинается с момента пуска ДВС при окружающей температуре от 18 до 25°C. Для быстрого прогрева нейтрализатор из под днища кузова автомобиля перенесён в катколлектор в непосредственной близости от выпускных клапанов.

Температура горения компримированного природного газа в камере сгорания ДВС при одинаковом составе топливоздушной смеси, по сравнению с бензином, ниже примерно на 150...200°C. Это приводит к увеличению времени прогрева ДВС и катколлектора примерно на 120...240 с, что неприемлемо для норм токсичности Евро-3 и выше.

Прогрев ДВС при работе на бензине обычно осуществляется с соответствующим обогащением топливоздушной смеси примерно от $\alpha = 0,8$ до 1,0 в зависимости от начальной температуры ДВС по определённой зависимости его изменения от температуры двигателя, т.е. $\alpha = f(T_{двс})$. Состав топливоздушной смеси, равный 1,0, достигается примерно через 120...300 с с момента пуска двигателя в зависимости от начальных значений температур. Обогащение топливоздушной смеси при пониженных температурах окружающей среды и ДВС связано с тем, что большая часть жидкого бензина выпадает в топливную плёнку на стенки впускного трубопровода и камеры сгорания и фактически состав смеси оказывается более бедным по сравнению с расчётной топливоподачей. В процессе прогрева ДВС количество бензина в топливной плёнке снижается, и поэтому

расчётный состав топливоздушной смеси приближается к реальному и при рабочей температуре двигателя становится равным 1. На рис. 1 показан пример изменения состава топливоздушной смеси в зависимости от температуры ДВС при пуске и прогреве на бензине.

Для ускорения прогрева двигателя и катколлектора при работе на газовом топливе (природный газ, метан и пропан-бутан) характеристика изменения состава газовой смеси имеет противоположную тенденцию. Топливо в этом случае находится в газовой фазе и не выпадает в виде жидкой плёнки на стенки впускного трубопровода и камеры сгорания. При этом состав изменяют с соответствующим обеднением от $\alpha = 1,2$ до 1,0 в зависимости от начальной температуры ДВС и по определённой зависимости. Это сделано для повышения температуры горения газовой смеси. В этом случае время прогрева катколлектора становится примерно таким же, как и при работе на бензине. Обеднение до $\alpha = 1,3 \dots 1,57$ при работе на метане или пропан-бутане может привести к местным прогарам выпускных клапанов из-за повышенной температуры отработавших газов и к неустойчивому горению смеси в камере сгорания, что затруднит пуск и прогрев двигателя. На рис. 2 показан пример изменения состава топливоз-

душной смеси в зависимости от температуры ДВС при пуске и прогреве на природном газе или пропан-бутане.

Повышение количества свободного молекулярного или радикалов водорода в газовом топливе увеличивает температуру горения газовой смеси, а значит и ускоряет прогрев катколлектора или нейтрализатора.

Часто производители автомобиля и электронной системы управления газовым двигателем, если ДВС рассчитан для работы на двух видах топлива (бензине и газе), вопросы его пуска и прогрева сводят к работе на бензине. После прогрева вручную или автоматически в зависимости от температуры ДВС переключают с бензина на газ. Это уменьшает проблемы с доводочными процессами по токсичности отработавших газов на данных режимах, т.к. используется программа управления со всеми калибровками при работе на бензине с отработанным пуском и прогревом конкретного типа двигателя. Это неприемлемо для однопаливных газовых автомобилей, не имеющих резервной бензиновой системы топливоподачи.

3. Алгоритм пуска ДВС на газовом топливе

Алгоритм пуска на газовом топливе практически такой же, как и на бензине, только имеют свои особенности:

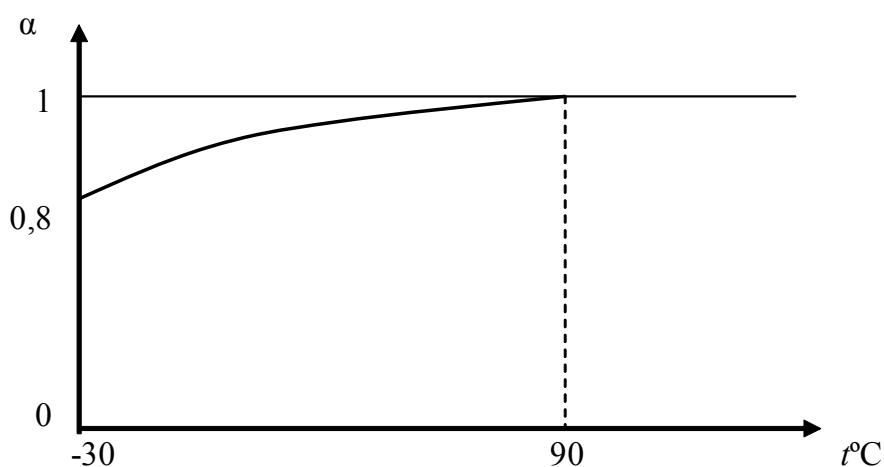


Рис. 1. Изменение состава топливоздушной смеси в зависимости от температуры двигателя при пуске и прогреве на бензине

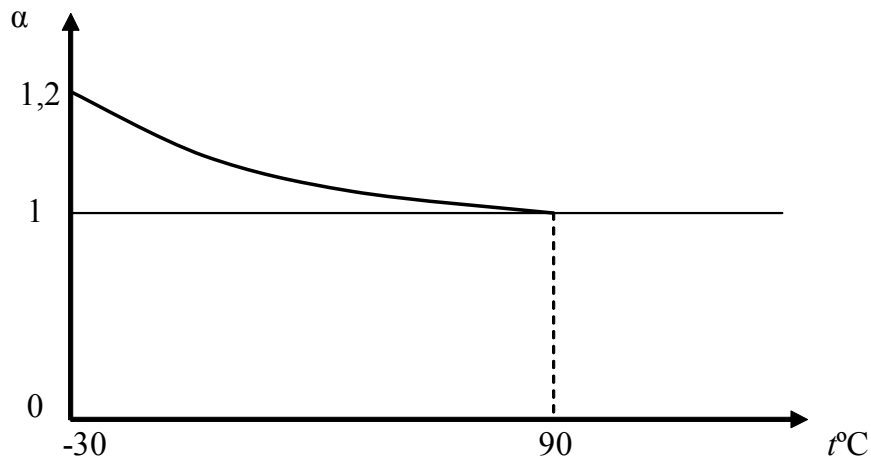


Рис. 2. Изменение состава топливоздушной смеси в зависимости от температуры двигателя при пуске и прогреве на природном газе или пропан-бутане

1. При пуске на газовом топливе частота вращения коленчатого вала нарастает с высокой скоростью. Это может привести к масляному «голоданию» на трущихся поверхностях ШПГ. Поскольку вязкость моторного масла в сильной степени зависит от температуры, то и количество прокачиваемого через ДВС масла будет различным из-за высоких гидравлических сопротивлений масляных каналов. В этом случае для уменьшения износа трущихся поверхностей двигателя необходимо ограничивать скорость нарастания частоты вращения коленчатого вала при пуске путём соответствующего дозирования газа при возрастании частоты вращения, или управлением подачи воздуха в цилиндры (увеличение количества циклового воздуха при нарастании частоты вращения при пуске ДВС снижает скорость её нарастания и наоборот - повышает - за счёт увеличения газовых сил на поршень двигателя в процессе сжатия). В зависимости от начальной температуры ДВС, например от -30°C до $+100^{\circ}\text{C}$, время нарастания частоты вращения коленчатого вала соответственно должно быть примерно от 6 до 2 с.

$$t_{\text{пуска}} = f(T_{\text{двс}}),$$

$$dn / dt = f(T_{\text{двс}}; G_{\text{ц.возд}}),$$

где $t_{\text{пуска}}$ – время от начала прокрутки коленчатого вала стартером до достижения устой-

чивой частоты вращения коленчатого вала на режиме холостого хода; dn / dt – скорость изменения частоты вращения коленчатого вала при пуске; $T_{\text{двс}}$ – температура двигателя; $G_{\text{ц.возд}}$ – цикловой расход воздуха через цилиндр двигателя.

2. Состав газозвушной смеси в зависимости от температуры двигателя при пуске и прогреве изменяется, например, по рис. 2:

$$a = f(T_{\text{двс}}).$$

3. Газовое топливо может иметь широкий диапазон по составляющим его углеводородам и примесям (например, от чистого метана в жидком состоянии до КПГ с содержанием метана 80...99 %). В этом случае для устойчивого пуска двигателя необходимо использовать алгоритм адаптации к химическому составу газового топлива [3]:

$$G_{\text{ц.газ}} = f(\text{химический состав топлива}),$$

где $G_{\text{ц.газ}}$ – цикловой расход газа.

4. Из-за снижения мощности и крутящего момента двигателя при работе на газе, по сравнению с бензином из-за уменьшения количества воздуха, поступающего в цилиндр в соответствии с объёмным коэффициентом стехиометрии, необходимо увеличить частоту вращения коленчатого вала на режиме холостого хода на газе примерно в относительной пропорции к изменению кру-

тящего момента или мощности. Это связано с механическими потерями на трение в зависимости от температуры ДВС. На прогревом до рабочей температуры двигателе частота вращения коленчатого вала при работе на газе может быть равна частоте при работе на бензине, если достаточно мощности и крутящего момента для устойчивой работы на режиме холостого хода.

$$n_{газ\ xx} / n_{бенз\ xx} = Ne_{бенз\ xx} / Ne_{газ\ xx}$$

$$\text{или } n_{газ\ xx} / n_{бенз\ xx} = M_{бенз\ xx} / M_{газ\ xx},$$

где $n_{газ\ xx}$ – частота вращения коленчатого вала на режиме холостого хода при работе на газе; $n_{бенз\ xx}$ – частота вращения коленчатого вала на режиме холостого хода при работе на бензине; $Ne_{бенз\ xx}$, $M_{бенз\ xx}$ – соответственно, мощность и крутящий момент двигателя при работе на бензине на режиме холостого хода; $Ne_{газ\ xx}$, $M_{газ\ xx}$ – соответственно, мощность и крутящий момент двигателя при работе на газе на режиме холостого хода.

5. В случае, если газ находится в баллоне в жидком состоянии, то обязательное условие пуска двигателя на бензине с последующим его прогревом, например, для пропан-бутана как минимум до $+30^{\circ}\text{C}$, и при достижении соответствующей температуры с автоматическим или ручным переключением на газ.

6. В случае подачи газа в жидком состоянии при пуске двигателя должно быть или достаточно теплоты от элементов ДВС для его испарения во время пуска и прогрева на режиме холостого хода или должна быть дополнительная система с повышенным давлением газа выше линии насыщения и его контролем в зависимости от режима работы двигателя и его температуры. Последнее усложняет и удорожает систему подачи газового топлива.

7. Для улучшения наполнения цилиндров газовой топливной смесью и снижения вероятности «хлопковых» эффектов во впускной системе ДВС необходимо правильно выбрать фазы впрыска газового топлива. Лучшим вариантом является впрыск газа на открытый впускной клапан. Это позволяет, во-первых, использовать энергию перепада

давления газового топлива на форсунке в качестве эжекторного насоса для улучшения наполнения цилиндров газовой топливной смесью [2]. Во-вторых, практически весь газ, поступивший во впускной трубопровод, попадет в цилиндр двигателя, что обеспечит его надёжную «бесхлопковую» работу. На рис. 3 показана наилучшая фаза впрыска газового топлива во впускную трубу двигателя по отношению к фазам открытия и закрытия впускного клапана.

Для снижения потерь газа при продувке цилиндра при одновременно открытых выпускном и впускном клапанах (между φ_1 и φ_2) желательно фазу φ_2 начала впрыска сместить в более позднюю сторону по отношению к фазе φ_1 открытия впускного клапана (рис. 3) и совместить её с фазой закрытия выпускного клапана.

Для снижения количества газового топлива, оставшегося во впускном трубопроводе, фаза φ_3 (рис. 3) конца его впрыска должна закончиться раньше, чем закроется впускной клапан φ_4 , т. к. необходимо время, чтобы весь газ от форсунки через впускной клапан попал в цилиндр двигателя. Это зависит от расстояния от сопла газовой форсунки до впускного клапана, от гидравлического сопротивления впускного трубопровода на этом участке и суммарной скорости движения газовой топливной смеси. Чем больше расстояние от форсунки до клапана, тем раньше необходимо заканчивать впрыск газа по отношению к фазе закрытия впускного клапана, и наоборот. Чем ближе расположена форсунка к впускному клапану, тем более широкий импульс ($\varphi_3 - \varphi_2$) можно получить для впрыска газового топлива во впускной трубопровод, т. к. время движения газа до клапана снижается. Для выполнения этих условий необходимо правильно выбрать расходную характеристику газовой форсунки в точках динамической и статической настройки [4], которые определяют весь рабочий диапазон режимов ДВС от минимальной частоты вращения коленчатого вала без нагрузки до максимальной частоты и максимальной нагрузки.

8. Подача газового топлива должна осуществляться в зависимости от его темпера-

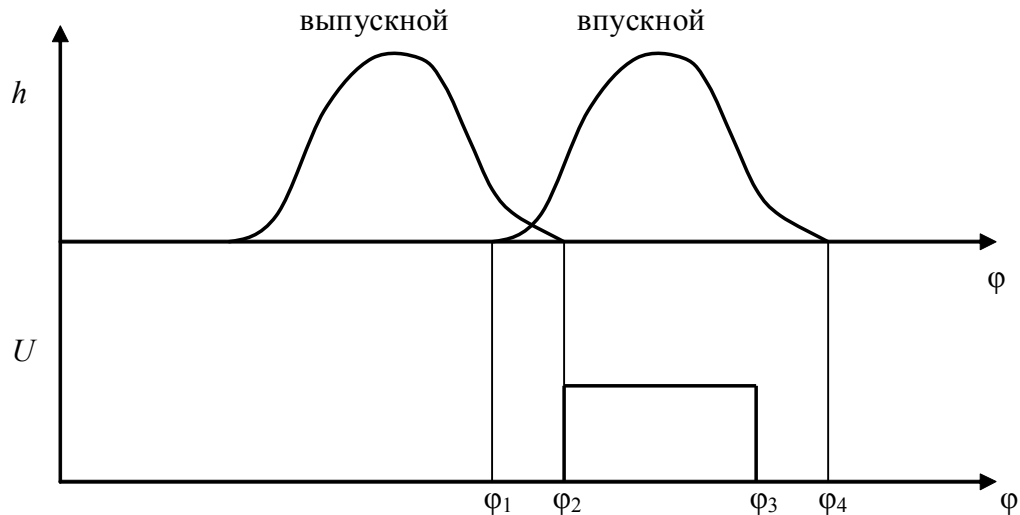


Рис. 3. Схема фаз открытия и закрытия впускного клапана и впрыска газового топлива по углу положения коленчатого вала во впускной трубопровод ДВС:
 h – высота подъема впускного клапана; U – напряжение питания клапана газовой форсунки;
 φ – угол положения коленчатого вала

туры и давления в рампе перед форсунками, т.к. при их работе возникают значительные колебания давления. Амплитуда колебания давления газа в рампе форсунок зависит от типа впрыска (асинхронный, одновременный, попарно параллельный, фазированный), т. е. от количества одновременно открытых клапанов форсунок. Эта амплитуда может иметь значения от 0,01 до 0,1 МПа в зависимости от расхода и уровня давления газа в рампе. Изменение перепада давления газа на форсунках приводит к изменениям расхода газа, что важно учитывать для правильного его дозирования во время пуска с получением необходимого состава газоздушной смеси в цилиндрах двигателя. Кроме этого, по длине газовой рампы появляются стоячие волны давления, что приводит к увеличению разности расходов газа по отдельным форсункам и повышению токсичности отработавших газов. Это можно учесть в алгоритме управления путём введения специальных коэффициентов коррекции газовой подачи в отдельных форсунках по результатам испытаний в зависимости от частоты вращения коленчатого вала и расхода воздуха в процессе пуска двигателя. Поскольку топливо подается через форсунки в газообразном состоянии, то из-за объёмного расхода скорость заполнения трубопроводов газом низкая, при

этом происходит вытеснение воздуха или азота при первом пуске после монтажа газовой аппаратуры на автомобиль. В этом случае скорость нарастания давления газа перед форсунками значительно ниже, чем у жидкого топлива. Это приводит к затягиванию процесса пуска по времени, т.к. коэффициент коррекции топливоподачи увеличит время открытого состояния газовых форсунок и приведёт к ещё большему провалу давления газа в рампе и большей амплитуде колебаний давления в ней.

Плотность газового топлива зависит также от температуры, и поэтому коррекция его расхода также необходима при пуске двигателя. Особенно это важно, если газовое топливо находилось в жидкой фазе, а после прохождения испарителя - в газовой фазе. При приближении к линии насыщения газа при его испарении появляются значительные флуктуации плотности по его объёму, что сложно учесть при дозировании расхода через газовые форсунки. Поэтому рекомендуется прогреть двигатель на бензине до температуры газового редуктора-испарителя не ниже $+30^{\circ}\text{C}$ с последующим переходом на пропан-бутан. Для сжиженного метана или водорода эта температура значительно ниже, т.к. линия насыщения для них находится в области криогенных температур (для метана

ниже -160°C , а для водорода ниже -253°C). Цикловое время впрыска газового топлива при пуске с учётом коррекции можно представить в следующем виде:

$$t_u = t_{u_{\text{нп}}} + t_p,$$

где $t_{u_{\text{нп}}}$ – цикловое время впрыска газа через электромагнитные форсунки при нормальных условиях, например, при $T=293,15^{\circ}\text{K}$ и $P=0,1$ МПа; $t_p = f(p; T)$ – время коррекции впрыска является функцией плотности газового топлива или температуры и давления.

Применение датчиков давления и температуры газа в рампе форсунок позволяет выполнять коррекцию топливоподдачи также и при снижении давления газа, из-за уменьшения его количества в баллоне до минимального значения, что, в свою очередь, увеличивает выработку газа из баллона, а значит и увеличивает пробег автомобиля на газовом топливе.

9. При впрыске газового топлива как в газообразном, так и в жидком состоянии при пуске двигателя не образуется топливной плёнки на внутренних поверхностях впускного воздушного трубопровода и на стенках камеры сгорания. В случае пуска со второй, третьей или последующих попыток (по ГОСТ допускается три попытки нормального пуска двигателя) в алгоритм управления двигателем не требуется вводить коррекцию газовой подачи в виду отсутствия топливной пленки, в отличие от повторных пусков на бензине. Оставшееся количество газа в газообразном состоянии в цилиндре (при отсутствии воспламенения) практически можно оценить и учесть в алгоритме управления двигателем по степени наполнения цилиндров газовой смесью и последующим её удалением из цилиндра через выпускные клапаны.

10. Одним из путей улучшения наполнения цилиндров газовой смесью и управления процессом пуска ДВС является использование электропривода (электромагнитных клапанов) выпускного и впускного клапанов. Это позволяет с помощью программы управления двигателем во время раскрутки коленчатого вала убрать режим продувки цилиндров, т. е. изменять фазы закры-

тия выпускного и открытия впускного клапанов таким образом, чтобы не было их одновременно открытого состояния. В этом случае уменьшаются потери газового топлива, снижается количество выбросов углеводородов в отработавших газах и повышается безопасность пуска из-за устранения вероятности «хлопка» в выпускной системе двигателя. Использование электропривода клапанов позволяет управлять скоростью нарастания частоты вращения коленчатого вала при пуске двигателя путём изменения фаз открытия и закрытия выпускного и впускного клапанов. Например, если раньше открыть выпускной клапан, то давление в камере сгорания снизится тоже раньше и соответственно уменьшатся силы давления на поршень. Это приведёт к снижению скорости нарастания частоты вращения коленчатого вала. Уменьшение ширины фазы открытого состояния впускного клапана приведёт к снижению наполнения цилиндра газовой смесью, что снизит газодинамические силы при сжатии. Это увеличит скорость нарастания частоты вращения коленчатого вала при пуске двигателя.

4. Развитие алгоритма управления при пуске ДВС на газовом топливе

Основные причины неустойчивого пуска ДВС или его отсутствие возникают при неисправности его элементов, элементов топливной системы или датчиков системы электронного управления:

- нарушение подачи газового топлива, например, из-за изменения расходных характеристик газовых форсунок или газового редуктора в процессе эксплуатации, отклонений в показаниях датчика массового расхода воздуха, из-за изменения наполнения цилиндров газовой смесью в процессе износа поршневой группы и впускных и выпускных клапанов и т. д.;

- плохое качество газового топлива из-за содержания большого количества механических примесей и жидкого конденсата;

- различный химический состав газового топлива из-за различных его месторождений или изготовителей и поставщиков;

- неисправности в системе зажигания;

- частота вращения коленчатого вала при прокрутке, недостаточная для пуска ДВС из-за пониженного напряжения в аккумуляторной батарее или высокой вязкости моторного масла при отрицательных температурах окружающего воздуха и т. д.

При пуске ДВС первые четыре причины практически невозможно разделить, не имея дополнительных контрольных датчиков, и поэтому для них решение по алгоритму адаптации топливоподачи при пуске можно объединить. Пятую причину можно идентифицировать с помощью датчика положения коленчатого вала, имеющего чувствительность к низкой частоте вращения.

Соответственно совершенствовать алгоритм пуска необходимо при вышеназванных отклонениях. При пуске ДВС из-за того, что датчик кислорода начинает выдавать рабочий сигнал только после его прогрева до рабочей температуры, а датчик расхода воздуха имеет свой порог чувствительности, невозможно определить, бедная или богатая газоздушная смесь поступает в цилиндры. Поэтому обычно газовая подача при пуске осуществляется по средним таблицам расхода воздуха в зависимости от частоты вращения коленчатого вала и температуры двигателя. Более точный расчёт газовой подачи можно делать при пуске двигателя по зависимости расхода воздуха от значений измеренного давления и температуры воздуха в его впускной системе. Соответственно алгоритм адаптации пуска можно построить следующим образом:

- ввести счётчик количества пусков ДВС, значение которого сбрасывается до 0 по прохождении заданного времени, например 200...300 с;

- алгоритм изменения газовой подачи необходимо включать не ранее второй или третьей попытки пуска ДВС в течение заданного времени;

- при отсутствии пуска ДВС с первой попытки во второй и последующих попытках организовать подачу газового топлива при пуске так, чтобы она изменялась, например, от бедного к богатому составу смеси до появления устойчивых вспышек в цилиндрах. Наличие устойчивых вспышек в цилин-

драх можно фиксировать по нарастанию частоты вращения коленчатого вала. При этом следует прекратить изменение коэффициента коррекции газовой подачи или его отсутствие;

- сохранить в памяти контроллера значение коэффициента обучения, при котором состоялся пуск ДВС, для последующих его пусков, например, для мультипликативной функции циклового расхода газа:

$$G_{ци\ газ} = G_{ц0\ газ} K_{об} ,$$

где $G_{ци\ газ}$ – значение цикловой подачи газа при i -ом пуске; $G_{ц0\ газ}$ – номинальное значение цикловой подачи газа; $K_{об} = f(n; G_g; t_{двс}; N_g)$ – безразмерный коэффициент обучения, который является функцией частоты вращения коленчатого вала, расхода воздуха G_g через ДВС, его температуры $t_{двс}$ и количества пусков N_g . Эту функцию можно задать в виде линейной характеристики, изменяющейся от 0,5 до 2. Если коэффициент коррекции не достиг своего предельного значения, равного 2, то при последующем неустойчивом пуске он продолжает увеличиваться до этого значения или до значения устойчивого пуска двигателя.

Функцию цикловой подачи газа при i -ом пуске можно задать и в аддитивной форме, например: $G_{ци\ газ} = G_{ц0\ газ} (1 + K_{об})$, где функция коэффициента обучения $K_{об}$ будет изменяться от -0,5 до +1.

При низких значениях частоты вращения коленчатого вала при прокрутке ДВС (его пуске) наполнение цилиндров газоздушной смесью значительно меньше, чем при более высокой частоте. Соответственно будет низким значение давления в камере сгорания в конце процесса сжатия. Это значит, что будут занижены и поцилиндровая мощность, и крутящий момент, что затруднит раскрутку коленчатого вала при пуске ДВС. Для двигателей, не адаптированных по степени сжатия под газовое топливо, это ещё больше усугубит положение при пуске из-за снижения мощности и крутящего момента при переключении с бензина на газовое топливо. В этом случае рекомендуется пуск выполнять на бензине. При пуске на газе возможно реализовать следующий алгоритм:

- при прокрутке коленчатого вала стартером, если частота вращения, например, ниже 60 1/мин, включается алгоритм обеднения газовой смеси при пуске двигателя;

- необходимо так организовать его цикловую подачу, чтобы газоздушная смесь была бедной на 10...20 % в зависимости от частоты прокрутки коленчатого вала. При этом, чем ниже частота, тем больше процент обеднения. В этом случае коэффициент коррекции газовой подачи при пуске задают в зависимости от частоты прокрутки и температуры двигателя;

- при пуске двигателя необходимо управлять углом опережения зажигания в зависимости от параметров, указанных в работе [5].

Одним из перспективных направлений совершенствования двигателя и его пуска при работе на газовом топливе является непосредственный впрыск газа в камеру сгорания в процессе сжатия. В этом случае можно избежать потерь мощности и крутящего момента путём улучшения наполнения цилиндров газоздушной смесью. Но реализация непосредственного впрыска приведёт к усложнению газовой топливной системы и снижению выработки газа из баллона.

Заключение

1. В отличие от пуска на бензине, на процесс пуска двигателя на газовом топливе оказывают влияние дополнительные факторы, которые определяются особенностями его состояния на борту транспортного средства.

2. Для выполнения высоких требований по токсичности отработавших газов прогрев двигателя на газовом топливе необходимо осуществлять при соответствующем обеднении газоздушной смеси, поступающей в цилиндры.

3. В электронном блоке управления показаны особенности алгоритма пуска ДВС на газовом топливе.

4. Даны предложения по развитию алгоритма управления при пусках ДВС на газовом топливе при различных отклонениях от средних параметров топлив, показаний датчиков системы управления и технического состояния двигателя.

Библиографический список

1. Шишков, В. А. Работа системы управления ДВС с искровым зажиганием на газовом топливе при пропусках воспламенения [Текст] / В. А. Шишков // Транспорт на альтернативном топливе. Международный научно-технический журнал. - 2009. - №4. - С.14-21.

2. Шишков, В. А. Использование энергии перепада давления газа на электромагнитных форсунках (эжекция) для улучшения наполнения цилиндров ДВС смесью газового топлива с воздухом [Текст] / В. А. Шишков // Транспорт на альтернативном топливе. Международный научно-технический журнал. - 2009. - №3. - С.31-35.

3. Шишков, В. А. Алгоритм адаптации электронной системы управления ДВС к различным химическим составам газового топлива [Текст] / В. А. Шишков // Транспорт на альтернативном топливе. Международный научно-технический журнал. - 2008. - №1. - С.30-35.

4. Шишков, В. А. Алгоритм управления и диагностики состояния электромагнитных газовых форсунок ДВС с искровым зажиганием [Текст] / В. А. Шишков // АвтоГазоЗаправочный Комплекс + Альтернативное топливо. Международный научно-технический журнал. - 2006. - № 6 (30). - С.46-48.

5. Шишков, В. А. Определение величины увеличения угла опережения зажигания при переключении с бензина на газ в зависимости от скорости горения топливной смеси [Текст] / В. А. Шишков // Транспорт на альтернативном топливе. Международный научно-технический журнал. - 2008. - №3. - С.20-23.

**PECULIARITIES OF STARTING A SPARK-IGNITION
GAS FUEL INTERNAL COMBUSTION ENGINE**

© 2011 V. A. Shishkov

Samara State Aerospace University
named after academician S. P. Korolyov (National Research University)

The paper deals with starting a spark-ignition gas fuel internal combustion engine with an electronic control system. The influence of the engine temperature on the gas supply characteristics during starting and warming up is shown. The basics and peculiarities of the algorithm of starting a gas fuel internal combustion engine with an electronic control system are described.

Internal combustion engine, electronic system of engine control, gas fuel, algorithm, starting an engine.

Информация об авторе

Шишков Владимир Александрович, кандидат технических наук, доцент кафедры машиностроения, Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С. П. Королёва (национальный исследовательский университет), начальник технического отдела ООО «Рекар». E-mail: Vladimir-Shishkov@yandex.ru. Область научных интересов: системы управления ДВС на альтернативных видах топлива.

Shishkov Vladimir Alexandrovitch, candidate of technical sciences, associate professor of the department of mashinostroenie, Samara State Aerospace University named after academician S. P. Korolyov (National Research University). E-mail: Vladimir-Shishkov@yandex.ru. Area of research: control systems of internal combustion engines using alternative kinds of fuel.

СПОСОБ И ТЕХНИЧЕСКИЕ СРЕДСТВА ОЦЕНКИ ДОСТОВЕРНОСТИ ЦИФРОВЫХ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ УГЛА

© 2011 В. М. Гречишников, А. А. Юдин

Самарский государственный аэрокосмический университет
имени академика С. П. Королева (национальный исследовательский университет)

Рассмотрены новый способ контроля достоверности преобразования, основанный на формировании разностного сигнала поверяемого и эталонного преобразователей, и принципы построения устройств контроля достоверности на его основе. Показано, что во всех случаях ошибка контроля достоверности определяется, весом младшего разряда кода эталонного цифрового преобразователя угла. Установлена зависимость между допустимой погрешностью контроля, достоверностью эталонного цифрового преобразователя угла и соотношением количества разрядов эталонного и поверяемого преобразователей.

Способ контроля достоверности преобразования, устройство контроля достоверности, цифровой преобразователь угла.

Введение

Достоверность аналого-цифрового преобразования относится к числу важнейших интегральных показателей точности цифровых преобразователей угла (ЦПУ), характеризующих степень соответствия метрологических характеристик реального n -разрядного преобразователя метрологическим характеристикам идеального n -разрядного квантователя. Задача оценки достоверности часто возникает как на этапе формирования прогнозных оценок достоверности вновь разрабатываемых конструкций ЦПУ, так и на этапе метрологической аттестации реальных преобразователей на различных стадиях их экспериментальной доводки: от макетных образцов до серийных изделий. С математической точки зрения под достоверностью преобразования понимается вероятность того, что суммарная погрешность преобразования не выходит за пределы $\pm 0,5\Delta$ [1]:

$$P = \int_{-0,5\Delta}^{+0,5\Delta} f(\Delta_{\Sigma}) d\Delta_{\Sigma}, \quad (1)$$

где Δ – расчётный шаг квантования ЦПУ, $f(\Delta_{\Sigma})$ – плотность распределения суммарной погрешности на выходе преобразователя. В общем случае $f(\Delta_{\Sigma}) = f(\Delta_{кв}) * f(\Delta_u)$ – композиция плотности распределения мето-

дической погрешности квантования $\Delta_{кв}$ и инструментальной погрешности Δ_u . Из (1) следует, что достоверность преобразования по существу определяет значение доверительной вероятности нахождения суммарной погрешности в доверительном интервале $\pm\Delta$.

Для идеального квантователя плотность распределения инструментальной погрешности можно представить в виде δ -функции:

$$f(\Delta_u) = \begin{cases} 1 & \text{при } \Delta_u = 0, \\ 0 & \text{при } \Delta_u \neq 0, \end{cases} \quad (2)$$

поэтому $f(\Delta_{\Sigma}) = f(\Delta_{кв})$. Из теории аналого-цифрового преобразования известно [1, 3], что $\Delta_{кв}$ подчинена равномерному закону на интервале $\pm 0,5\Delta$, откуда следует, что достоверность любого идеального квантователя равна 1. Поэтому основной задачей в процессе теоретической оценки достоверности является поиск и обоснование аналитического выражения для $f(\Delta_u)$. Ввиду сложности данной задачи обычно принимают закон распределения Δ_u нормальным [3]. Его числовые характеристики устанавливаются на ос-

новании априорной информации, приводимой в справочной литературе [1]. Однако такой подход не отражает в должной мере особенностей внутренних механизмов формирования и случайного внешнего проявления инструментальной погрешности, что приводит к недостаточной надёжности получаемых оценок достоверности.

В связи с этим рассмотрим:

- новый подход к оценке достоверности (способ), основанный на использовании обобщённой математической модели аналого-цифрового преобразования;

- принцип построения (структурная схема) устройства контроля достоверности, позволяющего перейти (преобразовать) от рассмотрения многоразрядного цифрового сигнала на выходе ЦПУ к анализу аналогового квантованного сигнала с эквивалентными информационными и метрологическими свойствами.

Способ оценки достоверности преобразования ЦПУ с использованием их обобщённой математической модели

Предлагаемый способ заключается в последовательном выполнении следующих операций:

- 1) формирование функции преобразования идеального ЦПУ;
- 2) формирование функции преобразования реального ЦПУ;
- 3) нахождения модуля разности этих характеристик;
- 4) формирование числового массива инструментальных погрешностей;
- 5) вычисление достоверности преобразования как вероятности нахождения погрешности преобразования в пределах $\pm\Delta$.

Отметим, что реализация рассматриваемого способа оценки достоверности возможна как программными, так и аппаратными средствами.

При моделировании достоверности ЦПУ необходимо иметь в виду следующие обстоятельства.

В самом общем случае числовой эквивалент измеряемого сигнала на выходе любого АЦП равен:

$$N(x) = \sum_{i=1}^n a_i(x)q_i, \tag{3}$$

где $a_i(x)$ - значения разрядных цифр выходного кода, представляющие собой логические функции непрерывного аргумента – измеряемой величины x , $a_i(x) = \overline{0, 1}$; q_i - значение весового коэффициента; n – число разрядов преобразователя.

В состав любого ЦПУ входят аналоговые, аналого-цифровые и логические функциональные элементы. В [2] показано, что обобщённая математическая модель реального ЦПУ может быть представлена в виде

$$N_p(x) = \sum_{i=1}^n F_i[V(x, c^0, \Delta c)]q_i, \tag{4}$$

где c^0 - совокупность номинальных значений конструктивных параметров, Δc - совокупность отклонений конструктивных параметров (погрешностей) от номинальных значений, V - совокупность выходных сигналов реальных компараторов, которые в определённых сочетаниях используются в качестве аргументов функций F_i , отображающих логический алгоритм формирования i -го разряда выходного кода.

Для ЦПУ, вырабатывающих выходной сигнал в двоичном коде, $q_i = 2^{i-1}$. Полагая в

(4) $\Delta c = 0$, $V = V^0$, получим модель идеального ЦПУ:

$$N_u(x) = \sum_{i=1}^n F_i[V^0(x, c_a^0)]q_i, \tag{5}$$

где V^0 - выходные сигналы идеальных компараторов.

В нормальных условиях для каждого отдельного кванта инструментальная погрешность рассматривается как систематическая, а по всему множеству квантов (во всём диапазоне измерения) – как случайная величина. График функции преобразования идеального квантователя показан на рис. 1, a сплошной жирной линией, а функция преобразования реального ЦПУ, найденная по

(4) при $\Delta c \neq 0$, показана пунктиром. На рис. 1,б приведён график суммарной погрешности идеального преобразователя, найденный как

$$\Delta N_1 = N_u(x) - N(x), \tag{7}$$

где $N(x) = \lim_{\Delta \rightarrow 0} N_u(x)$ - линейная функция.

Из графика видно, что она никогда не выходит за пределы $\pm 0,5$ кванта. Для реального преобразователя значение суммарной погрешности:

$$\Delta N_2 = N_p(x) - x \tag{8}$$

может значительно превышать (для некоторых типов ЦПУ в несколько раз) значение методической погрешности идеального n -разрядного квантователя (рис. 1,в) [2, 3].

Если максимальное значение суммарной погрешности превышает значение шага квантования, то это приводит к недо-

стоности младшего разряда и потере одного бита информации на выходе ЦПУ. Поскольку суммарная погрешность является случайной величиной, то не все её значения выходят за границы интервала $\pm 0,5$ кванта.

Числовой массив значений общей погрешности преобразования может быть найден путём вычисления разности

$$\Delta N_3 = N_p(x) - N_u(x), \Delta N_3 \in \overline{0,1}. \tag{9}$$

Она представляет собой последовательность прямоугольных импульсов с амплитудой, равной единице, полярность которых определяет знак инструментальной погрешности, а «длительность» – абсолютную величину (рис. 1,г).

Оценку достоверности ΔN_3 можно получить согласно [2, 3]:

$$P = 1 - \frac{\int_0^{360} |\Delta N_3(x)| dx}{360}. \tag{10}$$

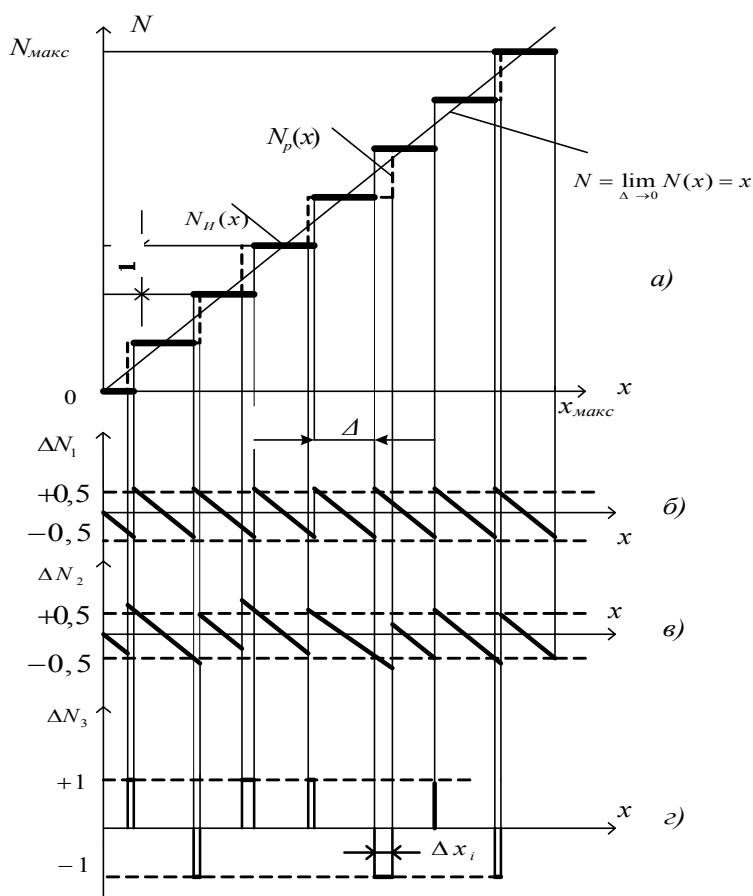


Рис. 1. Способ определения достоверности аналого-цифрового преобразования

Числитель выражения (10) представляет собой сумму поддиапазонов, в пределах которых, суммарная погрешность выходит за пределы $\pm 0,5$ кванта.

Выражая интеграл через конечные приращения, получим

$$P = 1 - \frac{\sum_{i=1}^m |\Delta x_i|}{360}, \quad (11)$$

где $|\Delta x_i|$ - модуль погрешности воспроизведения i -го уровня квантования; m - общее число уровней квантования во всем диапазоне преобразования. Полагая в (11)

$|\Delta x_i| = const = \Delta x_{cp}$ и учитывая, что

$$\Delta x_{cp} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m |\Delta x_i|,$$

получим $360(1 - P) = m\Delta x_{cp}$, откуда, с учетом $m = 2^n$, следует выражение:

$$\Delta x_{cp} = \frac{1 - P}{2^n} 360, \quad (12)$$

позволяющее определить допустимое среднее значение инструментальной погрешности Δx_{cp} , исходя из заданных значений n и P .

Графики, построенные по (12), приведены на рис. 2.

Представим $\Delta x_{cp} = k_\alpha \Delta$, где k_α - коэффициент, устанавливающий соотношение между «средневыпрямленным» значением инструментальной погрешности и расчетным шагом квантования $\Delta = \frac{360}{2^n}$. Тогда с учётом (12) получим выражение для расчёта значения коэффициента k_α при заданной достоверности преобразования:

$$k_\alpha = \frac{\Delta x_{cp}}{\Delta} = (1 - P). \quad (13)$$

Из последнего выражения видно, что чем выше требования к достоверности преобразования, тем меньше должна быть величина Δx_{cp} . В частности, при $P = 1$ значение Δx_{cp} должно быть равно нулю, что соответствует идеальному квантователю.

В процессе оценки достоверности погрешности воспроизведения уровней квантования значения Δx_i на ЭВМ (11) можно выразить по аналогии с классическим методом цифрового измерения временных интервалов через число t_i модельных шагов Δx_0 , укладываемых на интервале Δx_i : $\Delta x_i = \Delta x_0 t_i$.

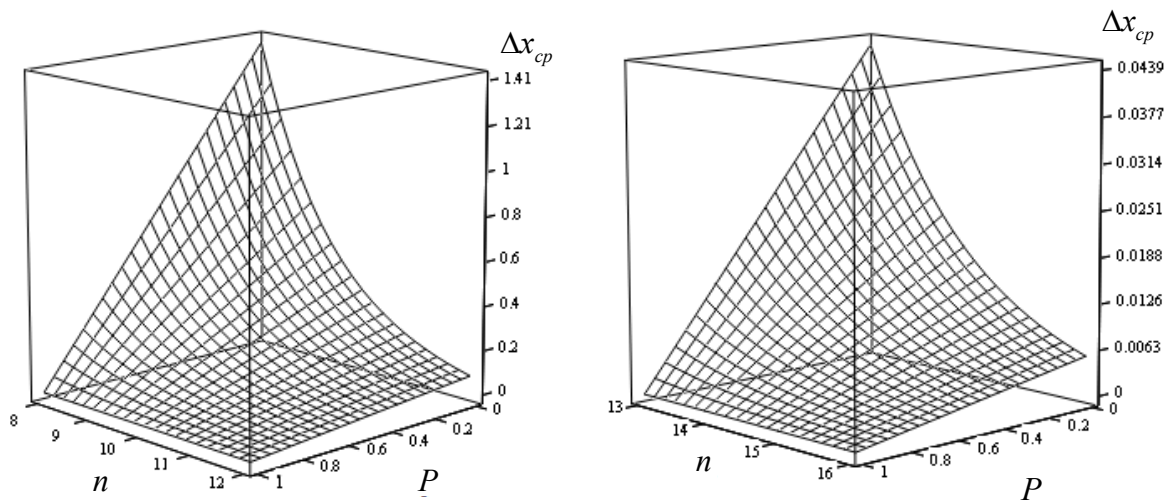


Рис. 2. Графики допустимой инструментальной погрешности в зависимости от заданного числа разрядов и достоверности преобразования

Тогда

$$P = 1 - \frac{\Delta x_0 \sum_{i=1}^m t_i}{360} \quad (14)$$

Выражение (14) определяет принципы построения технических средств инструментального контроля достоверности ЦПУ в ходе их метрологической аттестации.

Устройства контроля достоверности ЦПУ

Микропроцессорное устройство контроля достоверности ЦПУ, использующее цифро-аналоговые преобразователи (ЦАП), представлено на рис. 3. Оно содержит оптическую делительную головку (ОДГ) со сквозным валом, торцы которого кинематически жёстко связаны с измерительными валами эталонного ЦПУ_э и поверяемого ЦПУ_п. Перед проверкой показания обоих датчиков выставляются на ноль. Выходной код ЦПУ_п в виде *n*-разрядного параллельного двоичного кода подаётся на цифро-аналоговый преобразователь ЦАП 1. На ЦАП 2 подаются *k* старших разрядов *n*_э-разрядного кода с ЦПУ_э (*n*_э > *n*). Выходные сигналы ЦАП вычитаются в дифференциальном усилителе (ДУ). В результате на выходе ДУ формируется последовательность разнополярных импульсов, длительности которых определяют абсолютную вели-

чину погрешностей воспроизведения *i*-х квантов, а полярность определяет знак этих погрешностей. После выпрямления разностного сигнала с помощью выпрямителя В формируется последовательность однополярных импульсов $\{|\Delta_i|\}$, длительности которых с помощью логического элемента 2И и счётчика импульсов (СЧИ) измеряются по числу заполняющих их периодов сигнала, формируемого в младшем разряде эталонного преобразователя. При повороте вала ОДГ на 360° в счётчике СЧИ формируется сумма

$$\sum_{i=1}^m |\Delta_i| = T_{Cч} \sum_{i=1}^m t_i, \quad (15)$$

где $T_{Cч}$ - пространственный период изменения сигнала в младшем разряде эталонного ЦПУ; t_i - число импульсов младшего разряда эталонного ЦПУ, соответствующих длительности импульса Δ_i .

Диапазон преобразования можно представить в виде $360 = N \cdot T_{Cч}$, где *N* - число периодов изменения сигнала в младшем разряде эталонного ЦПУ во всём диапазоне преобразования.

Вводя в микропроцессорное устройство (МПУ) полученные числовые значения

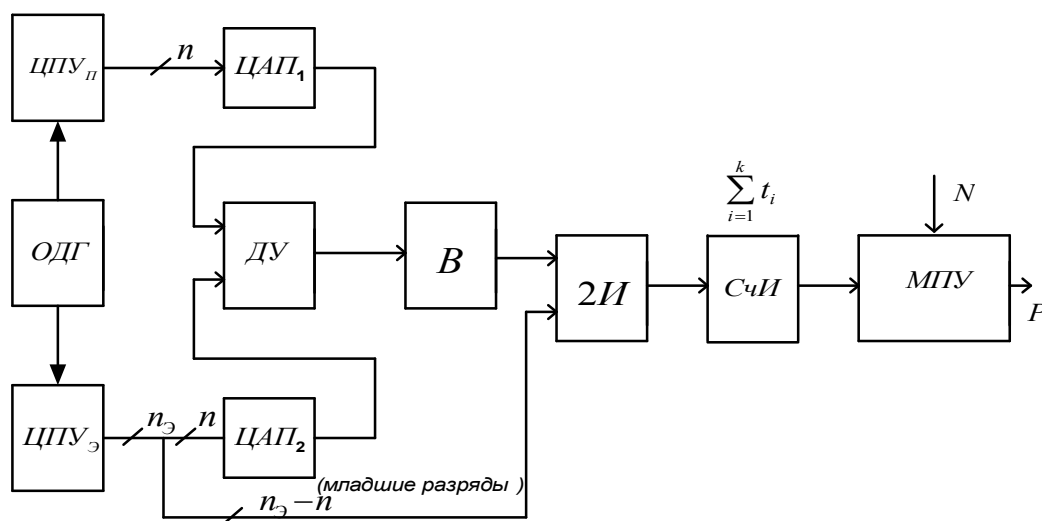


Рис. 3. Устройство контроля достоверности с использованием ЦАП

$T_{Cч} \cdot \sum_{i=1}^k t_i$ и $N_{T_{Cч}}$, вычисляют значение достоверности преобразователя ЦПУ_п по формуле:

$$P = 1 - \frac{\sum_{i=1}^m t_i}{N} \quad (16)$$

Другой разновидностью микропроцессорных схем контроля достоверности является полностью цифровое устройство, показанное на рис. 4. Цифровые коды поверяемого и эталонного ЦПУ параллельно подаются на n -входовую схему сравнения кодов (ССК) и блок вычитания (БВ). К первой группе входов (верхней по схеме) подключаются в порядке возрастания веса разрядные шины поверяемого ЦПУ. К нижней группе входов в том же порядке подключаются n старших разрядов эталонного преобразователя. С помощью ССК в процессе вращения вала ОДГ выделяются моменты равенства кодов поверяемого и эталонного ЦПУ. На выходе БВ с помощью младших разрядов эталонного преобразователя формируется разность кодов эталонного и поверяемого ЦПУ, которая в момент прихода строба из ССК равна коду инструментальной ошибки в соответствующей точке диапазона преобразования. Знак этой разности определяет знак ошибки. Значение и знак погрешности по сигналу ССК записывается в регистр памяти (РП), после чего по запросу микропроцессора через интерфейс ввода (ИВв) передается в оператив-

ную память МПУ. При повороте вала на 360° в памяти МПУ формируется числовой массив погрешностей, после обработки которого определяется искомое значение достоверности по формуле:

$$P = 1 - \frac{\sum_{i=1}^m \left(\sum_{j=0}^{n_3-n-1} a_j 2^j \right) t_i}{N} \quad (17)$$

Таким образом, рассмотренные устройства позволяют реализовать способ контроля оценки достоверности преобразования реальных ЦПУ.

