

ISSN 1998-6629

# ВЕСТНИК

САМАРСКОГО  
ГОСУДАРСТВЕННОГО  
АЭРОКОСМИЧЕСКОГО  
УНИВЕРСИТЕТА  
имени академика С. П. КОРОЛЁВА  
(национального исследовательского  
университета)

№ 2 (26)

2011

ВЕСТНИК  
САМАРСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО  
АЭРОКОСМИЧЕСКОГО УНИВЕРСИТЕТА  
имени академика С. П. КОРОЛЁВА  
(национального исследовательского университета)

№ 2 (26)

2011

*Главный редактор*

Шахматов Е. В., д.т.н., профессор

*Заместитель главного редактора*

Прокофьев А. Б., д.т.н., профессор

*Ответственный секретарь*

Прохоров А. Г., к.т.н., доцент

*Редакционная коллегия*

Астафьев В. И., д.ф.-м.н., профессор	Кузьмичёв В. С., д.т.н., профессор
Балакин В. Л., д.т.н., профессор	Лукачёв С. В., д.т.н., профессор
Богатырёв В. Д., д.э.н., профессор	Меркулова Л. П., д.п.н., профессор
Казанский Н. Л., д.ф.-м.н., профессор	Михеев В. А., д.т.н., профессор
Комаров В. А., д.т.н., профессор	Пиганов М. Н., д.т.н., профессор
Коптев А. Н., д.т.н., профессор	Прохоров С. А., д.т.н., профессор
Фалалеев С. В., д.т.н., профессор	

*Председатель редакционного совета*

Сойфер В. А., член-корр. РАН

*Редакционный совет*

Аншаков Г. П., член-корр. РАН	Гречников Ф. В., член-корр. РАН
Барвинок В. А., член-корр. РАН	Кирилин А. Н., д.т.н., профессор
Шорин В. П., академик РАН	

Журнал входит в утверждённый ВАК Минобрнауки РФ Перечень российских рецензируемых научных журналов, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание учёных степеней доктора и кандидата наук  
Журнал включён в общероссийский каталог ОАО "Роспечать". Подписной индекс - 18264

© Самарский государственный аэрокосмический университет  
443086, Самара, Московское шоссе, 34  
Тел.: (846) 267 48 41; электронная почта: [vest@ssau.ru](mailto:vest@ssau.ru)

## СОДЕРЖАНИЕ

---

### АВИАЦИОННАЯ И РАКЕТНО-КОСМИЧЕСКАЯ ТЕХНИКА

---

<b>ОПРЕДЕЛЕНИЕ МАССОВО-ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ СООТНОШЕНИЙ ДЛЯ ПАРАМЕТРИЧЕСКОГО РЯДА МОДИФИКАЦИЙ РАКЕТЫ-НОСИТЕЛЯ</b> <i>Д. А. Баранов, В. Д. Еленев</i>	10
<b>ПЕРСПЕКТИВНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ РЕШЕНИЯ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ ДОСТАВКИ ОТДЕЛЯЮЩИХСЯ ЧАСТЕЙ РАКЕТ-НОСИТЕЛЕЙ С ТЕРМИНАЛЬНЫМ НАВЕДЕНИЕМ</b> <i>С. В. Беневольский, В. И. Гончаренко</i>	18
<b>ИССЛЕДОВАНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК ТОРЦОВОГО ГАЗОДИНАМИЧЕСКОГО УПЛОТНЕНИЯ НА ПЕРЕХОДНЫХ РЕЖИМАХ АД И ЭУ</b> <i>А. С. Виноградов</i>	29
<b>ПРОЕКТИРОВАНИЕ УПЛОТНЕНИЯ В СОСТАВЕ СИСТЕМЫ ВНУТРЕННЕГО ВОЗДУХОСНАБЖЕНИЯ АВИАЦИОННОГО ДВИГАТЕЛЯ</b> <i>А. С. Виноградов</i>	38
<b>ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ЭФФЕКТА ПАМЯТИ ФОРМЫ В МЕХАНИЗМЕ РАСКРЫТИЯ АЭРОДИНАМИЧЕСКОЙ ПОВЕРХНОСТИ УПРАВЛЯЕМОЙ РАКЕТЫ</b> <i>А. П. Дютин, В. Г. Пушкин</i>	47
<b>ДИАГНОСТИКА ПИЛОТАЖНО-НАВИГАЦИОННЫХ КОМПЛЕКСОВ НА ЭТАПЕ ПРОИЗВОДСТВА САМОЛЁТОВ</b> <i>А. Н. Коптев, А. В. Кириллов</i>	56
<b>ПРИКЛАДНЫЕ ВОПРОСЫ ТЕОРИИ МОДЕЛИРОВАНИЯ СИСТЕМ ДИАГНОСТИРОВАНИЯ ПИЛОТАЖНО-НАВИГАЦИОННЫХ КОМПЛЕКСОВ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ</b> <i>А. Н. Коптев, А. В. Кириллов</i>	64
<b>ЗАДАЧА СИНТЕЗА МОДЕЛИ СЕТИ ДЛЯ КОНТРОЛЯ И ДИАГНОСТИКИ ПРИ ПРОИЗВОДСТВЕ БОРТОВЫХ КОМПЛЕКСОВ ОБОРУДОВАНИЯ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ</b> <i>А. Н. Коптев, А. В. Кириллов, Н. А. Яковенко, Д. Ю. Дронов</i>	73
<b>СТАТИСТИЧЕСКИЕ ФЕНОМЕНЫ БОЛЬШИХ РАСПРЕДЕЛЁННЫХ КЛАСТЕРОВ НАНОСПУТНИКОВ</b> <i>Я. А. Мостовой</i>	80
<b>ОПТИМИЗАЦИЯ НЕСУЩЕГО АЭРОДИНАМИЧЕСКОГО ПРОФИЛЯ МЕТОДОМ СОПРЯЖЁННОГО ГРАДИЕНТА</b> <i>Е. В. Печеник</i>	91

<b>ОПТИМИЗАЦИЯ СИММЕТРИЧНОГО ПРОФИЛЯ ДЛЯ ВЯЗКОГО ТУРБУЛЕНТНОГО НЕСЖИМАЕМОГО ТЕЧЕНИЯ МЕТОДОМ СОПРЯЖЁННОГО ГРАДИЕНТА</b>	
<i>Е. В. Печеник</i>	98
<b>ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА СЕБИСИ ДЛЯ РЕШЕНИЯ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ЗАДАЧ НЕСЖИМАЕМОГО ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ</b>	
<i>А. Н. Харитонова, В. Г. Шахов</i>	106
<b>ОПТИМАЛЬНЫЕ ПРОГРАММЫ КОРРЕКЦИИ СЛАБОЭЛЛИПТИЧЕСКИХ И КРУГОВЫХ ОРБИТ КОСМИЧЕСКИХ АППАРАТОВ С ДВИГАТЕЛЕМ ОГРАНИЧЕННОЙ ТЯГИ</b>	
<i>А. А. Храмов</i>	112
<b>МАШИНОСТРОЕНИЕ И ЭНЕРГЕТИКА</b>	
<b>РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ ОТРАБОТКИ ЗОЛОТНИКОВОЙ КАМЕРЫ СГОРАНИЯ ПОСТОЯННОГО ОБЪЁМА</b>	
<i>В. И. Богданов, С. П. Кузнецов</i>	123
<b>ИССЛЕДОВАНИЕ ПОГРЕШНОСТЕЙ ИЗМЕРЕНИЯ УГЛОВЫХ ПАРАМЕТРОВ РАСПОЛОЖЕНИЯ ОТВЕРСТИЙ В ДИСКАХ ТУРБИН И КОМПРЕССОРОВ ГТД</b>	
<i>М. А. Болотов, А. Н. Жидяев, И. Л. Шитарев, А. О. Чевелева</i>	131
<b>МОДЕЛИ И МЕТОДЫ ОПТИМИЗАЦИИ МЕТОДИК ИЗМЕРЕНИЯ ДЕТАЛЕЙ ГТД ПРИ ИХ КОНТРОЛЕ НА КООРДИНАТНО- -ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ МАШИНАХ</b>	
<i>М. А. Болотов, И. А. Лёзин</i>	140
<b>КОНСТРУКЦИЯ ПЕРСПЕКТИВНОГО ТОРЦОВОГО ГАЗОДИНАМИЧЕСКОГО УПЛОТНЕНИЯ ОПОРЫ АВИАЦИОННОГО ДВИГАТЕЛЯ</b>	
<i>П. В. Бондарчук, С. В. Фалалеев</i>	150
<b>ПРОЕКТИРОВАНИЕ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ РЕЖИМОВ ПРОКАТКИ ЛИСТОВ И ЛЕНТ ДЛЯ ВЫТЯЖКИ ИЗДЕЛИЙ С МИНИМАЛЬНЫМ ФЕСТОНООБРАЗОВАНИЕМ</b>	
<i>Ф. В. Гречников, Я. А. Ерисов, Е. В. Арышенский</i>	158
<b>ЭФФЕКТИВНЫЙ АЛГОРИТМ ОПРЕДЕЛЕНИЯ РЕЗОНАНСНЫХ ЧАСТОТ КОЛЕБАНИЙ ВРАЩАЮЩИХСЯ РАБОЧИХ КОЛЁС ТУРБОМАШИН</b>	
<i>Д. П. Давыдов</i>	168
<b>ПОСТРОЕНИЕ СТЕРЖНЕВОГО КОНЕЧНОГО ЭЛЕМЕНТА ЛОПАТКИ КАК КОМПОНЕНТА ПОВОРОТНО-СИММЕТРИЧНОЙ СИСТЕМЫ РАБОЧЕГО КОЛЕСА</b>	
<i>Д. П. Давыдов</i>	172

<b>МОДЕЛИРОВАНИЕ БИМЕТАЛЛИЧЕСКОГО БЛИСКА ЦЕНТРОСТРЕМИТЕЛЬНОГО КОЛЕСА ГАЗОВОЙ ТУРБИНЫ</b>	<i>Л. А. Магеррамова</i>	177
<b>ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ПРОДОЛЬНОЙ ВОЛНЫ ДЕФОРМАЦИИ НА ГРАНИЦЕ СОПРЯЖЕНИЯ СТЕРЖНЕЙ С УПРУГИМ ЭЛЕМЕНТОМ</b>	<i>В. К. Манжосов, И. А. Новикова</i>	186
<b>ОЦЕНКА АДЕКВАТНОСТИ ЭЛЕКТРОННОЙ МОДЕЛИ ПОТОКА И КПД ХАРАКТЕРИСТИКИ ЦЕНТРОСТРЕМИТЕЛЬНОГО МИКРОТУРБИННОГО ПРИВОДА</b>	<i>В. Н. Матвеев, Л. С. Шаблий</i>	194
<b>ИССЛЕДОВАНИЕ ПРИМЕНИМОСТИ ТЕХНОЛОГИИ ЛАЗЕРНОЙ СТЕРЕОЛИТОГРАФИИ ДЛЯ ИЗГОТОВЛЕНИЯ ТУРБОПРИВОДОВ</b>	<i>Л. С. Шаблий</i>	200
<b>ЭЛЕКТРОНИКА, ИЗМЕРИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА, РАДИОТЕХНИКА И СВЯЗЬ</b>		
<b>ФОРМИРОВАНИЕ 3D ФОКАЛЬНОЙ ОБЛАСТИ С ЗАОСТРЕНИЕМ ДЛЯ ПРИ- ЛОЖЕНИЙ МНОГОФОТОННОЙ ПОЛИМЕРИЗАЦИИ</b>	<i>С. Н. Хонина, В. С. Павельев, Б. Н. Чичков</i>	206
<b>УПРАВЛЕНИЕ, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И ИНФОРМАТИКА</b>		
<b>ДИНАМИЧЕСКОЕ ПОЗИЦИОНИРОВАНИЕ ОБИТАЕМОГО ПОДВОДНОГО АППАРАТА НАД ОБЪЕКТОМ РАБОТ</b>	<i>А. В. Алексеев, А. Л. Оленин, Г. В. Смирнов, А. Н. Фендриков</i>	215
<b>ПОСТРОЕНИЕ ИМИТАЦИОННЫХ МОДЕЛЕЙ САМОПОДОБНОГО ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННОГО ТРАФИКА</b>	<i>А. В. Благов</i>	224
<b>ПОВЫШЕНИЕ ИНФОРМАТИВНОСТИ ОПТИЧЕСКОЙ КОГЕРЕНТНОЙ ТОМОГРАФИИ ПРИ ДИАГНОСТИРОВАНИИ КОЖНЫХ ПАТОЛОГИЙ</b>	<i>В. П. Захаров, К. Ларин, И.А. Братченко</i>	232
<b>ОБОБЩЁННАЯ ЗАДАЧА СИНТЕЗА ВИРТУАЛЬНОЙ СЕТИ МАШИНО- СТРОИТЕЛЬНОГО ПРЕДПРИЯТИЯ</b>	<i>А. Н. Коптев, Д. Ю. Дронов</i>	240
<b>ПРИМЕНЕНИЕ ИНТЕГРАЛЬНЫХ ВЕРОЯТНОСТНЫХ МЕТРИК ДЛЯ АНАЛИЗА ТЕКСТУРНЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ</b>	<i>А. И. Пластинин</i>	251

**ПОВЫШЕНИЕ КАЧЕСТВА ИНТЕРНЕТ-ВИДЕОПОТОКОВ МЕТОДОМ  
ДУБЛИРОВАНИЯ КЛЮЧЕВЫХ КАДРОВ**

*Е. С. Сагатов, А. М. Сухов*

260

**К ВОПРОСУ О ПОСТРОЕНИИ СПЕЦИФИКАЦИИ ДЛЯ БОРТОВЫХ  
УПРАВЛЯЮЩИХ АЛГОРИТМОВ РЕАЛЬНОГО ВРЕМЕНИ**

*А. А. Тюгаиёв, А. Ю. Богатов*

269

---

**ГУМАНИТАРНЫЕ НАУКИ**

---

**СОГЛАСОВАНИЕ МЕХАНИЗМОВ УПРАВЛЕНИЯ ПРОЦЕССАМИ КОНСТ-  
РУКТОРСКО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКОЙ ПОДГОТОВКИ ПРОИЗВОДСТВА НА  
УРОВНЕ СОТРУДНИКОВ ПОДРАЗДЕЛЕНИЙ**

*А. С.Кириченко, И. Н.Хаймович*

276

# CONTENTS

---

## AVIATION AND ROCKET-SPACE ENGINEERING

---

### DETERMINATION OF MASS-POWER PROPERTIES FOR PARAMETRIC RANGE OF LAUNCH VEHICLE MODIFICATIONS

*D. A. Baranov, V. D. Yelenev* 10

### PROMISING TECHNOLOGIES FOR SOLVING BOUNDARY PROBLEMS REGARDING THE DELIVERY OF SEPARATING PARTS OF CARRIER ROCKETS WITH TERMINAL TARGETING

*S. V. Benevolsky, V. I. Goncharenko* 18

### RESEARCH OF GASODYNAMIC SEAL CHARACTERISTICS UNDER TRANSIENT CONDITIONS OF AIRCRAFT ENGINES AND POWER PLANTS

*A. S. Vinogradov* 29

### DESIGNING A SEAL AS AN ELEMENT OF AIR SECONDARY SYSTEM IN AIRCRAFT ENGINES

*A. S. Vinogradov* 38

### APPLICATION OF THE SHAPE MEMORY EFFECT IN AN AERODYNAMIC SURFACE DEPLOYMENT UNIT OF GUIDED MISSILE

*A. P. Dyupin<sup>1</sup>, V. G. Pushin<sup>2</sup>* 47

### FLIGHT - NAVIGATION COMPLEX DIAGNOSTICS AT THE AIRCRAFT MANUFACTURE STAGE

*A. N. Koptev, A. V. Kirillov* 56

### APPLIED PROBLEMS IN THE THEORY OF DIAGNOSTIC PROCESS FOR AIRCRAFT FLIGHT-NAVIGATION COMPLEX

*A. N. Koptev, A. V. Kirillov* 64

### PROBLEM OF SYNTHESIS OF A MODEL FOR CONTROL AND DIAGNOSTICS IN THE MANUFACTURE OF ONBOARD EQUIPMENT

*A. N. Koptev, A. V. Kirillov, N. A. Yakovenko, D. Yu. Dronov* 73

### STATISTICAL PHENOMENA OF GREATER DISTRIBUTED CLUSTERS OF NANOSATELLITES

*J. A. Mostovoy* 80

### AIRFOIL SHAPE OPTIMIZATION USING THE ADJOINT GRADIENT METHOD

*E. V. Pechenik* 91

### SYMMETRIC AIRFOIL SHAPE OPTIMIZATION USING THE ADJOINT GRADIENT METHOD FOR VISCOUS TURBULENT INCOMPRESSIBLE FLOW

*E. V. Pechenik* 98

**APPLICATION OF CEBECI'S METHOD FOR SOLVING TIME-DEPENDENT PROBLEMS OF THE INCOMPRESSIBLE BOUNDARY LAYER**  
*A. N. Kharitonoval, V. G. Shakhov2* 106

**OPTIMUM PROGRAMS OF CORRECTION OF QUASIELLIPTICAL AND CIRCULAR ORBITS OF SPACECRAFT WITH THE LIMITED-THRUST ENGINE**  
*A. A. Khramov* 112

---

**MECHANICAL AND POWER ENGINEERING SCIENCES**

---

**SOME RESULTS OF EXPERIMENTAL REFINING OF A CONSTANT VOLUME VALVE COMBUSTION CHAMBER**  
*V. I. Bogdanov, S. P. Kuznetsov* 123

**RESEARCH OF ERRORS OF MEASURING ANGULAR LOCATION PARAMETERS OF HOLES IN TURBINE AND COMPRESSOR DISCS OF GAS TURBINE ENGINES**  
*M. A. Bolotov, A. N. Zhidyaev, I. L. Shitarev, A. O. Cheveleva* 131

**MODELS AND METHODS OF OPTIMIZING THE PROCEDURE OF MEASURING GAS TURBINE ENGINE PARTS USING COORDINATE MEASURING DEVICES**  
*M. A. Bolotov, I. A. Lyozin* 140

**CONSTRUCTION OF A PROMISING FACE GAS-DYNAMIC SEAL OF THE AIRCRAFT ENGINE**  
*P. V. Bondarchuk, S. V. Falaleev* 150

**DESIGN OF SHEET AND STRIP ROLLING MODES FOR DRAWING ARTICLES WITH MINIMAL EARING**  
*F. V. Grechnikov, Ya. A. Erisov, E. V. Aryshensky* 158

**EFFICIENT ALGORITHM FOR FINDING THE RESONANCE FREQUENCIES OF GAS TURBINE ENGINE ROTATING BLADE DISKS**  
*D. P. Davydov* 168

**CONSTRUCTION OF A BLADE BEAM FINITE ELEMENT AS A COMPONENT OF THE BLADE DISK ROTARY-SYMMETRICAL SYSTEM**  
*D. P. Davydov* 172

**DESIGN OF BIMETALLIC IMPELLER FOR GAS TURBINE**  
*L. A. Magerramova* 177

**TRANSFORMATION OF LONGITUDINAL DEFORMATION WAVE AT THE BOUNDARY OF CONJUGATION OF BARS WITH AN ELASTIC ELEMENT**  
*V. K. Manzhosov, I. A. Novikova* 186

**ESTIMATION OF ADEQUACY OF ELECTRONIC FLOW MODEL AND EFFICIENCY-CHARACTERISTIC OF SMALL CENTRIPETAL TURBINE DRIVE**  
*V. N. Matveev, L. S. Shabliy* 194

<b>ANALYSIS OF THE APPLICABILITY OF LASER STEREOLITHOGRAPHY TECHNOLOGY FOR THE PRODUCTION OF TURBODRIVES</b> <i>L. S. Shabliy</i>	200
--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----

---

**ELECTRONICS, MEASURING DEVICES, RADIO  
ENGINEERING AND COMMUNICATION**

---

<b>FORMATION OF 3D FOCAL DOMAIN WITH PEAK FOR APPLICATIONS OF MULTIPHOTON POLYMERIZATION</b> <i>S. N. Khonina, V. S. Paveleyev, B. N. Chichkov</i>	206
-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----

---

**CONTROL, COMPUTATIONAL EQUIPMENT  
AND INFORMATION SCIENCE**

---

<b>DYNAMIC POSITIONING OF A MANNED SUBMERSIBLE OVER THE SERVICE OBJECT</b> <i>A. V. Alekseev, A. L. Olenin, G. V. Smirnov, A. N. Fendrikov</i>	215
---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----

<b>CONSTRUCTING SIMULATION MODELS OF SELF-SIMILAR TELECOMMUNICATION TRAFFIC</b> <i>A. V. Blagov</i>	224
--------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----

<b>INCREASING THE INFORMATION CONTENT OF OPTICAL COHERENCE TOMOGRAPHY SKIN PATHOLOGY DETECTION</b> <i>V. P. Zakharov, K. Larin, I. A. Bratchenko</i>	232
---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----

<b>GENERALIZED PROBLEM OF VIRTUAL NET SYNTHESIS FOR MACHINE-BUILDING ENTERPRISE</b> <i>A. N. Koptev, D. Yu. Dronov</i>	240
---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----

<b>INTEGRAL PROBABILITY METRICS FOR TEXTURE IMAGE ANALYSIS</b> <i>A. I. Plastinin</i>	251
------------------------------------------------------------------------------------------	-----

<b>IMPROVING INTERNET VIDEOSTREAMING QUALITY USING DUPLICATION OF KEY FRAMES</b> <i>E. S. Sagatov, A. M. Sukhov</i>	260
------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----

<b>CONSTRUCTING THE SPECIFICATION FOR THE ON-BOARD REALTIME CONTROL ALGORITHM</b> <i>A. A. Tyugashev, A. Yu. Bogatov</i>	269
-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----

---

**HUMANITIES**

---

<b>COORDINATION OF PROCESS MANAGEMENT MECHANISMS FOR DESIGN AND TECHNOLOGICAL PLANNING OF PRODUCTION AT THE LEVEL OF STAFF MEMBERS</b> <i>A. S. Kirichenko, I. N. Khaimovich</i>	276
-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ МАССОВО-ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ СООТНОШЕНИЙ ДЛЯ ПАРАМЕТРИЧЕСКОГО РЯДА МОДИФИКАЦИЙ РАКЕТЫ-НОСИТЕЛЯ

©2011 Д. А. Баранов<sup>2</sup>, В. Д. Еленев<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Самарский государственный аэрокосмический университет  
имени академика С. П. Королёва  
(национальный исследовательский университет)

<sup>2</sup> ФГУП ГНПРКЦ «ЦСКБ-Прогресс», г. Самара

Рассмотрен метод, позволяющий решить задачу рационального распределения чисел Циолковского по ступеням и определить соответствующие массово-энергетические соотношения для параметрического ряда модификаций ракеты-носителя, в котором ступени формируются из универсальных ракетных блоков. Решение задачи сводится к общей задаче нелинейного программирования. Метод описан для варианта двухступенчатого ракеты-носителя, но может быть распространён и на варианты с большим количеством ступеней.

*Ракета-носитель, универсальный ракетный блок, параметрический ряд, массово-энергетические соотношения, оптимизация, числа Циолковского, унификация.*

### Введение

На современном этапе ракеты-носители (РН) проектируются в виде модульной структуры (параметрического ряда модификаций), собираемой из универсальных модулей (ракетных блоков – РБ) и обеспечивающей вывод на заданную орбиту полезных нагрузок с различными массами.

Так, например, РН Русь-М может иметь четыре модификации: Русь-МС (средний класс), Русь-МП (средний класс повышенной грузоподъёмности), Русь-МТ-35 (тяжёлый класс), Русь-МТ-50 (тяжёлый класс), которые позволяют выводить на низкую опорную орбиту полезную нагрузку массой соответственно 6,5, 24, 33–36, 53–54 тонны.

На модификации Русь-МС на первой ступени используется универсальный ракетный блок (УРБ), который является также основой для создания «жесткой» связки из трёх блоков для Русь-МП (рис. 1), из четырёх – для Русь-МТ-35 и из пяти – для Русь-МТ-50.

Вторые ступени ракеты-носителя также унифицированы и имеют три модификации, причём в качестве РБ второй ступени Русь-МТ-50 используется УРБ первой ступени.

При проектировании таких РН необходимо решить задачу выбора оптимальных массово-энергетических соотношений параметров РБ с учётом планируемого количества запусков на орбиту каждой из модификаций.

В основу такого решения может быть положен подход, основанный на выборе оптимального распределения чисел Циолковского по ступеням.

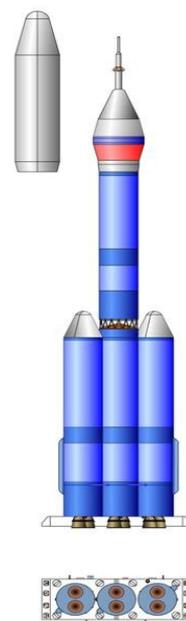


Рис. 1 Русь-МП

### Определение чисел Циолковского для заданной модификации

Рассмотрим многоступенчатую РН с последовательным соединением ступеней. Будем считать заданной массу полезной нагрузки  $m_{nn}$ . Необходимо определить минимальную стартовую массу РН и оптимальное распределение чисел Циолковского (топлива) по РБ.

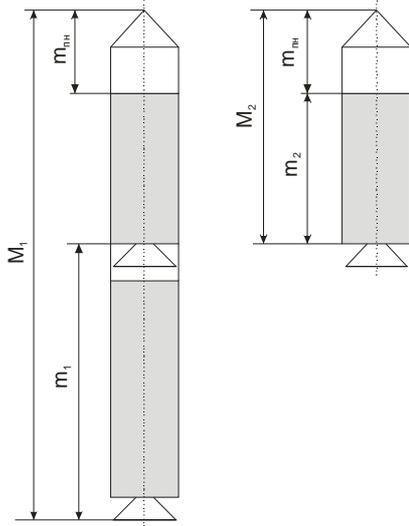


Рис. 2. Основные массовые характеристики двух-ступенчатой РН

Начальную массу РН (рис. 2) представим в виде:

$$M_0 = M_1 = \sum_{i=1}^N m_i + m_{nn}, \quad (1)$$

где

$m_i$  – начальная масса  $i$ -го РБ,  
 $N$  – количество ступеней.

Для  $i$ -й ступени ( $i=2, \dots, N-1$ ) будет справедливо следующие соотношение:

$$M_i = m_i + M_{i+1}, \quad (2)$$

где  $M_i$  – начальная масса  $i$ -й ступени,  $m_i$  – начальная масса РБ  $i$ -й ступени.

Для последней ( $N$ -й ступени) выражение (2) будет иметь вид:

$$M_N = m_N + m_{nn}.$$

Относительная масса полезной нагрузки определяется как:

$$P_{nn} = \frac{M_1}{m_{nn}} = \frac{M_1}{M_2} \frac{M_2}{M_3} \dots \frac{M_{N-1}}{M_N} \frac{M_N}{m_{nn}} \quad (3)$$

или

$$P_{nn} = \prod_{i=1}^N p_i, \quad (4)$$

где

$p_i$  – относительная масса полезной нагрузки  $i$ -ой ступени.

Из известного соотношения [1]:

$$\frac{z_i - 1}{z_i} = \frac{s_i - 1}{s_i} \frac{p_i - 1}{p_i}$$

следует

$$p_i = z_i \frac{s_i - 1}{s_i - z_i}. \quad (5)$$

Здесь

$z_i = \frac{M_i}{M_i - m_{топли}}$  – числа Циолковского;

$s_i = \frac{m_{констр} + m_{топли}}{m_{констр}}$  – конструктивные

характеристики, определяющие степень совершенства конструкций;

$m_{констр}$ ,  $m_{топли}$  – соответственно масса сухой конструкции и масса топлива  $i$ -го РБ.

С учётом (5) выражение (4) перепишем в виде:

$$P_{nn} = \prod_{i=1}^N z_i \frac{s_i - 1}{s_i - z_i}. \quad (6)$$

Условием оптимальности распределения чисел Циолковского по ступеням будет:

$$P_{nn} = f(z_1, z_2, \dots, z_N) = \prod_{i=1}^N z_i \frac{s_i - 1}{s_i - z_i} \rightarrow \min \quad (7)$$

при обеспечении равенства потребной и располагаемой характеристической скоростей:

$$V_x^{номп} = V_x^{расн}.$$

Здесь

$V_x^{номп}$  – скорость, определяемая из условия выполнения поставленной задачи (например, вывод полезной нагрузки на опорную орбиту);

$V_x^{расн}$  – идеальная скорость, которая может быть достигнута в пустоте:

$$V_x^{расн} = u_1 \ln z_1 + \dots + u_N \ln z_N = \sum_i u_i \ln z_i,$$

где

$u_i$  – скорость истечения продуктов горения двигательной установки (ДУ)  $i$ -го РБ.

Данная задача может быть решена методом множителей Лагранжа и формулируется следующим образом:

найти минимум функции  
 $F(z_1, z_2, \dots, z_N) = f(z_1, z_2, \dots, z_N) + Ij(z_1, z_2, \dots, z_N) \text{ @ } \min,$  (8)

при ограничении

$$j(z_1, z_2, \dots, z_N) = V_x^{nomp} - \sum_i^N u_i \ln z_i = 0. \quad (9)$$

Здесь

$F(z_1, z_2, \dots, z_N)$  – обобщённая функция Лагранжа;

$I$  – множитель Лагранжа.

Необходимым условием экстремума функции (8) является:

$$\frac{\partial F}{\partial z_i} = 0, \quad i = 1, \dots, N,$$

$$\frac{\partial F}{\partial I} = 0$$

или

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial F}{\partial z_i} &= \frac{\partial}{\partial z_i} \left( \prod_i^N z_i \frac{s_i - 1}{s_i - z_i} + I (V_x^{nomp} - \sum_i^N u_i \ln z_i) \right) = 0, \\ i &= 1, \dots, N, \\ \frac{\partial F}{\partial I} &= \frac{\partial}{\partial I} \left( \prod_i^N z_i \frac{s_i - 1}{s_i - z_i} + I (V_x^{nomp} - \sum_i^N u_i \ln z_i) \right) = 0. \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

С учётом (6) систему уравнений (10) запишем в виде:

$$P_{nn} \frac{s_i}{z_i(s_i - z_i)} - I \frac{u_i}{z_i} = 0, \quad (11)$$

$$i = 1, \dots, N,$$

$$(V_x^{nomp} - \sum_i^N u_i \ln z_i) = 0. \quad (12)$$

Преобразовав (11) к виду

$$P_{nn} \frac{s_i}{z_i(s_i - z_i)} = I \frac{u_i}{z_i}, \quad i = 1, \dots, N$$

и разделив  $i$ -ое уравнение ( $i=2, \dots, N$ ) на первое, получим:

$$\frac{s_i z_1 (s_1 - z_1)}{s_1 z_i (s_i - z_i)} = \frac{u_i z_1}{u_1 z_i}, \quad i = 2, \dots, N$$

и далее

$$z_i = s_i \left( 1 - \frac{u_1}{u_i} + \frac{u_1 z_1}{u_i s_1} \right), \quad i = 2, \dots, N. \quad (13)$$

Подставив (13) в (12) получим трансцендентное уравнение:

$$V_x^{nomp} = \sum_i^N u_i \ln \left[ s_i \left( 1 - \frac{u_1}{u_i} + \frac{u_1 z_1}{u_i s_1} \right) \right]. \quad (14)$$

Для учёта потерь характеристической скорости, связанных с движением в плотных слоях атмосферы и особенностями работы двигательной установки, введём в уравнение (14) дополнительный коэффициент  $\alpha$  ( $\alpha \geq 0$ ) и запишем его в виде:

$$(1 + \alpha) V_x^{nomp} = \sum_i^N u_i \ln \left[ s_i \left( 1 - \frac{u_1}{u_i} + \frac{u_1 z_1}{u_i s_1} \right) \right]. \quad (15)$$

Решение этого уравнения при заданных значениях  $s_i$  позволяет определить (например, методом Ньютона-Рафсона) оптимальное значение  $z_1$  и далее, из (13), вычислить оставшиеся  $z_i, i=2, \dots, N$ .

Для двухступенчатой ракеты-носителя уравнение (15) примет вид:

$$\begin{aligned} (1 + \alpha) V_x^{nomp} &= \\ &= u_1 \ln z_1 + u_2 \ln \left[ s_2 \left( 1 - \frac{u_1}{u_2} + \frac{u_1 z_1}{u_2 s_1} \right) \right]. \end{aligned} \quad (16)$$

### Определение чисел Циолковского для параметрического ряда модификаций РН

Очевидно, что для всего параметрического ряда модификаций РН числа Циолковского не будут строго оптимальными. Поэтому в дальнейшем при выборе наиболее выгодного решения будем использовать термин «рациональные числа Циолковского».

Для случая, когда ракетный блок первой ступени (РБ1) представляет собой «жесткую» связку из нескольких УРБ, его масса будет больше, чем сумма масс составляющих его УРБ на величину, характеризующую массу узлов крепления, до-

полнительной системы управления и др. В конечном итоге, это приведёт к снижению значения конструктивной характеристики РБ1 относительно значения конструктивной характеристики УРБ:

$$s_{li}^* = g_i s_{yB},$$

где  $g_i < 1$  – коэффициент, учитывающий дополнительные массы в связке универсальных блоков.

Решим задачу (8), (9) для каждой модификации, также как и для оригинальной РН, и определим соответствующие оптимальные значения чисел Циолковского и относительные массы полезной нагрузки:

$$\left. \begin{aligned} \{z_{11}^{opt}, z_{21}^{opt}\} &= \operatorname{argmin} F(z_{11}, z_{21}), p_{nn1}^{opt}; \\ \{z_{12}^{opt}, z_{22}^{opt}\} &= \operatorname{argmin} F(z_{12}, z_{22}), p_{nn2}^{opt}; \\ &\dots \\ \{z_{1n}^{opt}, z_{2n}^{opt}\} &= \operatorname{argmin} F(z_{1n}, z_{2n}), p_{nnn}^{opt}; \end{aligned} \right\} (17)$$

где

$n$  – количество модификаций параметрического ряда РН.

Множество значений  $\{p_{nn1}^{opt}, p_{nn2}^{opt}, \dots, p_{nnn}^{opt}\}$  характеризует собой некоторый «идеальный» вариант РН, к которому следует стремиться, но который невозможно реализовать на практике из-за использования универсальных РБ, образующих ступени РН.

Пусть некоторые заданные значения чисел Циолковского  $\{z_{11}, z_{21}\}, \{z_{12}, z_{22}\}, \dots, \{z_{1n}, z_{2n}\}$  соответственно определяют значения  $p_{nn1}, p_{nn2}, \dots, p_{nnn}$

$$\begin{aligned} &\text{Введём функцию} \\ \Phi(z_{11}, z_{21}, z_{12}, z_{22}, \dots, z_{1n}, z_{2n}) &= \\ &= \sqrt{\sum_i^n (p_{nni}^{opt} - p_{nni})^2}, \end{aligned} \quad (18)$$

значение которой будет равно нулю только для «идеального» варианта. Для реальной задачи значение функции (18) целесообразно минимизировать, используя при этом дополнительные ограничения задачи.

Таковыми ограничениями задачи будут ограничение (9); ограничения, связывающие массовые характеристики РБ1 первой ступени и образующие его универсальные

блоки, а также однотипных РБ2 второй ступени. При допущении, что все модификации ракеты-носителя рассчитываются на вариант выведения полезной нагрузки на единую опорную орбиту, в качестве массовых характеристик, входящих в ограничения задачи, целесообразно выбрать массу топлива РБ1:

$$m_{T1} = k_i m_{TUB}, \quad (19)$$

где

$m_{T1}$  – масса топлива РБ первой ступени,

$m_{TUB}$  – масса топлива УРБ первой ступени,

$k_i$  – количество УРБ, входящих в РБ.

Из (19) определим

$$m_{TUB} = \frac{m_{T1}}{k_i}.$$

Очевидно, что массы топлива УРБ должны быть равными для всех модификаций:

$$m_{TUB}^1 = m_{TUB}^2 = \dots = m_{TUB}^n. \quad (20)$$

Для модификаций (например, с номерами  $i$  и  $j$ ), в которых используются универсальные РБ второй ступени, также необходимо учесть ограничения вида:

$$m_{T2}^i = m_{T2}^j,$$

где  $m_{T2}^i$  и  $m_{T2}^j$  соответственно массы топлива  $i$ -го и  $j$ -го РБ.

При выбранных значениях чисел Циолковского используемые массовые характеристики модификаций РН могут быть определены следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} p_{nni} &= \frac{M_{li}}{m_{nn}}, M_{li} = p_{nni} m_{nn}, \\ m_{T1i} &= \frac{z_{1i} - 1}{z_{1i}} M_{li}, m_{K1i} = \frac{1}{s_{1i}^* - 1} m_{T1i}, \\ M_{2i} &= M_{li} - m_{T1i} - m_{K1i}, \\ m_{T2i} &= \frac{z_{2i} - 1}{z_{2i}} M_{2i}, m_{K2i} = \frac{1}{s_{2i} - 1} m_{T2i}. \end{aligned} \right\} (21)$$

Поскольку количество запусков для различных модификацией может отличаться, то в (18) это целесообразно учесть введением соответствующего коэффициента  $C_i$ .

Рассматриваемый метод может быть сведён к общей задаче нелинейного про-

граммирования, которая формулируется следующим образом:

найти минимум функции

$$\Phi(z_{11}, z_{21}, z_{12}, z_{22}, \dots, z_{1n}, z_{2n}) = \sqrt{\sum_i^n C_i (p_{mi}^{opt} - p_{mi})^2} \rightarrow \min \quad (22)$$

при ограничениях:

$$\begin{aligned} j_j(z_{11}, z_{21}, z_{12}, z_{22}, \dots, z_{1n}, z_{2n}) &= \\ &= (1 + a)V_x^{nomp} - \sum_{i=1}^2 u_{ij} \ln z_{ij} = 0, \\ j &= 1, \dots, n, \\ j_{n+j}(z_{11}, z_{21}, z_{12}, z_{22}, \dots, z_{1n}, z_{2n}) &= \\ &= m_{ТУБ}^j - m_{ТУБ}^{j-1} = 0, \quad j = 2, \dots, n; \\ j_{2n-1+r}(z_{11}, z_{21}, z_{12}, z_{22}, \dots, z_{1n}, z_{2n}) &= \\ &= m_{T2}^r - m_{T2}^{r-1} = 0, \quad r = 2, \dots, p; \\ j_{2n+p-2+r}(z_{11}, z_{21}, z_{12}, z_{22}, \dots, z_{1n}, z_{2n}) &= \\ &= m_{T2}^r - m_{T2}^{r-1} = 0, \quad r = p + 1, \dots, n; \end{aligned} \quad (23)$$

где

$\{l_1, \dots, l_p\}, \{l_{p+1}, \dots, l_n\}$  – множества однотипных РБ2 соответственно первого и второго вида,

$p$  – количество однотипных РБ2 первого вида.

Для случая, когда в качестве РБ2 используется УРБ первой ступени (как это реализовано в проекте РН Русь-МТ-50), необходимо добавить ограничения:

$$\begin{aligned} j_{3n-2+r}(z_{11}, z_{21}, z_{12}, z_{22}, \dots, z_{1n}, z_{2n}) &= \\ &= m_{T2}^r - m_{ТУБ}^1 = 0, \quad r = p + 1, \dots, n. \end{aligned} \quad (24)$$

Как показывают предварительные исследования, при решении задачи возможны случаи, когда область допустимых значений проектных параметров, образованная ограничениями (23) и (24), представляет собой пустое множество. Для исключения такого варианта первое ограничение в (23) целесообразно записать в виде:

$$\begin{aligned} j_j(z_{11}, z_{21}, z_{12}, z_{22}, \dots, z_{1n}, z_{2n}) &= \\ &= (1 + a)V_x^{nomp} - \sum_i^2 u_{ij} \ln z_{ij} \leq 0, \end{aligned} \quad (25)$$

$j = 1, \dots, n.$

Очевидно, что ограничение (25) обеспечивает некоторый запас по располагаемой характеристической скорости.

Как правило, при проектировании новой РН известны характеристики уже существующей или создаваемой вновь ДУ. Поэтому необходимо также оценить возможность реализации проекта с учётом используемых ДУ. Это можно сделать по сравнению располагаемой  $t_i$  и минимально-допустимой заданной  $t_i^*$  тяговооружённости РН:

$$t_i = \frac{M_{li}}{T_{\Sigma i}} \geq t_i^*,$$

где  $T_{\Sigma i}$  – суммарная тяга ДУ на уровне Земли.

### Решение модельной задачи

Для оценки работоспособности предлагаемого метода рассмотрим решение задачи, в которой параметрический ряд РН состоит из трёх модификаций (табл. 1).

Таблица 1

Модификация	B <sub>1</sub>	B <sub>2</sub>	B <sub>3</sub>
Масса полезной нагрузки, т	7.0	24.0	35.0
Конструктивная характеристика УРБ	11	11	11
Конструктивная характеристика РБ2	9	10	10
Вариант РБ2	1	2	2
Скорость истечения продуктов горения ДУ РБ1, м/с	3100	3100	3100
Скорость истечения продуктов горения ДУ РБ2, м/с	3520	4540	4540
Потребная характеристическая скорость, м/с	8030	8030	8030
Количество универсальных блоков на РБ1	1	3	5
Коэффициент, учитывающий снижение значения конструктивной характеристики РБ1, относительно значения конструктивной характеристики УРБ $g_i$	1	0.96	0.96
Коэффициент, учитывающий потери характеристической скорости $a_i$	0.1	0.1	0.1
Коэффициент, учитывающий планируемое количество запусков	65	25	10

Задачу распределения чисел Циолковского без учёта унификации разгонных блоков РН решим методом Ньютона-Рафсона с использованием выражения (16).

Получим следующие массово-энергетические характеристики для «идеального» случая:

$$B_1: z_{11}=3.83, z_{21}=3.80, \\ B_2: z_{12}=1.97, z_{22}=4.40,$$

Таблица 2

Модификация	$M_1$ (кг)	$M_2$ (кг)	$m_{t1}$ (кг)	$m_{t2}$ (кг)	$m_{k1}$ (кг)	$m_{k2}$ (кг)
B <sub>1</sub>	218 341	40 950	161 265	30 178	16 126	3 772
B <sub>2</sub>	370 923	169 546	183 070	130 992	18 307	14 555
B <sub>3</sub>	540 929	247 255	266 977	191 029	26 698	21 225

Задачу нелинейного программирования (22) при ограничениях (23) с учётом (25) решим методом Нелдера и Мида. Поскольку этот метод относится к группе методов безусловной оптимизации, то учёт ограничений задачи будем осуществлять с помощью метода штрафных функций:

$$F(z_{11}, z_{21}, z_{12}, z_{22}, \dots, z_{1n}, z_{2n}) = \left. \begin{aligned} &= \sqrt{\sum_i^n C_i (p_{nni}^{opt} - p_{nni})^2} + \sum_{j=1}^3 b d_j g_j^2 + \\ &+ \sum_{j=1}^3 b h_j g_{3+j}^2 \rightarrow \min, \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

где  $b=400000$  (значение выбрано в соответствии с рекомендацией [2]),

$$d_j = \begin{cases} 1, & \text{если } g_j \mathbf{f} 0, \\ 0, & \text{если } g_j \leq 0, \end{cases} \quad j = 1, \dots, 3,$$

$$g_j = (1 + a) V_x^{nomp} - \sum_i^2 u_{ij} \ln z_{ij},$$

$$j = 1, \dots, 3,$$

$$h_j = \begin{cases} 1, & \text{если } abs(g_{3+j}) \mathbf{f} 0, \\ 0, & \text{если } g_{3+j} = 0, \end{cases} \quad j = 1, \dots, 3.$$

Таблица 3

Модификация	$M_1$ (кг)	$M_2$ (кг)	$m_{t1}$ (кг)	$m_{t2}$ (кг)	$m_{k1}$ (кг)	$m_{k2}$ (кг)
B <sub>1</sub>	225 250	55 195	154 595	42 840	15 459	5 355
B <sub>2</sub>	576 788	64 490	463 784	36 441	48 513	4 049
B <sub>3</sub>	940 233	86 404	772 974	46 263	80 855	5 140

Решение задачи при учёте всех ограничений даёт следующие результаты:

$$B_1: z_{11}=3.09, z_{21}=4.92, \\ B_2: z_{12}=5.23, z_{22}=2.46, \\ B_3: z_{13}=6.10, z_{23}=2.06$$

$$B_3: z_{13}=1.97, z_{23}=4.40.$$

Относительные массы полезной нагрузки модификаций РН имеют значения:

$$p_{nn1}^{opt} = 31.19, \quad (p_{11}=5.33, p_{21}=5.85),$$

$$p_{nn2}^{opt} = 15.46, \quad (p_{12}=2.19, p_{22}=7.06),$$

$$p_{nn3}^{opt} = 15.46, \quad (p_{13}=2.19, p_{23}=7.06).$$

Массовые характеристики модификаций РН для «идеального» случая представлены в таблице 2.

$$g_{3+j} = m_{ТВБ}^{j+1} - m_{ТВБ}^j = 0, \quad j = 1, 2,$$

$$g_5 = m_{T2}^2 - m_{T2}^3 = 0.$$

Решение оптимизационной задачи (26) без учёта ограничений на унификацию РБ второй ступени для модификаций B<sub>2</sub> и B<sub>3</sub> даёт следующие рациональные значения проектных параметров:

$$B_1: z_{11}=3.19, z_{21}=4.47,$$

$$B_2: z_{12}=5.10, z_{22}=2.30,$$

$$B_3: z_{13}=5.62, z_{23}=2.15$$

при значении целевой функции  $F(Z)=56,61$ .

Относительные массы полезной нагрузки модификаций РН для этого случая имеют значения:

$$p_{nn1}^{pac} = 32.18, \quad (p_{11}=4.08, p_{21}=7.89),$$

$$p_{nn2}^{pac} = 24.03, \quad (p_{12}=8.94, p_{22}=2.69),$$

$$p_{nn3}^{pac} = 26.86, \quad (p_{13}=10.88, p_{23}=2.47).$$

Массовые характеристики для данного варианта модификаций РН представлены в таблице 3.

при значении целевой функции  $F(Z)=94.00$ .

При этом относительные массы полезной нагрузки модификаций РН имеют значения:

$$p_{nn1}^{pac} = 37.78, (p_{11}=3.92, p_{21}=9.65),$$

$$p_{nn2}^{pac} = 27.66, (p_{12}=9.39, p_{22}=2.94),$$

$$p_{nn3}^{pac} = 30.58, (p_{13}=13.11, p_{23}=2.33),$$

а интересующие массовые характеристики – значения, представленные в таблице 4.

Таблица 4

Модификация	$M_1$ (кг)	$M_2$ (кг)	$m_{11}$ (кг)	$m_{12}$ (кг)	$m_{k1}$ (кг)	$m_{k2}$ (кг)
B <sub>1</sub>	264 457	67 538	179 017	53 812	17 902	6 726
B <sub>2</sub>	663 896	70 669	537 050	42 002	56 177	4 667
B <sub>3</sub>	1 070 386	81 669	895 084	42 002	93 628	4 667

Сравнение вариантов решения задачи показывает, что создание параметрического ряда модификаций РН с использованием универсальных ракетных блоков первой и второй ступени обеспечивается при значительном увеличении стартовой массы РН по сравнению с «идеальным» случаем (например, для модификации B<sub>3</sub> это 1 070 386 кг. (табл. 4) по сравнению с 540 929 кг. (табл. 2)) и может быть целесообразным только при условии экономической эффективности, оценка которой проводится по существующим методикам, учитывающим количество и стоимость запусков, стоимость проектов и другие показатели.

С использованием рассмотренного метода могут быть решены и другие проектные задачи, например, с учётом ограничений на области падения отработанных РБ первых ступеней, ограничений на начальную тяговооруженность РН.

Таким образом, предлагаемый метод прост в реализации и позволяет на ранних этапах проектирования оценить массово-энергетические соотношения для параметрического ряда модификаций ракеты-носителя при различных ограничениях.

Библиографический список

1. Основы проектирования летательных аппаратов (транспортные системы) [Текст]: учебное пособие для студентов вузов / под ред. В.П. Мишина. – М.: Машиностроение, 2005. – 375 с.
2. Изон, Фентон. Сравнение численных методов оптимизации для инженерного проектирования [Текст] / Фентон Изон // Конструирование и технология машиностроения. -1974. – т.96. – №1. – С. 99–105.

## DETERMINATION OF MASS-POWER PROPORTIONS FOR PARAMETRIC RANGE OF LAUNCH VEHICLE MODIFICATIONS

©2011 D. A. Baranov<sup>2</sup>, V. D. Yelenev<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Samara State Aerospace University named after academician S. P. Korolyov  
(National Research University)

<sup>2</sup> FSUE SRPSRC «TsSKB-Progress»

Let's consider the method allowing to solve the problem of rational distribution of Tsiolkovsky's numbers in stages and define the appropriate mass-power proportions for the parametric range of launch vehicle modifications where the stages are shaped from the universal rocket units. The problem solution converges to the general task of non-linear programming. The method is described for a version of a two-stage launch vehicle. But it can be easily applied to the versions with a great number of stages.

*Launch vehicle, universal rocket unit, parametrical range, mass-power proportions, optimization, Tsiolkovsky numbers, unification.*

### Информация об авторах

**Баранов Дмитрий Александрович** – заместитель генерального конструктора по средствам выведения – директор программы «Союз в ГКЦ». ФГУП ГНПРКЦ «ЦСКБ-ПРОГРЕСС». Область научных интересов: проектирование ракет-носителей. E-mail: [Dimitri.Baranov@samspace.ru](mailto:Dimitri.Baranov@samspace.ru).