Анализ погрешности контроля достоверности ЦПУ

Проанализируем погрешность измерения достоверности на примере устройства, показанного на рис. 3. В соответствии с [3] для расчёта абсолютной погрешности можно воспользоваться формулой для погрешности косвенных измерений. Тогда с учётом (16) получим:

$$\Delta P = \sum_{i=1}^m \frac{\partial P}{\partial t_i} \Delta t_i + \frac{\partial P}{\partial N} \Delta N \quad (18)$$

Нетрудно заметить, что первый член выражения (18) равен $\sum_{i=1}^m \frac{\partial P}{\partial t_i} \Delta t_i = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^m \Delta_i$, где Δ_i - методическая погрешность дискретизации, вызванная возможностью потери одного импульса на измеряемом интервале

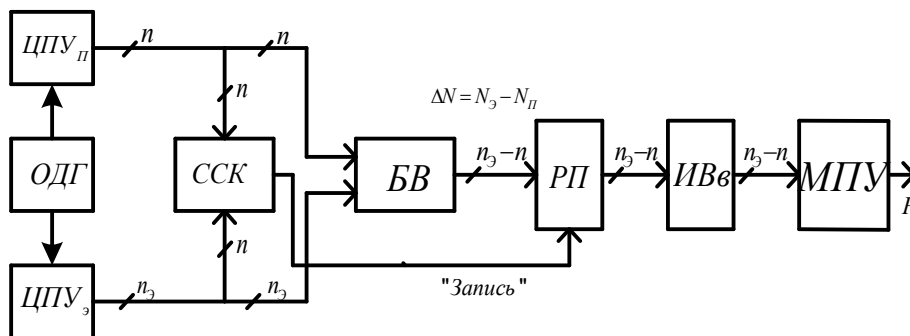


Рис. 4. Устройство контроля достоверности на основе схемы сравнения кодов

Δ_i . Поэтому естественно предположить, что все $\Delta_i = 1$. Отсюда следует, что

$$\frac{1}{N} \sum_{i=1}^m \Delta t_i = \frac{m}{N}, \quad (19)$$

где $m = 2^{n_{II}}$ – число уровней квантования поверяемого преобразователя, n_{II} – информационная ёмкость поверяемого преобразователя.

Второй член выражения (18) равен:

$$\frac{\partial P}{\partial N} \Delta N = -\frac{1}{N^2} \sum_{i=1}^m t_i. \quad (20)$$

После преобразований получим:

$$\frac{\partial P}{\partial N} \Delta N = -\frac{1}{N} \left(\frac{1}{N} \sum_{i=1}^m t_i + 1 - 1 \right) = \frac{1}{N} (1 - P). \quad (21)$$

Величина $(1-P)$ изменяется в диапазоне $0 \dots 1$, поэтому при достаточно больших значениях N данная погрешность пренебрежимо мала. Поэтому выражение для погрешности можно представить простым соотношением $\Delta P = \frac{m}{N}$ или

$$\Delta P = \frac{m}{N} \quad \text{или}$$

$$\Delta P = \frac{2^{n_{II}}}{2^{n_{\text{Э}}}} = 2^{-\Delta n}, \quad (22)$$

где $\Delta n = n_{\text{Э}} - n_{II}$. Отсюда видно, что погрешность контроля достоверности тем меньше, чем меньше погрешность эталонного преобразователя. Если задано допустимое значение ΔP , то необходимое значение Δn может вычислено по соотношению:

$$\Delta n = \log_2 \left(\frac{1}{\Delta P_{\text{дон}}} \right). \quad (23)$$

С учётом достоверности эталонного преобразователя $P_{\text{Э}}$ выражение для абсолютной погрешности можно записать в виде [1]

$$\Delta P = \frac{k}{P_{\text{Э}} N}, \quad \text{откуда}$$

$$\Delta^* n = \log_2 \left(\frac{1}{P_{\text{Э}} \Delta P_{\text{дон}}} \right). \quad (24)$$

Последнее выражение определяет необходимое соотношение между информационными характеристиками эталонного и поверяемого преобразователей исходя из требуемой погрешности контроля достоверности с учётом достоверности выходного кода эталонного преобразователя. Графики зависимости (24) для различных значений $P_{\text{Э}}$ приведены на рис. 5.

Выводы

1. Предложен и теоретически обоснован способ контроля достоверности преобразования, основанный на вычислении значения достоверности с использованием функции разности идеального и реального ЦПУ.

2. Рассмотрены принципы построения двух вариантов микропроцессорных устройств контроля достоверности, основанных на формировании разностных сигналов с использованием цифро-аналоговых преобразователей и схем сравнения кодов.

3. Показано, что во всех случаях ошибка контроля достоверности определяется, в основном, весом младшего разряда кода эталонного ЦПУ.

4. Установлены зависимости между допустимой погрешностью контроля достоверности и соотношением количества разрядов эталонного и поверяемого ЦПУ.

Данная статья подготовлена по результатам проведения поисковой научно-исследовательской работы в рамках реализации Федеральной целевой программы «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2000 – 2013 годы.

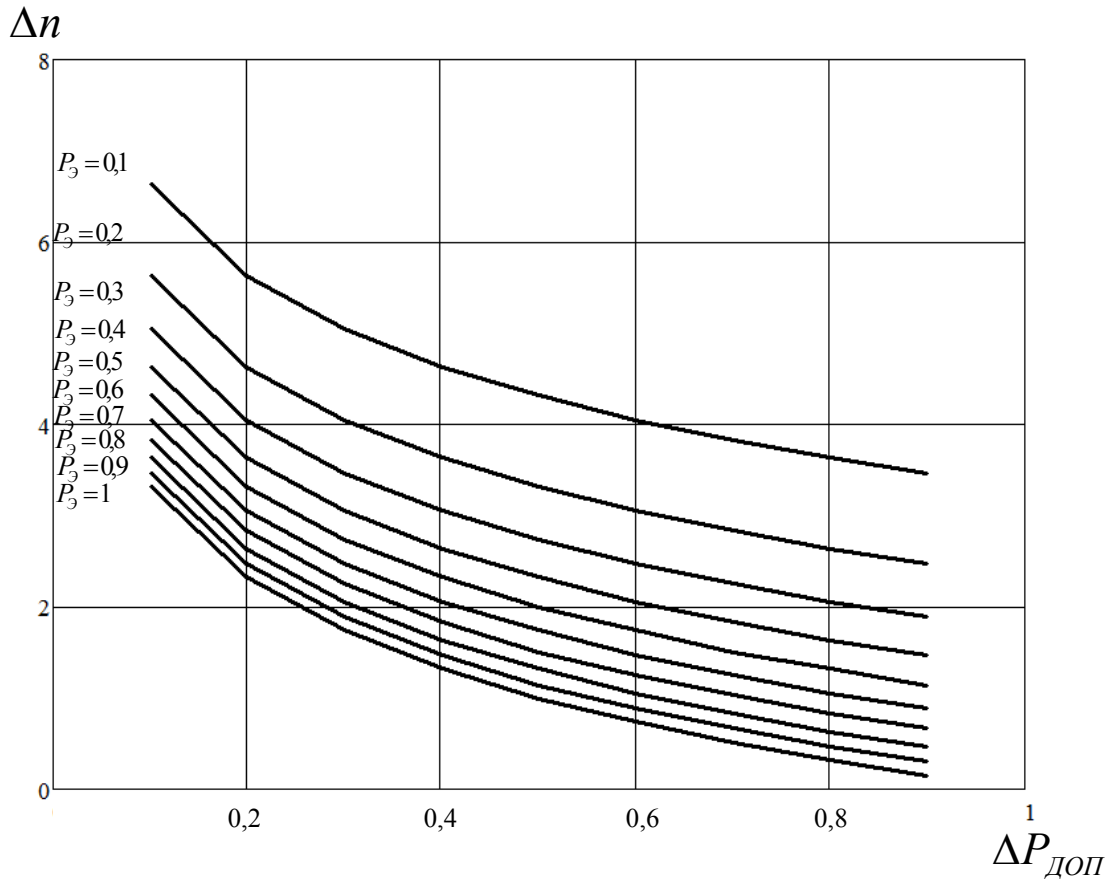


Рис. 5. Зависимость разности между числами разрядов эталонного и поверяемого преобразователей от требуемой точности оценки достоверности

Библиографический список

1. Домрачев, В. Г. Цифровые преобразователи угла. Принципы построения, теория точности, методы контроля [Текст]: / В. Г. Домрачев, Б. С. Мейко. – М.: Энергоатомиздат, 1984. – 328 с.
2. Гречишников, В. М. Обобщенная математическая модель цифровых преобразователей перемещений и методы ее анали-

за [Текст] / В. М. Гречишников, С. В. Гречишников // Вестник Самарского государственного технического университета. Серия «Физико-математические науки» Самара: изд-во СамГТУ. – 1998. – вып.6. – С. 11-119.

3. Гречишников, В. М. Метрология и радиоизмерения [Текст] / В. М. Гречишников: учеб. пособие. – Самара: Изд-во Самар. гос. аэрокосм. ун-та, 2007. – 160 с.

METHOD AND TECHNICAL TOOLS OF ASSESSING THE RELIABILITY OF DIGITAL ANGLE CONVERTERS

© 2011 V. M. Grechishnikov, A. A. Yudin

Samara State Aerospace University
named after academician S. P. Korolyov (National Research University)

The paper presents a new method to control the reliability of conversion based on the formation of a difference signal of the converter being verified and the reference converter. The principles of producing reliability control devices on its basis are also discussed. It is shown that in all cases the reliability control error is determined by the weight of the least significant digit of the reference digital angle converter. The relation between the permissible control error, the reliability of the reference digital angle converter and the ratio of the number of digits of the reference converter and the one being verified is established.

Method of controlling conversion reliability, reliability control device digital angle converter.

Информация об авторах

Гречишников Владимир Михайлович, доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой электротехники, Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С. П. Королёва (национальный исследовательский университет). E-mail: gv@ssau.ru. Область научных интересов: оптоэлектронные и волоконно-оптические преобразователи информации для систем управления и контроля.

Юдин Артём Анатольевич, аспирант кафедры электротехники, Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва (национальный исследовательский университет). E-mail: vip_6k_bkl@mail.ru. Область научных интересов: оптоэлектронные и волоконно-оптические преобразователи информации для систем управления и контроля.

Grechishnikov Vladimir Mikhailovich, doctor of technical science, professor, head of the department of electrical engineering, Samara State Aerospace University named after academician S. P. Korolyov (National Research University). E-mail: gv@ssau.ru. Area of research: optoelectronic and fiber-optical data converters for control systems.

Yudin Artyom Anatolyevitch, post-graduate student of the department of electrical engineering, Samara State Aerospace University named after academician S. P. Korolyov (National Research University). E-mail: vip_6k_bkl@mail.ru. Area of research: optoelectronic and fiber-optical data converters for control systems.

АЛГОРИТМИЧЕСКИЙ МЕТОД ИЗМЕРЕНИЯ МОДУЛЯ СОПРОТИВЛЕНИЯ ПАССИВНОГО КОМПЛЕКСНОГО ДВУХПОЛЮСНИКА

© Г. И. Шаронов, Р. С. Шаманов

Пензенский государственный университет архитектуры и строительства

Предложен алгоритмический метод измерения модуля пассивного комплексного двухполюсника, исключая методическую погрешность его измерения.

Алгоритмический метод измерения, пассивный комплексный двухполюсник, методическая погрешность.

Актуальной задачей косвенных измерений модуля отдельного пассивного комплексного двухполюсника (ПКД) является устранение влияния на результат измерения неизмеряемых двухполюсников измерительной цепи (ИЦ). Например, таких, как внутреннее комплексное сопротивление источника напряжения и входное комплексное сопротивление преобразователя тока.

Известны измерительные цепи на основе пассивных делителей тока, реализующих алгоритмический метод измерения, основанный на изменении конфигурации ИЦ (рис. 1) [1, 2].

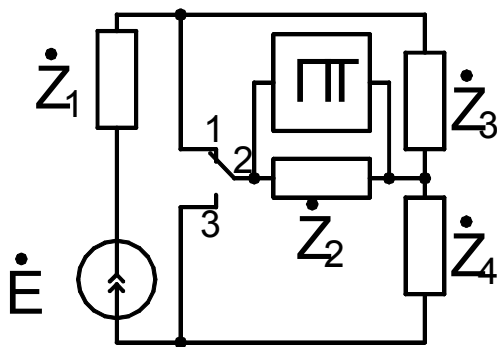


Рис. 1. Измерительная цепь:
 E_0 – источник напряжения с внутренним комплексным сопротивлением Z_1 ; ПТ – преобразователь тока с входным комплексным сопротивлением Z_2 ; Z_3 и Z_4 – исследуемое и образцовое комплексные сопротивления, соответственно

В первом такте измерения (когда контакты 1 и 2 ключа замкнуты) и во втором такте (когда контакты 2 и 3 ключа замкнуты) показания преобразователя тока ПТ соответственно равны:

$$M_1 = nI_1 = \frac{EZ_3}{Z_1(Z_2 + Z_3) + Z_2Z_3 + Z_4(Z_2 + Z_3)}, \quad (1)$$

$$M_2 = nI_2 = \frac{EZ_4}{Z_1(Z_2 + Z_4) + Z_2Z_4 + Z_3(Z_2 + Z_4)}, \quad (2)$$

где E – ЭДС источника напряжения; M_1, M_2 – соответственно показания преобразователя тока в первом и втором такте преобразования; n – коэффициент передачи преобразователя тока; I_1, I_2 – соответственно токи через преобразователь тока в первом и втором тактах преобразования.

Модуль измеряемого Z_3 определяется по формуле

$$Z_3 = Z_4 \frac{I_1}{I_2} \cdot \frac{Z_1(Z_2 + Z_4) + Z_2Z_4 + Z_3(Z_2 + Z_4)}{Z_1(Z_2 + Z_3) + Z_2Z_3 + Z_4(Z_2 + Z_3)}. \quad (3)$$

Очевидно, рассмотренному алгоритмическому методу присуща методическая погрешность

$$\delta = 1 - \frac{Z_4 I_1}{Z_3 I_2} \cdot \frac{Z_1(Z_2 + Z_4) + Z_2Z_4 + Z_3(Z_2 + Z_4)}{Z_1(Z_2 + Z_3) + Z_2Z_3 + Z_4(Z_2 + Z_3)}, \quad (4)$$

обусловленная ненулевым значением внутреннего комплексного сопротивления Z_1 источника напряжения и входного комплексного сопротивления Z_2 преобразователя тока.

Известен алгоритмический метод измерения параметров ПКД на основе итерационного алгоритма [3], при котором в первом такте измерения производят аналогично измерительному алгоритму, рассмотренному выше. Затем, на основе полученной информации

$$\frac{I_2}{I_1}$$

синтезируется образцовая ветвь, дополняющая цепь, образованную измеряемым ПКД Z_3 и образцовым ПКД Z_4 , например, до моста Максвелла-Вина или Оуэна. Аналогично в третьем и четвертом тактах измеряют значение токов I_3, I_4 через преобразователь тока ПТ, рассчитывают величину модуля образцового двухполюсника и корректируют значение измеряемого модуля ПКД. Данный алгоритм уменьшает рассмотренную выше методическую погрешность, однако при его реализации используется дополнительный набор образцовых комплексных двухполюсников и затрачивается дополнительное время на синтез образцовой вет-

ви и измерение образцового двухполюсника.

Для устранения рассмотренных выше недостатков и методической погрешности рассмотрим измерительные цепи, представленные на рис. 2.

Для анализа измерительных цепей воспользуемся матричным методом, который основан на применении алгебры матриц и некоторых положений топологической теории графов [4].

Составим ненаправленные графы для ИЦ (рис. 2).

Известно, что система контурных уравнений в матричной форме может быть записана в виде

$$[Z][\dot{I}] = [\dot{E}]. \tag{5}$$

Матрица сопротивлений согласно рис. 3,а имеет вид

$$[Z]_{\text{л}} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_0 + Z_1 + Z_4 & -Z_4 \\ -Z_4 & Z_2 + Z_3 + Z_4 \end{bmatrix}. \tag{6}$$

Многомерные векторы контурных токов и напряжений запишем в виде

$$[\dot{I}]_{\text{л}} = [I_{11} \quad I_{21}], \quad [\dot{E}]_{\text{л}} = [E_0 \quad 0], \tag{6}$$

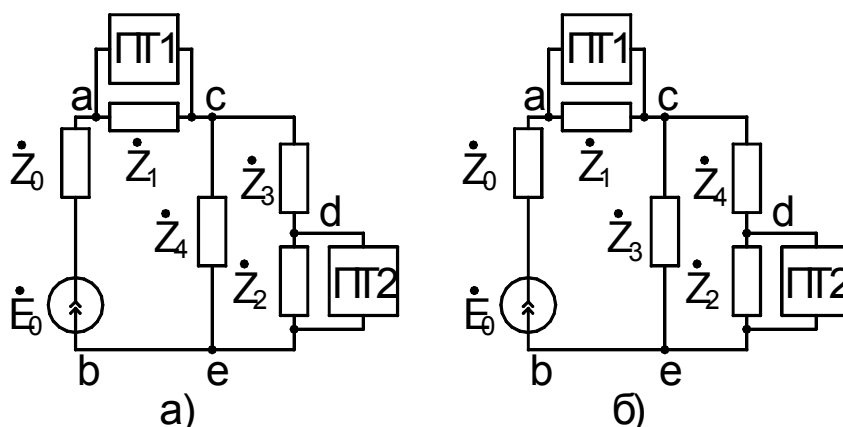


Рис. 2. Измерительные цепи: а) источник напряжения E_0 с внутренним комплексным сопротивлением Z_0 подключен параллельно образцовому ПКД Z_4 ; б) источник напряжения E_0 подключен параллельно исследуемому ПКД Z_3 ; ПТ1, ПТ2 – преобразователи тока с входными комплексными сопротивлениями Z_1 и Z_2

где I_{11} и I_{21} – соответственно токи через первый и второй измерительный прибор; E_0 – ЭДС источника напряжения.

Найдём вектор контурных токов $[\dot{I}]_1$, решив матричное уравнение $[\dot{I}] = [Z]^{-1} [\dot{E}]$ с обратной матрицей сопротивлений вида

$$[Z]_1^{-1} = \frac{1}{\Delta_1} \begin{bmatrix} \Delta_{11} & \Delta_{12} \\ \Delta_{21} & \Delta_{22} \end{bmatrix} = \frac{1}{\Delta_1} \begin{bmatrix} Z_2 + Z_3 + Z_4 & Z_4 \\ Z_4 & Z_0 + Z_1 + Z_4 \end{bmatrix}. \quad (7)$$

Элементами обратной матрицы $[Z]_1^{-1}$ являются алгебраические дополнения Δ_{ij} , делённые на определитель $\Delta_1 = \det[Z]_1$.

С учётом $[Z]_1^{-1}$ составляющие вектора контурных токов имеют вид

$$\dot{I}_{11} = \dot{E}_0 \frac{Z_2 + Z_3 + Z_4}{\Delta_1}, \quad \dot{I}_{21} = \dot{E}_0 \frac{Z_4}{\Delta_1}. \quad (8)$$

Результат измерения запишем в виде

$$\frac{M_{11}}{M_{21}} = \frac{n_1 I_{11}}{n_2 I_{21}} = \frac{n_1 (Z_2 + Z_3 + Z_4)}{n_2 Z_4}, \quad (9)$$

где M_{11} и M_{21} – численные значения токов на выходах ПТ1 и ПТ2; n_1 и n_2 – значения коэффициентов передачи ПТ1 и ПТ2.

Очевидно, рассмотренному варианту измерения присуща методическая погрешность

$$\delta = 1 - \frac{M_{11} n_2 Z_4 - Z_2 - Z_4}{Z_3 M_{21} n_1}, \quad (10)$$

обусловленная ненулевым значением входного сопротивления ПТ2 и неравенством коэффициентов передачи преобразователей тока.

Матрицу сопротивлений согласно рис. 3,б можно записать в виде

$$[Z]_2 = \begin{bmatrix} Z_0 + Z_1 + Z_3 & -Z_3 \\ -Z_3 & Z_2 + Z_3 + Z_4 \end{bmatrix}, \quad (11)$$

обратная матрица сопротивлений имеет вид

$$[Z]_2^{-1} = \frac{1}{\Delta_2} \begin{bmatrix} \Delta_{11} & \Delta_{12} \\ \Delta_{21} & \Delta_{22} \end{bmatrix} = \frac{1}{\Delta_2} \begin{bmatrix} Z_2 + Z_3 + Z_4 & Z_3 \\ Z_3 & Z_0 + Z_1 + Z_3 \end{bmatrix}. \quad (12)$$

В этом случае, умножив обратную матрицу $[Z]_2^{-1}$ на задающий вектор, получим зна-

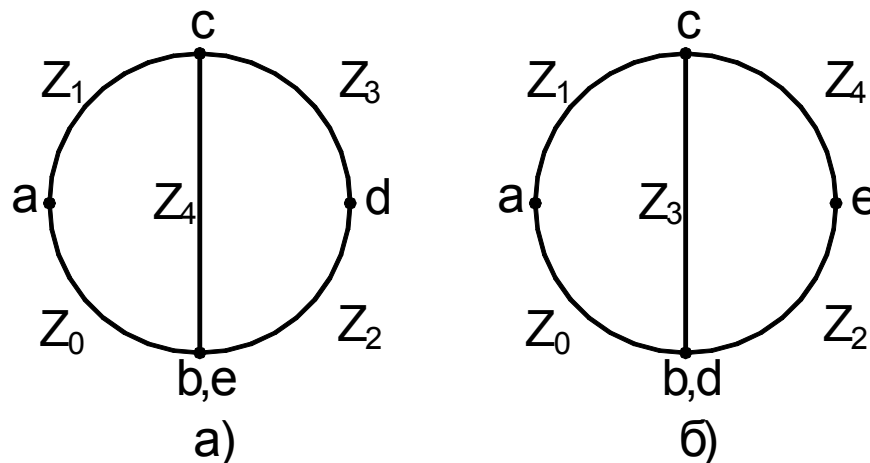


Рис. 3. Ненаправленные графы ИЦ

чения составляющих вектора контурных токов \dot{I}_{12} и \dot{I}_{22} :

$$\dot{I}_{12} = \dot{E}_0 \frac{Z_2 + Z_3 + Z_4}{\Delta_2}, \quad \dot{I}_{21} = \dot{E}_0 \frac{Z_3}{\Delta_2}. \quad (13)$$

Результат измерения с учетом значений токов с выходов ПТ1 и ПТ2 запишем в виде

$$\frac{M_{12}}{M_{22}} = \frac{n_1 I_{12}}{n_2 I_{22}} = \frac{n_1 (Z_2 + Z_3 + Z_4)}{n_2 Z_3}. \quad (14)$$

Очевидно, второму варианту измерения также присуща методическая погрешность

$$\delta = 1 - \frac{M_{11} n_2 Z_4 - Z_2 - Z_4}{Z_3 M_{21} n_1}, \quad (15)$$

обусловленная ненулевым значением входного комплексного сопротивления ПТ2 и неравенством коэффициентов передачи преобразователей тока.

Совместное решение уравнений (9) и (14) позволяет получить величину модуля исследуемого комплексного двухполюсника Z_3 в виде

$$Z_3 = Z_4 \frac{M_{11} M_{22}}{M_{21} M_{12}}, \quad (16)$$

в котором исключена зависимость результата измерения от неизмеряемых параметров Z_0, Z_1, Z_2, n_1, n_2 .

Анализ обратных матриц $[Z]_1^{-1}$ и $[Z]_2^{-1}$ позволяет сделать вывод, что алгебраичес-

кое дополнение Δ_{11} должно быть одинаково для обеих ИЦ, т.е. должно содержать любую сумму одних и тех же двухполюсников. Алгебраические дополнения Δ_{12} и Δ_{21} должны содержать исследуемый двухполюсник Z_3 или образцовый двухполюсник Z_4 . В алгебраическое дополнение Δ_{22} должны входить любые двухполюсники в любой из ИЦ.

Алгоритмический метод, основанный на изменении конфигурации измерительной цепи и измерения общего тока и токов через измеряемый и образцовый двухполюсники, позволяет исключить методическую погрешность, обусловленную ненулевыми значениями внутреннего комплексного сопротивления источника напряжения, входных комплексных сопротивлений измерительных приборов, нестабильностью параметров аналогового тракта преобразования, и позволяет существенно расширить функциональные возможности измерителей параметров пассивных комплексных двухполюсников.

Библиографический список

1. Патент Англии №1572088, МПК G01R27/02, 1980.
2. Патент Англии №2022271, МПК G01R27/02, 1979.
3. АС №1068840 СССР, МПК G01R27/02. Устройство для измерения параметров комплексного двухполюсника (его варианты) / Шаронов Г. И. Заявка № 3434303/18-21; заявл. 21.05.1982; опубли. 23.01.1984, Бюл. № 3.
4. Сигорский В. П. Матрицы и графы в электронике. – М.: Энергия, 1968. – 176 с.

ALGORITHMIC METHOD OF MEASURING OF THE MODULE OF A PASSIVE COMPLEX DIPOLE

© 2011 G. I. Sharonov, R. S. Shamanov

Penza State University of Architecture and Construction

The paper presents an algorithmic method of measuring the module of a passive complex dipole, eliminating the methodological error in measuring the module of a passive complex dipole.

Algorithmic method of measuring, passive complex dipole, methodological error.

Информация об авторах

Шаронов Геннадий Иванович, кандидат технических наук, доцент кафедры «Организация и безопасность движения», Пензенский государственный университет архитектуры и строительства. E-mail: Turboacs@sura.ru. Область научных интересов: информационно-измерительная техника.

Шаманов Роман Сергеевич, ассистент кафедры «Организация и безопасность движения», Пензенский государственный университет архитектуры и строительства. E-mail: Shambox@list.ru. Область научных интересов: информационно-измерительная техника.

Sharonov Gennady Ivanovitch, candidate of technical sciences, associate professor of the department of organization and traffic safety, Penza State University of Architecture and Construction. E-mail: Turboacs@sura.ru. Area of research: information measuring facilities.

Shamanov Roman Sergeevitch, assistant of the department of organization and traffic safety, Penza State University of Architecture and Construction. E-mail: Shambox@list.ru. Area of research: information measuring facilities.

ТРАНСФОРМИРУЕМАЯ ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ТРУБОПРОВОДА

© 2011 В. Н. Гаврилов

Самарский государственный аэрокосмический университет
имени академика С. П. Королёва (национальный исследовательский университет)

Разработана геометрическая модель трубопровода для применения в автоматизированном проектировании топливных систем. Математическое описание построено на применении аппарата R-функций. Функции, описывающие геометрию трубопровода, включают ряд параметров, позволяющих изменять не только форму оси, но и форму сечения (при сохранении его площади).

Модель геометрическая трансформируемая, трубопровод.

В процессе проектирования агрегатных отсеков возникают ситуации, требующие установки новых элементов или перемещения уже размещённых. В автоматизированном проектировании это требует изменения геометрической модели системы. Трансформируемая модель рассчитывается автоматически. Варианты трансформированных моделей предлагаются конструктору для оценки. В его функции входит выбор подходящего варианта из предложенных системой.

Постановка задачи. Необходимость трансформации модели возникает в том случае, когда при перестановке или добавлении агрегата возникает пересечение элементов компоновки. В выбранной геометрической модели элементы описаны R-функциями [1], причём в точках, принадлежащих элементу, R-функция принимает отрицательное значение. Область пересечения элементов описывается R-конъюнкцией всех элементов компоновки. Если существуют точки, переводящие R-конъюнкцию в область отрицательных значений, то в компоновке есть пересекающиеся элементы (причём выбранные точки лежат в зоне пересечения). Таким образом, условие, определяющее необходимость трансформации, запишется в виде

$$\min [\wedge_{\alpha} \mathcal{G}_i(X, Y, Z)]^N < 0, \quad (1)$$

где \mathcal{G}_i - R-функция элемента, i - номер элемента, X, Y, Z - координаты проверяемой

точки, N - число элементов в отсеке, \wedge_{α} - операция R- конъюнкции.

Традиционная функция цели при проектировании летательного аппарата - масса конструкции. В рассматриваемом случае расчёт массы затруднён, но можно с достаточной уверенностью считать, что масса линейно зависит от длины трубопровода, которую легко рассчитать.

Примем функцию цели в следующем виде:

$$F = \sum_i^N l_i(U_j), \quad (2)$$

где l_i - длина элементарного участка трубопровода, U_j - вектор, определяющий длину участка трубопровода.

Переменными при выборе решения являются варианты участков трубопровода, удовлетворяющие условиям функционирования и непересечения. В общем виде задача формулируется следующим образом: найти

$$\min_{E \in G} F, \quad (3)$$

где G - множество вариантов прокладки трубопровода, E - варианты, удовлетворяющие условиям непересечения.

Число рациональных вариантов прокладки трубопровода невелико, и выбор оптимального может быть выполнен простым перебором.

Для пространственного описания геометрического тела использован аппарат R-функций.

Модель использует три вложенные системы координат:

- собственную систему изменяемого фрагмента - xuz ;
- собственную систему геометрического элемента - $\xi\psi\zeta$;
- систему координат отсека - XYZ.

(Расположение фрагмента определяется положением его системы координат относительно элемента. В свою очередь, расположение геометрического элемента в отсеке определяется положением системы координат элемента относительно системы координат отсека).

Параметры, определяющие взаимное положение систем координат:

- координаты центра $U_{0i} (X_i, Y_i, Z_i)$;
- матрица направляющих косинусов осей:

$$L = \begin{pmatrix} l_x & m_x & n_x \\ l_y & m_y & n_y \\ l_z & m_z & n_z \end{pmatrix} \text{ или орты } \mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}. \quad (4)$$

Расчёт R-функций проводится в собственной системе координат элемента. Все расчёты, связанные с определением положе-

ния элемента или получением его чертежа, проводятся в основной системе координат.

В процессе компоновки отсека может возникнуть ситуация, когда проложенный трубопровод мешает размещению других элементов. Конструктору предоставляется два выхода: обойти препятствие или изменить форму сечения трубопровода.

Обход препятствия. Этот вариант трансформации кажется наиболее очевидным и простым в реализации. Возможны два способа реализации обхода (рис. 1):

- обход по границе препятствия (вариант 1а);
- обход с минимизацией длины трубопровода (вариант 1б).

Первый способ можно рассматривать как предельный частный случай второго. Он явно не оптимален по длине трубопровода, но его реализация требует меньшего числа участков трубопровода и позволяет экономить свободное пространство отсека.

Реализация обхода требует определения узлов прокладки новых участков трубопровода ($U_n \dots$ и т. д.). Число узлов и их координаты зависят от формы и размеров препятствия. Первый и последний узлы лежат на исходной оси трубопровода. Направление оси нового участка трубопровода совпадает с направлением исходной оси.

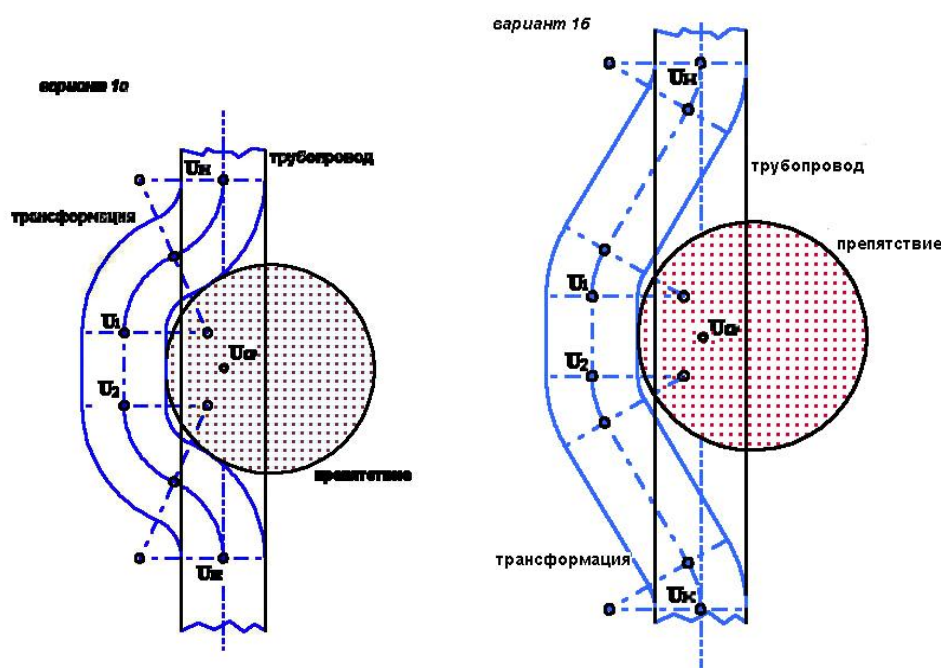


Рис. 1. Параметры трансформации при обходе препятствия

Изменение сечения трубопровода возможно, когда препятствие незначительно перекрывает сечение трубопровода (не более $0.2D$). Цилиндрический участок трубопровода заменяется участком сложной формы, плавно переходящим от цилиндрического сечения к эллиптическому. Принцип трансформации с изменением сечения трубопровода (вариант 2) показан на рис. 2.

Параметры эллиптической вставки: координаты начального и конечного узлов, величина малой полуоси эллипса, угол, задающий направление оси эллипса. Положение участка с изменяемым сечением определяется вектором U_{np} (радиус-вектор препятствия в основной системе координат). Значение R-функции, полученной пересечением компонентуемых тел, в точке, определяемой этим вектором, минимально. При этом агрегат пересекается с участком трубопровода:

$$\xi_{np}^2 + \psi_{np}^2 - D^2/4 < \delta^2, \tag{5}$$

где δ - минимальное допустимое расстояние между элементами компоновки; ξ_{np}, ψ_{np} - координаты препятствия в системе трубопровода ($\Omega = (\xi, \psi, \zeta) = L \cdot U$; L - матрица направляющих косинусов трубопровода).

Площадь сечения трубопровода должна оставаться постоянной:

$$S = \pi D^2/4 = \pi ab, \tag{6}$$

где a, b - большая и малая полуоси эллипса. Следовательно, должно выполняться соотношение $a = D^2/4b$. Наименьшее значение малой полуоси (в районе препятствия) определяется расстоянием до препятствия:

$$b_{min} = \sqrt{\xi_{np}^2 + \psi_{np}^2} - \delta = \Delta - \delta. \tag{7}$$

Направление малой полуоси определяется углом α :

$$\text{tg } \alpha = \xi_{np} / \zeta_{np}. \tag{8}$$

Положение изменяемого элемента в системе координат трубопровода определяется началом новой системы координат (xyz)

$$(\xi = 0, \psi = 0, \zeta = \zeta_{np}) \tag{9}$$

и направляющими косинусами

$$l = \xi_{np} / \psi_{np}, m = \psi_{np} / \xi_{np}, n = 0. \tag{10}$$

Общий алгоритм трансформации строится по следующей схеме:

- анализ пересечения трубопровода с агрегатами, размещёнными в отсеке;
- если обнаружено пересечение, то определение номера агрегата и номера элемента трубопровода, которые пересекаются;
- определение “критической” точки пересечения;
- анализ границ пересечения;

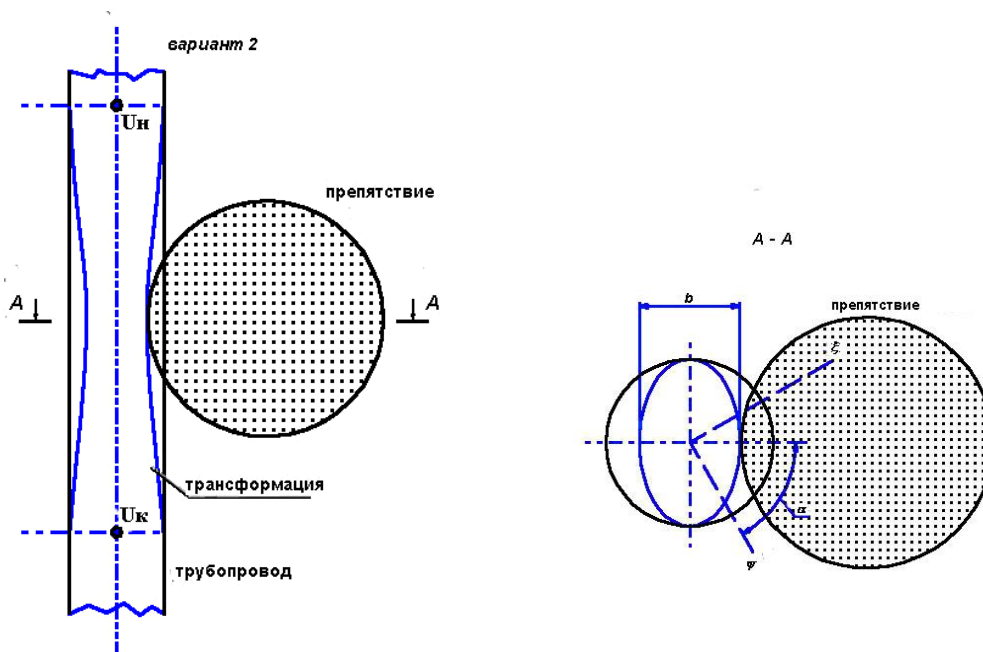


Рис. 2. Трансформация с изменением формы сечения трубопровода

- расчёт необходимого смещения оси трубопровода;
- расчёт минимальной длины перемещаемого участка трубопровода;
- расчёт дополнительных точек трассировки трубопровода;
- трассировка трансформируемого трубопровода и построение его модели.

Центральный алгоритм расчёта трансформируемой модели - анализ пересечения агрегата с трубопроводом. В общем виде алгоритм анализа пересечения можно реализовать в следующем виде:

- построить R-функцию области пересечения трубопровода с множеством (объединением) агрегатов в отсеке;
- найти минимальное значение R-функции в пределах отсека;
- проверить знак полученного значения.

Алгоритм проверки пересечения:

- 1) выбираем очередной агрегат (n);
- 2) выбираем участок трубопровода (i);
- 3) выбираем начальную точку участка трубопровода (U_j);

4) рассчитываем R-функцию агрегата в выбранной точке ($\rho_i(U_j)$). Если её значение больше расстояния до крайней точки участка трубопровода $\rho_i(U_j) > \delta_i(U_j)$ (где $\delta_i(U_j) = \sqrt{h_i^2 + D_i^2/4}$ - для цилиндрического участка и $(2r+D_i)\text{Sin}(\alpha/2)$ - для торового участка), то переходим к п. 2;

5) если значение R-функции меньше радиуса трубопровода $\rho_i(U_j) < D_i/2$, то агрегат пересекается с трубопроводом - запоминаем номера агрегата и участка трубопровода, а также координаты узла входа в область пересечения. Переходим к поиску точки на оси, в которой функция имеет наименьшее значение (это значение равно расстоянию от оси до поверхности агрегата);

6) делаем шаг по оси в направлении конечной точки участка трубопровода ($\zeta + \Delta\zeta$); если $\zeta > h_i$, то переходим к п. 2;

7) повторяем расчёт: если значение R-функции уменьшается, то идём дальше;

8) если значение функции увеличивается, то запоминаем значение R-функции и координаты соответствующего узла;

9) делаем шаг по оси в направлении конечной точки участка трубопровода ($\zeta + \Delta\zeta$)

- если $\zeta > h_i$, то переходим к п. 2; повторяем расчёт, пока выполняется условие $\rho_i(U_j) < D_i/2$; запоминаем координаты узла выхода из области пересечения; переходим к п. 11;

10) если все участки проверены, то переходим к п. 1; если все агрегаты проверены, то пересечения нет;

11) конец расчёта.

R-функции агрегата рассчитываются в собственной системе координат. Для перехода от одной системы координат к другой используются следующие соотношения в векторной форме:

$$\Omega = L \cdot (U - U_n), U = \Omega \cdot L^T + U_n, \quad (11)$$

где $\Omega = (\xi, \psi, \zeta)$ - вектор в собственной системе координат; L^T - транспонированная матрица.

Анализ границ пересечения. В том случае, когда агрегат пересекает трубопровод, необходимо определить направление обхода.

Алгоритм проверки пересечения определяет следующие параметры:

- координату “узкого” места по оси трубопровода (ζ_k);
- расстояние до поверхности пересекающего агрегата (ρ_k);
- номер пересекающего агрегата n .

Вводим полярную систему координат в плоскости, перпендикулярной оси трубопровода с центром в точке (ζ_k). Выбираем точку с полярными координатами (α, ρ_k) и рассчитываем значение R-функции агрегата n в этой точке. Вращая точку с постоянным радиусом ρ_k , находим положение α , при котором абсолютное значение функции минимально. Это положение определяет направление обхода агрегата.

Положение “критической” точки в системе координат трубопровода определяется соотношениями

$$\zeta = \zeta_k, \psi = \rho_k \text{Cos } \alpha, \xi = \rho_k \text{Sin } \alpha. \quad (12)$$

Вариант трансформации зависит от величины ρ_k . При $D/2 > \rho_k > D/6$ возможны любые варианты. В других случаях - только обход препятствия. Координаты центральной точки прокладки трубопровода при обходе:

$$\begin{aligned} \zeta &= \zeta_k, \psi = (\rho_k + D/2 + \varepsilon) \text{Cos } \alpha, \\ \xi &= (\rho_k + D/2 + \varepsilon) \text{Sin } \alpha, \end{aligned} \quad (13)$$

где ε - допустимый зазор между агрегатами.

Для определения граничных точек прокладки трубопровода при обходе применим следующий алгоритм:

- дадим центральной точке прокладки приращение $\zeta_g = \zeta_k + \Delta\zeta$ и рассчитаем R-функцию агрегата n в этой точке;

- если значение R-функции отрицательное, то повторим операцию;

- если значение R-функции положительное, то увеличим полученное значение координаты ζ_g на D и примем его как значение верхней границы;

- значение нижней границы получим аналогично, используя отрицательное приращение координаты ζ .

Введение трансформируемых участков в заранее сформированную модель трубопровода проводится в автоматическом или диалоговом режиме и позволяет исключить непроизводительные затраты времени конструктора при внесении изменений в проект.

Учёт особенностей объекта проектирования позволил свести пространственную задачу к одномерному поиску.

Библиографический список

1. Гаврилов, В. Н. Автоматизированная компоновка приборных отсеков летательных аппаратов [Текст] / В. Н. Гаврилов. - М.: Машиностроение, 1988. - 136 с.

FLEXIBLE GEOMETRICAL MODEL OF PIPELINE

© 2011 V. N. Gavrilov

Samara State Aerospace University
named after academician S. P. Korolyov (National Research University)

A geometric model of a pipeline has been developed for use in automated design of fuel systems. The mathematical description is based on the use of R-function apparatus. The functions that describe the pipeline geometry include a number of parameters which make it possible to change not only the form of the shaft but also that of the section (while retaining its area).

Flexible geometrical model, pipeline.

Информация об авторе

Гаврилов Валерий Николаевич, доктор технических наук, профессор кафедры инженерной графики, Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С. П. Королёва (национальный исследовательский университет). E-mail: vgavr39@mail.ru. Область научных интересов: геометрическое моделирование в машиностроении.

Gavrilov Valeriy Nikolaevich, doctor, professor, department of engineering graphics, Samara State Aerospace University named after academician S. P. Korolyov (National Research University). E-mail: vgavr39@mail.ru. Area of research: geometric modeling in mechanical engineering.

ИДЕНТИФИКАЦИЯ ЭМПИРИЧЕСКИХ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ

© 2011 В. В. Губарев

Новосибирский государственный технический университет

Рассматриваются методы идентификации распределений случайных сигналов: существующие подходы и разные методы упорядочения и автоматического выбора аналитических моделей распределений. Приводятся примеры упорядочения по некоторым методам. Описываются особенности нового многоцелевого метода моделирования идентификации распределений, измерения различных характеристик и имитации случайных сигналов, их вариативного и вектор-моделирования.

Случайные сигналы, функции, процессы, последовательности, распределения вероятностей, идентификация, упорядочение, выбор, моделетка, моделирование, измерение характеристик, имитация.

1. Введение. Постановка задачи

Есть множество задач, где необходимо измерять (для физических величин, сигналов) или оценивать (для математических величин, числовых данных) законы распределения вероятностей мгновенных значений величин [1–18]. Если при этом в качестве исходных (первичных) значений выступают эмпирические данные (результаты измерения мгновенных значений сигналов – физических параметров (величин) реальных объектов – или значения, полученные в измерительных экспериментах), то, как правило, полученные законы распределения называют эмпирическими. Если к тому же используются непараметрические методы, например, идентификация по методу «чёрного ящика», когда параметрическая модель распределения неизвестна, то зачастую для достижения заданной цели решения поставленной задачи необходимо или желательно иметь формализованную модель этого эмпирического распределения, например, его аналитическое описание. При этом желательно, а в ряде случаев необходимо сделать процесс аналитической аппроксимации автоматическим или автоматизированным.

Именно решение задачи автоматизации выбора аналитического описания моделей и определения их параметров и рассматривается в настоящей работе.

2. Цели описания

Прежде чем находить эмпирическое распределение, а тем более его аналитическое

описание, необходимо чётко представить цель этих действий, согласовать её место в дереве целей решения той конечной задачи, для которой отыскивается аналитическое описание. В качестве таких целей могут быть [19]: гносеологические, логистические, созидательные, коммуникационные, управленческие, метрологические, имитационные и т.п. Помимо целей необходимо учитывать функции, выполняемые аналитическим описанием в рамках заданной цели [19]: передаточные, измерительные, описательные, интерпретаторские, предсказательные, критериальные и т.д. Затем выдвигаются требования и критерии качества описания, определяемые целью, функциями, приложениями результатов описания. Если есть необходимость, то надо учесть допустимость при этом управления качеством результатов [20]. Например, требования и критерии сильно отличаются, если нужно как можно более точно описать наиболее вероятные значения СФ или, наоборот, очень редкие значения, когда описываются хвосты распределений, а по ним надёжные характеристики высоконадёжных объектов.

3. Основные подходы к автоматизации

Рассматривая вопросы автоматизации аналитического описания эмпирических распределений, необходимо прежде всего либо определиться с целью и функциями описания, либо строить многоцелевые, многофункциональные или адаптивные, самоперестраиваемые под конкретные цели, задачи, тре-

бования, средства. В настоящей работе рассмотрим общие приёмы, характерные для всех подходов, которые можно положить в основу автоматизации.

Решение задачи существенно зависит от априорных сведений о распределении. Лучшее решение можно получить, если априори известен вид распределения с учётом возможных отклонений его из-за условий получения исходных данных, а также «жизни» исследуемого объекта. Тогда задача автоматизации сводится к подзадаче оценивания параметров распределения и проверки априорных гипотез о верности вида модели распределения исходным данным и условиям их получения. Если же вид модели распределения априори не известен, т.е. приходится работать в условиях «чёрного ящика», то можно либо найти эмпирическое распределение непараметрическими методами, а потом осуществлять его идентификацию, аппроксимацию, либо предварительно выбрать вид модели распределения из априори построенного множества, а затем находить его параметры и проверять гипотезы. В обеих ситуациях, особенно в последнем случае, задача осложняется тем, что множество возможных распределений континуально. Выходом из этого является априорное формирование нескольких множеств из различных моделей, удовлетворяющих определенным требованиям полноты множеств и их минимальной избыточности [20, 21].

Простейшим вариантом автоматизации является применение селекции априори набранных моделей путём их перебора, определения параметров и проверки гипотез [18]. Помимо больших затрат времени этот метод имеет ещё ряд недостатков, среди которых необходимость повторного апостериорного выбора одной модели из совокупности нескольких моделей, выдержавших ранее апостериорный тест на адекватность (целям, функциям, критериям, условиям). Для этого необходимо привлекать внешние (дополнительные) критерии выбора.

Второй вариант – это априорное формирование банка моделей – набора (базы) моделей и систем управления априорным

наполнением его (её) и апостериорным выбором моделей из него (неё). Рассмотрим его подробнее.

Возможны, по крайней мере, три реализации этого варианта. Первый, прикладной, специализированный, «физический», изначально ориентирован на конкретную цель, назначение идентификации распределения. В этом случае априори набор моделей формируется так, чтобы наилучшим образом решалась конкретная прикладная задача. Например, при исследовании надёжности технических объектов в набор включаются такие модели распределений, для которых соответствующие им эмпирические характеристики надёжности (функция надёжности, интенсивность отказов и т.п.) будут адекватно (по заданному критерию) описывать исследуемые надёжностные характеристики [10], соответствовать ожидаемой полезности [16] или быть оптимальными либо экстремальными (наилучшими или наихудшими для решения задачи) по какому-либо критерию.

Вторая реализация – формальная, «математическая» (универсальная, многоцелевая, многофункциональная). В этом случае набор моделей создаётся исходя из формальных соображений, требований к нему и в силу этого допускает многоцелевое, многофункциональное применение на соответствующем этапе технического процесса движения к конечной цели решения итоговой задачи [3, 6, 20–22]. Одной из идей такой реализации является применение методов, близких по сути методам формирования библиотек и расположения книг в них (универсальная десятичная классификация, алфавитный и систематический каталоги и пр.). Ниже эта реализация будет рассмотрена подробнее.

Третья реализация – комбинация первой и второй. Например, на первом этапе быстро, формально по второму способу отбираются модели-претенденты без оценивания их параметров и проверки гипотез, а затем осуществляется селекция среди претендентов с оцениванием параметров, проверкой гипотез о распределениях или по критериям качества конечного результата.

4. Методы упорядочения и выбора моделей распределений

Рассмотрим некоторые методы априорного упорядочения и автоматического апостериорного выбора моделей эмпирических распределений.