**Еленев Валерий Дмитриевич** – доктор технических наук, профессор кафедры летательных аппаратов, декан факультета заочного обучения. Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С. П. Королёва (национальный исследовательский университет). Область научных интересов: автоматизация проектирования летательных аппаратов. E-mail: [astra@ssau.ru](mailto:astra@ssau.ru).

**Baranov Dmitrii Aleksandrovich** – deputy chief designer of launch vehicles, «Soyuz in Kourou» program director. FSUE SRPSRC «TsSKB-Progress». Area of research: launch vehicle designing. E-mail: [Dimitri.Baranov@samspace.ru](mailto:Dimitri.Baranov@samspace.ru).

**Yelenev Valerii Dmitrievich** – doctor of Sciences, professor of aircraft construction department, dean of correspondence education faculty. Samara State Aerospace University named after academician S.P. Korolyov (National Research University). Area of research: aircraft designing automation. E-mail: [astra@ssau.ru](mailto:astra@ssau.ru).

## ПЕРСПЕКТИВНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ РЕШЕНИЯ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ ДОСТАВКИ ОТДЕЛЯЮЩИХСЯ ЧАСТЕЙ РАКЕТ-НОСИТЕЛЕЙ С ТЕРМИНАЛЬНЫМ НАВЕДЕНИЕМ

© 2011 С. В. Беневольский, В. И. Гончаренко

Московский авиационный институт (государственный технический университет)

Предлагается нестандартный подход к реализации терминального наведения уже на ранних участках полёта ракет-носителей, в плотных слоях атмосферы. Обосновываются баллистические аспекты возможности реализации такого наведения и предлагается технология программирования движения, обеспечивающая сокращение размеров полей падения отделяющихся частей при реализации терминального метода наведения ракет-носителей в плотных слоях атмосферы.

*Метод наведения, краевая задача, ракета-носитель, поля падения отделяющихся частей, программа управления.*

### 1. Формулировка задачи

Методы наведения, используемые в системах управления (СУ) современных ракет-носителей (РН) космических аппаратов (КА), в значительной степени определяют эффективность их запусков. Однако исторически сложившаяся в Российской Федерации ориентация на использование полей падения отделяющихся частей (ППОЧ) в Республике Казахстан приводит к существенным расходам на арендуемые территории.

Проведённый анализ территорий, выделенных под поля падения отделяющихся частей РН и для космодрома «Байконур», показал, что такие поля занимают значительные площади. Космодром «Байконур» занимает площадь около 7000 км<sup>2</sup>, а под поля падения ОЧ РН в Центральных и Северо-Казахстанских областях отчуждена территория площадью более 40000 км<sup>2</sup>. Поэтому актуальной представляется задача сокращения размеров ППОЧ на основе совершенствования методов наведения.

Основу всех современных терминальных методов наведения (ТМН) составляют прогноз вектора конечных условий [1], соответствующих текущему положению РН в пространстве при выбранной структуре программы управления, и пересчёт невязок отклонений точек паде-

ния в поправки к параметрам этой программы. Технологии решения этих задач в настоящее время достаточно хорошо отработаны [2], однако на участке полёта РН в плотных слоях атмосферы из-за ограничений по аэродинамическим нагрузкам имеют место существенные трудности. На ряде РН реальный переход на терминальное наведение осуществляется только после выхода из плотных слоев атмосферы. Очевидно, что это приводит к увеличению рассеивания точек падения отделяемых частей ступеней.

Таким образом, необходимо разработать новые технологии решения краевых баллистических задач (КБЗ) и подход к реализации терминального наведения уже на ранних участках полёта РН, т.е. при полете в плотных слоях атмосферы.

### 2. Обоснование возможности реализации терминального наведения РН на всей протяженности активного участка траектории

Рассмотрим типовую «гибкую» [1] программу управления РН – программу тангажа (рис. 1), описываемую выражением

$$J = J_{i-1} + b_i^J [W(t) - W(t_{i-1})], \quad (1)$$

где

$b_i^J$  – коэффициент аппроксимации программы управления;

$W(t)$  – продольная кажущаяся скорость РН в момент времени  $t$ .

Выражение для угла рыскания в этом случае получается заменой в (1) переменной  $\vartheta$  на  $\psi$ .

В связи с известным свойством гибких (параметрических) программ (имеются в виду программы тангажа и рыскания) обеспечивать более узкую «трубку траекторий» [1] целесообразно использовать именно этот класс программ. В качестве параметра программ предлагается принять значение продольной кажущейся

скорости РН. Это обусловлено наличием возможности синтеза алгоритмов для расчёта составляющих кажущейся скорости и кажущегося пути в проекциях на оси начальной гироскопической системы координат (НГСК), представленных ниже, в совокупности со специальным методом интегрирования, предложенным в [2]. Это обеспечивает значительное повышение быстродействия алгоритмов прогноза фазовых координат РН в момент достижения конечных условий.

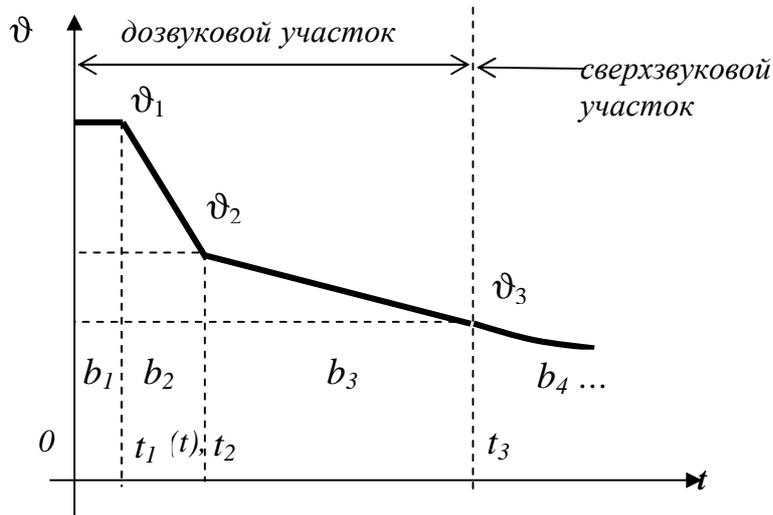


Рис. 1. «Гибкая» программа тангажа

На графике (рис.1) выделены четыре фрагмента «атмосферной» части программы тангажа. Проекции кажущейся скорости на оси  $X_H$  и  $Y_H$  НГСК определяются из выражений

$$\Delta W_{X_H} = \frac{\sin J_t - \sin J_0}{b^J}; \quad (2)$$

$$\Delta W_{Y_H} = -\frac{\cos J_t - \cos J_0}{b^J},$$

где  $b^\vartheta$  – коэффициент программы управления.

По известному начальному или конечному значению программного угла ( $\vartheta_0$

или  $\vartheta_t$ ) однозначно (с учётом знаков, требуемых для реализации программного движения приращений кажущейся скорости  $\Delta W_{X_H}$  и  $\Delta W_{Y_H}$ ) аналитически определяются все остальные параметры программы, поскольку теперь

$$b^J = \frac{\sin J_t - \sin J_0}{\Delta W_{X_H}} \quad (2)$$

или

$$b^J = \frac{\cos J_t - \cos J_0}{\Delta W_{Y_H}}, \quad (3)$$

$$\Delta t = \frac{M_0}{m} \left( 1 - e^{-\frac{\Delta W_t}{P_{\text{эв}} g_0}} \right).$$

Тогда:

$$\alpha_2 = \vartheta_2 - \theta_2, \alpha_3 = \vartheta_3 - \theta_3, \quad (4)$$

где

$\alpha_2$  и  $\alpha_3$  – значения углов атаки в моменты времени  $t_2$  и  $t_3$ , соответственно (рис. 1);

$\theta_2$  и  $\theta_3$  – углы наклона вектора скорости в моменты времени  $t_2$  и  $t_3$ , соответственно.

Угол  $\alpha_2$  здесь является параметром, которым можно управлять на этапе подготовки данных на пуск РН, а  $\alpha_3$  – ограничение по углу атаки, накладываемое на выбор программы управления, обеспечивающее приемлемые поперечные перегрузки.

### 2.1 Определение параметров программы тангажа на участке сверхзвукового полёта

Для решения этой задачи не требуется разрабатывать специальную модель движения. Дополним типовой алгоритм решения навигационной задачи. В ней вычисляются кинематические параметры движения на момент времени  $t_j$ :

$$\vec{V}_j = \vec{V}(t_j) \text{ и } \vec{R}_j = \vec{R}(t_j).$$

Если командно-измерительные приборы (КИП), используемые в СУ, включают акселерометры, то в состав известных данных входит также вектор кажущегося ускорения

$$\vec{W}_j = \vec{W}(t_j).$$

В случае построения КИП на основе гиринонтеграторов не составляет труда оп-

ределение  $\vec{W}_j$  путём дифференцирования кажущейся скорости. Разумеется, для этого следует использовать методы численного дифференцирования, предусматривающие сглаживание исходной информации. Так как в состав алгоритмов навигации входит модуль вычисления вектора гравитационного ускорения

$$\vec{g}_j = \vec{g}(\vec{R}[t_j]),$$

можно включить в состав известных величин вектор ускорения

$$\dot{\vec{V}}_j = \dot{\vec{W}}_j + \dot{\vec{g}}_j.$$

Окончательно примем в качестве исходной информации для определения программы тангажа перечисленные выше данные после пересчёта кинематических параметров в относительную систему координат. Под таким пересчётом будем понимать учёт составляющих переносной скорости и ускорения, но с обеспечением записи всех векторов в проекциях на оси начальной гироскопической системы координат.

Тогда:

$$\dot{\vec{V}}_{НГСК} = \dot{\vec{V}} - \dot{\Omega} \times \dot{\vec{R}}_{oc}, \dot{\vec{R}}_{oc} = \dot{\vec{R}} - \dot{\vec{R}}_3,$$

а проекции векторов  $\dot{\vec{R}}_{НГСК}$  и  $\dot{\vec{R}}$  совпадут. Заметим, что здесь

$$\dot{\Omega} = \Omega \dot{\Omega}^0, \text{ а } \dot{\Omega}^0 = \|l, m, n\|^T,$$

где  $l$ ,  $m$  и  $n$  – соответствующие элементы матрицы направляющих косинусов  $M_{x0 \leftarrow X}(A_0, B_0, L_0)$ , а именно:

$$\begin{aligned} l &= \cos A_0 \cos B_0, \\ m &= \sin B_0, \\ n &= -\sin A_0 \cos B_0. \end{aligned}$$

Поэтому в скалярной форме можно вычислить проекции относительной скорости на оси инерциальной системы координат:

$$\begin{aligned} V_x^* &= V_x + \Omega(ny - mz); \\ V_y^* &= V_y + \Omega(lz - nx); \\ V_z^* &= V_z + \Omega(mx - ly). \end{aligned}$$

Символ «\*» указывает на пересчёт параметров движения в относительные величины.

С учётом изложенных особенностей записи кинематических параметров относительного движения в проекциях на оси инерциальной системы координат (НГСК) имеем:

$$\begin{aligned} \dot{V}_x^* &= \dot{V}_x + \Omega(n \dot{V}_y - m \dot{V}_z); \\ \dot{V}_y^* &= \dot{V}_y + \Omega(l \dot{V}_z - n \dot{V}_x); \\ \dot{V}_z^* &= \dot{V}_z + \Omega(m \dot{V}_x - l \dot{V}_y). \end{aligned}$$

### 2.2 Математическая постановка задачи

Математическая постановка задачи выбора программы на участке сверхзвукового полёта может быть сформулирована на следующем образом.

Заданы:

1) начальные условия  $t_j, \vec{R}_{j*}, \vec{V}_{j*}$

и параметры  $\vec{V}_{j*}, \vec{W}_j, \vec{W}_j$ ;

2) ограничения:

$\alpha < \alpha_{\max}$ ,

$\beta < \beta_{\max}$ ;

3) структура «гибкой» программы управления:

$\vartheta = \vartheta_{i-1} + b_i^J [W(t) - W(t_{i-1})]$ ,

$\psi = \psi_{i-1} + b_i^Y [W(t) - W(t_{i-1})]$ .

Требуется определить

$\{t_i, b_i^J, b_i^Y, J_i\}$ ,

где  $i$  – номер шага интегрирования уравнений движения.

### 2.3 Алгоритм пересчёта кинематических параметров в относительную систему координат

Алгоритм получается значительно проще для реализации на борту, если его разработать для векторов относительной скорости и радиуса-вектора центра масс (ЦМ), проекции которых рассматриваются относительно осей абсолютной СК. Удобнее всего использовать для этого геоцентрическую начальную гироскопическую систему координат (ГНГСК). Для получения ГНГСК оси НГСК параллельно самим себе смещаются в центр Земли (на практике в настоящее время такие СК широко применяются).

В начальной точке параметры  $\vartheta_{i-1}, \psi_{i-1}, b_i^J, b_i^Y$  не известны. Как показано выше, они могут быть найдены из соотношений

$$b_i^J = -\frac{J_i}{\dot{W}_i}, \quad b_i^Y = -\frac{Y_i}{\dot{W}_i}. \quad (5)$$

Задача сводится к определению значений требуемых угловых скоростей  $J_i$  и  $Y_i$ , обеспечивающих одинаковый разворот в пространстве векторов продольной оси РН и относительной скорости с учётом того обстоятельства, что в начале разворота соотношение (4) выполнено, т.е. указанные векторы совпадают (рис. 2).

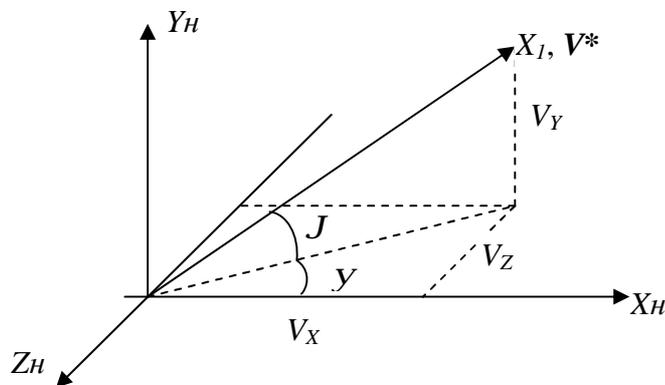


Рис. 2. Выбор программ на участке сверхзвуковых скоростей

Из рис. 2 следует:

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} J &= \frac{V_Y}{\sqrt{V_X^2 + V_Z^2}}, \\ \operatorname{tg} Y &= -\frac{V_Z}{V_X}. \end{aligned} \quad (6)$$

Дифференцируем по времени и упрощаем обе части каждого из соотношений (6). Находим из них соотношения для расчёта угловых скоростей  $\dot{J}$  и  $\dot{Y}$ .

В результате упрощений имеем

$$\begin{cases} \dot{J} = \frac{\cos J}{V^*} \cdot \left( \dot{V}_Y - \frac{\operatorname{tg}^2 J}{V_Y} \cdot (V_X \dot{V}_X + V_Z \dot{V}_Z) \right) & \text{при } J_{i-1} = \operatorname{arctg} \frac{V_Y}{\sqrt{V_X^2 + V_Z^2}}, \\ \dot{Y} = \frac{\cos^2 Y}{V_X} \cdot \left( \frac{V_Z}{V_X} \dot{V}_X - \dot{V}_Z \right) & \text{при } Y_{i-1} = -\operatorname{arctg} \frac{V_Z}{V_X}. \end{cases} \quad (7)$$

Для увеличения шага интегрирования имеет смысл оценить, насколько изменятся углы  $a$  и  $b$  за шаг прогноза движения  $h$ , если на всём протяжении шага интегрирования считать производные от  $\vartheta$  и  $\psi$  постоянными на этом шаге. Очевидно, что можно скорректировать эти производные таким образом, чтобы уменьшить отклонения значений углов атаки  $a$  и скольжения  $b$  на каждом шаге от их программных значений. Для этого запишем выражения программных значений  $J(t)$  и  $Y(t)$  в виде

$$\begin{aligned} J_i(t) &= J_{i0} + K_J \cdot \dot{J}_i \cdot t, \\ Y_i(t) &= Y_{i0} + \dot{Y}_i \cdot t, \end{aligned}$$

где  $t = t - t_{i0}$ .

Здесь  $K_\vartheta$  - эмпирически подбираемый параметр согласования, который в процессе подготовки данных на пуск принимается постоянным для каждого запуска. Для современных РН со средней тяговооружённостью можно рекомендовать  $t_{TB} = 4 \text{ сек}$ .

### 3. Предлагаемые технологии решения КБЗ доставки ОЧ РН с ТМН в заданные районы падения в интересах сокращения размеров отчуждаемых территорий

Новую технологию решения краевых баллистических задач доставки ОЧ РН с ТМН в заданные районы падения, направленную на сокращение размеров

отчуждаемых территорий, предлагается реализовать на основе применения адаптивных к изменению конструктивных параметров РН математических моделей движения. Будем называть их унифицированными математическими моделями движения (УММД) [3].

Для разработки УММД предлагается технология моделирования полёта РН, позволяющая достичь высокой оперативности при вполне приемлемой точности расчёта параметров движения. Суть разработанной технологии состоит в том, что для каждого конкретного типа РН по общепринятым моделям, используемым при решении краевых задач и расчёте параметров номинальной траектории, предварительно рассчитывается зависимость от времени продольной кажущейся скорости  $W_{x1}(t)$ . Далее для кусочно-линейной программы управления (при необходимости содержащей параболические фрагменты) рассчитывается траектория полёта первой ступни.

Траектория разбивается на 10-15 участков (в зависимости от тяговооружённости РН). На каждом из них зависимость  $W_{x1}(t)$  аппроксимируется таким образом, чтобы компоненты произведения вектора продольного кажущегося ускорения на направляющие косинусы, проецирующие его на оси инерциальной системы координат (НГСК), допускали получение первого и второго интегралов по времени

в аналитическом виде. В этом случае применение специального численно-аналитического метода интегрирования (достаточно подробно изложенного в [3]) позволяет решать систему дифференциальных уравнений движения (СДУД) на активном участке траектории (АУТ) с шагом интегрирования всего в 2-3 раза меньшим, чем шаг, традиционно используемый для решения СДУД на пассивном участке траектории (ПУТ).

Одновременно с этим при моделировании движения РН вместо большого количества таблично задаваемых параметров (таблиц изменения секундного расхода топлива, аэродинамических характеристик, параметров модели атмосферы и т.п.) можно использовать унифицированную модель со значительно меньшим количеством параметров, которые являются обобщением основных проектных параметров [4]. Целесообразно при этом выполнять интегрирование уравнений движения с шагом, на 1-2 порядка превышающим традиционно применяемый шаг для решения данной класса задач.

Рассмотренный подход к моделированию движения РН позволяет обосновать новые технологии оперативного решения целого ряда прикладных задач, связанных с многократным повторением решения прямой баллистической задачи:

- наведения современных РН и баллистических ракет (БР) с нелинейным прогнозом параметров конца траектории выведения (что позволяет повысить адекватность прогноза полёта РН на оставшемся до отделения соответствующей ОЧ интервале времени);

- приближённой оперативной оценки рассеивания отделяющихся частей РН или БР;

- оперативного оценивания областей досягаемости баллистических объектов различного назначения.

Очень важно, что численные значения ООПП в интегрированной форме позволяют представить информацию об

энергетических возможностях каждой ступени конкретной РН, однако структура использующих эти параметры УММД остаётся неизменной (она сводится к ограниченному количеству аналитических алгоритмов, позволяющих моделировать изменение во времени параметров кажущегося движения). Это позволяет моделировать полёт на АУТ различных ступеней различных РН по единым алгоритмам, формируемым из универсальных блоков подобно трансформерам. Очевидно, что возможности УММД, в целом, далеко выходят за рамки решения задачи сокращения размеров районов падения ОЧ РН [5].

На основе применения УММД перспективные технологии решения КБЗ доставки ОЧ РН с ТМН включают следующие этапы:

- использование наведения ОЧ РН по вектору требуемой скорости с нелинейным прогнозом КУ, когда вместо частных баллистических производных используются частные производные  $dV_x/dp_i$ , где  $p_i$  - параметры программ управления (для УММД указанные частные производные выражаются через аналитические выражения, что обеспечивает быструю и высокоточную коррекцию управляющих параметров при решении краевой задачи);

- расчёт ПУТ с заменой переменной интегрирования (не по времени, а по вы-

$\frac{dq}{dh} = \frac{dq}{dt} / \dot{h}$  ) с переменным шагом. При этом «цепочка» оптимальных значений шага интегрирования на ПУТ рассчитывается при подготовке данных на пуски и задаётся в ПЗ;

- динамическое уточнение аэродинамических характеристик ОЧ ступеней по мере накопления статистических данных по каждому РН.

Особого внимания заслуживает в рассматриваемом подходе работоспособность модернизируемых таким образом методов наведения даже при возникновении некоторых нештатных ситуаций.

Для реализации перспективных технологий решения КБЗ доставки ОЧ РН с

ТМН необходимо разработать алгоритм расчёта траекторий на основе аппроксимации обобщённых проектных параметров и программы управления.

#### 4. Алгоритм расчёта траектории полёта первой ступени на основе предлагаемой модификации метода наведения

Существующие методы наведения БР и РН [5] основаны на линеаризации конечных условий в зависимости от управляющих параметров. В связи с этим перспективными являются исследования по построению алгоритмов наведения на базе нелинейного прогнозирования движения РН. Особый интерес представляет разработка алгоритма расчёта траекторий с использованием аналитических зависимостей для продольной кажущейся скорости  $W_{Xl}(t)$  и программы тангажа (как жёсткой  $J(t)$ , так и гибкой  $J(W_{X1})$ ), т.к. такие зависимости уже много лет используются в качестве программ управления тягой и угловой ориентацией ЛА).

В качестве исходных данных принимаются табличные функции  $W_{Xl}(t)$  и

Таблица 1. Аппроксимация целевой функции нелинейным методом наименьших квадратов

№ п/п	Вид зависимости	Целевая функция для каждого интервала аппроксимации	Базисная функция
1	Логарифмическая	$Q_1 = \sum_{k=1}^N \left[ \Delta W_{x_{1k}} + U_k \ln \left( 1 - \frac{t_k}{T_k} \right) \right]^2$	$\Delta W_{x_{1k}} = -U_k \ln \left( 1 - \frac{t}{T_k} \right)$
2	Параболическая	$Q_2 = \sum_{k=1}^N \left[ \Delta W_{x_{1k}} - (U_k t + T_k t_k^2) \right]^2$	$\Delta W_{x_{1k}} = U_k t + T_k t^2$

Аппроксимация на каждом из интервалов осуществляется на основе метода наименьших квадратов. Минимизация логарифмических целевых функций осуществляется с использованием нелинейного метода наименьших квадратов, позволяющего определить коэффициенты  $U_k$  и  $T_k$ . Затем из всех типов, возможных для данного участка аппроксимаций, выбирается та, которая обеспечивает наименьшее максимальное отклонение полученной функции от номинальных значений ка-

$J(t)$  (или  $J(W_{X1})$ ), полученные на основе моделирования полёта РН по эталонной математической модели движения. Представим значение продольной кажущейся скорости в некоторый момент времени  $t$  как сумму её начального значения на момент времени  $t_0 < t$  и её приращения за интервал времени  $t = t - t_0$ :

$$W_{x1}(t) = W_{x1}(t_0) + \Delta W_{x1}(t) = W_{x1}(t_0) + \int_{t_0}^t W_{x1}^{\&}(t) dt \quad (8)$$

Анализ характера поведения функции  $W_{x1}^{\&}(t)$  позволяет разбить табличную функцию  $W_{Xl}(t)$  на характерные интервалы, получив, таким образом, ряд функций  $\Delta W_{x_{1i}}(t)$ , где  $i = 1, \dots, n$  – номер интервала. Для аппроксимации приращений продольной кажущейся скорости после выполненных для различных РН и БР исследований в качестве базисных были выбраны логарифмическая и квадратичная функции.

жущейся скорости в узловых точках. Аналогичным образом производится подбор аналитических зависимостей и для программы тангажа. В этом случае в качестве ориентира для выбора интервалов аппроксимации удобно использовать график табличной зависимости  $J(t)$ , а в качестве базисных рассматривать линейную и параболическую зависимости. Реализованная на языке Delphi программа позволила получить аппроксимации кажущейся скорости и угла тангажа для нескольких вари-

антов эталонных траекторий с погрешностью, не превышающей 2 м/с по кажущейся скорости и 0,2° по тангажу. В общем случае полученные интервалы аппроксимации кажущейся скорости и программы тангажа не совпадают, поэтому далее осуществляется их «наложение» друг на друга и пересчёт обобщённых параметров для возникающих при их наложении дополни-

тельных интервалов по простым алгебраическим формулам.

Далее на основе аналитических выражений для продольной кажущейся скорости и программы тангажа на каждом из объединённых участков вычисляются проекции приращения вектора  $\Delta\bar{W}_{x1}(t)$  и кажущегося пути на оси геоцентрической начальной гироскопической системы координат:

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta W_{xHG} = \int_0^{t_k - t_n} \bar{W}_{x1}^{\&}(t) \cdot \cos J(t) \cdot \cos y(t) dt, \quad \Delta S_{xHG} = \int_0^{t_k - t_n} \Delta W_{xHG}(t) dt, \\ \Delta W_{yHG} = \int_0^{t_k - t_n} \bar{W}_{y1}^{\&}(t) \cdot \sin J(t) dt, \quad \Delta S_{yHG} = \int_0^{t_k - t_n} \Delta W_{yHG}(t) dt, \\ \Delta W_{zHG} = - \int_0^{t_k - t_n} \bar{W}_{z1}^{\&}(t) \cdot \cos J(t) \cdot \sin y(t) dt, \quad \Delta S_{zHG} = \int_0^{t_k - t_n} \Delta W_{zHG}(t) dt. \end{array} \right. \quad (9)$$

Данные интегралы вычисляются аналитически с использованием известных специальных функций. Для различных математических моделей такими функциями могут быть интегральные синус и косинус или интегралы Френеля. Встречаются (реже) другие частные слу-

чай и варианты решения без использования специальных функций. В соответствии с модифицированным методом интегрирования Нюстрёма [3] траектория полёта на активном участке рассчитывается по следующему алгоритму:

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{g}_1 = \bar{g}[\bar{R}(t_0)], \\ \bar{g}_2 = \bar{g}[t_0 + 1/2 \cdot h, \bar{R}_0 + 1/2 \cdot h\bar{V}_0 + 1/8 \cdot h^2 \bar{g}_1 + \Delta\bar{S}(h/2)], \\ \bar{g}_3 = \bar{g}[t_0 + h, \bar{R}_0 + h\bar{V}_0 + 1/2 \cdot h^2 \bar{g}_2 + \Delta\bar{S}(h)], \\ \bar{V} = \bar{V}_0 + \Delta\bar{W} + 1/6 \cdot h(\bar{g}_1 + 4\bar{g}_2 + \bar{g}_3); \\ \bar{R} = \bar{R}_0 + \Delta\bar{S} + h\bar{V} + h(1/6 \cdot \bar{g}_1 + 1/3 \cdot \bar{g}_2); \quad h = t_2 - t. \end{array} \right. \quad (10)$$

Предлагаемый полуаналитический (с учётом наличия аналитических выражений для вычисления  $\Delta\dot{W}$  и  $\Delta\dot{S}$ ) метод интегрирования уравнений движения БР или РН открывает широкие возможности для реализации метода терминального наведения даже на участках полёта в плотных слоях атмосферы. Он позволяет производить интегрирование с крупным шагом, равным интервалу аппроксимации продольной кажущейся скорости (порядка 10 секунд), и использовать при этом относительно несложные аналитические зави-

симости в сочетании с широко известными специальными функциями, что не требует значительных затрат вычислительных ресурсов БЦВМ. Кроме того, метод может быть пригоден для математического моделирования траекторий вновь разрабатываемых или уже существующих РН, для которых имеется неопределённость по некоторым проектным параметрам. Такая ситуация характерна при проведении анализа потенциальных возможностей зарубежных БР или РН рассматри-

ваемого класса либо на этапе проектирования отечественных средств.

В перспективе планируется разработка алгоритмов уточнения обобщённых параметров по результатам анализа телеметрической информации. Это может оказаться весьма полезным для анализа результатов лётных испытаний РН.

Таким образом, представляется возможным использование рассмотренных алгоритмов для реализации терминального наведения РН на участке полёта в плотных слоях атмосферы. Для проверки реализуемости такой возможности осуществлялось имитационное моделирование. АУТ первой ступени РН разбивался на фрагменты, обеспечивающие возможность интегрирования системы дифференциальных уравнений движения по алгоритму (10) за один шаг интегрирования. С помощью датчика случайных чисел «зашумлялись» ООПП, что приводило к соответствующей имитации «возмущения» составляющих векторов кажущихся параметров движения на каждом таком участке, т.е. к имитации формирования трубки траекторий (рис. 3). На рисунке отображается характер изменения условных «текущих» отклонений точки падения, обу-

словленных имитируемыми возмущениями кинематических параметров движения. Здесь  $\Delta L$  – отклонения по дальности, соответствующие имитируемым возмущениям (вычислялись прямым расчётом пассивных участков траектории).

На рис. 4 отображается характер изменения той части отклонений точек падения по дальности  $\Delta L_{\text{комп}}$ , которая компенсируется в результате управляемого отклонения угла атаки (в пределах типичного ограничения  $|\Delta\alpha| < 1.5^\circ$ ). В связи с практически симметричным характером отклонений с противоположными знаками отображаются только положительные значения компенсируемых отклонений. Видно, что большую ось эллипса рассеивания можно сократить почти на 3 км ( $\pm 1.5$  км) или на 7.5 %. Следует отметить, что величина уменьшения района падения существенно зависит от принятой модели рассеивания. Так что представленные цифры всего лишь иллюстрируют работоспособность рассмотренного подхода, но не предназначены для выводов о возможностях реального сокращения районов падения.

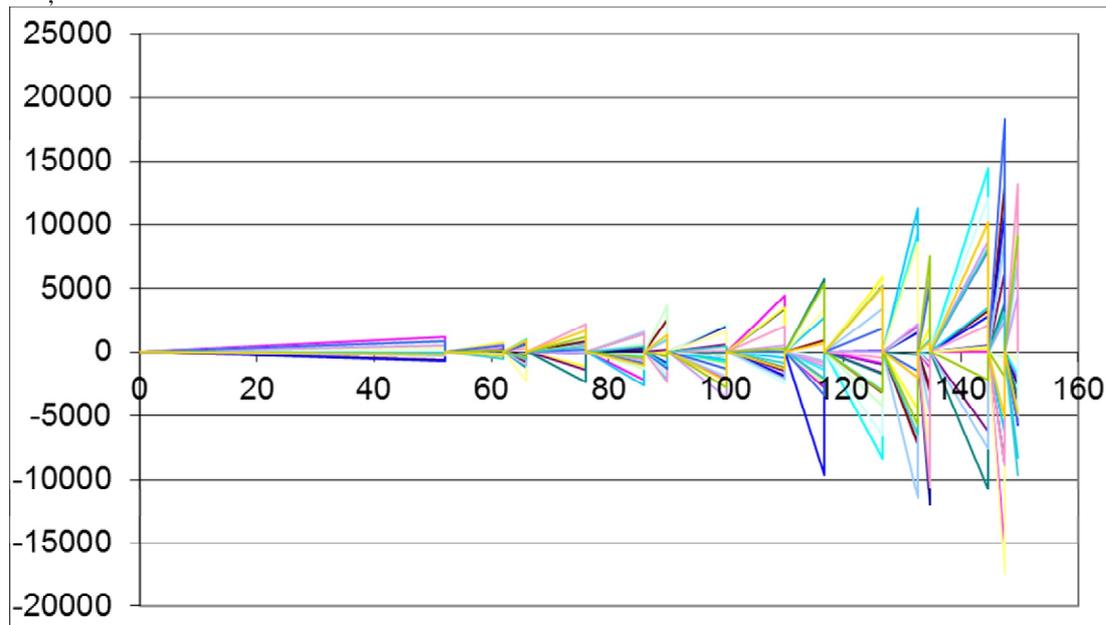


Рис. 3. Результаты статистического моделирования

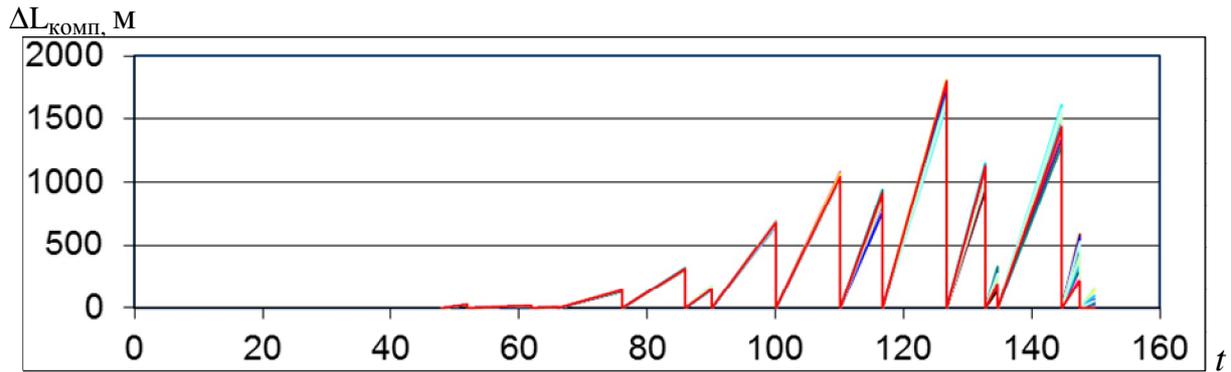


Рис. 4. Оценка величины уменьшения большой оси эллипса рассеивания

Таким образом, в работе предложен подход к реализации терминального наведения уже на ранних участках полёта РН, т.е. при полёте в плотных слоях атмосферы. При этом соблюдение ограничений, накладываемых на этом участке, обеспечивается за счёт непосредственного управления углами атаки и скольжения. Обосновываются баллистические аспекты возможности реализации такого управления и предлагается технология программирования движения, обеспечивающая сокращение размеров ППОЧ при реализации терминального метода наведения РН в плотных слоях атмосферы.

Ожидаемый эффект – сокращение размеров ППОЧ, как следствие – сокращение затрат на арендную плату за использование полей падения.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, проект № 09-08-00750-а.

#### Библиографический список

1. Разоренов, Г. Н. Системы управления летательными аппаратами:

Учебник для вузов [Текст] / Г. Н. Разоренов, Э. А. Бахрамов, Ю. Ф. Титов. – М.: Машиностроение, 2003. – 584 с.

2. Беневольский, С. В. Баллистика: Учебник [Текст] / С. В. Беневольский, В. В. Бурлов, В. П. Казаковцев и др. – Пенза: ПАИИ, 2005. – 510 с.

3. Беневольский, С. В. Математические модели движения для синтеза методов наведения перспективных баллистических ракет / С. В. Беневольский // Оборонная техника. – 2007. – № 3-4. – С. 12 – 16.

4. Аппазов, Р. Ф. Методы проектирования траекторий носителей и спутников Земли [Текст] / Р. Ф. Аппазов, О. Г. Сытин. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1987. – 440 с.

5. Беневольский, С. В. Решение краевых и оптимизационных задач баллистического проектирования на основе визуализации сеточных функций / С. В. Беневольский, В. И. Гончаренко // Вестник МАИ. – 2009. т. 16. – № 3. – С. 90-100.

### PROMISING TECHNOLOGIES FOR SOLVING BOUNDARY PROBLEMS REGARDING THE DELIVERY OF SEPARATING PARTS OF CARRIER ROCKETS WITH TERMINAL TARGETING

© 2011 S. V. Benevolsky, V. I. Goncharenko

Moscow Aviation Institute (State Technical University)

An unconventional approach to the realization of terminal targeting even at the early stages of flight of carrier rockets, i.e. – during the flight in the Earth atmosphere is proposed. Ballistic aspects of the possibility of such targeting are justified and a technology of motion programming is proposed. This technology provides the reduction of the drop area of separating parts during the realization of the terminal method of targeting carrier rockets in the Earth atmosphere.

*Method of targeting, boundary problem, carrier rocket, of drop separating parts area, control program.*

### **Информация об авторах**

**Беневольский Сергей Владимирович**, доктор технических наук, профессор. Московский авиационный институт (государственный технический университет). Область научных интересов: разработка методов терминального наведения летательных аппаратов, математических моделей движения на активном и пассивном участках траектории, унификация математических моделей движения и выбор программ управления движением летательных аппаратов.

**Гончаренко Владимир Иванович**, кандидат технических наук, доцент, директор Военного института при Московском авиационном институте (государственном техническом университете). Область научных интересов: теория полёта космических аппаратов и баллистика ракет, управление, вычислительная техника и информатика.

**Benevolsky Sergey Vladimirovitch**, doctor of technical sciences, professor, Moscow Aviation Institute (State Technical University), [mgtu-bsv@mail.ru](mailto:mgtu-bsv@mail.ru). Area of research: development of methods for terminal targeting of aircraft, mathematical models of motion on active and passive sections of the flight path (trajectory), unification of mathematical models of motion and choosing aircraft motion control programs.

**Goncharenko Vladimir Ivanovitch**, candidate of technical sciences, associate professor, head of the Military Institute, Moscow Aviation Institute (State Technical University), [vladimirgonch@mail.ru](mailto:vladimirgonch@mail.ru). Area of research: theory of spacecraft flight and rocket ballistics, management, computer engineering and computer science (informatics).

## ИССЛЕДОВАНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК ТОРЦОВОГО ГАЗОДИНАМИЧЕСКОГО УПЛОТНЕНИЯ НА ПЕРЕХОДНЫХ РЕЖИМАХ АВИАЦИОННЫХ И КОНВЕРТИРУЕМЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ

© 2011 А. С. Виноградов

Самарский государственный аэрокосмический университет  
имени академика С.П. Королёва  
(национальный исследовательский университет)

Рассматриваются результаты расчёта герметичности уплотнения на разных режимах работы авиационного двигателя. Определение герметичности выполняется вместе с расчётом деформаций уплотнительных колец и определением вибрационного состояния узла.

*Динамическая модель, деформации, уплотнение, жёсткость, утечки, частота вращения.*

Повышение эффективности газотурбинных двигателей при одновременном снижении их массы, габаритов и стоимости неразрывно связано, в том числе, с необходимостью увеличения частоты вращения роторов. Однако с увеличением частоты вращения ротора стремительно возрастает уровень его вибрации, что снижает надёжность. В [1–4] отмечается, что даже кратковременные выходы за допустимые пределы часто приводят к разрушению подшипников, потере работоспособности уплотнений, поломкам самих роторов и другим опасным авариям.

К настоящему времени в ОАО «Газпром» накоплен достаточный опыт работы нагнетателей с электромагнитными подшипниками (ЭМП) и «сухими» газовыми уплотнениями на газоперекачивающих станциях магистральных газопроводов. Электромагнитный подшипник принципиально отличается от подшипников всех других типов из-за отсутствия механического контакта между движущейся и опорной частями, что обуславливает ряд его преимуществ:

- отсутствие изнашивания;
- высокие рабочие скорости;
- низкие уровни вибрации, трения и нагрева;

- управляемость характеристиками жёсткости и демпфирования;
- возможность работы в вакууме, агрессивных и чистых средах, потоке жидкости;
- снижение трудоёмкости и стоимости обслуживания;
- экологическая чистота.

Преимущества электромагнитных подшипников делают их пригодными для широкого применения от малых машин с массой ротора менее килограмма до тяжёлых машин и механизмов с массой ротора в несколько тонн. Использование ЭМП в газоперекачивающих агрегатах (ГПА) позволяет выполнить их «сухими», то есть без применения смазки в опорах ротора. Это существенно влияет на надёжность ГПА. Такие машины наряду с очевидными преимуществами имеют определённые особенности, которые необходимо учитывать при их эксплуатации. Допустимый диапазон амплитуд вибраций ротора в электромагнитных подшипниках определяется возможностями используемых в ГПА торцовых газодинамических уплотнений (ТГДУ).

Значительная часть повреждений в уплотнениях происходит в результате возникновения в них опасной вибрации. Поэтому очень важно иметь представление о том, как ведёт себя уплотнение при переходе с одного режима двигателя на другой. Поскольку

при изменении режима параметры двигателя существенно меняются, возникновение опасных колебаний в уплотнении могут привести к непредсказуемым последствиям, вплоть до разрушения.

В настоящее время известно несколько моделей ТГДУ.

Анализ существующих и перспективных конструкций ТГДУ показал, что наиболее корректной является динамическая модель, представленная на рис. 1. Она состоит из трёх масс. Прижим  $M_{пр}$  установлен в корпусе турбомшины и поджимается к невращающемуся кольцу  $M_k$  набором пружин жёсткостью  $C_{уэ}$ . Массы пружин могут быть учтены в модели добавлением к массе прижима  $1/3$  массы пружин. Вторичное уплотнение, установленное между невращающимся кольцом и прижимом, представляется элементом, обладающим жёсткостью  $C_1$ , демпфированием  $b_1$  и сухим трением  $R_1$ . Между невращающимся кольцом  $M_k$  и вращающейся втулкой  $M_{вт}$  находится безынерционная упруговязкая подвеска (рабочий слой с жёсткостью  $C_{дин}$ ). Между вращающейся втулкой  $M_{вт}$  и торцом ротора находится вторичное уплотнение, которое представляется элементом, обладающим жёсткостью  $C_0$ , демпфированием  $b_0$  и сухим трением  $R_0$ . Втулка прижимается к ротору в осевом направлении неуравновешенной силой  $F_0$  и имеет ограничитель перемещений в виде зазора  $d$ . Втулка монтируется либо на гофрированный демпфер, либо на резиновое кольцо вала. Взаимное осевое перемещение в этом элементе моделируется сухим трением  $R_2$ . Торцевой ротор передает воздействие на ТГДУ, имеющее осевую и угловую составляющие колебаний с амплитудами  $z_0, a_0$  соответственно. Втулка и кольцо могут дополнительно иметь изгибные составляющие колебаний  $q$ . Изгибные колебания кольца будут компенсироваться упругими деформациями вторичного уплотнения, поэтому они не будут передаваться на прижим.

В торцовом уплотнении возможны три вида колебаний: осевые, угловые и изгибные. Колебания невращающегося кольца описываются [3] системой уравнений движения:

$$\begin{cases} m\ddot{z} + P_z + W_z = 0; \\ I\ddot{a} + M_a + L_a = 0; \\ I_p\ddot{q} + M_q + L_q = 0, \end{cases} \quad (1)$$

где  $m, I, I_p$  – соответственно масса и моменты инерции кольца;

$z, a, q$  – соответственно осевое, угловое и изгибное перемещение колец уплотнения;

$P_z, M_a, M_\theta$  – соответственно осевая сила и гидродинамические моменты, действующие на кольцо со стороны газового слоя;

$W_z, L_z, L_\theta$  – соответственно сила и моменты, действующие на кольцо извне.

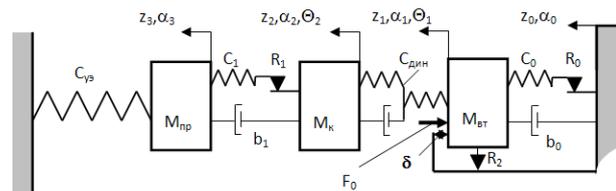


Рис. 1. Трехмассовая динамическая модель ТГДУ

В общем случае при исследовании динамики ТГДУ необходимо рассматривать одновременно все три уравнения системы (1). В случае, когда втулка изготовлена из твердого сплава, её изгибом можно пренебречь. Проведенный анализ по методике, изложенной в работе [1], показал, что для частот вращения, характерных для существующих ГПА, кинематического отрыва втулок от торца ротора не произойдет. Поэтому для практических случаев достаточно рассмотреть ТГДУ в виде двухмассовой модели с параметрами, изображенными на рис. 2. В литературе анализ такой модели с указанными перемещениями отсутствует.

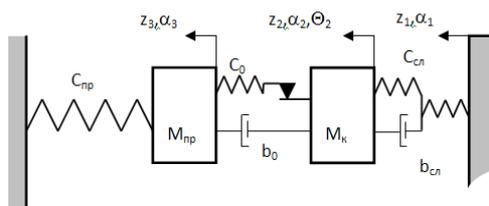


Рис. 2. Двухмассовая динамическая модель ГТУ

Анализ величин перекрёстных коэффициентов жёсткости и демпфирования [1] показал, что в рассматриваемой двухмассовой модели (рис. 2) на практике могут быть реализованы следующие

виды колебаний: осевые колебания  $z_1$ ,  $z_2$ ,  $z_3$ ; угловые колебания  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $a_3$ ; совместные осевые и угловые колебания  $z_1$ ,  $z_2$ ,  $q_2$ ,  $z_3$ .

За основу исследования была взята опора авиационного ТРДДФ, а в качестве исследуемого уплотнения было выбрано ТКУ в составе средней опоры компрессора.

Для того, чтобы провести анализ с учётом многорежимности, необходимо задать полётный цикл двигателя. Исследуемый полётный цикл представлен на рис. 3.

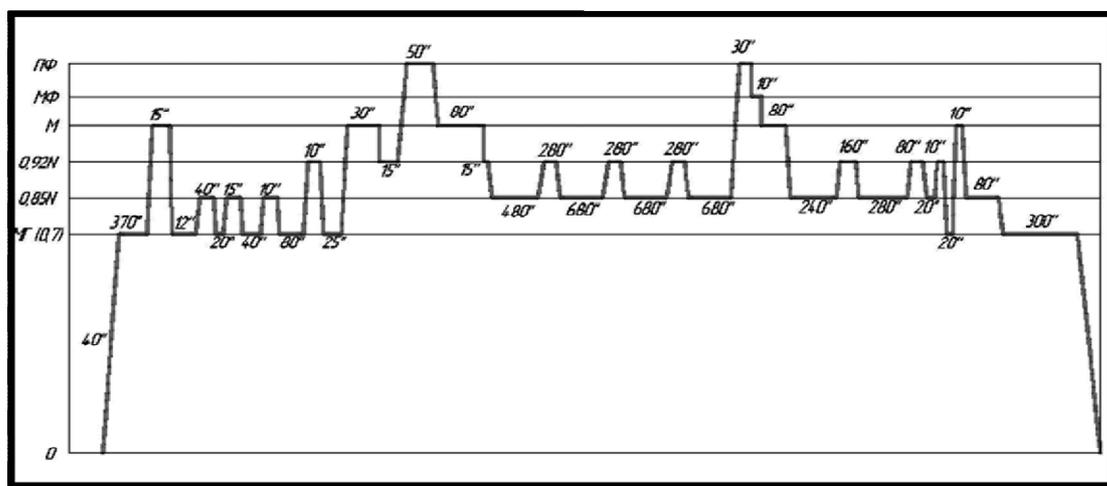


Рис. 3. Исследуемый полётный цикл ТРДДФ

Данный цикл имеет все основные режимы: малый газ, максимальный, максимальный форсажный и два крейсерских.

Для того, чтобы спрогнозировать, как будет деформироваться уплотнительное кольцо на всех режимах, необходимо сначала оценить влияние температуры, сил давления и собственно режима работы (частоты вращения ротора) на напряжённо-деформированное состояние сопряжённых деталей двигателя (опоры, ротора, узла уплотнения).

Для определения необходимых значений температуры деталей прово-

дится тепловой расчёт. Исходными данными для этого расчёта являются параметры газового потока во всех контрольных сечениях.

Определение температуры и коэффициентов конвективной теплоотдачи может осуществляться с помощью программных комплексов, рассчитывающих параметры теплового состояния. Чтобы сформировать исходные данные, необходимо построить графы, как показано на рис. 4, и затем составить таблицу, включающую необходимые геометрические параметры каждого из участков и начальные условия в граничных узлах.

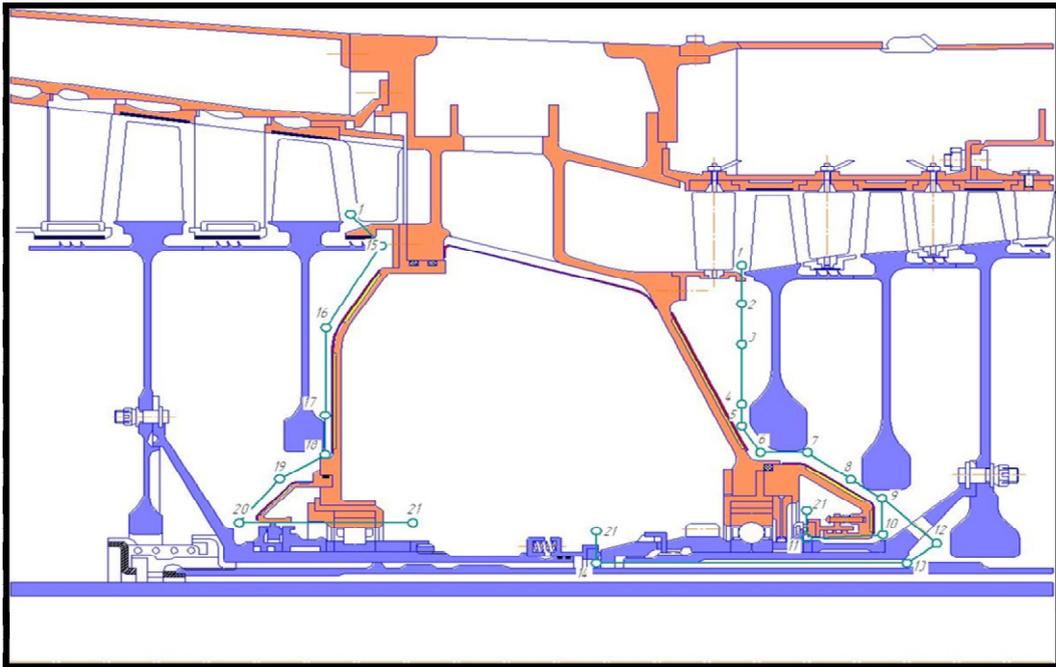


Рис. 4. Графы средней опоры компрессора

После расчёта в программе теплового состояния полученные результаты (параметры газового потока) передаются в программный комплекс на основе метода конечных элементов ANSYS для

решения термической задачи. Расчёт температурного состояния деталей двигателя осуществляется на всех указанных режимах работы двигателя.

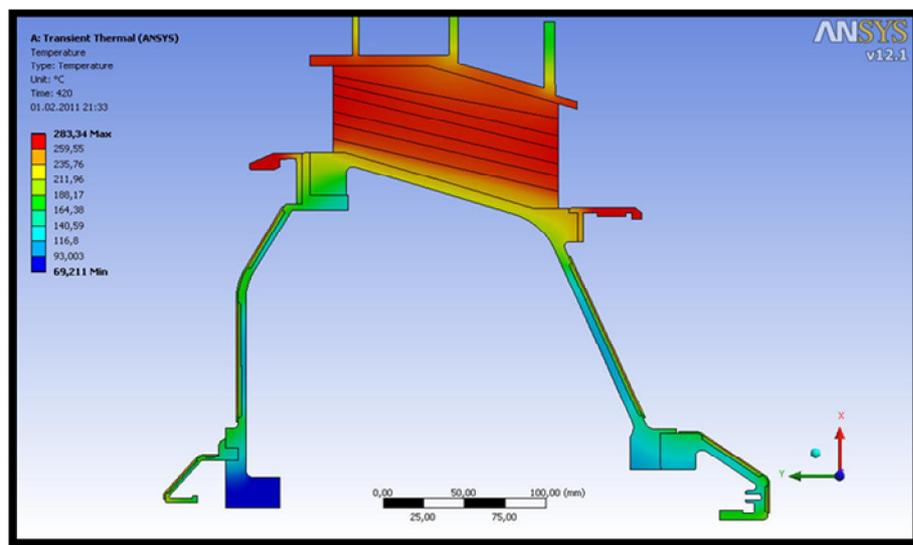


Рис. 5. Результаты расчёта теплового состояния опоры

Значения температур стенок, полученные в результате термического расчёта в ANSYS (рис. 5), передаются вновь в программу расчёта теплового состояния для уточнения параметров воздушного потока. Весь цикл повторя-

ется заново до получения значений температуры стенок заданной точности. Для достижения заданной точности может потребоваться до пяти итераций.

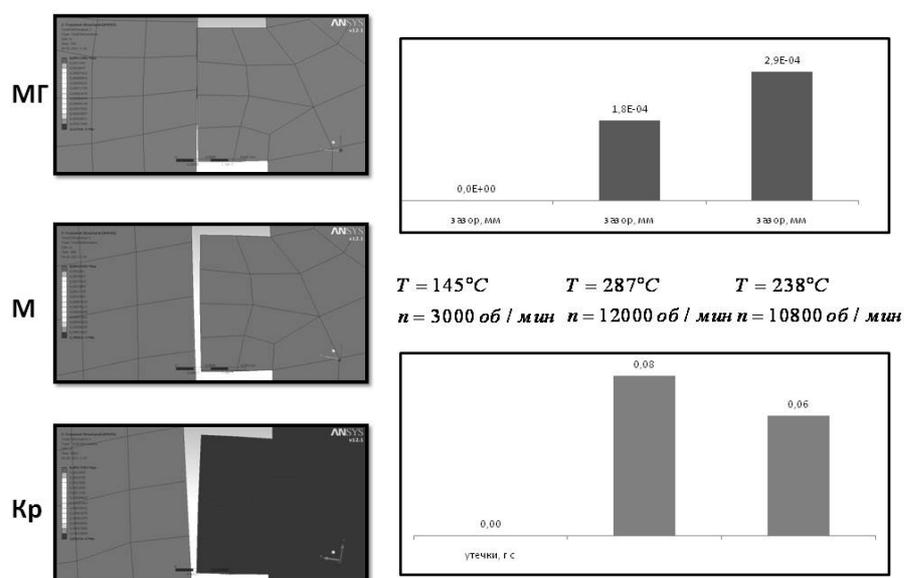


Рис. 6. Зависимость утечек и деформации уплотнительного зазора от температуры и режима работы двигателя

Далее необходимо оценить деформации от температуры, сил давления и режима работы двигателя. Для этого модель передаётся в модуль структурно-

го расчёта ANSYS, где к температуре добавляются силы давления и частота вращения (для ротора компрессора).

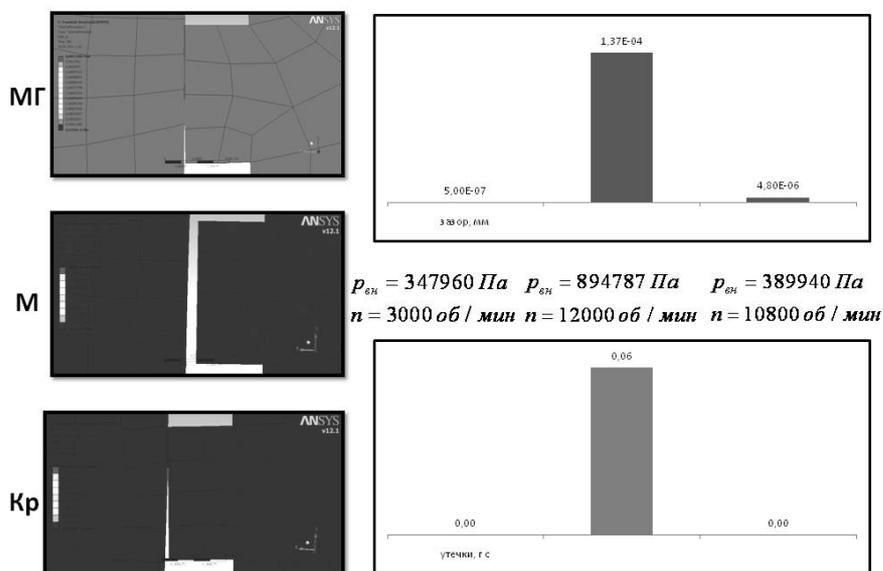


Рис. 7. Зависимость утечек и деформации уплотнительного зазора от давления и режима работы двигателя

После этого рассматривается влияние различных факторов на напряжённо-деформированное состояние уплотнительного узла, в частности, на его основные параметры (утечки, уплотнительный зазор).

Влияние температуры на величину зазора в уплотнении определяется для каждого режима.

Из рис. 6 видно, что наибольшие утечки (до 0,08 г/с) возникают на максимальном форсажном режиме полёта. Пиковое значе-

ние связано с довольно сильным изменением температуры, которое наблюдается при переходе от режима дозвукового крейсерского режима на сверхзвуковой, что, в свою очередь, связано со значительным увеличением температуры при увеличении скорости полёта самолёта.

Рассмотрим влияние давления воздуха и частоты вращения ротора на величину зазора в уплотнении.

Максимальные утечки будут наблюдаться также на максимальном ре-

жиме работы двигателя и составят 0,06 г/с при величине зазора в 1,37 мкм (рис.7). Максимум утечек имеет место при переходе от режима малого газа к максимальному, поскольку резко увеличивается перепад давлений на уплотнении.

Оценим совместное влияние обоих факторов, т.е. поведение уплотнения в рабочих условиях. Для этого к модели был применён полный набор нагрузок (температура, силы давления, вращение ротора, осевая сила от лопаток) (рис. 8).

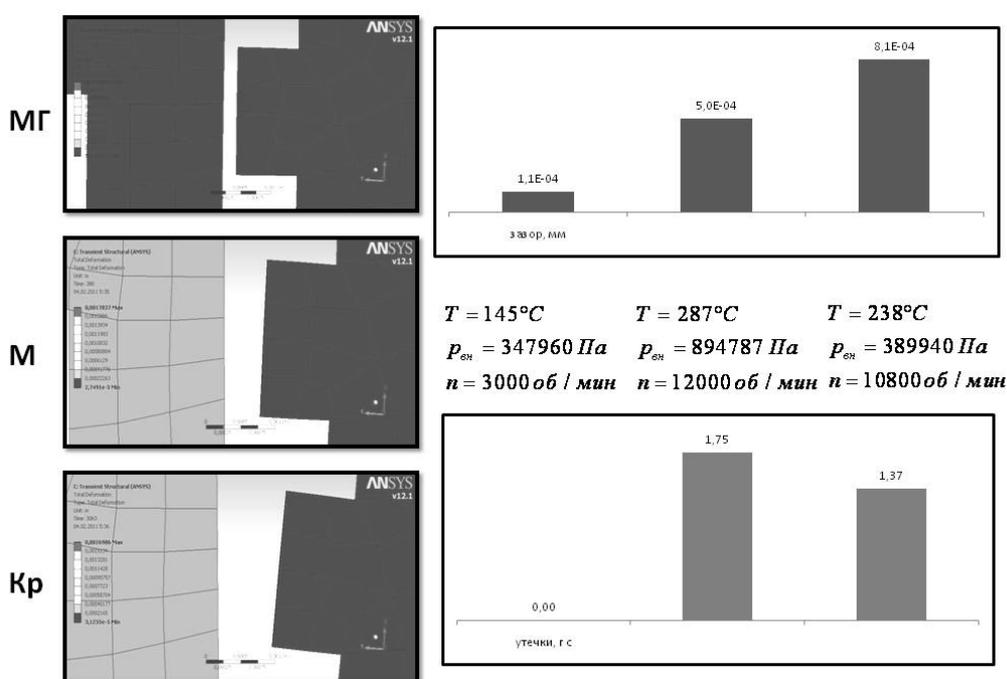


Рис. 8. Зависимость утечек и деформации уплотнительного зазора от давления, температуры и режима работы двигателя

В результате суммирования двух графиков, отражающих зависимость утечек от температуры и давления, было получено два максимума: первый является следствием влияния значительного перепада давлений на уплотнении при переходе от режима малого газа к максимальному, второй – следствие сильного перепада температуры при увеличении скорости полёта (при переходе от дозвукового крейсерского режима к сверхзвуковому). Максимальные значения утечек составили 1,75 г/с.

Однако при проектировании нельзя учитывать влияние на узел уплотнения только статических нагрузок, поскольку на его работу оказывают ещё и динамические нагрузки: вибрации от осевого перемещения ротора, изгиба ротора и др.

В программном комплексе ADAMS на основании динамической модели ТГДУ (рис. 2) была создана трёхмерная модель. С её помощью было исследовано изменение величины зазора при различных частотах и при различных амплитудах. Созданная модель позволяет также анализировать взаимное влияние жёсткости смазочного слоя и

коэффициента демпфирования на величину уплотнительного зазора (рис. 9).

В частности, было показано, что с увеличением жёсткости слоя значение величины зазора уменьшается. Влияние жёсткости начинает заметно сказываться на частотах свыше 200 Гц.

Проведённые исследования показали, что чем больше величина демпфи-

рования, тем меньше изменение величины зазора. Демпфирование начинает влиять со значений частот выше 500 Гц.

Ротор двигателя имеет возможность совершать колебания не только вдоль оси (в связи с зазорами в подшипнике), но и угловые колебания за счет прогиба под действием различных факторов (рис. 10).

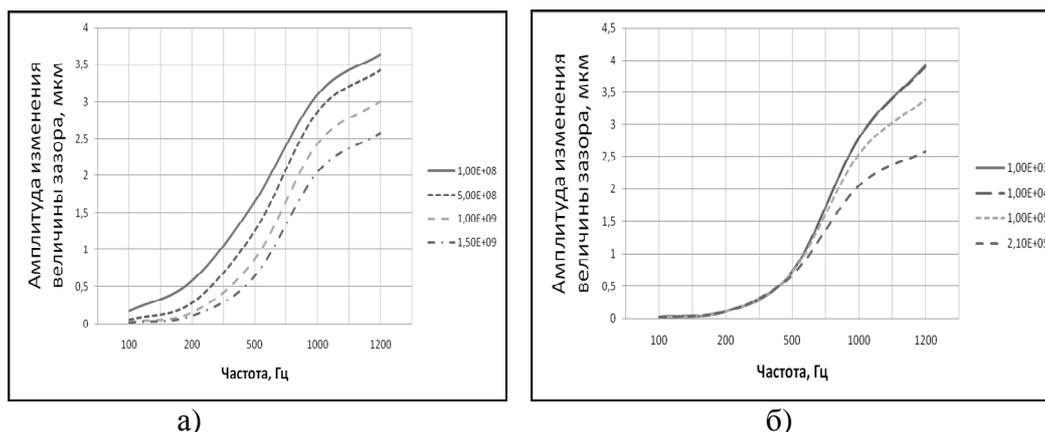


Рис. 9. Зависимость изменения величины зазора от частоты при различных величинах жёсткости (а) и коэффициента демпфирования (б) воздушного слоя

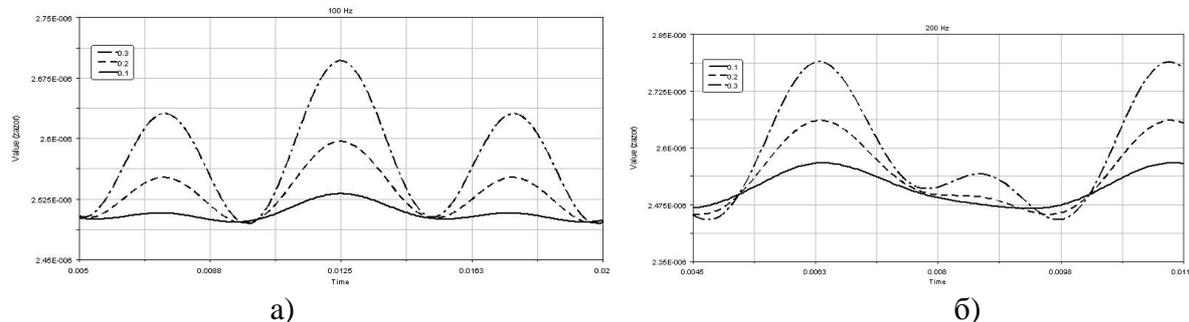


Рис. 10. Изменение величины зазора при линейных и угловых колебаниях с частотами: а) 100 Гц; б) 200 Гц

Проведённые исследования динамических характеристик ТГДУ позволили сформулировать следующие основные выводы:

1. Наиболее корректной моделью для исследования динамики ТГДУ является трёхмассовая модель, позволяющая учесть все характерные особенности данного типа уплотнения, а также осевые и угловые колебания системы. Но для практического рассмотрения достаточно использовать двухмассовую модель.

2. Увеличение частоты вращения приводит к значительным изменениям уплотнительного зазора от  $\pm 10\%$  при 100 Гц, до  $\pm 100\%$  при 1000 Гц.

3. С увеличением жёсткости изменение величины зазора уменьшается. Влияние жёсткости начинает заметно сказываться на частотах свыше 200 Гц. Это особенно важно для обеспечения гарантированного зазора в уплотнении. Показано, что для рассматриваемого уплотнения демпфирование начинает влиять на частотах, больших 500 Гц.

4. Предложенная модель позволяет объединить ее с другими моделями, определяющими напряжённо - деформированное состояние. Ее применение для расчетов делает возможным представление вибрационных процессов в ТГДУ, важных с точки зрения обеспечения заданного ресурса.

Данный метод делает возможным выполнение исследований ТГДУ на переходных режимах с учётом теплового состояния частей двигателя (как статорных, так и роторных), определение влияния характеристик уплотнения на КПД двигателя и удельные параметры, а также позволяет создать анимационную математическую модель поведения уплотнения при переходе с режима на режим. Дальнейшее развитие проектирования торцового уплотнения на переходных режимах связано с совместным расчётом деформаций деталей уплотнения и его амплитудно-частотных характеристик, реализованных в рамках единого алгоритма. Это сделает возможным проведение исследования нестационарных трёхмерных деформаций уплотнительных колец и расчёта уточ-

нённых характеристик уплотнения: жёсткости смазочного слоя, изгибающего момента и минимального зазора для различных режимов.

#### Библиографический список

1. Фалалеев, С.В. Торцовые бесконтактные уплотнения двигателей летательных аппаратов [Текст]: учебное пособие / С.В. Фалалеев, Д.Е. Чегодаев. – М.: Изд-во МАИ, 1998. – 276 с.

2. Белоусов, А.И. Конструкция и проектирование уплотнений вращающихся валов турбомашин двигателей летательных аппаратов [Текст]: учебное пособие / А.И. Белоусов, В.А. Зрелов. – Куйбышев: КуАИ, 1989. – 104 с.

3. Динамические характеристики торцового газодинамического уплотнения в газоперекачивающем агрегате с магнитным подвесом [Текст] / С.В. Фалалеев, В.В. Семенов // Газотурбинные технологии. – 2009. – № 3. – С. 34 – 37.

4. Проблемы колебаний и динамической устойчивости быстровращающихся роторов. [Текст] / А.Н. Никифоров // Вестник научно-технического развития. – № 3 (31). – 2010. – С. 31 – 53.

## RESEARCH OF GASODYNAMIC SEAL CHARACTERISTICS UNDER TRANSIENT CONDITIONS OF AIRCRAFT ENGINES AND POWER PLANTS

© 2011 A. S. Vinogradov

Samara State Aerospace University named after academician S. P. Korolyov  
(National Research University)

The paper presents the results of seal tightness calculation during different operation modes in an aircraft engine. The assessment of tightness is carried out along with the calculation of seal ring deformations and identifying the unit vibrating condition.

*Dynamic model, deformations, seal, rigidity, leakage, rotational speed.*

#### Информация об авторах

**Виноградов Александр Сергеевич**, кандидат технических наук, доцент кафедры конструкции и проектирования двигателей летательных аппаратов. Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С. П. Королёва

---

(национальный исследовательский университет). Область научных интересов: торцовые уплотнения, конструкция авиационных двигателей, надёжность машин. E-mail: [fdla@ssau.ru](mailto:fdla@ssau.ru).

**Vinogradov Alexandr Sergeevitch**, candidate of technical sciences, associate professor of the department construction and design of aircraft engines, Samara State Aerospace University named after academician S. P. Korolyov (National Research University), [fdla@ssau.ru](mailto:fdla@ssau.ru). Area of research: face seals, aircraft engine design, reliability of machines.

## ПРОЕКТИРОВАНИЕ УПЛОТНЕНИЯ В СОСТАВЕ СИСТЕМЫ ВНУТРЕННЕГО ВОЗДУХОСНАБЖЕНИЯ АВИАЦИОННОГО ДВИГАТЕЛЯ

© 2011 А. С. Виноградов

Самарский государственный аэрокосмический университет  
имени академика С.П. Королёва  
(национальный исследовательский университет)

Рассматривается алгоритм проектирования уплотнения как элемента общей внутренней воздушной системы двигателя. Алгоритм сочетает расчёты гидравлического сопротивления, теплового состояния, напряжённо-деформированного состояния, параметров авиационного двигателя в разных программных комплексах.

*Система внутреннего воздухообеспечения, уплотнение, утечка, эффективность, методика, алгоритм.*

При проектировании элементов авиационного двигателя составляющие внутренние воздушные потоки (системы) двигателя традиционно рассматриваются отдельно. В зависимости от объекта проектирования могут рассматриваться: система охлаждения турбины, система наддува уплотнений той или иной опоры, система разгрузки радиально-упорного подшипника и т.д. Но все эти системы связаны между собой, их параметры влияют друг на друга, и поэтому логично рассматривать их как единое целое при проектировании уплотнения. Например, в [1–3] говорится о рассмотрении системы как единого целого, но не даёт названия, общепризнанного в настоящий момент. В литературе можно встретить следующие названия: система вторичных воздушных потоков [2], internal air system [1], secondary air system. В данной статье используется рабочее название – система внутреннего воздухообеспечения (далее по тексту – СВВ). Под системой внутреннего воздухообеспечения будем понимать совокупность воздушных потоков, использующих рабочее тело для обеспечения функционирования двигателя и всего летательного аппарата (ЛА), которое отбирается из проточной части авиационного двигателя и непосредственно не используется при создании тяги (мощности).

СВВ состоит из подсистем, каждая из которых выполняет свою собственную функцию. Все подсистемы взаимосвязаны либо напрямую, либо косвенно через газовоздушный тракт двигателя. Взаимовлияние подсистем, например, присутствует при переносе тепла через стенки каналов. Поэтому расчёт некоторых из подсистем целесообразно проводить совместно. В данной работе рассматривалась СВВ, реализованная на моделях двигателя GE90 и двигателя НК-93.

Наличие в воздушных системах одинаковых конструктивных элементов, в которых процессы течения воздуха и теплообмена могут быть описаны соответственно одинаковыми зависимостями, позволяет представить любую сложную систему в виде типовых элементов, соединённых между собой определённым образом. Основными элементами системы внутреннего воздухообеспечения, которые отвечают за разделение сред с различными параметрами рабочего тела и способствуют уменьшению утечек из проточной части двигателя, являются уплотнения.

Целью данной работы является повышение эффективности уплотнения путём разработки методик с учётом:

- взаимовлияния системы внутреннего воздухообеспечения и уплотнений друг на друга;
- теплового состояния деталей двигателя;

- деформированного состояния уплотнительных узлов.

Для исследования работы уплотнений на первом этапе необходимо определить параметры воздуха во всей системе

при известной геометрии каналов и параметрах рабочего тела в местах отбора и выпуска. Фрагмент алгоритма определения параметров СВВ изображён на рис. 1.

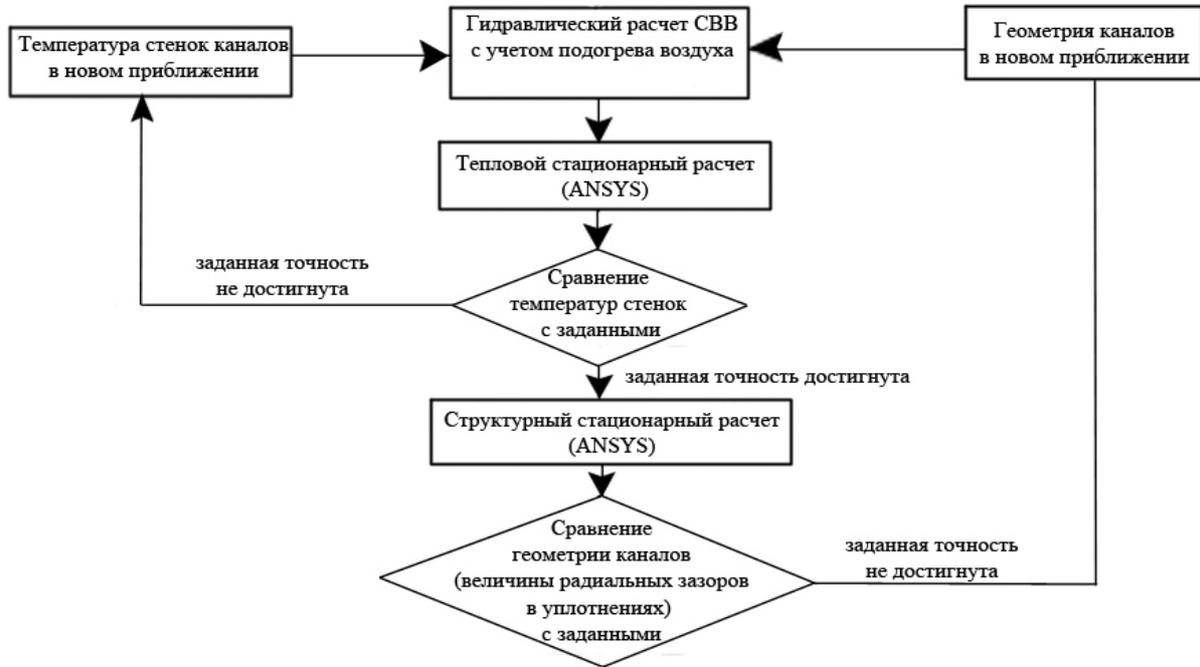


Рис.1. Фрагмент алгоритма расчёта СВВ

Для проведения теплогидравлического расчёта необходимо изучить воздушные системы и построить по ним граф, ветви которого соответствуют охлаждающим каналам, а узлы – местам соединения каналов в единую систему. В данной работе рассматриваются толь-

ко системы, относящиеся к турбине низкого давления (НД).

Итерационность расчёта (рис. 1) появляется в связи с тем, что на начальном этапе расчёта неизвестны значения средних температур стенок каналов.

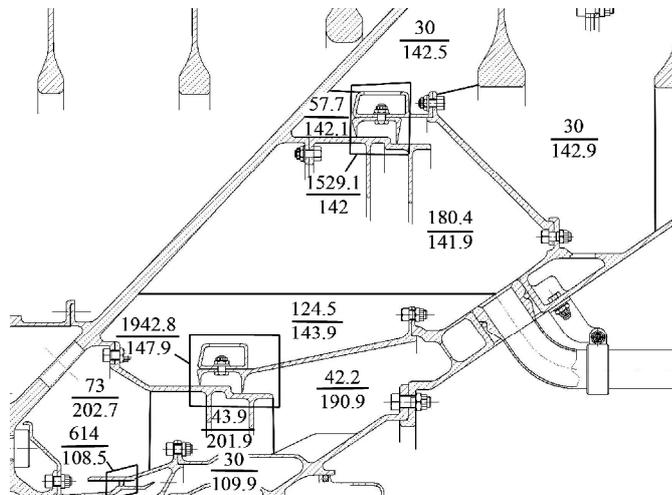


Рис. 2. Фрагмент результатов расчёта параметров системы охлаждения модели двигателя GE90

Далее определяются значения коэффициентов теплоотдачи и средних температур воздуха в каналах, которые необходимы для проведения теплового расчёта. В результате расчёта в ANSYS определяются температурные поля деталей.

Пример определения коэффициентов конвективной теплоотдачи для модели деталей турбины НД двигателя GE90 приведён на рис. 2.

Следующий этап исследования заключается в определении напряжённо-

деформированного состояния деталей каналов и, в частности, деталей уплотнительного узла (рис. 3) и в оценке влияния герметичности уплотнительного узла на параметры эффективности двигателя.

Данная оценка существенно зависит от места положения уплотнения в конструкции двигателя (уплотнения опор компрессора и турбины, уплотнения системы охлаждения и разгрузки, уплотнения проточной части). Это позволило разработать методики оценки уточнения КПД узлов и удельного расхода.

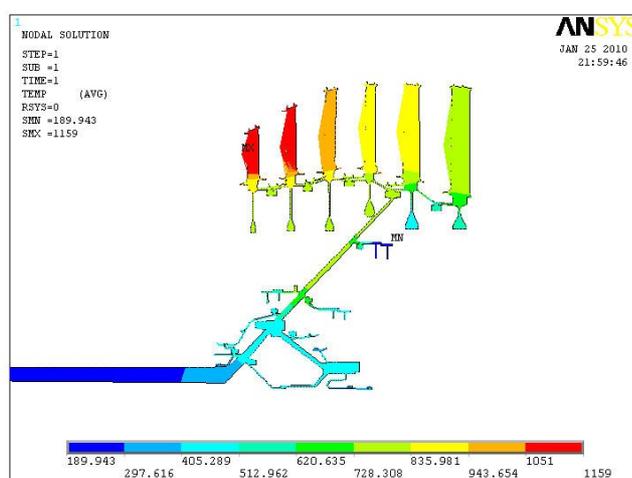


Рис. 3. Распределение температур на максимальном крейсерском режиме модели двигателя GE90

Для рассматриваемой системы двигателя НК-93 проводилась оценка влияния изменения радиального зазора в лабиринтном уплотнении за компрессором на другие уплотнения системы и рассчитывалось температурное состояние системы в целом.

Изменение зазора в уплотнении за компрессором высокого давления (КВД) приводит к изменению утечки закомпрессорного воздуха высокого давления. При рабочей величине зазора эта утечка составляет 0,6%. Большая его часть (0,55%) сбрасывается через статор и лабиринт У1 (рис. 4) в тракт перед рабочим колесом. При снижении утечки за КВД снижается температура уплотнения вала ВД и закомпрессорного уплотнения и увеличивается температура уплотнения У2 (закомпрессорный воз-

дух охлаждает уплотнение, расположенное в горячей зоне). В рабочем состоянии расход воздуха за КВД создаёт такой перепад давлений, что расход воздуха через лабиринт У2 отсутствует. При существенном увеличении расхода через рассматриваемое уплотнение происходит небольшое подмешивание горячего воздуха к охлаждающему. Снижение зазора приводит к снижению утечки закомпрессорного воздуха, что, в свою очередь, приводит к снижению давления в межлабиринтной полости У1-У2 и утечке охлаждающего воздуха в тракт.

На рис. 5 показано влияние утечки воздуха за КВД на расход через уплотнение У2. Видно, что при номинальном значении утечки 0,6% расход через уплотнение практически отсутствует. Снижение утечки приводит к росту расхода через У2 (участок положительного расхода по оси ординат).

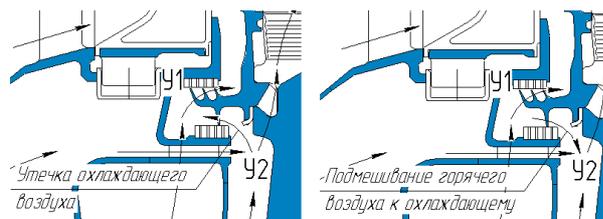


Рис. 4. Возможные течения через уплотнение У2

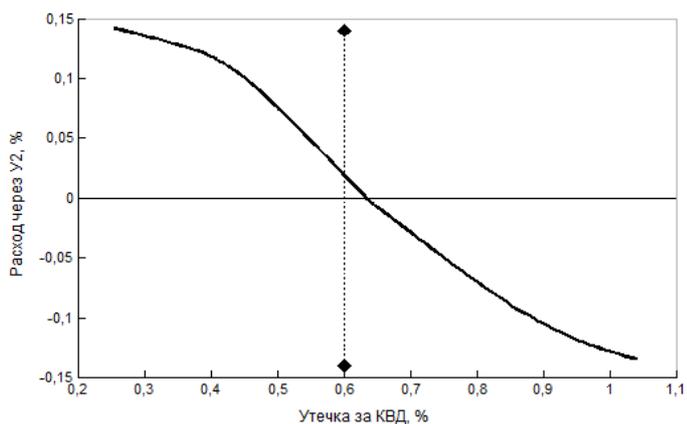


Рис. 5. Влияние утечки закомпрессорного воздуха на расход через уплотнение У2



Рис 6. Фрагмент алгоритма определения влияния герметичности уплотнения на параметры эффективности двигателя

При увеличении утечки наблюдается обратное течение в лабиринте (участок отрицательного расхода по оси ординат), что говорит о подмешивании (рис. 5) горячего воздуха (по сравнению с воздухом, прошедшим аппарат закрутки) к охлаждающему. Также следует отметить, что при изменении расхода через лабиринт за КВД в широких пределах может измениться направление течения воздуха, охлаждающеголицевую сторону диска турбины высокого давления.

Результаты выполненных расчётов позволяют сформулировать окончательную методику определения влияния

герметичности на параметры эффективности АД и ЭУ (рис. 6). Данная методика включает в себя не только теплогидравлический расчёт и расчёт напряженно-деформированного состояния, но и термодинамический расчёт.

Данная методика была реализована при исследовании уплотнения в составе системы разгрузки радиально-упорного подшипника (РУП).

Из рис. 7 видно, что при изменении зазора от 0,6 до 1,8 мм давление в полости разгрузки уменьшается от 183 кПа до 89 кПа (на 51,4%). При этом сила, действующая на РУП, увеличивается на 32 кН.

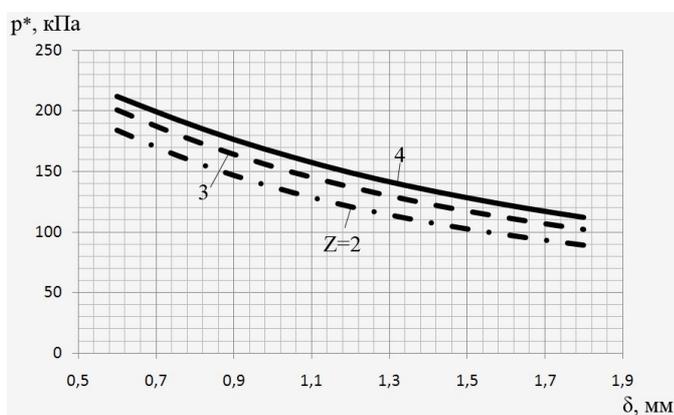
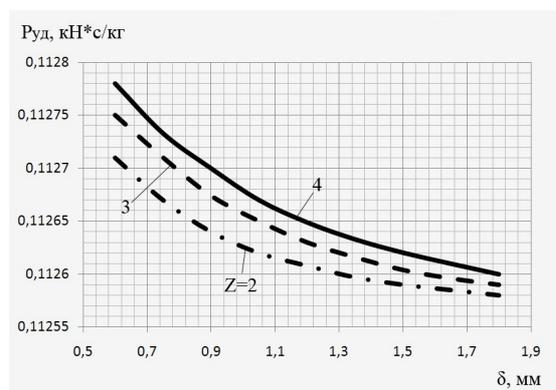


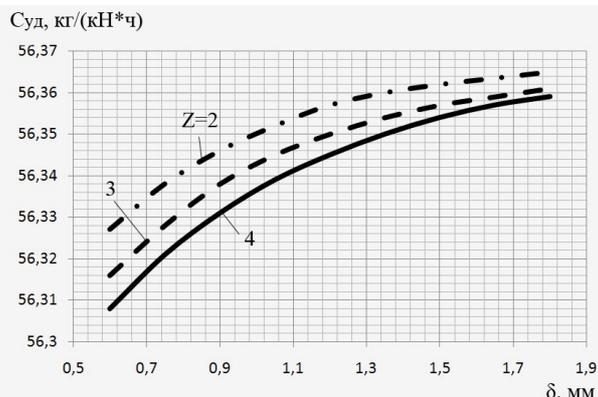
Рис. 7. Влияние геометрических параметров уплотнения на давление в полости разгрузки

При этом следует отметить увеличение удельного расхода топлива на

0,07 % (рис. 8а) и уменьшение удельной тяги на 0,12 % (рис. 8б).



а)



б)

Рис. 8. Влияние геометрических параметров уплотнения на параметры эффективности двигателя

Проводилось исследование изменения радиального зазора в составе уп-

лотнения системы герметизации турбины. Как видно на рис. 9, при изменении герме-

точности уплотнения меняется картина течения в СВВ. Картины течения были разделены по диапазонам величин радиальных зазоров.

При превышении величины радиального зазора 0,52 мм (рис. 9а) происходит нарушение функционирования системы наддува уплотнений масляных полостей. При достижении величины

зазора 0,65 мм (рис. 9б), нарушается функционирование системы герметизации турбины. При величине зазора 1,2 мм (рис. 9в) система наддува уплотнений прекращает функционировать полностью, так как предмаляные полости опор турбин занимает воздух, отбираемый от четвертой ступени КВД с большими значениями температуры и давления.

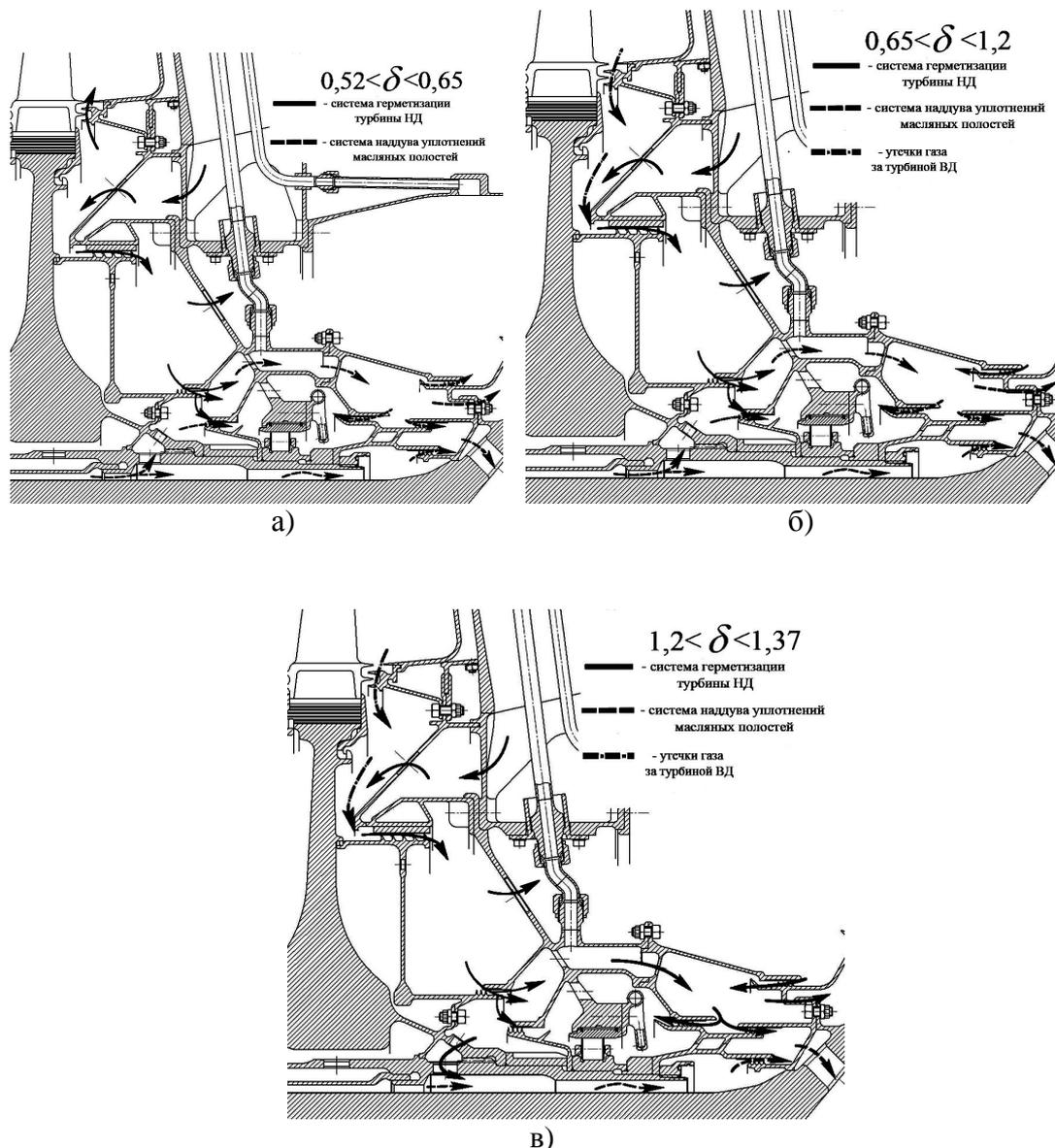


Рис. 9. Картины течения воздуха в СВВ при различных диапазонах величин радиальных зазоров

Данные исследования подтверждают тот факт, что зазоры в уплотнениях, зависящие от целого ряда факторов, оказывают определяющее влияние на эффективность двигателя в целом

(рис. 10). Следовательно, проектирование и установка уплотнений с наиболее выгодными характеристиками является важной задачей. В этом случае возможно вместо имеющих лабиринтных уплотнений использо-

вать уплотнение, разработанное компанией Stein Seal [4, 5].

Фирма Stein Seal изготовила газостатическое уплотнение в комбинации с обычным лабиринтным однозубым уплотнением [1], которое будем называть малорасходным уплотнением. Главным недостатком, ограничивающим применение газостатического подшипника для целей уплотнения, является необходимость установки воздушного (газового) компрессора, развивающего запорное давление, превышающее давление

уплотняемой среды. В малорасходном уплотнении давление уплотняемой среды используется как запорное для наддува газостатического уплотнения, которое располагается после лабиринтного (однозубого), где давление ниже, чем в уплотняемой среде. Перепад давлений, возникающий на однозубом уплотнении, используется также для автоматического поджатия подвижной в осевом направлении статорной части уплотнения к роторной до получения расчётного торцового зазора  $\delta$  между ними.

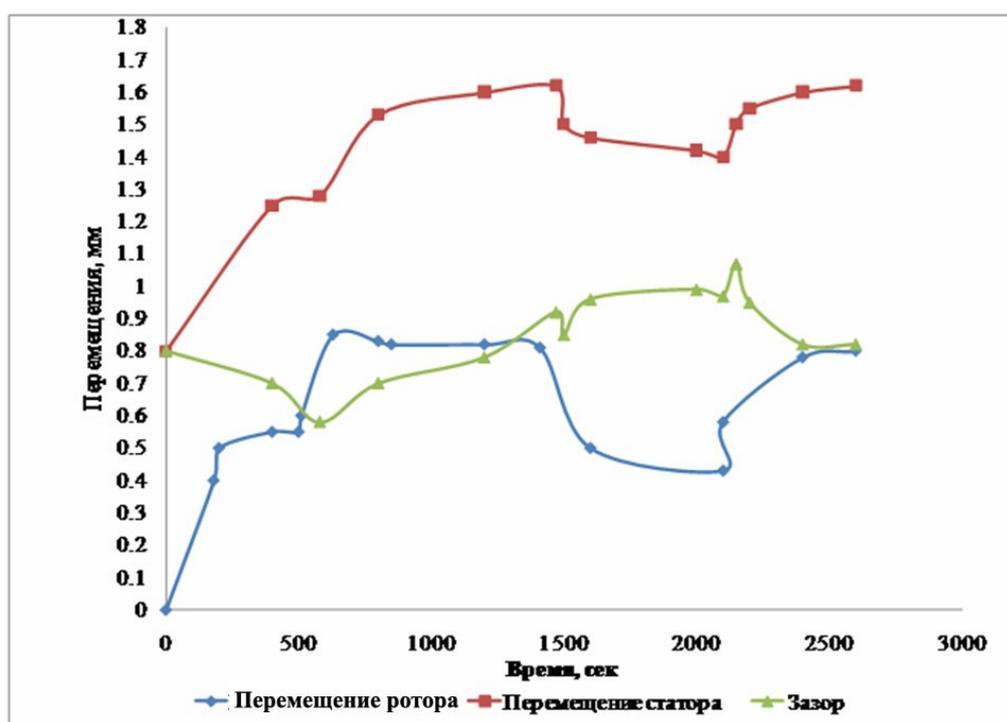


Рис. 10. Изменение зазора при запуске, выходе на земной малый газ, приёмистости, наборе высоты и крейсерском режиме

Конструкция малорасходного уплотнения показана на рис. 11. Утечка воздуха через описанное торцовое уплотнение по сути является расходом,

необходимым для питания газостатического подшипника. Этот расход (утечка) тем меньше, чем меньше уплотнительный зазор  $\delta_T$ , который на рис. 11 показан условно.

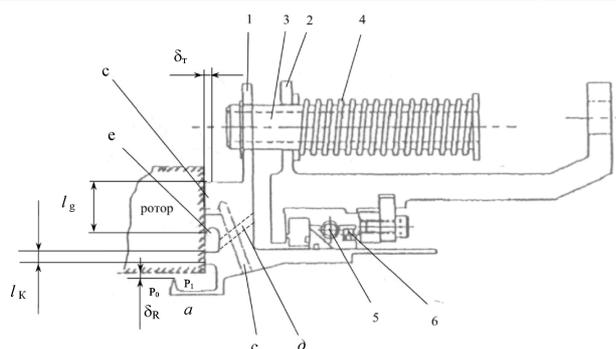


Рис. 11. Конструкция малорасходного уплотнения

Работает уплотнение так:

– на неработающем двигателе давление везде равно атмосферному и стартовое кольцо 1 отведено от торцевой поверхности ротора в осевом направлении пружинами 4 на несколько миллиметров (2–6 мм);

– после запуска двигателя появляется давление газового тракта перед зубом аспиратора «а» и течение воздуха через зазор  $\delta_R$ . Возникающий на зубе «а» перепад давлений воздуха действует на кольцо 1 и начинает подсасывать (пододвигать) кольцо 1 к ротору, преодолевая усилия пружин 9;

– приближение кольца 1 к ротору и образование щели (с зазором  $\delta_T$ ) между ним и ротором сопровождается нарастанием давления в этой щели (в газостатическом подшипнике  $I_g$ ), питаемой по жиклёрным каналам с воздухом с давлением  $P_0$ ;

– уже на режиме малого газа и далее на всех режимах кольцо 1 достигает рабочего положения, т.е. останавливается у ротора при маленьком зазоре  $\delta_T$ , равном 30–60 мкм, в положении статического равновесия, когда силы от перепада давлений на кольцо, действующие справа налево, автоматически уравниваются силой, возникшей в гидростатическом подшипнике и действующей слева направо.

В окончательном варианте конструкции уплотнения Stein Seal [2] получен физический зазор  $d_T = 60$  мкм, что при полученном коэффициенте расхода  $m = 0,75$  соответствует эффективному

зазору  $d_{эф} = m \cdot d_T = 45$  мкм. Относительный эффективный зазор равен

$$\overline{d_{эф}} = \frac{d_{эф}}{D} = 0,0492 \cdot 10^{-3}.$$

Необходимо заметить, что надёжность уплотнения, несмотря на то, что оно задумано как бесконтактное, всё же будет зависеть от возможных торцовых контактов кольца 1 и ротора. Такие, хотя и очень кратковременные, контакты возможны вследствие перегрузок, при перемене режимов работы, газодинамической неустойчивости двигателя, когда возможна пульсация давления в газовом тракте, и т.п. Эти контакты не должны приводить к повреждению уплотнения. Поэтому в уплотнении должны быть подобраны контактирующие со скольжением материалы (или покрытия), обладающие хорошими трибологическими характеристиками в условиях работы уплотнения (главными из которых являются температура и скорость скольжения).

Уменьшение влияния уплотнения в системе герметизации турбин на параметры системы наддува уплотнений масляных полостей при увеличенном значении зазора можно достичь путём «открывания» буферной полости и создания в ней более низкого давления. С другой стороны, это приведёт к повышенным утечкам из предмасляной полости и созданию в ней более низкого давления. Это будет способствовать увеличению расхода из полости герметизации, в которую возможно просочиться горячий газ.

Применение данного подхода проектирования уплотнения позволяет не только скорректировать его параметры по режимам, но и сделать возможным применение перспективных бесконтактных уплотнений

в опорах и в проточной части АД и ЭУ [2, 5, 6].

#### Библиографический список

1. The jet engine [Текст] / Rolls-Royce plc., the technical publication department – Derby, England, 1996. – 292 с.

2. Иноземцев, А.А. Газотурбинные двигатели [Текст]: учебник для вузов в 5-ти т./ А.А. Иноземцев, М.А. Нихамкин, В.Л. Сандрацкий. М. – Машиностроение, 2008.

3. Фалалеев, С.В. Проектирование систем авиационных двигателей с использованием CAD/CAE-пакетов [Текст]: учебное пособие / С.В. Фалалеев, А.С. Виноградов. – Самара: СГАУ, 2007. – 56 с.

4. Белоусов, А.И. Конструкция и проектирование уплотнений вращающихся валов турбомашин двигателей летательных аппаратов [Текст]: учебное пособие / А.И. Белоусов, В.А. Зрелов. – Куйбышев: КуАИ, 1989. – 104 с.

5. Secondary air system model for integrated thermomechanical analysis of a jet engine [Text] / Muller, Yannick // Proceedings of ASME Turbo Expo 2008: Power for Land, Sea and Air. – 2008. – GT2008-50078.

6. An investigation of life extending control techniques for gas turbine engines [Текст] / Wiseman M.W., Guo T. Arlington // Proceedings of the American Control Conference. – 2001.

## DESIGNING A SEAL AS AN ELEMENT OF AIR SECONDARY SYSTEM IN AIRCRAFT ENGINES

© 2011 A. S. Vinogradov

Samara State Aerospace University named after academician S.P. Korolyov  
(National Research University)

The article deals with the algorithm of designing seals as elements of a general air secondary system of the engine. The algorithm combines calculations of hydraulic resistance, thermal condition, stress and deformation condition, aircraft engine parameters in different program complexes.

*Air secondary system, seal, leakage, efficiency, technique, algorithm.*

### Информация об авторах

**Виноградов Александр Сергеевич**, кандидат технических наук, доцент кафедры конструкции и проектирования двигателей летательных аппаратов. Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва (национальный исследовательский университет). Область научных интересов: торцовые уплотнения, конструкция авиационных двигателей, надёжность машин. E-mail: [fdla@ssau.ru](mailto:fdla@ssau.ru).

**Vinogradov Alexandr Sergeevitch**, candidate of technical sciences, associate professor of the department construction and design of aircraft engines, Samara State Aerospace University named after academician S. P. Korolyov (National Research University). E-mail: [fdla@ssau.ru](mailto:fdla@ssau.ru). Area of research: face seals, aircraft engine design, reliability of machines.

## ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ЭФФЕКТА ПАМЯТИ ФОРМЫ В МЕХАНИЗМЕ РАСКРЫТИЯ АЭРОДИНАМИЧЕСКОЙ ПОВЕРХНОСТИ УПРАВЛЯЕМОЙ РАКЕТЫ

© 2011 А. П. Дюпин<sup>1</sup>, В. Г. Пушин<sup>2</sup>

<sup>1</sup>ОАО «ОКБ «Новатор», г. Екатеринбург

<sup>2</sup>ИФМ УрО РАН, г. Екатеринбург

Результаты исследований эффектов памяти формы в сплавах никелида титана применены для практического конструирования узла раскрытия аэродинамической поверхности управляемой ракеты. Проведена оценка работоспособности разработанного узла. Рассмотрены условия функционирования и анализ положительного эффекта применения деталей из материалов с памятью формы во вновь разрабатываемых узлах современных летательных аппаратов.

*Эффект памяти формы, никелид титана, аэродинамическая поверхность, управляемая ракета, материалы с памятью формы.*

**Введение.** В середине XX века в различных странах мира активное развитие получило ракетостроение. Разработанные и принятые на вооружение управляемые ракеты различного назначения располагались и стартовали с пусковых устройств открытого типа. Во второй половине XX века с развитием ракетных технологий управляемые ракеты стали размещать в транспортно-пусковых устройствах (транспортно-пусковые контейнеры, стаканы, гильзы, капсулы), что позволило существенно улучшить эксплуатационные качества ракет и добиться более высоких тактико-технических характеристик ракетных систем в целом. В то же время для этих ракет в транспортно-пусковых устройствах создавались индивидуальные или универсальные носители различного типа (наземные, морские, авиационные), обеспечивающие необходимые габаритно-весовые характеристики управляемых ракет с заданными тактико-техническими данными. В XXI веке ситуация в сфере разработки новых типов вооружений кардинально меняется. Высокая стоимость разрабатываемых перспективных носителей управляемого оружия нового поколения не позволяет создавать большое количество их типов. При этом технические требования к конструкции носителей, предъявляемые при их разра-

ботке для достижения уникальных тактико-технических данных, существенно ограничивают свободное пространство для размещения управляемого оружия. Если эти требования не столь критичны для наземных пусковых установок, то для морских и, в ещё большей степени, для авиационных носителей нового пятого поколения с внутрифюзеляжным размещением управляемого оружия они являются одними из главных. Соответственно, и к современным управляемым ракетам, разрабатываемым для применения с этих носителей и из транспортно-пусковых устройств, предъявляются более жёсткие требования по строгому ограничению габаритно-весовых характеристик.

Улучшение габаритно-весовых характеристик разрабатываемых управляемых ракет может обеспечить применение нетрадиционных конструктивных решений. Например, в основу этих решений могут быть положены научные исследования необычных физических явлений в области материаловедения. К одному из современных направлений научных исследований и практического применения в аэрокосмической отрасли промышленности относится использование высокопрочных сплавов никелида титана с эффектами памяти формы (ЭПФ). В настоящее время для управляемых ракет, стар-

тующих из транспортно-пусковых устройств, применяются механизмы раскрытия аэродинамических поверхностей (рулей и стабилизаторов) различного типа, имеющие существенные для ракет вес и габаритные размеры. Перспективным способом уменьшения габаритно-весовых характеристик разрабатываемых управляемых ракет является применение механизмов раскрытия аэродинамических поверхностей, основанных на эффективных нестандартных физико-механических принципах. К ним, в частности, относится применение деталей из материалов с ЭПФ.

Авторами статьи ставилась задача: используя полученные новые данные при изучении обычных и наноструктурных сплавов с ЭПФ на основе никелида титана [1,2], при разработке механизма раскрытия аэродинамической поверхности применить узел из материала с ЭПФ с целью совершенствования конструкции управляемой ракеты.

**Постановка задачи.** Сплавы с ЭПФ обладают, как известно, необычными физико-механическими свойствами, в частности, уникальными эффектами термоме-

ханической памяти формы [1-6]. С целью уменьшения габаритно-весовых характеристик управляемой ракеты была поставлена задача разработать механизм раскрытия аэродинамической поверхности с применением узла из материала с ЭПФ, разработать конструкцию и принципы функционирования этого механизма. Для решения этой задачи необходимо выбрать сплав с ЭПФ с требуемыми физико-механическими характеристиками, описать физические процессы, происходящие в сплаве, и, наконец, произвести оценку технических характеристик разработанного механизма.

**Устройство разрабатываемого механизма раскрытия аэродинамической поверхности.** На рис. 1 показан внешний вид хвостового отсека управляемой ракеты с разрабатываемым механизмом раскрытия аэродинамической поверхности (в нашем случае здесь и далее аэродинамического руля) и сам механизм раскрытия в конструкции аэродинамического руля. На рис. 1 аэродинамические поверхности ракеты представлены в рабочем (раскрытом) положении.

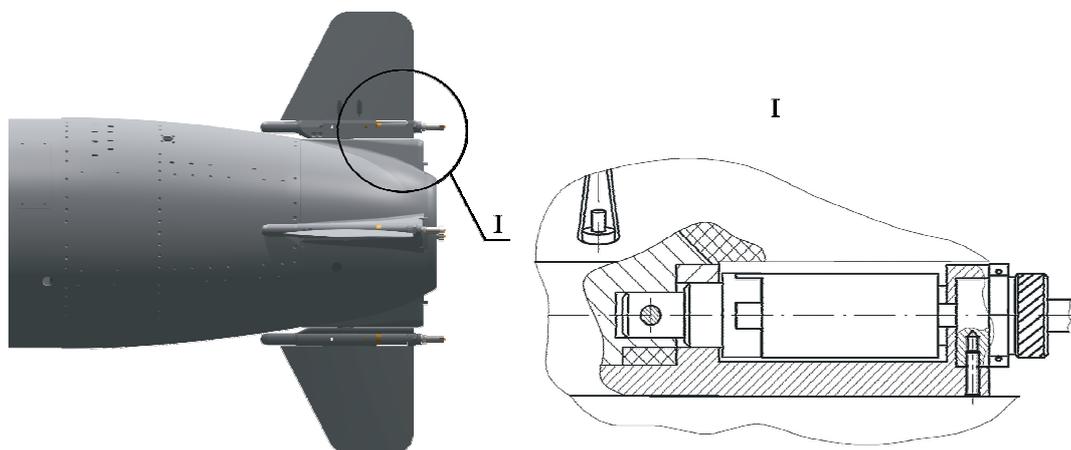


Рис. 1 Хвостовой отсек управляемой ракеты с механизмом раскрытия аэродинамических поверхностей

Предлагаемый механизм раскрытия предназначен для приведения аэродинамической поверхности управляемой ракеты из исходного положения (рассматривается угол сложения аэродинамических поверхностей  $120^\circ$ ) в рабочее по команде системы управления полётом ракеты. На

хвостовом отсеке ракеты располагаются 4 механизма раскрытия в соответствии с количеством рулей. Работа каждого механизма происходит независимо.

Внешний вид и устройство разработанного механизма раскрытия аэродинамической поверхности показаны на рис.2.

Механизм состоит из следующих элементов:

1. Валик (рис. 2, поз. 1), который предназначен для обеспечения механической связи силового элемента с аэродинамической поверхностью руля и поворота её до рабочего положения.

2. Рубашка (рис. 2, поз. 2), которая представляет собой металлический цилиндр с центрирующим выступом и предназначена для обеспечения необходимого температурного режима при работе механизма и предохранения силового элемента от внешних механических повреждений.

3. Силовой элемент (СЭ), выполненный из сплава на основе никелида титана с памятью формы (рис. 2, поз. 3). СЭ предназначен для создания вращательного момента, обеспечивающего раскрытие аэродинамической поверхности руля при его нагреве. В рабочем состоянии СЭ деформирован путём кручения вдоль своей оси на заданный угол. Кручение СЭ осуществляется при его изготовлении со стороны крепления к валику. Второй конец СЭ практически не деформирован. Крепление СЭ к валику осуществляется сварным соединением. Угол кручения задаётся для каждой конструкции индивидуально (в данном случае  $120^\circ$ ).

4. Термитный заряд (рис. 2, поз. 4), предназначенный для обеспечения нагрева СЭ до рабочей температуры (выше температуры конца обратного мартенситного перехода (Ак) при нагреве) и передачи количества тепла, необходимого для совершения работы по раскрытию аэродинамического руля. Термитный заряд представляет собой малогазовый пиротехнический состав смесового топлива со следующими основными техническими характеристиками: теплота горения  $Q_{гор} = 0,96$  ккал/г, температура горения  $T \approx 2560^\circ \text{C}$ , время горения заряда от 0,1 до 2 сек [7].

5. Шайба (рис. 2, поз. 5), предназначенная для крепления СЭ на основании руля. СЭ крепится со стороны недеформированного конца к шайбе сварным соединением. Шайба с присоединённым СЭ

устанавливается на основании в специальный карман и фиксируется винтом.

6. Электровоспламенитель (рис. 2, поз. 6), который предназначен для задействия термитного заряда. Впрочем, вместо электровоспламенителя при необходимости может быть применён и пировоспламенитель ударного (накольного) типа.

7. Электроразъём (рис. 2, поз. 7), предназначенный для передачи электрического сигнала команды на задействие механизма раскрытия.

Термитный заряд, электровоспламенитель и электроразъём входят в состав пиротехнического элемента (ПЭ), который является стандартизованным устройством. Выбор его конструкции и конкретных технических характеристик приводится в специальной литературе.

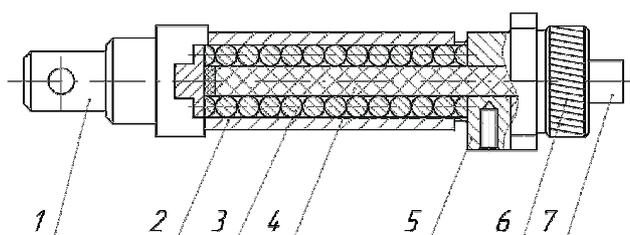


Рис. 2 Внешний вид и устройство механизма раскрытия аэродинамической поверхности

**Работа разрабатываемого механизма раскрытия.** В основе работы разработанного механизма раскрытия аэродинамической поверхности лежит принцип реализации эффекта памяти формы при нагреве в сплаве с ЭПФ на основе никелида титана (Ti-Ni), из которого изготовлен СЭ. На рис. 3 показан хвостовой отсек управляемой ракеты со сложенными аэродинамическими поверхностями и механизмами раскрытия до начала работы и

после окончания работы механизма раскрытия.

Работа узла раскрытия происходит следующим образом. Аэродинамические поверхности находятся в сложенном состоянии с углом сложения  $120^\circ$ . При подаче электросигнала на узел раскрытия приводится в действие электровоспламенитель пиротехнического термитного заряда. Задействованный пиротехнический заряд, сгорая с температурой, превышающей рабочую температуру СЭ с ЭПФ, передаёт ему необходимое количество тепла для реализации эффекта памяти формы. Силовой элемент при нагреве испытывает обратное мартенситное превращение и псевдоупругую мартенситную деформацию, восстанавливая свою первоначаль-

ную форму (приданную ей до деформации). При этом СЭ совершает механическую работу, поворачивая валик со стороны деформированного конца на угол  $120^\circ$  вокруг своей оси. Таким образом, происходит раскрытие аэродинамических поверхностей. Кроме того, избыточным давлением газа выбивается основание ПЭ с электровоспламенителем и электромагистралью, происходит обрыв электрической связи механизма раскрытия с бортом. Так как СЭ является жёстким по физическому состоянию узла после реализации однократного ЭПФ, он одновременно выполняет и дополнительную функцию стопорения аэродинамической поверхности руля во время полёта управляемой ракеты.

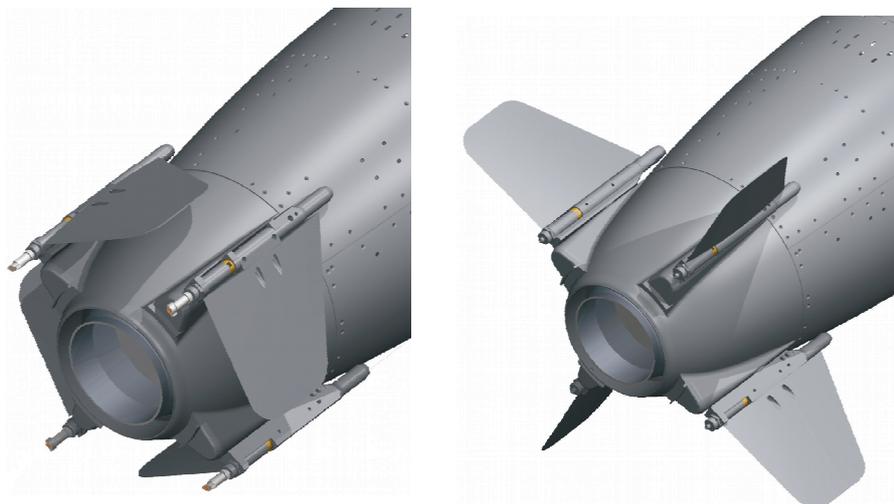


Рис. 3 Хвостовой отсек управляемой ракеты до начала и после окончания работы механизмов раскрытия аэродинамических поверхностей

**Выбор сплава с памятью формы для изготовления силового элемента. Принцип реализации памяти формы. Получение заданных характеристик ЭПФ для использования в узле механизма раскрытия.** Существует целый ряд сплавов, обладающих памятью формы – Cu-Al-Ni, Cu-Zn-Al, Cu-Zn-Sn и др. [3-6]. Однако наибольшее практическое применение получил сплав на основе Ti-Ni. Это обусловлено тем, что сплавы никелида титана с памятью формы имеют самые высокие прочностные и пластические свойства, уникальные по величине эффекты термомеханической памяти (однократ-

ной и обратимой памяти формы, сверхупругости, демпфирования и др.), высокую надёжность, механоциклическую, механотермическую и термоциклическую долговечность, свариваемость, коррозионную стойкость, отличаются простотой химического состава и технологичностью его получения и обработки [1-6]. В [5] широко описаны примеры разработанных конструкций с применением узлов из материалов ЭПФ в различных механизмах и приборах, созданных в России, США и Японии. Ряд этих устройств был применён в аэрокосмической области и, в частности, в ряде современных летательных аппаратов.

В основе уникального поведения сплавов с памятью формы на основе никелида титана лежат термоупругие мартенситные превращения, вызванные внешними воздействиями на эти сплавы, такими, как температурное воздействие ( $T$ ), деформация ( $\varepsilon$ ), силовое нагружение ( $\sigma$ ) или их совокупность. При этом в сплавах происходят структурные фазовые бездиффузионные переходы из аустенитного состояния ( $A$ ) в мартенситное ( $M$ ) и из мартенситного состояния в аустенитное. Фазовый переход из аустенитного ( $A$ ) состояния в мартенситное ( $M$ ) называется прямым фазовым переходом ( $A \rightarrow M$ ), а переход из мартенситного состояния в аустенитное ( $M \rightarrow A$ ) – обратным. Аустенитное состояние сплава является высокотемпературным, в аустенитной фазе сплав проявляет повышенную прочность и жёсткость. Мартенситное состояние сплава является низкотемпературным, в мартенситной фазе сплав имеет меньшую прочность по отношению к аустенитной фазе.

Термоупругое мартенситное превращение является физически, геометрически и термически обратимым деформационным процессом. Геометрическая обратимость термоупругих мартенситных превращений подразумевает обязательный (гарантированный) полный (100%) возврат неупругой деформации при нагреве.

При термоупругих мартенситных переходах в сплавах никелида титана, главным образом, наблюдаются три типа эффектов: деформационные, силовые и температурные. Поведение сплавов никелида титана под воздействием внешних факторов как по отдельности, так и в совокупности подробно описано в [1-6]. Одним из наиболее практически важных эффектов является эффект памяти формы.

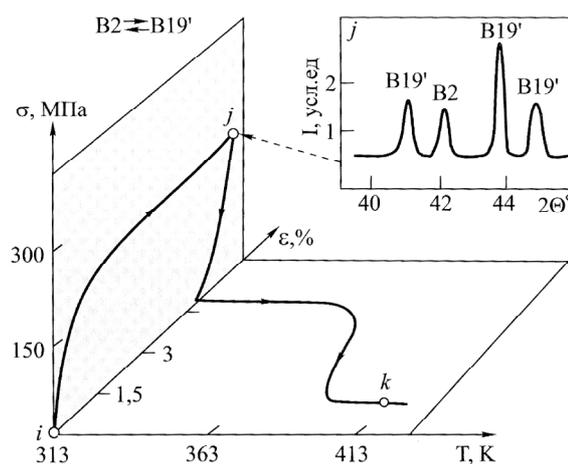


Рис. 4 Зависимость деформации  $\varepsilon$  от температуры  $T$ , эффект памяти формы

Эффект памяти формы — способность сплава частично или полностью возвращать приобретённую ранее, в мартенситном состоянии, деформацию и соответственно восстанавливать первоначальную форму при нагреве. На рис. 4 показана зависимость деформации  $\varepsilon$  от температуры  $T$ , критических температур начала и конца прямых ( $M_n$ ,  $M_k$ ) и обратных ( $A_n$ ,  $A_k$ ) мартенситных превращений образца с ЭПФ (собственно сам эффект памяти формы). Если при нагреве препятствовать этому возврату, то неупругая деформация неизбежно переходит в упругую, а по достижении предела текучести переходит и в пластическую деформацию. При этом материал начинает генерировать реактивные напряжения  $S_r$ . При генерации напряжений сплав либо совершает работу над внешней средой (до предела текучести  $S_T$ ), либо производит деформацию самого себя. Иначе говоря, образец сплава при подводе тепла способен совершать механическую работу. В нашем случае СЭ при возврате деформации обеспечивает разворот валика (рис. 2, поз. 1) по оси сложения аэродинамической поверхности руля и, соответственно, разворот руля на угол, заданный при первоначальной деформации СЭ.

Изготовление СЭ с заданными характеристиками из сплава никелида титана в настоящий момент является технологически отработанным процессом и происходит следующим образом. Первоначаль-

чально проволока необходимой толщины для изготовления СЭ получается одним из методов с последующей термо-механической обработкой, описанных в [2,8,9]. При нагреве выше температуры конца обратного мартенситного перехода  $A_k$  из неё получают путем механической навивки на технологический эталон СЭ по форме цилиндра с последующим охлаждением до комнатной температуры. После чего производится необходимая механическая обработка и деформация СЭ путём медленного закручивания его вокруг своей оси на заданный угол (угол сложения аэродинамических поверхностей).

**Оценка работоспособности разрабатываемого механизма.** Наиболее важными техническими характеристиками разрабатываемого механизма являются: рабо-

чий диапазон температур; время работы механизма (время реализации эффекта памяти формы); величина момента силы, создаваемого СЭ при раскрытии аэродинамической поверхности руля; синхронность срабатывания всех механизмов раскрытия.

Оценка технических характеристик была выполнена по методикам, приведённым в [5,10-12].

Расчёт проводился для единичного составного СЭ с геометрическими размерами: длина 90 мм, внешний диаметр 32 мм, внутренний диаметр 24 мм. Аэродинамическая плоскость руля управляемой ракеты имеет площадь поверхности 0,115 м<sup>2</sup>, скорость полёта управляемой ракеты дозвуковая.

Таблица 1. Предельные свойства TiNi с ЭПФ

	Характеристика	Значение
1	Модуль упругости, ГПа	34-83
2	Рабочее поле напряжений, МПа	70-690
3	Предел прочности, МПа	500-2700
4	Предел текучести, МПа	50-2000
5	Коэффициент Пуассона	0,33-0,48
6	Коэффициент теплового расширения, К <sup>-1</sup>	(6-12)×10 <sup>-6</sup>
7	Относительное удлинение, %	5-100
8	Степень реализации ЭПФ, %	95-100
9	Плотность, г/см <sup>3</sup>	6,4
10	Удельное электросопротивление, мкОм/м	0,7-1,0
11	Сверхупругая деформация, %	2-15
12	Реактивное сопротивление, МПа	300-1500
13	Температурный гистерезис превращения, °С	5-100
14	Удельная теплоёмкость, Дж/кг*К	500
15	Интервал температур реализации МП и ЭПФ, °С	-196÷700
16	Циклическая долговечность ЭПФ	10 <sup>5</sup> -10 <sup>7</sup>

Для расчёта параметров принимались во внимание предельные характеристики сплава никелида титана, приведённые в [1-6] и сведённые в табл. 1. Следует отметить, что в работах авторов [1,2,8,9] и последующих работах [13,14] для сплавов никелида титана, имеющих нанокристаллическую структуру, были получены более высокие прочностные показатели, более ярко выраженные по значениям и по-

казателям эффекты памяти формы и силовые эффекты.

Температурный рабочий диапазон в интервале температур начала и конца обратного мартенситного перехода и реализации эффекта памяти формы ( $A_n-A_k$ ) задавался подбором химического состава сплава. В общем виде он имеет общую химическую формулу  $Ni_xTi_xMe$ . Влияние химических элементов - стабилизаторов и дестабилизаторов ( $Me$ ) на свойства сплава

ЭПФ и механизмы варьирования ими подробно описаны в [1].

Исходя из технических требований к разрабатываемым средствам поражения, диапазон температур функционирования управляемых ракет должен составлять от  $-50^{\circ}$  до  $+50^{\circ}$  С. Выбранный сплав имеет рабочую температуру  $+100^{\circ}$ С, т.е. срабатывание разработанного механизма не произойдет при температурах менее  $100^{\circ}$ С, что удовлетворяет техническим требованиям. В то же время ПЭ коротковременно (в течение 0,2-2 с) способен нагреть СЭ до высоких температур, что также обеспечивает гарантированный нагрев СЭ до рабочей температуры.

Для существующих механизмов раскрытия установлено время работы в пределах 0,25–0,4 с. Проведенные расчеты показывают, что время работы разработанного механизма хотя и зависит от температуры окружающей среды, но находится в допустимых пределах и сопоставимо со временем работы существующих механизмов раскрытия.

В процессе начала полета управляемой ракеты до момента раскрытия рулей на аэродинамические поверхности ракеты действует аэродинамический момент,

препятствующий раскрытию и достигающий значений  $100 \text{ Н}\cdot\text{м}$  [11]. Момент раскрытия аэродинамической поверхности, создаваемый механизмом раскрытия, по значению больше, чем действующие внешние аэродинамические силы, что обеспечивает гарантированное раскрытие аэродинамической поверхности руля.

При работе любого механизма раскрытия рулей существенным параметром является синхронность срабатывания всех механизмов. Достижение одновременной работы механизмов обеспечивается строгим соблюдением технологии получения первоначального передела, его правильной термо-механической обработкой и изготовлением всех силовых элементов из одной первоначальной партии плавки. Существующий разброс по времени срабатывания всех СЭ незначителен, не влияет на общие характеристики и обусловлен существующей малой неоднородностью химического состава качественного сплава.

В табл. 2 сведены результаты оценки работоспособности разработанного механизма при температурах окружающей среды  $-50^{\circ}$ ,  $0^{\circ}$ ,  $+50^{\circ}$ С.

Таблица 2. Оценка основных параметров СЭ (расчетные данные)

Геометрические размеры СЭ, Ø внешний, мм Ø внутренний, мм длина, мм	Масса СЭ, кг	Масса механизма раскрытия, кг	Температура окружающей среды, град. С	Момент раскрытия, создаваемый СЭ, Н•м	Время реализации эффекта памяти формы, сек
32x24x90	0,2	0,4	-50	900	0,3
			0	900	0,2
			+50	900	0,17

Полученные результаты демонстрируют принципиальную возможность создания и применения разработанного механизма раскрытия аэродинамических плоскостей в составе вновь разрабатываемых или модифицируемых управляемых ракет.

**Выводы.** Разработана конструкция механизма раскрытия аэродинамической

поверхности руля управляемой ракеты на эффективном нетрадиционном принципе, в котором используется силовой элемент из сплава с памятью формы на основе никелида титана. Описана работа данного узла. Обоснован принцип реализации памяти формы в силовом элементе. Проведена оценка работоспособности разработанного механизма.

Применение нетрадиционных нестандартных конструктивных решений при разработке современных управляемых ракет и других подобных средств поражения позволяет уменьшить их габаритно-весовые характеристики, что в конечном итоге приведёт к улучшению тактико-технических данных средства поражения и, соответственно, к выигрышу в технических характеристиках по сравнению с аналогичными средствами поражения вероятного противника.

### Библиографический список

1. Пушин В.Г., Дюпин А.П. и др. Сплавы никелида титана с памятью формы. Ч.1. Структура, фазовые превращения и свойства. – Екатеринбург: УрО РАН, 2006.
2. Дюпин А.П., Пушин В.Г. Методы получения микро- и нанокристаллических сплавов с эффектами памяти формы на основе никелида титана. Применение этих сплавов. // XXVI Российская школа "Наука и технологии" (Миасс, 27–29 июня 2006 г.): сб. трудов / М.: РАН, 2006. Т. 2. С. 171-181.
3. Ооцука К., Симидзу К., Судзуки Ю. и др. Сплавы с эффектом памяти формы. М.: Металлургия, 1990. 222 с.
4. Хачин В.Н., Пушин В.Г., Кондратьев В.В. Никелид титана: структура и свойства. М.: Наука, 1992. 161 с.
5. Материалы с эффектом памяти формы. Справочное издание; под ред. В.А. Лихачева, Изд-во НИИХ СПбГУ, 1997-1998. в 4-х томах.
6. Пушин В.Г., Кондратьев В.В., Хачин В.Н. Предпереходные явления и мартенситные превращения. Екатеринбург: УрО РАН, 1998. 368 с.
7. Фахрутдинов И.Х., Котельников А.В. Конструкция и проектирование РДТТ. М.: Машиностроение, 1987. 325 с.
8. Пушин В.Г., Валиев Р.З., Гундеров Д.В., Дюпин А.П. и др. Синтез наноструктурных сплавов никелида титана с памятью формы комбинированными методами интенсивной деформации и отжига // II Международная школа «Физическое материаловедение» (Тольятти, 6-10 февраля 2006 г.): сб. тезисов / Тольятти, ТГУ, 2006. С. 208.
9. Дюпин А.П., Коуров Н.И., Кунцевич Т.Э., Пушин В.Г. Разработка и исследование новых наноструктурных сплавов на основе никелида титана, полученных быстрой закалкой расплава // II Международная школа «Физическое материаловедение» (Тольятти, 6-10 февраля 2006 г.): сб. тезисов / Тольятти, ТГУ, 2006. С. 207.
10. Авдуевский В.С., Данилов Ю.И. и др. Основы теплопередачи в авиационной и ракетной технике. М.-И: Оборонгиз, 1960. 389 с.
11. Архангельский И.И., Афанасьев, П.П. Светлов В.Г. и др. Проектирование зенитных управляемых ракет. М.-И: МАИ, 2001. 732 с.
12. Голубев И.С., Самарин А.В. Проектирование конструкций летательных аппаратов. М.: Машиностроение, 1991. 512 с.
13. Дюпин А.П., Куранова Н.Н., Пушин В.Г., Валиев Р.З. Влияние интенсивной пластической деформации кручением на структуру и свойства сплавов на основе никелида титана с эффектами памяти формы // Изв. РАН. Сер. Физическая. 2008. Т.72., №4. С. 583-585.
14. Пушин В.Г., Лотков А.И., Колобов Ю.Р., Валиев Р.З., Дударев Е.Ф., Куранова Н.Н., Дюпин А.П., Гундеров Д.В., Бакач Г.П. О природе аномально высокой пластичности высокопрочных сплавов никелида титана с эффектами памяти формы I, II // ФММ. 2008. Т. 106. №5. С. 537-547, 2009. Т. 107. №3. С. 316-330.

## APPLICATION OF THE SHAPE MEMORY EFFECT IN AN AERODYNAMIC SURFACE DEPLOYMENT UNIT OF GUIDED MISSILE

© 2011 A. P. Dyupin<sup>1</sup>, V. G. Pushin<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Experimental machine-design bureau «Novator», Yekaterinburg

<sup>2</sup>Russian Academy of Science, the Ural Branch, Institute of Physics of Metals, Yekaterinburg

The results obtained during the investigation of the shape memory effect in NiTi alloys have been applied in practical designs of the aerodynamic surface deployment unit of a guided missile. The subjects under discussion are estimation of the efficiency of the developed unit, operating conditions, and analysis of successful application of components made of materials with the shape memory effect in newly developed units of the latest aircraft.

Shape memory effects, shape memory alloy, aerodynamic surface deployment, guided missile.

### Информация об авторах

**Дюпин Александр Петрович**, соискатель ИФМ УрО РАН, ведущий инженер-конструктор. ОАО «ОКБ «Новатор», г. Екатеринбург. Область научных интересов: новые нанокристаллические материалы с памятью формы и их применение в ракетной технике.

**Пушин Владимир Григорьевич**, доктор физико-математических наук, заведующий лабораторией цветных сплавов, руководитель отдела электронной микроскопии ЦКП «ИЦ НПМ». ИФМ УрО РАН, г. Екатеринбург. Область научных интересов: физика прочности и пластичности, структурные и фазовые превращения, физические методы исследования. E-mail: [pushin@imp.uran.ru](mailto:pushin@imp.uran.ru).

**Dyupin Aleksander Petrovitch**, design engineer, Experimental machine-design bureau «Novator», Yekaterinburg. Area of research: new shape-memory nanotechnological materials and their application in rocket engineering.

**Pushin Vladimir Grigoryevitch**, doctor of physical and mathematical sciences, head of laboratory of nonferrous alloys, Russian Academy of Science, the Ural Branch, Institute of Physics of Metals, Yekaterinburg. E-mail: [pushin@imp.uran.ru](mailto:pushin@imp.uran.ru). Area of research: physics of durability and plasticity, structural and phase transformations, physical methods of research.

## ДИАГНОСТИКА ПИЛОТАЖНО-НАВИГАЦИОННЫХ КОМПЛЕКСОВ НА ЭТАПЕ ПРОИЗВОДСТВА САМОЛЁТОВ

© 2011 А. Н. Коптев, А. В. Кириллов

Самарский государственный аэрокосмический университет  
имени академика С. П. Королёва  
(национальный исследовательский университет)

Рассмотрена проблема диагностики пилотажно-навигационных комплексов на этапе производства самолётов. На основе тензорной методологии предложены методы представления структуры комплекса и его систем, позволяющие существенно упростить алгоритм формирования диагностируемых параметров и применять новые подходы к диагностике пилотажно-навигационных комплексов. В качестве примера рассматривается пилотажно-навигационный комплекс самолёта АН-140.

*Пилотажно-навигационный комплекс, диагностика, динамический контроль, производство летательных аппаратов, математическое моделирование, теория образов, тензорный анализ сетей.*

В настоящее время происходит непрерывный процесс совершенствования авиационного оборудования в соответствии с постоянно усложняющимися задачами, решаемыми современными авиационными пилотажно-навигационными комплексами (ПНК). Совместное применение пилотажного комплекса (ПК) и навигационного комплекса (НК) позволяет объединить навигацию и пилотирование в единый процесс управления полётом самолёта.

В составе ПНК пилотажный комплекс является управляющей системой, обеспечивающей стабилизацию положения самолёта относительно центра масс и исполнение команд экипажа или НК для управления полётом по заданной пространственно-временной траектории. ПК выдаёт управляющие механические воздействия как на рулевые приводы, перемещающие воздушные рули, так и на сектор газа, регулирующий тягу двигателей.

В качестве информационной системы используется НК, представляющий собой автоматизированный комплекс взаимосвязанных технических средств, обеспечивающих выполнение всей совокупности навигационных функций с представлением экипажу данных, необходимых для управления центром масс самолёта.

Одновременно эти данные вводятся в систему автоматического управления полётом. Основными навигационными функциями, выполняемыми НК, являются:

- запоминание информации о требуемой траектории движения самолёта;
- измерение текущих значений действительных параметров движения самолёта;
- определение рассогласования между действительным и требуемым законами движения самолёта и формирование управляющих воздействий, обеспечивающих реализацию требуемой траектории движения.

С развитием авиации, ростом числа и сложности задач существенно повысились требования к информационному обеспечению полёта. Эксплуатационные характеристики современного самолёта определяются не только техническим уровнем его планера и двигательной установки, но и в большой степени совершенством бортового оборудования. Это оборудование должно обеспечивать высокоточную четырёхмерную навигацию, посадку в сложных метеоусловиях, всесторонний контроль, диагностику и локализацию отказов бортовой аппаратуры, информационную разгрузку экипажа.

В середине 70-х годов завершился процесс формирования предпосылок перехода бортового оборудования ПНК на цифровые средства передачи и обработки информации, что потребовало нового принципа организации его структуры. Широкое применение в авиации цифровой вычислительной техники породило и новые проблемы проектирования бортовых комплексов оборудования на базе различных способов объединения вычислительных средств в единую систему. В этих условиях особенно актуальными стали выбор функционально-структурного облика бортового оборудования, а также разработка эффективного математического и программного обеспечения, необходимого для его функционирования.

В настоящее время уже существует несколько поколений базовых интегрированных комплексов авионики [1, 2, 3,].

Первое поколение – комплекс стандартного цифрового пилотажно-навигационного оборудования (КСПНО), установленный на самолётах В-757/767, А-320, ИЛ-96, ТУ-204, АН-74, Ан-140, период разработки – 1980 – 1993 гг.

Второе поколение – интегрированные комплексы бортового оборудования (ИКБО-95), установленные на самолётах В-777, Бе-200, ТУ-214, ТУ-204-300, ТУ-334, АН-148, период разработки – 1995 – 2003 гг.

Третье поколение – (ИКБО-2005), установленные на самолётах А-380, период разработки – 2005 – 2006 гг.

Возросшая сложность ПНК привела к необходимости совершенствования процессов производства, подразумевающего внедрение современных технологических процессов изготовления и контроля продукции, без чего принципиально невозможно создавать сложную техническую систему на уровне современных требований.

В условиях сильной конкуренции на мировом рынке авиационной продукции российским авиастроительным предприятиям необходимо искать пути снижения стоимости и повышения качества изго-

товления самолётов. В качестве одного из таких направлений можно выделить переход на новые совершенные технологические процессы сборки и автоматизированной отработки бортовых комплексов оборудования, в частности, систем пилотажно-навигационных комплексов.

Трудоёмкость изготовления и отработки систем ПНК составляет более 50% от общей трудоёмкости изготовления всего самолёта. Поэтому требуется совершенствование методов и средств для выполнения этих работ, позволяющих повысить производительность труда за счёт автоматизации технологических процессов.

Применяемые в настоящее время специализированные системы инструментального контроля ПНК требуют больших затрат времени высококвалифицированных специалистов и не обеспечивают объективного контроля и быстрого поиска неисправностей. В связи с этим существует комплексная проблема контроля систем и агрегатов ПНК, решение которой требует наличия объективных высокопроизводительных и надёжных средств контроля.

Следует отметить, что этому вопросу в отечественной литературе уделено недостаточно внимания. Число работ, посвящённых производственному контролю как составной части всех технологических процессов изготовления самолётов, невелико. К ним относятся труды А. Н. Коптева, В. А. Прилепского, Д. В. Гольдена, В. И. Сагунова, Г. М. Загруднинова, Б. Г. Соловьёва. Анализ проблемы показывает, что в серийном производстве отсутствуют достаточно эффективные автоматизированные средства контроля сложных бортовых комплексов оборудования, которые могли бы применяться на всех этапах производства от входного контроля до лётно-испытательной станции и в процессе эксплуатации без предъявления специальных требований к борту самолёта.

Главной проблемой при отработке всего ПНК как единой бортовой системы, выполняющей конкретные задачи, является отсутствие полной динамической про-

верки работоспособности комплекса в наземных условиях. Достаточный уровень качества достигается путём отработки бортовых систем после проведения серии испытательных полётов.

Большое число испытательных полётов и их высокая стоимость делают лётные испытания весьма затратными для авиастроительных предприятий. В этом смысле при условии, что лётные испытания являются неотъемлемой частью производства самолёта, крайне важно стремиться максимально снизить объём внеплановых (повторных) полётов за счёт внедрения более совершенных методов и средств наземной отработки самолёта и его бортовых систем.

Для решения этой проблемы необходимы принципиально новые технологии контроля и диагностики систем и агрегатов ПНК на этапе сборки и монтажа, подразумевающие получение полной динамической картины состояния объекта контроля. В статье рассмотрены основы организации подобных методик диагностики.

В случае ПНК в целом вид системы уравнений для оценки его технического состояния неизвестен, и задача заключается в том, чтобы найти эту систему уравнений, которая в общем случае имеет вид математической модели, представляющей функцию

$$Y' = f(x'_1, x'_2, \dots, x'_n, n_1, n_2, \dots, n_m),$$

где  $n_1, n_2, \dots, n_m$  – внутренние параметры модели, адекватные параметрам регулярной структуры оригинала и его аппаратной реализации.

При этом к числу варьируемых параметров  $x'_1, x'_2, \dots, x'_n$  отнесены все учитываемые внешние факторы и параметры диагностируемого объекта, а к числу искомым параметров относят внутренние параметры модели  $n_1, n_2, \dots, n_m$ , связывающие факторы  $x'_1, x'_2, \dots, x'_n$  с показателем  $Y'$  наиболее правдоподобным отношением.

Подход к объектам контроля должен быть формализованным и основанным на

положении о том, что любая сложная система представляет собой  $n$ -й набор составных элементов, которые можно рассматривать как образующие [4]. Под образующими следует понимать объекты, стандартные блоки, типичные элементы. Однако это не значит, что любая образующая является элементарной единицей (для электрических цепей – ёмкость или индуктивность).

Так, например, ПНК как объект в целом, можно разделить на следующие образующие: система управления, навигационное оборудование, система определения воздушно-скоростных параметров полёта, курсовая система. В свою очередь каждая из этих образующих раскладывается на свои составные образующие: вычислительные блоки, исполнительные механизмы, датчики, соединительные жгуты, распределительные узлы и т. д.

Таким образом, образующие представляют собой компоненты ПНК – носители информации. Множество всех образующих комплекса  $K$  запишем в виде

$$K = \cup K^a,$$

где  $K^a$  – непересекающиеся классы образующих,

$a$  – общий индекс класса образующих.

При этом любая образующая обладает обобщённым набором свойств, который можно разделить на три группы: признаки, связи, идентификатор [4].

Признак – это какая-либо количественная характеристика образующей. Образующая может обладать сколь угодно большим набором признаков, однако для оценки её состояния может быть достаточно анализ только части этого набора.

Связь – это свойство образующей, характеризующее её способность вступать во взаимодействие с другими образующими в составе регулярных структур – конфигурации. Множество связей всякой образующей формирует структуру связей, которая является системной основой ПНК.

В дополнение к свойствам образующих необходим также идентификатор или

имя для того, чтобы иметь возможность различать используемые в ПНК образующие (в том числе и для различения, когда несколько одинаковых образующих входят в состав одного объекта).

Введём одно из важнейших для представления ПНК понятий: структурное объединение стандартных блоков (образующих), задействованных для решения конкретной пилотажно-навигационной задачи. Это отношение представляет собой конфигурацию, которая определяется составом и структурой.

Полный набор конфигураций для решения всего комплекса задач ПНК позволяет построить его математическую модель в виде

$$T = J(k) / R = \langle K, S, \Sigma, r \rangle,$$

где

$J(k)$  – множество конфигураций, построенных с учётом набора правил и ограничений  $k$  ;

$R$  – отношение между конфигурациями из  $J(k)$  ;

$T$  – множество всех изображений, которые могут принимать конфигурации из  $J(k)$  ;

$K$  – классы образующих ;

$S$  – множество их отображений ;

$\Sigma$  – тип соединения – множество графов, заданных на компонентах образующей ;

$\Gamma$  – отношение связи.

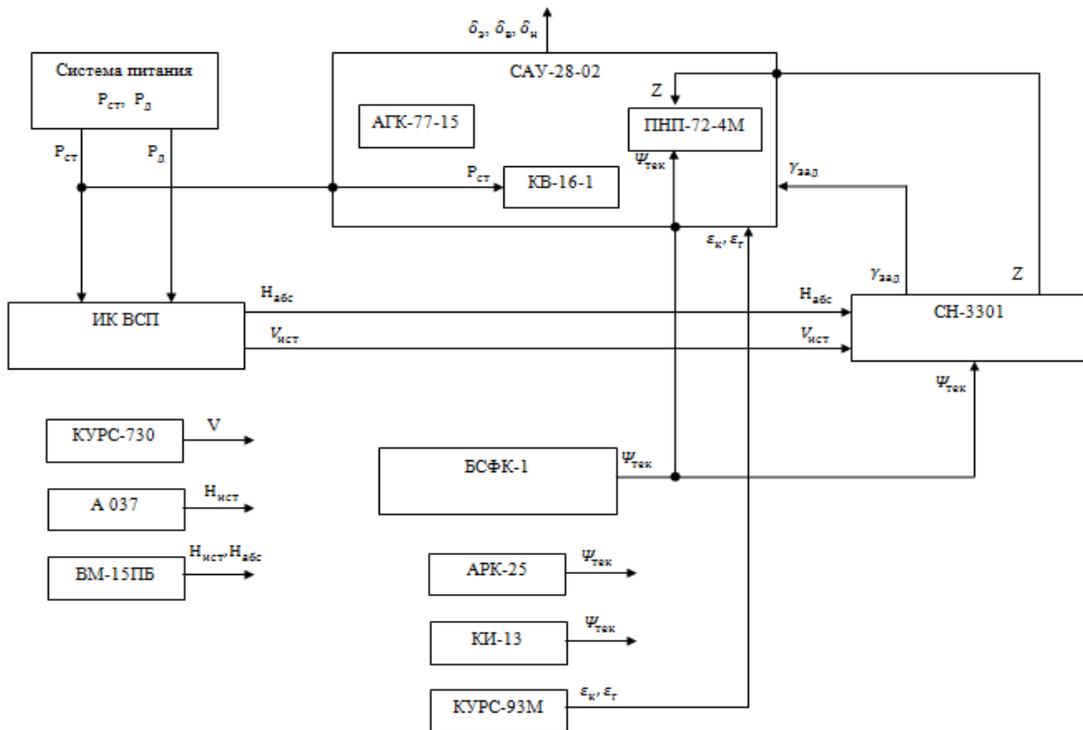


Рис. 1. Структурная схема ПНК самолёта АН-140

В качестве примера рассмотрим пилотажно-навигационный комплекс самолёта АН-140 (рис. 1) как связанный набор конфигураций  $\varphi$ , определённый составом и структурой.

Состав реальной системы представим как

$$S = \{d_1, d_2, \dots, d_n\},$$

где

$S$  – некоторое множество, не имеющее структуры ;

$d_n$  – множество образующих, при  $n \in [1, \dots, \infty)$ .

Для задания множества образующих  $d_n$  воспользуемся единичной квадратной матрицей  $d_{i,j}$  (рис. 2), элементы которой указывают на наличие или отсутствие образующей  $d_n$  в множестве  $S$ .

Представленная матрица лишь определяет состав конфигурации  $\phi$ , не раскры-

вая структуру соединений. Структура конфигурации ПНК  $\phi$  представляет собой множество соединений  $\beta$ , существующих между всеми или некоторыми связями образующих, входящих в её состав.

	Сис. пит. дав.	ИК ВСП	БСФК-1	СН-3301	САУ-28-02
Сис. пит. дав.	1	0	0	0	0
ИК ВСП	0	1	0	0	0
БСФК-1	0	0	1	0	0
СН-3301	0	0	0	1	0
САУ-28-02	0	0	0	0	1

Рис. 2. Единичная матрица

Множество соединений  $\beta$  зададим с помощью несингулярной матрицы соединений, в которой единицы и нули указывают на наличие или отсутствие соединений в определённых парах образующих (рис. 3). Поскольку некоторые элементы ПНК взаимодействуют с несколькими другими одновременно, то множество соединений  $\beta$  больше множества образующих  $d_n : b > d_n$ , и, следовательно, сумма входов и выходов соответствующих образующих  $d_n$  больше 1. Более того, едини-

цы данной матрицы (рис. 3) не означают элементарную единичную связь, а сами могут быть разложены в свою матрицу соединений.

В результате задания всех связей ПНК самолёта АН-140 может быть представлен как сеть, которую можно описать в рамках тензорного анализа сетей Г. Крона [5]. Суть применения топологии и тензорного анализа сетей в теории представления ПНК заключается в следующем.

	Система питания дав. $P_{СМ}$	Система питания дав. $P_{НАД}$	ИК ВСП $H_{ВСП}$	ИК ВСП $V_{СМ}$	БСФК-1 $\Psi_{ТЭК}$	СН-3301 $\gamma_{ЭД}$	САУ-28-02 $\delta_2, \delta_3$
Система питания дав. $P_{СМ}$	1	0	1	1	0	0	1
Система питания дав. $P_{НАД}$	0	1	0	1	0	0	0
ИК ВСП $H_{ВСП}$	1	0	1	0	0	1	0
ИК ВСП $V_{СМ}$	1	1	0	1	0	1	0
БСФК-1 $\Psi_{ТЭК}$	0	0	0	0	1	1	1
СН-3301 $\gamma_{ЭД}$	0	0	1	1	1	1	1
САУ-28-02 $\delta_2, \delta_3$	1	0	0	0	1	1	1

Рис. 3. Несингулярная матрица соединений

Все различные объекты или системы рассматриваются как проекции обобщённого объекта или системы в частных системах координат вводимого пространства, структура которого различна и усложняется в зависимости от этапа их представления: для этапа макропредставления используется обычное представление компонентов (Евклидово и дискретное), для представления электрических цепей – пространство-структура. Классу эквивалентности I, содержащему одну конфигурацию, используемую для контроля режимов работы ПНК, присвоится индекс образующей  $d_n$ , включающий конечный набор компонент, обладающих набором признаков:

$$\begin{aligned} d_1 &= (a_{11}, a_{12}, a_{13}, \dots, a_{1m}); \\ d_2 &= (a_{21}, a_{22}, a_{23}, \dots, a_{2k}); \\ &\dots\dots\dots \\ d_n &= (a_{n1}, a_{n2}, a_{n3}, \dots, a_{nj}), \end{aligned}$$

где

$a_{i,j}$  – конечный набор из  $j$  признаков, полностью характеризующих все возможные состояния  $i$ -й образующей, представляющей конфигурацию.

Проделав подобную операцию для всех конфигураций, получим компаунд-тензор, описывающий ПНК и характеризующий все возможные отображения объекта контроля. Данный компаунд-тензор будет меняться с изменением этапа контроля ПНК.

Таким образом, единичная проверка конкретной функции объекта контроля подразумевает получение с помощью специальной контрольно-проверочной аппаратуры текущего значения компаунд-тензора, характеризующего состав и структуру объекта контроля в данный момент времени. Затем в результате серии из  $n$  измерений получим  $n$ -мерный мультикомпаунд-тензор, характеризующий изменение состояния объекта контроля во времени.

Ввиду высокой сложности современных ПНК не представляется возможным определить для них минимальный набор диагностических признаков. Даже если это сделать, то результат проверки в виде набора значений этих признаков будет характеризовать только статическое состояние ПНК, что недостаточно для гарантии полностью исправной работы в полёте.

Поэтому предлагается в качестве набора диагностических признаков использовать набор конфигураций, введённых выше. Состав и структура связей каждой конфигурации определяет совокупность агрегатов и систем ПНК, задействованных в конкретной пилотажно-навигационной задаче. При этом в наземных условиях в рамках имитации полёта задаётся проверяемая задача и оценивается реакция ПНК по её выполнению. Для интегральной оценки множество параметров компаундируется и математически описывается компаунд-тензором, у которого один вход есть множество параметров, изменяющих его состояние, а единственный выход интегрирует множество выходных параметров, позволяющих оценить состояние объекта. Таким образом, в качестве диагностического признака задаётся не отдельно взятый параметр, а процесс функционирования ПНК.

Для каждого частного случая анализ ПНК с помощью представленной методики позволяет получить полный набор конфигураций, которые, с одной стороны, позволяют определить полную динамическую оценку ПНК и, с другой стороны, имитация которых в наземных условиях технически возможна.

Развитие вычислительной техники делает возможным реализовать подобные модели алгоритмов диагностирования с помощью специальных аппаратных средств. Например, для имитации режимов работы аппаратуры ПНК самолёта АН-140 предлагается использовать технические комплексы, представленные на рис. 4.