В настоящее время наибольшее распространение получил метод пространства (в частности, плоскости) идентификаторов [3, 6, 16, 20, 21]). Его суть сводится к тому, что каждой параметрически заданной модели (например, одномерной плотности распределения $W(x; a, \lambda; \mathbf{a})$, где a – параметр положения, λ – масштаба, $\mathbf{a} = (\alpha_1, \dots, \alpha_k)$ – формы (k – количество параметров формы), ставится в соответствие идентификатор $\beta = (\beta_1, \dots, \beta_s)$, s – размерность пространства идентификаторов. Поскольку форма распределения инвариантна к параметрам a и λ , следует при упорядочении моделей иметь дело со стандартизованными моделями, у которых $a = 0$, $\lambda = 1$, либо идентификаторы β_1, \dots, β_s строить не зависящими от a и λ . Другие требования (существования, однозначности, эффективности оценивания, устойчивости (робастности), многоцелевости, финитности, экономичности /вычислительной, измерительной, конструктивной/, инвариантности) описаны в [20, 21]. Там же описывается метод построения банков моделей μ в виде

моделетеки, предполагающий полноту и минимальную избыточность моделей, входящих в неё (см. п. 5). Тогда для упорядочения моделей, не имеющих параметров формы (т.е. при $k = 0$), достаточно иметь всего два идентификатора β_1 и β_2 , т.е. $s = 2$. В этом случае одномерные распределения будут располагаться на плоскости идентификаторов (β_1, β_2) в виде отдельных точек; с одним параметром формы ($k = 1$) – в виде линий, с двумя и более ($k \geq 2$) в виде зоны ненулевой площади (рис. 1). Если же ввести три идентификатора $\beta_1, \beta_2, \beta_3$, то в таком пространстве идентификаторов $(\beta_1, \beta_2, \beta_3)$ распределения с $k \leq 1$ будут представляться точкой, с $k = 2$ – трёхмерной линией, с $k \geq 3$ – областью ненулевого объёма и т. д.

Априорное упорядочение в пространстве идентификаторов сводится к определению по модели μ , например, по модели $W(x; a, \lambda; \mathbf{a})$, конкретных значений (или зоны значений) идентификаторов β_1, \dots, β_s и аналитическому, табличному или графическому упорядочению расположения значений β_1, \dots, β_s , соответствующих конкретным моделям μ_1, \dots, μ_n (рис. 1). Автоматический априорный выбор модели μ_i , $i = \overline{1, n}$ по пространству идентификаторов $(\beta_1, \dots, \beta_s)$ сво-

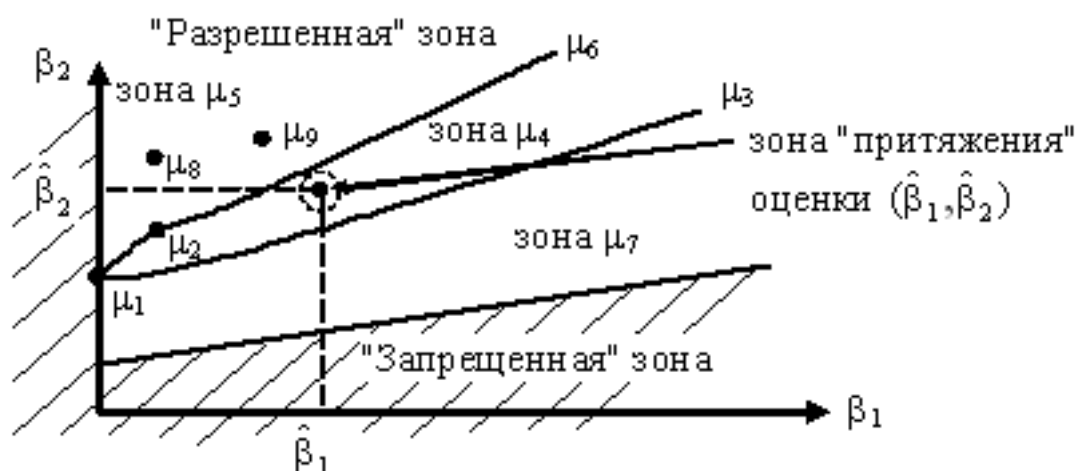


Рис. 1. Пример апостериорного выбора модели по плоскости идентификаторов (α_1, α_2) : модели $\mu_1, \mu_2, \mu_8, \mu_9$ не имеют параметров формы; модели μ_3, μ_6 имеют один параметр формы; модели μ_4, μ_5, μ_7 имеют два или более параметров формы; по $(\hat{\alpha}_1, \hat{\alpha}_2)$ выбирается параметрическая модель μ_4

дится к поиску номера i (типа, вида, названия) модели μ_i , которой соответствуют заданные значения β_1, \dots, β_s . Апостериорный же выбор сводится, во-первых, к нахождению одним из непараметрических методов значений оценок $\hat{\beta}_1, \dots, \hat{\beta}_s$ идентификаторов β_1, \dots, β_s , во-вторых, к назначению области притяжения $V(\hat{\beta}_1, \dots, \hat{\beta}_s)$, построенной с учётом погрешностей (или доверительных зон) оценок $\hat{\beta}$ идентификаторов β (рис. 1), в-третьих, к выбору той модели (или соседних моделей) μ , апостериорное значение идентификаторов β , т.е. оценок $\hat{\beta}$, которой (которых) попали в зону притяжения V и, наконец, к оценке параметров и проверке гипотез согласия выбранной модели с эмпирическими данными.

Примеры таких упорядочений приведены на рис. 2 (дополнительно см. [20, 21], здесь и далее нумерация распределений взята из [21]).

Как указывалось выше, одним из требований к идентификаторам β является их существование для упорядочиваемых моделей. Если же это условие не выполняется

(так, на плоскости моментов не могут быть отражены распределения, не имеющие моментов, например, Коши), то либо надо переходить к другим идентификаторам (рис. 2 в), либо к другим методам упорядочения. Среди них определённый интерес представляют методы типа плоскости распределений (рис. 2 г), плоскости мер, расстояний или близости, канонических представлений, разложений в ряд, затянутости хвостов и другие [11, 20, 21].

В тех случаях, когда необходимо упорядочить семейство моделей (распределений) или на втором этапе описанных выше процедур необходима дальнейшая конкретизация выбранной модели в рамках выбранного семейства, следует использовать упорядочение распределений по иерархии, т.е. по конкретным значениям какого-то или каких-то параметров формы $\alpha_1, \dots, \alpha_k$ модели. Примеры такого упорядочения приведены в [21].

Наконец, для решения задач имитации, построения механизма образования случайностей или закона распределения, ожидаемого после функционального преобразования процессов (сигналов) с известным распределением и т.п., можно использовать упо-

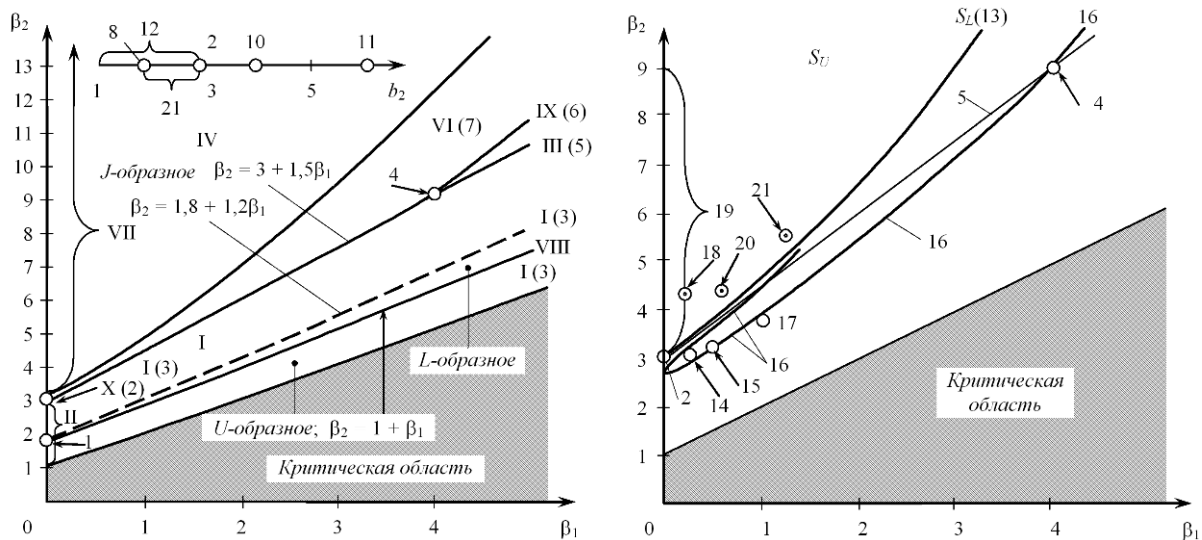


Рис. 2 а. Пример графического упорядочения по методу плоскости моментов:

I-X – Пирсона, 1 – равномерное, 2 – нормальное, 3 – бета-I, 4 – экспоненциальное, 5 – гамма, 6 – Парето, 7 – бета-II (Фишера), 8 – арксинуса, 9 – Симпсона, 10 – логистическое, 11 – Лапласа, 12 – Кэптейна-I; 13 – логнормальное, S_L – Джонсона, 14 – Максвелла, 15 – Рэля, 16 – Вейбулла, 17 – полунормальное, 18 – Колмогорова, 19 – Стьюдента, 20 – Реньи, 21 – двойное показательное (экстремальных значений), 22 – τ -Крамера [21]; β_1 – квадрат коэффициента асимметрии; β_2 – неприведённый коэффициент эксцесса

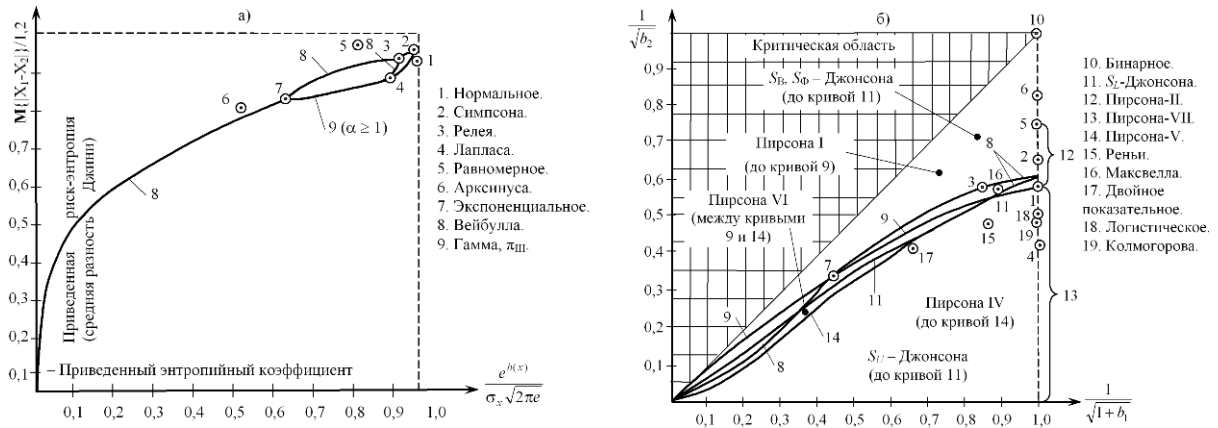


Рис. 2 б. Пример графического упорядочения распределений по методу плоскости информационных характеристик (а) и преобразованной плоскости моментов (б):

$h(x) = -M\{\ln W_x(x)\}$ – дифференциальная энтропия, $W_x(x)$ – плотность распределения вероятностей, $M\{\}$ – оператор математического ожидания

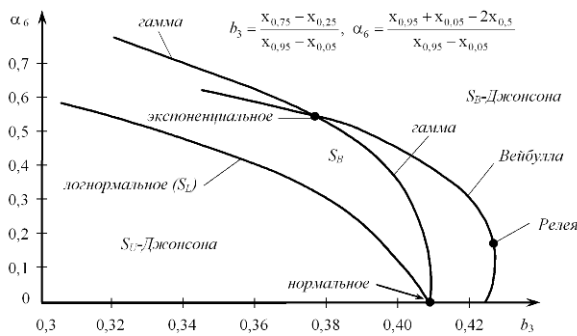


Рис. 2 в. Пример графического упорядочения распределений по методу плоскости квантилей; x_p – квантиль порядка p

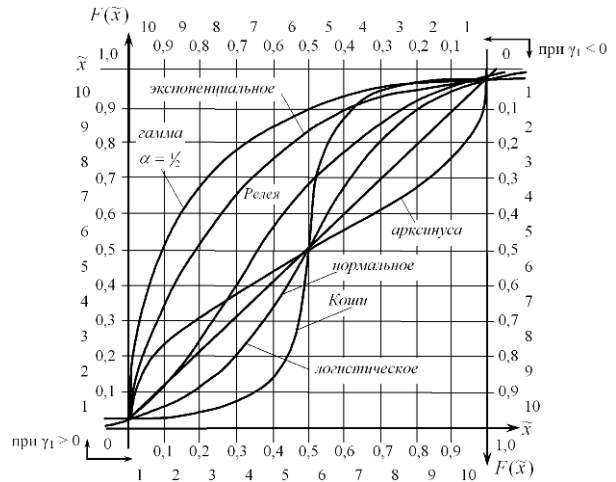


Рис. 2 г. Пример графического упорядочения распределений по методу плоскости распределений; γ_1 – коэффициент асимметрии

рядочение распределений по видам функциональных преобразований. Пример таких преобразований приведён в таблице 1 (см. другие примеры в [21]).

5. Моделетека

Как уже упоминалось, одна из проблем упорядочения и апостериорного выбора распределений, в качестве которых, как правило, рассматриваются дискретные и абсолютно непрерывные, заключается в том, что возможное множество распределений является континуальным, т.е. не представимым взаим-

но-однозначно с помощью конечного (и даже счётного) набора идентификаторов β_1, \dots, β_s . Это приводит к тому, что в одном и том же s-мерном пространстве идентификаторов β могут иметь место множественные пересечения моделей, имеющих тот же набор значений β_1, \dots, β_s . Во избежание этого можно использовать идеи моделетеки [20, 21]. Моделетека (от model – модель /фр. – modele, ит. modello, лат. modulus – способ, образец/ и древн. греч. τηκη – theka – хранилище) есть упорядоченное множество моделей, удовлет-

Таблица 1. Пример упорядочения моделей через функциональные преобразования

Распределение исходных независимых базовых величин X_1, X_2, \dots, X_n	Функциональное преобразование (формула алгоритма имитации последовательности выборочных значений)	Распределение полученной величины Y	
Стандартное / заданное на интервале (0,1)/ равномерное распределение $R(0,1)$	1. $Y = a + \lambda X$	Равномерное $R(a, \lambda)$	36
	2.1. $Y = a - \lambda \ln X$	Экспоненциальное $\dot{Y}(a, \lambda)$	18
	2.2. $\begin{cases} Y_1 = a - \lambda X_3 \ln(X_1 X_2), \\ Y_2 = a + \lambda(X_3 - 1) \ln(X_1 X_2) \end{cases}$		
	3. $Y = a - \lambda \ln(X_1 X_2 \dots X_n)$	Гамма (Эрланга) $G(a, \lambda; n)$	16
	4. $Y = a + \lambda \sqrt{-\ln X}$	Рэлея $Re(a, \lambda)$	23
	5. $Y = a + \lambda(-\ln X)^{1/\alpha}$	Вейбулла $\hat{A}\tilde{A}(a, \lambda; \alpha)$	25
	6. $Y = a + \lambda \text{ctg}(\pi x)$	Коши $K(a, \lambda)$	40
	7.1. $Y = a + \lambda \times \begin{cases} \ln(2x), & 0 \leq x < \frac{1}{2}, \\ -\ln[2(1-x)], & \frac{1}{2} \leq x \leq 1 \end{cases}$	Лапласа $L(a, \lambda)$	4
	7.2. $Y = a + \lambda \ln X_1 / X_2$		
	8. $Y = a + \lambda \text{sign}\left(X_1 - \frac{1}{2}\right) \ln X_2$	Лапласа $L(a, \lambda)$	4
	9.1. $Y = a + \lambda S(x),$ $S(x) = \begin{cases} \sqrt{2x}, & 0 \leq x < \frac{1}{2}, \\ 2 - \sqrt{2(1-x)}, & \frac{1}{2} < x \leq 1 \end{cases}$	Симпсона $C(a, \lambda)$	69
	9.2. $Y = a + \frac{\lambda}{2}(X_1 + X_2)$		
	10.1. $Y = a + \lambda \cos(\pi X)$	Арксинуса $A(a, \lambda)$	35
	10.2. $Y = a + \lambda \sin(\pi X)$		
	11. $Y = a + \lambda \ln[(1-X)/X]$	Логистическое $\Lambda(a, \lambda)$	54
	12. $Y = a + \lambda \left[(1-X)^{\frac{1}{1-\alpha}} - 1 \right]$	Пирсона IX $\pi_{IX}(a, \lambda; \alpha)$	49
13. $Y = a + \lambda \left(X^{\frac{1}{1-\alpha}} - 1 \right)$	Пирсона VIII $\pi_{VIII}(a, \lambda; \alpha)$	30	
14.1. $Y_1 = a + \lambda \sqrt{-2 \ln X_1} \cos(2\pi X_2)$	Нормальное $N(a, \lambda); Y_1, Y_2$ – независимые	5	
14.2. $Y_2 = a + \lambda \sqrt{-2 \ln X_1} \sin(2\pi X_2)$			

Распределение исходных независимых базовых величин X_1, X_2, \dots, X_n	Функциональное преобразование (формула алгоритма имитации последовательности выборочных значений)	Распределение полученной величины Y	
Стандартное / заданное на интервале $(0, 1)$ / равномерное распределение $R(0, 1)$	15. $Y = a + \lambda \left[(1 - X)^{\frac{1}{\beta}} - 1 \right]^{\frac{1}{\alpha}}$	Берра-II $A_{II}(a, \lambda; \alpha, \beta)$	60
	Стандартное / при $a = 0, \lambda = 1$ / нормальное $N(0, 1)$	16. $Y = a + \lambda X_1 / X_2$	Коши $K(a, \lambda)$
17. $Y = a + \lambda \sqrt{X_1^2 + X_2^2 + X_3^2}$		Максвелла $M(a, \lambda)$	22
18. $Y = a + \lambda (X_1^2 + X_2^2 + \dots + X_n^2) / 2$		Гамма / хи-квадрат / $G(a, \lambda; n/2)$	17
19. $Y = a + 0,5(X_1^2 + X_2^2)$		Экспоненциальное $\dot{Y}(a, \lambda)$	18
27.1. $Y = a + \lambda \exp\left\{-\frac{1}{2}(X_1^2 + X_2^2)\right\}$		Равномерное на (a, λ) : $R(a, \lambda)$	36
27.2. $Y = a + \lambda \arctg(X_1 / X_2)$			
28. $Y = a + \lambda \exp\{(X - \alpha) / \beta\} = a + \lambda' \exp\{X / \beta\}, \quad \lambda' = \lambda e^{-\alpha / \beta}$		S_L -Джонсона (логнормальное) $S_L(a, \lambda; \alpha; \beta)$	9
29. $Y = a + \frac{\lambda}{2} \left[1 + th\left(\frac{X - \alpha}{\beta}\right) \right]$		S_B -Джонсона $S_B(a, \lambda; \alpha, \beta)$	10
30. $Y = a + \lambda sh[(X - \alpha) / \beta]$		S_U -Джонсона $S_U(a, \lambda; \alpha, \beta)$	11
31. $Y = a + \lambda \Phi[(X - \alpha) / \beta]$, Φ – стандартная нормальная функция распределения		S_Φ -Джонсона $S_\Phi(a, \lambda; \alpha, \beta)$. при $\alpha = 0, \beta = 1$ – равномерное $R(a, \lambda)$	12
32. $Y = a + \frac{\lambda}{2} \sum_{i=1}^n (a_i + X_i)^2$, $\alpha = \frac{a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_n^2}{2}$	Нецентральное Гамма $G(a, \lambda; \frac{n}{2}, \alpha)$	79	
Гамма $G(0, 1; \alpha)$	42. $Y = a + \lambda X^{1/\beta}$	\Im -распределение $\Im(a, \lambda; \alpha; \beta)$	13

воряющих требованиям полноты, минимальной избыточности, уровня описания и исследованности в приложении к конкретной предметной области. Характерные особенности моделетеки: упорядоченность моделей, их полнота и отсутствие избыточности; примерно одинаковая сложность моделей; сходство в детализации описания моделей; изученность свойств всех моделей; наличие для каждой модели портфолио (все характеристики модели, аттестованные алгоритмы оценивания в разных условиях параметров моделей и параметрического оценивания всех их характеристик, погрешностей оценивания; аттестованные алгоритмы имитации выборочных значений (в разных условиях); иерархическая связь в рамках семейств (переход в частные случаи при фиксированных значениях параметров модели) и формул связи между описываемыми ими случайными элементами (величинами, векторами, функциями); примеры успешного применения моделей для решения теоретических и практических задач; упрощение автоматизации априорного и апостериорного выбора моделей; упрощение исследования погрешности классификации (от неправильного выбора модели); упрощение решения многофункциональных задач, в частности, параметрическим измерением нескольких характеристик; упрощение робастных измерений; компактность моделей.

Чтобы избежать неоднозначности или свести её к ожидаемой, следует априори оформить несколько моделетек. Например, типовых надёжных, наиболее широко применяемых в приложениях; всех распределений Пирсона либо Джонсона или Бородачева и им подобных [21], а апостериорный выбор сделать многоэтапным: на первом этапе выбирать моделетек, на втором – модель претендента из выбранной моделетеки, на третьем – отбор одной из моделей-претендентов по дополнительному критерию селекции. Обратим внимание на упомянутые выше особенности моделетеки, которые дают основанным на ее использовании методам определённые преимущества при решении многофункциональных задач идентификации, измерения характеристик, имитации, прогнозирования, распознавания и др. [20].

Особый интерес идея моделетеки представляет в вариативном (поливариантном) моделировании [20] – методе исследования объектов, основанном на замене исследуемого объекта-оригинала набором разнообразных моделей его, на одновременной (совместной) работе с ними и переносе полученных результатов на объект-оригинал. При этом желательно набор моделей формировать так, чтобы они составляли вектор-модель. Вектор-модель – это система из минимального набора родственных по назначению как можно более простых и близких по сложности моделей, отражающих в совокупности всё интересующее исследователя многообразие существа (сути), закономерностей, свойств и особенностей состояния, строения и функционирования (поведения, жизни) объекта-оригинала на требуемом (согласно её назначению) уровне и обеспечивающих появление системного свойства эмерджентности (эмергентности).

В [20] перечислены основные причины, побуждающие применять вариативное моделирование и основные методы вариативного моделирования. Это экспертное формирование множества моделей; последовательный перебор, в том числе с использованием самоперестройки, адаптации; упорядоченный выбор (по типу моделетеки); отбор заведомо наилучших, хорошо проявивших себя в собственной практике, и т. д.

При этом рекомендуется использовать различные формализации типа целевого поиска, морфологического анализа, таблиц сопряжённости и т. д. Один из вариантов представлен в таблице 2.

6. Заключение

В работе рассмотрены формализованные процедуры, облегчающие автоматизацию априорного упорядочения и апостериорного выбора модели по имеющимся исходным данным. По аналогии с рассмотренными методами идентификации одномерных распределений можно ввести методы упорядочения и выбора многомерных распределений, спектральных плотностей мощности (а через них корреляционных функций), функций регрессии и т. п. [20, 21]. При этом не следует забывать о следующем: допусти-

Таблица 2. Метод матриц (таблиц) сопряженности

Задачи моделирования или требования к моделям	Свойства моделей					
	μ_1	μ_2	μ_3	μ_4	μ_5	μ_6
Задача 1 (требование 1)	–	+	–	+	+	+
Задача 2 (требование 2)	+	–	+	–	–	+
Задача 3 (требование 3)	+	–	+	–	+	–
Задача 4 (требование 4)	–	+	+	+	–	+
Задача 5 (требование 5)	+	–	–	+	+	+

Примечание. Пример выводов из матрицы сопряженности: поставленные задачи 1, 2, 4, 5 могут быть решены (требования 1, 2, 4, 5 удовлетворены) с помощью множества μ , состоящего из одной модели μ_6 ; задачи 1-5 с помощью $\mu_{(1)} = (\mu_1, \mu_2)$, либо $\mu_{(2)} = (\mu_3, \mu_4)$, либо $\mu_{(3)} = (\mu_3, \mu_5), \dots$

мость и зачастую желательность описания объекта множеством моделей, связь степени полезности выбранной модели с решаемыми на её основе задачами, финитность любой модели и необходимость разной степени общности или детальности её для разных целей исследования объекта и решаемых задач; необходимость учёта дерева целей, условий и ресурсов для их достижения; зависимость вида модели от природы, реальности и качества исходных данных и условий их получения; невозможность идеального соответствия модели объекту; интерпретируемость параметров модели в терминах решаемой на её основе прикладной или исследовательской задачи; неполнота наших априорных знаний об объекте. Следует при этом всегда помнить, что излишняя формализация и автоматизация процедур сбора, обработки и анализа данных, выбора модели приводит к потере значимости таких факторов, как опыт, интуиция исследователя, способность его выявлять и отсеивать абсурдные («нефизические») данные, выделять структуры, выдвигать и проверять гипотезы и т.д.

Библиографический список

1. Баскин, Э. М. Новый подход для анализа регрессионных моделей / Э. М. Баскин // Надежность. - 2008. - № 1 (24). - С. 10–29.
2. Губарев, В. В. О законах распределения иммунологических показателей / В. В. Губарев, В. П. Лозовой, Е. Н. Наумова,

Т. В. Елисеева // Иммунология. - 1989. - № 2. - С. 50–53.

3. Карпов, И. Г. Аппроксимация вероятностных распределений интенсивности оптического излучения, распределяющегося в турбулентной атмосфере / И. Г. Карпов, А. С. Мариненко, Ю. В. Якушев // Радиотехника. - 2003. - № 10. - С. 45–48.

4. Кулямин, Г. П. Пространственно-временные характеристики обратного рассеяния от земной поверхности / Г. П. Кулямин, Е. А. Горошко, Е. В. Тарнавский // Успехи современной радиоэлектроники. - 2004. - № 4. - С. 60–70.

5. Курбацкий, В. Г. Методическое обеспечение средств измерений электромагнитных полей эллиптического характера на объектах электроэнергетики / В. Г. Курбацкий, А. В. Струмеяк // Электрика. - 2009. - № 12. - С. 36–40.

6. Лабутин, С. А. Анализ сигналов и зависимостей / С. А. Лабутин, М. В. Пугин. – Новгород: НГТУ. - 2001. – 158 с.

7. Лесных, Н. Б. Законы распределения случайных величин в геодезии: монография / Н. Б. Лесных – Новосибирск: СГГА. - 2005. – 129 с.

8. Михеева, И. В. Вероятностно-статистические модели свойств почв / И. В. Михеева. – Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2001. – 200 с.

9. Молев, Ю. И. Статистический метод определения влияния параметров колеблени-

ти зимних дорог на уровень безопасности дорожного движения / Ю. И. Молев // Известия вузов. Машиностроение. - 2005. - № 10. - С. 46–56.

10. Надев, А. И. Математическая модель эксплуатационной надёжности интеллектуальных датчиков / А. И. Надев, Р. А. Юсупов, Ю. К. Свечников, Д. Р. Юсупов // Измерительная техника. - 2004. - № 1. - С. 8–12.

11. Новицкий, П. В. Оценка погрешностей результатов измерений / П. В. Новицкий, И. А. Зограф. - Л.: Энергоатомиздат, ЛО, 1985. - 248 с.

12. Сергеев, Г. А. Статистические методы исследования природных объектов / Г. А. Сергеев, Д. А. Януш. - Л.: Гидрометеоздат, 1973. - 300 с.

13. Сидоров, В. А. Статистическое описание электрической прочности последовательно соединенных одинаковых изоляционных элементов / В. А. Сидоров, Д. Ф. Алферов, Е. Д. Алферова // Электричество. - 2005. - № 2. - С. 10–17.

14. Смоляк, С. А. Сопоставление вероятностных распределений по критерию ожидаемой сравнительной полезности / С. А. Смоляк // Экономика и математические методы. - 2005. - Т. 41. - № 4. - С. 91–101.

15. Труш, В. Д. ЭВМ в нейрофизиоло-

гических исследованиях / В. Д. Труш, А. В. Кориневский. - М.: Наука, 1978. - 237 с.

16. Уланова, Е. С. Методы корреляционного и регрессионного анализа в агрометеорологии / Е. С. Уланова, В. Н. Забелин. - Л.: Гидрометеоздат, 1990. - 208 с.

17. Хан, Г. Статистические модели в инженерных задачах / Г. Хан, С. Шапиро. - М.: Мир, 1969. - 395 с.

18. Яшин, А. В. Выбор решения задачи идентификации законов распределения случайных погрешностей средств измерений / А. В. Яшин, М. А. Лотонов // Измерительная техника. - 2003. - № 3. - С. 3–5.

19. Губарев, В. В. Информатика в рисунках и таблицах / В. В. Губарев. - Новосибирск: НГТУ, 2003. - 198 с.

20. Губарев, В. В. Алгоритмы спектрального анализа случайных сигналов: Монография / В. В. Губарев. - Новосибирск, 2005. - 660 с.

21. Губарев, В. В. Вероятностные модели. Справочник в 2-х частях / В. В. Губарев. - Новосибирск: НЭТИ. - 1992. - Ч. 1. - С. 1–197, Ч. 2. - С. 198–422.

22. Кликушин, Ю. Н. Методы и средства идентификационных измерений сигналов: Монография / Ю. Н. Кликушин, К. Т. Кошеков. - Петропавловск: Изд-во СКГУ им. М. Козыбаева, 2007. - 186 с.

IDENTIFICATION OF EMPIRICAL DISTRIBUTIONS

© 2011 V. V. Gubarev

Novosibirsk State Technical University

Methods of identification of random signal distributions are discussed: the existing approaches and different methods of ordering and automatic selection of analytical distribution models. Examples of ordering using some of the methods are given. The peculiarities of modeletheka as a new multipurpose method of distribution identification, various characteristics measurement and imitation of random signals, their variative and vector-modelling are described.

Random signals, functions, processes, sequences, probability distributions, identification, ordering, selection, modeletheka, modelling, characteristics measurement, imitation.

Информация об авторе

Губарев Василий Васильевич, доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой вычислительной техники, Новосибирский государственный технический университет. E-mail: gubarev@vt.cs.nstu.ru. Область научных интересов: вероятностное моделирование, анализ, идентификация, имитация, прогнозирование случайных сигналов, данных; информатика.

Gubarev Vasily Vasilyevitch, Honoured Science Worker of the Russian Federation, Honoured Worker of Higher School of the Russian Federation, doctor of technical sciences, professor, head of the department of computer engineering, Novosibirsk State Technical University. E-mail: gubarev@vt.cs.nstu.ru. Area of research: probability modelling, analysis, identification, imitation, forecasting of random signals and data, informatics.

НЕЙРОСЕТЕВАЯ МОДЕЛЬ ПРОГНОЗА ОШИБОЧНЫХ ДЕЙСТВИЙ ЛЁТЧИКОВ

© 2011 А. Н. Даниленко

Самарский государственный аэрокосмический университет
имени академика С.П. Королёва (национальный исследовательский университет)

Предлагается модель гибридного нейронечёткого классификатора со встроенной функцией прогноза ошибочных действий лётчика. Проведено исследование построенной сети на реальных и тестовых выборках.

Прогноз, ошибочные действия лётчика, интеллектуальная поддержка, гибридный нейронечёткий классификатор, двуслойный персептрон, малые выборки.

Ошибка лётчика как фактор снижения безопасности полёта на всём протяжении истории авиации была предметом внимания лётно-технического и руководящего персонала авиакомпаний, научных работников в области психологии. Долгое время признать факт ошибки лётчика означало признать его виновным в невыполнении задания, в поломке техники и собственной гибели. Отсюда все мероприятия по борьбе с ошибками были направлены на профессиональный отбор, обучение и воспитание (наказание). Эти меры, очевидно, необходимы, но недостаточны, поскольку ошибки совершают отобранные многолетней практикой, квалифицированные лётчики, что позволяет предположить, что человеческий фактор аварийности не сводится к проблеме профессиональной непригодности.

Деятельности лётчика присуща необычная для других профессий пространственная ориентировка. Оценку положения самолёта в пространстве лётчик осуществляет визуально по наземным ориентирам и по приборам, а при отсутствии видимости земли в сложных метеоусловиях – только по приборам. Качество взаимодействия лётчика с приборами летательного аппарата во многом определяется его индивидуально-психологическими особенностями.

Особое место в перечне причин авиакатастроф занимают ошибочные действия, связанные с психологическими свойствами личности. Представляет интерес роль самооценки и стрессовой напряжённости в воз-

никновении ошибочных действий и её влияние на профессиональную эффективность лётчиков в целом [1].

Исследование проводилось в авиационной эскадрилье. На основе данных, полученных с помощью психологического тестирования, был создан диагностический комплекс прогноза профессиональной эффективности лётчиков.

Пусть каждый человек описывается конечным набором признаков [2], в рассматриваемом случае это характеристики, полученные с помощью психодиагностики: $A = \{A_1, A_2, \dots, A_n\}$, где $n = \overline{1, 55}$. Каждому признаку A_i соотносится универсальное множество U_i , состоящее из лингвистических переменных и числовых значений $\{a_{1i}, a_{2i}, \dots, a_{ni}\}$, где $i = \overline{1, n}$.

В свою очередь, у каждого элемента данного множества существует своя функция принадлежности $\mu_{aji}(U_i)$. Имеется множество результатов $R = \{R_1, R_2, \dots, R_k\}$, где $k = \overline{1, 4}$. $R = \{\text{Не подходит, Частично подходит, В основном подходит, Подходит}\}$.

Нечёткая база правил в общем виде будет иметь следующий вид:

ЕСЛИ $(A_1 = a_{i11}^1, A_2 = a_{i22}^1, \dots, A_n = a_{inn}^1)$,

ТО $(\mu_{R1} = \mu_1^1, \mu_{R2} = \mu_2^1, \dots, \mu_{Rk} = \mu_k^1)$;

ЕСЛИ $(A_1 = a_{i11}^2, A_2 = a_{i22}^2, \dots, A_n = a_{inn}^2)$,

ТО ($\mu_{R1} = \mu_1^2, \mu_{R2} = \mu_2^2, \dots, \mu_{Rk} = \mu_k^2$);

...

ЕСЛИ ($A_1 = a_{i11}^r, A_2 = a_{i22}^r, \dots, A_n = a_{inn}^r$),

ТО ($\mu_{R1} = \mu_1^r, \mu_{R2} = \mu_2^r, \dots, \mu_{Rk} = \mu_k^r$),

где μ_{Rl} - степень принадлежности правила к классу R1.

Традиционным методом прогнозирования в психологии выступает регрессионный анализ. При этом предполагается, что значения временного ряда представляют собой случайную функцию времени, и задача заключается в верной идентификации модели. Выбор того или иного вида функции не формализован и целиком зависит от опыта эксперта.

В то же время нейронная сеть выступает в качестве универсального аппроксиматора обучающих данных, поэтому применение нейронных сетей для прогнозирования является весьма перспективным.

Кроме того, нейронную сеть можно рассматривать как адаптивную модель, поскольку она может дообучаться при поступлении новых сведений. Поведение человека по своей природе является эволюционирующим, и использование статичных моделей приводит к ухудшению качества прогноза.

Ещё одна проблема заключается в потребности большого объёма исходных данных для обучения сети. Обычно предполагается, что временной ряд содержит, как минимум, сотни значений. Для рассматриваемой задачи такой объём наблюдений невозможен. Однако существуют возможности обучения нейронной сети и при малых объёмах исходных данных. В этом случае используется многократное обучение на одних и тех же примерах, а также различные приёмы обработки временного ряда, позволяющие расширить обучающую выборку.

Особенность поставленной задачи заключается в том, что входным вектором для сети прогноза не могут являться отдельные значения самооценки лётчика или уровня стресса. На вход поступает вектор значения

динамики профессиональной пригодности за период от полугода до двух лет (то есть от 3 до 12 замеров, тестирование проводится не чаще, чем раз в два месяца). Под динамикой профессиональной пригодности понимается степень принадлежности кандидата одному из четырёх классов: кандидат полностью соответствует требованиям специальности, в основном соответствует, частично соответствует и не соответствует, которая, в свою очередь, получается при анализе 55 психологических характеристик.

Поскольку информация, на основе которой принимается решение о профпригодности кандидата, является результатами различных психологических методик, классифицируемые данные являются неточными или недостаточно определёнными. В связи с этим возникает необходимость использования нечёткой логики и теории нечётких множеств как эффективных подходов к решению данной проблемы.

Для решения всех вышеописанных задач была разработана модифицированная модель гибридного нейронечёткого классификатора со встроенной функцией прогноза.

Архитектура для решения задач нечёткой классификации предложена в [3]. Одна из возможных структур гибридного нейронечёткого классификатора представлена на рис. 1.

Нейронечёткая сеть состоит из четырёх слоёв.

Элементы первого слоя реализуют операцию фuzziфикации, т.е. формируют степени принадлежности входных переменных к определенным для них нечётким множествам

A_{ij} :

$$\mu_{A_{ij}}(x'_j) = \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x'_j - c_{ij}}{\sigma_{ij}}\right)^2\right], \quad (1)$$

где c_{ij}, σ_{ij} – параметры функции принадлежности колоколообразного типа.

Начальные значения этих параметров установлены таким образом, чтобы функции

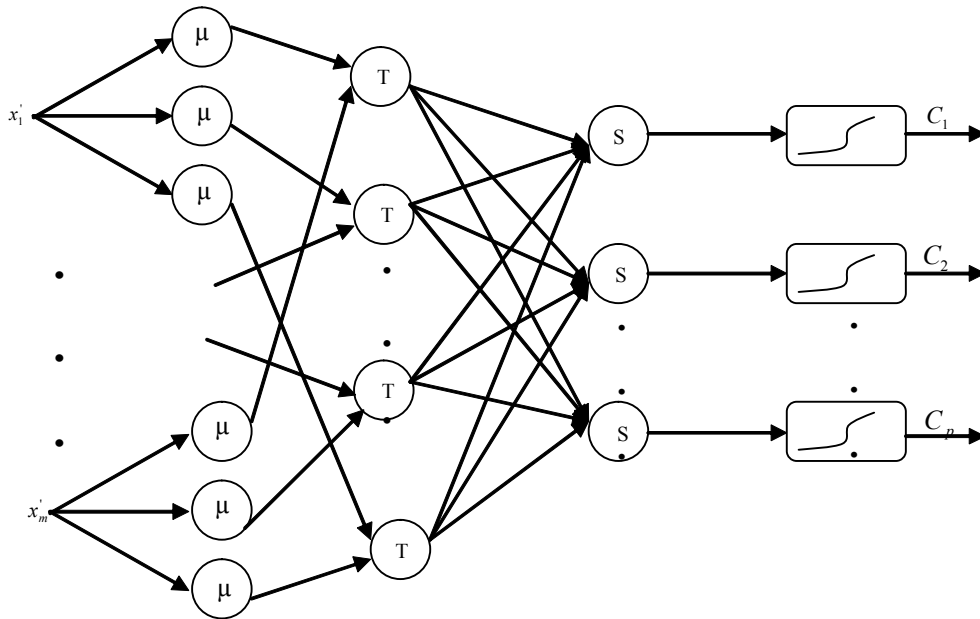


Рис. 1. Структура гибридного нейронечёткого классификатора

принадлежности удовлетворяли свойствам полноты, нормальности и выпуклости. Значения C_{ij} должны быть равномерно распределены в области входных векторов x . Значения данных параметров корректируется в процессе обучения сети, основанном на градиентном методе.

Каждый элемент второго слоя является нейроном «И». Они выполняют агрегирование степеней истинности предпосылок каждого правила базы в соответствии с операцией T-нормы по формулам

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= \min \{A_{11}(x_1), A_{12}(x_2), \dots, A_{1n}(x_n)\}; \\ \alpha_2 &= \min \{A_{21}(x_1), A_{22}(x_2), \dots, A_{2n}(x_n)\}; \\ &\dots \\ \alpha_n &= \min \{A_{n1}(x_1), A_{n2}(x_2), \dots, A_{nn}(x_n)\}. \end{aligned} \tag{2}$$

Элементы третьего слоя выполняют агрегирование степеней истинности предпосылок каждого правила базы в соответствии с операцией S-нормы.

Для решения поставленной задачи классификации соискателей на замещение вакантных должностей на основе психодиагностики объём входной выборки доволь-

но мал и составляет в среднем 50 значений. С целью ускорения работы алгоритма обучения сети и его упрощения заменим нейроны третьего слоя на нейроны, которые выполняют нормализацию и вычисляют следующие значения:

$$\begin{aligned} \beta_1 &= \frac{\alpha_1}{\alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_n}; \\ \beta_2 &= \frac{\alpha_2}{\alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_n}; \\ &\dots \\ \beta_n &= \frac{\alpha_n}{\alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_n}. \end{aligned} \tag{3}$$

Элементы четвёртого слоя вычисляют значения заключений по каждому правилу:

$$\begin{aligned} y_1' &= B_1^{-1}(\alpha_1) = a_1 + \frac{1}{b_1} \ln \frac{1 - \alpha_1}{\alpha_1}; \\ y_2' &= B_2^{-1}(\alpha_2) = a_2 + \frac{1}{b_2} \ln \frac{1 - \alpha_2}{\alpha_2}; \\ &\dots \\ y_n' &= B_n^{-1}(\alpha_n) = a_n + \frac{1}{b_n} \ln \frac{1 - \alpha_n}{\alpha_n}, \end{aligned} \tag{4}$$

где a_i, b_i – нелинейные параметры функций принадлежности $\mu_{B_i}(y)$ нечётких множеств заключений правил.

Выходы нечёткой сети вычисляются следующим образом: $y_i' = \beta_i B_i^{-1}(\alpha_i)$.

Эти выходы трактуются как степени принадлежности предъявленного объекта соответствующему классу.

Так как гибридный нейронечёткий классификатор представляется в виде многослойной структуры с прямым распространением сигнала, а значение выходной переменной можно изменять, корректируя параметры элементов слоёв, то для обучения этой сети можно использовать градиентные алгоритмы.

С помощью такой нейросетевой модели решается задача классификации, результаты которой являются входным вектором для сети прогноза.

Далее к модифицированному гибриднему нейронечёткому классификатору добавляем обычный двуслойный перцептрон [4] с

помощью дополнительного нейрона, который накапливает значения классификации для входного вектора прогноза и, по сути, является разновидностью звёзд Гроссберга [5] (рис. 2). Двуслойный перцептрон был реализован без изменений.

В гибридном нейронечётком классификаторе реализован алгоритм Цукомото, а в качестве алгоритма обучения – метод обратного распространения ошибки. Выявлено влияние параметров гибридного нейронечёткого классификатора. Выбрана оптимальная структура сети: объём обучающей выборки – 35 примеров, шаг обучения сети $h=0,45$, гауссовская функция фуззификации, метод дефуззификации на основе среднего квадратичного отклонения.

Проведено исследование качества прогнозирования с помощью построенной нейронной сети на тестовых и реальных временных рядах. Для каждого временного ряда выбиралась структура сети, обеспечивающая наилучшее качество прогнозирования. Результаты приведены в таблице 1.

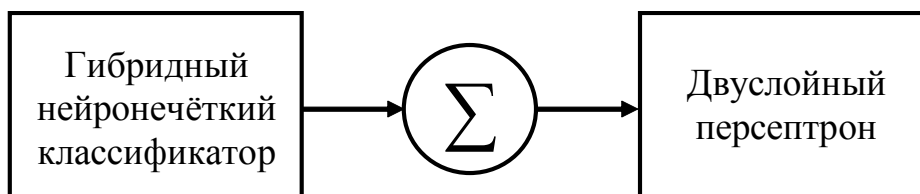


Рис. 2. Структура разрабатываемой сети

Таблица 1. Частота использования различных структур для двуслойного перцептрона

Число входов	K_n/s				Всего
	1%	5%	10%	15%	
2	12	7	1	2	22
3	3	8	9	11	31
4	0	0	3	1	4
5	0	0	2	1	3
Число нейронов в скрытом слое					
	1%	5%	10%	15%	Всего
2	13	15	11	10	49
3	2	0	3	4	9
4	0	0	1	1	2

Считается, что прогноз обладает достаточной точностью, если ошибка прогнозирования не превышает 20 %.

На рис. 3 показана зависимость точности прогноза от воздействия шума при использовании различных методов.

«Идеальный» прогноз – это прогноз, отклонение которого от значений ряда обусловлено только случайными факторами. Если ошибка прогноза незначительно отличается от ошибки «идеального» прогноза, то его можно считать точным.

$$K1 = \frac{\sigma_{\varepsilon}^2}{\sigma_D^2} \cdot 100\% -$$

коэффициент шум/сигнала, представляющего собой отношение мощности помехи к мощности полезного сигнала.

$$K2 = \sqrt{\frac{\sum_{t=n+1}^{n+l} (Y_t^* - Y_t)^2}{\sum_{t=n+1}^{n+l} Y_t^2 + \sum_{t=n+1}^{n+l} (Y_t^*)^2}} -$$

коэффициент несоответствия (второй коэффициент Тейла), оценивающий точность прогноза.

По результатам исследования сделан вывод о том, что прогнозы, полученные с помощью нейронной сети, обладают высокой точностью и для многих типов динамики существенно превосходят по качеству прогнозы, полученные с помощью регрессионной модели.

Кроме того, модернизированная структура гибридного нейронечёткого классификатора и алгоритм его обучения позволяют решить проблему необходимости множества замеров индивидуальных показателей, динамика которых позволила бы построить тренд и решить задачу на малых выборках.

Данный подход даёт возможность с определённой долей вероятности рассчитывать предрасположенность к ошибочным действиям в каждом конкретном случае. Используемый в организационно-управленческой деятельности, такой принцип может помочь в прогнозировании опасности, вызванной человеческим фактором.

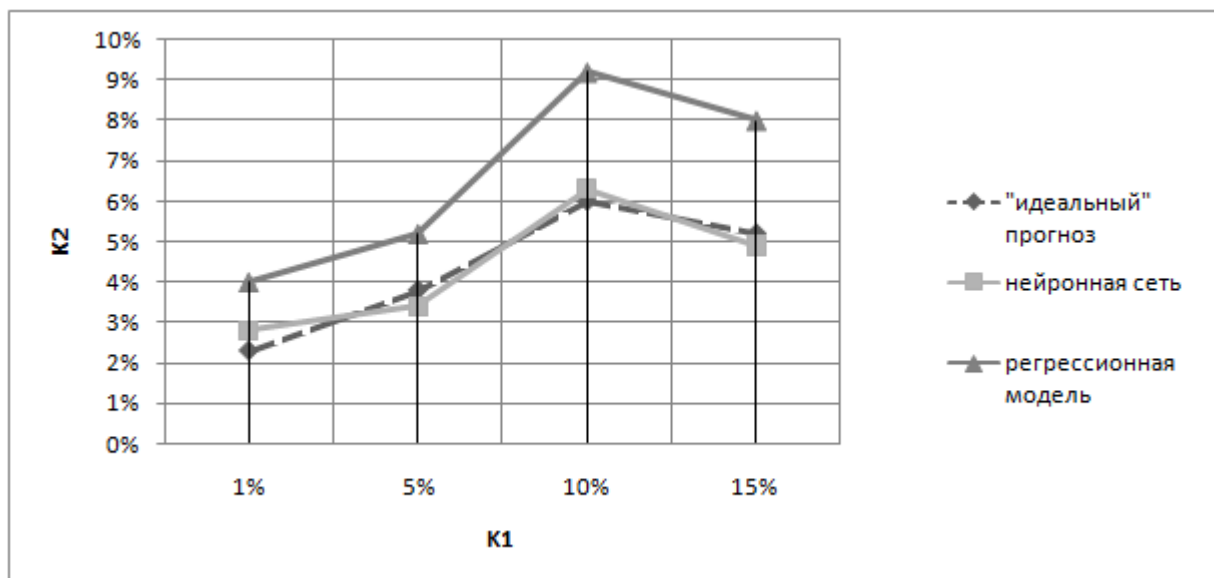


Рис. 3. Зависимость точности прогноза от воздействия шума

Библиографический список

1. Ихсанова, С.Г. Взаимосвязь уровня притязаний и самооценки с профессиональной эффективностью летчиков [Текст] / С.Г. Ихсанова, Н.Н. Черная. – Самара: СГПУ. – 2007. - 114 с.
2. Новак, В. Математические принципы нечёткой логики [Текст] / В. Новак, И. Перфильева, И. Мочкорж. – М.: Физматлит. – 2006. - 352 с.
3. Борисов, В.В. Нечёткие модели и сети [Текст] / В.В. Борисов, В.В. Круглов, А.С. Федулов. – М.: Горячая линия – Телеком. – 2007. - 284 с.
4. Коробецкая, А.А. Автоматизированная система прогнозирования рядов экономической динамики [Текст] / А.А. Коробецкая. – Самара: СГАУ. – 2011. - 138 с.
5. Осовский, С. Нейронные сети для обработки информации [Текст] / С. Осовский / Пер. с польского И. Д. Рудинского. – М.: Финансы и статистика. – 2002. - 344 с.

**NEURAL NETWORK BASED PREDICTION MODEL
OF PILOT'S ERRONEOUS ACTIONS**

©2011 A. N. Danilenko

Samara State Aerospace University
named after academician S. P. Korolyov (National Research University)

The article presents a model of a hybrid fuzzy neural classifier with a built-in prediction function of pilot's erroneous actions. The analysis of the network constructed is performed using real and test samples.

Prediction, pilot's erroneous actions, intellectual support, hybrid fuzzy neural classifier, multilayer perceptron, small samples.

Информация об авторе

Даниленко Александра Николаевна, аспирант, ассистент кафедры программных систем, Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва (национальный исследовательский университет). E-mail: danilenko.al@gmail.com. Область научных интересов: нечёткая логика, системы управления, человеческий фактор, принятие решений, нейронные сети.

Danilenko Aleksandra Nikolayevna, postgraduate student, assistant, department of program systems, Samara State Aerospace University named after academician S. P. Korolyov (national research university). E-mail: danilenko.al@gmail.com. Area of research: fuzzy logic, control systems, human factor, decision-making, neural networks.

ПРИМЕНЕНИЕ ДИНАМИЧЕСКОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ ДЛЯ МАРШРУТИЗАЦИИ ОБЛЁТА МОБИЛЬНЫХ ОБЪЕКТОВ В КОНТРОЛИРУЕМОМ РЕГИОНЕ

© 2011 Г. Н. Лебедев, А. В. Ефимов

Московский авиационный институт (государственный технический университет)

Рассматривается задача облёта беспилотным летательным аппаратом группы мобильных точечных наземных объектов. Предложен алгоритм маршрутизации полёта с помощью динамического программирования, что позволило определить область притяжения в виде «скрученного» эллиптического цилиндра с учётом направлений полёта и наземного движения.

Беспилотный летательный аппарат, маршрутизация полёта, функция Беллмана, динамическое программирование.

Введение

Существующие подходы к решению задачи маршрутизации, такие, как метод ветвей и границ [1], алгоритм «ближайшего соседа», алгоритм Дейкстры [2], имеют области притяжения (границы которых имеют одинаковый штраф) в виде круга или неподвижного эллипса [3] независимо от направления движения летательного аппарата (ЛА). Дополнительную сложность приобретает эта задача при движении самих объектов, т.к. необходимо планировать полёт в прогнозируемую упреждающую точку встречи.

В данной работе ставится задача маршрутизации полёта с учётом динамики движения наземных объектов и полёта самого ЛА, чтобы параметры области притяжения менялись в зависимости от этого в текущий момент времени.

Постановка задачи

Рассмотрим решение задачи планирования маршрута полёта при следующих допущениях:

1. Задано множество контролируемых точечных подвижных наземных объектов и их координаты x_j, z_j в текущий момент времени. Заданы скорости V_{uj} и направления α_{uj} движения этих объектов, что затрудняет или исключает попадание их части в план. Это отличает данную постановку от классической задачи коммивояжёра при попадании в каждый объект.

2. Рассматривается движение ЛА только в горизонтальной плоскости, когда текущее состояние полёта характеризуется линейными координатами пути x, z , модулем скорости V и углом α направления скорости. Скорость V считается заданной и неизменной, при этом $K_j = \frac{V_{uj}}{V} < 1$.

3. Динамика бокового движения ЛА при перелёте к объекту j может быть приближённо описана дифференциальными уравнениями, если пренебречь разницей в длине пути по прямой и по дуге окружности при перелёте в упрежденную точку:

при перелёте к объекту j может быть приближённо описана дифференциальными уравнениями, если пренебречь разницей в длине пути по прямой и по дуге окружности при перелёте в упрежденную точку:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \frac{x_j - x}{\Delta t_j} \approx \frac{x_j - x}{r_j} V, \\ \dot{z} &= \frac{z_j - z}{\Delta t_j} \approx \frac{z_j - z}{r_j} V, \\ \dot{\alpha} &= \frac{\frac{z_j - z}{r_j} - \alpha}{\Delta t_j} \approx \frac{\frac{z_j - z}{r_j} - \alpha}{r_j} V = \frac{\alpha_j - \alpha}{r_j} V. \end{aligned} \quad (1)$$

4. При боковом манёвре боковая перегрузка ЛА ограничена, что определяет заданный минимальный радиус R окружности, по которой доступен разворот ЛА.

5. Для достижения очередного объекта, не лежащего на линии прямолинейного

полёта, осуществляется наведение методом пропорциональной навигации. Процесс пересчёта нового угла подробно не рассматривается.

6. В качестве критерия оптимальности маршрута принято условие максимума числа контролируемых объектов за заданное время T , чему соответствует условие минимума среднего времени перелёта от одного объекта к другому и критерий

$$I = \sum_{j=1}^M \frac{r_j}{V} \approx \sum_{j=1}^M \frac{r_j}{V\Delta t} dt \approx \int_0^T \frac{r_j}{V\Delta t} dt \rightarrow \min. \quad (2)$$

Предложенное подынтегральное выражение $f_0 = \frac{r_j}{V\Delta t}$ функционала (2) указывает, что в первом приближении при постоянной скорости V без учёта динамики ЛА лучше выбрать ближайший очередной объект на минимальном расстоянии r_j .

При перечисленных допущениях требуется сформировать такой алгоритм маршрутизации, который с учётом ограничений при боковом манёвре ЛА обеспечил бы наибольшее число контролируемых объектов, преимущественно расположенных по меняющемуся направлению полета.

Предложенный подход к решению задачи с помощью динамического программирования

Так как выбираемый маршрут есть результат многошагового выбора очередного

объекта, а принятие решения на каждом шаге кроме текущего штрафа в виде потерянного времени ещё имеет последствия для будущих шагов, наиболее подходящим методом оптимизации является динамическое программирование [4]. Тогда, учитывая дискретный характер альтернативных решений при выборе «куда лететь», уравнение Беллмана в частных производных можно записать в виде

$$-\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = \min_j \left\{ f_{0j} + \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} \dot{x}_j + \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} \dot{z}_j + \frac{\partial \varepsilon}{\partial \alpha} \dot{\alpha}_j \right\} =$$

$$= \min_j \left\{ \begin{array}{l} f_{0j} + \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} \frac{x_j - x}{r_j} V + \\ + \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} \frac{z_j - z}{r_j} V + \\ + \frac{\partial \varepsilon}{\partial \alpha} \frac{\alpha_j - \alpha}{r_j} V \end{array} \right\} = F_j(x, z, \alpha), \quad (3)$$

где ε – функция Беллмана, F_j – функция текущего риска с учётом последствий в будущем, j – номер выбираемого объекта в текущий момент времени. Например, это может быть либо группа подвижных объектов впереди по направлению полёта ($j = 1.1, 1.2, 1.3, 1.4$), сзади ($j = 2.1, 2.2, 2.3, 2.4$), слева ($j = 3.1, 3.2, 3.3, 3.4$) или справа ($j = 4.1, 4.2, 4.3, 4.4$), как показано на рис. 1.

Принципиальным отличием решаемой задачи от принятого в методе аналитическо-

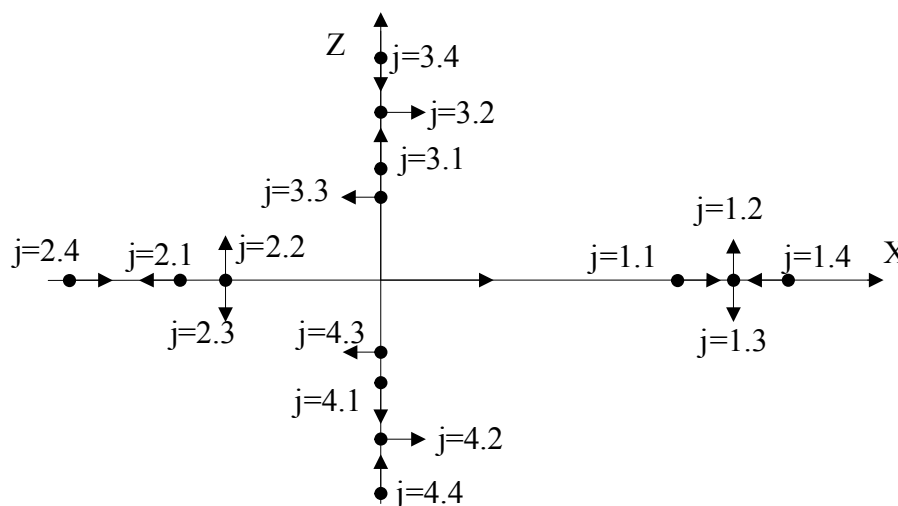


Рис. 1. Расположение 16 подвижных объектов в окрестности ЛА, имеющих примерно одинаковую длину достигаемого пути

го конструирования оптимальных регуляторов допущения о непрерывности управления является то, что управление является альтернативным (в частности, согласно рис. 1, $j = 1.1, 1.2, \dots, 4.4$). Поэтому для приближённого синтеза закона управления воспользуемся подходом [5], основанным на вычислении функции минимального риска F_j для различных альтернатив в ситуациях, близких к границам переключения при отклонениях «влево и вправо» от рабочей точки, в которой нельзя отдать предпочтения ни одной альтернативе. Согласно этому подходу вычисление этих функций риска, называемых ординатами риска C_p , осуществляется вначале путём представления функции Беллмана степенным рядом

$$\varepsilon(\bar{x}_n, \tau) = \alpha(\tau) + \sum_{i=1}^n \beta_i(\tau)x_i + \sum_{i=1}^n \gamma_i(\tau) \frac{x_i^2}{2} + \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{k=i+1}^n \psi_{ik}(\tau)x_i x_k. \tag{4}$$

Затем, независимо от значений исходных данных решаемой задачи, функции риска $F_j(\bar{x}_n, \tau)$ представляются степенными полиномами того же порядка, что и функция Беллмана $\varepsilon(\bar{x}_n, \tau)$, а ординаты риска

$$C_i^- = \min_j \{F_j(\bar{x}_p - \Delta x_i)\},$$

$$C_i^+ = \min_j \{F_j(\bar{x}_p + \Delta x_i)\},$$

$$C_{il}^{++} = \min_j \{F_j(\bar{x}_p + \Delta x_i + \Delta x_l)\}$$

и коэффициенты $\beta_p, \gamma_p, \psi_{ik}$ вычисляются в предположении очевидного предпочтения одной альтернативы перед другими в отдельных точках пространства состояния, например, в середине интервала в рабочей точке x_{pi} , а также на левой и правой границах интервала возможных значений переменных x_j . Это позволяет определить установившееся значение этих коэффициентов при асимптотическом поведении оптимальной системы и довести решение задачи до конца, если приравнять ординаты риска друг другу:

$$\tilde{N}_0 = \tilde{N}_i^+ = \tilde{N}_i^- = \tilde{N}_{ik}^{+-}. \tag{5}$$

Вычисление ординат минимального риска в различных полётных ситуациях

Предварительные исследования показали, что применительно к данной задаче представление функции Беллмана ε в квадратичной форме недостаточно для получения адекватного описания. Поэтому была взята следующая аппроксимация:

$$\varepsilon = \alpha + \beta_1 x + 0,5\gamma_1 x^2 + \beta_2 z + 0,5\gamma_2 z^2 + \beta_3 \alpha + 0,5\gamma_3 \alpha^2 + \psi_{12} xz + \psi_{13} x\alpha + \psi_{23} z\alpha + \lambda xz\alpha, \tag{6}$$

где $\beta_p, \gamma_p, \psi_{ik}, \lambda$ – искомые коэффициенты, а последнее слагаемое $\lambda xz\alpha$ содержит произведение трёх переменных. Тогда, найдя значения $\frac{\partial \varepsilon}{\partial x}, \frac{\partial \varepsilon}{\partial z}, \frac{\partial \varepsilon}{\partial \alpha}$ из (6) и подставив их в (3), получим в общем виде формулу для вычисления функций риска $F_j(x, z, \alpha)$:

$$\begin{aligned} F_j &= \frac{r_j}{V\Delta t} + (\beta_1 + \gamma_1 x + \psi_{12} z + \psi_{13} \alpha + \lambda z\alpha) \frac{x_j - x}{r_j} V + \\ &+ (\beta_2 + \gamma_2 z + \psi_{12} x + \psi_{23} \alpha + \lambda x\alpha) \frac{z_j - z}{r_j} V + \\ &+ (\beta_3 + \gamma_3 \alpha + \psi_{13} x + \psi_{23} z + \lambda xz) \frac{\alpha_j - \alpha}{r_j} V = \\ &= \frac{r_j}{V\Delta t} + (\beta_1 + \gamma_1 x + \psi_{12} z + \psi_{13} \alpha + \lambda z\alpha) \frac{\Delta x_j}{r_j} V + \\ &+ (\beta_2 + \gamma_2 z + \psi_{12} x + \psi_{23} \alpha + \lambda x\alpha) \frac{\Delta z_j}{r_j} V + \\ &+ (\beta_3 + \gamma_3 \alpha + \psi_{13} x + \psi_{23} z + \lambda xz) \frac{\Delta \alpha_j}{r_j} V, \end{aligned} \tag{7}$$

где $\Delta x_j = x_j - x, \Delta z_j = z_j - z, \Delta \alpha_j = \alpha_j - \alpha$ – приращения координат вектора текущего состояния динамической системы.

Теперь можно приступить к вычислению ординат риска, задав в качестве рабо-

чей точки положение ЛА, представленное на рис. 1, когда расстояние до движущихся объектов выбрано таким образом, что время их достижения примерно одинаково, и нельзя отдать предпочтение ни одной из альтернатив. При этих допущениях координаты рабочей точки равны $x = x_0$; $z = z_0$; $\alpha = 0$, а расстояния r_j между ЛА и объектами взяты кратными минимальному радиусу R и равными $r_1 = 8R$, $r_2 = R$, $r_3 = r_4 = 4R$. Это позволяет вычислить первую ординату C_0 как среднее значение из 16 функций риска, возникающих при перелёте ЛА в различных направлениях:

$$\frac{C_0}{V} = (0,2 + 0,125K)(\beta_1 + x_0\gamma_1 + z_0\psi_{12}) + 0,18(\beta_3 + \psi_{13}x_0 + \psi_{23}z_0 + \lambda x_0 z_0) + \frac{5,4R(1+K)}{V^2\Delta t}. \quad (8)$$

Нужно подчеркнуть, что при определении ординаты C_0 , как и последующих ординат, вычисление пути в упреждённую точку встречи с выбранным подвижным объектом проводилось при гипотезе управления полё-

том с помощью метода пропорциональной навигации.

Теперь рассмотрим полётные ситуации при отклонениях от рабочей точки.

При $x = x_0 + \Delta x_1 = x_0 + R$ минимальный штраф будет при полёте ЛА к объекту 1.1, а при $x = x_0 - \Delta x_2 = x_0 - 9R$ лучше лететь к объекту 2.4. Поэтому

$$\begin{aligned} \frac{C_1^+}{V} &= \beta_1 + (x_0 + R)\gamma_1 + z_0\psi_{12} + \frac{7(1+K)R}{V^2\Delta t}, \\ \frac{C_1^-}{V} &= \beta_1 + (x_0 - 9R)\gamma_1 + z_0\psi_{12} + \frac{8(1+0,75K)R}{V^2\Delta t}. \end{aligned} \quad (9)$$

Различные по модулю отклонения Δx_1 и Δx_2 были взяты для того, чтобы направление полёта ЛА было одинаково – вперёд. Иллюстрация полётных ситуаций представлена на рис. 2.

Зададимся теперь отклонениями Δz по второй координате z . При $z = z_0 + \Delta z$ минимальный путь ЛА будет при полёте к объекту 3.2, а при $z = z_0 - \Delta z$ – при полёте к объекту 4.2. Поэтому при $\Delta z = R$ получим

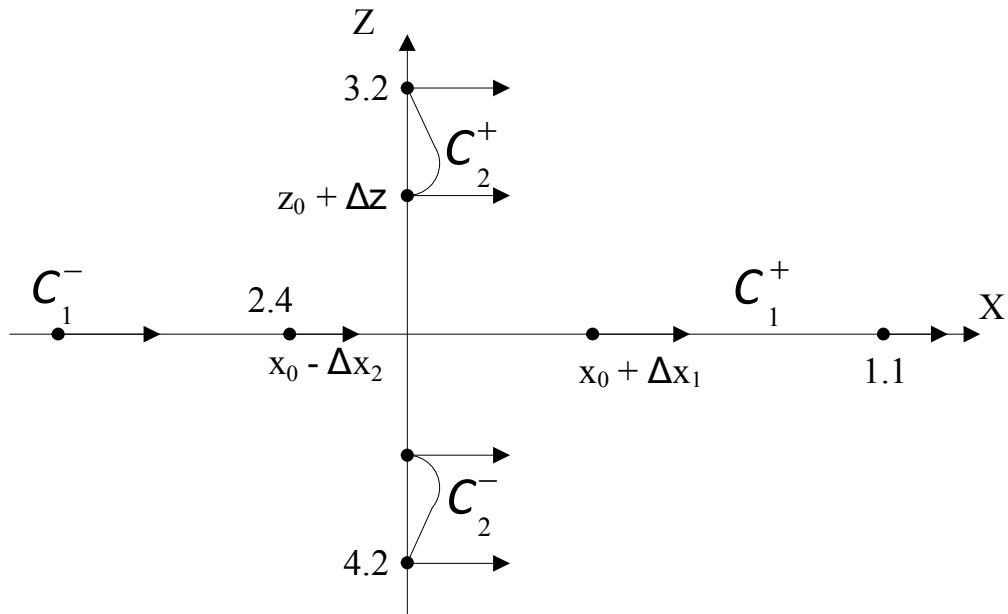


Рис. 2. Иллюстрация полётных ситуаций при поочерёдных отклонениях по x и z от рабочей точки

$$\begin{aligned}
 \frac{C_2^+}{V} &= \frac{K}{1+3K} [\beta_1 + \gamma_1 x_0 + \psi_{12}(z_0 + R)] + \\
 &+ \frac{2(1+5K)}{3(1+3K)} [\beta_2 + \gamma_2(z_0 + R) + \psi_{12}x_0] + \\
 &+ \frac{\pi}{4R} [\beta_3 + \psi_{13}x_0 + \psi_{23}(z_0 + R) + x_0(z_0 + R)\lambda] + \\
 &+ \frac{3(1+3K)R}{V^2 \Delta t}, \\
 \frac{C_2^-}{V} &= \frac{K}{1+3K} [\beta_1 + \gamma_1 x_0 + \psi_{12}(z_0 - R)] + \\
 &+ \frac{2(1+5K)}{3(1+3K)} [\beta_2 + \gamma_2(z_0 - R) + \psi_{12}x_0] + \\
 &- \frac{\pi}{4R} [\beta_3 + \psi_{13}x_0 + \psi_{23}(z_0 - R) + x_0(z_0 - R)\lambda] + \\
 &+ \frac{3(1+3K)R}{V^2 \Delta t}.
 \end{aligned}
 \tag{10}$$

Иллюстрация для оценок ординат C_2^+ и C_2^- представлена на рис. 3.

Рассуждая аналогичным образом, можно вычислить остальные ординаты $C_3, C_{12}, C_{13}, C_{23}, C_{123}$, которые после приравнивания

друг другу позволяют вычислить коэффициенты функции Беллмана:

$$\begin{aligned}
 \gamma_1 &= \frac{0,1(1-K)}{V^2 \Delta t}; \gamma_2 = \frac{1,4-4,6K}{V^2 \Delta t}; \\
 \gamma_3 &= \frac{(2,7-4K)R^2}{V^2 \Delta t}; \\
 \psi_{13} &= \frac{z_0(1,3-5,6K) - R(0,35+4K)}{V^2 \Delta t}; \psi_{12} \cong 0; \\
 \psi_{23} &= \frac{0,9R(1+K) + (1,3-6K)x_0}{V^2 \Delta t}; \\
 \beta_1 &= -\frac{1,65R(1+K) + 0,1(1-K)x_0}{V^2 \Delta t}; \\
 \beta_2 &= -\frac{4,6K-1,4}{V^2 \Delta t}; \lambda = \frac{-1,3+6,4K}{V^2 \Delta t}; \\
 \beta_3 &= \frac{x_0R(0,35+4K) - 0,9z_0R(1+K) - x_0z_0(1,3-5,6K)}{V^2 \Delta t}.
 \end{aligned}
 \tag{11}$$

Нужно подчеркнуть, что во все эти формулы входят параметры V и R , характеризующие свойства ЛА, и характеризующие внешнюю среду параметры: x_0 – среднее значение координат x_j ($j = 1, \dots, M$) подвижных

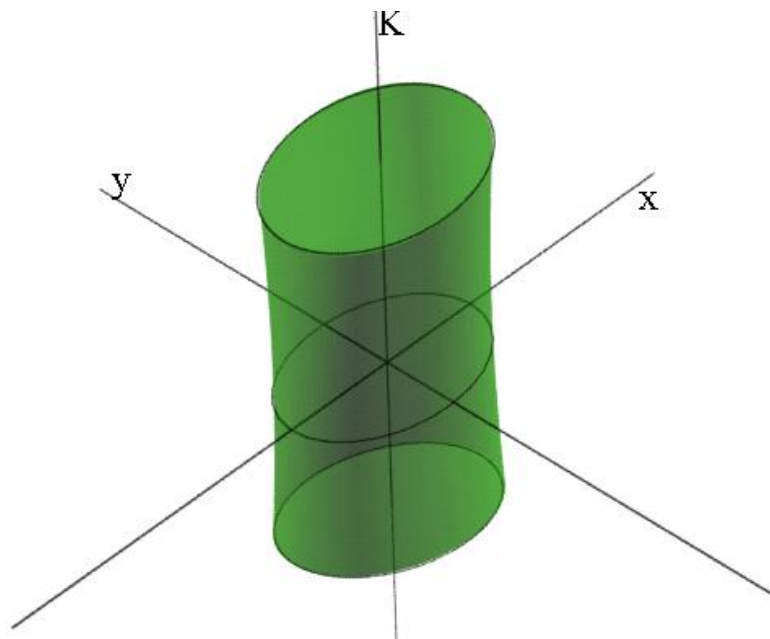


Рис. 3. Геометрическая интерпретация области притяжения в виде «скрученного» эллиптического цилиндра

объектов, z_0 – среднее значение координат z_j ($j = 1, \dots, M$) этих объектов, Δt – среднее время перелёта из одного объекта в другой как фактор насыщенности контролируемого ре-

гиона, $K_j = \frac{V_{Цj}}{V}$ – параметры относительной скорости движения объектов.

Наконец, если подставить найденные коэффициенты в выражение (7) функции риска F_j и приравнять эту функцию некоторой константе, то можно получить границу области притяжения, на которой значение риска одинаково. Полученная геометрическая интерпретация, представленная на рис. 3, указывает на то, что найденная фигура весьма похожа на «скрученный» эллиптический цилиндр, сечение которого есть эллипс, повернутый на угол, равный $\alpha + \Delta\alpha_j K$, где α характеризует полёт ЛА, $\Delta\alpha_j$ – движение объекта. Поэтому при выборе очередного объекта явное предпочтение отдаётся тем объектам, которые находятся по пути направления полёта и, во вторую очередь, объектам, движение которых соответствует сближению с ЛА. Объекты слева и справа менее предпочтительны, а последней по приоритету является часть региона в задней полусфере-

ре, что полностью соответствует физическому смыслу решаемой задачи. Поэтому в общем случае область притяжения – это «скрученный» эллиптический цилиндр, показанный на рис. 3.

Аппроксимация функции Беллмана и пример работы полученного алгоритма маршрутизации

Полученный аналитический результат предполагается использовать на каждом шаге выбора очередного наземного объекта, назначая включённым в маршрут тот, у которого значение F_j минимально. Пример работы полученного алгоритма приведён на рис. 4.

Таким образом, вычисление функций риска происходит многократно. Поэтому эту процедуру целесообразно упростить. С этой целью воспользуемся тригонометрической формулой для описания границы одинакового значения риска в виде эллипса:

$$F_j^* = \sqrt{\left[(\Delta x_j - a) \cos \varphi + (\Delta z_j - b) \sin \varphi \right]^2 + M \left[(\Delta z_j - b) \cos \varphi + (\Delta x_j - a) \sin \varphi \right]^2} - 1,$$

где a и b – координаты центра, M – коэффициент «сжатия» его главных осей, φ – угол

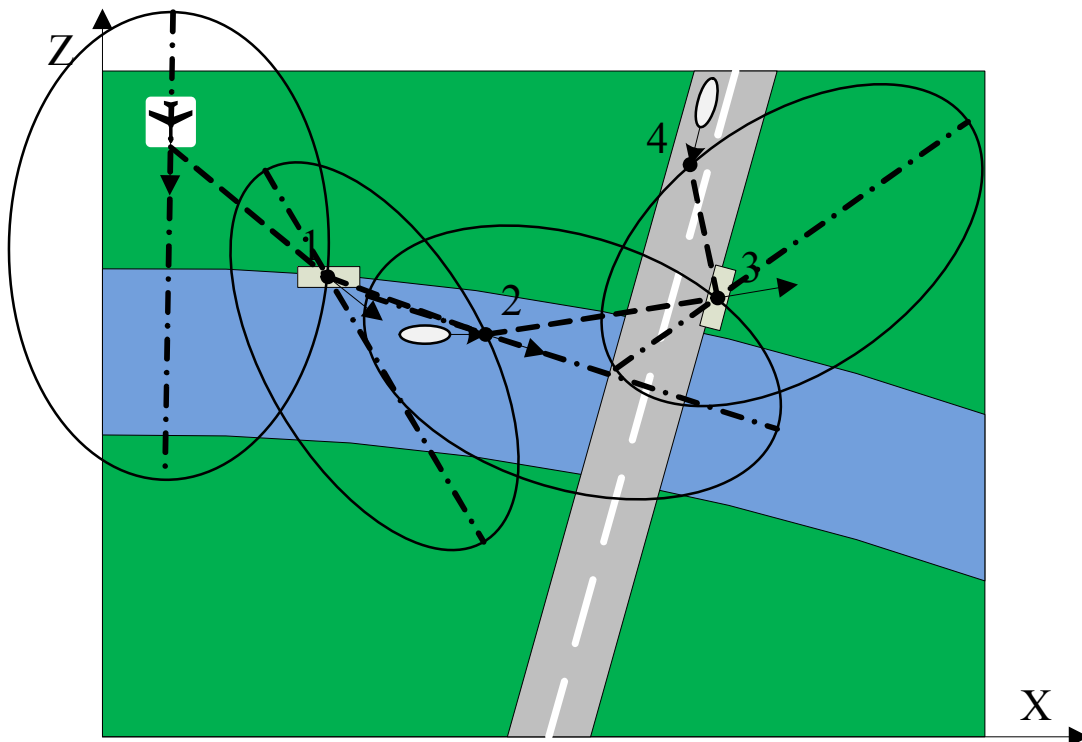


Рис. 4. Пример последовательного выбора наблюдаемых объектов

приращения, Δx_j , Δz_j – приращения координат местоположения ЛА при перелёте в объект j . Если функцию F_j^* упростить, то при её разложении в ряд Тейлора можно получить следующую аппроксимацию

$$F_j^* = r_j + \frac{\Delta x_j}{r_j} [-a + (M-1)b\varphi] + \frac{\Delta z_j}{r_j} [-Mb + (M-1)a\varphi] - \frac{ab\varphi(M-1)}{r_j}. \quad (12)$$

Формула (12) удобна для сопоставления с выражением (7), в результате чего параметры «повёрнутого» эллипса оказываются равными

$$a = 1,65R(1+K) + 0,1x_0(1-K); \quad b = z_0; \quad (13)$$

$$\varphi = \alpha + K\Delta\alpha_j; \quad M \approx 1,4 - 4,6K.$$

Зависимость параметров эллипса a , b , φ , M от x_0 , z_0 также соответствует характеру предпочтения в принятии решений. В формулах (13) угол поворота эллипса скорректирован на значение $K\Delta\alpha_j$, нацеливающее в упреждённую точку встречи с подвижным объектом.

Выводы

1. Показано, что область притяжения в выборе альтернативы маршрутного полёта есть «скрученный» эллиптический цилиндр, главная ось которого повёрнута в основном в направлении полёта ЛА с коррекцией на

упреждённую точку встречи, а центр сдвинут вперёд. При выборе очередного объекта предпочтение отдаётся тем, которые лежат по пути движения ЛА.

2. Среди объектов, находящихся в стороне от линии пути ЛА и имеющих значительный пеленг, более предпочтительны те, которые движутся на сближение, тем самым имея минимальную поперечную скорость по отношению к линии визирования между контролируемым объектом и ЛА.

Работа выполнена при финансовой поддержке Минобрнауки по проекту НК-528П/58ФЦП, контракт П-787.

Библиографический список

1. Лебедев, Г. Н. Теория оптимальных систем [Текст] / Г.Н. Лебедев. - М.: МАИ, 1999.
2. Кормен, Т. Алгоритмы: построение и анализ [Текст] / Т. Кормен, Ч. Лейзерсон, Р. Ривест, К. Штайн. - М.: «Вильямс», 2006.
3. Галютин, В. Б. Планирование маршрута на основе самообучения [Текст] / В. Б. Галютин // Авиакосмическое приборостроение. - М.: Научтехлитиздат. – 2002. - № 2. - С. 16-18.
4. Беллман, Р. Динамическое программирование [Текст] / Р. Беллман. - М.: ИИЛ, 1961.
5. Боголюбов, А. А. Проблема управления полетом с помощью искусственного интеллекта [Текст] / А. А. Боголюбов, В. Б. Галютин, Г. Н. Лебедев // Авиакосмическое приборостроение. - М.: Научтехлитиздат. - 2002. - №1. - С. 21-22.

APPLICATION OF DYNAMIC PROGRAMMING FOR PATH PLANNING FOR OBSERVATION OF MOBILE GROUND TARGETS IN THE CONTROLLED AREA

© 2011 G. N. Lebedev, A. V. Efimov

Moscow Aviation Institute (State Technical University)

In this article we consider a path planning problem for a UAV performing reconnaissance of mobile ground targets. We suggest an algorithm which uses dynamic programming for solving a path planning problem and allows us to determine the domain of attraction in the form of a "twisted" elliptic cylinder.

Unmanned aircraft, routing, Bellman function, dynamic programming.

Информация об авторах

Лебедев Георгий Николаевич, доктор технических наук, профессор, Московский авиационный институт (государственный технический университет). E-mail: kaf301@mai.ru. Область научных интересов: проблемы автоматизации и управления; идентификация, диагностика и оптимизация динамических систем; прикладной функциональный анализ и теория случайных процессов.

Ефимов Алексей Витальевич, инженер, аспирант, Московский авиационный институт (государственный технический университет). E-mail: astrowave@gmail.com. Область научных интересов: оптимизация динамических систем, прикладной функциональный анализ.

Lebedev Georgy Nikolayevitch, doctor of technical sciences, professor, deputy of chairholder, Moscow Aviation Institute (State Technical University). E-mail: kaf301@mai.ru. Area of research: modern problems of automatics and control for technical systems, identification, diagnostics and optimization of dynamic systems, applied functional analysis and the theory of casual processes.

Efimov Alexey Vitalyevitch, post-graduate student, engineer, Moscow Aviation Institute (State Technical University). E-mail: astrowave@gmail.com. Area of research: optimization of dynamic systems, applied functional analysis.

ЗАДАЧА ОПТИМИЗАЦИИ ЧИСЛА ПРОЦЕССОРОВ ПРИ РАСПРЕДЕЛЁННОЙ ОБРАБОТКЕ

© 2011 П. А. Павлов

Полесский государственный университет

Решена задача определения временных характеристик распределённых процессов, конкурирующих за программный ресурс, и предложен метод нахождения оптимального числа процессоров, обеспечивающих директивное время выполнения заданных объемов вычислений.

Распределённый процесс, программный ресурс, асинхронный режим, однородная распределённая система, неограниченный параллелизм, ограниченный параллелизм.

Введение. Постоянное существование задач сверхвысокой сложности: задачи проектирования сложных систем; задачи оптимизационного плана развития экономики страны или отдельного региона, сооружений, технологических процессов; задачи эффективного использования спутников Земли для развития народного хозяйства и др., характеризуются большой размерностью, десятками сотен и миллионов независимых переменных и соответствующих ограничений. Указанные задачи можно эффективно решать, используя идеи распараллеливания сложных вычислительных процессов и обработки больших объёмов данных и знаний с помощью параллельных многопроцессорных систем (МС) и вычислительных комплексов (ВК), “объединяя в единое целое сведения из таких областей, как архитектура компьютеров и вычислительных систем, системное программирование и языки программирования, различные методы обработки информации” [1]. Принципы параллельной организации сложных процессов являются не только одним из универсальных способов достижения высокой производительности и надёжности вычислительных средств, они присущи системам управления, операционным системам, системам автоматизированного проектирования, промышленным процессам, конвейерным линиям и т. д. В этой связи возникает необходимость новых принципов организации вычислений и распределения ресурсов, создания эффективного аппа-

ратного и программного обеспечения, оптимального планирования и распределения вычислительных процессов [2]. При этом особую актуальность приобретают задачи эффективного управления множеством процессов, имеющих доступ к общим ресурсам, в том числе к программным. Математическая постановка такого рода задач была предложена и исследована ранее в работах [2–5].

В настоящей статье решена задача определения временных характеристик процессов вычислений, конкурирующих за программный ресурс при параллельной распределённой обработке в случае ограниченного параллелизма [2], и предложен метод нахождения минимального числа процессоров, обеспечивающих директивное время выполнения заданных объемов вычислений. Ввиду дискретного и комбинаторного характера математических задач параллельного программирования определённый прогресс на пути их решения был достигнут за счёт применения математического аппарата и методов дискретных систем и дискретной оптимизации, теории расписаний и сетевых графов, теории алгоритмов и множеств, алгебры матриц и др.

1. Основные понятия и определения.

Как и в [2–4], процесс будем рассматривать как последовательность блоков Q_1, Q_2, \dots, Q_s , для выполнения которых используется множество процессоров. При этом процесс будем считать *распределённым*, если все бло-

ки или часть из них выполняются на разных процессорах. Процессы, которые для ускорения выполнения обрабатываются параллельно, взаимодействуя путём обмена информацией, будем называть *кооперативными* или *взаимодействующими* процессами. Последовательность программных блоков, которую процессорам необходимо выполнять многократно, будем называть *программным ресурсом PR*, а множество соответствующих процессов – *конкурирующими*.

Математическая модель системы распределённой обработки конкурирующих процессов включает в себя [4]: $s, s \geq 2$ – число блоков линейно-структурированного программного ресурса $PR = (Q_1, Q_2, \dots, Q_s)$; $n, n \geq 2$ – число распределённых относительно PR конкурирующих процессов; $p, p \geq 2$ – число процессоров многопроцессорной системы; матрицу $T = [t_{ij}]$ времен выполнения j -х блоков i -ми конкурирующими процессами $i = \overline{1, n}, j = \overline{1, s}$; ε – время, характеризующее дополнительные системные расходы по организации структурирования и параллельного использования блоков PR .

Определение 1. Распределённая система n взаимодействующих конкурирующих процессов называется *неоднородной*, если времена выполнения блоков PR зависят от объёмов обрабатываемых данных и/или их структуры, т.е. разные для разных процессов.

Так же, как и в [3, 4], будем считать, что взаимодействие процессов, процессоров и блоков линейно-структурированного программного ресурса подчинено следующим условиям: 1) ни один из блоков PR не может обрабатываться одновременно более чем одним процессором; 2) ни один из процессоров не может обрабатывать одновременно более одного блока; 3) обработка каждого блока осуществляется без прерываний; 4) распределение блоков программного ресурса по процессорам MC для каждого из процессов осуществляется циклически по правилу: блок с номером $j = kp + i, j = \overline{1, s}, i = \overline{1, p}, k \geq 0$ распределяется на процессор

с номером i ; 5) отсутствуют простои процессоров при условии готовности блоков, а также невыполнение блоков при наличии процессоров; 6) для каждого из n процессов момент завершения выполнения j -го блока на i -м процессоре совпадает с моментом начала выполнения следующего $(j + 1)$ -го блока на $(i + 1)$ -м процессоре, $i = \overline{1, p - 1}, j = \overline{1, s - 1}$; 7) для каждого из блоков структурированного программного ресурса момент завершения его выполнения l -м процессом совпадает с моментом начала его выполнения $(l + 1)$ -м процессом на том же процессоре, $l = \overline{1, n - 1}$.

Асинхронный режим взаимодействия процессоров, процессов и блоков предполагает отсутствие простоев процессоров MC при условии готовности блоков, а также невыполнение блоков при наличии процессоров и определяется условиями 1–5.

Условия 1–4, 6 определяют *первый синхронный режим*, обеспечивающий непрерывное выполнение блоков PR внутри каждого из процессов.

Второй синхронный режим, определяемый условиями 1–4, 7, обеспечивает непрерывное выполнение каждого блока всеми процессами.

2. Неоднородные распределённые конкурирующие процессы в асинхронном режиме. В [5] для вычисления минимального общего времени $T_n^{ac}(p, n, s, \varepsilon)$ выполнения $n \geq 2$ неоднородных распределённых конкурирующих процессов, использующих структурированный на $s \geq 2$ блоков программный ресурс в многопроцессорной системе с $p \geq 2$ процессорами с учётом параметра $\varepsilon > 0$ в случае *неограниченного параллелизма* ($2 \leq s \leq p$), был использован функционал задачи Беллмана–Джонсона, который имеет вид:

$$T_n^{ac}(p, n, s, \varepsilon) = \max_{1 \leq u_1 \leq u_2 \leq \dots \leq u_{s-1} \leq n} \left[\sum_{i=1}^{u_1} t_{i1}^\varepsilon + \sum_{i=u_1}^{u_2} t_{i2}^\varepsilon + \dots + \sum_{i=u_{s-1}}^n t_{is}^\varepsilon \right],$$

где $t_{ij}^\varepsilon = t_{ij} + \varepsilon$, $i = \overline{1, n}$, $j = \overline{1, s}$,

а u_1, u_2, \dots, u_{s-1} – целые положительные числа.

Было также предложено графоаналитическое решение задачи определения $T_n^{ac}(p, n, s, \varepsilon)$. По заданным n, s и матрице времён выполнения блоков программного ресурса с учётом параметра ε $T^\varepsilon = [t_{ij}^\varepsilon]$, $t_{ij}^\varepsilon = t_{ij} + \varepsilon$, $i = \overline{1, n}$, $j = \overline{1, s}$ построен сетевой вершинно-взвешенный граф G_1^{ac} , который содержит ns вершин, расположенных в узлах прямоугольной $n \times s$ -решетки (рис. 1). Каждой вершине графа G_1^{ac} соответствует значение t_{ij}^ε , $i = \overline{1, n}$, $j = \overline{1, s}$, причём t_{11}^ε – начальная вершина, t_{ns}^ε – конечная. Дуги в графе G_1^{ac} отражают линейный порядок выполнения блоков Q_j , $j = \overline{1, s}$ программного ресурса каждым из процессов, а также линейный порядок использования одних и тех же блоков разными процессами.

Теорема 1. Минимальное общее время выполнения n ($n \geq 2$) неоднородных распре-

делённых конкурирующих процессов, использующих структурированный на s ($s \geq 2$) блоков программный ресурс с временами выполнения блоков, задаваемыми матрицей $T^\varepsilon = [t_{ij}^\varepsilon]$, $i = \overline{1, n}$, $j = \overline{1, s}$, в многопроцессорной системе с p ($p \geq 2$), процессорами в асинхронном режиме в случае $2 \leq s \leq p$ определяется длиной критического пути в сетевом вершинно-взвешенном графе G_1^{ac} из начальной вершины t_{11}^ε в конечную t_{ns}^ε .

Рассмотрим случай *ограниченного параллелизма*, т.е. когда $s > p$, $s = kp + r$, $k \geq 1$, $1 \leq r < p$. Для вычисления общего времени выполнения множества распределённых неоднородных конкурирующих процессов в асинхронном режиме всё множество блоков разобьём на $k + 1$ группу по p блоков в каждой, за исключением $k + 1$ -й группы, которая будет содержать r блоков. На рис. 2 представлен пример диаграммы Ганта, которая отражает выполнение $n = 4$ неоднородных распределённых конкурирующих процессов, использующих структурированный на $s = 8$ блоков PR в MC с $p = 3$ процессорами. Времена выполнения блоков линейно-структу-

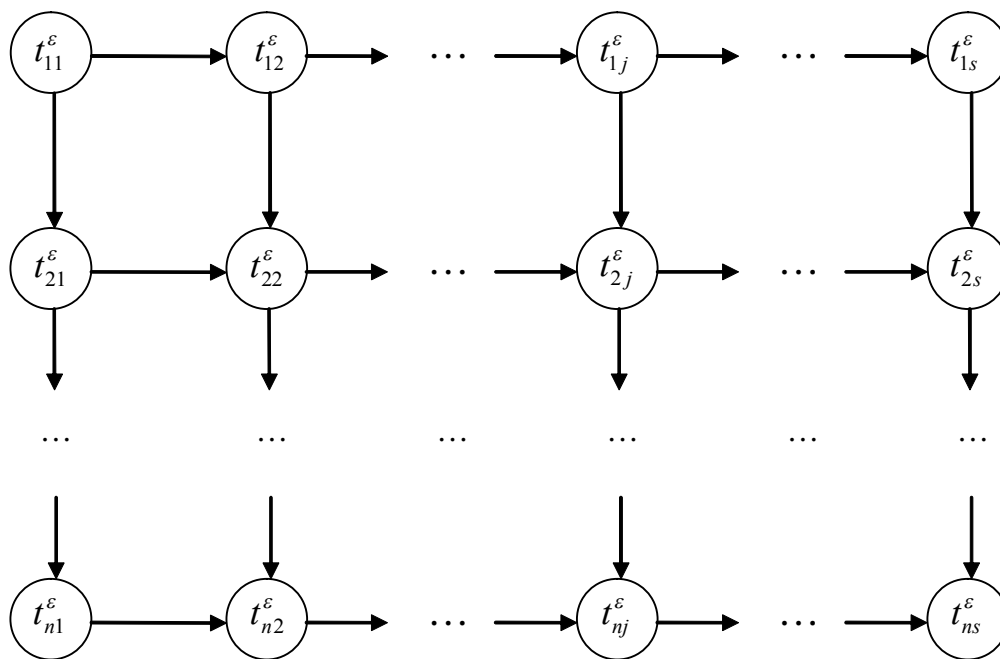


Рис. 1. Сетевой вершинно-взвешенный граф G_1^{ac}

рированного программного ресурса проставлены над соответствующими блоками. Очевидно, что если выполнение очередной группы из p блоков начинать только после полного завершения выполнения предыдущей группы, то общее суммарное время выполнения всех n процессов в этом случае будет определяться как сумма длин критических путей в каждой из подряд идущих несовмещенных диаграмм Ганта, задаваемых прямой суммой матриц T_l^ε , $l = \overline{1, k+1}$. Однако это время можно существенно сократить, если воспользоваться приёмом совмещения последовательных диаграмм Ганта по оси времени справа налево. Причём совмещение осуществляется поблочно, начиная со второй диаграммы, на максимально возможную величину таким образом, чтобы не нарушались технологические условия, определяющие асинхронный режим взаимодействия процес-

сов, процессоров и блоков. В результате совмещения получим результирующую совмещённую диаграмму Ганта (рис. 3).

Полученная структура результирующей совмещённой диаграммы Ганта будет полностью определяться матрицей T^* (1) и состоять из подматриц $T_1^\varepsilon, T_2^\varepsilon, \dots, T_{k+1}^\varepsilon$ размерностью $n \times p$ каждая. При этом подматрицы T_l^ε , $l = \overline{1, k+1}$ в результирующей матрице T^* располагаются таким образом, чтобы не нарушался характер взаимодействия как блоков PR , выполняемых одним и тем же процессом, так и блоков, выполняемых на одном и том же процессоре. Первая строка матрицы T^* будет состоять из подматриц T_l^ε , $l = \overline{1, k+1}$, что отражает характер взаимодействия блоков программного ресурса внутри каждого из n процессов:

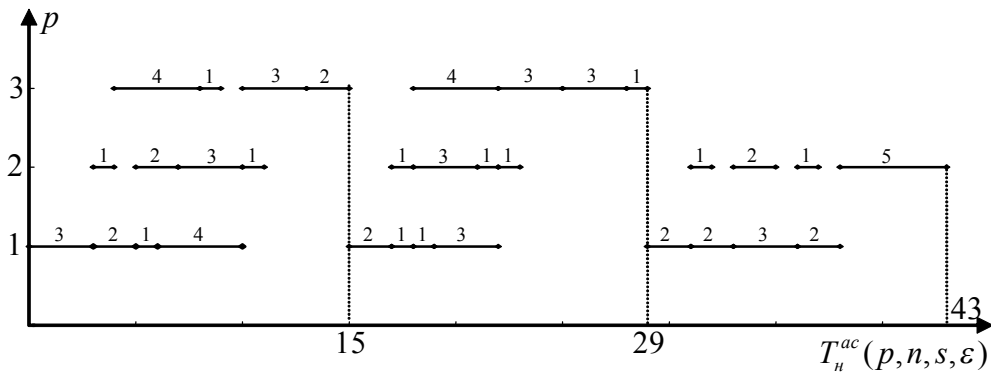


Рис. 2. Несовмещенная диаграмма Ганта

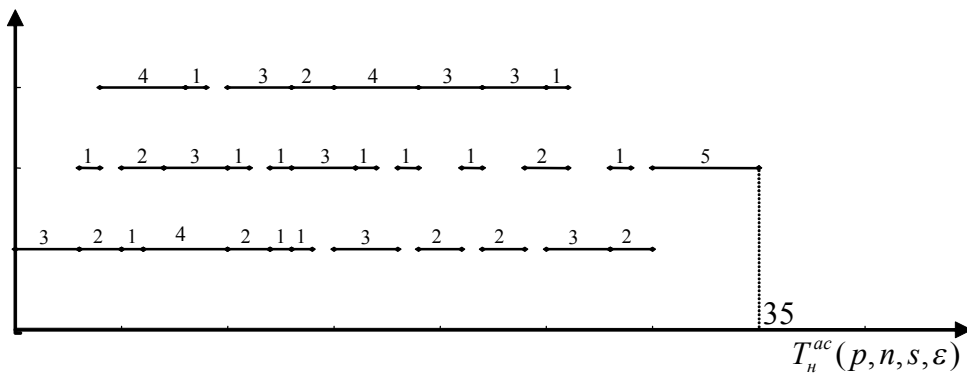


Рис. 3. Совмещенная диаграмма Ганта

$$T^* = \begin{bmatrix} T_1^\varepsilon & T_2^\varepsilon & T_3^\varepsilon & \dots & T_k^\varepsilon & T_{k+1}^\varepsilon \\ T_2^\varepsilon & T_3^\varepsilon & T_4^\varepsilon & \dots & T_{k+1}^\varepsilon & 0 \\ T_3^\varepsilon & T_4^\varepsilon & T_5^\varepsilon & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ T_k^\varepsilon & T_{k+1}^\varepsilon & 0 & \dots & 0 & 0 \\ T_{k+1}^\varepsilon & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (1)$$

где T_l^ε и T_{k+1}^ε матрицы вида

$$T_l^\varepsilon = \begin{bmatrix} t_{1,(l-1)p+1}^\varepsilon & t_{1,(l-1)p+2}^\varepsilon & \dots & t_{1,lp}^\varepsilon \\ t_{2,(l-1)p+1}^\varepsilon & t_{2,(l-1)p+2}^\varepsilon & \dots & t_{2,lp}^\varepsilon \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ t_{n,(l-1)p+1}^\varepsilon & t_{n,(l-1)p+2}^\varepsilon & \dots & t_{n,lp}^\varepsilon \end{bmatrix}, \quad l = \overline{1, k},$$

$$T_{k+1}^\varepsilon = \begin{bmatrix} t_{1,kp+1}^\varepsilon & t_{1,kp+2}^\varepsilon & \dots & t_{1,kp+r}^\varepsilon & 0 & \dots & 0 \\ t_{2,kp+1}^\varepsilon & t_{2,kp+2}^\varepsilon & \dots & t_{2,kp+r}^\varepsilon & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ t_{n,kp+1}^\varepsilon & t_{n,kp+2}^\varepsilon & \dots & t_{n,kp+r}^\varepsilon & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}.$$

В матрице (1) очередная строка получается соответствующим смещением подматриц T_l^ε , $l = \overline{2, k+1}$ справа налево на максимальную величину, сохраняющую линейный порядок выполнения блоков программного ресурса на одном и том же процессоре.