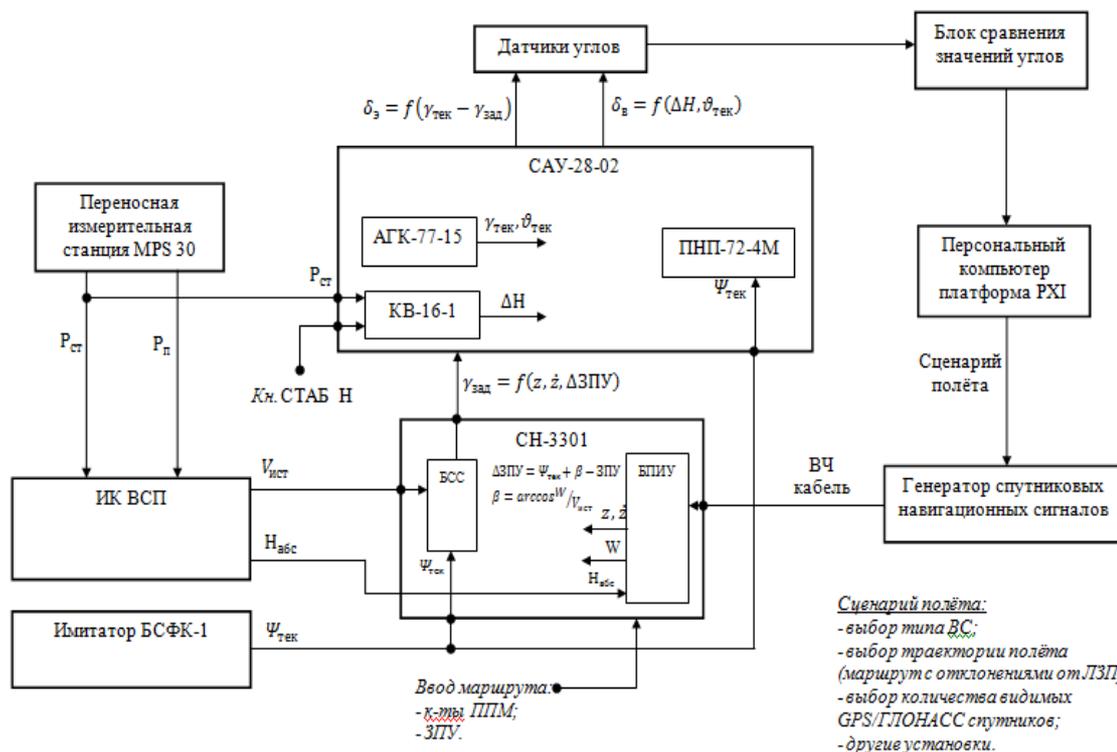


Рис. 4. Схема имитации полёта для ПНК самолёта АН-140

В качестве имитатора изменяющейся воздушной среды используется переносная измерительная станция MPS 30, которая в соответствии с программой диагностики осуществляет подачу воздуха статического и динамического давлений на входы приёмников давления комплекса высотно-скоростных параметров (ИК ВСП).

Сценарий полёта для аппаратуры спутниковой навигации обеспечивает имитатор спутниковой навигационной информации, генерируя сигналы GPS/ГЛОНАСС спутника, характерные для движения самолёта по заданному маршруту. При этом в сценарий полёта могут входить и вынужденные отклонения от линии заданного пути с целью анализа реакций автопилота.

Поскольку самолёт в реальности неподвижен, то на программу работы генератора GPS/ГЛОНАСС сигналов накладывается обратная связь от углов отклонения управляющих поверхностей (элеронов, руля высоты, руля направления) через программно-аппаратный комплекс на базе платформы РХІ, содержащий мо-

дель алгоритма диагностики и выполняющий оценку параметров работы ПНК.

Таким образом, можно организовать имитацию полёта самолёта в наземных условиях и задавать полётные условия согласно составленным конфигурациям. Причём используемый комплекс проверочного оборудования является универсальным и может быть применён под разные типы самолётов.

### Библиографический список

1. Лещинер, Д.В. Самолет Ил-96-300 [Текст]: учеб. пособие для вузов гражд. авиации / Д. В. Лещинер, Р. В. Сакач, В. И. Васильев [и др.]; Под ред. В. Г. Воробьева, Д. В. Лещинера. – М.: МИИ-ГА, 1989. – 182 с.
2. Скрипец, А. В. Техническая эксплуатация пилотажно-навигационных комплексов [Текст]: учеб. пособие для вузов / А. В. Скрипец, В. Г. Денисов, В. В. Козарук, В. С. Новиков, Н. М. Савченко; Под ред. А. В. Скрипца. – М.: Транспорт, 1992. – 296 с.
3. Воробьев, В. Г. Основы теории технической эксплуатации пилотажно-

- навигационного оборудования [Текст] / В. Г. Воробьев, В. П. Зыль, С. В. Кузнецов – М.: Транспорт, 1999. – 335 с.
4. Гренандер, У. Лекции по теории образов [Текст]: [пер. с англ.]. В 3-х т. Т.1
- Синтез образов / У. Гренандер. – М.: Мир, 1979. – 383 с.
5. Крон, Г. Тензорный анализ сетей [Текст]: [пер. с англ.] / Г. Крон – М.: Советское радио, 1978. – 720 с.

## FLIGHT - NAVIGATION COMPLEX DIAGNOSTICS AT THE AIRCRAFT MANUFACTURE STAGE

© 2011 A. N. Koptev, A. V. Kirillov

Samara State Aerospace University named after academician S. P. Korolyov  
(National Research University)

The paper deals with the problem of diagnosing flight navigation complexes at the stage of aircraft manufacture. Methods of introducing the complex structure and its systems on the basis of tensor methodology have been proposed. They make it possible to simplify the algorithm of forming the set of diagnosable parameters considerably and to apply new approaches to the diagnostics of flight navigation complexes. The flight navigation complex of AN-140 aircraft is taken as an example.

*Flight-navigation complex, diagnostics, dynamic checkout, aircraft manufacture, mathematical modeling, pattern theory, tensor analysis of networks.*

### Информация об авторах

**Коптев Анатолий Никитович**, доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой эксплуатации авиационной техники. Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С. П. Королёва (национальный исследовательский университет). Область научных интересов: теория представлений, моделирование, контроль и диагностика бортовых комплексов оборудования в производстве и эксплуатации летательных аппаратов. E-mail: [eat@ssau.ru](mailto:eat@ssau.ru).

**Кириллов Алексей Владимирович**, ассистент кафедры эксплуатации авиационной техники. Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С. П. Королёва (национальный исследовательский университет). Область научных интересов: технология контроля и диагностики, разработка систем динамического контроля и диагностики пилотажно-навигационных комплексов в производстве и эксплуатации. E-mail: [aL63-2010@mail.ru](mailto:aL63-2010@mail.ru).

**Koptev Anatoly Nikitovitch**, doctor of technical sciences, professor, head of the aircraft maintenance department. Samara State Aerospace University named after academician S. P. Korolyov (National Research University). E-mail: [eat@ssau.ru](mailto:eat@ssau.ru). Area of research: representational theory, modeling, technical diagnostics and assessment in the process of airborne equipment production and technical maintenance.

**Kirillov Alexei Vladimirovitch**, assistant of the aircraft maintenance department, Samara State Aerospace University named after academician S. P. Korolyov (National Research University). E-mail: [aL63-2010@mail.ru](mailto:aL63-2010@mail.ru). Area of research: technical diagnostics and assessment technologies, development of flight-navigation complex dynamic diagnostic systems in the process of production and technical maintenance.

## ПРИКЛАДНЫЕ ВОПРОСЫ ТЕОРИИ МОДЕЛИРОВАНИЯ СИСТЕМ ДИАГНОСТИРОВАНИЯ ПИЛОТАЖНО-НАВИГАЦИОННЫХ КОМПЛЕКСОВ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ

© 2011 А. Н. Коптев, А. В. Кириллов

Самарский государственный аэрокосмический университет  
имени академика С.П. Королёва  
(национальный исследовательский университет)

Рассмотрены прикладные вопросы теории анализа пилотажно-навигационных комплексов как объектов диагностирования. На основе теории графов и тензорной методологии предложены методы представления структуры комплекса и его систем, что позволяет существенно упростить алгоритм формирования диагностируемых параметров на базе физического и аналитического разделения на контуры, узловые пары и открытые цепи. Оценку общего состояния системы или комплекса в целом предложено выполнять на основе компанд-тензора, содержащего параметры отдельных компонентов.

*Пилотажно-навигационный комплекс, диагностика, контроль, тензорный анализ, теория образцов, математическое моделирование.*

Возрастающий интерес к методам и средствам технической диагностики, проявляемый как изготовителями, так и эксплуатационниками бортовых комплексов оборудования современных летательных аппаратов (ЛА), определяется, прежде всего, тем, что в условиях увеличения их сложности системы диагностирования представляют собой один из наиболее эффективных способов обеспечения качества и надёжности как отдельных компонентов, так и комплексов этого оборудования в целом, представляющих собой иерархические системы. Под иерархической системой будем понимать ансамбль взаимодействующих частей, который состоит из последовательности вложенных одна в другую взаимодействующих субъединиц (или может быть разложен или разделён на такие субъединицы).

Каждое множество взаимодействующих компонентов, образующих отдельный иерархический уровень, допускает своё характерное описание на языке пространства состояний с переменными и параметрами, принадлежащими данному конкретному уровню [1]. Взаимодействующие переменные (и

/или параметры) на более высоком иерархическом уровне являются «коллективными свойствами» динамики, происходящей на нижнем уровне. Следовательно, переход на более высокий уровень обычно сопровождается значительным уменьшением числа степеней свободы. Более высокий уровень получает «снизу» селективную информацию на более низком уровне с помощью упреждающей связи.

Сложность бортового комплекса оборудования и, в частности, пилотажно-навигационного обусловлена числом компонентов комплекса и способом их взаимосвязи. Такая сложность относится к аппаратной реализации комплекса и его систем. С другой стороны, многофункциональность или многорежимность работы систем определяет сложность их программного обеспечения.

Вопросы диагностики таких систем для оценки их технического состояния требуют разработки методов построения и анализа математических моделей объектов диагностирования, методов построения алгоритмов и средств их реализации в рамках систем диагностирования, проектирование которых является одним из этапов решения задач контроля и диагностики и, наконец,

методов синтеза проверяющих тестов и методов поиска неисправностей.

Общую задачу, которая рассматривается в этой статье, можно сформулировать следующим образом. Объектом исследования являются регулярные структуры, представляющие отдельные системы и пилотажно-навигационный комплекс (ПНК) летательного аппарата в целом. С общих позиций представляет интерес реальный объект как объект диагностики: регулярный образ, его природа и оценка его состояния.

Таким образом, объектами исследования являются образы реальных систем, объединённых в комплексы для решения множества задач управления летательным аппаратом, рассматриваемые в рамках точного формализма. Формализм используется в качестве концептуальной основы для синтеза и анализа их математических моделей, описывающих структуру и поведение объектов при изменении окружающей среды, также формализованной в рамках общих представлений о системе диагностирования как иерархической системе.

Предлагаемый в работе подход базируется на теории образов [2]. Основные принципы, реализуемые этим подходом, представляют собой набор частных случаев, трактуемых с единых позиций для описания, аппроксимации отдельных аспектов объектов диагностики, восстановления реального образа объекта для распознавания «коллективных» свойств комплекса.

Рассмотрим более подробно общую теорию подхода к изучению свойств систем пилотажно-навигационного комплекса как объектов-оригиналов.

Прежде всего, отметим, что образ исследуемого комплекса – его математическая модель – представляет на самом деле набор частных случаев, характеризующих с помощью формальных (математических) систем отдельные свойства. Динамика образования кол-

лективного свойства из свойств отдельных образующих комплекса лежит в основе оценки его технического состояния в целом.

Пусть некоторая система пилотажно-навигационного комплекса  $Z$  обладает некоторым свойством  $S_0$ . Для получения математической модели, описывающей данное свойство, необходимо:

1. Определить показатель  $Y$  данного свойства, т. е. определить меру свойства в некоторой системе измерения.

2. Установить перечень свойств  $S_1, S_2, \dots, S_m$ , с которыми свойство  $S_0$  связано некоторыми отношениями. Как правило, это внутренние свойства объекта и свойства внешней среды, влияющие на ту или иную систему пилотажно-навигационного комплекса.

3. Описать в выбранном для данного объекта формате свойства внешней среды внешние факторы  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , влияющие на искомый показатель  $Y$ ; внутренние свойства объекта  $z_1, z_2, \dots, z_r$ ; а неучтённые свойства отнести к группе неучтённых факторов  $w_1, w_2, \dots, w_k$ .

4. Установить закономерные отношения между  $Y$  и всеми учитываемыми факторами и параметрами и построить математическую модель

$$Y = f(x_1, x_2, \dots, x_n, z_1, z_2, \dots, z_r, w_1, w_2, \dots, w_k). \quad (1)$$

Для оценки технического состояния отображаются только те факторы и параметры регулярной структуры объекта диагностики, которые имеют существенное значение для решения диагностической задачи.

Главным вопросом формального представления систем и пилотажно-навигационных комплексов в целом для решения проблемы оценки их технического состояния является вопрос о том, как точно построенная математическая модель отражает отношения между учитываемыми факторами, параметрами и показателем  $Y$ .

В случае пилотажно - навигационных комплексов вид системы уравнений для оценки его технического состояния неизвестен. Задача специалиста по диагностике состоит, прежде всего, в том, чтобы найти эту систему уравнений, которая в общем случае

имеет вид математической модели, представляющая функцию

$$Y' = f(x'_1, x'_2, \dots, x'_n, v_1, v_2, \dots, v_m), \quad (2)$$

где  $v_1, v_2, \dots, v_m$  – внутренние параметры модели, адекватные параметрам регулярной структуры оригинала, его аппаратной реализации.

При этом к числу варьируемых параметров  $x'_1, x'_2, \dots, x'_n$  отнесены все учитываемые внешние факторы и параметры диагностируемого объекта, а к числу искомым параметров относят внутренние параметры модели  $v_1, v_2, \dots, v_m$ , связывающие факторы  $x'_1, x'_2, \dots, x'_n$  с показателем  $Y'$  наиболее правдоподобным отношением. Для решения этой проблемы в работе введены следующие основные принципы моделирования пилотажно-навигационных комплексов.

Выше было указано, что пилотажно-навигационные комплексы представляют собой сложный ансамбль взаимодействующих субъединиц, т.е. производных объектов, используемых для построения конфигураций и систем этого комплекса, которые выступают в качестве его образующих. Следует отметить, что, как правило, в основе понятия системы в данной работе лежат понятия сети и компаунд-сети, строительными блоками которых являются производные объекты, а аналитическими единицами таких сетей являются понятия контура, узловой пары, ветви и открытого контура. При этом для оценки их параметров и оценки функционирования необходимо наложение параметров двух типов:

- воздействующих величин, которые формируются вне сети;

- величин «отклика», представляющих собой реакцию сети на воздействующие величины.

Задачи, возникающие при диагностике сложных систем пилотажно-навигационных комплексов, можно представить следующим образом: дана сеть, нужно установить её свойства, а именно её реакцию на внешнее воздействие («отклик»).

Сети, представляющие собой сложные системы комплекса, подлежащие диагностике, подвергаются сложным воздействиям, т.е. изменениям, которые необходимо сделать с системой, чтобы по отклику сделать оценку её состояния. Огромное преимущество формулировки и решения таких задач в терминах тензорных уравнений заключается в том, что каждый тип задач можно изучить раз и навсегда независимо от количества контуров и узловых пар, от способа соединения компонентов сети или способа их возбуждения. Анализ нужно провести только однажды, и конечный результат можно использовать для каждого конкретного случая одним и тем же способом.

Задачу анализа конкретной системы можно сформулировать на основе компаунд-сети. Существует [3] общий алгоритм решения подобных задач:

1. Устанавливается тип сети (контурная, узловая или полная).

2. Выводится уравнение поведения сети.

3. Определяется количество типов контуров и узловых пар.

4. Уравнение поведения системы разбивается на несколько инвариантных уравнений.

5. Система тензорных уравнений преобразуется аналогично обычным уравнениям в соответствии с требованиями задачи.

6. Определяются неизвестные (если они есть) точными или приближенными методами.

Реализация первого шага алгоритма в соответствии с работой [3] базируется на понятиях пространства-структуры и примитивной сети.

Введение понятия примитивной сети позволяет упростить рассмотрение сложных систем за счёт установления перечня физических блоков системы путём физического разделения исходной сети системы на производные объекты, стандартные блоки, каждый из которых сам по себе является сетью. Так что действительная сеть системы состоит из составляющих сетей, соединённых последовательно или параллельно и т.п. Практически все системы пилотажно-навигационного комплекса можно разделить физически на множество меньших

единиц, каждая из которых затем анализируется отдельно, и результаты анализа объединяются в единую программу оценки технического состояния системы в целом как компаунд-сети.

С формальной точки зрения полученное множество всех образующих системы состоит из непересекающихся классов образующих:

$$A = \bigcup_b A^b, \quad (3)$$

где

$A^b$  – непересекающиеся классы,  
 $b$  – общий индекс для класса образующих.

Образующие обладают свойствами двух типов.

Первый тип свойств – это признаки  $q = q(a)$ , значениями которых в наиболее общем виде выступает компаунд-тензор.

Второй тип свойств охватывает связи. Определённой образующей  $a$  соответствует набор входных и выходных связей

$$C(a) = C_{\text{вх}}(a) + C_{\text{вых}}(a), \quad (4)$$

где

$C(a)$  – общее число соединений,

$C_{\text{вх}}(a)$  – число входов,

$C_{\text{вых}}(a)$  – число выходов.

В качестве наиболее общего многомерного аналога образующей будем использовать следующий вид представления. Всякая образующая есть оператор с  $n$  входами  $x_1, x_2, \dots, x_n$  и  $m$  выходами  $y_1, y_2, \dots, y_m$ . Область значений всякого  $x_i$  есть некоторое пространство  $X$ , область значений всякого  $y_i$  – некоторое пространство  $Y$ . В частности, датчики в системах пилотажно-навигационного комплекса выступают как операторы назначения, не имеющие электрических входов, но обладающие некоторыми признаками.

Преобразования подобия воздействуют только на операторы назначения. При этом в качестве признаков для образующих систем пилотажно-навигационного комплекса в общем случае используется многомерный аналог, характеризующий тип операций, реализуемых этой образующей. Графический формализм представления признаков образующих представлен на рис. 1.

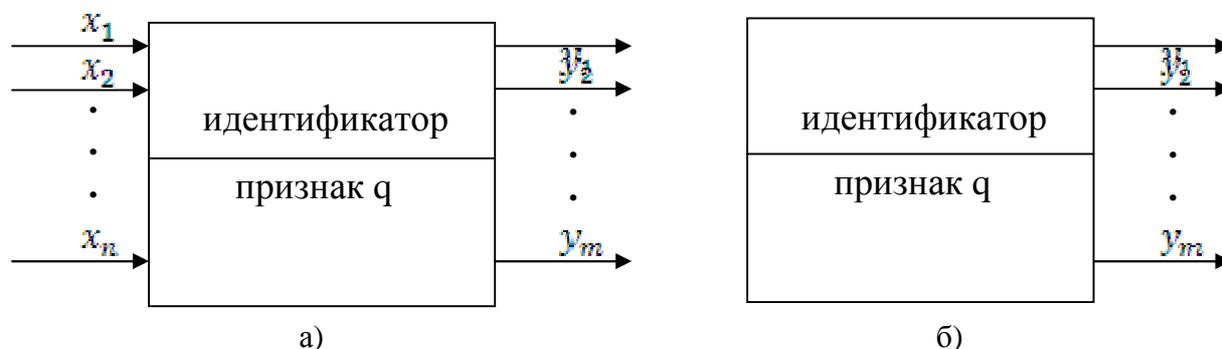


Рис. 1. Графический формализм:  
 а) универсальный оператор; б) оператор назначения

На отдельных этапах анализа систем пилотажно-навигационного комплекса образующие, полученные при физическом разделении систем, используются как неделимые объекты. Однако они обладают внутренним сложным пространством-структурой, которое представляется компаунд-тензором. При этом для выделения контуров и узловых пар необходимо разделение компаунд-тензора на меньшие тензоры,

описывающие компоненты образующей. Компаунд-тензоры служат основой представления систем пилотажно-навигационного комплекса и их образующих в виде компаунд-сети. Для вывода полного уравнения поведения сети сложной системы (пилотажно-навигационного комплекса) необходимо установить её внутреннюю структуру, то есть объединение компонентов в конфигурации или для рассматриваемой интеграции в контуры и узловые

пары, ветви, открытые цепи. Для этих целей будем рассматривать лишь определённые классы соединений, включающие линейный тип соединений и соединения типа дерева с введением в них частичного порядка.

Таким образом, введённое сложное пространство-структура, комбинаторная топология и тензорная методология рассматриваются как удобный набор взаимно и однозначно согласованных математических формализмов, предназначенных для решения уравнений, определяющих связь между составляющими ПНК. В качестве фундаментального уравнения используется зависимость между сильными компонентами графа  $G = (A^0, f)$  системы электротехнического оборудования (ЭТО) летательного аппарата (ЛА), представляемыми порождёнными подграфами  $G' = \{A^0 - R(a_k^0) \cap Q(a_k^0)\}$ .

Здесь

$A^0$  – множество точек;

$f$  – отображение множества  $A^0$  на само себя;

$R(a_k^0)$  – достижимые множества точек  $A^0$ ,  $a_k^0 \in A^0$ ;

$Q(a_k^0)$  – контрдостижимое множество с конечными ориентированными простыми цепями. В работе [4] такие цепи формально описываются линейной формой  $C_v = \sum_{v=1}^g m_v a_v^0$  и представляют систему координат:

$$\mathbf{U}_n \{A^0 - R(a_k^0) \cap Q(a_k^0)\} = \sum_n \left\{ \sum_{v=1}^g m_v a_v^0 \right\}. \quad (5)$$

Предложенная зависимость, рассмотренная в разных подпространствах-структурах, введённых выше для представления структур объектов и систем ЭТО, формирует систему уравнений

$$\mathbf{U}_n \{A^{0(q)} - R(a_k^{0(q)}) \cap Q(a_k^{0(q)})\} = \sum_n \left\{ \sum_{v=1}^g m_v a_v^{0(q)} \right\}, \quad (6)$$

где  $q$  – индекс данного подпространства-структуры.

Для общего представления сложных объектов (например, пилотажно-

навигационных комплексов) вводятся [4] пространства-структуры  $S_q \cup M_q$ , каждое из которых содержит континуальную  $S_q$  и дискретную  $M_q$  части. В работе [4] утверждается, что в каждом из них система ЭТО ЛА проявляются через некоторую структуру, определяемую их физическими компонентами с различной степенью детализации их представления.

Значения матриц достижимости  $R = [r_{ij}]$  и контрдостижимости  $Q = [q_{ij}]$  вершин полного графа  $G$  получаются из решения системы уравнений (6). Для определения функционального модуля находят  $R(x_i) \cap Q(x_i)$ . Каждый функциональный модуль будет определяться соотношением:

$$G'(A_i) = \{A^0 - R(A_i) \cap Q(A_i)\}, \quad (7)$$

а процедура выделения  $G'$  будет повторяться до тех пор, пока граф  $G$  системы ЭТО ЛА не будет преобразован в новый граф, вершинами которого будут функциональные модули, а дуги между ними будут определять жгут проводов, соединяющий их.

Общее решение системы уравнений фундаментального объекта или системы пилотажно-навигационного комплекса позволяет получить заданную структуру связей на базе найденного решения о структуре пилотажно-навигационного комплекса, что соответствует согласованию основных уравнений и устойчивой структуре конкретных объектов или систем ЭТО ЛА.

Решение уравнения (6) представляет множество  $b(P)$  регулярных конфигураций (контуров, узловых пар, открытых цепей), которое в общем виде имеет следующий вид:

$$b(P) = \{A, S, \Sigma, r\}, \quad (8)$$

где

$A$  – классы образующих;

$S$  – множество их отображений;

$\Sigma$  – тип соединения – множество графов, заданных на компонентах образующей;

$r$  – отношение связи.

При диагностике приходится иметь дело одновременно более чем с одним пространством конфигураций. В частности раз-

деляют [4] базовый и модельный набор конфигураций, составленный для оценки системы на соответствие определенным требованиям. При этом оценка технического состояния диагностируемой системы или её образующих осуществляется для двух видов отображений: гомоморфизма конфигураций и аннигиляции образующих.

При диагностике состояния системы рассматриваются два пространства конфигураций  $b(P)$  и  $b'(P)$  :

$$\begin{aligned} b(P) &= \langle A, S, \Sigma, r \rangle, \\ b'(P) &= \langle A', S, \Sigma, r' \rangle, \end{aligned} \quad (9)$$

где отображение  $r: A \rightarrow A'$  задано как инвариант связи. Оно индуцирует отображение  $R$  из  $b(P)$  в  $b'(P)$  посредством задания  $R: c \rightarrow c'$ , где  $c' = (a'_1, a'_2, \dots, a'_n)$ ,  $a'_i = r(a_i)$  и структура  $(c) =$  структуре  $(c')$ . Отметим, что последнее утверждение имеет смысл, поскольку  $r$  сохраняет структуру связей неизменной. Индуцированное отображение  $R$  представляет собой гомоморфизм конфигураций [2]. Подобный гомоморфизм возникает, естественно, при диагностике систем и их деформации, т. е. реакции на внешние воздействия, набор которых при формировании исходного множества диагностических признаков строится на основе тщательного анализа предмета тестирования, теоретического конструкта, положенного в основу тестируемого свойства, и его взаимоотношений с другими конструктами. Таким базовым конструктом для широкого спектра систем пилотажно-навигационного комплекса являются полученные уравнения поведения, описываемые уравнениями напряжений ортогональной сети  $(E + e) = z(i + I)$ , или уравнения токов этой сети  $(i + I) = Y(E + e)$ , разделение которых связано с количеством полученных при анализе  $m$  контуров и  $n$  узловых пар, т. е. с созданием системы инвариантных уравнений для конкретной сети. Эта

система  $(m + n)$  тензорных уравнений также аналогична системе обычных уравнений напряжений или токов для ортогональной сети, имеющей  $m$  контуров и  $n$  узловых пар.

Исходные признаки, характеризующие состояние конкретной сети, и их значения несут специфическую информацию о свойствах диагностируемой системы и её составных частей (контуров, узловых пар, открытых цепей). Это позволяет сделать заключение о техническом состоянии диагностируемых конструктов.

В целом система исходных признаков, разрабатываемая на основе синтезированной из значений свойств контуров или узловых пар, должна удовлетворять следующим требованиям.

1. **Полнота описания.** Набор исходных признаков должен охватывать все выделяемые аспекты измеряемого свойства системы или её образующих. Выше был предложен механизм, с помощью которого можно определить образующие и их компоненты для некоторой части сети системы из  $n$  блоков, используя решения уравнений представления структуры на базе теории графов и инвариантных уравнений поведения контуров и узловых пар.

2. **Экономичность описания.** При выборе набора признаков следует избегать излишнего объёма исходной информации, который может затруднить детальный эмпирический анализ параметров диагностической модели.

В данной работе эти два требования достигаются введением различных групп преобразований, которые позволяют специалисту по диагностике расчленить сложную проблему на несколько относительно независимых, более простых подпроблем. То есть полную систему пилотажно-навигационного комплекса разделить на несколько относительно независимых систем, а последние на блоки, каждый из которых имеет разное функциональное назначение. Например, некоторую часть сети навигации – спутниковую навигационную систему или систему автоматического управления можно разделить на датчики положения, датчики движения центра масс, линии передач, под-

систему формирования управляющих сигналов – блок автопилота, сервопривода. Каждую из них можно проанализировать отдельно, как если бы остальные отсутствовали, а затем объединить их в первоначальную систему.

Понятие тензоров преобразования [3] позволяет специалисту разделить каждую из имеющегося большого числа подобных систем на две аналитические части: идентичные для всех систем и различные в каждой частной системе, а именно  $C_{a'}^a$ .

Установление матрицы  $C_{a'}^a$  для каждой частной системы практически является единственным этапом анализа для установления уравнения поведения системы пилотажно-навигационного комплекса для её модели, задаваемой на множестве  $t$  алгебраической структурой или алгеброй её изображения  $T$ , которая может быть представлена следующим образом:

$$T = \langle b(P), R \rangle = \langle A, S, \Sigma, r, R \rangle, \quad (10)$$

где  $R$  есть правило идентификации,  $r$  может быть представлено тензором соединения  $C_{a'}^a$ .

Понятие группового свойства позволяет разделить аналитическую часть работы, а именно: разделить вывод  $C_{a'}^a$  на несколько независимых шагов, каждый из которых имеет свои собственные методы анализа.

Физическое и аналитическое разделение групп и проблем в последовательность более простых проблем и их объединение в исходную группу проблем возможно только благодаря введению понятия «группа».

В задаче диагностики состояния сложных систем бортового комплекса предполагается не одно, а несколько изменений одновременно. Например, в системе автоматического управления при управлении пространственным положением летательного аппарата необходимо выполнить следующее: 1) включить режим, например, «разворот»

$C_1$ ; 2) выполнить соединение датчиков информации  $C_2$ ; 3) обработать информацию с датчиков положения  $C_3$ ; 4) подключить сигналы демпфирующих гироскопов  $C_4$ ; 5) сформировать сигнал управляемости  $S$ .

Вводя матрицы преобразования  $C_1, C_2, C_3, C_4$ , получим матрицу результирующего преобразования, которая является либо произведением (мультипликативный случай), либо суммой (аддитивный случай) отдельных изменений:

$$C = C_1 \cdot C_2 \cdot C_3 \cdot C_4; \quad C = C_1 + C_2 + C_3 + C_4. \quad (11)$$

Для мультипликативного случая

$$C_{a''}^a = C_{a'}^a \cdot C_{a''}^{a'} \cdot C_{a''}^{a''} \cdot C_{a''}^{a'''} \cdot \dots \cdot C_{a''}^{a''''}, \quad (12)$$

для аддитивного случая

$$C_{a''}^a = C_{a'}^a + C_{a''}^{a'} + C_{a''}^{a''} + C_{a''}^{a'''} + \dots + C_{a''}^{a''''}. \quad (13)$$

Эти формулы справедливы для сингулярных матриц преобразования, что удовлетворяет определению групп, то есть «групповому свойству», ассоциативному закону, наличию «единичного элемента» и наличию «обратного элемента».

Важность понятия «группа» вытекает из того, что матрица преобразования сети  $S$  диагностируемой системы содержит много информации о свойствах и поведении сети без установления других тензоров, то есть основные характеристики динамической системы полностью содержатся в тензоре преобразования  $S$ . Другие тензоры составляют её параметры.

**3. Чёткая структурированность системы признаков.** Признаки должны группироваться относительно равномерно, описывая все стороны свойства системы и её образующих.

Исходные признаки, как правило, измеряются в номинальных и порядковых шкалах. При анализе признаков каждую отметку номинальной шкалы считают отдельно самостоятельным признаком. Он принимает всего два значения  $M$  и  $N$ , и разность  $(M - N)$  уже может интерпретироваться как степень важности несовпадения данного признака при сравнении двух объектов: эталона и диагностируемого объекта. Чаще всего [4] при контроле состояния применя-

ют значения  $M=1$  и  $N=0$ , то есть признак равен либо 1, либо 0, а степень важности признака  $x_i$  задаётся весом  $p_i$ , на который умножается  $x_i$ . Такие признаки называют двоичными, бинарными, булевыми, а в теоретической диагностике часто используют термин «дихотомические признаки». Процедура преобразования исходных показателей в набор признаков с двумя градациями носит название дихотомизации. После проведения дихотомизации номинальное измерение становится доступным для применения широкого спектра различных методов многомерного количественного анализа с учётом специфики данного вида измерений.

К ординальным переменным относятся признаки для заданий типа «Оценивание».

**4. Количественная определённость отбираемых признаков.** Эта определённость требуется для проведения эмпирического анализа. Признаки должны быть выражены в номинальной шкале.

Структура экспериментальных данных, особенности которой в контексте решаемой диагностической задачи описывает математическая модель, отражается посредством двух основных категорий взаимоотношений между элементами таблицы экспериментальных данных, связывающей диагностируемый объект с исходными признаками. Сходство эталонного объекта с диагностируемым определяется мерами близости, а признаков – мерами связи.

Матрица близости  $D$  задаёт отношение «объект-объект» и представляет собой квадратную симметричную матрицу  $m \times m$  с неотрицательными элементами:

$$D = \begin{pmatrix} d_{11} & \mathbf{K} & d_{1m} \\ \mathbf{M} & \mathbf{O} & \mathbf{M} \\ a_{m1} & \mathbf{L} & a_{mm} \end{pmatrix}. \quad (14)$$

Элементы  $d_{ij}$  являются значениями некоторой меры близости (удалённости)

между объектами  $x_i$  и  $x_j$ . Чаще в контроле данных состояния параметров используются меры удалённости.

Последнее требование предъявляется к матрицам расстояний (диагональные элементы матрицы  $D$  должны быть равны нулю). Матрица  $D$ , удовлетворяющая перечисленным требованиям, допускает толкование структуры взаимоотношений объектов исследования как некоторой геометрической конфигурации точек в многомерном пространстве признаков.

При оценке технического состояния агрегатов и систем ПНК можно использовать меру расстояния между объектами «эталон» и «контролируемый», определяемую как евклидово расстояние:

$$d_{ij}^{(E)} = \sqrt{\sum_{k=1}^p (x_{ik} - x_{jk})^2}, \quad (15)$$

где

$d_{ij}^{(E)}$  – евклидово расстояние,

$x_{ik}$  – признак эталонного объекта,

$x_{jk}$  – признак реального объекта,

$p$  – количество признаков.

Эта мера применяется для вычисления расстояния Хемминга между объектами, описанными количественными, качественными и дихотомическими признаками. Её использование целесообразно, когда признаки однородны по смысловой нагрузке и одинаково важны для решаемой задачи.

$$d_{ij}^{(H)} = \sum_{k=1}^p |x_{ik} - x_{jk}|, \quad (16)$$

где  $d_{ij}^{(H)}$  – расстояние Хемминга.

Данная мера наиболее часто используется для определения различий между объектами, задаваемыми дихотомическими признаками, и интерпретируется как число несовпадений значений признаков у рассматриваемых объектов и их эталонов.

#### Библиографический список

1. Терехина, А. Ю. Анализ данных методами многомерного шкалирования [Текст] / А. Ю. Терехина. – М.: Наука, 1986. – 168 с.

2. Гренандер, У. Лекции по теории образов [Текст]. Том 1 Синтез образов / У. Гренандер – М.: Мир, 1979. – 383 с.

3. Крон, Г. Тензорный анализ сетей [Текст] / Г. Крон – М.: Советское радио, 1978. – 720 с.

4. Монтаж, контроль и испытания электротехнического оборудования ЛА [Текст] / А. Н. Коптев [и др.] – М.: Машиностроение, 1998. – 296 с.

## APPLIED PROBLEMS IN THE THEORY OF DIAGNOSTIC PROCESS FOR AIR-CRAFT FLIGHT-NAVIGATION COMPLEXES

© 2011 A. N. Koptev, A. V. Kirillov

Samara State Aerospace University named after academician S. P. Korolyov  
(National Research University)

Problems of flight-navigation complex diagnostic analysis are discussed. Methods of complex morphology description based on graph and tensor theories are suggested. These methods make it possible to simplify the algorithm for the creation of a set of diagnosable parameters on the basis of physical and analytical division into circuits, nodal pairs and open chains. The state evaluation is implemented on the basis of a “compound-tensor” which includes all parameters of separate elements.

*Flight-navigation complex, diagnostics, screening, tensor analysis, pattern theory, mathematical modeling.*

### Информация об авторах

**Коптев Анатолий Никитович**, доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой эксплуатации авиационной техники. Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва (национальный исследовательский университет). Область научных интересов: теория представлений, моделирование, контроль и диагностика бортовых комплексов оборудования в производстве и эксплуатации летательных аппаратов. E-mail: [eat@ssau.ru](mailto:eat@ssau.ru).

**Кириллов Алексей Владимирович**, ассистент кафедры эксплуатации авиационной техники. Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва (национальный исследовательский университет). Область научных интересов: технология контроля и диагностики, разработка систем динамического контроля и диагностики пилотажно-навигационных комплексов в производстве и эксплуатации. E-mail: [al63-2010@mail.ru](mailto:al63-2010@mail.ru).

**Koptev Anatoly Nikitovitch**, doctor of technical sciences, professor, head of the aircraft maintenance department, Samara State Aerospace University named after academician S. P. Korolyov (National Research University), [eat@ssau.ru](mailto:eat@ssau.ru). Area of research: representational theory, modeling, technical diagnostics and assessment in the process of airborne equipment production and technical maintenance.

**Kirillov Alexei Vladimirovitch**, assistant of the aircraft maintenance department, Samara State Aerospace University named after academician S. P. Korolyov (National Research University), [al63-2010@mail.ru](mailto:al63-2010@mail.ru). Area of research: technical diagnostics and assessment technologies, development of flight-navigation complex dynamic diagnostic systems in the process of production and technical maintenance.

## ЗАДАЧА СИНТЕЗА МОДЕЛИ СЕТИ ДЛЯ КОНТРОЛЯ И ДИАГНОСТИКИ ПРИ ПРОИЗВОДСТВЕ БОРТОВЫХ КОМПЛЕКСОВ ОБОРУДОВАНИЯ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ

© 2011 А. Н. Коптев<sup>1</sup>, А. В. Кириллов<sup>1</sup>, Н. А. Яковенко<sup>1</sup>, Д. Ю. Дронов<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Самарский государственный аэрокосмический университет  
имени академика С. П. Королёва (национальный исследовательский университет)

<sup>2</sup> Поволжский государственный университет телекоммуникации и информации

Рассматриваются вопросы синтеза модели сети для контроля и диагностики при производстве бортового комплекса оборудования летательных аппаратов. С общих позиций сформулирована задача синтеза модели сети; представлены условия предпочтения из множества возможных решений задач проектирования сети производства; определены общие подходы к решению частных задач инженерного проектирования и синтеза при построении моделей проектируемых процессов производства на основе тензорного анализа и теории образов.

*Задача проектирования, моделирование, диагностируемый объект, синтез сети оборудования, структура объекта, пространство.*

Будем понимать под задачей синтеза модели сети для контроля и диагностики бортовых комплексов оборудования летательных аппаратов (БКО ЛА) цель, данную в определённых условиях, и представим её как трёхкомпонентную систему:

$$\langle D_a; D_{тр}^*; D_{усл} \rangle, \quad (1)$$

где

$D_a$  – некоторый предмет задачи в актуальном (текущем, исходном) состоянии;

$D_{тр}^*$  – императивная (виртуальная) модель желаемого состояния этого предмета или модель потребного будущего;

$D_{усл}$  – условия, ограничения, которые должны быть выполнены в процессе перевода предмета задачи из его актуального состояния в требуемое.

По отношению к задаче проектирования (ЗП) компоненты системы (1) интерпретируются следующим образом:

$D_a$  – заявка на объект проектирования (ОП), представляющая потребности и мотивы, относящиеся к некоторому фрагменту действительности. Эту заявку в ЗП

представляет целевая модель искомого объекта  $M(0)_ц$ ;

$D_{тр}^*$  – продуктивная модель ОП  $M(0)_{пр}$  – комплект технической документации для изготовления или использования сети в производственных условиях, которая отвечает требованиям определённых стандартов (ЕСКД, ЕСТД или др.);

$D_{усл}$  – условия реализации задачи или ограничения на временные, трудовые, материальные ресурсы  $Q$ , выделяемые для решения данной ЗП.

Под ЗП любых сетей, в том числе сетей передачи информации при контроле и диагностике, в дальнейшем понимается задача построения продуктивной модели сети  $M(0)_{пр}$ , для которой определена целевая модель  $M(0)_ц$  и установлены условия или ресурсы  $Q$  решения задачи. ЗП в обобщённой постановке может быть представлена кортежами:

$$ЗП = \langle M(0)_ц, M(0)_{пр}, Q \rangle = \langle \langle F_n M'(0), Z', Y', X', G \rangle, M(0)_{пр}, Q \rangle, \quad (2)$$

где компоненты  $Z'$ ,  $Y'$ ,  $X'$ ,  $G$  являются в общем случае векторами, имеющими свои размерности.

Требования к функциональным свойствам ОП задаются в постановке ЗП в форме модели  $F_n M'(0) \in Y_n \times Z$ . Требования к условиям функционирования ОП  $Z'$  задаются допустимыми областями множества возможных состояний среды (внешних  $Z_y$  или окрестностных  $Z_0$  условий), а также продолжительностью функционирования  $Y''_n$ .

Требования к свойствам ОП помимо  $F_n M'(0)$  ограничивают:

а) допустимую область множества возможных значений внешних (существенных и утилитарных) свойств ОП  $Y'$  для всех  $z \in Z$ ;

б) допустимую область множества возможных значений внутренних (сущностных) свойств объекта  $X'$ , которые характеризуют принципы его построения и обуславливают обладание множеством внешних свойств  $Y$ , согласованных с  $F_n M'(0)$ .

Границы допустимой области множества значений сущностных свойств объекта  $X'$  часто определяются ресурсами, необходимыми для изготовления или использования ОП. В общем случае ограничения могут касаться ресурса какого-либо одного вида (материалоёмкости интегральной или по конкретным классам материалов, трудоёмкости, энергоёмкости, фондоёмкости и т. д.) или одновременно нескольких видов.

Условия решения ЗП задаются допустимой областью значений ресурсов  $Q$ , выделенных для использования в процессе проектирования объекта. В качестве таких ресурсов обычно рассматриваются продолжительность решения, общая трудоёмкость, полная стоимость решения ЗП. При этом стоимость проектирования может выражаться не только в виде денежных расходов, но и в количестве дефицитных материалов, времени использования уникального оборудования и т.п.

Условия предпочтения в допустимой области множества возможных решений ЗП определяются следующим:

1. Критерием эффективности или совершенства (КС), функцией ценности или качества объектов  $G$ , которая обобщённо характеризует ценность данного ОП по ряду особо выделяемых его внешних и / или внутренних свойств, а также параметров функционирования ( $Y''$ ,  $X''$ ,  $Z''$ ). Последние признаются важнейшими по отношению к основной цели создания ОП, поэтому требование к ним представляется невозможным или нецелесообразным формулировать только в виде ограничений. В общем случае

$$G = X'' \times Y'' \times Z'' . \quad (3)$$

Предпочтение должно быть отдано проектному решению с таким набором значений внешних  $\bar{y} \in Y$  и внутренних  $\bar{x} \in X$  свойств, реализуемых при  $\bar{z} \in Z$ , что

$$\bar{G}(\bar{X}, \bar{Y}, \bar{Z}) > G(X, Y, Z) \quad (4)$$

для всех допустимых  $\bar{y} \in Y$ ,  $\bar{x} \in X$ ,  $\bar{z} \in Z$ .

2. Оценочной функцией  $M$ , соотносящей внешние и внутренние свойства ОП при  $\bar{z} \in Z$  с затратами (ресурсами)  $Q$ , необходимыми для реализации процесса проектирования. В общем случае

$$M(X \times Y \times Z) \rightarrow Q . \quad (5)$$

Таким образом, оценочная функция  $M$  характеризует затраты, определяемые в виде различных ресурсов (временных, трудовых, материальных и т.п.), на создание объекта с данным набором свойств. Предпочтение должно быть отдано проектному решению с таким набором внешних  $\bar{y} \in Y$  и внутренних  $\bar{x} \in X$  свойств, реализуемых при  $\bar{z} \in Z$ , что

$$\bar{M}(\bar{X}, \bar{Y}, \bar{Z}) > M(X, Y, Z) \quad (6)$$

для всех допустимых  $\bar{y} \in Y$ ,  $\bar{x} \in X$ ,  $\bar{z} \in Z$ .

Таким образом, всё многообразие глобальных целевых ориентаций ЗП любых ОП сводится к двум:

а) максимизировать эффективность  $G$  проектируемого объекта (допустимые затраты на процесс проектирования  $Q$  задаются в виде ограничений);

б) минимизировать затраты  $Q$  (временные, трудовые, материальные), необходимые для реализации процесса проектирования (требования к внешним  $Y$ , внутренним  $X$  свойствам и условиям функционирования  $Z$  ОП задаются в виде ограничений).

В качестве образующей базы решения задачи синтеза любой сети используем то направление тензорного анализа, которое основал Г. Крон [1].

Для синтеза сети введём тензор синтеза  $C'_s$  или, как его компоненты, тензор соединения или тензор преобразования, который занимает особое место среди тензоров, отождествляемых с компонентами этой сети.

Отметим, что теорией этих сетей является теория тензора преобразования  $C_a^a$ . Фундаментальная подобность сетей, описываемых тензором  $C_a^a$ , позволяет высказать предположение о существовании математического и физического подобия в технологии проектирования этих сетей и её базовой составляющей – синтеза сети.

Математическая формулировка общей задачи синтеза сети объекта обеспечивается гипотезой [2], трансформируемой для целей данной работы следующим образом.

Процесс синтеза сети объектов контроля и, в частности, объектов БКО ЛА есть процесс преобразования заданного пространства компонентов в пространство, состоящее из подпространств для решения конкретных задач, который может быть представлен тензорным уравнением, описывающим изменения пространства-структуры, в которое вложены как образующие, так и их соединения для реализации конкретной цели.

Таким образом, под процессом решения задачи синтеза или эквивалентным ему понятием процесса проектирования (ПП) будем понимать совокупность последовательно меняющихся состояний задачи, а значит моделей объекта проектирования, рассматриваемых в прямой связи с действиями, реализующими эти изменения, в основе которых лежит представление о пространстве-структуре.

В рамках этого представления объекты БКО ЛА можно описать с помощью следующего математического формализма.

Представим всё пространство в целом состоящим из континуального множества точек  $N$ . Однако носителем физических свойств пространства служит дискретное подмножество  $M$ , каждая точка которого является не только геометрической, но и вещественной:

$$N = S_q \cup M_q; S_q \cap M_q = \emptyset; q = 1, 2, 3, \quad (7)$$

где

$S_q$  – подмножество, дополнительное к  $M_q$ ;  $\emptyset$  – пустое множество.

Индекс  $q$  имеет следующий смысл. Описание всего пространства через подпространства  $S_1$  и  $M_1$  оказывается недостаточным, т.к. связность подпространства нарушается тем, что дополняется подпространством  $M_1$ . Подпространство объекта или системы БКО ЛА состоит из конечного множества точечных, дискретно расположенных компонентов, каждый из которых представляет собой реальный элемент этого объекта или системы. Эти компоненты обладают конкретными специфическими свойствами, описание которых требует ввода подпространства, дополнительного к подпространствам как  $S_1$ , так и  $M_1$ . Следовательно, для описания точки опорного пространства-компонента производится такое переопределение координат этого компонента, при котором дополнительное пространство ( $S_2$  и  $M_2$ ) описывается уже другой  $n$ -матрицей и другим геометрическим комплексом, т.е.

становится другим, хотя по-прежнему евклидовым  $R^3$  пространством. После описания каждого компонента объекта или системы рассматривается единое подпространство компонентов – свободное пространство объекта или системы.

Сходное положение наблюдается и с описанием в третьем подпространстве с той (существенной) разницей, что в нём рассматриваются не только компоненты объекта или системы, но и единое пространство электрических цепей. При этом соединение узлов компонентов (структура) задаёт само пространство электрических цепей, размерность которого определяется числом линейно независимых путей распространения в этой структуре электрических сигналов. Таким образом, каждое из подпространств (континуальных  $S_q$  и дискретных  $M_q$ ) заполняет всё пространство  $N$ . Но в областях, принадлежащих дополнительным подпространствам, рассматривается только аналитическое продолжение данного подпространства. Следовательно, принцип дополненности отображён рядами дополнительных одна к другой величин, характеризующих объект или систему БКО ЛА в различных подпространствах. Каждый ряд физических величин, имеющих один и тот же смысл, выражен  $n$ -матрицей, а путь для электрических сигналов в геометрическом (топологическом) смысле представляет собой кривую, составленную из некоторого числа симплексов.

Одновременное рассмотрение всех характеризующих объект или систему величин возможно лишь очень большим числом  $n$ -матриц. Организация этих величин в  $n$ -матрицы позволяет вводить новые дополнительные понятия при описании БКО ЛА в рамках представлений о пространстве-структуре, само существование которых определяется этой организацией. С помощью  $n$ -матриц систематическим обозначением устанавливаются соотношения между известными величинами, удовлетворяющие некоторому критерию и обеспечивающие требуемое поведение объекта или системы БКО ЛА.

Суть применения топологии и тензорного анализа сетей при формализации описания БКО ЛА заключается в следующем. Все различные объекты или системы БКО ЛА рассматриваются как проекции обобщённого объекта или системы в частных системах координат пространства, структура которого различна и усложняется в зависимости от этапа их представления: для этапа макропредставления представление компонентов обычное (евклидово и дискретное), для представления электрических цепей – пространство-структура. Математический аппарат теории допускает существование в пространстве нескольких подпространств, взаимно и последовательно ограниченных и дополнительных одно к другому  $S_1 \cup M_1, S_2 \cup M_2, \dots, S_n \cup M_n$ . Набор таких подпространств  $S_q \cup M_q$  достаточен для полного описания БКО ЛА в задачах контроля и испытаний. Число подпространств, необходимое для полного описания  $N$  точек, определяется критерием: последнее подпространство  $S_n \cup M_n$  должно описывать все соединения компонентов, т.е. отражать сетевую структуру объекта или системы.

Для решения теоретических и практических задач при описании БКО ЛА в рамках представлений о пространстве-структуре введём основные математические объекты и соотношения. Предложенная выше методика представления объектов и систем БКО ЛА опирается на эволюцию их представления от совокупности точек, связанных структурой отношений. Структура отношений, развиваясь, переходит в понятие пространство сетей, т.е. физически – в пространство-структуру. Оно включает компоненты сети, электрические проводники, соединённые тем или иным способом. Пространство сетей дискретно, поскольку существует только вдоль выделенных электрических проводников – геометрических линий, помещённых в обычное геометрическое пространство. Геометрические линии (электрические проводники) и последовательности

линий в этом пространстве образуют пути (электрические цепи), по которым распространяются сигналы и потоки электрической энергии. С точки зрения геометрии объектами этого пространства, его линиями, состоящими из точек, являются пути.

Для решения задач, связанных со структурами, состоящими из соединённых элементов, будем пользоваться методами комбинаторной топологии и теории гомологии.

Введём топологические эквиваленты понятий, связанных со структурами объектов и систем БКО ЛА. Для изучения геометрических свойств объектов или систем будем рассматривать их как объединение очень простых элементарных фигур – симплексов. При этом узлам – монтажным точкам объекта или системы БКО ЛА – будем ставить в соответствие нульмерный симплекс  $[a_0]$ ; проводнику, соединяющему два узла – одномерный симплекс  $[a_0; a_1]$ , а электрической цепи – формально составленную сумму ориентированных одномерных симплексов:

$$C^1 = a_1 \cdot S_1^1 + a_2 \cdot S_2^1 + a_k \cdot S_k^1, \quad (8)$$

где

$S_1^1, S_2^1, S_k^1$  – одномерные ориентированные симплексы;

$a_1, a_2, a_k$  – целые числа.

Границей одномерного симплекса  $S = [a_0; a_1]$  называется нульмерная последовательность вида

$$\partial S = a_1 - a_0, \quad (9)$$

а граница последовательности (8) определяется формулой

$$\partial C^1 = \sum_{i=1}^{i=a} a_i \partial S_a^1. \quad (10)$$

Сумма  $C^1$  ориентированных симплексов, в которой все коэффициенты  $a_k$  – целые числа, называется  $i$ -мерной цепью. Такая цепь каждому  $i$ -мерному симплексу  $S_k^i$  ставит в соответствие целое

число  $a_k$ , причём  $a_k \neq 0$  для конечного числа симплексов и  $a_k(-S_k^i) = -a_k(S_k^i)$ .

Формальная линейная сумма (8) – удобный вид записи электрической цепи, состоящей из одномерных симплексов.

Множество  $\nu$  цепей с произвольными целыми коэффициентами  $a_k$  представляет собой группу цепей по сложению:

$$C^1(K) = \sum_{\nu} \left\{ \sum_{k=1}^a a_k \cdot S_k^1 \right\}, \quad (13)$$

где  $\sum_{k=1}^a a_k \cdot S_k^1$  –  $k$ -я электрическая цепь объекта или системы.

В теории представлений БКО ЛА рассматриваются только детерминированные объекты и системы, которые можно представить как упорядоченные пары

$$A = \langle S, f \rangle, \quad (14)$$

где

$S$  – множество одномерных симплексов,

$f$  – функция, описывающая  $S$ .

Областью значений многозначной функции  $f$  является множество  $z$  натуральных чисел

$$f : S \rightarrow z. \quad (15)$$

Для каждого симплекса  $S_i \in S$  функция  $f$  ставит в соответствие натуральные числа  $z_i$ :

$$f(S_i) = z_i. \quad (16)$$

Топологический эквивалент объекта или системы, для которой определена описывающая функция  $f$  при решении практических задач анализа этих объектов и систем, называется детерминированным графом или просто графом объекта или системы.

Совокупности симплексов произвольной размерности  $S^n$  (двухмерных, трёхмерных) обладают теми же свойствами, что и совокупности одномерных симплексов. Они позволяют изучать сложные фигуры теми же методами, которые ис-

пользовались для изучения фигур, построенных из одномерных симплексов.

Таким образом, при синтезе модели сети для контроля и диагностики используются алгебраические методы представления объектов как регулярных структур, разбиение которых на образующие их конфигурации в соответствии с теорией образов У. Гренандера [3], позволяют выделять в них электрические цепи и модули, подлежащие контролю. Это существенно упрощает процедуру построения программ контроля и диагностики сложных систем БКО ЛА.

### Библиографический список

1. Крон, Г. Тензорный анализ сетей [Текст]: [пер. с англ.] / Г. Крон – М.: Советское радио, 1978. – 720 с.
2. Коптев, А. Н. Монтаж, контроль и испытания электротехнического оборудования ЛА [Текст] / А. Н. Коптев, А. А. Миненков, Б. Н. Марьин, Ю. Л. Иванов – М.: Машиностроение, 1998. – 296 с.
3. Гренандер, У. Лекции по теории образов [Текст]: [пер. с англ.]. В 3-х т. Т.1 Синтез образов / У. Гренандер. – М.: Мир, 1979. – 383 с.

## PROBLEM OF SYNTHESIS OF A MODEL FOR CONTROL AND DIAGNOSTICS IN THE MANUFACTURE OF ONBOARD EQUIPMENT

© 2011 A. N. Koptev<sup>1</sup>, A. V. Kirillov<sup>1</sup>, N. A. Yakovenko<sup>1</sup>, D. Yu. Dronov<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Samara State Aerospace University named after academician S. P. Korolyov  
(National Research University)

<sup>2</sup>Povolzhskiy State University of Telecommunications and Informatics

The paper is devoted to problems of synthesis of a model of a network for control and diagnostics in the manufacture of onboard equipment. The problem of synthesis of a network is formulated; conditions of preference on the basis of a set of possible solutions of problems of designing a manufacturing network are presented; general approaches to the solution of particular problems of engineering designing and synthesis during the construction of models of production processes being designed on the basis of tensor analysis and the pattern theory are defined.

*Designing problem, simulation, diagnosed object, synthesis of a network of equipment, object structure, space.*

### Информация об авторах

**Коптев Анатолий Никитович**, доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой эксплуатации авиационной техники. Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва (национальный исследовательский университет). Область научных интересов: теория представлений, моделирование, контроль и диагностика бортовых комплексов оборудования в производстве и эксплуатации летательных аппаратов. E-mail: [eat@ssau.ru](mailto:eat@ssau.ru).

**Кириллов Алексей Владимирович**, ассистент кафедры эксплуатации авиационной техники. Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва (национальный исследовательский университет). Область научных интересов: технология контроля и диагностики, разработка систем динамического контроля и диагностики пилотажно-навигационных комплексов в производстве и эксплуатации. E-mail: [aL63-2010@mail.ru](mailto:aL63-2010@mail.ru).

**Яковенко Николай Александрович**, аспирант. Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва (национальный исследовательский университет). Область научных интересов: разработка систем динамического контроля и диагностики систем электроснабжения в производстве и эксплуатации. E-mail: [eat@ssau.ru](mailto:eat@ssau.ru).

**Дронов Дмитрий Юрьевич**, аспирант. Поволжский государственный университет телекоммуникации и информатики. Область научных интересов: проектирование сетей связи промышленных предприятий. E-mail: [eat@ssau.ru](mailto:eat@ssau.ru).

**Koptev Anatoly Nikitovitch**, doctor of technical sciences, professor, head of the aircraft maintenance department, Samara State Aerospace University named after academician S. P. Korolyov (National Research University), [eat@ssau.ru](mailto:eat@ssau.ru). Area of research: representational theory, modeling, technical diagnostics and assessment in the process of airborne equipment production and technical maintenance.

**Kirillov Alexei Vladimirovitch**, assistant of the aircraft maintenance department, Samara State Aerospace University named after academician S. P. Korolyov (National Research University), [aL63-2010@mail.ru](mailto:aL63-2010@mail.ru). Area of research: technical diagnostics and assessment technologies, development of flight-navigation complex dynamic diagnostic systems in the process of production and technical maintenance.

**Yakovenko Nikolay Alexandrovitch**, post-graduate student of Samara State Aerospace University named after academician S. P. Korolyov (National Research University), [eat@ssau.ru](mailto:eat@ssau.ru). Area of research: development of electrical supply system complex dynamic diagnostic systems in the process of production and technical maintenance.

**Dronov Dmitriy Yuryevitch**, post-graduate student of Povolzhskiy State University of Telecommunications and Informatics, [eat@ssau.ru](mailto:eat@ssau.ru). Area of research: designing communication networks of industrial enterprises.

## СТАТИСТИЧЕСКИЕ ФЕНОМЕНЫ БОЛЬШИХ РАСПРЕДЕЛЁННЫХ КЛАСТЕРОВ НАНОСПУТНИКОВ

© 2011 Я. А. Мостовой

Самарский государственный аэрокосмический университет  
имени академика С. П.Королёва  
(национальный исследовательский университет)

Рассматривается решение задачи дистанционного зондирования Земли кластером простых наноспутников, объединённых в сеть и распределённых по межвитковому интервалу трассы орбиты. Количество наноспутников в кластере для реализации глобального беспрерывного наблюдения за одни сутки, учитывая неуправляемое и случайное положение таких спутников в кластере, предлагается получить статистическим моделированием на квадратных решётках. Наряду с порогом перколяции исследуется другой статистический феномен, выявленный при таком моделировании – точка максимальной кластеризации, обладающая робастными свойствами.

*Статистическое моделирование, кластеры наноспутников, порог перколяции, модальный закон распределения вероятностей, робастность.*

### Введение

В процессе эволюционного развития спутники дистанционного зондирования Земли (ДЗЗ) достигли высокого совершенства. Для увеличения полосы наблюдения до значительной доли межвиткового интервала на этих аппаратах предусмотрены сложные системы навигации и угловой ориентации, позволяющие при соответствующем управлении угловым движением проводить наблюдение любых заданных целей, лежащих в стороне от трассы полёта, выполнять криволинейные маршруты съёмки, маршруты поперёк трассы и т.п. Такие спутники могут управлять параметрами своей орбиты и положением на ней за счёт бортовой двигательной установки автономно либо по командам с Земли. В рамках концепции ДЗЗ единичными или несколькими подобными сложными спутниками, образующими систему, развиваются классы тяжёлых спутников и так называемых малых спутников ДЗЗ.

В зависимости от поставленных целей и от достигаемых характеристик с учётом необходимости резервирования оборудования вес таких аппаратов ДЗЗ изменяется в диапазоне от нескольких сотен килограммов до нескольких тонн.

Возможна и другая концепция получения информации ДЗЗ путём запуска одновременно большого количества весьма простых сверхмалых спутников – наноспутников (НС), которые в совокупности и будут решать задачу глобального ДЗЗ.

В рамках этой концепции задача ДЗЗ решается не одиночным НС или системой нескольких НС, а кластером НС, распределённым по межвитковому интервалу трассы. Этот кластер должен рассматриваться как единая большая сеть с распределением ролей между НС кластера. Оценка необходимого количества НС в кластере – первая задача, которую нужно решить в рамках этой концепции.

Учитывая, что простейшие НС из-за малой массы не смогут иметь системы управления движением своего центра масс и организованное размещение отдельных НС в кластере не может быть поддержано и в общем случае является случайным, задачу определения необходимого количества спутников в таком генеральном кластере предлагается решить путём статистического моделирования процесса образования кластеров объектов на квадратной прямоугольной решётке.

Известно, что моделирование на таких решётках позволяет обнаружить и ис-

следовать статистический феномен порога перколяции как «пробоя» решётки перколяционным кластером [1].

Гораздо менее исследован другой статистический феномен моделирования больших сетей на решётках – наличие устойчивого (робастного) значения вероятности нахождения в ячейке решётки объекта, при котором число образовавшихся кластеров на решётке имеет максимум. При дальнейшем увеличении этой вероятности кластеры объектов растут, сливаются и их суммарное число падает.

Именно это малочувствительное к направлению перколяции и законам распределения вероятности нахождения в ячейке объекта значение может быть использовано для подсчёта необходимого числа НС в генеральном кластере.

### **1. Кластер наноспутников**

Каждый рабочий НС кластера с целью уменьшения массы должен иметь простую систему ориентации, от которой не требуется перенаведение целевой аппаратуры на объекты в стороне от трассы, не должен иметь двигательной установки и полноценной автономной системы навигации, может не иметь прямой связи с Землёй. Зато этот «рой» наноспутников может решать задачу беспропускового ДЗЗ в надире во всём межвитковом интервале за счёт количества спутников в кластере.

При этом в кластере НС должно иметься несколько спутников-серверов, не решающих задачу наблюдения, а поддерживающих связь с рабочими НС кластера, с одной стороны, и с Землёй, с другой стороны. Спутники – серверы принимают информацию с рабочих НС и передают её на Землю, а команды и данные, переданные с Земли, передаются ими же на рабочие НС.

В настоящее время возможно создание НС с такими простыми функциями, которые решают задачу ДЗЗ в надире, массой менее 10 кг, и следует ожидать в ближайшее время снижения этой массы до 3 – 4 кг [2]. Выведение нескольких со-

тен, а возможно и тысяч таких НС, что определяется характеристиками аппаратуры ДЗЗ, возможно специальным пуском одной ракеты, а возможно и попутно с выводением других полезных нагрузок.

Важно отметить, что цель рассматриваемой концепции ДЗЗ состоит не в том, что вместо тяжёлого и дорогого спутника запускается простой и лёгкий при этом малой ракетой, а в том, что повышается оперативность работ по ДЗЗ – рассматривается сразу весь межвитковый интервал, а сложный уникальный спутник заменяется большим количеством простых НС, производимых серийно.

Это должно сделать решение задачи ДЗЗ более экономически выгодным, несмотря на то, что суммарная масса выводимых на орбиту наноспутников ДЗЗ вряд ли уменьшится значительно по сравнению с традиционными тяжёлыми или малыми спутниками.

Очевидно, что резервирование бортовой аппаратуры при такой постановке задачи ДЗЗ для НС не требуется, управление «строим» спутников невозможно и не должно требоваться. Эти вопросы должны решаться количеством рабочих спутников в кластере и упомянутой структурой кластера (наличием спутников-серверов).

Конструкция НС, устройство его системы управления, энергоснабжения, аппаратуры ДЗЗ и других подсистем, проблемы разработки НС в настоящей статье не рассматриваются [2]. В статье рассматривается ключевой вопрос такой постановки задачи ДЗЗ: потребное количество НС в генеральном кластере.

### **2. Определение потребного количества НС в кластере методом статистического моделирования на квадратных решётках**

При рассмотренной постановке задачи получения информации от совокупности НС требуется не только изучение свойств каждого НС, но и рассмотрение свойств кластера НС и, в частности, статистических феноменов, свойственных большим случайным кластерам объектов, образующих «сложную сеть» [1,3,4].

Определим трассу кластера НС, вращающихся на орбитах ИСЗ с практически одинаковым периодом, как совокупность трасс всех НС. С течением времени из-за вариаций периодов вращения у каждого из НС трассы НС разойдутся по долготам на экваторе и займут весь межвитковый интервал. Данный процесс разведения НС можно поддержать методикой отделения НС от ракеты-носителя и конструкции систем отделения.

Процесс разведения НС по межвитковому интервалу в настоящей статье не рассматривается.

За целевой критерий, определяющий необходимое количество спутников в кластере, примем сплошное покрытие межвиткового интервала трассы орбиты выведения полосами наблюдения НС в надире. Выполнение этого критерия позволяет оперативно в течение суток получить глобальную беспрерывную информацию в широтном диапазоне, определяемом наклонением плоскости орбиты. Если была бы возможность «построить» кластер НС таким образом, чтобы его фронт покрывал полосами наблюдения межвитковый интервал  $L_{мв}$  на экваторе, то поставленный целевой критерий был бы выполнен при количестве НС, равном  $N$ . Здесь  $N$  – число НС, определяемое из выражения

$$L_{мв} = \sum_i^N li = N * li, \quad (1)$$

где  $li$  – полоса наблюдения  $i$ -го НС, которую примем постоянной для каждого НС.

Однако отсутствие двигательной установки и других средств управления орбитой после отделения от ракеты-носителя, наличие возмущений орбиты каждого из НС делает невозможным построение кластера подобным детерминированным «строением», и приходится констатировать случайное с течением времени положение НС относительно друг друга в рамках совокупности НС, которая выше названа генеральным кластером.

Ясно, что количество случайным образом размещённых НС для сплошного покрытия межвиткового интервала должно быть при прочих равных условиях

больше, чем определённое по выражению (1).

Задача протекания информации ДЗЗ через сеть случайно размещённых спутников (случайную среду) хорошо ложится на формулировки теории перколяции. В этом случае появление перколяционного кластера, который перекрывает межвитковый интервал, позволяет определить число НС в кластере.

Геометрически распределённую совокупность НС в границах межвиткового интервала трассы представим размещённой случайным образом на квадратной решётке или матрице с количеством узлов или ячеек, определяемым  $N$  – числом строк матрицы (1). При этом будем полагать, что геометрически межвитковый интервал отображается на высоту матрицы.

Пусть в каждой ячейке матрицы (или узле решётки) находится НС с вероятностью  $p$  или ячейка пуста с вероятностью  $1-p$ . Вероятность  $p$  можно интерпретировать как долю (концентрацию) занятых узлов при случайно-однородном заполнении решётки [1].

Поэтому далее в подрисуночных подписях вместе с выражением «вероятность наличия объекта в ячейке матрицы» употребляется более краткое выражение «доля примеси».

Для начала примем, что вероятность нахождения НС в ячейке матрицы является величиной постоянной по всей матрице.

Ответ на вопрос, какова должна быть вероятность нахождения НС в ячейке  $p$ , чтобы возник перколяционный кластер, соединяющий верхнюю и нижнюю часть матрицы, даёт теория перколяции.

Слово перколяция (от лат. percolatio – процеживание, фильтрация) означает протекание. Название возникло в связи с тем, что ряд первых работ в этом направлении был посвящён процессам просачивания (протекания) жидкостей или газов через случайную пористую среду.

Теория перколяции даёт метод моделирования важных прикладных задач,

так как описывает широкий класс явлений, которые называются критическими и характеризуются движением потока через случайную среду.

Теория перколяции может адекватно описывать движение, например, электрического тока через диэлектрик со случайной долей примеси проводящих фрагментов или движение потока информации по вычислительной сети, в которой поражена случайная часть узлов, или движение потока автомобилей по дорожной сети со случайной пропускной способностью каждого участка, или движение потока огня при лесном пожаре, или прохождение потока информации через случайным образом размещённые в пространстве спутники и т. п.

При определённых характеристиках этой случайной среды возникает «пробой» – принципиальное изменение состояния рассматриваемой системы: информационная сеть перестает функционировать, в дорожной сети возникает пробка, лесной пожар затихает и т. п.

Теория перколяции имеет много точных аналитических результатов, но основной используемый ею метод – численное моделирование на решётках или деревьях [1, 3].

Для примера возьмём плоскую решётку или матрицу  $3 \times 3$ . Пусть начальное состояние матрицы «белое» – матрица состоит полностью из непроводящих ячеек. Начнём добавлять в матрицу проводящие ячейки.

Перколяцией называют момент появления такого состояния решётки (матрицы), при котором существует хотя бы один непрерывный путь через соседние проводящие ячейки, соприкасающиеся рёбрами от одного края до противоположного.

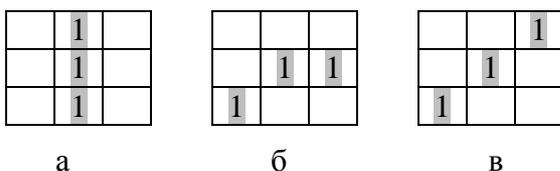


Рис.1. Перколяция есть (а), перколяции нет (б,в)

Добавим в матрицу «чёрные» проводящие элементы (бит состояния равен 1), например, в количестве трёх. В общем случае их недостаточно для перколяции снизу вверх, хотя при некоторых сочетаниях размещения проводящих ячеек (рис.1а) перколяция может иметь место. На рис.1б,в перколяции нет, так как «чёрные» ячейки не соприкасаются рёбрами.

Вопрос, на который отвечает теория перколяции, – при какой доле проводящих ячеек ( $P_c = N_{черн} / N$ ) или при какой вероятности их появления возникает непрерывная цепочка, соединяющая верхнюю и нижнюю части решётки, т.е. возникает «пробой». Ясно, что в нашем примере при доле  $2/9$  проводимости нет никогда, но при доле  $3/9$  проводимость будет, но не во всех возможных случаях, т. е. пробой возникает с определённой вероятностью. При доле  $7/9$  проводимость будет гарантирована – вероятность перколяции равна 1.

В результате статистической обработки серии математических экспериментов были определены пороги перколяции для различных размеров матрицы при равновероятном появлении НС в каждой её ячейке. Зависимость порога перколяции от размера матрицы представлена на рис. 2. Из графика видно, что при увеличении размера матрицы диапазон значений порога перколяции сужается, т.е. при бесконечном росте размера матрицы перколяция будет возникать скачком – ступенчато [1]. Обычно в теории перколяции стремятся рассматривать бесконечную (очень большую) матрицу, однако в нашем случае в соответствии с постановкой задачи необходимо рассматривать матрицу конечных размеров.

Отметим, что при числе НС, случайно размещённых в межвитковом интервале, большем, чем  $N$ , согласно (1), сплошное покрытие полосами наблюдения межвиткового интервала на экваторе может наступить раньше возникновения перколяционного кластера.

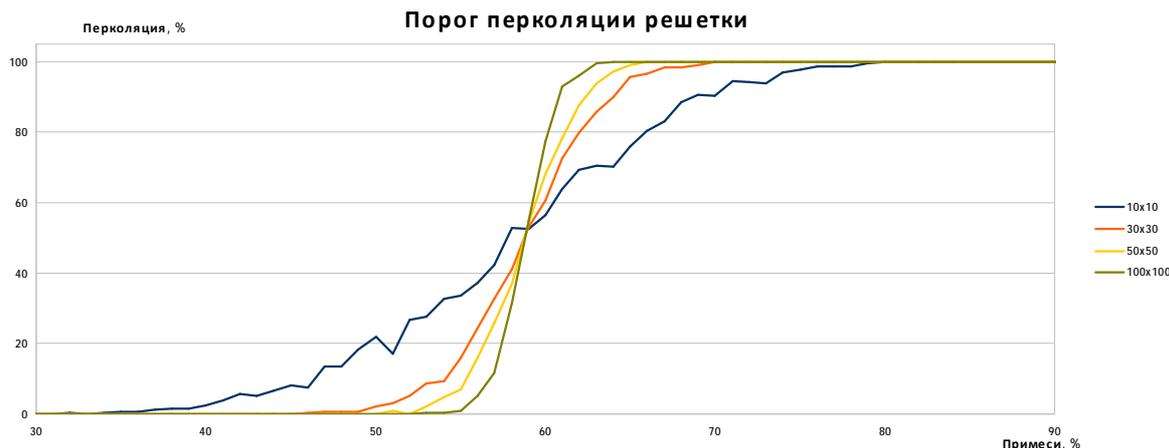


Рис.2. Зависимость порога перколяции от вероятности наличия НС в ячейке (доли примеси) для различных размеров матрицы

Для проведения серии математических экспериментов была выбрана матрица размера 50 x 50, которая заполнялась сначала с учётом равновероятностного распределения НС по ячейкам. Серия включала от 500 до 1000 статистических экспериментов с построением случайной матрицы для каждого значения вероятности наличия НС в ячейке матрицы. По по-

лученным матрицам были распознаны алгоритмом Хошена – Коппельмана все кластеры, построены графики и определены статистические показатели. Визуализация одной из полученных матриц приведена на рис. 3. Все возникшие кластеры, в том числе и перколяционный, окрашивались разными цветами.

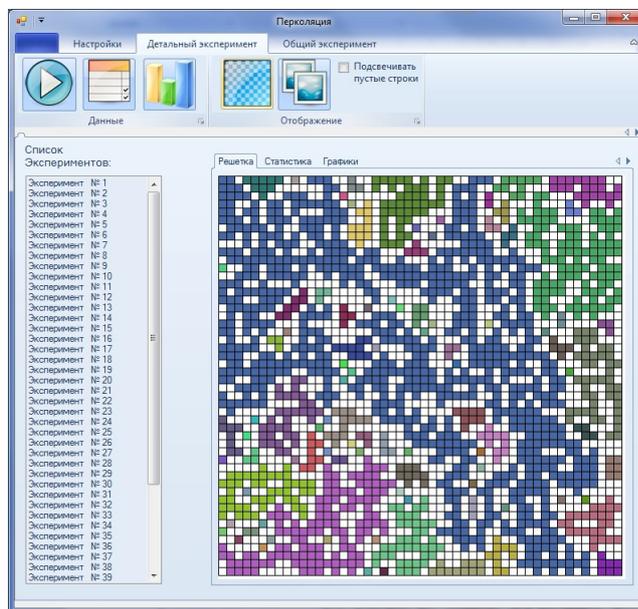


Рис.3. Визуализация кластеров на решётке в одном из экспериментов с наличием перколяционного кластера. Пустые ячейки не закрашены. Перколяционный кластер на рисунке имеет более интенсивный серый цвет

На рис. 4 а приведена зависимость среднего размера кластера решётки от вероятности наличия НС в ячейке (доли

примеси). По этому графику видно, что вероятности, меньшей 0,5, соответствует небольшое значение среднего размера

кластера, а при вероятности наличия НС в ячейке больше, чем порог перколяции, функция возрастает стремительно. Это объясняется тем, что при малых вероятностях наличия объектов в ячейке решётка заполнена большим количеством класте-

ров маленького размера, а при значениях этой вероятности, больших, чем порог перколяции, эти маленькие кластеры объединяются с перколяционным кластером, который стремительно увеличивается.

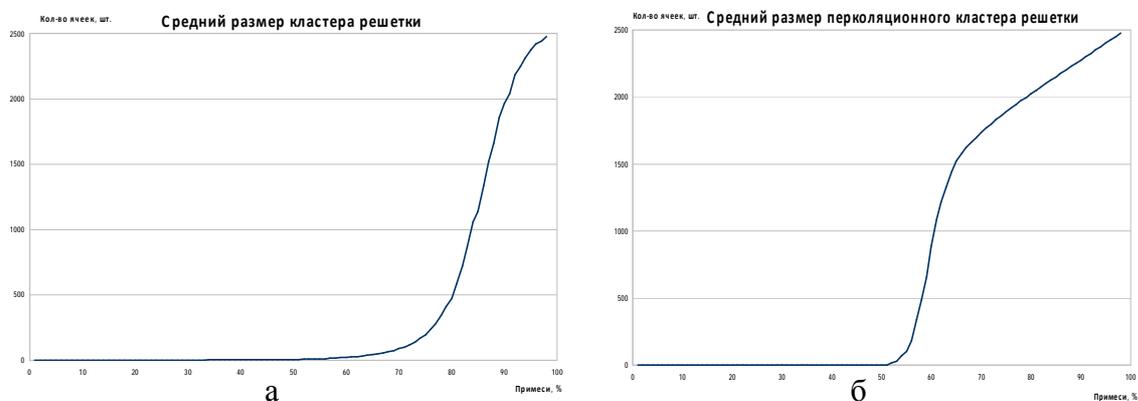


Рис.4. Зависимость среднего размера кластера решётки (а) и среднего размера перколяционного кластера (б) от вероятности появления в ячейке НС (доли примеси)

По рис.5, на котором изображены полученные значения порогов перколяции, можно определить диапазон значений порога перколяции для матрицы  $50 \times 50$ . Он равен  $0,5 \div 0,67$ . При этом теоретическое значение для бесконечной матрицы равно  $0,593$  [1]. Этот диапазон

вероятностей наличия в ячейке НС соответствует возникновению и стремительному росту среднего размера перколяционного кластера (рис. 4 б). После достижения верхнего значения порога перколяции ( $0,67$ ) приращение функции заметно уменьшается.



Рис. 5. Зависимость порога перколяции решётки от вероятности наличия в ячейке НС (доли примеси)

Зависимость количества кластеров решётки от вероятности наличия в ячейке НС (доли примеси) отражена на рис. 6. По мере увеличения этой вероятности в диапазоне  $0,1 - 0,25$  матрица заполняется НС и количество кластеров растёт. Максимальное значение количества кластеров

достигается при вероятности наличия в ячейке НС (концентрации примеси), приблизительно равной  $0,25$ . После этой точки при добавлении новых НС они начинают более активно присоединяться к уже образованным кластерам, происходит слияние кластеров и рост их размеров со снижением общего количества кластеров.

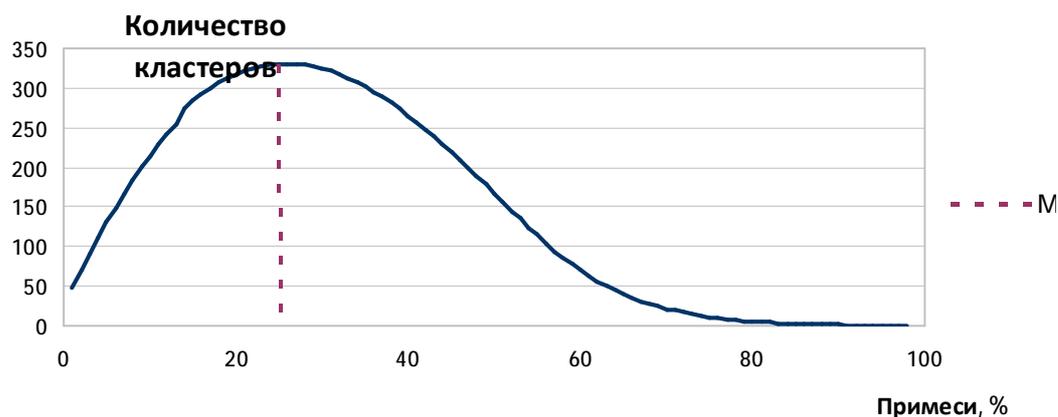


Рис. 6. Зависимость среднего количества кластеров решетки от вероятности наличия в ячейке НС (доли примеси)

При вероятности наличия в ячейке НС (доли примеси), равной 0,25, в матрице присутствует большое число кластеров небольших размеров (рис. 7).

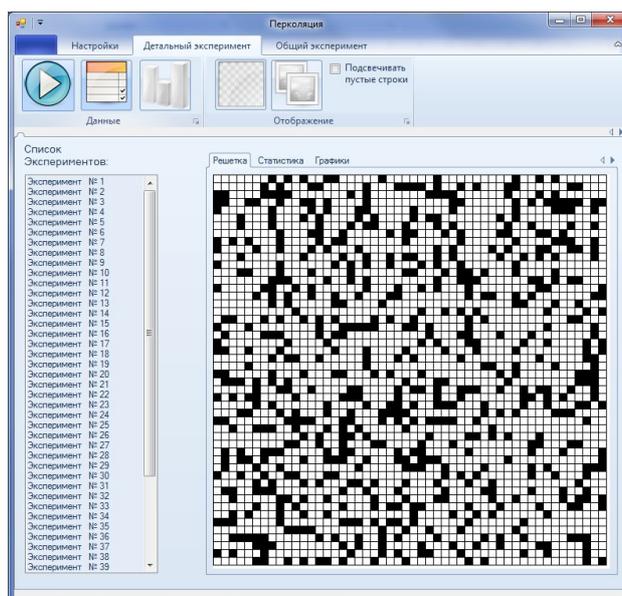


Рис. 7. Визуализация кластеров на решетке при вероятности наличия в ячейке НС, равной 0,25. Чёрным цветом закрасены ячейки, содержащие объект

Рассмотренные результаты позволяют гарантированно оценивать порог перколяции значением 0,67, что даёт число спутников в перколяционном кластере  $N_{пк}$ , равное  $N_{пк} = 0,67 * N_p$ , где  $N_p$  – число ячеек в матрице.

Однако такое значение НС будет явно избыточным, так как структура перколяционного кластера достаточно ветвиста и рыхла (рис. 3), и в одной любой строке

матрицы находится (при вертикальном направлении перколяции, принятом в статье) множество ячеек, занятых НС.

В этом случае лучше иметь не один сплошной перколяционный кластер, а множество небольших кластеров, проекции размеров которых на вертикальную ось перекрывают друг друга и покрывают всю высоту матрицы (отсутствуют нулевые строки), которая интерпретируется как межвитковый интервал.

Точка максимума на кривой рис. 6 со значением вероятности нахождения в ячейке матрицы НС, равным 0,25, даёт среднее максимальное количество кластеров. Средний размер кластера в этом случае имеет значение около 2 (рис. 7). Проведённые проверки показывают отсутствие нулевых строк матрицы во всех полученных экспериментах. Это можно подтвердить и вероятностным расчётом наличия пустой строки в матрице при  $p = 0,25$ .

Использование точки максимального количества кластеров для определения необходимого числа НС позволяет более чем в два раза снизить потребное число НС, распределённых по межвитковому интервалу, для выполнения выбранного геометрического критерия покрытия.

Этот результат тем более важен, если учесть показанное ниже замечательное свойство значения вероятности наличия НС в ячейке, равного 0,25 – вероятности образования в среднем максимального количества кластеров. Это значение мало изменяется при изменении размера матрицы и при изменении законов распределения по матрице вероятности нахождения НС в ячейке (при сохранении средней по матрице вероятности наличия НС в ячейке).

### **3. Статистическое моделирование больших сетей на квадратной решётке при модальных законах распределения вероятностей нахождения объекта в ячейке**

Предположение о возможности равномерного по решётке распределения вероятности нахождения объекта в ячейке или вероятности примеси требует рассмотрения для конкретных применений.

Рассмотрим в качестве более общего случая направленную градиентную перколяцию, для которой вероятность приме-

си или вероятность нахождения объекта в ячейке переменна либо по ширине матрицы вдоль каждой строки, либо переменна по высоте матрицы вдоль каждого столбца [3]. При этом закон распределения этой вероятности имеет моду, т.е. вероятность возрастает к оси матрицы и уменьшается к краям матрицы.

Будем выдерживать при этом среднее значение вероятности нахождения объекта в ячейке по всей матрице и соответственно откладывать его по оси ординат графиков. Такой подход позволяет выделять влияние неравномерности распределения из-за наличия моды в законе распределения.

Величину увеличения вероятности нахождения объекта в ячейке на оси матрицы и уменьшения её к краям будем описывать параметром  $f$ , характеризующим относительное увеличение вероятности по оси матрицы по сравнению со средним её значением. Мода закона распределения может совпадать с рассматриваемым направлением перколяции либо она может быть «поперёк» рассматриваемого направления перколяции (рис. 8).

Проведённое статистическое моделирование на конечной решётке показало, что оба статистических феномена: наличие порога перколяции и наличие точки максимальной кластеризации – имеют место как в случае вертикального, так и в случае горизонтального градиентов вероятности наличия объекта в ячейке.

При этом значение порога перколяции изменяется значительно, а значение средней по матрице вероятности наличия объекта в ячейке в точке максимальной кластеризации, которую обозначим  $P_{мк}$ , практически не меняется (таблица 1).

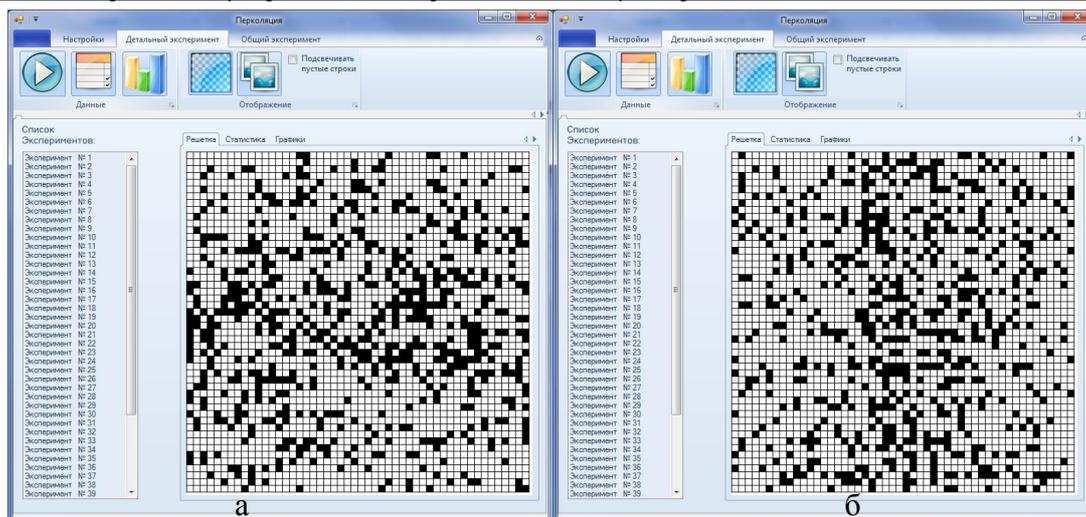


Рис. 8. Вид кластеров НС на решётке  $50 \times 50$  при вероятности наличия НС в ячейке  $P_{mk}=0,25$ , соответствующей максимальному числу кластеров, при модальных законах распределения НС по матрице

*а* – мода горизонтальна и  $f=0,5$ ,  
*б* – мода вертикальна и  $f=0,5$

Таблица 1. Статистические характеристики распределения примеси при различных градиентах

Закон распределения вероятностей объектов по матрице	Значение порога перколяции	Значение $P_{mk}$ в точке максимальной кластеризации	Среднее количество кластеров в точке $P_{mk}$	Относительная частота нулевых строк на матрицу при $P_{mk}$	Примечание
равномерный	0.5 – 0.67	0.25	329	0	$f=0$
модальный вертикальный	0.4 – 0.55	0.25	293	0	$f=0.6$
модальный горизонтальный	0.65 – 0.77	0.25	290	0.04	$f=0.6$

При этом нулевые строки при  $P_{mk}$  в матрицах отсутствуют в подавляющем числе экспериментов – сгенерировано и рассмотрено по 1000 случайных матриц для каждого из распределений и для каждого значения вероятности нахождения в ячейке объекта.

Таким образом, процедура определения необходимого числа наноспутников в кластере, обеспечивающих сплошное покрытие межвиткового интервала полосами наблюдения размером 50 км, для полученного значения  $P_{mk}$  будет робастной, т.е. малочувствительной к ошибкам и предположениям относительно законов

распределения вероятностей нахождения объекта в ячейке.

### Закключение и выводы

Рассмотрены статистические феномены образования случайных кластеров при моделировании больших сетей на решётках.

Показано, что наряду со значением вероятности нахождения объекта в ячейке, описывающим порог перколяции, на оси вероятности нахождения объекта в ячейке имеется другая замечательная точка – точка максимальной кластеризации, в которой среднее число кластеров по мат-

рице имеет максимум. По мере увеличения вероятности наличия объектов в ячейке матрица заполняется объектами и количество кластеров растёт. Максимальное значение количества кластеров достигается при вероятности наличия в ячейке НС (объекта), равной 0,25. После этой точки при добавлении новых НС (объектов) они начинают более активно присоединяться к уже образованным кластерам и происходит слияние кластеров со снижением их общего количества.

В качестве примера рассмотрена концепция получения информации ДЗЗ путём запуска одновременно большого количества весьма простых сверхмалых спутников – наноспутников (НС), которые, будучи распределёнными по межвитковому интервалу трассы случайным образом, в совокупности будут оперативно решать задачу глобального ДЗЗ.

В рассмотренном примере создания кластеров наноспутников ДЗЗ значение вероятности нахождения НС в ячейке равно 0,25, что гораздо меньше порога перколяции. Это значение является наиболее предпочтительным для определения

количества НС в кластере, так как в этом случае обеспечивается робастность – нечувствительность к предположениям относительно законов распределения вероятности нахождения НС в ячейках матрицы.

Работа выполнена по гранту РФФИ N 11 – 07 – 12062 офи – 2011.

#### Библиографический список

1. Тарасевич, Ю. Ю. Перколяция: теория, приложения, алгоритмы. / Ю. Ю. Тарасевич. – Москва: УРСС, 2002. – 109с.
2. [www.portalnano.ru/read/prop/pro/materials/functional/4cosmos/nanosatellites](http://www.portalnano.ru/read/prop/pro/materials/functional/4cosmos/nanosatellites).
3. Москалев, П. В. Математическое моделирование пористых структур. / П. В. Москалев, В. В. Шитов. – Москва: Физматлит, 2007. – 120 с.
4. Ландэ, Д. В. Интернетика: Навигация в сложных сетях: модели и алгоритмы. / Д. В. Ландэ, А. А. Снарский, И. В. Безсуднов. – Москва: Книжный дом «Либерком», 2009. – 264 с.

## STATISTICAL PHENOMENA OF GREATER DISTRIBUTED CLUSTERS OF NANOSATELLITES

© 2011 Ya. A. Mostovoy

Samara State Aerospace University named after academician S. P. Korolyov  
(National Research University)

The paper deals with the solution of the Earth remote sensing problem by a cluster of ordinary nanosatellites combined in a network and distributed over the inter-turn interval of the orbit. The number of nanosatellites in a cluster used to perform global observations for 24 hours can be determined by statistical modeling on square matrices, taking into account uncontrollable and random position of such satellites in a cluster. Another statistical phenomenon is investigated along with the percolation threshold, namely, the point of maximum clusterization possessing robustness.

*Statistical modeling, cluster of nanosatellites, threshold percolation, modal law of probability distribution, robustness.*

#### Информация об авторах

**Мостовой Яков Анатольевич**, д.т.н., профессор, профессор кафедры геоинформатики и информационной безопасности. Самарский государственный аэрокосмиче-

ский университет имени академика С. П. Королёва (национальный исследовательский университет). Область научных интересов: компьютерное управление сложными техническими системами (СТС), инженерия программного обеспечения для СТС, имитационное математическое моделирование для отладки, проектирования и управления СТС.

**Mostovoy Yakov Anatolyevitch**, doctor of technical sciences, professor, professor of the department of geoinformatics and information security, Samara State Aerospace University named after academician S. P. Korolyov (National Research University), [jakob.mostovoi@yandex.ru](mailto:jakob.mostovoi@yandex.ru). Area of research: computer control of complex technical systems (CTS), software engineering for CTS, simulation mathematical modeling for debugging, designing and controlling CTS.

## ОПТИМИЗАЦИЯ НЕСУЩЕГО АЭРОДИНАМИЧЕСКОГО ПРОФИЛЯ МЕТОДОМ СОПРЯЖЁННОГО ГРАДИЕНТА

© 2011 Е. В. Печеник

Самарский государственный аэрокосмический университет  
имени академика С.П. Королёва  
(национальный исследовательский университет)

Рассматривается задача оптимизации формы несущего аэродинамического профиля. Сформулирована функция цели, в которой помимо аэродинамических учитываются массовые характеристики профиля. Задача оптимизации решается при помощи метода сопряжённого градиента для вязкого несжимаемого течения. Прямая задача решается при помощи алгоритма SIMPLE в вычислительном пакете Star-CD. Сопряжённые уравнения решаются при помощи адаптированного алгоритма SIMPLE.

*Функция цели, функции ограничений, проектные переменные, сопряжённые уравнения, несущий аэродинамический профиль.*

**Введение.** В настоящее время проектирование формы несущего аэродинамического профиля опирается на экспериментальное и математическое моделирование. Методы вычислительной гидроаэродинамики (ВГАД) позволяют относительно дёшево и быстро проанализировать различные формы профиля. Эксперимент, в свою очередь, даёт возможность верифицировать результаты, полученные при помощи ВГАД. Однако перебор альтернативных вариантов не гарантирует получение оптимальной формы профиля. Поэтому актуальной проблемой является разработка эффективного алгоритма оптимизации аэродинамических форм для вязкого течения жидкости и газа. В работе используется метод сопряжённого градиента. Принципиальным отличием метода является возможность использовать большое количество проектных переменных (величин, определяющих форму профиля), так как машинное время решения задачи оптимизации практически не зависит от их количества.

При разработке метода за основу был взят непрерывный подход составления сопряжённых уравнений [1,2]. Прямая задача, описываемая осреднёнными

по Рейнольдсу уравнениями Навье-Стокса для двумерного стационарного течения, решается при помощи алгоритма SIMPLE [3,4] в вычислительном пакете Star-CD. Сопряжённые уравнения решаются при помощи адаптированного алгоритма SIMPLE.

Помимо разработки эффективного алгоритма оптимизации важно адекватно сформулировать функцию цели. Аэродинамический профиль не только создаёт подъёмную силу, но и размещает в себе конструкцию крыла, необходимую для восприятия аэродинамических нагрузок. Масса этой конструкции (речь идёт о погонной массе сечения крыла) зависит, главным образом, от формы профиля и величины изгибающего момента, действующего в данном сечении. Таким образом, если в оптимизации учитывать только аэродинамические характеристики, можно получить профиль с высоким аэродинамическим качеством, но с неприемлемо высокой погонной массой. В результате общий эффект (например, топливная эффективность самолёта) может оказаться отрицательным. Погонную массу сечения крыла на основе геометрии профиля можно достаточно точно оценить при помощи так называемого силового фактора  $I_m$  [5]. Поэтому задача оптимизации формулируется следующим образом: минимизиру-

ются лобовое сопротивление профиля  $X_a$ , отклонение подъёмной силы от исходной величины

$$\frac{1}{2} \left( \frac{Y_a - Y_{a0}}{Y_{a0}} \right)^2$$

и отклонение силового фактора от исходного значения

$$\frac{1}{2} \left( \frac{I_m - I_{m0}}{I_{m0}} \right)^2,$$

где

$Y_a$  – подъёмная сила текущего профиля;

$Y_{a0}$  – подъёмная сила исходного профиля;

$I_m$  – силовой фактор для текущего профиля;

$I_{m0}$  – силовой фактор для исходного профиля.

**Формулировка метода.** Пусть задана функция цели  $I(w, s)$  и функции ограничений  $R(w, s) = 0$ , где  $w(s)$  – переменные поля течения,  $s$  – проектные переменные. Функцией цели, например, может быть лобовое сопротивление тела, подъёмная сила или заданное распределение давления. Необходимо найти такие проектные переменные, при которых удовлетворяются функции ограничений и функция цели достигает своего локального минимума. Функциями ограничений являются уравнения Навье-Стокса для двумерного стационарного несжимаемого течения. Для удобства обозначим декартовы координаты  $x_1, x_2$ , а компоненты вектора скорости  $\bar{V}$  –  $u_1, u_2$ . Также будем подразумевать суммирование по повторяющимся индексам  $i$  ( $i=1,2$ ). Тогда уравнения Навье-Стокса могут быть записаны как

$$\frac{\partial f_i}{\partial x_i} - \frac{\partial f_i^v}{\partial x_i} = 0 \text{ в области } D, \quad (1)$$

где

$$f_i = \left\{ \begin{matrix} u_i \\ ru_1 u_i + pd_{i1} \\ ru_2 u_i + pd_{i2} \end{matrix} \right\}; \quad f_i^v = \left\{ \begin{matrix} 0 \\ s_{ij} d_{j1} \\ s_{ij} d_{j2} \end{matrix} \right\};$$

$$s_{ij} = m \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right); \quad d_{ij} = \begin{cases} 0, & \text{если } i \neq j \\ 1, & \text{если } i = j \end{cases};$$

$p$  – давление;  $\rho$  – плотность;  $\mu$  – вязкость.

За переменные поля течения  $w(s)$  принимается вектор  $w = (p, u_1, u_2)^T$ . Для вывода сопряжённых уравнений векторное уравнение (1) необходимо представить в вычислительном пространстве с системой координат  $\xi_1, \xi_2$  такой, что контур исследуемого профиля лежит на оси  $\xi_1$ :

$$\frac{\partial F_i}{\partial x_i} - \frac{\partial F_i^v}{\partial x_i} = 0 \text{ в области } D_x, \quad (2)$$

где  $F_i = S_{ij} f_j$ ;  $F_i^v = S_{ij} f_j^v$ ;

$$S = \begin{pmatrix} \frac{\partial x_2}{\partial x_2} & -\frac{\partial x_1}{\partial x_2} \\ -\frac{\partial x_2}{\partial x_1} & \frac{\partial x_1}{\partial x_1} \end{pmatrix}.$$

Из выражения (2) получим вариацию функций ограничений  $\delta R(w, s)$ . Так как в вычислительном пространстве форма тела и соответственно область  $D_\xi$  остаются неизменными при вариациях формы в физическом пространстве, то для любой точки вычислительной области можно записать

$$dR = \frac{\partial(dF_i)}{\partial x_i} - \frac{\partial(dF_i^v)}{\partial x_i} = 0. \quad (3)$$

Запишем вариации для потоков в следующем виде:

$$dF_i = dF_{Ii} + dF_{IIi}, \quad dF_i^v = dF_{Ii}^v + dF_{IIi}^v,$$

где вариации с индексом  $I$  – вклады, связанные с изменением переменных поля течения  $dw$ , а с индексом  $II$  – вклады, связанные с изменением формы тела  $\delta s$ .

Рассмотрим функцию цели  $I$ , которую можно представить как интеграл по границе профиля в вычислительном пространстве  $B_{\xi w}$ :

$$I = \int_{B_{\xi w}} M(w, s) dB_x. \quad (4)$$

Выражение для вариации функции цели можно записать:

$$dI = \int_{B_{\xi w}} dM(w, s) dB_x. \quad (5)$$

Уравнение (3) умножим на вектор множителей Лагранжа,  $\psi = (\psi_1, \psi_2, \psi_3)^T$  в каждой точке рассматриваемой области  $D_\xi$ , проинтегрируем по ней, применив теорему

Остроградского-Гауса, и вычтем из выражения (5). В результате получим

$$dI = \int_{B_{\zeta w}} dM(w, s) dB_x - \int_{B_x} n_i^x y^T (dF_i - dF_i^v) dB_x + \int_{D_x} \frac{\partial y^T}{\partial x_i} (dF_i - dF_i^v) dD_x,$$

где  $n_i^{\zeta}$  - компоненты вектора внешней нормали к границе области  $B_{\zeta}$  в вычислительном пространстве.