С учётом того, что все подматрицы T_l^ε , $l = \overline{2, k+1}$ имеют одну и ту же размерность $n \times p$, величина смещения на каждом шаге будет равна p . Элементы смещённой на каждом шаге матрицы заполняются нулями. Выполнив таким образом k шагов смещений, получим структуру результирующей матрицы T^* . Отметим, что результирующая матрица T^* будет иметь размерность $(k+1)n \times (k+1)p$. Матрица T^* будет блочной, симметричной, верхне-диагональной относительно второй диагонали типа Ганкелевой порядка $k+1$ [2]. По весам, задаваемым матрицей T^* , строится сетевой вершинно–

взвешенный граф G_2^{ac} . Вершины этого графа расположены в узлах прямоугольной $(k+1)n \times (k+1)p$ –решётки. Как и в случае $s \leq p$, общее время $T_n^{ac}(p, n, s = kp + r, \varepsilon)$ выполнения n неоднородных распределённых конкурирующих процессов определяется длиной критического пути из начальной вершины t_{11}^ε в конечную $t_{(k+1)n, (k+1)p}^\varepsilon$. Имеет место теорема.

Теорема 2. Минимальное общее время $T_n^{ac}(p, n, s, \varepsilon)$ выполнения n ($n \geq 2$) неоднородных распределённых конкурирующих процессов, использующих линейно структурированный на s ($s \geq 2$) блоков программный ресурс с временами выполнения блоков, задаваемыми матрицей $T^\varepsilon = [t_{ij}^\varepsilon]$, $i = \overline{1, n}$, $j = \overline{1, s}$, в многопроцессорной системе с p ($p \geq 2$) процессорами и дополнительными системными расходами $\varepsilon > 0$ в асинхронном режиме в случае $s = kp + r$, $k \geq 1$, $1 \leq r < p$ определяется длиной критического пути из начальной вершины t_{11}^ε в конечную вершину $t_{(k+1)n, (k+1)p}^\varepsilon$ сетевого вершинно–взвешенного графа G_2^{ac} .

3. Задача оптимизации числа процессоров при распределённой обработке. Несомненно, время выполнения всех распределённых конкурирующих процессов $T_n^{ac}(p, n, s, \varepsilon)$ будет существенно зависеть от количества имеющихся процессоров. Задача состоит в том, чтобы при заданных n, s, ε , $[t_{ij}^\varepsilon]$, $i = \overline{1, n}$, $j = \overline{1, s}$ и заданного директивного времени выполнения всех распределённых конкурирующих процессов d найти минимальное число процессоров p^* , обеспечивающих директивное время выполнения. Решение данной задачи рассмотрим для общего случая *асинхронного режима*, т.е. когда процессы являются *неоднородными*.

Введём в рассмотрение двумерный массив M_q переменной длины, составленный

специальным образом из элементов матрицы $[t_{ij}^\varepsilon]$, где $t_{ij}^\varepsilon = t_{ij} + \varepsilon$, $i = \overline{1, n}$, $j = \overline{1, s}$, а $q, q \in N$ – порядковый номер результирующей матрицы времен выполнения блоков (двумерного массива переменной длины M_q).

Определение 2. Число процессоров МС будем называть *достаточным* и обозначать p^s при заданных n, s , если $p^s = s$.

Обозначим через $T_n^{ac}(p^s, n, s, \varepsilon)$ минимальное общее время выполнения множества конкурирующих процессов при достаточном числе процессоров p^s , а $T_n^{ac}(p, n, s, \varepsilon)$ – минимальное общее время при исходном числе процессоров p . Имеет место теорема.

Теорема 3. При заданных $n, s, \varepsilon, [t_{ij}]$, $i = \overline{1, n}$, $j = \overline{1, s}$ в случае достаточного ($p^s = s$) и ограниченного ($p < s$) числа процессоров МС имеет место соотношение $T_n^{ac}(p^s, n, s, \varepsilon) \leq T_n^{ac}(p, n, s, \varepsilon)$.

Доказательство следует из того, что при достаточном числе процессоров ($p^s = s$) минимальное общее время $T_n^{ac}(p^s, n, s, \varepsilon)$ вычисляется как длина критического пути в сетевом вершинно–взвешенном графе G_1^{ac} . А при $s > p$, $s = kp + r$, $k \geq 1$, $1 \leq r < p$ минимальное общее время $T(p < s, n, s, \varepsilon)$, согласно теореме 2, определяется длиной критического пути в сетевом вершинно–взвешенном графе G_2^{ac} , задаваемом матрицей T^* специального вида (1) размерности $(k+1)n \times (k+1)p$.

Ввиду того, что исходная матрица $T^\varepsilon = [t_{ij}^\varepsilon]$, $i = \overline{1, n}$, $j = \overline{1, s}$ входит в качестве подматрицы в первую строку матрицы (1), сетевой вершинно–взвешенный граф G_1^{ac} , определяемый матрицей $[t_{ij}^\varepsilon]$, $i = \overline{1, n}$,

$j = \overline{1, s}$, будет подграфом сетевого вершинно–взвешенного графа G_2^{ac} , определяемого матрицей (1). Так как длина критического пути в сетевом подграфе G_1^{ac} данного графа не может превышать длину критического пути в самом сетевом графе G_2^{ac} , то справедливо неравенство

$$T_n^{ac}(p^s, n, s, \varepsilon) \leq T_n^{ac}(p, n, s, \varepsilon),$$

что и требовалось доказать.

Следует также заметить, что в случае $s < p$, согласно принятой модели, достаточно использовать только s процессоров, а остальные $p - s$ не будут задействованы.

Теорема 3 является отправной точкой для построения метода нахождения оптимального числа процессоров p^* , обеспечивающих директивное время d выполнения неоднородных конкурирующих процессов при распределённой обработке в условиях асинхронного режима их взаимодействия.

Входные данные:

- $p, p \geq 2$ – заданное (исходное) число процессоров;
- $n, n \geq 2$ – число конкурирующих неоднородных распределённых процессов;
- $s, s \geq 2$ – число блоков линейно-структурированного программного ресурса;
- M – двумерный массив, содержащий элементы исходной матрицы с учётом дополнительных системных расходов $\varepsilon [t_{ij}^\varepsilon]$, $i = \overline{1, n}$, $j = \overline{1, s}$;
- d – заданное (директивное) время выполнения конкурирующих процессов.

Выходные данные:

- p^* – минимальное (оптимальное) число процессоров, обеспечивающих выполнение конкурирующих процессов за директивное время d ;
- M_q – двумерный массив, содержащий результирующую матрицу времён выполнения блоков программного ресурса вида (1);

- q – порядковый номер результирующей матрицы времён выполнения блоков программного ресурса PR .

Метод.

Если $d < T_n^{ac}(p^s, n, s, \varepsilon)$, то полагаем $p^* = 0$, т.е. директивное время выполнения конкурирующих процессов d не может быть реализовано в заданных условиях ни для какого числа процессоров.

Пусть $d \geq T_n^{ac}(p^s, n, s, \varepsilon)$ и число процессоров MC является ограниченным, т.е. $s > p$. Тогда между d , $T_n^{ac}(p^s, n, s, \varepsilon)$, $T_n^{ac}(p < s, n, s, \varepsilon)$ возможны следующие случаи:

- если $T_n^{ac}(p^s, n, s, \varepsilon) \leq d = T_n^{ac}(p, n, s, \varepsilon)$ или $d > T_n^{ac}(p, n, s, \varepsilon)$, то нахождение p^* осуществляется методом деления пополам отрезка $[2, p]$;

- если $T_n^{ac}(p^*, n, s, \varepsilon) \leq d < T_n^{ac}(p, n, s, \varepsilon)$, то нахождение p^* осуществляется методом деления пополам отрезка $[p, p^s]$.

Пусть $s \leq p$. Тогда нахождение p^* осуществляется методом деления отрезка $[2, p^s]$ пополам.

Нетрудно подсчитать, что сложность алгоритма нахождения оптимального числа процессоров p^* , базирующегося на предложенном методе, составляет величину $O((k+1)np \log_2 p)$ операций в худшем случае.

На рис. 4 приводится графическая интерпретация зависимости величины $T_n^{ac}(p, n, s, \varepsilon)$ от числа процессоров p , а также указаны величины d , $T_n^{ac}(p^s, n, s, \varepsilon)$, p^* и p^s . Из рисунка видно, что величина p^* определяется либо как точка пересечения прямой d с дискретной линией, определяющей зависимость $T_n^{ac}(p, n, s, \varepsilon)$ от p , либо как ближайшая точка, которая находится ниже прямой d .

Пример. Пусть $p = 3$, $n = 3$, $s = 9$, $d = 48$, а исходная матрица времён выполнения блоков с учётом дополнительных системных расходов по организации структуриро-

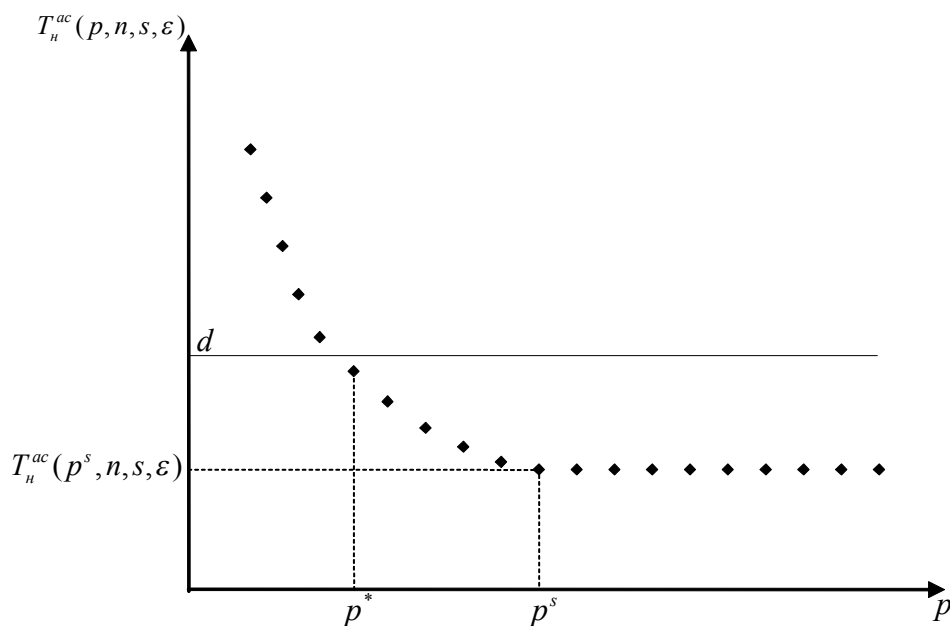


Рис. 4. Зависимости $T_n^{ac}(p, n, s, \varepsilon)$ от числа процессоров

вания и параллельного использования блоков PR ε имеет вид

$$T^\varepsilon = M = \begin{bmatrix} 4 & 1 & 3 & 5 & 2 & 4 & 7 & 3 & 1 \\ 2 & 6 & 4 & 1 & 5 & 3 & 4 & 2 & 8 \\ 5 & 3 & 1 & 7 & 4 & 2 & 6 & 4 & 5 \end{bmatrix}.$$

В данном случае достаточное число процессоров $p^s = 9$.

1. По исходной матрице M строим вершинно-взвешенный граф G_1^{ac} (рис. 5) и находим величину $T_n^{ac}(p^s = 9, n, s, \varepsilon) = 45$.

По исходным данным p, n, s и M строим результирующую матрицу T^* вида (1):

$$T^* = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{4} & 1 & 3 \\ \hat{2} & \hat{6} & \hat{4} \\ 5 & 3 & 1 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 5 & 2 & 4 \\ \hat{1} & 5 & 3 \\ \hat{7} & 4 & 2 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 7 & 3 & 1 \\ 4 & 2 & 8 \\ 6 & 4 & 5 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} 5 & 2 & 4 \\ 1 & 5 & 3 \\ 7 & 4 & 2 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} \hat{7} & 3 & 1 \\ \hat{4} & 2 & 8 \\ \hat{6} & \hat{4} & \hat{5} \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} 7 & 3 & 1 \\ 4 & 2 & 8 \\ 6 & 4 & 5 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{bmatrix}.$$

С помощью этой матрицы находим величину $T_n^{ac}(p = 3, n, s, \varepsilon) = 50$, которая и будет определять минимальное общее время выполнения неоднородных распределённых конкурирующих процессов в асинхронном режиме на $p = 3$ процессорах. Оно совпадает со значением времени выполнения процессов в совмещенной диаграмме Ганта (рис. 6).

Учитывая, что

$$T_n^{ac}(p^s = 9, n, s, \varepsilon) = 45 \leq d = 48 < T_n^{ac}(p = 3, n, s, \varepsilon) = 50,$$

рассмотрим отрезок $[3, 9]$.

2. Делением отрезка $[3, 9]$ пополам находим $p_1 = 6$ и строим по заданным n, s и полученному $p_1 = 6$ результирующую матрицу M_1 вида (1):

$$M_1 = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{4} & 1 & 3 & 5 & 2 & 4 \\ \hat{2} & \hat{6} & \hat{4} & \hat{1} & 5 & 3 \\ 5 & 3 & 1 & \hat{7} & \hat{4} & \hat{2} \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 7 & 7 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 2 & 8 & 0 & 0 & 0 \\ \hat{6} & \hat{4} & \hat{5} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} 7 & 7 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 2 & 8 & 0 & 0 & 0 \\ 6 & 4 & 5 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{bmatrix}.$$

С помощью матрицы M_1 вычисляем величину $T_n^{ac}(p_1 = 6, n, s, \varepsilon) = 45$. Так как

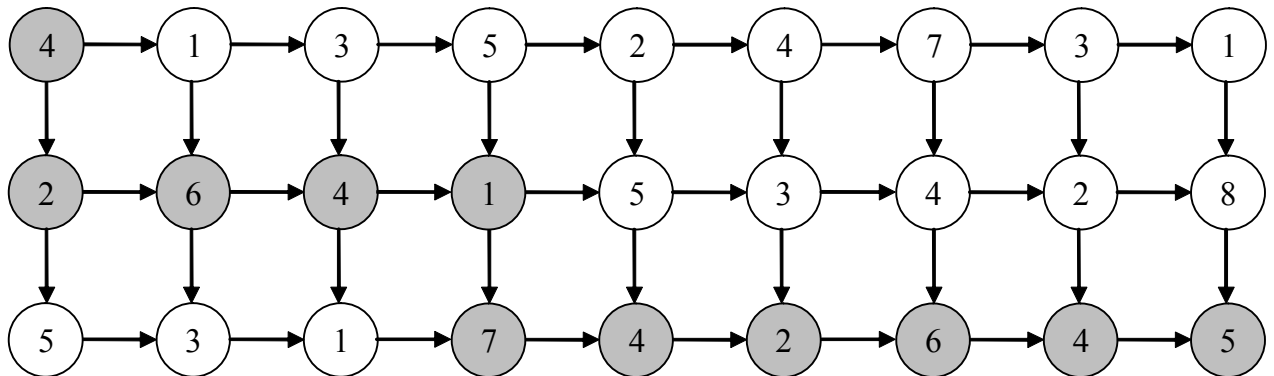


Рис. 5. Вершинно-взвешенный граф G_1^{ac}

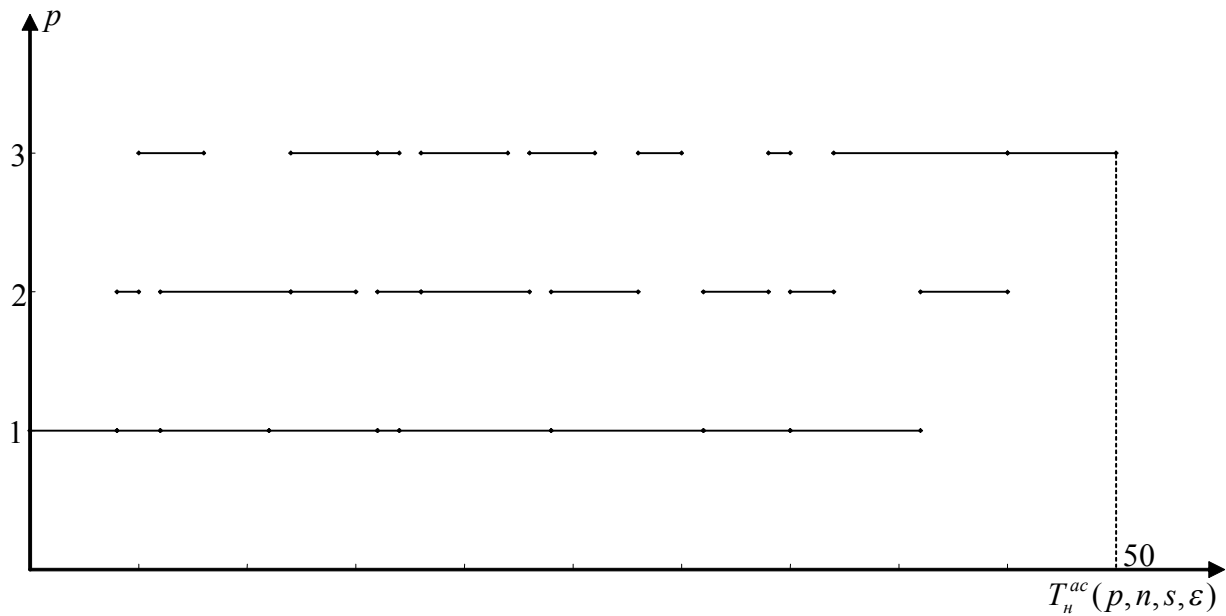


Рис. 6. Совмещенная диаграмма Ганта

$T_n^{ac}(p_1 = 6, n, s, \epsilon) = 45 \leq d = 48$, то рассматриваем отрезок [3,6].

3. Находим величину $p_2 = 4$, которая является наименьшим целым полусуммы чисел 3 и 6. Далее по заданным n, s и полученному значению $p_2 = 4$ строим результирующую матрицу M_2 вида (1):

$$M_2 = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{4} & 1 & 3 & 5 \\ \hat{2} & \hat{6} & \hat{4} & \hat{1} \\ 5 & 3 & 1 & \hat{7} \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 2 & 4 & 7 & 7 \\ 5 & 3 & 4 & 2 \\ \hat{4} & \hat{2} & \hat{6} & \hat{4} \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 8 & 0 & 0 & 0 \\ \hat{5} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} 2 & 4 & 7 & 7 \\ 5 & 3 & 4 & 2 \\ 4 & 2 & 6 & 4 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 8 & 0 & 0 & 0 \\ 5 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 8 & 0 & 0 & 0 \\ 5 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{bmatrix}$$

С помощью матрицы M_2 вычисляем величину $T_n^{ac}(p_2 = 4, n, s, \epsilon) = 45$ (рис. 7). Таким образом, директивное время $d = 48$ выполнения $n = 3$ процессов реализуется при

$p_2 = 4$, т.к. $d = 48 > T_n^{ac}(p_2 = 4, n, s, \epsilon) = 45$, и не реализуется при $p = 3$, т.к. $d = 48 < T_n^{ac}(p = 3, n, s, \epsilon) = 50$. Следовательно, $p^* = 4$.

Заключение. Предложенный метод нахождения минимального числа процессоров, обеспечивающих директивное время выполнения заданных объёмов вычислений в асинхронном режиме взаимодействия процессоров, процессов и блоков программного ресурса, является отправной точкой для решения подобных задач для первого и второго синхронного режимов. Результаты, полученные для одного структурированного PR , могут быть использованы при решении оптимизационных задач и в случае ограниченного числа программных ресурсов, что позволит установить взаимосвязи мультиконвейерной обработки с аналогичной обработкой при одном программном конвейере, провести математическое исследование эффективности и оптимальности мультиконвейерной организации конкурирующих процессов, вскрыть потенциальные возможности роста ускорения вычислений, выполнить сравнительный анализ различных режимов такой обработки.

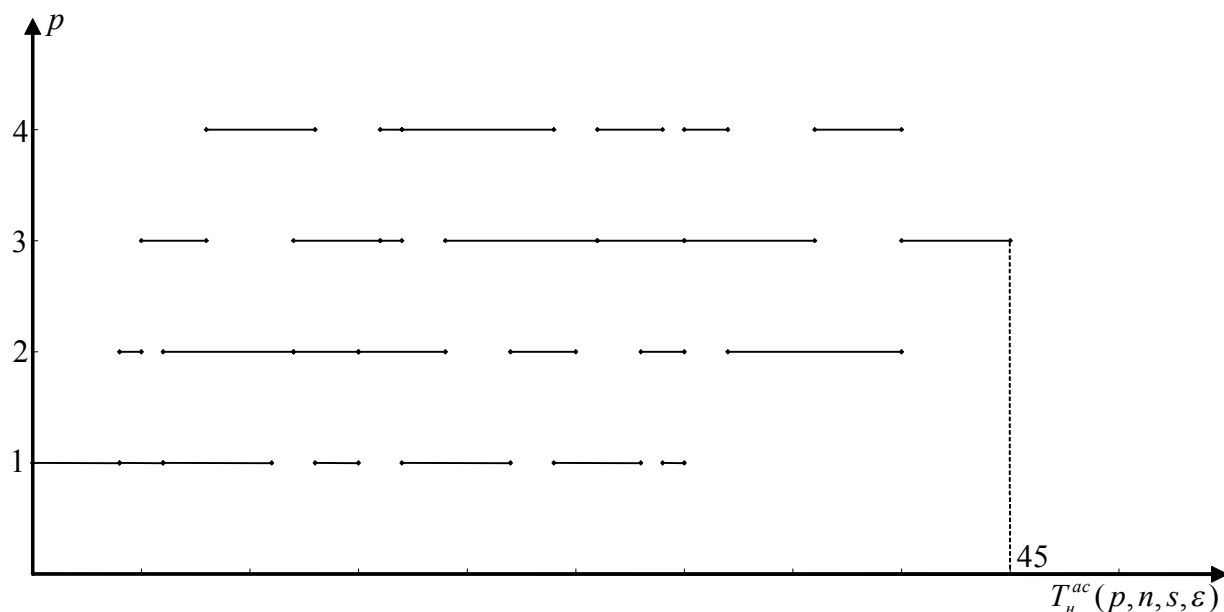


Рис. 7. Результирующая диаграмма Ганта

Библиографический список

1. Воеводин, В. В. Параллельные вычисления [Текст] / В. В. Воеводин, Вл. В. Воеводин. – СПб.: БХВ-Петербург, 2002. – 608 с.
2. Коваленко, Н. С. Вычислительные методы реализации интеллектуальных моделей сложных систем [Текст] / Н. С. Коваленко, С. А. Самаль. – Минск: Беларуская навука, 2004. – 166 с.
3. Иванников, В. П. О минимальном времени реализации распределенных конкурирующих процессов в синхронных режимах. [Текст] / В. П. Иванников, Н. С. Коваленко, В. М. Метельский // Программирование. - 2000. - №5. - С. 44–52.
4. Капитонова, Ю. В. Оптимальность систем одинаково распределенных конкурирующих процессов [Текст] / Ю. В. Капитонова, Н. С. Коваленко, П. А. Павлов // Кибернетика и системный анализ. - 2005. - № 6. - С. 3–10.
5. Павлов, П. А. Масштабируемые распределенные системы конкурирующих взаимодействующих процессов и их оптимальность [Текст] / П. А. Павлов // Вестник Самарского государственного аэрокосмического университета. - 2010. - №1. - С. 234–243.

PROBLEM OF OPTIMIZATION OF THE NUMBER OF PROCESSORS IN DISTRIBUTED PROCESSING

© 2011 P. A. Pavlov

Palesky State University

The problem of specifying time characteristics of distributed processes competing for a program resource is solved and a method of finding the optimum number of processors providing directive time of performing set volumes of calculations is suggested.

Distributed process, program resource, asynchronous mode, homogeneous distributed system, unlimited parallelism, limited parallelism.

Информация об авторе

Павлов Павел Александрович, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры высшей математики и информационных технологий, Полесский государственный университет. E-mail: pin2535@tut.by. Область научных интересов: сосредоточенная, распределенная, макроконвейерная обработка параллельных вычислительных процессов.

Pavlov Pavel Alexandrovitch, candidate of physical and mathematical sciences, associate professor of the department of higher mathematics and information technologies, Palesky State University. E-mail: pin2535@tut.by. Area of research: concentrated, distributed processing of parallel computational processes.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ СМЕСЕЙ ВЕРОЯТНОСТНЫХ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ В ИМИТАЦИОННОЙ МОДЕЛИ АЭРОПОРТА

© 2011 В. А. Романенко

Самарский государственный аэрокосмический университет
имени академика С.П.Королёва (национальный исследовательский университет)

С целью формирования имитационной модели производственных процессов аэропорта, обладающей детальностью, точностью и быстродействием, достаточными для решения прикладных и исследовательских задач, предлагается использовать смеси вероятностных распределений для описания потоков рейсов и процесса их обслуживания в аэропорту. Описана методика формирования смесей распределений и примеры их использования в модели реального аэропорта.

Аэропорт, имитационная модель, смесь законов распределения вероятностей.

Назначение и состав имитационной модели аэропорта

Решение широкого круга задач, связанных с оптимизацией производственной деятельности аэропорта и технологических параметров его комплексов, базируется на применении методов имитационного компьютерного моделирования, предполагающих формирование и использование для анализа и оптимизации характеристик исследуемой системы её вероятностной модели. Такая модель даёт возможность осуществить многократное воспроизведение (прогон) на ЭВМ процесса функционирования изучаемой системы с сохранением его логической структуры и последовательности протекания во времени и учётом воздействия случайных факторов. Получаемые в результате имитационных экспериментов статистические данные и служат для решения задач анализа и оптимизации исследуемой системы. Изложению принципов имитационного моделирования посвящена обширная литература, например, [1, 2].

Поскольку основная производственная деятельность аэропорта состоит в реализации технологических процессов обслуживания рейсов, включающих определённый набор операций, состав, длительность и трудоёмкость которых зависит от параметров рейса, то в качестве единичного прогона модели принимается процесс обслуживания

одного рейса. Упрощённо блок-схему имитационной модели аэропорта можно представить в составе двух блоков, один из которых отвечает за имитацию «появления» в аэропорту рейсов, которые необходимо обслуживать, а другой - за имитацию собственно процесса обслуживания этих рейсов. Поток рейсов аэропорта является первичным, определяющим свойства всех остальных поступающих в аэропорт потоков, таких, как потоки пассажиров, багажа, грузов, почты и др. Итак, имитационная модель аэропорта должна содержать два основных компонента:

1) вероятностную модель потока рейсов аэропорта;

2) вероятностную модель аэропортовых технологических процессов наземного обслуживания рейсов, в свою очередь включающую:

- универсальный алгоритм осуществления процесса, содержащий описание последовательности и взаимосвязи формирующих его операций;

- вероятностные модели отдельных технологических операций, содержащие статистические распределения ключевых параметров операций, таких, как временная продолжительность, численность привлекаемого персонала, количество используемых технических средств и т.п.

Имитационное моделирование, основывающееся на использовании вероятност-

ной модели исследуемых процессов или объектов, предполагает наличие статистических данных, описывающих эти процессы или объекты. В частности, статистические данные служат исходным «сырьём» для построения вероятностных распределений временных отклонений прилётов и вылетов рейсов от расписания, необходимых для формирования модели потока рейсов, а также распределений длительности технологических операций, используемых в их статистических моделях. Использование широко известных методов математической статистики позволяет, обработав имеющуюся выборку результатов наблюдений, получить сначала эмпирическое, а затем и сглаженное, теоретическое распределение случайных величин.

Обязательной необходимости в получении сглаженных распределений для решения задач имитационного моделирования нет. Современные компьютерные системы моделирования позволяют реализовать произвольное эмпирическое распределение сколь угодно сложного вида, для программного задания которого может быть использована, например, табличная форма. Однако получение сглаженных распределений очень желательно по следующим причинам:

1) функции эмпирического распределения могут содержать определённые «искажения», особенно если они получены на основе выборки малого объёма. Теоретическое распределение «сглаживает» данные и предоставляет информацию об общем распределении, лежащем в их основе;

2) изменение эмпирического распределения с целью изучения работы системы с изменившимися параметрами или в изменившихся условиях очень затруднительно. Трансформирование же теоретического распределения достигается изменением малого числа его параметров;

3) применение эмпирического распределения делает невозможным получение значений вне области данной выборки наблюдений;

4) использование достаточно простых сглаженных теоретических распределений значительно упрощает имитационную модель и заметно сокращает затраты машин-

ного времени на проведение имитационных экспериментов;

5) некоторые теоретические распределения широко используются в простых аналитических моделях теории массового обслуживания. Другие из них могут быть использованы ценой некоторого усложнения и доработки этих моделей. Всё это невозможно для эмпирических распределений.

Требования по работоспособности, предъявляемые к модели, обуславливают необходимость использования возможно более простых вероятностных распределений, таких, как, например, нормальное или логарифмически нормальное распределение, гамма-распределение или распределение Вейбулла. Однако сравнительная сложность аэропортовых процессов служит причиной значительных погрешностей, к которым приводят попытки использования в модели только простых теоретических распределений.

Повышает точность модели замена теоретических распределений на эмпирические в тех компонентах модели, где первые не обеспечивают удовлетворительной точности. Такой подход приводит к усложнению модели и, следовательно, к увеличению затрат машинного времени, которые могут стать неприемлемыми, особенно в случае моделирования на персональных компьютерах. Кроме того, все перечисленные выше недостатки непосредственного использования эмпирических распределений приводят лишь к ограниченному повышению точности модели.

Выход из описанной ситуации может состоять в использовании смесей вероятностных распределений. Методы теории вероятностей позволяют путём использования смесей нескольких простых теоретических распределений получить распределение, соответствующее едва ли не любому сколь угодно сложному эмпирическому распределению. Применение смесей распределений осложняет качественный анализ поведения рассматриваемых систем, но может быть оправдано, если простые теоретические законы не позволяют обеспечить удовлетворительного сглаживания, а эмпирические распределения – приемлемых затрат машинного времени на имитационное моделирование.

Ниже рассмотрены примеры использования комбинаций не более двух теоретических законов для сглаживания вероятностных распределений отклонений времени прибытия рейсов от расписания, используемых в модели потока рейсов и распределений длительности технологических операций в их статистических моделях.

Исходные данные для формирования имитационной модели аэропорта

Точность модели аэропорта зависит от объёма накопленной статистики, используемой при её построении. Внедрение в ряде аэропортов автоматизированных информационных систем (ИС) управления их производственной деятельностью позволяет избежать длительных и трудоёмких процедур сбора статистики путём использования материалов, хранящихся в компьютерных базах данных (БД) этих систем.

В БД ИС накапливается информация, подробно и всесторонне описывающая технологические процессы аэропорта, а именно:

- характеристики обслуженных аэропортом рейсов – тип и модификация воздушного судна (ВС), выполнявшего рейс; вид воздушной перевозки (внутренняя, международная); категория рейса (начальный, конечный, обратный, транзитный) и т.п.;

- регулярность выполнения рейсов, определяемая плановыми, расчётными и фактическими значениями времён вылета и посадки ВС, выполнявших рейсы;

- параметры коммерческой загрузки ВС – число пассажиров и их распределение по категориям и классам обслуживания; вес зарегистрированного багажа и груза и т.п.;

- временные характеристики технологических операций по обслуживанию пассажиров, грузов и ВС – плановые и фактические значения времени начала и окончания операций;

- ресурсы аэропорта, задействованные в обслуживании рейса – численность персонала, число и виды средств механизации;

- количество запрашиваемого авиатоплива и спецжидкостей и другая информация.

В БД ИС фиксируется и сохраняется информация практически о каждом рейсе, обслуженном в аэропорту, что делает их цен-

ным источником исходных данных для формирования математических моделей движения рейсов и процессов их аэропортового обслуживания.

Смесь вероятностных распределений в имитационной модели потоков рейсов

Как было сказано выше, один из компонентов имитационной модели аэропорта выполняет функции источника потоков рейсов, генерируя значения моментов времени прибытия или отправления и других параметров рейсов.

Моделирование работы аэропорта на длительных промежутках времени зачастую проводится при допущении о том, что интервалы времени между моментами поступления рейсов являются случайными величинами, подчиняющимися вероятностному распределению Пуассона. В этом случае для моделирования потока рейсов достаточно знания только одного параметра – его интенсивности. Причём, если поток является стационарным, то его интенсивность выражается одним числом, а если нестационарным, то интенсивность задаётся как функция времени. Использование пуассоновского потока рейсов существенно упрощает модель, однако особенности конкретного расписания аэропорта учитываются этой моделью лишь в самых общих чертах. Это не позволяет использовать её в исследованиях, предполагающих высокий уровень детализации процесса поступления рейсов.

При решении ряда задач анализа и оптимизации функционирования аэропорта нельзя ограничиваться предположением о пуассоновском характере потока рейсов. Следует принимать во внимание привязку моментов их поступления к расписанию движения самолётов рассматриваемого аэропорта. В этом случае под влиянием отклонений прилётов и вылетов от расписания поток также будет носить вероятностный характер. Расписание и распределение отклонений от него определяют эмпирическую модель потока требований. Отклонения вылетов обуславливаются отклонениями прилётов и продолжительностью обслуживания, поэтому анализ отклонения прилётов представляет большую значимость.

Исходными для статистического анализа служат накопленные данные о фактических отклонениях прилётов от расписания, которые могут считаться независимыми случайными величинами. Необходимо подобрать вероятностное распределение, хорошо сглаживающее эмпирические данные. При этом может быть использована стандартная методика проверки статистической гипотезы.

Проведённый анализ выявил значительные погрешности, к которым приводят попытки использования для сглаживания таких известных распределений, как гамма-распределение, логарифмически нормальное распределение и распределение Вейбулла.

Продуктивным оказался подход, описанный в одной из ранних работ, посвящённых рассматриваемой проблеме [3]. В ней предложено случайную величину отклонения от расписания Z аппроксимировать композицией нормального и логарифмически нормального законов, т.е. представлять в виде

$$Z = X + e^Y, \quad (1)$$

где X и Y – нормально распределённые случайные величины.

Распределение (1) хорошо согласуется со статистическими данными. Трудность его использования, состоящая в значительной трудоёмкости определения оценок параметров нормального и логарифмически нормального компонентов по статистическим данным, привела к тому, что авторами [4] было предложено в композиции (1) логарифмически нормальный закон заменить экспоненциальным. Такая замена позволила упростить процедуру сглаживания, однако привела к снижению его качества. В настоящее время, благодаря использованию персональных ЭВМ, описанная выше трудность снимается. Задача решается с помощью широко распространённого программного обеспечения, такого, как, например, табличный процессор Microsoft Excel.

Ниже для аппроксимации статистических данных использовано несколько модифицированное распределение (1). Композиция двух случайных величин, участвующих в распределении, может быть интерпретиро-

вана следующим образом. Самолёт, выполняющий данный рейс, фактически может прилететь как несколько раньше планового момента времени, указанного в расписании, так и позже. В большинстве случаев отклонения Z от расписания в ту или иную сторону невелики и обусловлены такими причинами, как колебания лётного времени, небольшие отклонения от момента вылета самолёта из аэропорта отправления и т.п. Таким отклонениям соответствует нормально распределённая случайная величина, которую обозначим $Z^{(1)}$.

Значительные отклонения от расписания, главным образом опоздания, выражаются логарифмически нормальной случайной величиной $Z^{(2)}$. Вероятность возникновения таких отклонений равна p_0 .

Таким образом, отклонение прилёта

$$Z = \begin{cases} Z^{(1)} & \text{с вероятностью } 1-p_0, \\ Z^{(2)} & \text{с вероятностью } p_0, \end{cases}$$

где

$$\begin{aligned} P(Z^{(1)} \leq t) &= \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_1} \int_{-\infty}^t \exp\left\{-\frac{(t-m_1)^2}{2\sigma_1^2}\right\} dt = \\ &= \Phi\left(\frac{t-m_1}{\sigma_1}\right), \quad -\infty \leq t \leq +\infty, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(Z^{(2)} \leq t) &= \\ &= \begin{cases} 0, & s_2 \geq t, \\ \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_2} \int_{-\infty}^t \frac{1}{(t-s_2)} \exp\left[-\frac{[\ln(t-s_2)-m_2]^2}{2\sigma_2^2}\right] dt, & s_2 < t, \end{cases} \end{aligned}$$

m_1, σ_1 – математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение величины отклонения от времени прилёта $Z^{(1)}$, соответственно; m_2, σ_2 – параметры масштаба и формы величины $Z^{(2)}$, соответственно; s_2 – параметр положения, т.е. величина сдвига по оси абсцисс для определения местоположе-

ния логарифмически нормального распределения величины Z (2).

Функция распределения величины отклонения Z определяется по формуле

$$F_Z(t) = P(Z \leq t) = \begin{cases} (1-p_0)\Phi\left(\frac{t-m_1}{\sigma_1}\right), & s_2 \geq t, \\ (1-p_0)\Phi\left(\frac{t-m_1}{\sigma_1}\right) + \frac{p_0}{\sqrt{2\pi\sigma_2^2}} \int_{-\infty}^t \frac{1}{(t-s_2)} e^{-\frac{[\ln(t-s_2)-m_2]^2}{2\sigma_2^2}} dt, & s_2 < t. \end{cases} \quad (2)$$

С целью определения оценок неизвестных параметров $p_0, m_1, \sigma_1, m_2, \sigma_2$ и s_2 по выборке из n зафиксированных значений отклонений прилётов Z_1, Z_2, \dots, Z_n используется алгоритм проверки статистической гипотезы по критерию согласия Пирсона χ^2 , включающий следующие этапы.

Весь временной диапазон, содержащий отклонения от расписания, разбивается на интервалы одинаковой ширины Δt . Для каждого (j -го) интервала подсчитывается эмпирическая частота a_j , представляющая собой зарегистрированное количество значений отклонений, попавших в j -ый интервал.

Для корректности использования критерия χ^2 необходимо, чтобы число наблюдений в интервале было не менее 7-10, поэтому ряд интервалов, как правило, объединяются.

Для заданных определённым образом значений параметров $p_0, m_1, \sigma_1, m_2, \sigma_2, s_2$ по формуле (2) рассчитываются величины оценки функции сглаживающего распределения $F^*(t)$.

Определяются величины $p^*(j)$ – оценки вероятности попадания случайной величины в j -ый интервал:

$$\begin{aligned} p^*(1) &= F^*(t_1); \\ p^*(j) &= F^*(t_j) - F^*(t_{j-1}), \quad 1 < j < m; \\ p^*(m) &= 1 - F^*(t_{m-1}), \end{aligned}$$

где m - число интервалов (с учётом объединения).

Находятся оценки ожидаемого числа наблюдений в соответствующих интервалах – выравнивающие (теоретические) частоты, при условии, что гипотеза о распределении (2) верна:

$$a^*(j) = np^*(j).$$

Производится подсчёт величин $\delta(j)$, используемых при определении значения критерия χ^2 :

$$\delta(j) = \frac{(a_j - a^*(j))^2}{a^*(j)}. \quad (3)$$

Величина статистики критерия χ^2 определяется как сумма:

$$\chi^2 = \sum_{j=1}^m \delta(j). \quad (4)$$

Неизвестные параметры сглаживающего распределения предлагается определять в ходе решения задачи математического программирования из условия обеспечения минимума целевой функции, в роли которой выступает χ^2 :

$$\begin{aligned} (p_0, m_1, \sigma_1, m_2, \sigma_2, s_2)' &= \\ &= \arg \min \chi^2(p_0, m_1, \sigma_1, m_2, \sigma_2, s_2), \end{aligned}$$

где $(p_0, m_1, \sigma_1, m_2, \sigma_2, s_2)'$ - совокупность искомым параметров сглаживающего распределения.

Используются очевидные ограничения:

$$0 \leq p_0 < 1, \quad 0 < \sigma_1, \quad 0 < \sigma_2.$$

Решение осуществляется с использованием соответствующих функций стандартного табличного программного обеспечения для ПЭВМ.

Результаты описанных выше этапов алгоритма проверки статистической гипотезы не отвечают на вопрос, правомерно ли использование смеси распределений (2) с параметрами $(p_0, m_1, \sigma_1, m_2, \sigma_2, s_2)'$ для сглаживания наблюдений. Ответ на данный вопрос даёт заключительный шаг алгоритма, состоящий в сравнении подсчитанной по формулам (3), (4) величины χ^2 с критическим значением $\chi^2(\rho; \nu)$, определяемым по таблице квантилей χ^2 -распределения Пирсона в зависимости от критического уровня значимости ρ и числа степеней свободы ν . Табулированные значения $\chi^2(\rho; \nu)$ широко доступны, содержатся в многочисленных источниках, например, [4], а также реализованы в виде статистической функции табличных процессоров. Величина ρ , как правило, задаётся в пределах 0.01-0.1. Число степеней свободы определяется по формуле:

$$\nu = m - r - 1,$$

где r – число оцениваемых параметров распределения. Если $\chi^2 < \chi^2(\rho; \nu)$, то гипотеза

за о возможности сглаживания эмпирического распределения смесью (2) с параметрами $(p_0, m_1, \sigma_1, m_2, \sigma_2, s_2)'$ принимается, в противном случае отвергается.

В соответствии с описанной методикой был проведён анализ статистических данных по отклонениям прилётов рейсов в ряде аэропортов, подтвердивший правомерность использования распределения (2) для аппроксимации наблюдений. Наиболее детальное исследование выполнено для аэропорта Курумоч (г. Самара), работа которого характеризовалась самым полным набором имеющихся статистических данных. Первоначальный анализ проводился по отдельным (достаточно многочисленным) рейсам за определённые интервалы времени. Это позволило объединить рейсы в группы по направлениям. Результаты статистической обработки для одного из рейсов представлены на рис. 1 и в табл. 1.

По результатам расчётов, представленным в табл. 1, $\chi^2 = 8.3$. Для принятого критического уровня значимости $\rho=0.05$, количества интервалов (с учётом объединения) $m = 12$ и числа параметров смеси распределений $r = 6$ критическое значение квантили χ^2 -распределения составляет $\chi^2(0.05; 6) = 11.1$.

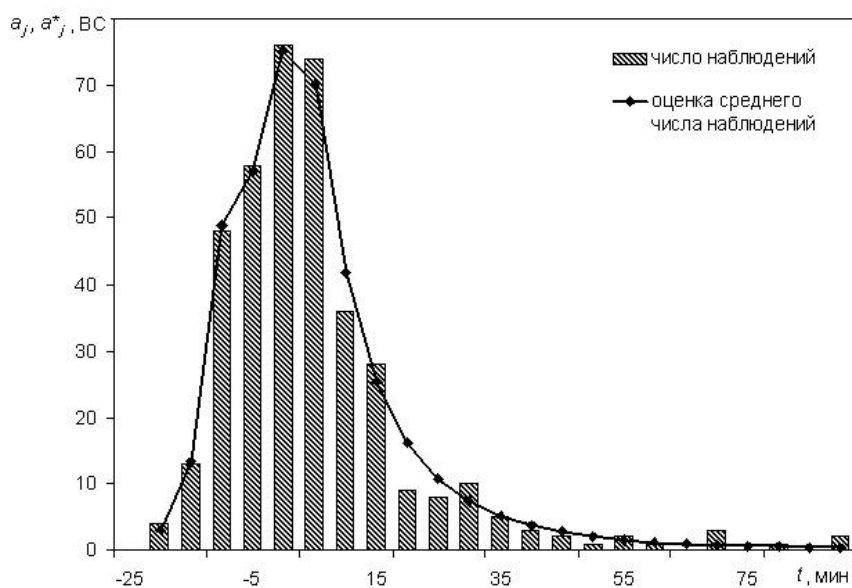


Рис. 1. Распределение величин отклонений времени прилёта рейсов Москва-Самара одной из авиакомпаний в аэропорту Курумоч за летний период 2008 г.

Таблица 1. Анализ статистических данных по отклонениям прилётов рейсов Москва-Самара одной из авиакомпаний в аэропорту Курумоч за летний период 2008 г.

№ интервала, j	Границы интервала, $t_{j-1} - t_j$, мин	Ширина интервала, Δt_j , мин	Эмпирическая частота, a_j	Оценка функции распределения $F^*(t_j)$	Оценка вероятности попадания в интервал, p_j^*	Оценка среднего числа наблюдений, a_j^*	$\delta(j)$
1	-25 – -20	5	4	-	-	-	-
2	-20 – -15	5	13	0.0435	0.0435	17.04	0.0000
3	-15 – -10	5	48	0.1630	0.1195	46.85	0.0283
4	-10 – -5	5	58	0.3107	0.1477	57.89	0.0002
5	-5 – 0	5	76	0.5034	0.1928	75.57	0.0025
6	0 – 5	5	74	0.6823	0.1789	70.127	0.2139
7	5 – 10	5	36	0.7891	0.1068	41.87	0.8230
8	10 – 15	5	28	0.8548	0.0657	25.75	0.1964
9	15 – 20	5	11	0.8968	0.0420	16.46	1.8130
10	20 – 30	10	18	0.9247	0.0278	10.91	4.6137
11	30 – 45	15	10	0.9571	0.0324	12.71	0.5770
12	45 – 95	50	8	0.9791	0.0221	8.64	0.0480
13	95 – +∞		8	0.9965	0.0209	8.18	0.0040
Сумма			392		1	392	$\chi^2=8.3400$

Таким образом, условие $\chi^2 < \chi^2(\rho; \nu)$ выполняется, что позволяет в рассматриваемом случае принять гипотезу о соответствии теоретического распределения (2) эмпирическому. Полученные оценки искомых параметров имеют величины:

$$p_0 = 0.60, m_1 = -13.85, \sigma_1 = 4.99, m_2 = 2.35, \sigma_2 = 0.91 \text{ и } s_2 = -9.85.$$

Результаты статистического анализа отклонений времени прилётов рейсов, сгруппированных по важнейшим для аэропорта Курумоч направлениям, сведены в табл. 2.

Как следует из табл. 2, предложенная смесь распределений даёт удовлетворительное сглаживание для всех выборок, поскольку во всех случаях условие $\chi^2 < \chi^2(\rho; \nu)$ выполняется. Данные таблиц 1 и 2, а также не представленные в статье результаты обработки статистики ряда других аэропортов свидетельствуют об определённой универсальности рассмотренной смеси распределений, позволяющей использовать её в имитационных моделях различных аэропортов.

Смесь вероятностных распределений в имитационной модели технологических операций наземного обслуживания перевозок

Как показано в [5], распределения продолжительности большинства важнейших операций модельного технологического графика наземного обслуживания перевозок, таких, как посадка и высадка пассажиров, погрузка и разгрузка багажа, уборка салона и техническое обслуживание ВС, установка и уборка трапа и целого ряда других удовлетворительно сглаживаются одним из трёх простых асимметричных законов – гамма- и логарифмически нормального распределений, а также распределения Вейбулла, соответствующих особенностям исследуемых здесь процессов. Однако имеется несколько технологических операций, продолжительности которых не могут быть аппроксимированы одним простым законом. К таким операциям относятся, в первую очередь, регистрация и предполётный досмотр пассажиров. Их сглаживание требует использования смеси нескольких распределений.

Таблица 2. Аппроксимация данных об отклонениях прилётов рейсов в аэропорт Курумоч за летний период 2008 г.

Направление	Объем выборки, n	Оценки параметров						Число степеней свободы, ν	Значение критерия χ^2 -Пирсона	Критическое значение
		p_0	m_1	σ_1	m_2	σ_2	s_2			
Сибирь, Дальний Восток	374	0.726	-17.16	5.657	2.964	0.791	-16.518	6	7.6902	12.5915
Курорты Юга РФ	221	0.085	-9.05	11.913	1.868	1.288	17.216	5	2.8592	11.0705
Ср. Азия (СНГ)	283	0.488	-5.878	13.367	3.073	0.745	-2.895	8	7.7366	15.5073
Зарубежная Европа	898	0.256	-16.629	9.796	3.231	0.578	-13.548	10	11.8639	18.307
Москва, С.Петербург	951	0.253	-10.999	13.501	3.397	1.231	-9.076	12	20.3091	21.026
Прочие направления РФ	353	0.638	-9.597	8.787	2.937	0.962	-11.33	9	4.7165	16.9189

Ниже детально рассматривается операция регистрации пассажиров и оформления их багажа. Фактическая продолжительность регистрации пассажиров определённого рейса зависит от нормативной её длительности, установленной технологическим графиком обслуживания ВС, выполняющего рейс.

При порейсовом методе, используемом в большинстве аэропортов РФ, на нормативную продолжительность регистрации оказывает влияние ряд факторов, среди которых наиболее значимыми являются следующие:

- пассажировместимость ВС. Рекомендуется устанавливать время начала регистрации для ВС 1 и 2 класса не менее чем за 1 ч., время окончания – за 40 мин. до времени отправления, указанного в билете. Для ВС 3 и 4 класса – соответственно за 35 и 20 мин. до времени отправления. Для Ил-86 и Ил-96 регистрация должна начинаться за 1 ч. 40 мин. и заканчиваться за 40 мин. до отправления самолета;

- категория перевозки (внутренняя или международная). Регистрация пассажиров международных рейсов требует больших затрат времени по сравнению с внутрироссийскими рейсами;

- категория рейса. Нормативная продолжительность регистрации пассажиров, вылетающих транзитным рейсом, может быть меньше, чем для рейсов других категорий;

- требования авиакомпании-перевозчика, устанавливающей индивидуальные параметры для процедуры регистрации на собственные рейсы и др.

Фактические параметры регистрации могут существенно отличаться от плановых в силу широкого ряда причин, таких, как:

- задержка отправления ВС. При переносе расчётного времени отправления ВС смещаются и деформируются временные рамки операций технологического графика подготовки ВС к вылету, в том числе регистрации;

- наличие опаздывающих пассажиров. В общем случае, пассажиры, опоздавшие на регистрацию, принимаются к перевозке при наличии свободных ресурсов аэропорта, если их оформление не приведёт к длительной задержке вылета. Тем не менее, авиакомпании-перевозчики зачастую намеренно идут на задержку вылета и продление регистрации, чтобы дать возможность опаздываю-

щим пассажирам прибыть на рейс. Это имеет место при наличии на вылетающем рейсе «особо важных персон», либо большого числа трансферных пассажиров, прибытие которых ожидается опаздывающим стыковочным рейсом, и в ряде других случаев;

- продление регистрации по причине допосадки пассажиров, приобретших билет непосредственно перед вылетом самолета;

- особенности контингента пассажиров. Регистрация, как правило, требует меньших затрат времени на авиалиниях, где пассажиры следуют без большого количества багажа и др.

Влияние описанных выше факторов вызывает значительные отклонения времени регистрации от плана как в меньшую, так и в большую сторону, хотя для большинства рейсов фактическая продолжительность регистрации близка к плановой.

Ниже в качестве примера рассмотрены результаты сглаживания вероятностного распределения продолжительности регистрации пассажиров и оформления багажа в Международном аэропорту Курумоч. Гистограмма эмпирического и полигон сглаженного распределений с сохранением введённых ранее обозначений приведены на рис. 2. В примере использованы данные о 599 внутриросийских начальных рейсах, выполненных

самолётами Ту-154, Як-42 и Boeing-737 различных модификаций в январе-июне 2007 г.

Учитывая сложный характер фактического распределения, для его сглаживания используется смесь из двух распределений, которые подбирались таким образом, чтобы обеспечить минимум значению критерия χ^2 . Рассматривались различные сочетания нормального, логарифмически нормального распределений, распределения Вейбулла, а также гамма-распределения. В каждом сочетании распределения могли повторяться. Например, неплохое сглаживание обеспечила смесь двух распределений Вейбулла с различными параметрами.

Как и в предыдущем случае, наименьшую величину $\chi^2 = 14.05$ доставила смесь нормального и логарифмически нормального распределений с оценками параметров $p_0 = 0.50$, $m_1 = 59.00$, $\sigma_1 = 18.72$, $m_2 = 3.93$, $\sigma_2 = 0.06$ и $s_2 = 0.00$. Для принятого критического уровня значимости $\rho = 0.05$, количества интервалов $m = 15$ и числа параметров распределения $r = 6$ критическое значение квантили χ^2 -распределения составляет $\chi^2(0.05; 8) = 15.51$, что позволяет принять гипотезу о соответствии теоретического распределения эмпирическому.

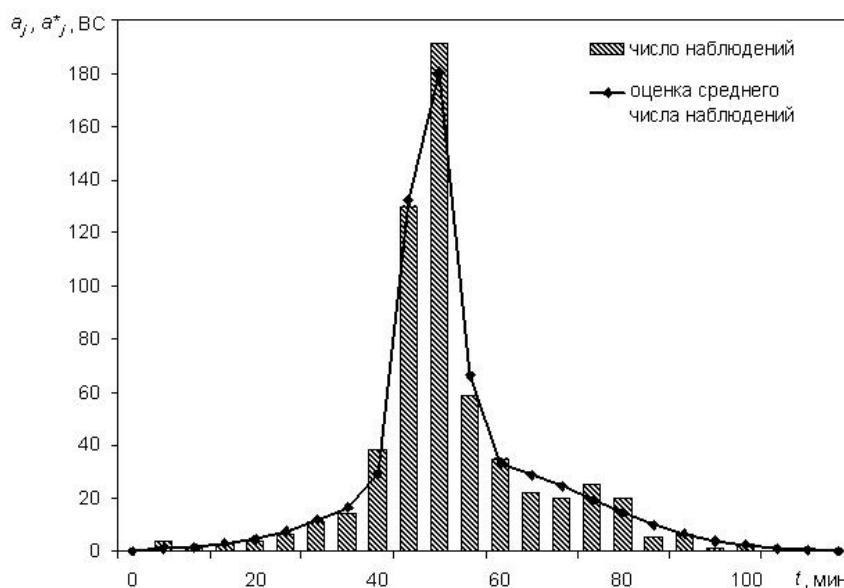


Рис. 2. Распределение длительности регистрации пассажиров в аэропорту Курумоч

Заключение

Использование в имитационной модели аэропорта лишь широко известных простых теоретических вероятностных распределений повышает её работоспособность, но негативно сказывается на точности результатов моделирования. Замена сглаживающих распределений на эмпирические в тех блоках модели, где первые дают высокую погрешность, приводит к усложнению модели при ограниченном повышении точности. Компромисс состоит в использовании в модели вместо эмпирических распределений смесей теоретических законов, позволяющих сохранить лучшие качества первых двух имитационных моделей.

Эффективным инструментом формирования смесей является стандартное программное обеспечение персональных компьютеров, расширенное специализированной функцией решения задач математического программирования.

Сформированные стохастические модели учёта отклонений моментов прилёта самолётов от расписания и продолжительностей технологических операций в настоящее

время включены в состав общей имитационной модели функционирования узлового аэропорта, реализованной на базе системы имитационного моделирования GPSS World.

Библиографический список

1. Бусленко, Н.П. Моделирование сложных систем [Текст] / Н. П. Бусленко. - М.: Наука, 1978.
2. Кельтон, В. Имитационное моделирование. Классика CS / В. Кельтон, А. Лоу. - СПб.: Питер, 2004.
3. Friend J.K. Two Studies in Airport Congestion. Operat. Res. Quart., 1958, Vol. 9, No. 3.
4. Андронов, А. М. Математические методы планирования и управления производственно-хозяйственной деятельностью предприятий гражданской авиации [Текст] / А. М. Андронов, А. Н. Хижняк. - М., «Транспорт», 1977.
5. Романенко, В.А. Математические модели функционирования узловых аэропортов в условиях современного авиатранспортного рынка: монография [Текст] / В. А. Романенко. - Самара: «Ас Гард», 2010.

USE OF PROBABILITY DISTRIBUTION MIXES IN AIRPORT SIMULATION MODEL

© 2011 V. A. Romanenko

Samara State Aerospace University
named after academician S. P. Korolyov (National Research University)

The paper suggests using probability distribution mixes to describe flight flows and the process of their servicing at an airport in order to construct a simulation model of airport production processes. The model is to be detailed, accurate and fast enough to solve applied and research tasks. A procedure for forming distribution mixes is described and examples of using them in a real airport model are given.

Airport, simulation model, probability distributions mixes.

Информация об авторе

Романенко Владимир Алексеевич, кандидат технических наук, доцент, докторант кафедры организации и управления перевозками на транспорте, Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С. П. Королёва (национальный исследовательский университет). E-mail: vla_rom@mail.ru. Область научных интересов: оптимизация и моделирование системы обслуживания перевозок узлового аэропорта.

Romanenko Vladimir Alexeevitch, candidate of technical sciences, associate professor, doctor's degree at the department of transportation organization and management, Samara State Aerospace University named after academician S. P. Korolyov (National Research University). E-mail: vla_rom@mail.ru. Area of research: optimization and simulation of a hub airport transportation service system.

МОДЕЛЬ СИСТЕМЫ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ С НЕСТАЦИОНАРНЫМИ ПОТОКАМИ И ЧАСТИЧНОЙ ВЗАИМОПОМОЩЬЮ МЕЖДУ КАНАЛАМИ

© 2011 В. А. Романенко

Самарский государственный аэрокосмический университет
имени академика С.П.Королёва (национальный исследовательский университет)

Описана динамическая модель многоканальной системы массового обслуживания с нестационарными потоками, ожиданием в очереди ограниченной длины и частичной взаимопомощью каналов, выражающейся в возможности одновременного обслуживания заявки двумя каналами. Приведены выражения для основных вероятностно-временных характеристик системы. Описаны результаты моделирования функционирования узлового аэропорта как примера рассматриваемой системы.

Система массового обслуживания, нестационарный поток, взаимопомощь между каналами, узловой аэропорт.

Введение

Рассматривается многоканальная система массового обслуживания (СМО) с ожиданием в очереди ограниченной длины. Особенностью рассматриваемой СМО является частичная взаимопомощь между каналами, выражающаяся в возможности одновременного использования двух каналов для обслуживания одной заявки. Объединение усилий каналов приводит в общем случае к сокращению среднего времени обслуживания. Предполагается, что в СМО поступает нестационарный пуассоновский поток заявок. Продолжительность обслуживания заявки зависит от времени.

Характерным примером СМО, обладающей перечисленными особенностями, является система обслуживания перевозок аэропорта. Одновременное использование нескольких (как правило, двух) средств (стоек регистрации, авиатопливозаправщиков, спецмашин и т.п.) для обслуживания одного рейса предусматривается технологическими графиками аэропортового обслуживания больших воздушных судов (ВС). При этом необходимость повышения качества и сокращения продолжительности наземного обслуживания перевозок, особенно актуальная для крупных аэропортов, приводит к тому, что доля операций, выполняемых не одним, а несколькими (двумя) средствами, возраста-

ет с увеличением масштаба аэропорта. Описанная в статье модель разработана для решения задач анализа и оптимизации функционирования производственных комплексов узловых аэропортов (хабов), характеризующихся насыщенностью средств наземного обслуживания перевозок при ярко выраженной нестационарности потоков пассажиров, ВС и грузов и колебаниях интенсивности их обслуживания.

Общее описание модели

Модель предназначена для определения временных зависимостей вероятностных характеристик СМО, содержащей N обслуживающих каналов. Число заявок, находящихся в СМО, не должно превышать K , что может быть обусловлено техническими ограничениями по числу обустроенных в аэропорту мест стоянки ВС, вместимости аэровокзального или грузового комплекса и т.п. Число выделяемых для обслуживания одной заявки каналов a может составлять как 1, так и 2. В случае наличия не менее двух свободных каналов поступившая заявка с заданной вероятностью v_1 занимает для обслуживания один из них и - с вероятностью $v_2 = 1 - v_1$ - оба канала. Если же в момент поступления на обслуживание заявки СМО располагает только одним свободным каналом, то эта заявка в любом случае занимает имеющийся

единственный канал. В случае отсутствия незанятых каналов вновь поступившая заявка «становится в очередь» и ожидает обслуживания. Если число заявок, находящихся в очереди, составляет $K-N$, то вновь прибывшая заявка покидает СМО необслуженной. Вероятность такого события должна быть малой.

На вход СМО поступает пуассоновский (не обязательно стационарный) поток заявок с интенсивностью $\lambda(t)$. Предполагается, что продолжительности обслуживания заявки как одним каналом $T_{обсл1}(t)$, так и двумя - $T_{обсл2}(t)$ являются показательно распределёнными случайными функциями времени (случайными процессами).

Интенсивности обслуживания заявки одним каналом $\mu_1(t)$ и одновременно двумя каналами $\mu_2(t)$ определяются как

$$\mu_1(t) = [\bar{T}_{обсл1}(t)]^{-1}, \quad \mu_2(t) = [\bar{T}_{обсл2}(t)]^{-1},$$

где $\bar{T}_{обсл1}(t) = M[T_{обсл1}(t)]$, $\bar{T}_{обсл2}(t) = M[T_{обсл2}(t)]$ - среднее время обслуживания заявки одним каналом и двумя каналами соответственно.

Связь между величинами $\mu_1(t)$ и $\mu_2(t)$ задаётся соотношением

$$\mu_2(t) = \theta \mu_1(t),$$

где θ - коэффициент, учитывающий относительное увеличение интенсивности обслуживания при использовании двух каналов.

На практике связь между числом привлекаемых средств и интенсивностью обслуживания имеет довольно сложный характер, определяемый особенностями рассматриваемой операции обслуживания. Для операций, продолжительность которых связана с объёмом выполняемых работ (например, заправка ВС авиатопливом посредством авиатопливозаправщиков, посадка в ВС или высадка из ВС пассажиров и др.), зависимость интенсивности обслуживания от числа каналов приближается к прямо пропорциональной, не являясь, однако, строго таковой из-за наличия затрат времени на подготовитель-

но-заключительные операции, на которые число средств не влияет. Для таких операций $\theta \leq 2$. Для ряда операций зависимость продолжительности выполнения от числа средств или исполнителей менее выражена (например, регистрация или предполётный досмотр пассажиров). В этом случае $\theta \approx 1$.

В произвольный момент времени t рассматриваемая СМО может находиться в одном из $b+1$ дискретных состояний - S_0, S_1, \dots, S_b . Переход из состояния в состояние может осуществляться в любой момент времени. Вероятность того, что в момент времени t СМО будет находиться в состоянии S_i ($i = 0, 1, \dots, b$), обозначена далее как $P_i(t)$. В любой момент времени t должно выпол-

няться условие нормировки $\sum_{i=0}^b P_i(t) = 1$. Зна-

ние вероятностей $P_0(t), P_1(t), \dots, P_b(t)$ позволяет определять такие важные виртуальные (мгновенные) характеристики СМО, как средняя длина очереди, среднее число занятых каналов, среднее число заявок, находящихся в СМО, и др.

Вероятности состояний $P_i(t)$ находят-ся путём решения системы дифференциальных уравнений Колмогорова, в общем виде записываемой как [1]

$$\frac{dP_i(t)}{dt} = \sum_{j=1}^n \varphi_{ji}(t) P_j(t) - P_i(t) \sum_{j=1}^n \varphi_{ij}(t),$$

$$i = 0, 1, \dots, b,$$

где $\varphi_{ij}(t)$ - плотности (интенсивности) вероятностей перехода из состояния с порядковым номером i в состояние с порядковым номером j . Величины $\varphi_{ij}(t)$ определяются по формуле

$$\varphi_{ij}(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{P_{ij}(t; \Delta t)}{\Delta t},$$

где $P_{ij}(t; \Delta t)$ — вероятность того, что СМО, пребывавшая в момент t в состоянии S_i , за

время Δt перейдёт из него в состояние S_j ($i \neq j$).

Для составления уравнений Колмогорова используется размеченный граф состояний СМО. В нём над стрелками, ведущими из S_i в S_j , проставляют соответствующие интенсивности ϕ_{ij} . Производная вероятности каждого состояния определяется как сумма всех потоков вероятности, идущих из других состояний в данное состояние, за вычетом суммы всех потоков вероятности, идущих из данного состояния в другие.

Чтобы составить граф, вводится трёхиндексная система обозначений, в которой состояние рассматриваемой СМО в произвольный момент времени характеризуется тремя параметрами: числом занятых каналов n ($n = 0, 1, \dots, N$), числом заявок, обслуживаемых k ($k = 0, 1, \dots, K$) и ожидающих обслуживания m ($m = 0, 1, \dots, K - N$).

На рис. 1 представлен размеченный граф состояний, составленный с использованием описанных выше правил и введённых обозначений, для СМО, выбранной в качестве простого примера.

На графе и в приводимой ниже соответствующей системе уравнений Колмогорова в целях экономии места опущены обозначения функциональной зависимости от времени интенсивностей λ , μ_1 , μ_2 и вероятностей состояний.

$$\begin{aligned} dP_{000}/dt &= -(v_1\lambda + v_2\lambda)P_{000} + \mu_1P_{110} + \mu_2P_{210}, \\ dP_{110}/dt &= -(\mu_1 + v_1\lambda + v_2\lambda)P_{110} + v_1\lambda P_{000} + \\ &\quad + 2\mu_1P_{220} + \mu_2P_{320}, \\ dP_{210}/dt &= -(\mu_2 + v_1\lambda + v_2\lambda)P_{210} + v_2\lambda P_{000} + \\ &\quad + \mu_1P_{320} + 2\mu_2P_{420}, \\ dP_{220}/dt &= -(2\mu_1 + v_1\lambda + v_2\lambda)P_{220} + v_1\lambda P_{110} + \\ &\quad + 3\mu_1P_{330} + \mu_2P_{430}, \\ dP_{320}/dt &= -(\mu_2 + \mu_1 + v_1\lambda + v_2\lambda)P_{320} + \\ &\quad + v_1\lambda P_{210} + v_2\lambda P_{110} + 2\mu_1P_{430} + \\ &\quad + 2\mu_2P_{530}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} dP_{420}/dt &= -(\lambda + 2\mu_2)P_{420} + v_2\lambda P_{210} + \mu_1P_{530}, \\ dP_{330}/dt &= -(3\mu_1 + v_1\lambda + v_2\lambda)P_{330} + v_1\lambda P_{220} + \\ &\quad + 4v_1P_{440} + \mu_2P_{540}, \\ dP_{430}/dt &= -(2\mu_1 + \mu_2 + \lambda)P_{430} + v_1\lambda P_{320} + \\ &\quad + v_2\lambda P_{220} + 3\mu_1P_{540} + 2\mu_2P_{531}, \\ dP_{530}/dt &= -(\mu_1 + 2\mu_2 + \lambda)P_{530} + \lambda P_{420} + \\ &\quad + v_2\lambda P_{320} + \mu_1P_{531}, \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} dP_{440}/dt &= -(4\mu_1 + \lambda)P_{440} + v_1\lambda P_{330} + \\ &\quad + 5\mu_1P_{550} + \mu_2P_{541}, \\ dP_{540}/dt &= -(\mu_2 + 3\mu_1 + \lambda)P_{540} + \lambda P_{430} + \\ &\quad + v_2\lambda P_{330} + 3\mu_1P_{541} + 2\mu_2P_{532}, \\ dP_{531}/dt &= -(\mu_1 + 2\mu_2 + \lambda)P_{531} + \lambda P_{530} + \\ &\quad + \mu_1P_{532}, \\ dP_{550}/dt &= -(5\mu_1 + \lambda)P_{550} + \lambda P_{440} + \\ &\quad + 5\mu_1P_{551} + \mu_2P_{542}, \\ dP_{541}/dt &= -(\mu_2 + 3\mu_1 + \lambda)P_{541} + \lambda P_{540} + \\ &\quad + 3\mu_1P_{542}, \\ dP_{532}/dt &= -(\mu_1 + 2\mu_2)P_{532} + \lambda P_{531}, \\ dP_{551}/dt &= -(5\mu_1 + \lambda)P_{551} + \lambda P_{550} + 5\mu_1P_{552}, \\ dP_{542}/dt &= -(3\mu_1 + \mu_2)P_{542} + \lambda P_{541}, \\ dP_{552}/dt &= -5\mu_1P_{552} + \lambda P_{551}. \end{aligned}$$

Если в момент $t = 0$ в СМО нет заявок, то начальные условия запишутся в виде

$$\begin{aligned} P_{000}(0) &= 1, \\ P_{110}(0) &= P_{210}(0) = P_{220}(0) = \dots = P_{552}(0) = 0. \end{aligned} \quad (2)$$

Решение систем большой размерности, подобных (1), (2), с переменными величинами $\lambda(t)$, $\mu_1(t)$, $\mu_2(t)$ возможно только численными методами с использованием ЭВМ.

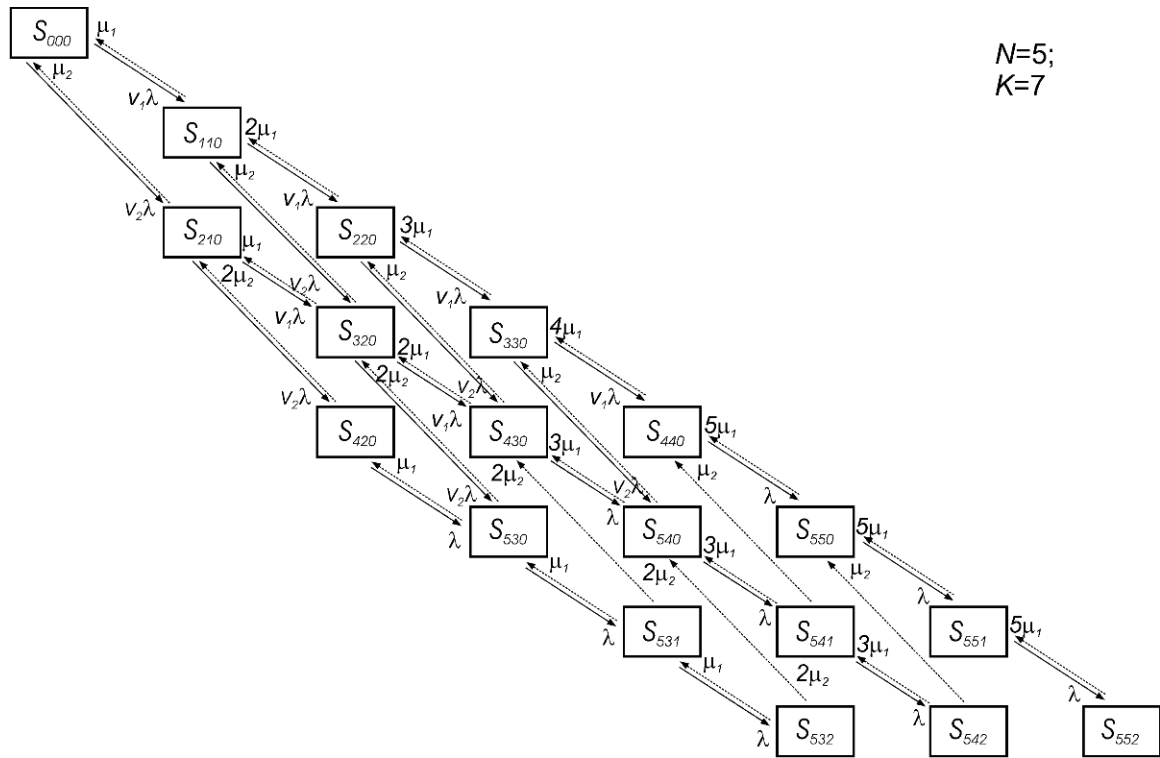


Рис. 1. Граф состояний СМО

Построение модели СМО

В соответствии с алгоритмическим подходом [1] рассмотрим методику преобразования системы уравнений Колмогорова произвольной размерности к виду, пригодному для компьютерных вычислений. С целью упрощения записи используем вместо тройной двойную систему обозначений состояний СМО, в которой i – число занятых обслуживанием каналов плюс длина очереди, j – число заявок в СМО. Связь между системами обозначений выражают зависимости:

$$i = n + m, \quad i = 0, 1, \dots, K;$$

$$j = k + m, \quad j = 0, 1, \dots, K.$$

Реализовано может быть не любое состояние из формальной совокупности S_{ij} ($i = 0, 1, \dots, K; j = 0, 1, \dots, K$). В частности, в рамках описываемой модели невозможны состояния, при которых две или более заявок одновременно обслуживаются одним

каналом, т.е. $P_{ij}(t) = 0$, если $j > i$. Обозначим символом S множество допустимых состояний СМО. Состояние S_{ij} существует, и соответствующая ему вероятность $P_{ij}(t)$ может быть ненулевой, если выполняется одно из условий:

- 1) $j \leq i \leq 2j$, если $2j \leq N$,
 - 2) $j \leq i \leq j + q - 1$, если $\begin{cases} 2j > N, \\ j + q - 1 < K, \end{cases}$
 - 3) $j \leq i \leq K$, если $j + q - 1 \geq K$,
- $i = 0, 1, \dots, K; j = 0, 1, \dots, K$,

где q – максимальное число состояний с различным количеством обслуживающих каналов для заданного числа заявок, определяемое по формуле

$$q = N - [N/2].$$

Здесь скобки обозначают операцию отбрасывания дробной части. Так, например,

судя по графу состояний, изображенному на рис. 1, две заявки могут обслуживаться двумя, тремя или четырьмя каналами. Поэтому в рассмотренном выше примере

$$q = 5 - \lceil 5/2 \rceil = 5 - 2 = 3.$$

Для реализации компьютерных вычислений с использованием системы уравнений Колмогорова произвольной размерности её уравнения должны быть приведены к некоторой универсальной форме, допускающей запись любого уравнения. С целью выработки такой формы рассмотрим фрагмент графа состояний, отображающий одно произвольное состояние S_{ij} с ведущими из него стрелками интенсивностей. Обозначим римскими цифрами соседние состояния, непосредственно связанные с S_{ij} , так, как это показано на рис. 2.

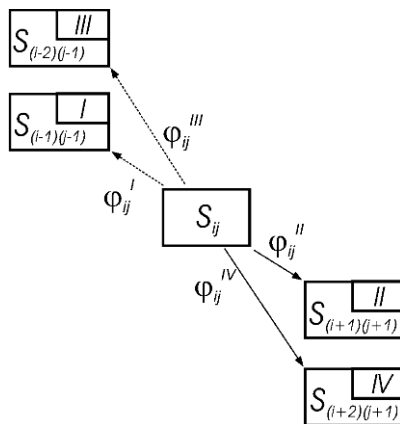


Рис. 2. Фрагмент графа состояний СМО

С учётом наличия соседних по отношению к S_{ij} состояний уравнение для S_{ij} запишется следующим образом:

$$\begin{aligned} \frac{dP_{ij}}{dt} = & -[\varphi_{ij}^I(t) + \varphi_{ij}^{II}(t) + \varphi_{ij}^{III}(t) + \\ & + \varphi_{ij}^{IV}(t)]P_{ij}(t) + \varphi_{(i+1)(j+1)}^I(t)P_{(i+1)(j+1)}(t) + \\ & + \varphi_{(i-1)(j-1)}^{II}(t)P_{(i-1)(j-1)}(t) + \\ & + \varphi_{(i+2)(j+1)}^{III}(t)P_{(i+2)(j+1)}(t) + \\ & + \varphi_{(i-2)(j-1)}^{IV}(t)P_{(i-2)(j-1)}(t). \end{aligned} \tag{3}$$

Для каждого состояния S_{ij} ($i = 0, 1, \dots, K; j = 0, 1, \dots, K$), такого, что $S_{ij} \in \mathbf{S}$, в момент времени t величины $\varphi_{ij}^I(t), \varphi_{ij}^{II}(t), \varphi_{ij}^{III}(t), \varphi_{ij}^{IV}(t)$ принимают различные значения (в том числе равные нулю). Однако при этом структура уравнения (3) сохраняется неизменной, что позволяет использовать его для компьютерной реализации системы уравнений Колмогорова произвольной размерности.

Интенсивности $\varphi_{ij}^{II}(t), \varphi_{ij}^{IV}(t)$, стремящиеся перевести СМО в состояния с большими значениями i и j , если наличие таких состояний является возможным, определяются исходя из ряда условий следующим образом:

$$\begin{aligned} \varphi_{ij}^{II}(t) = & \begin{cases} 0, & \text{если } S_{ij} \notin \mathbf{S} \text{ или } \\ & S_{(i+1)(j+1)} \notin \mathbf{S}, \\ v_1 \lambda(t), & \text{если } \begin{cases} S_{ij} \in \mathbf{S}, \\ S_{(i+1)(j+1)} \in \mathbf{S}, \\ S_{(i+2)(j+1)} \in \mathbf{S}, \\ i \leq N-2, \end{cases} \\ 1, & \text{если } \begin{cases} S_{ij} \in \mathbf{S}, \\ S_{(i+1)(j+1)} \in \mathbf{S}, \text{ или } \\ S_{(i+2)(j+1)} \notin \mathbf{S}, \end{cases} \begin{cases} S_{ij} \in \mathbf{S}, \\ S_{(i+1)(j+1)} \in \mathbf{S}, \\ i > N-A, \end{cases} \end{cases} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \varphi_{ij}^{IV}(t) = & \begin{cases} 0, & \text{если } S_{ij} \notin \mathbf{S} \text{ или } \\ & S_{(i+1)(j+1)} \notin \mathbf{S} \text{ или } i > N-2, \\ v_2 \lambda(t), & \text{если } \begin{cases} S_{ij} \in \mathbf{S}, \\ S_{(i+1)(j+1)} \in \mathbf{S}, \\ S_{(i+2)(j+1)} \in \mathbf{S}, \\ i \leq N-2, \end{cases} \\ 1, & \text{если } \begin{cases} S_{ij} \in \mathbf{S}, \\ S_{(i+1)(j+1)} \notin \mathbf{S}, \\ S_{(i+2)(j+1)} \in \mathbf{S}, \\ i \leq N-2, \end{cases} \end{cases} \end{aligned}$$

$$i = 0, 1, \dots, K, \quad j = 0, 1, \dots, K.$$

Интенсивности $\varphi_{ij}^I(t)$, $\varphi_{ij}^{III}(t)$, переводящие СМО из состояния S_{ij} в состояния с меньшими значениями i и j (если наличие таких состояний возможно), прямо пропорциональны задействованному числу каналов, обслуживающих находящиеся в СМО заявки различного типа (занимающие для обслуживания один или два канала). Группу из двух каналов, занятых обслуживанием одной заявки соответствующего типа, можно рассматривать в качестве одного канала. Поэтому в общем случае

$$\varphi_{ij}^I(t) = k_{ij1}\mu_1(t), \quad \varphi_{ij}^{III}(t) = k_{ij2}\mu_2(t),$$

где k_{ij1} – число заявок, занимающих один канал, обслуживаемых СМО в состоянии S_{ij} ; k_{ij2} – число заявок, занимающих по два канала, обслуживаемых СМО в состоянии S_{ij} .

Через i и j указанные величины определяются следующим образом:

$$k_{ij1} = \begin{cases} 2j - i, & \text{если } i \leq N, \\ N - 2(i - j), & \text{если } i > N, \end{cases} \quad (4)$$

$$k_{ij2} = i - j.$$

С учётом ограничений по возможности существования состояний выражения для

$\varphi_{ij}^I(t)$, $\varphi_{ij}^{III}(t)$ имеют вид

$$\varphi_{ij}^I(t) = \begin{cases} 0, & \text{если } S_{ij} \notin \mathbf{S} \text{ или } S_{(i-1)(j-1)} \notin \mathbf{S}, \\ k_{ij1}\mu_1(t), & \text{если } \begin{cases} S_{ij} \in \mathbf{S}, \\ S_{(i-1)(j-1)} \in \mathbf{S}, \end{cases} \end{cases}$$

$$\varphi_{ij}^{III}(t) = \begin{cases} 0, & \text{если } S_{ij} \notin \mathbf{S} \text{ или } S_{(i-1)(j-1)} \notin \mathbf{S}, \\ k_{ij2}\mu_2(t), & \text{если } \begin{cases} S_{ij} \in \mathbf{S}, \\ S_{(i-1)(j-1)} \in \mathbf{S}, \end{cases} \end{cases}$$

$$i = 0, 1, \dots, K, \quad j = 0, 1, \dots, K.$$

Показатели эффективности функционирования СМО

Описанная модель позволяет определить временные зависимости следующих показателей эффективности функционирования рассматриваемой СМО.

Средняя длина очереди:

$$M_{ож}(t) = \sum_{i=n+1}^K \sum_{j=0}^K (i-n) P_{ij}(t).$$

Среднее число занятых каналов:

$$N_z(t) = \sum_{i=0}^N \sum_{j=0}^K iP_{ij}(t).$$

Среднее число заявок в СМО:

$$M_z(t) = \sum_{i=0}^K \sum_{j=0}^K jP_{ij}(t).$$

Вероятность отказа в обслуживании:

$$P_{отк}(t) = \sum_{j=K-q+1}^K P_{Kj}(t).$$

Может быть получено **распределение виртуального времени ожидания заявки обслуживания** $W(x, t) = P(t_{ож}(t) < x)$, позволяющее характеризовать качество обслуживания рассматриваемой СМО. Поступившая в систему заявка вынуждена ожидать обслуживания в случае, если все каналы заняты обслуживанием заявок, поступивших ранее. Существует вероятность $P_{w=0}(t)$ немедленного обслуживания поступившей заявки при наличии свободного канала (или нескольких свободных каналов)

$$P_{w=0}(t) = \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{K-1} P_{ij}(t),$$

$$P_{ij}(t) \equiv 0, \text{ если } S_{ij} \notin \mathbf{S}.$$

С учётом возможности отказа искомая величина функции распределения $W(x, t)$ определится как

$$W(x, t) = \frac{1}{1 - P_{\text{отк}}(t)} \left(P_{w=0}(t) + \sum_{i=N}^{K-1} \sum_{j=0}^{K-1} W(x, t | (i, j)) P_{ij}(t) \right),$$

$P_{ij}(t) \equiv 0$, если $S_{ij} \notin S$.

Здесь $W(x, t | (i, j))$ - условная функция распределения времени ожидания некоторой заявки при условии, что в момент своего поступления t она застала СМО в состоянии ij .

В рассматриваемой СМО длительность ожидания обслуживания входящей заявкой зависит не только от числа заявок, уже находящихся в СМО, но и от распределения каналов между групповым и индивидуальным обслуживанием имеющихся заявок. Если бы взаимопомощи между каналами не существовало, то рассматриваемая СМО представляла бы собой традиционную СМО с ожиданием в очереди ограниченной длины, для которой общее время ожидания начала обслуживания заявкой, заставшей в момент поступления m других заявок в очереди, имело бы распределение Эрланга $E_{m+1}^{N\mu(t)}(x)$ [1].

Здесь верхний индекс содержит интенсивность обслуживания заявок всеми N каналами, действующими при наличии очереди; нижний индекс – порядок распределения по закону Эрланга. В рассматриваемой здесь СМО описанный закон справедлив только в отношении заявок, вошедших в СМО в состояниях, когда заняты все каналы, причём все они обслуживают по одной заявке. Для этих состояний можно записать

$$W(x, t | (N + m, N + m)) = E_{m+1}^{N\mu(t)}(x). \tag{5}$$

Обозначим как $E_{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n}^{y_1, y_2, \dots, y_n}(x)$ функцию распределения обобщённого закона Эрланга, имеющего порядок $\sum_{i=1}^n \alpha_i - 1$, где α_i - число случайных величин, распределённых по

показательному закону с параметром y_i . С использованием введённого обозначения запишем выражения для функции распределения времени ожидания в других состояниях. По сравнению с (5) эти выражения имеют более сложный вид, что не мешает их программной реализации. Далее, в качестве примера они приводятся только для трёх первых состояний полной занятости каналов с использованием введённой ранее трёхсимвольной индексации:

- к моменту входа заявки очереди нет, однако все каналы заняты:

$$W(x, t | (n, k, m)) = W(x, t | (N, N - g, 0)) = E_1^{H(N)(N-g)}(x), \quad 0 \leq g \leq q,$$

где $H_{ij} = k_{ij1}\mu_1(t) + k_{ij2}\mu_2(t)$;

- к моменту входа заявки в очереди находится одна заявка:

$$W(x, t | (n, k, m)) = W(x, t | (N, N - g, 1)) = \frac{k_{ij2}\mu_2(t)}{H_{(N)(N-g)}} E_1^{H(N)(N-g)}(x) + \frac{k_{ij1}\mu_1(t)}{H_{(N)(N-g)}} E_2^{H(N)(N-g)}(x);$$

- к моменту входа заявки в очереди находятся две заявки:

$$W(x, t | (N, N - g, 2)) = \frac{k_{ij2}\mu_2(t)}{H_{(N)(N-g)}} E_{1,1}^{H(N)(N-g), H(N)(N-g+1)}(x) + \frac{k_{ij1}\mu_1(t)}{H_{(N)(N-g)}} \left[\frac{k_{ij2}\mu_2(t)}{H_{(N)(N-g)}} E_2^{H(N)(N-g)}(x) + \frac{k_{ij1}\mu_1(t)}{H_{(N)(N-g)}} E_3^{H(N)(N-g)}(x) \right].$$

Среднее виртуальное время ожидания заявки $\bar{T}_{\text{ож}}(t)$ определяется численно как

$$\bar{T}_{ож} (t) = \int_0^{\infty} x dW(x, t).$$

Может быть также определено **распределение виртуального времени обслуживания произвольно выбранной заявки** $T_{обсл} (t)$.

Поскольку изменение $T_{обсл} (t)$ в рассматриваемой СМО является случайным процессом, представляющим собой смесь двух показательно распределённых случайных процессов $T_{обсл1} (t)$ и $T_{обсл2} (t)$, то распределение $V(x, t) = P(T_{обсл} (t) < x)$ не будет показательным. С учётом возможности отказа выражение для функции распределения $V(x, t)$ запишется в виде

$$V(x, t) = \frac{1}{1 - P_{омк} (t)} \left(\sum_{i=N}^{K-1} \sum_{j=0}^{K-1} V(x, t | (i, j)) P_{ij} (t) \right),$$

$$P_{ij} (t) \equiv 0, \text{ если } S_{ij} \notin \mathbf{S}.$$

Здесь $V(x, t | (i, j))$ - условная функция распределения времени обслуживания некоторой заявки при условии, что в момент своего поступления она застала СМО в состоянии ij .

Если в момент начала обслуживания заявки СМО находится в состоянии, при котором возможно как групповое, так и индивидуальное обслуживание, то время обслуживания представляет собой смесь двух продолжительностей: $T_{обсл1} (t)$ и $T_{обсл2} (t)$, распределённых показательно с параметрами $\mu_1 (t)$ и $\mu_2 (t)$, соответственно. Если же в этот момент нет возможности выделения двух каналов, то время обслуживания заявки распределено показательно с параметром $\mu_1 (t)$. При подходе заявки к обслуживающим каналам в состоянии S_{ij} переход к индивидуальному обслуживанию допустим при наличии возможности состояния $S_{(i+1)(j+1)}$,

переход к групповому обслуживанию – при наличии возможности состояния $S_{(i+2)(j+1)}$ (рис.2). Таким образом, имеем:

$$V(x, t | (i, j)) = \begin{cases} 1 - e^{-\mu_1(t)x}, & \text{если } \begin{cases} S_{(i+1)(j+1)} \in \mathbf{S}, \\ S_{(i+2)(j+1)} \notin \mathbf{S}, \end{cases} \\ v_1 (1 - e^{-\mu_1(t)x}) + v_2 (1 - e^{-\mu_2(t)x}), & \text{если } \begin{cases} S_{(i+1)(j+1)} \in \mathbf{S}, \\ S_{(i+2)(j+1)} \in \mathbf{S}, \end{cases} \end{cases}$$

$$i = 0, 1, \dots, N-1, \quad j = 0, 1, \dots, N-1.$$

Поскольку при отсутствии двух свободных каналов любая заявка обслуживается одним каналом, то **фактическая вероятность $v_1^\phi (t)$ выделения одного канала** будет больше заданной v_1 . Функция $v_1^\phi (t)$ определяется как

$$v_1^\phi (t) = \frac{1}{1 - P_{омк} (t)} \left(\sum_{i=N}^{K-1} \sum_{j=0}^{K-1} v_1 (i, j) P_{ij} (t) \right),$$

$$P_{ij} (t) \equiv 0, \text{ если } S_{ij} \notin \mathbf{S}.$$

Здесь $v_1 (i, j)$ - вероятность выделения одного аппарата для обслуживания заявки, поступившей в СМО в состоянии ij :

$$v_1 (i, j) = \begin{cases} 1, & S_{(i+1)(j+1)} \in \mathbf{S}, S_{(i+2)(j+1)} \notin \mathbf{S}, \\ v_1, & S_{(i+1)(j+1)} \in \mathbf{S}, S_{(i+2)(j+1)} \in \mathbf{S}, \end{cases}$$

$$i = 0, 1, \dots, K-1, \quad j = 0, 1, \dots, K-1.$$

Средняя продолжительность обслуживания заявки, вошедшей в СМО в момент t , может быть через $v_1^\phi (t)$ определена как

$$\bar{T}_{обсл} (t) = v_1^\phi (t) \bar{T}_{обсл1} (t) + [1 - v_1^\phi (t)] \bar{T}_{обсл2} (t).$$

Распределение виртуального времени пребывания заявки в СМО

$$U(x, t) = P(T_{проб} (t) < x)$$

определяется с использованием полученных ранее выражений для функций распределения времени ожидания и времени обслуживания как

$$U(x, t) = \frac{1}{1 - P_{омк}(t)} \left(\sum_{i=N}^{K-1} \sum_{j=0}^{K-1} U(x, t|(i, j)) P_{ij}(t) \right),$$

$P_{ij}(t) \equiv 0$, если $S_{ij} \notin S$.

Здесь $U(x, t|(i, j))$ - условная функция распределения времени пребывания в СМО некоторой заявки при условии, что в момент своего поступления t она застала систему в состоянии ij .

Для состояний со свободными каналами время пребывания в СМО совпадает со временем обслуживания:

$$U(x, t|(i, j)) = \begin{cases} 1 - e^{-\mu_1(t)x}, & \text{если } \begin{cases} S_{(i+1)(j+1)} \in S, \\ S_{(i+2)(j+1)} \notin S, \end{cases} \\ v_1(1 - e^{-\mu_1(t)x}) + \\ + v_2(1 - e^{-\mu_2(t)x}), & \text{если } \begin{cases} S_{(i+1)(j+1)} \in S, \\ S_{(i+2)(j+1)} \in S, \end{cases} \end{cases}$$

$i = 0, 1, \dots, N-1, \quad j = 0, 1, \dots, N-1.$

Для других состояний формулы условной функции распределения записываются по аналогии с формулами для $W(x, t|(n, k, m))$ с использованием трёхсимвольной индексации. Ниже они приведены для трёх первых состояний полной занятости каналов:

- к моменту входа заявки очереди нет, однако все каналы заняты:

$$U(x, t|(n, k, m)) = U(x, t|(N, N-g, 0)) = E_{1,1}^{\mu_1(t), H_{(N)(N-g)}}(x), \quad 0 \leq g \leq q;$$

- к моменту входа заявки в очереди находится одна заявка:

$$U(x, t|(n, k, m)) = U(x, t|(N, N-g, 1)) = \frac{k_{ij2}\mu_2(t)}{H_{(N)(N-g)}} E_{1,1}^{\mu_1(t), H_{(N)(N-g)}}(x) + \frac{k_{ij1}\mu_1(t)}{H_{(N)(N-g)}} E_{1,2}^{\mu_1(t), H_{(N)(N-g)}}(x);$$

- к моменту входа заявки в очереди находятся две заявки:

$$U(x, t|(N, N-g, 2)) = \frac{k_{ij2}\mu_2(t)}{H_{(N)(N-g)}} E_{1,1,1}^{\mu_1(t), H_{(N)(N-g)}, H_{(N)(N-g+1)}}(x) + \frac{k_{ij1}\mu_1(t)}{H_{(N)(N-g)}} \left[\frac{k_{ij2}\mu_2(t)}{H_{(N)(N-g)}} E_{1,2}^{\mu_1(t), H_{(N)(N-g)}}(x) + \frac{k_{ij1}\mu_1(t)}{H_{(N)(N-g)}} E_{1,3}^{\mu_1(t), H_{(N)(N-g)}}(x) \right].$$

Среднее виртуальное время пребывания заявки в СМО определяется как

$$\bar{T}_{преб}(t) = \bar{T}_{обсл}(t) + \bar{T}_{ож}(t).$$

Пример использования модели СМО

Моделируется функционирование в течение суток производственного комплекса одного из восточноевропейских региональных узловых аэропортов при выполнении отдельной технологической операции обслуживания прибывающих ВС. В качестве исходных данных для моделирования использованы временные зависимости усреднённой интенсивности потока ВС, поступающих на обслуживание, $\lambda(t)$ и интенсивности обслуживания ВС одним средством $\mu_1(t)$. Как следует из построенного по данным сайта аэропорта графика зависимости $\lambda(t)$ (рис. 3а), поступление ВС характеризуется существенной неравномерностью: в течение суток наблюдаются четыре максимума интенсивности, соответствующие четырём «вол-

нам» прибытия-отправления рейсов. Пиковые значения $\lambda(t)$ для основных «волн» достигают 25-30 ВС/ч.

На рис. 3а также отображён график зависимости $\mu_1(t)$. Предполагается, что не только интенсивность потока ВС, но и интенсивность их обслуживания является функцией времени и зависит от фазы «волны». Дело в том, что для сокращения среднего времени трансфера пассажиров расписание узлового аэропорта строится таким образом, чтобы «волну» инициировали прилёты самолётов большой пассажировместимости, обслуживание которых требует больших затрат времени, а завершали прилёты малых самолётов. В примере принимается, что средняя длительность выполнения операции одним средством, составляющая для большей части продолжительности суток 20 мин., на начальном этапе «волны» возрастает до 25 мин. и сокращается на заключительном этапе до 15 мин. Таким образом, четыре интервала с пониженным уровнем $\mu_1(t)$ на рис. 3а соответствуют начальным фазам «волн», когда преобладают прилёты больших самолётов. В свою очередь, четыре интервала повышения уровня $\mu_1(t)$ выпадают на завершающие фазы «волн» с преобладанием малых самолётов.

Ниже описаны результаты моделирования, позволяющие оценить эффективность функционирования системы. На рис. 3б–3г представлены временные зависимости средних величин числа занятых каналов $N_3(t)$, общего числа заявок в системе $M_3(t)$ и длины очереди $M_{ож}(t)$, полученные для двух предельных значений вероятности $\nu_1 = 0$ и $\nu_1 = 1$ при следующих расчётных характеристиках: $N = 10$; $K = 40$; $\theta = 1.75$.

Судя по графику зависимости $N_3(t)$ (рис. 3б), в течение большей части суточного интервала времени занятость обслуживающих каналов системы остаётся низкой, что является следствием нестационарности вхо-

дящего потока самолётов. Высокая загрузка (60-80 %) достигается только в течение второй «волны» прилётов-вылетов, причём вариант $\nu_1 = 0$ при больших значениях $\lambda(t)$ вызывает большую загруженность системы, а при малых значениях $\lambda(t)$ – меньшую по сравнению с вариантом $\nu_1 = 1$. При этом, как показало моделирование, вероятность отказа в рассматриваемой системе для обоих вариантов пренебрежимо мала.

Сравнение графиков зависимостей $M_3(t)$ и $M_{ож}(t)$ (рис. 3в и 3г соответственно) позволяет сделать вывод о том, что в СМО при $\nu_1 = 0$ находится заявок в среднем меньше, а ожидают обслуживания заявок больше, чем при $\nu_1 = 1$. Противоречие это объясняется тем, что каждая поступившая в СМО заявка, занимающая в случае $\nu_1 = 0$ два канала, оставляет меньше свободных каналов следующим за ней заявкам, вынуждая их создавать большую очередь, чем в случае $\nu_1 = 1$. В то же время групповое использование каналов, сокращая время обслуживания, служит причиной снижения общего числа обслуживаемых и ожидающих обслуживания заявок. Так, в рассматриваемом примере среднее в течение суток время обслуживания для варианта $\nu_1 = 1$ составляет 20 мин., а для варианта $\nu_1 = 0$ - 11.7 мин.

Рассмотренная выше модель даёт возможность решать задачи, связанные с поиском оптимального управления качеством обслуживания перевозок. На рис. 3д, 3е приведены некоторые результаты решения подобной задачи, смысл которой пояснён далее на примере рассматриваемого аэропорта.