Исходя из предположения, что на внешней границе рассматриваемой области вариации потоков вследствие изменения формы тела равны нулю, можно записать

$$dI = \int_{B_{\zeta w}} [dM - n_i^x y^T (dF_i - dF_i^v)] dB_x + \int_{D_x} \frac{\partial y^T}{\partial x_i} (dF_{Ii} - dF_{Ii}^v) dD_x + \int_{D_x} \frac{\partial y^T}{\partial x_i} (dF_{IIi} - dF_{IIi}^v) dD_x. \quad (6)$$

Необходимо найти такие  $\psi$ , чтобы первые два интеграла выражения (6) обратились в нуль. Таким образом, сопряжённые уравнения и соответствующие граничные условия можно записать в форме:

$$\int_{D_x} \frac{\partial y^T}{\partial x_i} (dF_{Ii} - dF_{Ii}^v) dD_x = 0; \quad (7)$$

$$\int_{B_{\zeta w}} [dM - n_i^x y^T (dF_i - dF_i^v)] dB_x = 0. \quad (8)$$

Граничные условия для сопряжённых уравнений определяются видом функции цели. Положим, что функцией цели является вектор результирующей силы  $\bar{T} = (X, Y)$ , действующий на профиль, спроецированный на некоторое направление  $\bar{q} = (q_1, q_2)$ . Тогда в вычислительном пространстве функцию цели представим как

$$I = -q_1 \int_{B_{\zeta w}} S_{2j} (d_{j1} p - s_{j1}) dx_1 - q_2 \int_{B_{\zeta w}} S_{2j} (d_{j2} p - s_{j2}) dx_1.$$

Согласно выражению (4)

$$M(w, s) = -q_1 S_{2j} (d_{j1} p - s_{j1}) - q_2 S_{2j} (d_{j2} p - s_{j2}).$$

Отметим, что вдоль контура тела  $B_{\zeta w}$ :  $n_1^x = 0$ ,  $n_2^x = -1$  и  $u_1 = u_2 = 0$  (граничное условие прилипания). Поэтому выражение (8) можно записать:

$$\int_{B_{\zeta w}} [dM + y^T d(F_2 - F_2^v)] dB_x = - \int_{B_{\zeta w}} q_1 d(S_{21} p - S_{2j} s_{j1}) dx_1 - \int_{B_{\zeta w}} q_2 d(S_{22} p - S_{2j} s_{j2}) dx_1 + \int_{B_{\zeta w}} y_2 d(S_{21} p - S_{2j} s_{j1}) dx_1 + \int_{B_{\zeta w}} y_3 d(S_{22} p - S_{2j} s_{j2}) dx_1. \quad (9)$$

Из равенства (9) следует, что если принять  $\psi_2 = q_1$ , а  $\psi_3 = q_2$  на границе тела, то рассматриваемый интеграл обратится в нуль. Что касается  $\psi_1$ , то его можно выбирать произвольно на границе  $B_{\zeta w}$ , так как независимо от его значения интеграл обращается в нуль. Граничные условия на внешней границе рассматриваемой области могут быть заданы различными способами, так как вариации потоков вследствие изменения формы тела на этой границе предполагаются равными нулю. Поэтому на внешней границе рассматриваемой области положим  $\psi_1 = \psi_2 = \psi_3 = 0$ .

Определив вектор множителей Лагранжа из уравнений (7), можно найти вариацию функции цели по формуле

$$dI = \int_{D_x} \frac{\partial y^T}{\partial x_i} (dF_{IIi} - dF_{IIi}^v) dD_x. \quad (10)$$

Вариации потоков представим как

$$dF_{IIi} = \frac{\partial F_i}{\partial s} ds, \quad dF_{IIi}^v = \frac{\partial F_i^v}{\partial s} ds,$$

где  $\frac{\partial F_i}{\partial s}$  и  $\frac{\partial F_i^v}{\partial s}$  определяются численно, варьированием соответствующего компонента вектора проектных переменных  $s$  при неизменном поле течения.

Тогда градиент функции цели есть

$$G = \int_{D_x} \frac{\partial y}{\partial x_i}^T \left( \frac{\partial F_i}{\partial s} - \frac{\partial F_i^v}{\partial s} \right) dD_x.$$

Как правило, градиент  $G$  не обладает той же гладкостью, что и исходный контур. Поэтому алгоритм оптимизации может оказаться неустойчивым. Во избежание этого в работе [2] предлагается заменить градиент  $G$  сглаженным градиентом  $\bar{G}$ , который получается в результате решения неявного сглаживающего уравнения:

$$\bar{G} - \frac{\partial}{\partial x_1} e \frac{\partial \bar{G}}{\partial x_1} = G,$$

где  $e$  - параметр, влияющий на степень сглаживания градиента.

Таким образом, используя метод наискорейшего спуска, для вариации вектора проектных переменных можно записать:

$$ds = -\alpha \bar{G},$$

где  $\alpha$  - положительное малое число, которое определяется в ходе численных экспериментов.

Прямая задача решается для вязкого турбулентного несжимаемого течения при помощи алгоритма SIMPLE в вычислительном пакете Star-CD. Число Рейнольдса  $Re \approx 3,3 \cdot 10^6$ , модель турбулентности Spalart and Allmaras. Сопряжённые уравнения, в отличие от уравнений Навье-Стокса, являются линейными и поэтому решаются при помощи адаптированного алгоритма SIMPLE.

**Постановка задачи.** В качестве исходного используется профиль fx 61-163. Угол атаки  $\alpha = 5,5^\circ$ , что соответствует углу максимального аэродинамического качества данного профиля. Расчётная сетка, которая используется для составления дискретного аналога, как уравнений движения, так и сопряжённых уравнений, строится при помощи метода, основанного на решении уравнений Пуассона [6]. За проектные переменные принимаются координаты узлов расчётной сетки, лежащие на контуре профиля. Фиксированным является узел, принадлежащий задней кромке профиля. Координаты узлов варьируются вдоль линий расчётной сетки (рис. 1).

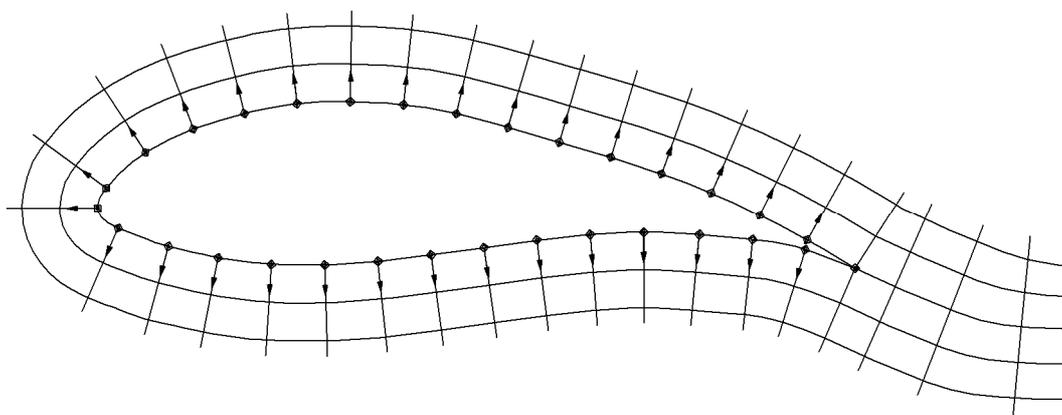


Рис. 1. Проектные переменные

**Функция цели.** Как уже было отмечено, для получения практически применимых результатов в оптимизации несущего профиля необходимо учитывать погонную массу сечения крыла, которую можно оценить при помощи так называемого силового фактора. Согласно [5] силовой фактор  $I_m$  можно представить как

$$I_m = \int_V |\sigma_n| dV,$$

где

$|\sigma_n|$  – модуль нормальных напряжений, возникающих от изгиба в некотором сечении крыла;

$V$  – площадь профиля.

Нормальные напряжения в некотором сечении крыла с изгибающим моментом  $Q$

могут быть определены по известной формуле:

$$s_n = \frac{Q}{I_x} y,$$

где

$y$  – расстояние от нейтральной оси (главная центральная ось  $x$ ) до рассматриваемого сечения;

$I_x$  – момент инерции, определённый относительно главной центральной оси  $x$ .

Тогда силовой фактор можно представить в виде

$$I_m = \frac{Q}{I_x} \int |y| dV.$$

Так как силовой фактор пропорционален изгибающему моменту  $Q$ , который является заданной величиной, то его величина не будет влиять на результат оптимизации. Поэтому изгибающий момент  $Q$  принимается равным 1. Таким образом, согласно формулировке задачи, функцию цели можно записать следующим образом:

$$I = - \int_{B_{xv}} S_{2j} (d_{j1} p - s_{j1}) dx_1 + \frac{c_Y}{2} \left( \frac{Y_a - Y_{a0}}{Y_{a0}} \right)^2 + \frac{c_m}{2} \left( \frac{I_m - I_{m0}}{I_{m0}} \right)^2,$$

где  $c_Y, c_m$  – весовые коэффициенты. Они влияют на величины отклонений подъёмной силы и силового фактора от ис-

ходных значений для профиля в ходе оптимизации и подбираются в ходе численного эксперимента. Тогда вариацию функции цели можно записать как

$$dI = - \int_{B_{xv}} d(S_{21} p - S_{2j} s_{j1}) dx_1 - c_Y \left( \frac{Y - Y_0}{Y_0} \right) \int_{B_{xv}} d(S_{22} p - S_{2j} s_{j2}) dx_1 + c_m \left( \frac{I_m - I_{m0}}{I_{m0}} \right) dI_m. \quad (11)$$

Принимаем  $\psi_2=1, y_3 = c_Y \left( \frac{Y - Y_0}{Y_0} \right)$  на

границе тела и решаем сопряжённые уравнения (7). Получаем вектор множителей Лагранжа. После этого, согласно выражениям (10) и (11), вариацию функции цели можно записать в виде

$$dI = \int_{D_x} \frac{\partial y^T}{\partial x_i} (dF_{ii} - dF_{ii}^v) dD_x + c_m \left( \frac{I_m - I_{m0}}{I_{m0}} \right) dI_m.$$

Таким образом, градиент функции цели определяется численно, за счёт варьирования соответствующего компонента вектора проектных переменных  $s$  при неизменном поле течения.

**Результаты.** На рис. 2 представлен исходный профиль  $fx$  61-163 и оптимизированный на расчётной сетке  $240 \times 40$  при числе итераций  $N=200$ .

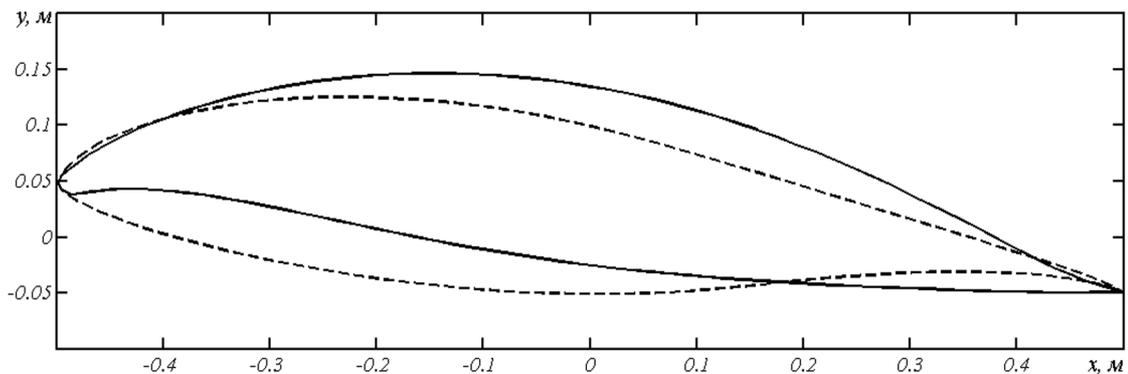


Рис. 2. Профиль, полученный в результате оптимизации (сплошная линия), и исходный профиль  $fx$  61-163 (пунктирная линия)

На рис. 3 представлено распределение коэффициента давления  $C_p$  для исходного профиля fx 61-163 и оптими-

зированного на расчётной сетке  $240 \times 40$  при числе итераций  $N=200$ .

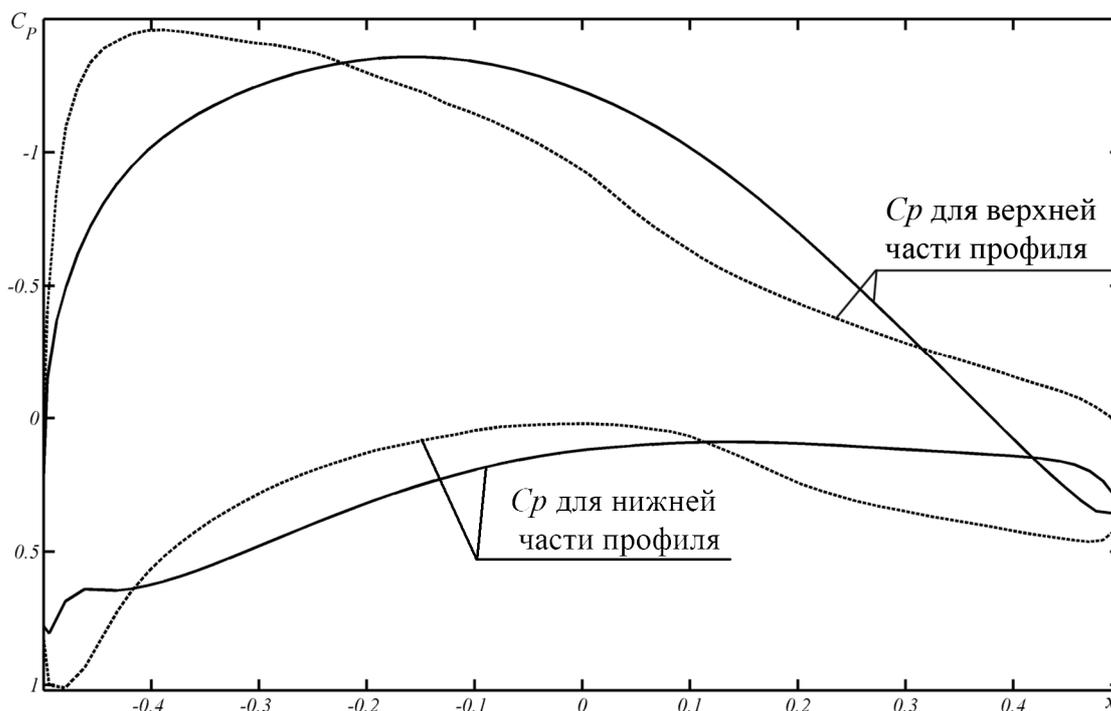


Рис. 3. Распределение коэффициента давления  $C_p$  для исходного профиля fx 61-163 (пунктирная линия) и оптимизированного (сплошная линия)

Величина коэффициента лобового сопротивления профиля, полученного в результате оптимизации, по отношению к сопротивлению исходного профиля снизилась на 25,5%, при этом подъёмная сила уменьшилась на 1,6%, силовой

фактор увеличился на 1,1% и аэродинамическое качество увеличилось на 32%.

Процесс сходимости алгоритма оптимизации для исходного профиля fx 61-163 представлен на рис. 4, где изображена зависимость коэффициента лобового сопротивления от числа итераций.

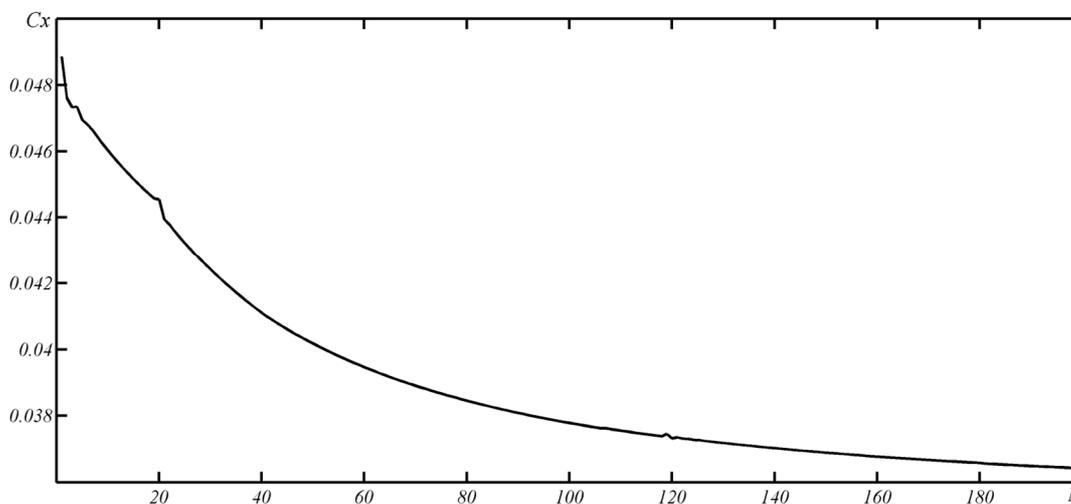


Рис. 4. Зависимость коэффициента лобового сопротивления от числа итераций

Руководствуясь графиком сходимости (рис. 4) и тем, что используемый метод оптимизации является градиентным, можно сделать вывод, что в ходе оптимизации был получен локальный минимум.

**Выводы.** Полученные результаты и разработанную методику оптимизации несущего аэродинамического профиля можно использовать при выборе формы профиля крыла самолёта, летающего при числе Маха  $M < 0,3$ .

#### Библиографический список

1. Jameson, A. Aerodynamic Shape Optimization Techniques Based On Control Theory [Text]/ A. Jameson, J. J. Alonso, J. J. Reuther, L. Martinelli, J. C. Vassberg // AIAA paper 98-2538, 29th AIAA Fluid Dynamics Conference, Albuquerque, NM, June 1998.

2. Jameson, A. Aerodynamic shape optimization using the adjoint method [Text]/ A. Jameson // 2002-2003 Lecture Series at the Von Karman Institute, Von Karman Institute For Fluid Dynamics, Brussels, Belgium, February 6, 2003. - 30 p.

3. Edward, S. A. Parallel Navier-Stokes solver for natural convection and free surface flow [Text]/ S. A. Edward - University of Sydney, 2006. – 218 p.

4. Ferziger, J. H. Computational Methods for Fluid Dynamics [Text]/ J. H. Ferziger and M. Peric - Springer, 2002. – 423 p.

5. Комаров, В. А. Весовой анализ авиационных конструкций: теоретические основы [Текст]/ В. А. Комаров // Полет. – 2000. -№ 1. – С. 31-39.

6. Флетчер, К. Вычислительные методы в динамике жидкостей: В 2-х томах: Т. 2: Пер. с англ. [Текст]/ К. Флетчер – М.: Мир, 1991. – Т. 2. - 552 с.

## AIRFOIL SHAPE OPTIMIZATION USING THE ADJOINT GRADIENT METHOD

© 2011 Ye. V. Pechenik

Samara State Aerospace University named after academician S. P. Korolyov  
(National Research University)

The problem of airfoil shape optimization is considered. The original objective function is formulated which takes into account the aerodynamic and mass characteristics of airfoil. The optimization problem is solved by the adjoint gradient method for the incompressible viscous flow. The primal problem is solved by the SIMPLE algorithm using the Star-CD software. Adjoint equations are solved by the SIMPLE adapted algorithm.

*Objective function, constraint function, design variables, adjoint equations, airfoil.*

#### Информация об авторах

**Печеник Евгений Валерьевич**, аспирант кафедры аэрогидродинамики. Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва (национальный исследовательский университет). Область научных интересов: численные методы оптимизации в задачах аэрогидродинамики. E-mail: [pechenik@list.ru](mailto:pechenik@list.ru).

**Pechenik Yevgeny Valeryevitch**, post-graduate student of the aerohydrodynamics department, Samara State Aerospace University named after academician S. P. Korolyov (National Research University), [pechenik@list.ru](mailto:pechenik@list.ru). Area of research: numerical methods for optimization in aerohydrodynamics.

## ОПТИМИЗАЦИЯ СИММЕТРИЧНОГО ПРОФИЛЯ ДЛЯ ВЯЗКОГО ТУРБУЛЕНТНОГО НЕСЖИМАЕМОГО ТЕЧЕНИЯ МЕТОДОМ СОПРЯЖЁННОГО ГРАДИЕНТА

© 2011 Е. В. Печеник

Самарский государственный аэрокосмический университет  
имени академика С.П. Королёва  
(национальный исследовательский университет)

Решается задача минимизации лобового сопротивления симметричного профиля при заданных площади и хорде. Оптимизация производится при помощи метода сопряжённого градиента для вязкого несжимаемого течения. Прямая задача решается при помощи алгоритма SIMPLE в вычислительном пакете Star-CD. Сопряжённые уравнения решаются при помощи адаптированного алгоритма SIMPLE.

*Оптимизация, функция цели, функции ограничений, проектные переменные, сопряжённые уравнения, симметричный профиль.*

**Введение.** В настоящее время актуальной проблемой является разработка эффективного алгоритма оптимизации аэродинамических форм для вязкого течения жидкости и газа. Одним из наиболее продуктивных является метод сопряжённого градиента. Он обладает рядом преимуществ, которые позволяют применять его к широкому классу задач:

1. Возможность использовать большое количество проектных переменных. Например, в качестве проектных переменных могут выступать координаты узлов оптимизируемой поверхности.

2. Разнообразие в выборе функции цели. В качестве функции цели могут выступать различного рода интегральные характеристики (проекция вектора результирующей силы на какое-либо направление, момент, перепад давления и т.д.) оптимизируемых объектов и их сочетания.

3. Сравнительно невысокие вычислительные затраты. Согласно методу сопряжённого градиента на каждой итерации оптимизации машинное время практически не зависит от числа проектных переменных и приблизительно

равно машинному времени решения двух прямых задач.

4. Возможность использования стороннего решателя для решения прямой задачи. При разработке метода за основу был взят непрерывный подход составления сопряжённых уравнений, который был развит Джеймсоном (Jameson) в работах [1,2]. Помимо непрерывной существует и дискретная формулировка метода [3,4], однако в этом случае невозможно использовать сторонний решатель. Сравнение непрерывного и дискретного подходов дано в [5]. В работах Джеймсона прямая задача и сопряжённые уравнения решаются при помощи различных разновидностей метода искусственной вязкости (диссипации) [6]. В представленной работе для этой цели используется метод поправок давления – алгоритм SIMPLE [7]. Этот алгоритм хорошо себя зарекомендовал и широко используется в коммерческих CFD пакетах.

**Формулировка метода.** Пусть задана функция цели  $I(w,s)$  и функции ограничений  $R(w,s)=0$ , где  $w(s)$  - переменные поля течения,  $s$  - проектные переменные. Функцией цели, например, может быть лобовое сопротивление тела, подъёмная сила или заданное распределение давления. Функциями ограничений являются уравнения Навье-Стокса для двумерного стационарного несжимае-

мого течения. Необходимо найти такие проектные переменные, при которых удовлетворяются функции ограничений и функция цели достигает своего локального минимума. Получим выражение для вариации функции цели  $\delta I$ , разложив её в ряд Тейлора и отбросив малые величины второго порядка:

$$dI \approx \left[ \frac{\partial I}{\partial w} \right]^T dw + \left[ \frac{\partial I}{\partial s} \right]^T ds. \quad (1)$$

Аналогично получим выражение для вариаций функций ограничений  $dR$ :

$$dR \approx \left[ \frac{\partial R}{\partial w} \right] dw + \left[ \frac{\partial R}{\partial s} \right] ds = 0. \quad (2)$$

Если из выражения (1) вычесть выражение (2), умноженное на вектор множителей Лагранжа  $\psi$ , то вариацию функции цели можно записать следующим образом:

$$dI \approx \left( \left[ \frac{\partial I}{\partial w} \right]^T - \psi^T \left[ \frac{\partial R}{\partial w} \right] \right) dw + \left( \left[ \frac{\partial I}{\partial s} \right]^T - \psi^T \left[ \frac{\partial R}{\partial s} \right] \right) ds. \quad (3)$$

Теперь для того, чтобы избежать вычисления вариации  $\delta w$ , подберём вектор множителей Лагранжа  $\psi$  таким образом, чтобы выполнялось равенство

$$\left[ \frac{\partial R}{\partial w} \right]^T \psi = \left[ \frac{\partial I}{\partial w} \right]^T. \quad (4)$$

После того, как из сопряжённых уравнений (4) найден вектор множителей Лагранжа, для вариации функции цели можно записать

$$dI = G^T ds,$$

где

$$G^T = \left[ \frac{\partial I}{\partial s} \right]^T - \psi^T \left[ \frac{\partial R}{\partial s} \right].$$

После того, как найден вектор градиента  $G$ , можно определить направление, в котором нужно изменить проектные переменные с тем, чтобы минимизировать функцию цели. Простейшей процедурой является метод наискорейшего спуска:

$$ds = -aG,$$

где  $a$  – положительное малое число, которое определяется в ходе численных экспериментов.

Двумерное стационарное течение вязкого несжимаемого газа описывает система уравнений Навье-Стокса. Для удобства обозначим декартовы координаты  $x_1, x_2$ , а компоненты вектора скорости  $\bar{V}$  –  $u_1, u_2$ . Будем подразумевать суммирование по повторяющимся индексам  $i$  ( $i=1,2$ ). Тогда уравнения Навье-Стокса могут быть записаны как

$$\frac{\partial f_i}{\partial x_i} - \frac{\partial f_i^v}{\partial x_i} = 0 \text{ в области } D, \quad (5)$$

где

$$f_i = \begin{Bmatrix} u_i \\ ru_1u_i + pd_{i1} \\ ru_2u_i + pd_{i2} \end{Bmatrix}; \quad f_i^v = \begin{Bmatrix} 0 \\ S_{ij}d_{j1} \\ S_{ij}d_{j2} \end{Bmatrix};$$

$$S_{ij} = \mu \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right); \quad d_{ij} = \begin{cases} 0, \text{ если } i \neq j \\ 1, \text{ если } i = j \end{cases};$$

$p$  – давление;  $\rho$  – плотность;  $\mu$  – вязкость.

За переменные поля течения  $w(s)$  принимается вектор  $w = (p, u_1, u_2)^T$ . Для вывода сопряжённых уравнений векторное уравнение (5) необходимо представить в вычислительном пространстве с системой координат  $\xi_1, \xi_2$  такой, что контур исследуемого тела лежит на оси  $\xi_1$ :

$$\frac{\partial F_i}{\partial x_i} - \frac{\partial F_i^v}{\partial x_i} = 0 \text{ в области } D_x, \quad (6)$$

где

$$F_i = S_{ij}f_j; \quad F_i^v = S_{ij}f_j^v;$$

$$S = \begin{pmatrix} \frac{\partial x_2}{\partial \xi_2} & -\frac{\partial x_1}{\partial \xi_2} \\ -\frac{\partial x_2}{\partial \xi_1} & \frac{\partial x_1}{\partial \xi_1} \end{pmatrix}.$$

Из выражения (6) получим вариации функций ограничений  $\delta R(w, s)$ . Так как в вычислительном пространстве форма тела и соответственно область  $D_\xi$  остаются неизменными при вариациях формы в физическом пространстве, то для любой точки вычислительной области можно записать

$$dR = \frac{\partial(dF_i)}{\partial x_i} - \frac{\partial(dF_i^v)}{\partial x_i} = 0. \quad (7)$$

Запишем вариации для потоков в следующем виде:

$$dF_i = dF_{Ii} + dF_{IIi}, \quad dF_i^v = dF_{Ii}^v + dF_{IIi}^v,$$

где вариации с индексом  $I$  являются вкладами, связанными с изменением переменных поля течения  $dw$ , а с индексом  $II$  – вклады, связанные с изменением формы тела  $\delta s$ .

Рассмотрим функцию цели  $I$ , которую можно представить как интеграл по границе профиля в вычислительном пространстве  $B_{\xi w}$ :

$$I = \int_{B_{\xi w}} M(w, s) dB_x. \quad (8)$$

Выражение для вариации функции цели можно записать:

$$dI = \int_{B_{\xi w}} dM(w, s) dB_x. \quad (9)$$

Уравнение (7) умножим на вектор множителей Лагранжа  $\psi = (\psi_1, \psi_2, \psi_3)^T$ , проинтегрируем по расчётной области  $D_\xi$  и вычтем полученное выражение из выражения (9). В результате получим

$$dI = \int_{B_{\xi w}} dM(w, s) dB_x - \int_{B_x} n_i^x y^T (dF_i - dF_i^v) dB_x + \int_{D_x} \frac{\partial y}{\partial x_i}^T (dF_i - dF_i^v) dD_x,$$

где  $n_i^x$  – компоненты вектора внешней нормали к границе области  $B_\xi$  в вычислительном пространстве. Исходя из предположения, что на внешней границе рассматриваемой области вариации потоков вследствие изменения формы тела равны нулю, можно записать:

$$dI = \int_{B_{\xi w}} [dM - n_i^x y^T (dF_i - dF_i^v)] dB_x + \int_{D_x} \frac{\partial y}{\partial x_i}^T (dF_{Ii} - dF_{Ii}^v) dD_x + \int_{D_x} \frac{\partial y}{\partial x_i}^T (dF_{IIi} - dF_{IIi}^v) dD_x. \quad (10)$$

Необходимо найти такие  $\psi$ , чтобы первые два интеграла выражения (10) обратились в нуль. Таким образом, сопряжённые уравнения и соответствующие граничные условия можно записать в форме:

$$\int_{D_x} \frac{\partial y}{\partial x_i}^T (dF_{Ii} - dF_{Ii}^v) dD_x = 0; \quad (11)$$

$$\int_{B_{\xi w}} [dM - n_i^x y^T (dF_i - dF_i^v)] dB_x = 0. \quad (12)$$

Граничные условия для сопряжённых уравнений определяются видом функции цели. Положим, что функцией цели является вектор результирующей силы  $\bar{T} = (X, Y)$ , действующий на профиль, спроецированный на некоторое направление  $\bar{q} = (q_1, q_2)$ . Тогда в вычислительном пространстве функцию цели можно представить в следующем виде:

$$I = -q_1 \int_{B_{\xi w}} S_{2j} (d_{j1} p - s_{j1}) dx_1 - q_2 \int_{B_{\xi w}} S_{2j} (d_{j2} p - s_{j2}) dx_1.$$

Согласно выражению (8)

$$M(w, s) = -q_1 S_{2j} (d_{j1} p - s_{j1}) - q_2 S_{2j} (d_{j2} p - s_{j2}).$$

Отметим, что вдоль контура тела  $B_{\xi w}$ :  $n_1^x = 0$ ,  $n_2^x = -1$  и  $u_1 = u_2 = 0$  (граничное условие прилипания). Поэтому выражение (12) можно записать:

$$\int_{B_{\xi w}} [dM + y^T d(F_2 - F_2^v)] dB_x = - \int_{B_{\xi w}} q_1 d(S_{21} p - S_{2j} s_{j1}) dx_1 - \int_{B_{\xi w}} q_2 d(S_{22} p - S_{2j} s_{j2}) dx_1 + \int_{B_{\xi w}} y_2 d(S_{21} p - S_{2j} s_{j1}) dx_1 + \int_{B_{\xi w}} y_3 d(S_{22} p - S_{2j} s_{j2}) dx_1. \quad (13)$$

Из равенства (13) следует, что, если принять  $\psi_2 = q_1$ , а  $\psi_3 = q_2$  на границе тела, то рассматриваемый интеграл обратится в нуль. Что касается  $\psi_1$ , то его можно выбирать произвольно на границе  $B_{\xi w}$ , так как независимо от его значения интеграл обращается в нуль. Граничные условия на внешней границе рассматриваемой области могут быть заданы различными способами, так как вариации потоков вследствие изменения

формы тела на этой границе предполагаются равными нулю. Поэтому на внешней границе рассматриваемой области положим  $\psi_1 = \psi_2 = \psi_3 = 0$ .

Определив вектор множителей Лагранжа из уравнений (11), можно найти вариацию функции цели по формуле

$$dI = \int_{D_x} \frac{\partial y}{\partial x_i} (dF_{ii} - dF_{ii}^v) dD_x. \quad (14)$$

Вариации потоков представим как

$$dF_{ii} = \frac{\partial F_i}{\partial s} ds, \quad dF_{ii}^v = \frac{\partial F_i^v}{\partial s} ds,$$

где  $\frac{\partial F_i}{\partial s}$  и  $\frac{\partial F_i^v}{\partial s}$  определяются численно варьированием соответствующего компонента вектора проектных переменных  $s$  при неизменном поле течения.

Тогда градиент функции цели будет иметь вид:

$$G = \int_{D_x} \frac{\partial y}{\partial x_i} \left( \frac{\partial F_i}{\partial s} - \frac{\partial F_i^v}{\partial s} \right) dD_x.$$

Как правило, градиент  $G$  не обладает той же гладкостью, что и исходный контур. Поэтому алгоритм оптимизации может оказаться неустойчивым. Во избежание этого в работе [2] предлагается заменить градиент  $G$  сглаженным градиентом  $\bar{G}$ , который получается в результате решения неявного сглаживающего уравнения:

$$\bar{G} - \frac{\partial}{\partial x_1} e \frac{\partial \bar{G}}{\partial x_1} = G,$$

где  $e$  – параметр, влияющий на степень сглаживания градиента.

Таким образом, для вариации вектора проектных переменных можно записать:

$$ds = -a\bar{G}.$$

Прямая задача решается для вязкого турбулентного несжимаемого течения при помощи алгоритма SIMPLE в вычислительном пакете Star-CD. Число Рейнольдса  $Re \approx 3,3 \cdot 10^6$ , модель турбулентности Spalart and Allmaras. Сопряжённые уравнения, в отличие от уравнений Навье-Стокса, являются линей-

ными и поэтому решаются при помощи адаптированного алгоритма SIMPLE.

**Постановка задачи.** Минимизируется лобовое сопротивление симметричного профиля при заданной площади и хорде. В качестве исходных профилей используются NASA0012 и NASA0021. Расчётная сетка, которая используется для составления дискретного аналога как уравнений движения, так и сопряжённых уравнений, строится при помощи метода, основанного на решении уравнений Пуассона [8]. На рис. 1 изображена такая сетка для профиля NASA0012 размерностью  $240 \times 40$ .

За проектные переменные принимаются координаты узлов расчётной сетки, лежащие на контуре профиля. Фиксированными являются узлы, принадлежащие задней кромке и носку профиля. Координаты узлов варьируются вдоль линий расчётной сетки (рис. 2).

Согласно постановке задачи функцию цели можно записать следующим образом:

$$I = - \int_{B_w} s_{2j} (d_{j1} p - s_{j1}) dx_1 + \frac{c_v}{2} \left( \frac{V - V_0}{V_0} \right)^2, \quad (15)$$

где

$V$  – площадь текущего профиля;

$V_0$  – площадь исходного профиля;

$c_v$  – весовой коэффициент, который вводится для обеспечения устойчивости алгоритма оптимизации.

Принимаем, что  $\psi_2 = 1$ ,  $\psi_3 = 0$  на границе тела, и решаем сопряжённые уравнения (11). Получаем вектор множителей Лагранжа. После этого, согласно выражениям (14) и (15), вариацию функции цели можно записать:

$$dI = \int_{D_x} \frac{\partial y}{\partial x_i} (dF_{ii} - dF_{ii}^v) dD_x + c_v \left( \frac{V - V_0}{V_0} \right) dV.$$

Таким образом, градиент функции цели определяется численно, за счёт варьирования соответствующего компонента вектора проектных переменных  $s$  при неизменном поле течения.

**Результаты.** На рис. 3 представлен исходный профиль NASA0012 и оптимизированный на расчётной сетке  $240 \times 40$  при числе итераций  $N=200$ .

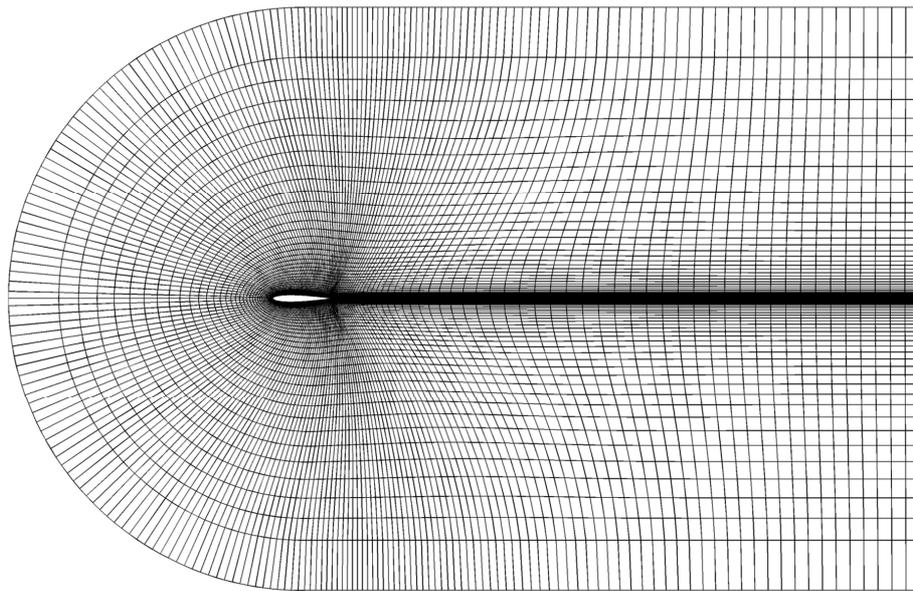


Рис. 1. Расчётная сетка

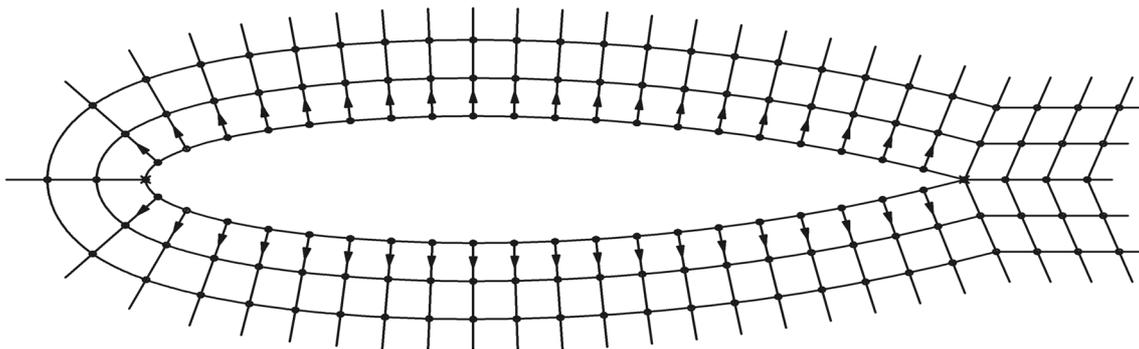


Рис. 2. Проектные переменные

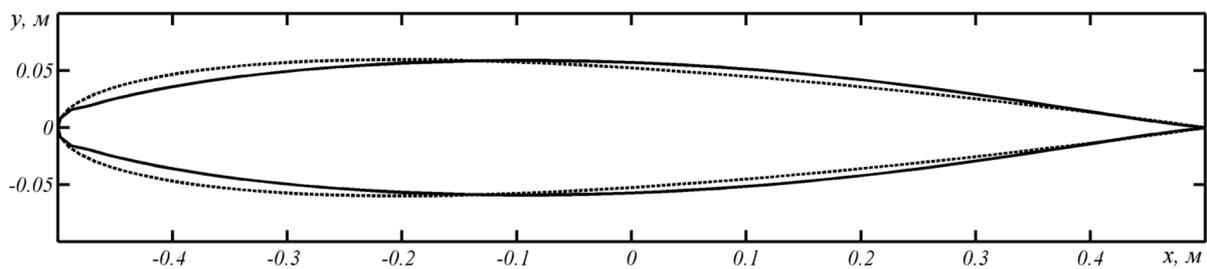


Рис. 3. Профиль, полученный в результате оптимизации (сплошная линия), и исходный профиль NASA0012 (пунктирная линия)

Величина коэффициента лобового сопротивления профиля  $C_x$ , полученного в результате оптимизации, по отношению к сопротивлению исходного профиля (рис. 3) снизилась на 24,4%,

при этом площадь оптимизированного профиля уменьшилась на 0,4%.

Графики процесса сходимости алгоритма оптимизации для исходного профиля NASA0012 представлены на рис. 4 и 5. На рис. 4 изображена зависимость коэффици-

ента лобового сопротивления от цикла итераций. На рис. 5 изображена зависимость площади профиля от числа итераций.

Из графиков сходимости (рис. 4 и 5) видно, что решение мало изменяется уже после 80-й итерации. Однако для того, чтобы сделать вывод о достижении функцией цели некоего минимума, расчёт выполнялся до 200-й итерации.

Так как используемый метод является градиентным, то можно говорить о получении локального минимума. Из графиков сходимости (рис. 4 и 5) видно, что в ходе оптимизации был получен локальный минимум.

На рис. 6 представлен исходный профиль NASA0021 и оптимизированный на расчётной сетке  $240 \times 40$  при числе итераций  $N=200$ .

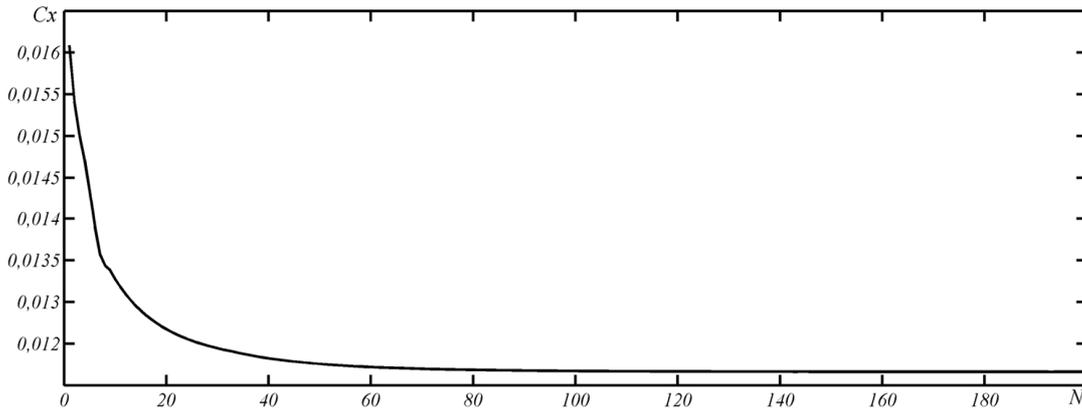


Рис. 4. Зависимость лобового сопротивления от числа итераций

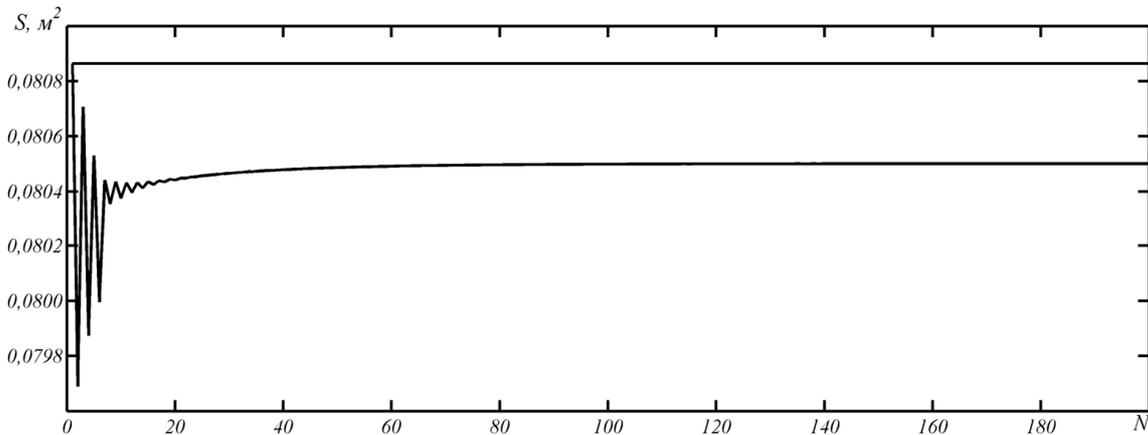


Рис. 5. Зависимость площади профиля от числа итераций

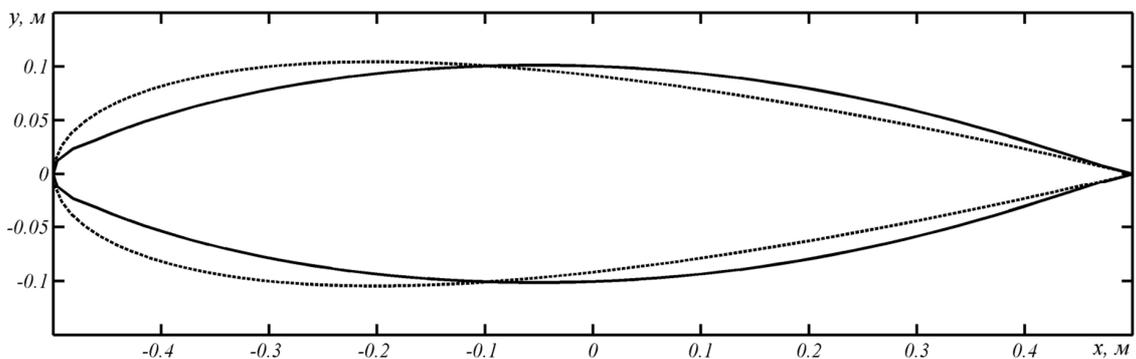


Рис. 6. Профиль, полученный в результате оптимизации (сплошная линия), и исходный профиль NASA0021 (пунктирная линия)

Величина коэффициента лобового сопротивления профиля, полученного в результате оптимизации, по отношению к сопротивлению исходного профиля (рис. б) снизилась на 37,2%, при этом площадь оптимизированного профиля уменьшилась на 1%.

**Выводы.** Полученные результаты демонстрируют эффективность метода сопряжённого градиента. Профили, полученные в ходе оптимизации, могут быть использованы при проектировании стабилизирующих и управляющих поверхностей судов, подводных лодок или самолётов, летающих при числе Маха  $M < 0,3$ .

#### Библиографический список

1. Jameson, A. Aerodynamic Shape Optimization Techniques Based On Control Theory [Text]/ A. Jameson, J. J. Alonso, J. J. Reuther, L. Martinelli, J. C. Vassberg // AIAA paper 98-2538, 29th AIAA Fluid Dynamics Conference, Albuquerque, NM, June 1998.

2. Jameson, A. Aerodynamic shape optimization using the adjoint method [Text]/ A. Jameson // 2002-2003 Lecture Series at the Von Karman Institute, Von Karman Institute For Fluid Dynamics, Brussels, Belgium, February 6, 2003. - 30 p.

3. Carpentieri, G. Adjoint-based aerodynamic shape optimization on unstructured meshes [Text]/ G. Carpentieri, B. Koren, M.J.L. van Tooren // Journal of Computational Physics. - 2007. - V. 224. - P. 267-287.

4. Elliott, J. Aerodynamic optimization on unstructured meshes with viscous effects [Text]/ J. Elliott, J. Peraire // AIAA paper 97-1849, 13th AIAA CFD Conference, Snowmass, Colorado, June 1997.

5. Giles, M. B. An introduction to the adjoint approach to design [Text]/ M. B. Giles, Niles A. Pierce // Flow, Turbulence and Combustion. - 2000. - V. 65. - P. 393-415.

6. Blazek, J. Computational fluid dynamics: Principles and applications [Text]/ J. Blazek - ELSEVIER, 2001. - 440 p.

7. Edward, S. A. Parallel Navier-Stokes solver for natural convection and free surface flow [Text]/ S. A. Edward - University of Sydney, 2006. - 218 p.

8. Флетчер К. Вычислительные методы в динамике жидкостей: В 2-х томах: Т. 2: Пер. с англ. [Текст]/ К. Флетчер - М.: Мир, 1991. - Т. 2. - 552 с.

## SYMMETRIC AIRFOIL SHAPE OPTIMIZATION USING THE ADJOINT GRADIENT METHOD FOR VISCOUS TURBULENT INCOMPRESSIBLE FLOW

© 2011 Ye. V. Pechenik

Samara State Aerospace University named after academician S. P. Korolyov  
(National Research University)

The problem of minimizing drag of symmetric airfoil at the given area and chord is dealt with. Optimization is obtained by the adjoint gradient method for an incompressible viscous flow. The primal problem is solved by the SIMPLE algorithm using the Star-CD software. Adjoint equations are solved by the SIMPLE adapted algorithm.

*Optimization, objective function, constraint function, design variables, adjoint equations, symmetric airfoil.*

### **Информация об авторах**

**Печеник Евгений Валерьевич**, аспирант кафедры аэрогидродинамики. Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва (национальный исследовательский университет). Область научных интересов: численные методы оптимизации в задачах аэрогидродинамики. E-mail: [pechenik@list.ru](mailto:pechenik@list.ru).

**Pechenik Yevgeny Valeryevitch**, post-graduate student of the aerohydrodynamics department, Samara State Aerospace University named after academician S. P. Korolyov (National Research University), [pechenik@list.ru](mailto:pechenik@list.ru). Area of research: numerical methods for optimization in aerohydrodynamics.

## ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА СЕБИСИ ДЛЯ РЕШЕНИЯ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ЗАДАЧ НЕСЖИМАЕМОГО ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ

© 2011 А. Н. Харитонов<sup>2</sup>, В. Г. Шахов<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Самарский государственный аэрокосмический университет  
имени академика С. П. Королёва  
(национальный исследовательский университет)

<sup>2</sup>ФГУП ГНПРКЦ «ЦСКБ-ПРОГРЕСС», г. Самара

Для решения нестационарных задач несжимаемого пограничного слоя рассматривается возможность применения конечно-разностного метода Себиси. С помощью данного метода решены задачи исследования пограничного слоя на плоской пластине, обтекаемой в продольном направлении; обтекания круглого цилиндра в поперечном направлении; продольного обтекания профиля крыла NASA 0012 для нулевого угла атаки; обтекания движущегося круглого цилиндра для случая ламинарного нестационарного пограничного слоя.