Небольшая даже в течение пиковых нагрузок средняя длина очереди, не превышающая в рассматриваемом примере 0.6 ВС (рис. 3г), не даёт гарантии, что для подавляющего числа ВС время ожидания в очереди будет приемлемым. Малое среднее время ожидания при удовлетворительном среднем времени выполнения операции обслужива-

ния также не исключает возможности недопустимо длительных простоев на обслуживании отдельных ВС. Рассмотрим пример, когда к качеству аэропортового обслуживания предъявляются требования как по обеспечению удовлетворительных значений времени ожидания обслуживания, так и по времени пребывания в системе. Будем считать, что более 90 % ВС должны простаивать на обслуживании меньше 40 мин., причём время ожидания обслуживания для такой же доли самолётов должно быть меньше 5 мин. С использованием введённых выше обозначений эти требования к качеству аэропортового обслуживания запишутся в виде неравенств:

$$P(T_{\text{преб}}(t) < 40 \text{ мин}) > 0.9,$$

$$P(T_{\text{ож}}(t) < 5 \text{ мин}) > 0.9.$$

На рис. 3д, 3е приведены временные зависимости вероятностей $P(T_{\text{преб}}(t) < 40 \text{ мин})$ и $P(T_{\text{ож}}(t) < 5 \text{ мин})$ для интервала времени 460-640 мин. от начала модельных суток, соответствующего второй «волне» прилётов. Как видно из рисунков, вариант $v_1 = 1$ не обеспечивает расчётной надёжности по времени обслуживания: требование к времени обслуживания, задаваемое условием $P(T_{\text{преб}}(t) < 40 \text{ мин}) > 0.9$, выполняется только в течение короткого промежутка 530-560 мин., соответствующего прилётам малых ВС. В свою очередь, вариант $v_1 = 0$ не обеспечивает расчётной надёжности по времени ожидания в очереди: в течение промежутка прилётов больших ВС (500-510 мин.) не вы-

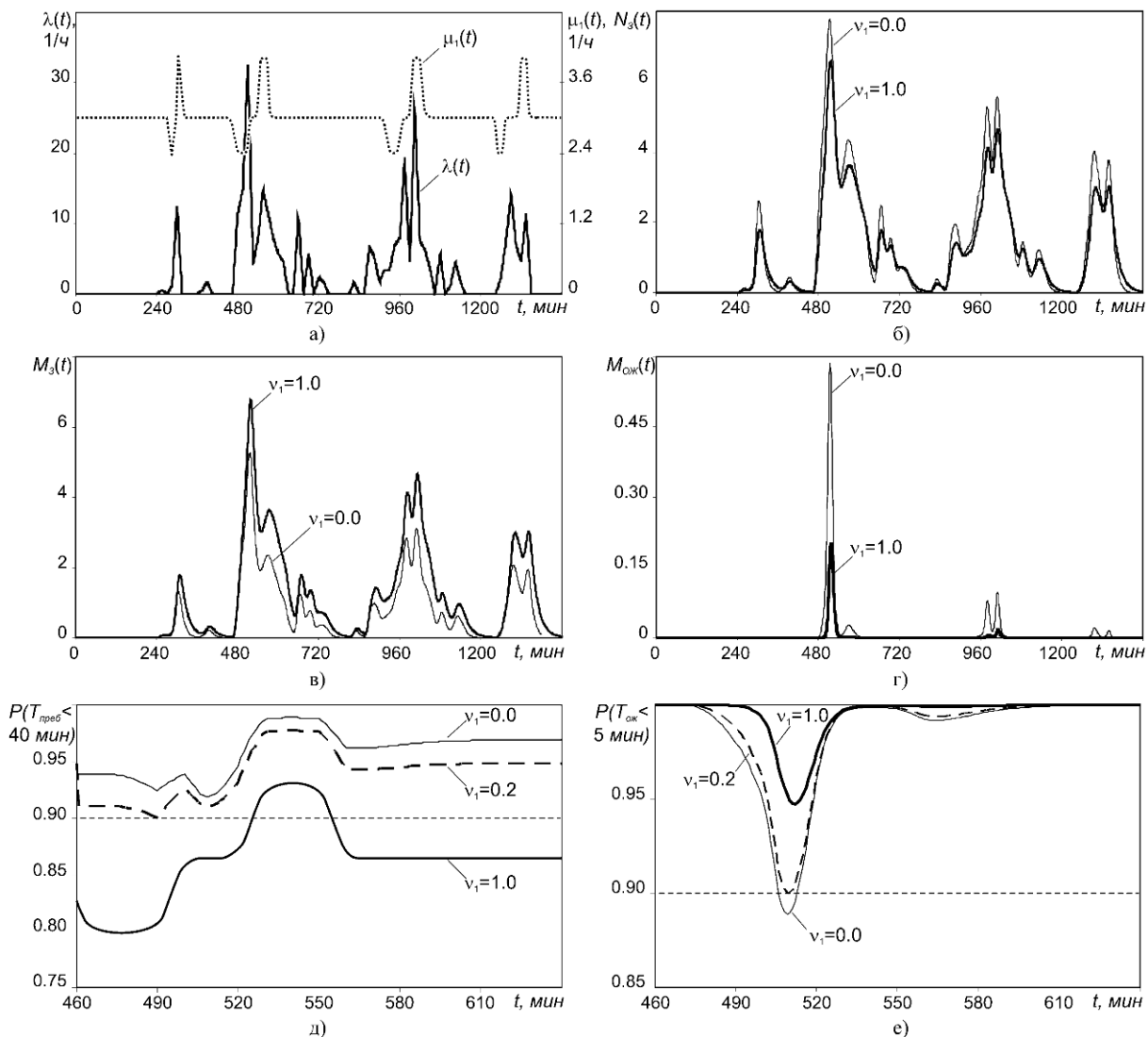


Рис. 3. Результаты моделирования

полняется условие $P(T_{ож}(t) < 5 \text{ мин}) > 0.9$. Как показало моделирование, выходом из сложившейся ситуации может явиться выбор компромиссного варианта $v_1 \approx 0.2$. На практике этот вариант означает, что службам аэропорта следует направлять по два средства на обслуживание не всех ВС, а только выбранных по определённому признаку, например, пассажировместимости. Здесь v_1 играет роль параметра, позволяющего управлять показателями функционирования СМО: временем ожидания заявки в очереди и временем пребывания заявки в СМО или временем обслуживания.

Итак, рассмотренная система, используемая для обслуживания заявки один или одновременно два канала, является частным, но практически значимым случаем СМО с

взаимопомощью каналов. Использование динамической модели такой СМО позволяет ставить и решать различные оптимизационные, в том числе многокритериальные, задачи, связанные с управлением не только общей численностью средств, но и их взаимопомощью. Такого рода задачи особенно актуальны для насыщенных средствами обслуживания узловых аэропортов с их нестационарными потоками рейсов и колеблющейся интенсивностью обслуживания. Таким образом, модель рассмотренной СМО является инструментом анализа и оптимизации параметров такого перспективного класса аэропортов, как хабы.

Библиографический список

1. Бочаров, П.П. Теория массового обслуживания [Текст] / П.П. Бочаров, А.В. Печинкин. – М.: Изд-во РУДН, 1995. – 529 с.

MODEL OF A QUEUEING SYSTEM WITH NON-STATIONARY STREAMS AND PARTIAL MUTUAL ASSISTANCE BETWEEN CHANNELS

© 2011 V. A. Romanenko

Samara State Aerospace University
named after academician S. P. Korolyov (National Research University)

A dynamic model of multichannel queueing system with non-stationary streams, waiting in a limited-length queue and partial mutual assistance of channels expressed in the opportunity of simultaneous service of a customer by two channels is described. Expressions for the basic probability-time characteristics of the system are given. The results of modeling the functioning of a hub airport as an example of the system discussed are described.

Queueing system, non-stationary flow, mutual assistance between channels, hub airport.

Информация об авторе

Романенко Владимир Алексеевич, кандидат технических наук, доцент, докторант кафедры организации и управления перевозками на транспорте, Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С. П. Королёва (национальный исследовательский университет). E-mail: vla_rom@mail.ru. Область научных интересов: оптимизация и моделирование системы обслуживания перевозок узлового аэропорта.

Romanenko Vladimir Alexeevitch, candidate of technical sciences, associate professor, doctor's degree at the department of transportation organization and management, Samara State Aerospace University named after academician S. P. Korolyov (National Research University). E-mail: vla_rom@mail.ru. Area of research: optimization and simulation of a hub airport transportation service system.

ВЕКТОРНАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ ПАРАМЕТРОВ СИСТЕМЫ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ С ЧАСТИЧНОЙ ВЗАИМОПОМОЩЬЮ МЕЖДУ КАНАЛАМИ

© 2011 В. А. Романенко

Самарский государственный аэрокосмический университет
имени академика С.П.Королёва (национальный исследовательский университет)

Сформулирована и решена задача векторной оптимизации параметров многоканальной системы массового обслуживания с ожиданием в очереди ограниченной длины и частичной взаимопомощью каналов, выражающейся в возможности одновременного обслуживания заявки двумя каналами. Приведены результаты оптимизации параметров производственных комплексов аэропорта как примера рассматриваемой системы.

Векторная оптимизация, система массового обслуживания, взаимопомощь между каналами, аэропорт.

Введение

Рассматривается задача оптимизации параметров системы массового обслуживания (СМО) с частичной взаимопомощью между каналами, которая выражается в возможности одновременного использования двух каналов для обслуживания одной заявки. Предполагается, что в СМО поступает стационарный пуассоновский поток заявок. Длительности обслуживания заявок одним каналом или группой из двух каналов представляют собой показательно распределённые случайные величины. Объединение усилей каналов приводит в общем случае к сокращению средней продолжительности обслуживания. В качестве примера СМО, обладающей перечисленными особенностями, рассматривается система обслуживания перевозок аэропорта на этапе выполнения выбранной технологической операции. Необходимость решения рассматриваемой задачи может возникнуть при проектировании нового аэропорта, реконструкции или модернизации действующего, оптимизации аэропортовых производственных процессов, выборе аэропортом новой бизнес-модели и т.п.

Формирование системы критериев оптимальности

Формирование совокупности критериев оптимальности рассматриваемой СМО производится с использованием несколько модифицированной модели эффективности

сложной авиатранспортной системы, предложенной в работе [1]. Эффективность рассматривается как свойство системы выполнять заданные функции с заданными качеством и производительностью при минимальных затратах ресурсов. В формализованном виде модель записывается как

$$W = (W_{\Pi}, W_{\mathcal{E}}, W_K),$$

где W – обобщённый показатель эффективности системы; W_{Π} – комплексный показатель производительности системы; $W_{\mathcal{E}}$ – комплексный показатель экономичности системы; W_K – комплексный показатель качества работы системы.

Основное преимущество воздушной перевозки с точки зрения пользователей воздушного транспорта состоит в малых затратах времени на её выполнение. Важная роль в сокращении этих затрат принадлежит аэропорту. Аэропортовое предприятие, способное обеспечить наземное обслуживание пассажиров, грузов и воздушных судов (ВС) за сравнительно короткое время, обладает серьёзным преимуществом в конкурентной борьбе за привлечение клиентуры. Особое значение фактор затрат наземного времени имеет в случае узловых аэропортов, для которых малая величина гарантированного стыковочного времени является одним из главных критериев их привлекательности с

точки зрения пассажиров, грузоотправителей и авиаперевозчиков. Сокращение затрат наземного времени в узловом аэропорту служит непосредственной причиной повышения числа отправок рейсов, уровня пассажиро- и грузопотоков, обеспечивающего рост доходов аэропорта от авиационной и неавиационной деятельности.

Таким образом, в рамках целей исследования СМО предполагается, что производительность системы на выбранном этапе обслуживания непосредственно связана с затратами времени на пребывание заявки в СМО, возрастая с уменьшением этих затрат:

$$W_{II} = f_{II}(\bar{T}_{преб}^{-1}),$$

где $\bar{T}_{преб} = M[T_{преб}]$ - среднее время пребывания заявки в СМО.

Время, в течение которого заявка находится в системе, включает время обслуживания заявки $T_{обсл}$ и время ожидания заявкой обслуживания $T_{ож}$:

$$T_{преб} = T_{обсл} + T_{ож}$$

и

$$\bar{T}_{преб} = \bar{T}_{обсл} + \bar{T}_{ож}, \quad (1)$$

где $\bar{T}_{обсл} = M[T_{обсл}]$, $\bar{T}_{ож} = M[T_{ож}]$ - средние значения времени обслуживания и времени ожидания соответственно. Как показано в [2], перераспределение каналов между индивидуальным и групповым обслуживанием приводит к изменению соотношения между временем обслуживания и временем ожидания. Так, увеличение доли заявок, обслуживаемых парами каналов, приводит в общем случае к сокращению затрат времени на обслуживание и росту времени ожидания. Увеличение доли заявок, обслуживаемых индивидуальными каналами, приводит к противоположному эффекту.

Под показателем экономичности системы понимается числовая характеристика расхода ресурсов на получение заданного конечного результата функционирования системы.

Чтобы упростить задачу с целью обеспечения возможности её решения методами теории массового обслуживания, далее предполагается, что экономичность производственных комплексов аэропорта зависит только от их насыщенности техническими средствами обслуживания перевозок. Действительно, численность аэропортовых технических средств влияет на уровень расходов аэропорта по целому ряду основных статей [3], таких, как расходы на эксплуатацию и техническое обслуживание, в том числе на персонал и материалы; капитальные затраты, в том числе износ и/или амортизацию и др. Таким образом, правомерна следующая запись, означающая, что увеличение числа обслуживающих каналов на выбранном этапе обслуживания отрицательно влияет на степень экономичности СМО:

$$W_{Э} = f_{Э}(N^{-1}),$$

где N – численность средств обслуживания на выбранном этапе.

Показатель качества работы СМО должен учитывать два аспекта. Первый связан с необходимостью обеспечения заданного качества обслуживания клиентуры аэропорта - авиакомпаний, пассажиров, грузоотправителей и т.д.; второй – с качеством использования трудовых, материальных и финансовых ресурсов аэропортового предприятия. Поскольку очевидно, что качество обслуживания тем выше, чем меньшее время тратится клиентом аэропорта на непроводительное ожидание, то количественный показатель качества обслуживания заявки в модели СМО должен быть определённым образом связан с временем ожидания обслуживания. Учитывая стохастичность как потока заявок, так и процесса обслуживания, невозможно полностью исключить вероятность образования очереди ни при каком уровне производительности системы, однако длительность ожидания начала обслуживания для большинства заявок должна быть достаточно мала. Таким образом, для описания качества обслуживания заявки введены два параметра, а именно: t_p - расчётное время ожидания заявкой

обслуживания в очереди и P_p - вероятность превышения расчётного времени фактическим временем ожидания.

В рамках рассматриваемой модели СМО качество использования ресурсов выражает коэффициент загрузки системы

$$K_3 = \frac{\bar{N}_3}{N}, \quad (2)$$

где $\bar{N}_3 = M[N_3]$ - среднее число занятых обслуживанием каналов.

Перечисленные показатели качества обслуживания представляется целесообразным использовать в качестве ограничений при решении формулируемой задачи оптимизации. В этом случае, как следует из изложенного выше, «претендентами» на роль критериев оптимальности выступают минимальное число обслуживающих каналов и минимальные затраты времени на пребывание в системе. Выбор единственного глобального критерия, включающего оба названных критерия, или их свёртка весьма затруднительны. В качестве такого единственного критерия могут выступать экономические результаты работы аэропорта (например, прибыль), влияние на которые оказывают как численность аэропортовых средств, так и затраты времени на пребывание в аэропорту. Однако оценить такое влияние, особенно со стороны второго фактора, без существенного усложнения модели невозможно. Таким образом, задачу необходимо решать в многокритериальной постановке.

Постановка проблемы векторной оптимизации

Рассматривается задача оптимизации параметров полнодоступной СМО, содержащей N обслуживающих каналов. Исследуемая СМО описана в работе [2]. Для обслуживания одной заявки СМО могут быть выделены как 1, так и 2 канала. В случае наличия не менее двух свободных каналов поступившая заявка с заданной вероятностью v_1 занимает для обслуживания один канал и с вероятностью $v_2 = 1 - v_1$ - два канала. Если же в момент поступления на обслуживание заявки СМО располагает только одним сво-

бодным каналом, то эта заявка в любом случае занимает имеющийся единственный канал. Продолжительности обслуживания заявки одним каналом $T_{обсл1}$ и двумя каналами $T_{обсл2}$ распределены по показательному закону. В случае отсутствия незанятых каналов вновь поступившая заявка «становится в очередь» и ожидает обслуживания. Общее число обслуживаемых и ожидающих обслуживания заявок, находящихся в СМО, ограничено величиной K . Если число заявок, уже находящихся в очереди, составляет $K - N$, то вновь прибывшая заявка покидает СМО необслуженной - «теряется». В отличие от [2], здесь предполагается, что в СМО поступает стационарный пуассоновский поток заявок интенсивностью λ .

Для решения задачи оптимизации параметров СМО должна иметься математическая модель, связывающая её входные переменные через переменные состояния с выходными переменными. Вектор входных переменных \mathbf{x} в модели рассматриваемой СМО включает характеристики входящего потока заявок (λ) и процесса обслуживания ($T_{обсл1}$, $T_{обсл2}$, v_1), а также численность каналов N и мест K в СМО:

$$\mathbf{x} = (\lambda, \bar{T}_{обсл1}, \bar{T}_{обсл2}, v_1, N, K).$$

Компонентами вектора переменных состояний \mathbf{P} являются вероятности состояний СМО P_i , $i = \overline{1, M}$, зависящие в общем случае от начального состояния СМО, её входных переменных и времени. Таким образом, сам \mathbf{P} является вектор-функцией и может быть определён как

$$\mathbf{P}(\mathbf{P}^0, \mathbf{x}, t) = (P_0(\mathbf{P}^0, \mathbf{x}, t), P_1(\mathbf{P}^0, \mathbf{x}, t), \dots, P_M(\mathbf{P}^0, \mathbf{x}, t)),$$

где $M+1$ - максимально возможное число состояний СМО; $\mathbf{P}^0 = (P_0^0, P_1^0, \dots, P_M^0)$ - вектор вероятностей состояний СМО в начальный момент времени $t = 0$.

Вероятности, составляющие вектор-функцию $\mathbf{P}(\mathbf{P}^0, \mathbf{x}, t)$, определяются путём численного интегрирования системы дифференциальных уравнений Колмогорова, полученной в [2] на базе алгоритмического подхода.

Число аргументов вектор-функции $\mathbf{P}(\mathbf{P}^0, \mathbf{x}, t)$ может быть сокращено благодаря предположению о постоянстве величин всех входных переменных в течение работы СМО. В этом случае [4] по прошествии определённого времени в СМО устанавливается стационарный режим, характеризующийся постоянством во времени всех её вероятностных показателей. Кроме того, стационарное распределение вероятностей состояний СМО не зависит от исходного распределения вероятностей, т.е. от компонентов вектора \mathbf{P}^0 . Таким образом, вектор-функция для стационарного режима, которую обозначим \mathbf{P}_C , имеет сравнительно простой вид:

$$\mathbf{P}_C(\mathbf{x}) = (P_0(\mathbf{x}), P_1(\mathbf{x}), \dots, P_M(\mathbf{x})),$$

где $P_0(\mathbf{x}) = \lim_{t \rightarrow \infty} P_0(\mathbf{P}^0, \mathbf{x}, t)$,

$$P_1(\mathbf{x}) = \lim_{t \rightarrow \infty} P_1(\mathbf{P}^0, \mathbf{x}, t), \dots,$$

$P_M(\mathbf{x}) = \lim_{t \rightarrow \infty} P_M(\mathbf{P}^0, \mathbf{x}, t)$ - вероятности состояний системы в стационарном режиме, определяемые численным интегрированием системы уравнений Колмогорова [2].

В состав компонентов вектора выходных переменных \mathbf{z} должны быть включены основные стационарные вероятностно-временные характеристики СМО, необходимые для решения формулируемой оптимизационной задачи:

$$\mathbf{z} = (\bar{T}_{обсл}, \bar{T}_{ож}, P(t_{ож} < \tau), \bar{N}_3, P_{отк}),$$

где $P(T_{ож} < \tau)$ - функция распределения времени ожидания (вероятность того, что время ожидания заявкой обслуживания $T_{ож}$ не превысит величины τ); $P_{отк}$ - вероятность отказа очередной заявке в обслуживании.

Связи перечисленных выходных переменных с переменными состояния представим в виде

$$\bar{T}_{обсл} = Z_{\bar{T}_{обсл}}(\mathbf{P}_C(\mathbf{x})),$$

$$\bar{T}_{ож} = Z_{\bar{T}_{ож}}(\mathbf{P}_C(\mathbf{x})),$$

$$P(t_{ож} < \tau) = Z_{P_{ож}}(\mathbf{P}_C(\mathbf{x}), \tau), \quad (3)$$

$$\bar{N}_3 = Z_{\bar{N}_3}(\mathbf{P}_C(\mathbf{x})),$$

$$P_{отк} = Z_{P_{отк}}(\mathbf{P}_C(\mathbf{x})),$$

где $Z_{\bar{T}_{обсл}}(\mathbf{P}_C(\mathbf{x}))$, $Z_{\bar{T}_{ож}}(\mathbf{P}_C(\mathbf{x}))$,

$Z_{P_{ож}}(\mathbf{P}_C(\mathbf{x}), \tau)$, $Z_{\bar{N}_3}(\mathbf{P}_C(\mathbf{x}))$, $Z_{P_{отк}}(\mathbf{P}_C(\mathbf{x}))$ - функциональные зависимости соответствующих выходных переменных от переменных состояния. Расчётные формулы для определения перечисленных зависимостей, за исключением $\bar{T}_{ож}$, получены в [2]. Для последней переменной в стационарном режиме справедлива формула

$$\bar{T}_{ож} = \left(\frac{1}{1 - P_{отк}} \lambda M_{ож} \right),$$

где $M_{ож}$ - средняя длина очереди, определяемая как функция \mathbf{P}_C [2].

Считая зависимости (3) компонентами векторной функции $\mathbf{Z}(\mathbf{P}_C(\mathbf{x}))$, выразим связь выходных и входных переменных в векторном виде:

$$\mathbf{z} = \mathbf{Z}(\mathbf{P}_C(\mathbf{x})), \quad (4)$$

где

$$\mathbf{Z}(\mathbf{P}_C(\mathbf{x})) = (Z_{\bar{T}_{обсл}}(\mathbf{P}_C(\mathbf{x})), Z_{\bar{T}_{ож}}(\mathbf{P}_C(\mathbf{x})), Z_{P_{ож}}(\mathbf{P}_C(\mathbf{x}), \tau), Z_{\bar{N}_3}(\mathbf{P}_C(\mathbf{x})), Z_{P_{отк}}(\mathbf{P}_C(\mathbf{x}))).$$

Наличие второго аргумента τ функции $Z_{P_{ож}}(\mathbf{P}_C(\mathbf{x}), \tau)$, несущественное для форму-

лировки задачи оптимизации, в обозначении вектор-функции $\mathbf{Z}(\mathbf{P}_C(\mathbf{x}))$ не учтено, чтобы не усложнять запись.

Выделим из состава компонентов вектора \mathbf{x} переменные, значения которых можно задавать по своему усмотрению, – управляемые переменные. К их числу отнесём v_1 и N . В рамках накладываемых на задачу ограничений можно задавать различные целые неотрицательные N . Величина v_1 может задаваться в пределах $0 \leq v_1 \leq 1$. Остальные компоненты \mathbf{x} будем считать неуправляемыми независимыми переменными и объединим их в вектор $\mathbf{x}' = (\lambda, \bar{T}_{обсл1}, \bar{T}_{обсл2}, K)$. Вектор управляемых переменных обозначим как $\mathbf{x}'' = (v_1, N)$. В этом случае зависимость (4) запишем в виде

$$\mathbf{z} = \mathbf{Z}(\mathbf{P}_C(\mathbf{x}', \mathbf{x}'')).$$

Сформулируем ограничения на вектор управляемых переменных и критерий.

Задача решается при следующих ограничениях.

1. Ограничение на нижнюю границу уровня качества обслуживания заявок. При заданных расчётном времени ожидания заявкой обслуживания в очереди t_p и вероятности превышения расчётного времени фактическим временем ожидания P_p это ограничение формулируется как

$$P(t_{ож} < t_p) = Z_{P_{ож}}(\mathbf{P}_C(\mathbf{x}', \mathbf{x}''), t_p) > P_p. \quad (5)$$

2. Ограничение на нижнюю границу уровня качества использования ресурсов с учетом (2) записывается в виде

$$K_3 = \frac{\bar{N}_3}{N} = Z_{\bar{N}_3}(\mathbf{P}_C(\mathbf{x}', \mathbf{x}''))/N > K_{3P}, \quad (6)$$

где K_{3P} – расчётный коэффициент занятости системы, задаваемый таким образом, чтобы непроизводительные простои каналов обслуживания были достаточно малыми.

3. Ограничение на верхнюю границу вероятности отказов в обслуживании заявки

$$P_{отк} = Z_{P_{отк}}(\mathbf{P}_C(\mathbf{x}', \mathbf{x}'')) < P_{откP}, \quad (7)$$

где $P_{откP}$ – расчётная вероятность отказа, которая с учётом специфики объекта оптимизации должна задаваться весьма малой.

Кроме перечисленных используются естественные ограничения на значения управляемых переменных:

$$N - \text{целое, } N > 0 \text{ и } 0 \leq v_1 \leq 1. \quad (8)$$

Соотношения (5)-(8) определяют допустимую область значения управляемых переменных - X .

Введём векторную целевую функцию, компонентами которой являются два показателя: N и $\bar{T}_{преб}$. Принимая во внимание сумму (1), второй показатель определим как функцию входных переменных:

$$\bar{T}_{преб} = Z_{\bar{T}_{обсл}}(\mathbf{P}_C(\mathbf{x}', \mathbf{x}'')) + Z_{\bar{T}_{ож}}(\mathbf{P}_C(\mathbf{x}', \mathbf{x}''))$$

или в сокращённом виде

$$\bar{T}_{преб} = \bar{T}_{преб}(\mathbf{x}', \mathbf{x}'').$$

Учитывая последнее выражение, векторную целевую функцию запишем в виде

$$F(\mathbf{x}', \mathbf{x}'') = (N, \bar{T}_{преб}(\mathbf{x}', \mathbf{x}'')).$$

Ставится следующая задача оптимизации: при фиксированных $\mathbf{x}' = fix$ найти множество $X_{II} \subset X$ Парето-оптимальных точек $\mathbf{x}''_{II} \in X_{II}$ по векторному критерию

$$opt F(\mathbf{x}', \mathbf{x}'') = \left(\begin{array}{l} N_{II} = \min N, \\ \bar{T}_{пребII} = \min \bar{T}_{преб}(\mathbf{x}', \mathbf{x}'') \end{array} \right).$$

При решении сформулированной задачи координаты Парето-оптимальных точек (v_{1II}, N_{II}) определяются традиционным способом, предполагающим решение для заданного $N_{II} = 1, 2, \dots$ с учётом ограничений (5)-(8) однокритериальной задачи оптимизации

$$v_{1П} = \arg \min_{0 \leq v_1 \leq 1} \bar{T}_{преб}(\mathbf{x}', v_1, N_{П}).$$

Целочисленность параметра $N_{П}$ существенно упрощает процедуру решения.

Пример результатов оптимизации

Рассмотрим пример результатов решения векторной задачи оптимизации параметров СМО со следующими временными характеристиками обслуживания, соответствующими ряду наземных технологических операций аэропорта:

$$\bar{T}_{обсл1} = 0.25 \text{ ч}; \bar{T}_{обсл2} = \frac{1}{1.9} \cdot \bar{T}_{обсл1} = 0.13 \text{ ч.} \quad (9)$$

Коэффициент при $\bar{T}_{обсл1}$ в последней формуле учитывает снижение среднего времени обслуживания заявки благодаря параллельному использованию двух каналов.

Чтобы продемонстрировать влияние на Парето-оптимальное решение ограничений по качеству обслуживания и использования ресурсов, рассмотрены два набора ограничений. Первый набор (набор А) предусматривает довольно жёсткие требования как к качеству обслуживания заявок, так и степени использования ресурсов. Так, ожидать в

очереди дольше 5 мин. должны менее 5 % заявок. Загрузка каналов должна быть достаточно высокой – в любой произвольно выбранный момент времени должны быть заняты более 50 % из имеющихся в системе каналов. Для второго набора (набор Б) требования и к качеству обслуживания, и к занятости каналов значительно ослаблены. В данном случае находиться в очереди дольше 5 мин. могут до 30 % заявок. При этом должны быть заняты более 20 % каналов. Таким образом, в формализованном виде параметры наборов запишутся в виде:

набор А: $t_p = 5 \text{ мин}; P_p = 0.95; K_{3p} = 0.5;$

набор Б: $t_p = 5 \text{ мин}; P_p = 0.7; K_{3p} = 0.2.$

Для обоих наборов расчётная вероятность отказа в обслуживании задана сравнительно малой: $P_{откP} = 0.005.$

Результаты оптимизации в виде ряда множеств Парето-оптимальных точек в координатах $(N, \bar{T}_{преб})$ представлены на рис. 1, 2. Для придания результатам большей наглядности Парето-оптимальные точки, составляющие одно множество, соединены на

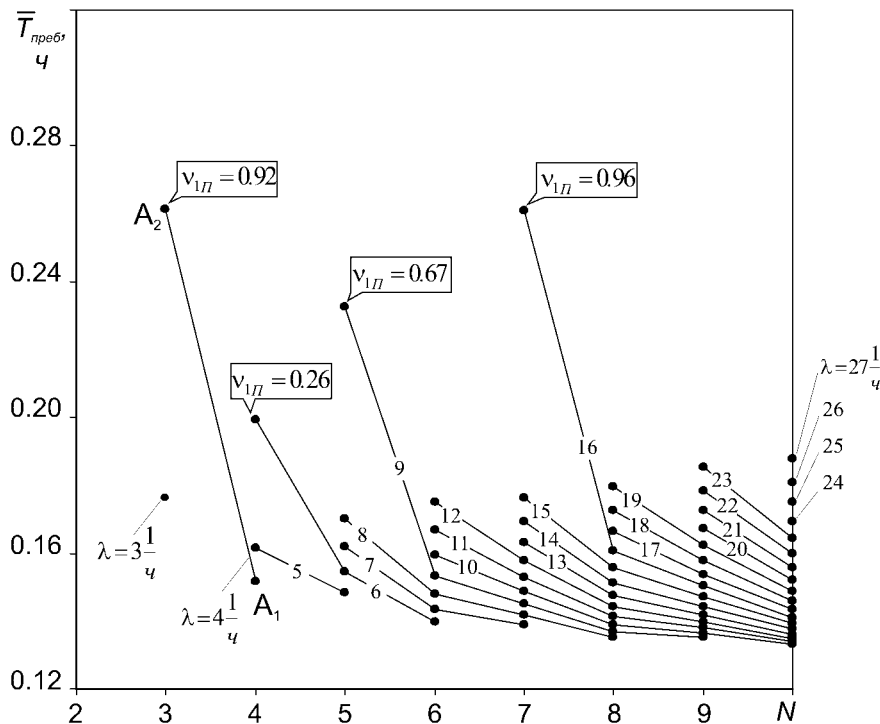


Рис. 1. Результаты оптимизации для набора ограничений А

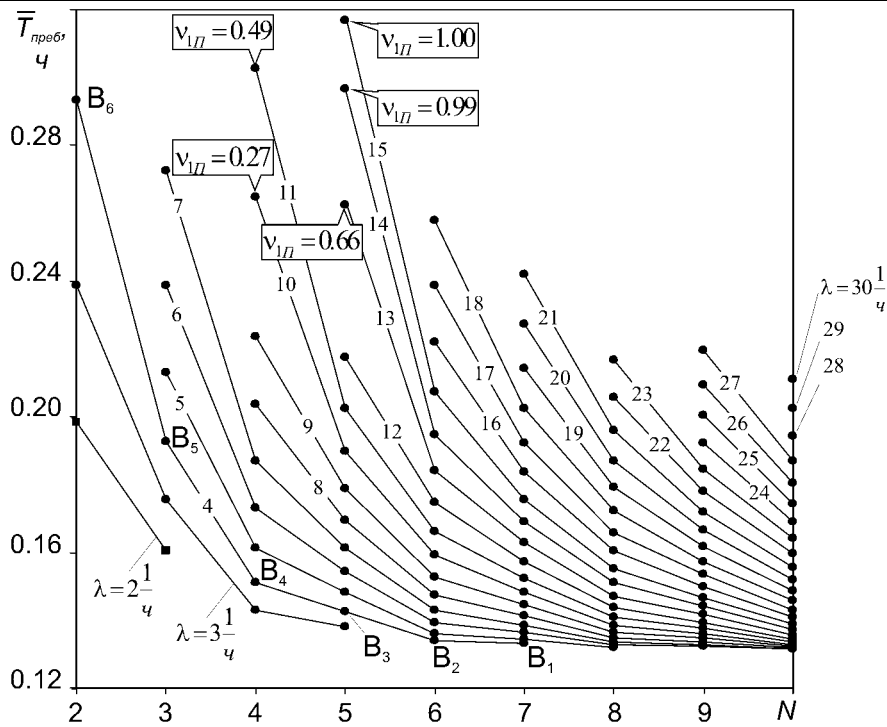


Рис. 2. Результаты оптимизации для набора ограничений B

рисунках линиями. Каждое множество получено для фиксированной величины интенсивности потока заявок λ . Расчёт произведён для целых величин λ в пределах от $1 \frac{1}{4}$ до $30 \frac{1}{4}$.

В тех случаях, когда оптимальному решению отвечает отличная от нуля величина v_{111} , она указывается на рисунках рядом с соответствующей точкой в рамке. Всем остальным точкам соответствует $v_{111} = 0$, которая на рисунках не приведена.

Рис. 1, 2 могут использоваться в качестве номограмм для определения наилучших значений потребного числа аэропортовых средств обслуживания перевозок и среднего времени пребывания заявки в системе. Если рассматривать в качестве заявки ВС, требующее технического или коммерческого обслуживания, то время пребывания заявки в системе будет соответствовать времени простоя ВС на обслуживании, которое складывается из времени ожидания и времени обслуживания. Проиллюстрируем мето-

дику использования номограмм следующим примером.

Пусть на обслуживание с временными характеристиками (9) поступает пуассоновский поток ВС, имеющий интенсивность $\lambda = 4 \frac{1}{4}$. Как следует из рис. 1, в случае жёстких требований к качеству обслуживания и загрузке средств, соответствующих набору ограничений A, аэропорту доступны два варианта наилучших решений.

Первый вариант (точка A_1 на рис. 1) предусматривает использование четырёх средств, которые должны выделяться попарно для обслуживания каждого ВС. В этом случае среднее время простоя ВС на обслуживании составляет $\bar{T}_{preb} = 0.15$ ч. Дальнейшее сокращение времени простоя невозможно даже ценой привлечения дополнительных обслуживающих средств, поскольку в этом случае нарушается ограничение по занятости каналов – загрузка становится ниже допустимых 50 %.

Второй вариант решения (точка A_2 на рис. 1) приемлем, если аэропорт в ходе выполнения технологической операции допус-

кает возможность существенного увеличения времени простоя (до $\bar{T}_{проб} = 0.26$ ч). Компенсацией за длительный простой является сокращение до трёх единиц числа обслуживающих средств. Как следует из рис. 1, для обслуживания большинства (92 %) ВС средства должны использоваться индивидуально. Последующее сокращение числа средств невозможно из-за нарушения ограничения по длительности ожидания в очереди – доля ВС, ожидающих обслуживания более 5 мин., в этом случае превысит 5 %.

В случае принятия менее «жесткого» набора ограничений Б совокупность неулучшаемых решений значительно расширяется.

В рассматриваемом примере для $\lambda = 4 \frac{1}{ч}$ она включает шесть решений (точки B_1 - B_6 на рис. 2) с числом средств, возрастающим от двух до семи единиц, и временем простоя, соответственно снижающимся с $\bar{T}_{проб} = 0.29$ ч до $\bar{T}_{проб} = 0.14$ ч. При уже имеющемся большом числе обслуживающих средств добавление дополнительных средств слабо сказывается на Парето-оптимальном времени простоя. В рассматриваемом примере неулучшаемые значения $\bar{T}_{проб}$ при $N = 6$ (точка B_2) и $N = 7$ (точка B_1) различаются менее, чем на 0.7%. Дальнейшее наращивание числа средств, если бы оно не было ограничено требованием к загрузке каналов, привело бы к тому, что все заявки обслуживались парами каналов, очередь отсутствовала и, следовательно, время пребывания заявки в системе совпало бы с $\bar{T}_{обст2} = 0.13$ ч. Уместно отметить, что в этом состоит объяснение «асимптотического» приближения множества Парето-оптимальных точек к значению 0.13 ч, особенно заметного на рис. 2.

Анализ множеств Парето-оптимальных решений для набора значений λ , представленных на рис. 1 и 2, позволяет сделать следующие выводы. Большинство Парето-оптимальных решений достигается в случае парного использования каналов ($v_{1л} = 0$). Применение схем обслуживания с большой до-

лей индивидуальных каналов позволяет расширить множество Парето-оптимальных решений, включив в него точки, соответствующие заметно меньшему числу каналов при больших временных потерях.

Параллельное ужесточение ограничений как по качеству обслуживания, так и по качеству использования ресурсов приводит к тому, что для некоторых малых значений λ множество Парето-оптимальных решений становится пустым. Так, например, ни при каком сочетании $N_{л}$, $\bar{T}_{пробл}$ не может быть обеспечен набор ограничений А, если

$\lambda = 1 \frac{1}{ч}$ и $\lambda = 2 \frac{1}{ч}$ (рис. 1). Набор ограниче-

ний Б невыполним при $\lambda = 1 \frac{1}{ч}$ (рис. 2). В

целом необходимость обеспечения жестких требований по качеству обслуживания приводит к относительно низкой загрузке каналов.

Благодаря целочисленности параметра N в исключительных случаях возможно сокращение Парето-оптимального множества до единственного решения. Такому случаю соответствует решение $N_{л} = 3$, $\bar{T}_{пробл} = 0.18$ ч

для $\lambda = 3 \frac{1}{ч}$ и набора ограничений Б (рис. 1).

Приведённые результаты подтверждают правомерность постановки сформулированной оптимизационной задачи и работоспособность алгоритма её решения. Получение набора результатов в широком диапазоне исходных данных, таких как интенсивность потока ВС, продолжительность их обслуживания, параметры качества обслуживания и загрузки обслуживающих средств, позволит сформировать серию номограмм, пригодных для использования в условиях производственного процесса аэропорта. Такого рода материалы, позволяющие оперативно оценивать оптимальные параметры аэропортовых технологических процессов, особенно важны для крупных, в частности узловых, аэропортов, насыщаемых техническими средствами с целью сокращения наземного времени авиаперевозки.

Отметим, что рассмотренная задача может решаться и в несколько изменённых постановках. Так, например, если с точки зрения аэропорта длительность пребывания в нём менее важна по сравнению с качеством обслуживания, то одним из критериев может стать время ожидания в очереди, и тогда общая длительность может быть задана как ограничение.

Библиографический список

1. Голубев, И.С. Эффективность воздушного транспорта [Текст] / И.С. Голубев.

– М.: Транспорт, 1982.

2. Романенко, В.А. Модель системы массового обслуживания с нестационарными потоками и частичной взаимопомощью между каналами [Текст] / В.А. Романенко // Вестник СГАУ. – 2011. – № 6 (30). – С.241-251 .

3. Руководство по экономике аэропортов. Документ ИКАО 9562. Второе издание. - Монреаль, 2006.

4. Бочаров, П.П. Теория массового обслуживания [Текст] / П.П. Бочаров, А.В. Печинкин. – М.: Изд-во РУДН, 1995.

VECTOR OPTIMIZATION OF THE PARAMETERS OF A QUEUEING SYSTEM WITH PARTIAL MUTUAL ASSISTANCE BETWEEN CHANNELS

© 2011 V. A. Romanenko

Samara State Aerospace University
named after academician S. P. Korolyov (National Research University)

The problem of vector optimization of the parameters of a multichannel queueing system with waiting in a limited-length queue and partial mutual assistance of channels manifested in the opportunity of simultaneous service of a customer by two channels is formulated and solved. The results of optimization of the parameters of airport industrial complexes as an example of the system under consideration are presented.

Vector optimization, queueing system, mutual assistance between channels, airport.

Информация об авторе

Романенко Владимир Алексеевич, кандидат технических наук, доцент, докторант кафедры организации и управления перевозками на транспорте, Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С. П. Королёва (национальный исследовательский университет). E-mail: vla_rom@mail.ru. Область научных интересов: оптимизация и моделирование системы обслуживания перевозок узлового аэропорта.

Romanenko Vladimir Alexeevitch, candidate of technical sciences, associate professor, doctor's degree at the department of transportation organization and management, Samara State Aerospace University named after academician S. P. Korolyov (National Research University). E-mail: vla_rom@mail.ru. Area of research: optimization and simulation of a hub airport transportation service system.

ВЕРОЯТНОСТНЫЙ ГЕНЕТИЧЕСКИЙ АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ СЛОЖНЫХ ЗАДАЧ МНОГОКРИТЕРИАЛЬНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ С АДАПТИВНОЙ МУТАЦИЕЙ И ПРОГНОЗОМ МНОЖЕСТВА ПАРЕТО

© 2011 Е. А. Сопов, С. А. Сопов

Сибирский государственный аэрокосмический университет

В статье представлен новый алгоритм решения сложных задач условной многокритериальной оптимизации, построенный на базе вероятностного генетического алгоритма. Предложена эффективная модификация алгоритма с адаптивной мутацией и прогнозом множества Парето, позволяющая получать решения задач при меньшем использовании вычислительного ресурса. Представлены результаты исследования эффективности подхода в сравнении со стандартным генетическим алгоритмом.

Многокритериальная оптимизация, эволюционные алгоритмы, вероятностный генетический алгоритм, адаптивная мутация.

Введение

Необходимость в разработке моделей сложных систем возникает в различных областях науки и техники: математика, экономика, медицина, управление космическими аппаратами и др. При разработке моделей часто возникают задачи оптимизации, которые обладают такими свойствами, как многоэкстремальность, алгоритмическое задание функций, сложная конфигурация допустимой области, наличие нескольких типов переменных и т.д. Более того, в реальных задачах решение редко оценивается по единственному критерию, поэтому важно не только найти допустимое парето-оптимальное решение, но и аппроксимировать множество, чтобы предложить лицу, принимающему решение (ЛПР) объективный выбор. Такие задачи не решаются с помощью классических процедур оптимизации, что приводит к необходимости разрабатывать и применять более эффективные и универсальные методы. К таким методам относятся, в частности, эволюционные алгоритмы (ЭА), доказавшие свою эффективность при решении многих сложных задач [1, 2].

Эффективность ЭА определяется тщательной настройкой и контролем их параметров, что затрудняет применение ЭА, особенно неподготовленными пользователями. В последние годы наблюдается тенденция раз-

вития эволюционных подходов, способных к самонастройке параметров за счёт использования сложных гибридных схем, а также эффективных алгоритмов с меньшим числом параметров.

Одним из подходов, позволяющих уменьшить число настраиваемых параметров эволюционных алгоритмов, является использование вероятностных генетических алгоритмов (ВГА) [3, 4]. Их отличие от стандартного генетического алгоритма (ГА), в частности, состоит в том, что в них отсутствует оператор скрещивания, а новые решения получаются на основе статистической информации о поисковом пространстве. Таким образом, накапливая и используя эту информацию, данные алгоритмы самостоятельно могут адаптироваться к решаемой задаче. ВГА показали свою эффективность и применимость к некоторым сложным задачам оптимизации [5, 6] и являются перспективными для дальнейшего изучения и совершенствования. Данная работа посвящена исследованию эффективности ВГА в сложных задачах многокритериальной оптимизации.

1. Многокритериальная оптимизация генетическими алгоритмами

В самом общем виде задача условной многокритериальной оптимизации включает набор из N параметров (переменных), множество K целевых функций этих пере-

менных и множество M ограничений типа равенств и неравенств. При решении многокритериальной задачи необходимо найти оптимум по совокупности K критериев, а сама задача формально записывается следующим образом:

$$y = f(x) = (f_1(x), f_2(x), \dots, f_K(x)) \rightarrow opt,$$

$$\begin{cases} g_j(x) \leq 0, j = \overline{1, r}, \\ h_j(x) = 0, j = \overline{r+1, M}, \end{cases}$$

где $x = (x_1, x_2, \dots, x_N) \in X$ – вектор решений, $y = (f_1(x), f_2(x), \dots, f_K(x)) \in Y_f$ – вектор целевых функций. При этом X называется пространством решений (или альтернатив), а Y_f – пространством целей (или критериальным пространством).

В наиболее общей постановке задачи условной многокритериальной оптимизации от функций $f_i(x)$, $g_j(x)$, $h_j(x)$ не требуется никаких дополнительных свойств, удобных с точки зрения оптимизации (выпуклость, дифференцируемость, непрерывность и т.д.). Функции и ограничения могут быть заданы алгоритмически, а переменные могут быть непрерывными, дискретными, бинарными или смешанными.

Введём следующие определения.

Допустимое множество D определяется как множество векторов $x \in X$, которые удовлетворяют ограничениям $g_j(x)$ и $h_j(x)$:

$$D = \{x \in X \mid g_j(x) \leq 0, \\ j = \overline{1, r}; h_j(x) = 0, j = \overline{r+1, M}\}.$$

Образ допустимой области D в пространстве целей обозначается как $Y_D = \{y = f(x) \mid x \in D\}$.

Будем считать, что решается задача максимизации. Тогда понятие **Парето-доминирования** для двух любых векторов определяется тремя возможными вариантами:

- решение a доминирует решение b : $a \succ b$, если $f(a) > f(b)$;

- решение a слабо доминирует решение b : $a \succeq b$, если $f(a) \geq f(b)$;

- решения a и b несравнимы: $a \approx b$, если $f(a) \not\leq f(b) \wedge f(a) \not\geq f(b)$.

Таким образом, $a \in D$ называется **пaрето-оптимальным**, если не существует $b \in D$: $b \succ a$. При этом вектор $x \in D$, называется **недоминируемым** относительно некоего множества $A \subseteq D$, если не существует $a \in A$: $a \succ x$.

Определим оператор $p(A)$, который даёт множество недоминируемых решений в A :

$$p(A) = \{a \in A \subseteq D \mid a\} - \text{недоминируем относительно } A\}.$$

Множество $X_p = p(D)$ называется **множеством Парето**, а множество $Y_p = f(X_p)$ определяет **фронт Парето**.

Для решения задач многокритериальной оптимизации генетические алгоритмы должны быть оснащены методами учета многих целевых функций. В многокритериальных ГА за основу берется стандартный ГА, однако при разработке конкретных методов решения многокритериальных задач упор делается на модификацию этапов назначения пригодности и селекции с поддержанием разнообразия популяции.

Наиболее распространенными многокритериальными схемами сегодня являются: VEGA (генетический алгоритм векторных оценок) [7], FFGA (генетический алгоритм Фонсеки и Флеминга) [8], NPGA (паретовский генетический алгоритм с нишами) [9], SPEA (усиленный по Парето эволюционный алгоритм) [10].

Метод VEGA, который впервые был предложен в 1984 году Шаффером [7], относится к категории методов селекции по перекрывающимся целевым функциям. Здесь селекция производится по пригодности индивидов для каждого из K критериев в отдельности. Таким образом, промежуточная популяция заполняется равными порциями индивидов, отобранных по каждому из частных критериев.

Метод FFGA (1993) использует основанную на Парето-доминировании процедуру ранжирования индивидов, где ранг каждого индивида определяется числом доминирующих его индивидов [8]. Метод FFGA реализует лишь схему назначения пригодности, а для отбора индивидов в следующее поколение используется процедура селекции ГА.

Метод NPGA принципиально отличается от двух предыдущих, так как в нём заложен механизм поддержания разнообразия [9]. Метод NPGA представляет собой комбинацию турнирной селекции и концепции доминирования по Парето. В NPGA этап назначения пригодности заменяется модифицированной схемой деления пригодности с использованием понятия ниши, которая определяется для индивидов в пространстве целевых функций и обеспечивает возможность поддержания разнообразия, позволяя получить представительное множество Парето.

Метод SPEA (Zitzler and Thiele, 1998) кардинально отличается от рассмотренных ранее методов, так как в нём [10]:

- для назначения индивидам скалярного значения пригодности используется концепция Парето-доминирования;

- индивиды, недоминируемые относительно других членов популяции, хранятся отдельно в специальном внешнем множестве;

- для уменьшения количества индивидов, хранящихся во внешнем множестве, выполняется кластеризация, что, в свою очередь, никак не влияет на приобретенные в процессе поиска свойства индивидов.

Уникальность и преимущества метода SPEA заключаются в том, что:

- он сочетает вышеперечисленные подходы в одном алгоритме;

- пригодность каждого индивида популяции определяется только относительно индивидов внешнего множества, независимо от того, доминируют ли индивиды популяции друг друга;

- несмотря на то, что «лучшие» индивиды, полученные в предыдущих поколениях, хранятся во внешнем множестве, все они принимают участие в селекции;

- для предотвращения преждевременной сходимости используется особый механизм образования ниш, где деление общей пригодности осуществляется не в смысле расстояния между индивидами, а на основе Парето-доминирования.

Одним из недостатков SPEA может быть признано то, что большая часть ресурсов и времени тратится на процедуру кластеризации, которая обеспечивает поддержание разнообразия популяции.

2. Вероятностный генетический алгоритм многокритериальной оптимизации

Как отмечалось выше, в многокритериальных схемах ГА в основе лежит стандартный ГА, а многокритериальность реализуется за счёт модификации процедур селекции и назначения пригодности. В [3, 4] был предложен оригинальный ГА, в котором накопленная информация о пространстве поиска фиксируется в виде оценки распределения единичных компонентов векторов-решений. Это распределение используется для формирования новых индивидов (заменяет оператор скрещивания) и переоценивается после отбора индивидов. ВГА содержит меньшее число настраиваемых параметров, а за счёт использования дополнительной статистической информации о пространстве поиска – в среднем превосходит стандартный ГА по надёжности и трудоёмкости.

Общая схема ВГА имеет следующий вид:

1. Инициализировать случайным образом популяцию решений.

2. С помощью оператора селекции выбрать r наиболее пригодных индивидов текущей популяции (родителей). Вычислить вектор вероятностей по формуле:

$$\bar{P} = (p_1, \dots, p_n),$$

$$p_j = P\{x_j = 1\} = \frac{1}{r} \sum_{i=1}^r x_j^i, j = \overline{1, n},$$

где n – длина хромосомы, x_j^i – j -й бит i -го индивида.

3. В соответствии с распределением \bar{P} сформировать популяцию потомков.

4. Из популяции родителей и потомков сформировать новую рабочую популяцию.
5. Новую популяцию подвергнуть мутации.
6. Повторять шаги 2 – 5 пока не выполнится условие остановки.

ВГА с адаптивной мутацией. При решении задач многокритериальной оптимизации основной упор делается на получение репрезентативного множества ответов. Это означает, что решения, полученные алгоритмом, должны быть достаточно широко распределены в поисковом пространстве и давать реальное представление об истинном множестве Парето.

В эволюционных алгоритмах оператор мутации отвечает за «широкий» поиск и захват новых областей поискового пространства. Для его настройки пользователю дополнительно приходится принимать решение о том, какое значение вероятности мутации следует использовать. При низкой мутации алгоритм будет редко захватывать новые области поискового пространства и быстрее сходиться к локальным экстремумам. При высокой мутации алгоритм будет чаще обследовать различные области поискового пространства, но при этом не будет локализовать перспективные области пространства поиска. Таким образом, выбор оператора мутации напрямую влияет на качество работы алгоритма и получаемых им решений.

В данной работе предложена модификация ВГА, в котором отсутствует необходимость настраивать оператор мутации вручную (впервые подобная схема была предложена в [11]). На каждом шаге работы алгоритма вероятность мутации рассчитывается автоматически по следующей формуле:

$$P_m = \frac{S}{n},$$

$$S = \begin{cases} \frac{n}{2}, (X_k = 0) \vee \left(\frac{X_{k-1}}{2 \cdot X_k} \geq \frac{n}{2} \right) \\ \frac{X_{k-1}}{2 \cdot X_k}, \text{ иначе,} \end{cases}$$

где n – длина хромосомы; X_{k-1} – разброс точек в пространстве решений на $(k-1)$ -м по-

колении; X_k – разброс точек в пространстве решений на k -м поколении; функция S определяет силу мутации.

При этом разброс точек в пространстве решений определяется по формуле

$$X = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^{\bar{N}} \frac{\Delta d^n}{M_n - m_n},$$

где $\Delta d^n = \frac{1}{N'} \sum_{i,j}^{N'} \|d_{ij}^n - d^n\|$ – среднее отклонение

расстояний между индивидами i и j от среднего расстояния d^n в пространстве решений по каждой из n переменных;

$d^n = \frac{1}{N'} \sum_{i,j}^{N'} d_{ij}^n$ – среднее расстояние между

индивидами i и j по каждой из n переменных

в пространстве решений; $d_{ij}^n = \|d_i^n - d_j^n\|$ –

расстояние между индивидами i и j по каждой из n переменных в пространстве решений;

i, j – номера индивидов в популяции; N' – количество всех возможных пар индивидов;

\bar{N} – количество переменных (альтернатив) в решаемой задаче; M_n – максимально возможное значение n -й переменной во всей допустимой области;

m_n – минимально возможное значение n -й переменной во всей допустимой области.

Таким образом, вероятность мутации увеличивается, если решения-индивиды начинают группироваться около какого-либо локального оптимума, и уменьшается, когда решения распределяются в пространстве более широко.

ВГА с прогнозом множества Парето.

Изменение значений вектора вероятностей единичных компонентов в ВГА можно представить в виде графиков [3, 4]. При этом можно наблюдать следующее свойство:

$$\begin{cases} p_i \rightarrow 1, \text{ если } x_i^{opt} = 1, \\ p_i \rightarrow 0, \text{ если } x_i^{opt} = 0, \end{cases}$$

где x_i^{opt} – значение i -го бита оптимального решения. Т. е. если значения вектора вероятностей стремятся к единице, то вероятнее

всего соответствующее значение в векторе оптимального решения равно единице и если стремятся к нулю, то – ноль.

Последнее свойство можно использовать для прогноза оптимального значения и, в частности, для прогнозирования множества Парето в задачах многокритериальной оптимизации. В [4] предложен алгоритм прогноза для задач безусловной однокритериальной оптимизации, однако данный алгоритм требует модификации, т.к. в исходной постановке алгоритм прогнозирует единственное решение, а в многокритериальной постановке множество Парето в общем случае может состоять более чем из одного решения. Далее приведен модифицированный алгоритм прогнозирования множества Парето:

1. Определить шаг прогноза K .

2. На каждом поколении рассчитывать распределение нулей и единиц во множестве недоминируемых относительно текущей популяции решений, т.е. рассчитать вектор \bar{P} по формуле:

$$\bar{P} = \{p_j\}, p_j = P\{x_j = 1\} = \frac{1}{r} \sum_{i=1}^r x_j^i, j = \overline{1, n},$$

где n – длина хромосомы, x_j^i – j -й бит i -го индивида во множестве недоминируемых решений, r – количество недоминируемых решений в текущей популяции.

3. Каждому поколению придавать вес в зависимости от его номера:

$$\sigma_i = 2i/N_K(N_K + 1), i = 1, \dots, N_K.$$

4. Через каждые K поколений по набранным статистикам $\bar{P}_i, i = \overline{1, N_K}, N_K = t \cdot K, t \in \{1, 2, \dots\}$ рассчитать вектор вероятностей по формуле:

$$\tilde{P} = \sum_{i=1}^{N_K} \sigma_i \cdot \bar{P}_i.$$

5. Используя вектор \tilde{P} , сгенерировать заданное количество прогнозируемых решений.

6. Добавить полученные на предыдущем шаге решения в текущую рабочую популяцию и продолжить работу ВГА.

Выбор весовых коэффициентов позволяет увеличивать вклад в прогноз более поздних значений вероятностей, т. к. на более поздних поколениях накоплено больше информации о поисковом пространстве.

3. Анализ эффективности алгоритмов

В качестве исследуемых характеристик эффективности алгоритмов были выбраны: разброс точек в пространстве решений (X), разброс точек в пространстве критериев (Y), процент паретовских (%) и допустимых (% доп.) точек в итоговой популяции решений. В тех задачах, где множество Парето представляет собой отрезок прямой или части окружности, дополнительно исследовалось среднее расстояние ($Ср.р.$) от всех решений до множества Парето. Для оценки скорости сходимости алгоритмов с прогнозом дополнительно исследовался номер итерации алгоритма, на которой процент паретовских точек в текущей популяции впервые достигает определённого значения ($Скор.$). Ниже представлены способы расчёта характеристик.

Разброс точек в пространстве решений (X) определяется по следующей формуле (аналогично разбросу точек при расчете значения адаптивной мутации):

$$X = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^{\bar{N}} \frac{\Delta d^n}{M_n - m_n}.$$

Заметим, что $X \in [0, 1]$. Частный случай $X = 0$ означает, что все индивиды в популяции сгруппировались в одну точку. Чем больше значение данной характеристики, тем более равномерно и широко распределены решения в пространстве альтернатив. Алгоритм, у которого результирующее множество ответов имеет больший показатель разброса, будем считать более предпочтительным.

Разброс точек в пространстве критериев (Y) определяется по следующей формуле:

$$Y = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \frac{\Delta f^k}{M_k - m_k},$$

где $\Delta f^k = \frac{1}{N'} \sum_{i,j} \|f_{ij}^k - f^k\|$ – среднее отклонение

ние расстояний между индивидами i и j от среднего расстояния f^k в пространстве критериев по каждой из K целевых функций;

$$f^k = \frac{1}{N'} \sum_{i,j} f_{ij}^k - \text{среднее расстояние между}$$

индивидами i и j по каждой из K целевых функций в критериальном пространстве;

$$f_{ij}^k = \|f_i^k - f_j^k\| - \text{расстояние между индивидами}$$

i и j по каждой из K целевых функций в критериальном пространстве; i, j – номера индивидов популяции; N' – количество всех возможных пар индивидов; K – количество критериев (целевых функций) в решаемой задаче; M_k – максимально возможное значение по k -й целевой функции:

$$M_k = \max_{x \in D} (f^k(x)); m_k - \text{минимальное возможное значение по } k\text{-й целевой функции:}$$

$$m_k = \min_{x \in D} (f^k(x)).$$

Процент паретовских точек (%) определяется по следующей формуле:

$$Percent_{Par} = 100 \frac{N_p(P_{res})}{N(P_{res})},$$

где P_{res} – результирующее множество решений, выдаваемое алгоритмом в качестве ответа, $N_p(P_{res})$ – количество паретовских точек во множестве P_{res} , $N(P_{res})$ – количество всех точек во множестве P_{res} .

Очевидно, что $Percent_{Par} \in [0,100]$.

Чем выше значение данного показателя, тем больше паретовских точек в итоговом множестве решений. При сравнении двух алгоритмов предпочтение будем отдавать тому, у которого данный показатель выше.

Процент допустимых точек (% доп.) определяется по следующей формуле:

$$Percent_{Feas} = 100 \frac{N_{Feas}(P_{res})}{N(P_{res})},$$

где P_{res} – результирующее множество решений, выдаваемое алгоритмом в качестве ответа; $N_{Feas}(P_{res})$ – количество допустимых точек во множестве P_{res} ; $N(P_{res})$ – количество всех точек во множестве P_{res} .

Среднее расстояние до множества Парето (Ср.р.) определяется по формуле

$$\Delta d = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N d_i,$$

где N – количество индивидов (решений) в итоговом множестве решений, d_i – кратчайшее расстояние в пространстве альтернатив (X) от i -го индивида до множества Парето рассматриваемой задачи.

В тех случаях, когда множество Парето является отрезком прямой, d_i – есть кратчайшее расстояние от точки до отрезка, вычисляемое по следующей формуле:

$$d(X) = \sqrt{\sum_{i=1}^N (a_i - x_i - \lambda(b_i - a_i))^2},$$

$$\lambda = \frac{1}{\sum_{i=1}^N (b_i - a_i)^2} \sum_{i=1}^N (b_i - a_i)(x_i - a_i),$$

где $A=(a_1, \dots, a_N)$, $B=(b_1, \dots, b_N)$ – координаты концов отрезка AB ; $X=(x_1, \dots, x_N)$ – точка, от которой требуется найти расстояние до отрезка AB ; N – количество переменных в решаемой задаче.

Очевидно, что чем меньше значение данного показателя, тем ближе к множеству Парето лежит результирующее множество решений. При сравнении двух алгоритмов предпочтение будем отдавать тому, у которого данный показатель меньше.

Скорость сходимости (Скор.) определяется следующей процедурой оценивания скорости сходимости алгоритма к множеству Парето:

1) Перед началом работы ГА положить $s = 0$.

2) На k -м поколении ГА вычислить процент паретовских точек P_{par} в текущей популяции.

3) Если $P_d < P_{min}$ и $s = 0$, то продолжить работу ГА и перейти на шаг 2.

4) Если $P_d \geq P_{min}$ и $s = 0$, то вычислить

значение s по формуле $s = 100 \frac{k}{N_p}$ и в каче-

стве оценки скорости сходимости выдать

полученное значение s . Завершить данную процедуру оценки в рамках текущего запуска ГА и продолжить дальнейшую работу ГА.

Здесь k – номер текущего рабочего поколения, N_p – общее количество популяций в ГА, P_{min} – минимальный процент паретовских точек, который должен быть достигнут алгоритмом (задается пользователем). В данной работе использовалось значение $P_{min} = 50$.

Для задач, в которых множество Парето представляет собой отрезок прямой или части окружности, процент паретовских точек на шаге 2 может определить процент точек, лежащих на заданном расстоянии от отрезка или части окружности.

Очевидно, что значение $s \in [0,100]$. Интерпретация данного параметра следующая: требуется s процентов поколений ГА для того, чтобы текущая рабочая популяция стала содержать как минимум P_{min} процентов паретовских точек (или как минимум P_{min} точек, лежащих на заданном расстоянии от множества Парето). Значение $s = 0$ говорит о том, что заданный порог P_{min} не достигается в ходе работы ГА. Значение $s = 100$ говорит о том, что заданный порог P_{min} достигается на самом последнем поколении ГА. При сравнении двух алгоритмов предпочтение будем отдавать тому, у которого данный показатель меньше и отличен от 0.

Сравнение эффективности стандартного ГА и ВГА проводилось на тестовых задачах условной двух-, трёх- и четырёхкритериальной нелинейной оптимизации. Тестовые задачи представлены ниже:

Задача 1

$$\begin{aligned} f_1(x, y) &= (x-6)^2 + (y-4)^2 \rightarrow \min, \\ f_2(x, y) &= (x+2)^2 + (y-5)^2 \rightarrow \min, \\ \begin{cases} g_1(x, y) &= (x-1)^2 + (y-4)^2 \leq 4 \\ g_2(x, y) &= (x-3)^2 + (y-4)^2 \leq 6, 25. \end{cases} \end{aligned}$$

Задача 2

$$\begin{aligned} f_1(x, y) &= (x-6)^2 + (y-4)^2 \rightarrow \min, \\ f_2(x, y) &= (x+2)^2 + (y-5)^2 \rightarrow \min, \\ f_3(x, y) &= (x-4)^2 + (y+4)^2 \rightarrow \min, \end{aligned}$$

$$\begin{cases} g_1(x, y) &= (x-2)^2 + (y-2)^2 \leq 10, 24 \\ g_2(x, y) &= (x-5)^2 + (y-1)^2 \leq 16 \\ g_3(x, y) &= (x-3)^2 + (y-4)^2 \leq 9. \end{cases}$$

Задача 3

$$\begin{aligned} f_1(x, y) &= (x-1)^2 + (y+1)^2 \rightarrow \min, \\ f_2(x, y) &= (x+2)^2 + (y-2)^2 \rightarrow \min, \\ f_3(x, y) &= (x-3)^2 + (y-4)^2 \rightarrow \min, \\ f_4(x, y) &= (x-4)^2 + (y-2)^2 \rightarrow \min, \end{aligned}$$

$$\begin{cases} g_1(x, y) &= (x+1, 8)^2 + (y-2)^2 \geq 4 \\ g_2(x, y) &= (x-1)^2 + (y-4, 5)^2 \geq 4 \\ g_3(x, y) &= (x-5, 2)^2 + (y-2)^2 \geq 9 \\ g_4(x, y) &= (x-1)^2 + (y+2)^2 \geq 9 \\ g_5(x, y) &= (x-1)^2 + (y-2)^2 \leq 6, 25. \end{cases}$$

Задача 4

$$\begin{aligned} f_1(x, y) &= (x-1)^2 + (y+1)^2 \rightarrow \min, \\ f_2(x, y) &= (x+2)^2 + (y-2)^2 \rightarrow \min, \\ f_3(x, y) &= (x-3)^2 + (y-4)^2 \rightarrow \min, \\ f_4(x, y) &= (x-4)^2 + (y-2)^2 \rightarrow \min, \end{aligned}$$

$$\begin{cases} g_1(x, y) &= x^2 + (y-6)^2 \leq 4 \\ g_2(x, y) &= (x+2)^2 + (y-5)^2 \leq 4. \end{cases}$$

Поскольку алгоритмы являются стохастическими, то для каждой задачи проводилась серия из 100 независимых запусков алгоритмов, и исследуемые характеристики усреднялись.

Ниже в таблицах представлены результаты экспериментального исследования алгоритмов (лучшие показатели для конкретной задачи выделены).

Из табл. 1 видно, что в среднем метод SPEA более эффективен (лучшие показатели по совокупности оценок), при этом эффективность ГА и ВГА сравнима.

Поскольку оба алгоритма являются стохастическими, для проверки того, являются ли различия между алгоритмами случайны-

Таблица 1. Сравнение эффективности ГА и ВГА при наилучших настройках

Задача	Метод	ГА				ВГА			
		X	Y	% / Ср.р.	% доп.	X	Y	% / Ср.р.	% доп.
1	VEGA	0,0358	0,0169	0,181	95,8005	0,0296	0,0158	0,2811	94,718
	FFGA	0,0287	0,0161	0,075	96,6498	0,0253	0,0159	0,1505	97,2794
	NPGA	0,0325	0,0185	0,1838	93,7909	0,0307	0,0166	0,2864	95,7321
	SPEA	0,0253	0,0205	0,1078	95,9333	0,0254	0,0205	0,1074	96,3287
2	VEGA	0,0529	0,0337	26,62	95,4466	0,0495	0,0309	26,2175	96,3083
	FFGA	0,0512	0,0327	50,1888	95,2674	0,0497	0,0314	56,8789	95,7812
	NPGA	0,0489	0,0308	92,5909	92,894	0,0476	0,0301	92,6855	92,8477
	SPEA	0,0553	0,0348	94,9333	98,5333	0,0554	0,035	93,4	98,6
3	VEGA	0,031	0,0181	32,1662	94,5157	0,0234	0,0131	41,7492	90,5893
	FFGA	0,0299	0,0173	28,8523	94,2752	0,0227	0,0126	44,3984	93,8237
	NPGA	0,0316	0,0181	92,7138	92,7138	0,0231	0,0132	93,5905	93,5905
	SPEA	0,0368	0,022	86,5609	86,4966	0,0364	0,0217	83,2409	84,6644
4	VEGA	0,003	0,0026	0,0103	30,1628	0,0014	0,0012	0,0255	33,0459
	FFGA	0,0032	0,0027	0,0189	74,8996	0,0014	0,0014	0,0458	72,016
	NPGA	0,0033	0,0033	0,0267	61,9082	0,0015	0,0015	0,0511	63,9618
	SPEA	0,0082	0,0065	0,0031	73,8352	0,0077	0,0061	0,0042	74,5916

ми, применялся статистический тест Колмогорова-Смирнова (KS-test) с 5 % уровнем значимости. Тест подтвердил, что различия случайны, а потому схема SPEA одинаково эффективна со стандартным ГА и с ВГА.

Из табл. 2 видно, что ВГА с адаптивной мутацией эффективнее, чем ВГА. В тех же случаях, когда ВГА с адаптивной мутацией уступает ВГА, средняя относительная эффективность не превосходит 5 % уровня значимости, а значит, можно сделать вывод о том, что алгоритмы сопоставимы по эффективности. При этом стоит отметить, что в случае адаптивной мутации пользователю алгоритма не нужно настраивать значение мутации (выбор которого существенно влияет на эффективность алгоритма).

Из табл. 3 видно, что при использовании прогнозирования критерий достижения множества Парето удовлетворяется на более ранней стадии работы алгоритма. Кроме того, алгоритм с прогнозированием показывает наилучший процент паретовских и допустимых точек. По степени разброса точек в пространстве альтернатив и пространстве критериев ВГА с прогнозом уступает по эффективности, однако это различие не превосходит 5 %, поэтому может быть признано несущественным.

Выводы

Использование ВГА в сочетании со схемой SPEA позволяет эффективно решать сложные задачи многокритериальной условной оптимизации, при этом эффективность

Таблица 2. Сравнение эффективности ВГА и ВГА с адаптивной мутацией

Задача	ВГА (адаптивная мутация)				ВГА			
	X	Y	% / Ср.р.	% доп.	X	Y	% / Ср.р.	% доп.
1	0,0245	0,0207	0,1047	98	0,0254	0,0205	0,1074	96,3287
2	0,0548	0,0348	93,8	98,8333	0,0554	0,035	93,4	98,6
3	0,0379	0,0219	83,5695	85,5695	0,0364	0,0217	83,2409	84,6644
4	0,0063	0,0049	0,0037	65,3628	0,0077	0,0061	0,0042	74,5916

Таблица 3. Сравнение эффективности ВГА и ВГА с прогнозом множества Парето

Задача	ВГА (прогноз множества Парето)				ВГА			
	X	Y	% / Ср.р.	% доп.	X	Y	% / Ср.р.	% доп.
1	0,0254	0,0207	0,0904	97,8833	0,0254	0,0205	0,1074	96,3287
2	0,0546	0,0348	93,8333	99	0,0554	0,035	93,4	98,6
3	0,0364	0,0216	85,1973	85,1973	0,0364	0,0217	83,2409	84,6644
4	0,0066	0,0054	0,0041	76,114	0,0077	0,0061	0,0042	74,5916

алгоритма сопоставима с эффективностью стандартного ГА. Однако использование ВГА более предпочтительно, т.к. у пользователя алгоритма нет необходимости настраивать параметры ВГА – использование распределения вероятностей замещает оператор скрещивания, а оператор мутации является адаптивным. В случае использования стандартного ГА необходим выбор наилучших (с точки зрения эффективности) параметров алгоритма, в противном случае эффективность алгоритма может существенно снижаться.

При использовании ВГА с прогнозом множества Парето, скорость нахождения парето-оптимальных решений выше, а значит требуется меньше вычислительных ресурсов для решения задачи. Более того, прогноз позволяет получать больший процент парето-оптимальных решений к концу работы алгоритма, следовательно, позволяет получить и более репрезентативную аппроксимацию множества Парето.

Библиографический список

1. Holland, J. H. *Adaptation in natural and artificial systems* / J. H. Holland. - MI: University of Michigan Press, 1975.

2. Goldberg, D. E. *Genetic algorithms in search, optimization, and machine learning* / D. E. Goldberg. - Reading, MA: Addison-Wesley, 1989.

3. Сопов, Е.А. Вероятностный генетический алгоритм и его исследование [Текст] / Сопов Е. А. // VII Королёвские чтения. - Самара: Изд-во Самарского научного центра РАН. - 2003. - Том 5. – С. 38-39.

4. Семенкин, Е. С. Вероятностные эволюционные алгоритмы оптимизации сложных систем [Текст] / Е. С. Семенкин, Е. А. Сопов // Труды Междунар. науч.-техн. конф.

«Интеллектуальные системы» (AIS'05) и «Интеллектуальные САПР» (CAD-2005). В 3 т. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. - Т. 1.

5. Сопов, Е. А. О способах учета ограничений в вероятностном генетическом алгоритме [Текст] / Е. А. Сопов // Труды Междунар. науч.-техн. конф. «Интеллектуальные системы» (AIS'06) и «Интеллектуальные САПР» (CAD-2006). В 3 т. – М.: Физматлит, 2006. - Т.1. – 456 с.

6. Ворожейкин, А. Ю. Об одной модификации вероятностного генетического алгоритма для решения сложных задач условной оптимизации [Текст] / А. Ю. Ворожейкин [и др.] // Вестн. Сибир. гос. аэрокосм. ун-та. – Вып. 4 (25). - Красноярск, 2009.

7. Schaffer, J.D. Multiple objective optimization with vector evaluated genetic algorithms / J. D. Schaffer // In J. J. Grefenstette (Ed.), *Proceedings of an International Conference on Genetic Algorithms and Their Applications*, Pittsburgh, PA, 1985. – P. 93-100.

8. Fonseca, C. M. Multiobjective optimization and multiple constraint handling with evolutionary algorithms / C. M. Fonseca, P. J. Fleming // Part I: A unified formulation. Technical report 564, University of Sheffield, Sheffield, UK, January 1995.

9. Horn, J. A niched Pareto genetic algorithm for multiobjective optimization / J. Horn, N. Nafpliotis, D. E. Goldberg // In *Proceedings of the First IEEE Conference on Evolutionary Computation*, Vol. 1, Piscataway, 1994. – P. 82-87.

10. Zitzler, E. Multiobjective evolutionary algorithms: A comparative case study and the strength Pareto approach / E. Zitzler, L. Thiele // *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, Vol. 3, No. 4, 1999. – P. 257-271.

11. Ворожейкин, А. Ю. Разработка и исследование вероятностного генетического алгоритма многокритериальной оптимизации [Текст] / А. Ю. Ворожейкин, Е. С. Семенкин // Труды междунар. научн.-техн. конф. «Интеллектуальные системы» (AIS'07) и «Интеллектуальные САПР» (CAD-2007). – М.: Физматлит, 2007. – Т.1. – С. 10-19.

PROBABILITY-BASED GENETIC ALGORITHM FOR SOLVING COMPLEX MULTI-OBJECTIVE OPTIMIZATION TASKS USING ADAPTIVE MUTATION OPERATOR AND PARETO SET PREDICTION

© 2011 Ye. A. Sopov, S. A. Sopov

Siberian State Aerospace University

The article is devoted to a new algorithm for solving complex constrained multiobjective optimization tasks on the basis of probability-based GA. An efficient modification of the algorithm using adaptive mutation and Pareto set prediction is proposed. The results of efficiency investigation are presented.

Multiobjective optimization, evolutionary algorithms, probability-based GA, adaptive mutation.

Информация об авторах

Сопов Евгений Александрович, кандидат технических наук, доцент кафедры системного анализа Сибирского государственного аэрокосмического университета. E-mail: es_gt@mail.ru. Область научных интересов: генетические алгоритмы, интеллектуальные технологии анализа и моделирования сложных систем.

Сопов Сергей Александрович, студент 6-го курса Института информатики и телекоммуникаций Сибирского государственного аэрокосмического университета. E-mail: sopov_sergey@mail.ru. Область научных интересов: эволюционные алгоритмы, многокритериальная оптимизация.

Sopov Yevgeny Alexandrovitch, candidate of technical sciences, associate professor of the department of system analysis, Siberian State Aerospace University. E-mail: es_gt@mail.ru. Area of research: genetic algorithms, intelligent systems of complex system analysis and modeling.

Sopov Sergey Alexandrovitch, 6-th year student of the Institute of Informatics and Telecommunications, Siberian State Aerospace University. E-mail: sopov_sergey@mail.ru. Area of research: evolutionary algorithms, multiobjective optimization.

ИССЛЕДОВАНИЕ АЛГОРИТМОВ БАЛАНСИРОВКИ МЕТОДОМ ДИСКРЕТНО-СОБЫТИЙНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

© 2011 А. Р. Хайрутдинов, С. В. Востокин

Самарский государственный аэрокосмический университет
имени академика С. П. Королёва (национальный исследовательский университет)

Рассматривается использование метода дискретно-событийного моделирования алгоритмов балансировки в системе GraphPlus. Описан способ моделирования передачи трафика в компьютерных сетях на основе сетей Петри специального вида. Указанная система усовершенствована с целью расширения функциональных возможностей. Представлены результаты экспериментов балансировки нагрузки методом дискретно-событийного моделирования.

Распределённая система, алгоритм балансировки, имитационное моделирование, сети Петри.

Введение

В настоящее время для решения все большего числа как научных, так и инженерных задач требуется наличие мощных вычислительных ресурсов. Для удовлетворения потребности в них на рабочих станциях необходимо использовать более производительную аппаратную часть, либо соединять станции между собой высокоскоростной сетью для совместной работы. Второй подход зачастую более приемлем, так как позволяет использовать уже существующий парк оборудования.

В соответствии с этим разрабатываются системы, среды и модели программирования для организации нескольких рабочих станций в единую распределённую вычислительную систему [1]. Однако гетерогенная природа подобных систем может вызывать ряд проблем: изменение количества вычислительных узлов, в том числе и в результате отказа оборудования; загруженность каналов передачи данных, вызывающая задержку исполнения распределённых приложений; необходимость более сложной синхронизации между узлами и т.д. В связи с этим предпочтительно использовать балансировку нагрузки, то есть обеспечить равномерную загруженность вычислительных узлов [2, 3].

Система исследования алгоритмов балансировки имитационным методом

При исследовании алгоритмов балансировки возникают следующие трудности:

- натурные эксперименты имеют высокую стоимость;
- подсистема измерения оказывает влияние на ход вычислительного процесса;
- системы общего назначения не подходят по ряду критериев.

Поэтому возникает потребность в создании специализированной системы для имитации процесса балансировки, задача которой состоит в предоставлении инструментальных средств моделирования и анализа процесса балансировки для различных конфигураций сети. Подобная система описана в работе [2].

Она основывается на модели программного комплекса GraphPlus, представляющей собой модель взаимодействующих посредством сообщений (*M*-объектов) процессов (*P*-объектов) [3]. В основе комплекса лежит библиотека времени исполнения, на базе которой формируются распределённые приложения. При этом управляющий процессом исполнения алгоритм отделён от прикладного кода и данных, что позволяет встроить код имитационной подсистемы в готовую среду исполнения GraphPlus [3].

По нашему мнению, существенным недостатком системы исследования алгоритмов балансировки [2] является имитация лишь ограничения скорости и невозможность адекватно представить ситуацию переполнения очередей передатчика данных, что актуально при использовании множества

соединений типа "точка-точка". Кроме того, распределённые системы характеризуются гетерогенной структурой и нестабильной передачей данных. Поэтому требуется проводить моделирование внешних помех и вызванных ими повторных передач данных.

Моделирование вычислительных сетей на основе сетей Петри

Подход к моделированию вычислительных сетей на основе иерархических расширенных сетей Петри с временными задержками представлен в работе [4]. Цвет узлов соответствует типу трафика: "сообщение" или "маркер занятости" ресурса обработкой сообщения. Под иерархичностью понимается то, что любой объект в сети моделируется как подсеть Петри. Время в модели принимается дискретным и измеряется тактами; причём в качестве такта принимается временной интервал, в течение которого срабатывают все разрешённые переходы.

Формально можно дать следующее описание имитационной модели:

$$W = \{P, T, D, TR\}, \quad (1)$$

где P – множество позиций, T – множество переходов, D – множество дуг, TR – множество типов трафика.

Для каждого перехода и типа трафика существует (возможно, нулевая) временная задержка q , характеризующая скорость передачи данных по каналам связи. Для каждого перехода введена очередь поступивших меток.

В работе [4] для каждого сетевого устройства авторами выделяются специализированные "роли" передатчика, приёмника, генератора трафика и строятся элементарные сети, названные ими ролевыми функционалами. Авторы определяют алгебру операций над сетями и на основе операций, применяемых над ролевыми функционалами, показывают, как осуществляется представление различных устройств сети с помощью данного метода.

Описанный подход удобно применить для доработки имитационного исполнения эксперимента в программном комплексе [2]. При этом можно сделать допущение об от-

сутствии разного типа трафика в сети, в результате чего модель (1) упрощается: $W = \{P, T, D\}$.

Экспериментальная проверка

После доработки программного комплекса была осуществлена проверка адекватности его работы. Она состояла из трёх этапов. На первом этапе были воспроизведены все эксперименты, описанные в [2], расчёт эффективности работы статического и динамического алгоритмов балансировки и их сравнение между собой. В итоге были получены те же результаты.

На втором этапе проверялась правильность работы системы в условиях внешних помех на каналах передачи данных, что вызвало бы необходимость повторной передачи сообщений. На рис. 1 представлена модель сети, состоящая из трёх узлов. Канал связи между вторым и третьим узлом характеризуется сильным уровнем помех, из-за которых с вероятностью $P_{пов}$ следует осуществлять повторную передачу данных.

Следует отметить, что в реальных расчётах при построении статистических моделей случайных флуктуационных помех обычно используют гауссовский вероятностный закон [5], однако для простоты проверки было принято $P_{пов} = 0,1$. Обоснование возможности использования более простых видов флуктуационных помех в задачах балансировки давалось нами в работе [3].

С указанной моделью проводились серии экспериментов для случая разделения вычислительной задачи на четыре независимых подзадачи. При этом использовались статический, динамический и комбинированный алгоритмы балансировки и рассчитывалась эффективность их работы. Результаты

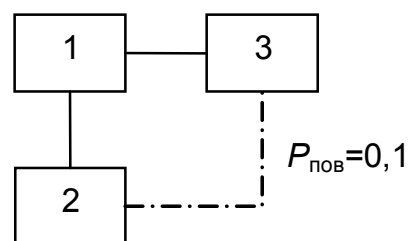


Рис. 1. Модель эксперимента

Таблица 1. Результаты исследования алгоритмов балансировки для разбиения задачи на четыре подзадачи при трёх вычислительных узлах

Тип балансировки	Эффективность, $T_1/(T_3 \times 3)$	Эффективность, $T_1/(T_3 \times 3)$ по работе [2]
Статическая	0,7065	0,7829
Динамическая	0,7140	0,6434
Комбинированная	0,8245	0,8121

приведены в табл. 1. По ним видно, что эффективность работы модифицированных алгоритмов не уступает результатам, приведенным в [2], при более простой реализации модели.

На третьем этапе были проведены эксперименты для проверки новой возможности системы моделирования получения точных решений статической задачи балансировки нагрузки путем перебора компоновок процессов (P -объектов в терминах [3]) по логическим процессорам.

Пусть $M: P \rightarrow C$ функция, ставящая в соответствие P -объекту $p \in P$ логический процессор $c \in C$. Решением задачи балансировки является $agr \min_{m \in M} T(m, t_{выч}, t_{пер})$, где

T – функция, вычисляющая время исполнения алгоритма путем дискретно-событийной имитации. Данная функция минимизируется путем подбора оптимальной компоновки процессов по процессорам m при заданных постоянных параметрах: $t_{выч}$ – время вычисления элементарной операции алгоритма; $t_{пер}$ – время передачи сообщения между логическими процессорами. Компоновка влияет на временные затраты при доставке сообщений. Если $m(p_1) = m(p_2)$, то время доставки сообщений между процессами p_1 и p_2 принимается равным нулю. В данной серии экспериментов полагаем, что логические процессоры объединены полносвязным коммуникационным графом и время передачи сообщений постоянно.

В качестве примера алгоритма, для которого выполняется балансировка, мы рассмотрели алгоритм работы конвейера, каждая ступень которого выполняет элементарную операцию при получении данных от сво-

его левого соседа и подтверждении доставки от правого соседа. После завершения элементарной операции, выполняется передача результатов правому соседу, а подтверждение доставки – левому. Практическим применением такого алгоритма может быть параллельное решение явно-неявных разностных схем, где ступень конвейера отвечает за локальные операции над фрагментом сеточной области.

В рамках третьего этапа нами выполнено решение задачи балансировки в разработанной имитационной модели методом полного перебора. В экспериментах определялись: реальное время решения задачи; длительность исполнения в модельном времени; вид компоновки, приводящий к наименьшему времени выполнения. Результаты экспериментов представлены в таблице 2. Рассматривалось статическое (постоянное в течение времени вычислений) распределение P -объектов по логическим процессорам. Задача решалась для трёх виртуальных процессоров и 12 P -объектов. Таким образом, мощность множества функций компоновок с учетом симметричных компоновок M составила $3^{12} = 531441$.

В таблице 2 используются следующие обозначения. Функция $m \in M$ кодируется перечислением своих значений. Например, тривиальная компоновка 000011112222 означает, что процессы 1-4 исполняются на процессоре 0, процессы 5-8 исполняются на процессоре 1, а процессы 9-12 – на процессоре 2. Число итераций $n_{итер}$ – сколько раз сигнал по конвейеру прошел от крайнего левого процесса до крайнего правого. Характеристика гранулярности $t_{выч} / t_{пер}$ – отношение времени выполнения элементарной операции ко

Таблица 2. Статическая балансировка методом полного перебора компоновок

M	$n_{итер}$	$t_{выч} / t_{пер}$	$t_{моделир}$	s	$\sigma, \%$	$t_{реальное}, c$
000000000000	6	∞	72	1	33,3	<0,01
000011112222	6	∞	35	2,06	68,7	<0,01
210012210012	6	∞	28	2,57	85,7	42,9
000011112222	6	10	35,4	2,03	67,7	<0,01
001122200112	6	10	31,9	2,26	75,3	44,3
000011112222	6	5	36,8	1,96	65,3	<0,01
001122200112	6	5	34,6	2,08	69,3	44,4
000000000000	12	∞	144	1	33,3	<0,01
000011112222	12	∞	59	2,44	81,3	<0,01
210012210012	12	∞	52	2,77	92,3	83,6
000011112222	12	10	60,6	2,37	79,0	<0,01
001122200112	12	10	58,1	2,48	82,7	85,8
000011112222	12	5	63,2	2,28	76,0	<0,01
200001111222	12	5	61,6	2,34	78,0	85,8

времени передачи сообщения. Более низкое значение означает большие коммуникационные издержки. Время $t_{моделир}$ - длительность счёта в модельном (безразмерном) времени; s - ускорение вычислений; σ - эффективность вычислений характеризует долю времени, в течение которого логические процессоры загружены. Время $t_{реальное}$ - время в секундах, за которое подобрана оптимальная компоновка на компьютере с процессором Intel Core2 CPU T5300 @ 1.73GHz, RAM 1 GB, MS Vista SP2.

В таблицах выделены строки с оптимальными распределениями процессов (P -объектов) по логическим процессорам.

В силу высокой трудоёмкости полного числа прогонов имитационной модели для всех возможных функций $m \in M$, во второй группе тестов полный перебор был заменен вычислением времени T для случайно сгенерированных компоновок. Результаты балансировки методом случайного перебора представлены в таблице 3. В данной серии экспериментов количество попыток равня-

Таблица 3. Статическая балансировка методом частичного перебора компоновок

M	$n_{итер}$	$t_{выч} / t_{пер}$	$t_{моделир}$	s	$\sigma, \%$	$t_{реальное}, c$
000000000000	6	∞	72	1	33,3	<0,01
000011112222	6	∞	35	2,06	68,7	<0,01
021120120021	6	∞	28	2,57	85,7	4,6
000011112222	6	10	35,4	2,03	67,7	<0,01
001122200112	6	10	32,3	2,23	74,3	4,7
000011112222	6	5	36,8	1,96	65,3	<0,01
001122200112	6	5	34,6	2,08	69,3	4,5
000000000000	12	∞	144	1	33,3	<0,01
000011112222	12	∞	59	2,44	81,3	<0,01
021120120021	12	∞	52	2,77	92,3	8,5
000011112222	12	10	60,6	2,37	79,0	<0,01
001122200112	12	10	58,1	2,48	82,7	8,7
000011112222	12	5	63,2	2,28	76,0	<0,01
122220000111	12	5	61,6	2,34	78,0	8,7

лось 10% от мощности множества функций компоновок.

Сравнение значений эффективности σ и ускорений s по таблицам 2 и 3 позволяет сделать вывод о том, что на практике, когда эффективность определяет множество трудно учитываемых факторов, можно применять частичный перебор компоновок. Более того, при использовании случайного поиска на 10% значений, мы только в одном случае $n_{итер} = 6$, $t_{выч} / t_{пер} = 10$ получили незначительное отличие результата от оптимального (32,3 против 31,9).

Интересным результатом, полученным на имитационной модели, является не оптимальность тривиальных компоновок, в которых ступени конвейера сгруппированы по порядку (рис. 2). Наблюдаемую асимметрию оптимальных компоновок можно объяснить наличием фаз остановки и разгона конвейера, когда часть ступеней простаивает. Проведённые эксперименты позволяют оценить размерности задач, решаемых методом «грубой силы», так как трудоёмкость решения не

связана с типом алгоритма, а лишь с числом составляющих его элементарных процессов.

Заключение

В работе проведено усовершенствование системы имитационного моделирования алгоритмов балансировки с целью расширения её функциональных возможностей и упрощения архитектуры. Выполнена серия экспериментов для сравнения с аналогичными исследованиями. Получены новые точные решения статической задачи балансировки с использованием полного и частичного перебора пространства компоновок. Это достигнуто благодаря более эффективному исполнению модели. Следовательно, можно сделать заключение о работоспособности и пригодности предложенной системы имитационного моделирования для исследования алгоритмов балансировки.

Данная статья написана по результатам проведения поисковой научно-исследовательской работы в рамках реализации ФЦП "Научные и научно-педагогические кадры инновационной России" на 2009-2013 годы.

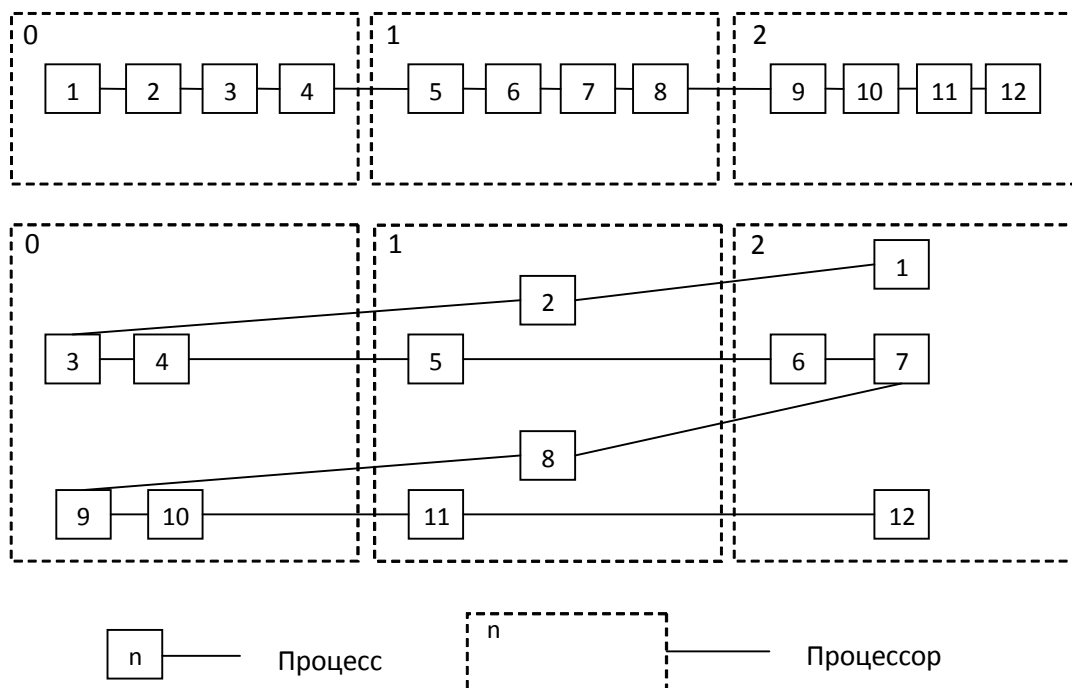


Рис. 2. Графическое представление неоптимальной (сверху) и оптимальной (снизу) компоновки

Библиографический список

1. Востокин, С. В. Применение метода парного взаимодействия объектов для построения сред разработки распределенных приложений [Текст] / С. В. Востокин // Вестник Самарского государственного технического университета. – 2005. – № 38. – С. 26-28.
2. Зекцер, И. Д. Разработка системы исследования алгоритмов балансировки имитационным методом [Текст] / И. Д. Зекцер // Инфокоммуникационные технологии. – 2010. – № 4. – С. 36-40.
3. Востокин, С. В. Графическая объектная модель параллельных процессов и ее применение в программных комплексах численного моделирования [Текст] // Дисс. д.т.н. – Самара: Издательство СНЦ РАН, 2007. – 286 с.
4. Гудов, А. М. Имитационное моделирование процессов передачи трафика в вычислительных сетях [Текст] / А. М. Гудов, М. В. Семехина // Управление большими системами. – 2010. – №31. – С. 130-161
5. Васильев, К. К. Математическое моделирование систем связи: учебное пособие [Текст] / К. К. Васильев, М. Н. Служивый. – Ульяновск: УлГТУ, 2008. – 170 с.

ANALYSIS OF LOAD BALANCING ALGORITHMS USING DISCRETE EVENT SIMULATION

© 2011 A. R. Khayrutdinov, S. V. Vostokin

Samara State Aerospace University
named after academician S. P. Korolyov (National Research University)

Discrete event simulation method is used to research load balancing algorithms in a program. Traffic transmission processes in computing networks are simulated with Petri nets. The program is changed to apply this method.

Distributed system, load balancing algorithm, simulation, Petri nets.

Информация об авторах

Хайрутдинов Андрей Ринатович, аспирант кафедры информационных систем и технологий, Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С. П. Королёва (национальный исследовательский университет). E-mail: khairutdinov@yandex.ru. Область научных интересов: распределённые системы, параллельное программирование.

Востокин Сергей Владимирович, доктор технических наук, профессор кафедры информационных систем и технологий, Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С. П. Королёва (национальный исследовательский университет). E-mail: easts@mail.ru. Область научных интересов: операционные системы, параллельное и распределенное программирование, инструменты и технологии.

Khayrutdinov Andrey Rinatovitch, post-graduate student of the department of information systems and technologies, Samara State Aerospace University named after academician S. P. Korolyov (National Research University). E-mail: khairutdinov@yandex.ru. Area of research: distributed systems, parallel programming.

Vostokin Sergey Vladimirovitch, doctor of technical sciences, professor of the department of information systems and technologies, Samara State Aerospace University named after academician S. P. Korolyov (National Research University). E-mail: easts@mail.ru. Area of research: operating systems, parallel and distributed computing, tools and techniques for automation in the field of concurrency.

ВЕСТНИК
САМАРСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО
АЭРОКОСМИЧЕСКОГО УНИВЕРСИТЕТА
имени академика С. П. КОРОЛЁВА
(национального исследовательского университета)

№ 6 (30)

2011

Корректор **Карпова Л. М.**
Компьютерная вёрстка **Коломиец В. В.**
Переводчик **Безрукова Е. И.**

Каталожная цена: 1000 руб.

Формат 60×84 1/8. Бумага офсетная. Печать офсетная.
Тираж 200. Заказ _____

Отпечатано в издательстве СГАУ
443086, г. Самара, Московское шоссе, 34

**Правила оформления статей для журнала
"Вестник Самарского государственного аэрокосмического университета имени
академика С. П. Королёва (национального исследовательского университета)"**

1. Статья представляется в двух экземплярах, распечатанных на лазерном принтере на одной стороне бумаги в режиме качественной печати, а также в электронном виде на отдельном носителе по адресу: 443086, Самара, Московское шоссе, 34, 212а - 3А, тел.: (846) 267 48 41, электронная почта: vest@ssau.ru.

2. Текст статьи представляется в формате Microsoft Word на дискетах, CD или DVD. Объем статьи - до 10 страниц формата А4. Имя файла определяется по фамилии первого автора: фамилия.doc. Поля - по 2,5 см с каждой стороны, текст - кегль 12, одинарный междустрочный интервал. Выравнивание: по ширине страницы. Шрифты - Times New Roman, Symbol. Отступ первой строки абзаца - 1 см. Страницы должны быть пронумерованы.

Замена буквы "ё" на букву "е" недопустима. Написание в тексте буквы "ё" является обязательным.

3. Допускается наличие рисунков, формул и таблиц по тексту.

Рисунки могут быть созданы средствами Microsoft Word/Excel или представлены в форматах JPEG, GIF, TIFF, PNG. Подпись к рисунку начинается со слова "Рис." и номера по порядку, подпись располагается снизу, выравнивание - по центру. Для ссылки по тексту статьи на рисунок 1 следует использовать сокращение: рис. 1.

Для математических выражений и формул следует использовать Microsoft Equation 3.0 и буквы латинского (Times New Roman, курсив, размер 12) и греческого (Symbol, курсив, размер 12) алфавитов. Формулы, на которые в статье делаются ссылки, следует печатать с новой строки, при этом формулы нумеруются в порядке следования по тексту статьи. Номер формулы и ссылка на неё в тексте обозначается числом в круглых скобках: (1), (2), (3). Длина формулы на строке строго ограничена - до 80 мм (допускается перенос на следующие строки).

Заголовок таблицы начинается со слова "Таблица" и её номера по порядку, заголовок размещается сверху, выравнивание - по левому краю. Для ссылки по тексту статьи на таблицу 1 следует использовать сокращение: табл. 1.

4. Библиографический список оформляется отдельным разделом в конце статьи, при этом литературные источники располагаются в порядке их использования по тексту статьи в виде нумерованного списка, и оформляется в соответствии с действующим ГОСТ 7.1-2003.

5. К тексту статьи прилагается направление организации (если авторы не являются сотрудниками СГАУ), рецензия специалиста по научному направлению статьи (не являющегося сотрудником подразделения, где работают авторы), акт экспертизы, информация об авторах для опубликования в журнале. На отдельной странице указываются сведения об авторах для служебного пользования: фамилия, имя, отчество, учёная степень, учёное звание, должность, место работы, служебный и домашний адреса, телефон, электронная почта. Статья должна быть подписана всеми авторами.

6. Статьи, не отвечающие перечисленным требованиям, к рассмотрению не принимаются. Рукописи и сопроводительные документы не возвращаются. Датой поступления рукописи считается день получения редакцией окончательного текста.

7. Плата с аспирантов за публикацию рукописей не взимается.

Образец оформления:

УДК 536.04

**МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕПЛОВЫХ ПОЛЕЙ СЛОЖНОЙ
ЗАМКНУТОЙ СТРУКТУРЫ НА БОРТУ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ
КОСМИЧЕСКОЙ ЛАБОРАТОРИИ**

© 2011 Г. П. Аншаков¹, В. В. Бирюк², В. В. Васильев², В. В. Никонов², В. В. Салмин²

¹ФГУП ГНПРКЦ "ЦСКБ-ПРОГРЕСС"

²Самарский государственный аэрокосмический университет
имени академика С. П. Королёва (национальный исследовательский университет)

(аннотация статьи 50...150 слов, кегль: 10)

(ключевые слова 8-12 слов, кегль: 10, начертание: курсив)

(текст статьи)

(библиографический список)

(информация об авторах для опубликования: фамилия, имя, отчество, учёная степень, учёное звание, должность, место работы, электронная почта, область научных интересов - до 10 слов)

**THERMAL FIELDS SIMULATING OF COMPLEX CLOSED
STRUCTURE ABOARD RESEARCH SPACE LABORATORY**

© 2011 G. P. Anshakov¹, V. V. Biruk², V. V. Vasiliev², V. V. Nikonov², V. V. Salmin²

¹FSUE SRPSRC "TsSKB-Progress"

²Samara State Aerospace University
named after academician S. P. Korolyov (National Research University)

(аннотация статьи - на английском языке)

(ключевые слова - на английском языке)

(информация об авторах для опубликования - на английском языке)