*Несжимаемый пограничный слой, метод Себиси, коэффициент сопротивления трения, толщина вытеснения, задача Блазиуса.*

В настоящее время решение нестационарных задач несжимаемого пограничного слоя является весьма актуальным направлением научных исследований. Подобные задачи достаточно успешно решаются благодаря значительному увеличению мощности компьютерной техники и появлению таких вычислительных комплексов, как Ansys Fluent, StarCD, в основе которых лежат алгоритмы, основанные на численных методах решения полных уравнений Навье-Стокса. Но, с другой стороны, использование подобных программ требует значительных вычислительных ресурсов и занимает много времени, что не всегда рационально. Кроме того, данные программные комплексы не всегда дают возможность получить решение конкретной задачи с учётом всех особенностей обтекания. Поэтому весьма актуальным по-прежнему остаётся использование приближённых методов, позволяющих получить решение задачи со значительной экономией временных и вычислительных ресурсов.

В данной работе рассматривается возможность применения метода Себиси для решения нестационарных задач несжимаемого пограничного слоя.

В общем случае система уравнений для несжимаемого двумерного пограничного слоя может быть записана следующим образом [1, 2]:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} &= \frac{\partial U_e}{\partial t} + U_e \frac{\partial U_e}{\partial x} + \\ &+ v \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \frac{\partial \overline{u'v'}}{\partial y}, \\ \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} &= 0, \end{aligned} \right\}, \quad (1)$$

при этом граничные условия имеют вид:

$$\left. \begin{aligned} u = v = 0 & \quad \text{при } y = 0, \\ u \rightarrow U_e(x, t) & \quad \text{при } y \rightarrow \infty. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Здесь

$u, v$  – продольная и поперечная компоненты скорости,

$x, y$  – декартовы координаты,

$U_e$  – скорость на внешней границе пограничного слоя,

$t$  – время,

$n$  – кинематический коэффициент вязкости.

При этом касательное напряжение  $-\overline{u'v'}$  может быть заменено в формуле (1) соотношением

$$- \overline{u'v'} = e_m \frac{\partial u}{\partial y}, \quad (3)$$

где

$e_m$  – коэффициент турбулентной кинематической вязкости.

Данное соотношение используется для того, чтобы в дальнейшем можно было применять модель турбулентности Себиси-Смита.

Для использования метода Себиси, который в свою очередь основывается на неявном методе Келлера (схема «прямоугольник»), вводятся следующие переменные:

$$h = \sqrt{\frac{U_0(x)}{nx}} y, \quad y = \sqrt{(nxU_0)} f(x, h, t), \quad (4)$$

где

$f(x, h, t)$  – безразмерная функция тока,

$U_0(x)$  – некоторая функция, зависящая только от  $x$ .

Тогда уравнение неразрывности в системе (1) тождественно удовлетворяется, если функция тока  $y$  определяется соотношением

$$u = \frac{\partial y}{\partial y}, \quad v = - \frac{\partial y}{\partial x}. \quad (5)$$

Используя правило дифференцирования сложной функции и соотношения (4), (5), уравнение движения в системе (1) можно представить в следующей форме (штрихом обозначено дифференцирование по  $h$ ):

$$(bf'')' + \frac{m+1}{2} ff'' - m(f')^2 + m_1 = x \left( f' \frac{\partial f'}{\partial x} - f'' \frac{\partial f}{\partial x} + \frac{1}{U_0} \frac{\partial f'}{\partial t} \right), \quad (6)$$

где

$$f' = \frac{u}{U_0}, \quad m = \frac{x}{U_0} \frac{dU_0}{dx}, \quad b = 1 + \frac{\varepsilon_m}{v},$$

$$m_1 = \frac{x}{U_0^2} \left( U_e \frac{\partial U_e}{\partial x} + \frac{\partial U_e}{\partial t} \right).$$

При этом граничные условия (2) примут вид:

$$\left. \begin{aligned} f = f' = 0 & \quad \text{при } h = 0, \\ f' = U_e/U_0 & \quad \text{при } h \rightarrow h_\infty. \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

Решение уравнения (6) с граничными условиями (7) осуществляется конеч-

но-разностным методом Себиси в четыре этапа:

1. Уравнение (6) заменяется системой дифференциальных уравнений первого порядка (для этого вводятся новые переменные).

2. Дифференциальные уравнения заменяются конечно-разностными с использованием формул центральных разностей.

3. Полученная система нелинейных конечно-разностных уравнений линейризуется с помощью метода Ньютона и записывается в векторно-матричном виде.

4. Система линейных уравнений решается методом матричной прогонки.

Более подробно метод Себиси рассмотрен в работах [1, 3]. На основе данного метода была разработана программа в среде программирования Delphi для решения нестационарных задач несжимаемого двумерного пограничного слоя. Программа позволяет получить решение уравнения (6) с граничными условиями (7) и ряд характеристик пограничного слоя, в том числе местный коэффициент сопротивления трения ( $c_f$ ) и толщину вытеснения ( $d^*$ ), определяемых по формулам:

$$c_f = \frac{2t_w}{rU_e^2}, \quad d^* = \int_0^\infty \left(1 - \frac{U}{U_e}\right) dy,$$

где

$t_w$  – напряжение поверхностного трения,

$r$  – плотность.

В качестве тестовых задач для проверки работоспособности метода Себиси и программы были рассмотрены следующие стационарные задачи:

1. Исследование пограничного слоя на плоской пластине, обтекаемой в продольном направлении.

2. Обтекание круглого цилиндра в поперечном направлении.

Полученные решения данных задач хорошо согласуются с решениями, приведёнными в работах Г. Шлихтинга и Л.Г. Лойцянского [2, 4], что подтверждает правильность работы алгоритма и программы. Так, например, для первой задачи

на рис. 1 представлено распределение скоростей в пограничном слое на плоской пластине по Блазиусу и методу Себиси. Точное решение данной задачи приведено в работе Шлихтинга [2]. В случае обтека-

ния круглого цилиндра (вторая задача) отрыв наблюдается в точке, равной примерно  $105^{\circ}$ , а в работе Шлихтинга [2] отрыв достигается в точке  $104,5^{\circ}$ .

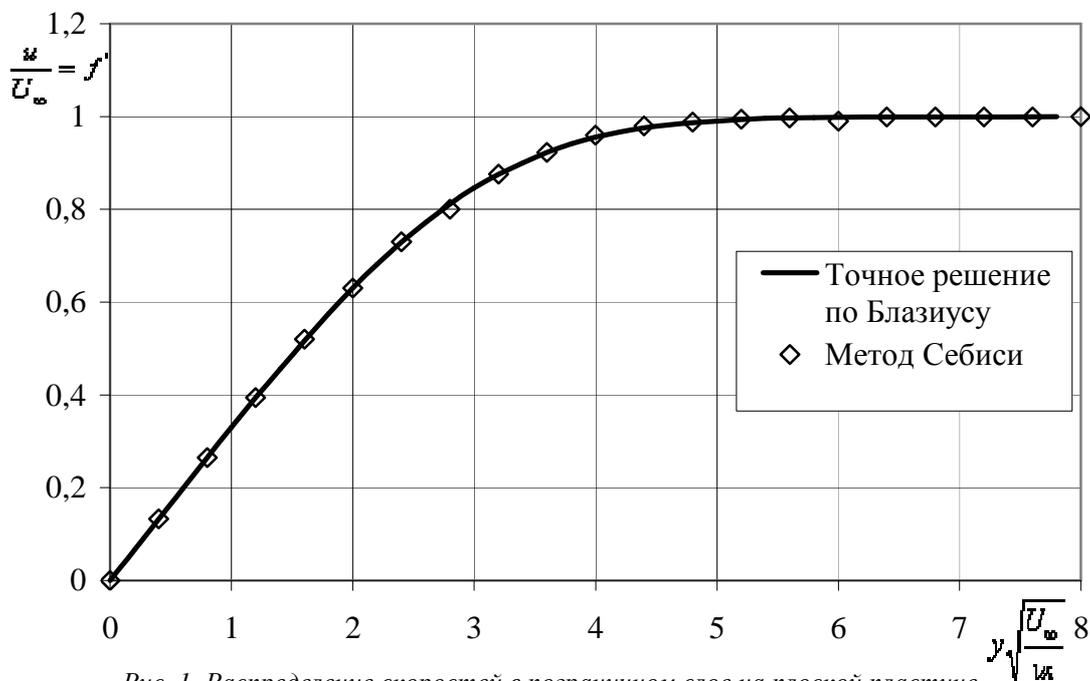


Рис. 1. Распределение скоростей в пограничном слое на плоской пластине по Блазиусу и методу Себиси

Кроме того, для случая как ламинарного, так и турбулентного течения была рассмотрена задача продольного обтекания профиля крыла NASA 0012 для нулевого угла атаки, где

$$U_e(x, t) = U_{e0}(x)(1 + B \cos(wt)).$$

В данной формуле, использованной Себиси:

$B$  – амплитуда,

$w$  – угловая частота (рад/с).

Примеры полученных результатов для профиля крыла NASA 0012 представлены на рис. 2 и 3.

Графики, представленные на рис. 2, соответствуют результатам, полученным Себиси, что подтверждает правильность работы алгоритма и программы. На рис. 3 приведены дополнительные расчёты изменения местного коэффициента сопротивления трения при различных значениях амплитуды и угловой частоты.

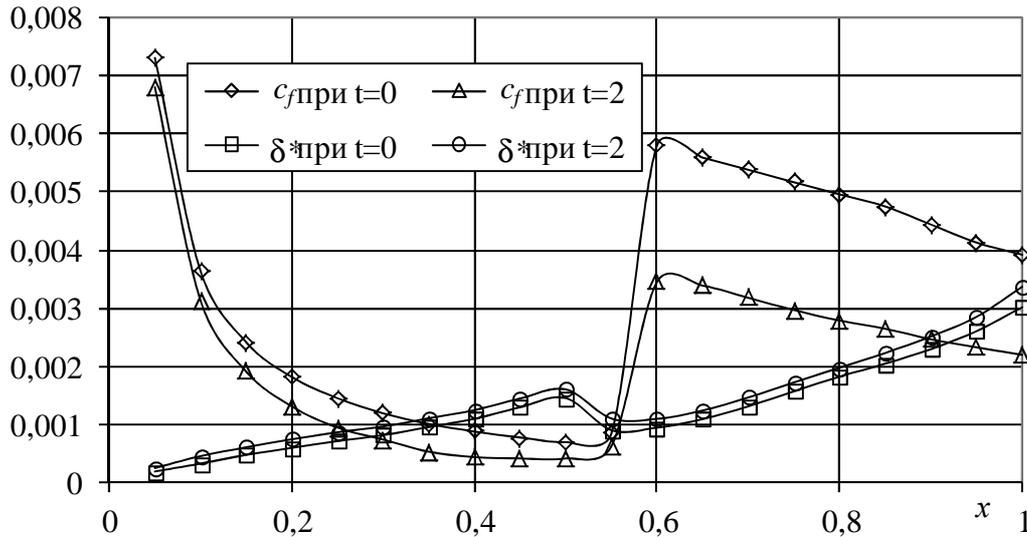


Рис. 2. Изменение местного коэффициента сопротивления трения и толщины вытеснения пограничного слоя в различные моменты времени для профиля крыла NASA 0012

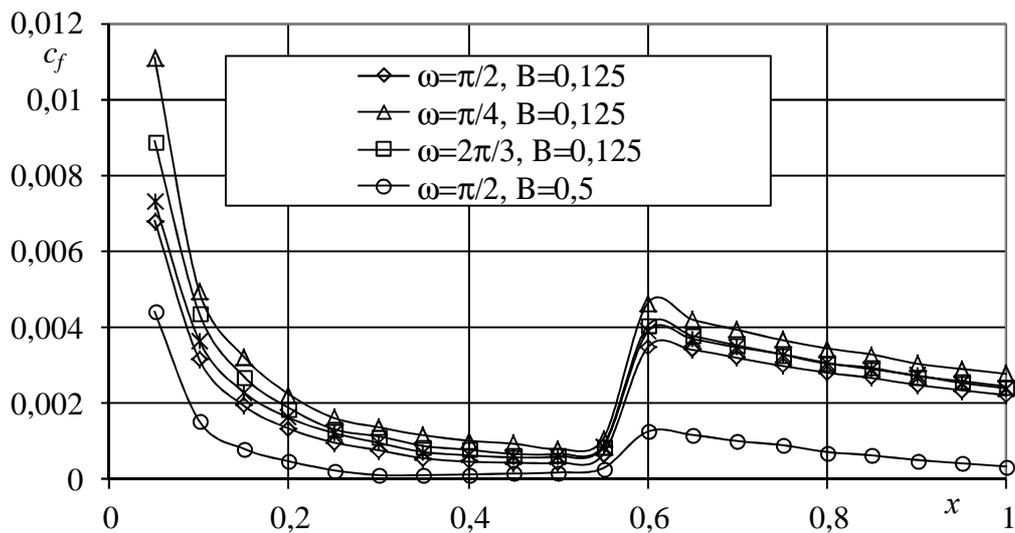


Рис. 3. Изменение местного коэффициента сопротивления трения для профиля крыла NASA 0012 при  $t=2$

Для случая ламинарного нестационарного пограничного слоя была рассмотрена задача обтекания движущегося круглого цилиндра радиуса  $R$ , причём ско-

рость  $U_e$  на внешней границе пограничного слоя определялась формулой:

$$U_e(x, t) = 2tU_\infty \sin(x/R).$$

Полученные результаты приведены на рис. 4 и 5.

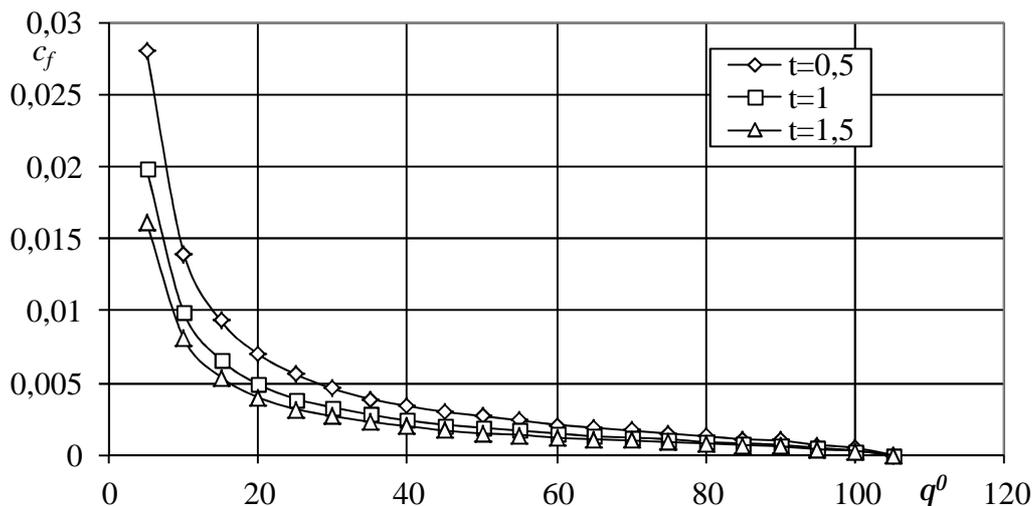


Рис. 4. Изменение местного коэффициента сопротивления трения для круглого цилиндра в различные моменты времени  $t$

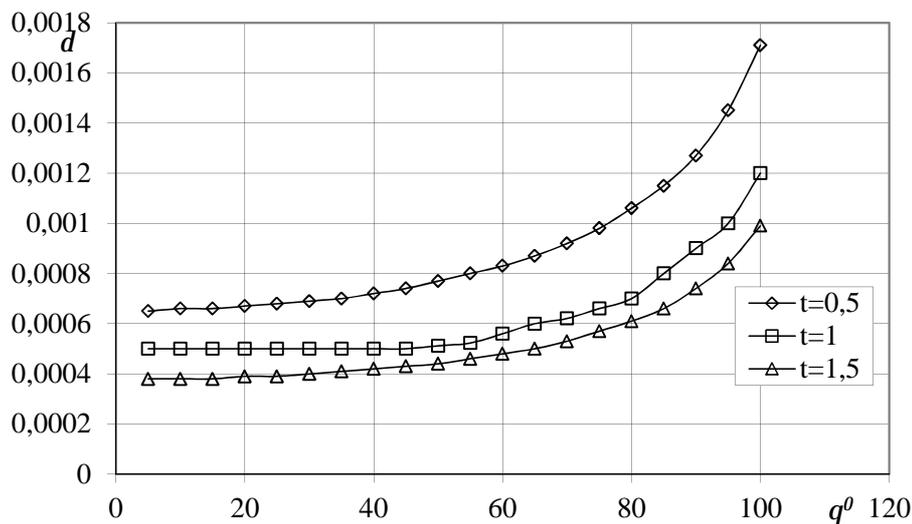


Рис. 5. Изменение толщины вытеснения пограничного слоя для круглого цилиндра в различные моменты времени  $t$

В заключение следует отметить, что применение метода Себиси и разработанной на его основе программы позволяет решать нестационарные задачи несжимаемого двумерного пограничного слоя за относительно короткое время и даёт возможность в дальнейшем использовать их для решения различных технических задач.

Данная работа проведена в рамках реализации ФЦП «Научные и научно-

педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 годы.

#### Библиографический список

1. Себиси, Т. Конвективный теплообмен. Физические основы и вычислительные методы [Текст] / Т. Себиси, П. Брэдшоу. – М.: Мир, 1987. – 592 с.
2. Шлихтинг, Г. Теория пограничного слоя [Текст] / Г. Шлихтинг. – М.: Наука, 1974. – 712 с.
3. Sebeci, T. Computational fluid dy-

namics for engineers [Текст] / Т. Cebeci, J. P. Shao, F. Kafyeke, E. Laurendeau. – California: Horizons Publishing Inc., 2005. – 396 с.

граничный слой [Текст] / Л. Г. Лойцянский. – М.: Государственное издательство физико-математической литературы, 1962. – 478 с.

4. Лойцянский, Л. Г. Ламинарный по-

## APPLICATION OF CEBECI'S METHOD FOR SOLVING TIME-DEPENDENT PROBLEMS OF THE INCOMPRESSIBLE BOUNDARY LAYER

© 2011 A. N. Kharitonova<sup>2</sup>, V. G. Shakhov<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Samara State Aerospace University named after academician S. P. Korolyov  
(National Research University)

<sup>2</sup>State Research and Production Space Rocket Center “TsSKB – Progress”, Samara

The opportunity of using the Cebeci method to solve time-dependent problems of the incompressible boundary layer is dealt with in the paper. The method helped to solve the problems of analyzing the boundary layer on a flat plate streamlined in the longitudinal direction; the flow around a circular cylinder in the transverse direction; the longitudinal flow of the NACA 0012 airfoil for the zero angle of attack; the flow around a moving circular cylinder for the case of laminar non-stationary boundary layer.

*Incompressible boundary layer, Cebeci method, local skin-friction coefficient, displacement thickness, Blasius problem.*

### Информация об авторах

**Харитоновна Анна Николаевна**, начальник группы. ФГУП ГНПРКЦ «ЦСКБ-ПРОГРЕСС», г. Самара. Область научных интересов: механика жидкости и газа, исследования в области пространственного пограничного слоя. E-mail: [annqwer@mail.ru](mailto:annqwer@mail.ru).

**Шахов Валентин Гаврилович**, кандидат технических наук, профессор, заведующий кафедрой аэрогидродинамики. Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С. П. Королёва (национальный исследовательский университет). Область научных интересов: аэродинамика, механика жидкости и газа, исследования в области пограничного слоя. E-mail: [shakhov@ssau.ru](mailto:shakhov@ssau.ru).

**Kharitonova Anna Nicolayevna**, head of group, State Research and Production Space Rocket Center “TsSKB – Progress”, [annqwer@mail.ru](mailto:annqwer@mail.ru). Area of research: mechanics of fluids and gases, research in the area of three-dimensional boundary layer.

**Shakhov Valentin Gavrilovitch**, candidate of technical sciences, professor, head of aerohydrodynamic department, Samara State Aerospace University named after academician S. P. Korolyov (National Research University), [shakhov@ssau.ru](mailto:shakhov@ssau.ru). Area of research: aerodynamics, mechanics of fluids and gases, research in the area of boundary layer.

## ОПТИМАЛЬНЫЕ ПРОГРАММЫ КОРРЕКЦИИ СЛАБОЭЛЛИПТИЧЕСКИХ И КРУГОВЫХ ОРБИТ КОСМИЧЕСКИХ АППАРАТОВ С ДВИГАТЕЛЕМ ОГРАНИЧЕННОЙ ТЯГИ

© 2011 А. А. Храмов

Самарский государственный аэрокосмический университет  
имени академика С.П. Королёва  
(национальный исследовательский университет)

Рассматривается задача оптимальной коррекции слабоэллиптических и круговых орбит с двигателями ограниченной тяги в центральном гравитационном поле Земли с использованием модели движения космического аппарата в оскулирующих элементах для компонентов вектора Лапласа. Обоснована структура управления на витке, проведено усреднение уравнений движения и оценка их точности. Исследовано влияние уровня ускорения от тяги двигательной установки на структуру оптимального управления.

*Космический аппарат, ограниченная тяга, оптимальная структура управления, метод усреднения, оценка точности.*

Значительная часть используемых космических аппаратов (КА) функционируют на круговых и слабоэллиптических орбитах. Как правило, доставка КА с орбит выведения на рабочие орбиты, осуществление манёвров коррекции и схода с орбиты реализуется с помощью двигательных установок (ДУ) на жидкостных ракетных двигателях (ЖРД). В качестве альтернативы перспективным является использование двигателей, обладающих большими значениями удельного импульса тяги, таких, как двигатели малой тяги (ДМТ).

Кроме того, в настоящее время разрабатываются ДУ, которые по уровню тяги занимают промежуточное положение между ДМТ и ЖРД. К примеру, тяга разрабатываемого в настоящее время магнетоплазменного двигателя с переменным удельным импульсом VASIMR [1] составляет величину порядка нескольких Ньютон. Его лётные испытания планируются на международной космической станции (МКС) в 2013 году. Вследствие большой потребляемой мощности (порядка сотен киловатт) ДУ будет включаться эпизодически на несколько минут. При этом будет использоваться энергия, накопленная в

специальных аккумуляторах, которые, в свою очередь, во время пауз в работе плазменного ускорителя будут подзаряжаться от солнечных батарей МКС. Предполагается, что использование VASIMR понизит массу топлива для поддержания орбиты МКС в год с 7500 кг до 350 кг.

В исследовательском центре имени М.В.Келдыша разрабатывается солнечная тепловая двигательная установка (СТДУ) [2] с подогревом рабочего тела и частичным его дожиганием. В течение освещённого участка орбитального полёта с помощью солнечных батарей и электронагревателя происходит преобразование световой энергии в тепловую и её накопление в тепловом аккумуляторе. Перед подачей компонентов топлива в камеру сгорания с целью повышения удельного импульса осуществляется подогрев горючего (водорода) в тепловом аккумуляторе. Время работы СТДУ ограничено и определяется тепловой энергией, запасённой в тепловом аккумуляторе.

Таким образом, особенностями рассматриваемого типа ДУ является достаточно высокий уровень тяги и ограниченное время работы, обусловленное энергетическими возможностями КА. Получение оптимальных программ управления для ДУ

такого типа является предметом данной статьи.

В настоящее время при решении задач межорбитальных манёвров используются три возможные постановки: с двигателем большой, малой и ограниченной тяги. Параметром, определяющим постановку задачи, является отношение ускорения от тяги ДУ к гравитационному ускорению [3]. В первом случае характерной особенностью является малая продолжительность активных участков, что оправдывает применение импульсной аппроксимации и сводит задачу оптимизации массы полезной нагрузки к задаче минимизации характеристической скорости манёвра. Механика полёта с малой тягой отличается значительной протяжённостью активных участков, многовитковыми траекториями перелёта. Основным методом решения является усреднение модели движения по виткам вследствие малости реактивного ускорения и оптимизацию манёвра на значительных интервалах времени. Оптимизация межорбитальных манёвров с двигателем ограниченной тяги в общей постановке без упрощающих допущений сводится к решению нелинейных двухточечных или многоточечных краевых задач для систем обыкновенных дифференциальных уравнений, для которых не существует надёжных методов решения, гарантирующих сходимость задачи.

В данной работе решается задача оптимизации манёвров КА с двигателем ограниченной тяги в предположении малости приращений орбитальных параметров за виток. Длительность работы ДУ на витке считается небольшой. Это позволяет провести усреднение исходной модели. При этом в качестве малого параметра используется совокупность таких параметров, как продолжительность активных участков на витке и ускорение от тяги ДУ. Рассматриваются компланарные манёвры коррекции круговых и слабоэллиптических орбит в центральном гравитационном

поле Земли. Под коррекцией понимается манёвр КА с незначительным изменением большой полуоси орбиты по сравнению с её начальным значением. Предполагается, что эксцентриситет начальной и конечной, а также переходных орбит лежит в диапазоне:  $0 \leq e \leq 0,1$ . Управление движением центра масс КА осуществляется с помощью последовательности чередующихся активных и пассивных участков полёта. На активных участках реализуется включение ДУ, создающей постоянную по величине тягу. Суммарная продолжительность пассивных участков на витке считается заданной и постоянной в течение манёвра. Необходимо определить оптимальную программу управления ДУ, энергетические и временные затраты на манёвр. В качестве критерия оптимальности рассматривается время межорбитального перехода.

Для описания орбитального движения КА в плоскости орбиты в центральном гравитационном поле используется математическая модель в оскулирующих элементах [4]:

$$\begin{aligned} \frac{dA}{dt} &= 2 \sqrt{\frac{A^3}{m}} w_T \frac{R}{\sqrt{1-q^2-k^2}}, \\ \frac{dq}{dt} &= \sqrt{\frac{p}{m}} \left\{ w_S \sin u + w_T \left( \frac{q + \cos u}{R} + \cos u \right) \right\}, \\ \frac{dk}{dt} &= \sqrt{\frac{p}{m}} \left\{ -w_S \cos u + w_T \left( \frac{k + \sin u}{R} + \sin u \right) \right\}, \\ \frac{du}{dt} &= \sqrt{\frac{m}{p^3}} R^2, \\ \frac{dV_x}{dt} &= \sqrt{w_S^2 + w_T^2}. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь

$p = A(1 - q^2 - k^2)$  – фокальный параметр орбиты,

$A$  – большая полуось,

$q$  и  $k$  – компоненты вектора Лапласа,

$u$  – аргумент широты,

$V_x$  – характеристическая скорость перелёта,

$w_T = w \cos \alpha$  и  $w_S = w \sin \alpha$  – компоненты вектора ускорения тяги ДУ вдоль трансверсального и радиального направлений, соответственно,

$w = P/m$  – ускорение от силы тяги,  
 $P$  – тяга ДУ,  
 $m$  – текущая масса КА,  
 $\alpha$  – угол между вектором тяги ДУ и трансверсалью,  
 $m$  – гравитационный параметр,  
 $R = 1 + q \cos u + k \sin u$ .

Компоненты вектора Лапласа связаны с эксцентриситетом  $e$  и аргументом перигея  $w$  орбиты следующими соотношениями:

$$q = e \cos w, \quad k = e \sin w.$$

С целью упрощения математической модели с учётом специфики решаемой задачи вводятся следующие ограничения на управление и параметры орбиты:

– рассматриваются ДУ с нерегулируемой тягой и скоростью истечения;

– вектор ускорения ориентируется вдоль трансверсали  $w_S = 0$ ;

– вследствие малого расхода рабочего тела в процессе коррекции ускорение от тяги считается постоянным:  $w_T = \delta w_0$ , где  $\delta \in \{-1, 0, 1\}$  – функция включения тяги;

$w_0$  – ускорение от тяги в начальный момент времени;

– орбиты движения КА в процессе манёвра определяются эксцентриситетами от 0 до 0,1, что позволяет принять компоненты вектора Лапласа  $q$  и  $k$  в правых частях уравнений движения равными нулю;

– предусматривается наличие пассивных участков на витке заданной продолжительности.

После перехода к новой независимой переменной, аргументу широты  $u$  с учётом введённых ограничений, уравнения движения центра масс КА запишутся в виде

$$\begin{aligned} \frac{dA}{du} &= 2w_0 \frac{A^3}{m} d, \\ \frac{dq}{du} &= 2w_0 \frac{A^2}{m} d \cos u, \\ \frac{dk}{du} &= 2w_0 \frac{A^2}{m} d \sin u, \end{aligned} \quad (2)$$

$$\frac{dV_x}{du} = w_0 \sqrt{\frac{A^3}{m}} |d|.$$

Граничные условия орбитального перехода записываются как:

$$u = 0, \quad A = A_0, \quad k = k_0, \quad q = q_0,$$

$$u = u_k, \quad A = A_k, \quad k = k_k, \quad q = q_k.$$

Метод усреднения предполагает разделение движения КА на периодическую (быстро меняющуюся) и вековую (медленно меняющуюся) составляющие и отдельную их оптимизацию [5, 6]. Таким образом, поиск оптимального управления состоит из двух этапов. Первый этап – определение оптимального управления в пределах витка (локальная оптимизация); второй – построение усреднённой модели движения и определение оптимального управления вековым изменением параметров орбиты.

Для решения задачи локальной оптимизации воспользуемся принципом максимума Понтрягина. В качестве критерия оптимальности принимается минимум затрат характеристической скорости ( $V_x \rightarrow \min$ ) при фиксированной продолжительности манёвра, равной одному витку. Гамильтониан для неавтономной системы (2) и принятого критерия оптимальности записывается в виде

$$H^* = H + y_u \rightarrow \max,$$

$$H = -\frac{dV_x}{du} + \frac{dA}{du} y_A + \frac{dq}{du} y_q + \frac{dk}{du} y_k,$$

где

$y_A, y_q, y_k, y_u$  – сопряжённые множители.

После преобразований получаем

$$\begin{aligned} H &= 2w_0 \frac{A^2}{m} d \{A y_A + y_q \cos u + y_k \sin u\} - \\ &- w_0 \sqrt{\frac{A^3}{m}} |d|. \end{aligned}$$

Запишем соотношения для сопряжённых множителей:

$$\begin{aligned} \frac{dy_A}{du} = -\frac{\partial H}{\partial A} &= -4w_0 \frac{A}{m} d \left\{ \frac{3}{2} A y_A + \right. \\ &\left. + y_q \cos u + y_k \sin u \right\} + \\ &+ \frac{3}{2} w_0 \sqrt{\frac{A}{m}} |d|, \end{aligned}$$

$$\frac{dy_q}{du} = \frac{dy_k}{du} = 0,$$

$$y_q = const, \quad y_k = const, \quad (3)$$

$$\frac{dy_u}{du} = -\frac{\partial H}{\partial u} = -2w_0 \frac{A^2}{m} d\{y_k \cos u - y_q \sin u\}.$$

В силу допущения о незначительном изменении орбитальных параметров  $A, q, k, V_x$  и, как следствие, множителя  $y_A$ , они принимаются постоянными в пределах витка. Оптимальное управление  $d_{opt}$  находится из условия максимума гамильтониана как релейная функция аргумента широты  $u$ . Точки

включения и выключения ДУ определяются уравнением

$$F(u) = 2\sqrt{\frac{A}{m}} |Ay_A + y_{q0} \cos u + y_{k0} \sin u| - 1 = 0, \quad (3)$$

а направление ускорения от тяги на активных участках определяется выражением

$$d_{opt} = \text{sign} \left\{ \sqrt{\frac{A}{m}} (Ay_A + y_{q0} \cos u + y_{k0} \sin u) \right\} = \text{sign}(f(u)).$$

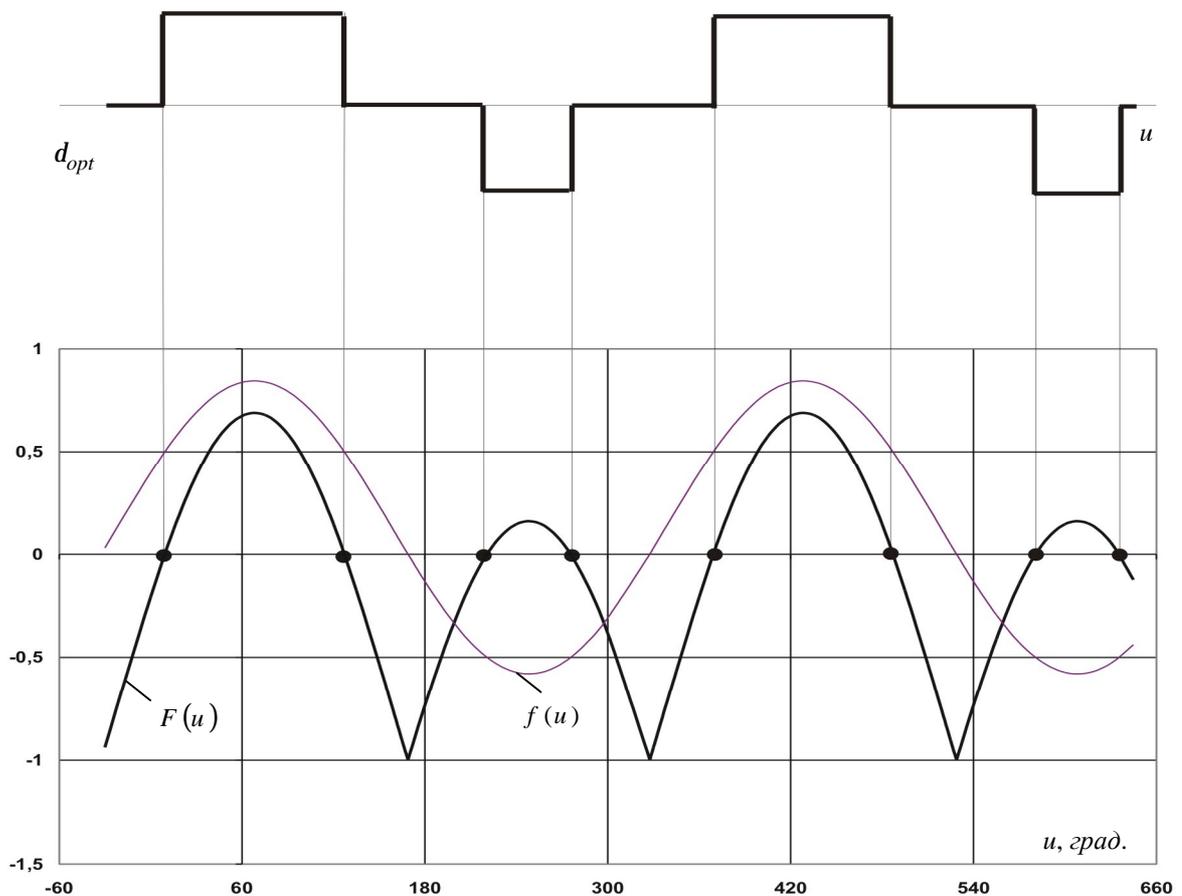


Рис. 1. Оптимальное управление на витке

На рис. 1 представлена графическая интерпретация полученного решения, анализ которого показывает, что в общем случае структура оптимального управления на витке будет включать два активных участка с разными знаками тяги, центры которых разнесены по аргументу широты на  $180^0$  и разделены

двумя одинаковыми пассивными участками (рис. 2). В частном случае один из активных участков может отсутствовать.

Используя полученную структуру управления, перейдём к построению модели векового изменения параметров орбиты. В качестве параметров управления вводятся следующие величины:  $x$  – половина ширины

разгонного участка с аргументом широты его центра  $h$  (рис. 2). Ширина одного пассивного участка  $a$  задана и постоянна в течение манёвра. Размеры участков измеряются по аргументу широты.

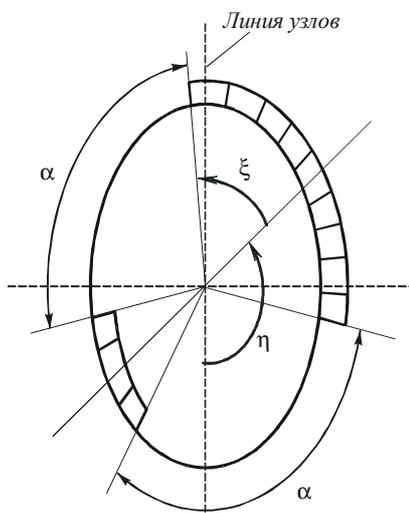


Рис. 2. Структура управления на витке

Определение структуры управления на витке позволяет провести процедуру усреднения системы уравнений движения (2):

$$\frac{d\tilde{X}}{du} = \frac{1}{2p} \int_0^{2p} \frac{dX}{du} du,$$

где  $X$  и  $\tilde{X}$  – соответственно исходный и усредненный вектор состояния.

С учётом введённых параметров управления можно записать

$$\frac{d\tilde{X}}{du} = \frac{1}{2p} \left( \int_{h-x}^{h+x} \frac{dX}{du} du - \int_{h+x+a}^{2p+h-x-a} \frac{dX}{du} du \right).$$

После преобразований и перехода к независимой переменной  $t$  получаем усреднённую систему:

$$\begin{aligned} \frac{dA}{dt} &= 2\sqrt{\frac{A^3}{\mu}} \frac{w_0}{\pi} [2\xi - (\pi - \alpha)]; \\ \frac{dq}{dt} &= 4\sqrt{\frac{A}{m}} \frac{w_0}{p} \sin\left(x + \frac{a}{2}\right) \cos\left(\frac{a}{2}\right) \cos(h); \\ \frac{dk}{dt} &= 4\sqrt{\frac{A}{m}} \frac{w_0}{p} \sin\left(x + \frac{a}{2}\right) \cos\left(\frac{a}{2}\right) \sin(h); \\ \frac{dV_x}{dt} &= \left(1 - \frac{a}{p}\right) w_0. \end{aligned} \quad (4)$$

Рассмотрим вопрос о точности полученных уравнений движения, а именно, оценим погрешность, возникающую в результате использования процедуры усреднения. Перейдём в системе (4) к следующим безразмерным переменным:

$$\bar{A} = \frac{A}{A_0}, \quad \bar{w}_0 = \frac{w_0}{g_0}, \quad t = \sqrt{\frac{m}{A_0^3}} t, \quad \bar{V}_x = \sqrt{\frac{A_0}{\mu}} V_x,$$

где

$$g_0 = \frac{m}{A_0^2} - \text{гравитационное ускорение на}$$

начальной орбите,

$t$  – текущее безразмерное время.

В результате математическая модель примет вид:

$$\begin{aligned} \frac{d\bar{A}}{dt} &= 2\sqrt{\bar{A}^3 \bar{w}_0} \left(1 - \frac{a}{p}\right) \frac{[2x - (p - a)]}{p - a}; \\ \frac{dq}{dt} &= 4\sqrt{\bar{A} \bar{w}_0} \left(1 - \frac{a}{p}\right) \frac{\sin\left(x + \frac{a}{2}\right) \cos\left(\frac{a}{2}\right) \cos(h)}{p - a}; \\ \frac{dk}{dt} &= 4\sqrt{\bar{A} \bar{w}_0} \left(1 - \frac{a}{p}\right) \frac{\sin\left(x + \frac{a}{2}\right) \cos\left(\frac{a}{2}\right) \sin(h)}{p - a}; \\ \frac{d\bar{V}_x}{d\tau} &= \left(1 - \frac{\alpha}{\pi}\right) \bar{w}_0. \end{aligned} \quad (5)$$

В соответствии с методом усреднения [6] точность полученной этим методом модели движения имеет порядок малого параметра  $e$  на интервале движения  $1/e$ . В системе (5) в качестве малого параметра выделяется произведение безразмерного ускорения и относительную величину активных участков на витке:

$$e = \bar{w}_0 \left(1 - \frac{a}{p}\right).$$

Это позволяет использовать полученную модель без потери точности для расчётов с более высоким уровнем тяги при соответствующем уменьшении продолжительности активных участков на витке. На рис. 3 представлены изолинии равных точностей в плоскости уровня ускорения от тяги и суммарной длительности активных участков для средней высоты орбиты  $H_0 = 500$  км. С помощью этого графика можно оценить максимально допустимую продолжительность активных участков на витке при из-

вестном уровне ускорения от тяги, обеспечивающую необходимую точность усреднённой модели. Оценки ошибок расчёта корректируемых параметров определяются как

$$\Delta A = \varepsilon A_0, \quad \Delta k = \Delta q = \varepsilon.$$

Оценим ошибки расчёта эксцентриситета и аргумента перигея орбиты, связанные с компонентами вектора Лапласа следующим образом:

$$e = \sqrt{q^2 + k^2}, \quad w = \arctg \frac{k}{q}.$$

Используя известное соотношение для полного дифференциала функции

двух переменных:  $dz = \frac{\partial z}{\partial x} dx + \frac{\partial z}{\partial y} dy$ , можно

записать:

$$\Delta e = \frac{\partial e}{\partial k} \Delta k + \frac{\partial e}{\partial q} \Delta q = e \left( \frac{\partial e}{\partial k} + \frac{\partial e}{\partial q} \right) =$$

$$= e (\sin w_k + \cos w_k),$$

$$\Delta w = \frac{\partial w}{\partial k} \Delta k + \frac{\partial w}{\partial q} \Delta q = e \left( \frac{\partial w}{\partial k} + \frac{\partial w}{\partial q} \right) =$$

$$= e \frac{(\cos w_k - \sin w_k)}{e_k},$$

где  $e_k, w_k$  – соответственно эксцентриситет и аргумент перигея конечной орбиты.

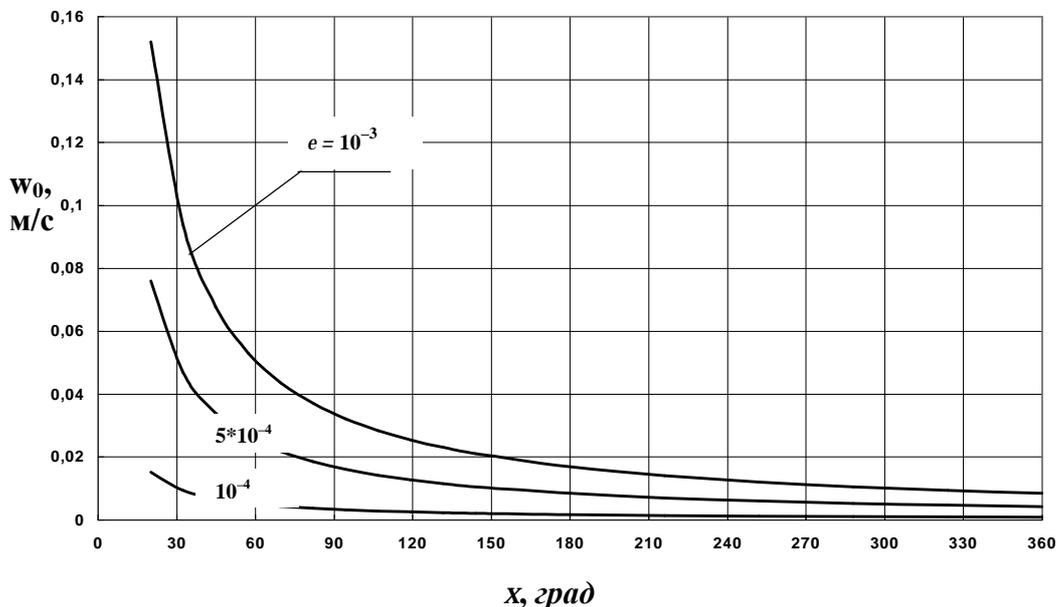


Рис.3. Оценка ошибок расчёта по усреднённой модели

Задача определения оптимального управления на значительных интервалах времени математически формулируется следующим образом. Требуется определить закон изменения параметров управления  $x(t)$ ,  $h(t)$ , переводящих систему (4) из начального состояния  $X_0 = \{A_0, q_0, k_0\}$  в конечное  $X_k = \{A_k, q_k, k_k\}$  за минимальное время при заданной длительности пассивных участков на витке.

Предположение о малости изменений параметров орбиты за виток эквивалентно ограничению на прираще-

ние характеристической скорости  $\Delta V_x^e$  за виток, по которому будем определять значение параметра  $a$ . Для продолжительности активных участков на витке в угловой мере с учётом (1) можно записать:

$$\Delta u = 2(p - a) \approx \sqrt{\frac{m}{A_{cp}^3}} t_{mot} = \sqrt{\frac{m}{A_{cp}^3}} \frac{\Delta V_x^e}{w_0},$$

где

$t_{mot}$  – моторное время на витке,

$A_{cp} = \frac{A_k + A_0}{2}$  – среднее значение большой полуоси орбиты.

Длительность одного пассивного участка

будет равна

$$a = p - \sqrt{\frac{m}{A_{cp}^3} \frac{\Delta V_x^6}{2w_0}}. \quad (6)$$

При этом параметр  $x$  ограничен диапазоном значений

$$0 \leq x \leq p - a \quad \text{или} \quad 0 \leq x \leq \sqrt{\frac{m}{A_{cp}^3} \frac{\Delta V_x^6}{2w_0}}. \quad (7)$$

Для решения задачи воспользуемся принципом максимума Понтрягина. Составим гамильтониан системы (4):

$$H = -1 + \frac{dA}{dt} y_A + \frac{dq}{dt} y_q + \frac{dk}{dt} y_k =$$

$$= -1 + 2 \sqrt{\frac{A}{m} \frac{w_0}{p}} \left\{ \begin{aligned} & Ay_A [2x - (p - a)] + \\ & + 2 \sin\left(x + \frac{a}{2}\right) \cos\left(\frac{a}{2}\right) \times \\ & \times [y_q \cosh + y_k \sinh] \end{aligned} \right\}.$$

Уравнения для сопряжённых множителей записываются в виде:

$$\frac{dy_A}{dt} = -\sqrt{\frac{A}{m} \frac{w_0}{p}} \left\{ \begin{aligned} & 3y_A [2x - (p - a)] + \\ & + \frac{2}{A} \sin\left(x + \frac{a}{2}\right) \cos\left(\frac{a}{2}\right) \times \\ & \times [y_q \cosh + y_k \sinh] \end{aligned} \right\};$$

$$\frac{dy_q}{dt} = \frac{dy_k}{dt} = 0;$$

$$y_q = y_{q0} = const, \quad y_k = y_{k0} = const.$$

Оптимальные значения параметров управления определяются из необходимых условий максимума гамильтониана. Для положения центра активных участков  $h$  (линия переключения) можно записать:

$$\frac{dH}{dh_{opt}} = -y_{q0} \sinh + y_{k0} \cosh = 0,$$

$$h_{opt} = \operatorname{arctg} \frac{y_{k0}}{y_{q0}}. \quad (8)$$

Таким образом, положение линии переключения остаётся неизменным во время коррекции, что позволяет определить его из граничных условий. Поделив третье уравнение системы (4) на второе, получаем

$$\frac{dk}{dq} = \operatorname{tgh} h, \quad \operatorname{tgh} h = \frac{k_k - k_0}{q_k - q_0}. \quad (9)$$

При этом количество неизвестных гамильтониана понижается на единицу, так как с учётом (8):

$$y_q \cosh + y_k \sinh = y_{q0} \cosh +$$

$$+ y_{q0} \frac{\sin^2 h}{\cosh} = \sqrt{y_{q0}^2 (1 + \operatorname{tgh}^2 h)}.$$

Продолжительность первого активного участка можно определить следующим образом:

$$\frac{dH}{dx} = 4 \sqrt{\frac{A}{m} \frac{w_0}{p}} \left\{ \begin{aligned} & Ay_A + \\ & + \cos\left(x + \frac{a}{2}\right) \cos\left(\frac{a}{2}\right) \times \\ & \times \sqrt{y_{q0}^2 (1 + \operatorname{tgh}^2 h)} \end{aligned} \right\} = 0;$$

$$x_{opt} = \arccos \left\{ \frac{Ay_A}{\cos\left(\frac{a}{2}\right) \sqrt{y_{q0}^2 (1 + \operatorname{tgh}^2 h)}} \right\} - \frac{a}{2}. \quad (10)$$

При вычислении оптимального значения  $x$  необходимо учитывать ограничение (7), которое можно записать в виде

$$0 \leq \arccos \left\{ \frac{Ay_A}{\cos\left(\frac{a}{2}\right) \sqrt{y_{q0}^2 (1 + \operatorname{tgh}^2 h)}} \right\} -$$

$$- \frac{a}{2} \leq p - a.$$

Разрешая это неравенство относительно  $\alpha$ , получаем

$$\frac{|Ay_A|}{\sqrt{y_{q0}^2 (1 + \operatorname{tgh}^2 h)}} \leq \cos^2 \left( \frac{a}{2} \right). \quad (11)$$

Если это условие не выполняется, то параметр  $\xi$  лежит на одной из границ допустимого интервала (7) в зависимости от знака  $y_A$ :

$$x_{opt} = \frac{1 + \operatorname{sign}(y_A)}{2} (p - a). \quad (12)$$

Таким образом, длительность первого активного участка (разгонного) является кусочно-непрерывной функцией времени и определяется по соотношению (10) при выполнении условия (11) или, в противном случае, в соответствии с (12).

В итоге применение формализма Понтрягина сводит задачу оптимальной коррекции орбиты к двухточечной краевой задаче для системы четвёртого порядка:

$$\begin{aligned} \frac{dA}{dt} &= 2\sqrt{\frac{A^3}{m p}} w_0 [2x - (p - a)], \\ \frac{dq}{dt} &= 4\sqrt{\frac{A}{m p}} w_0 \sin\left(x + \frac{a}{2}\right) \cos\left(\frac{a}{2}\right) \cos(h), \\ \frac{dk}{dt} &= 4\sqrt{\frac{A}{m p}} w_0 \sin\left(x + \frac{a}{2}\right) \cos\left(\frac{a}{2}\right) \sin(h), \\ \frac{dy_A}{dt} &= -\sqrt{\frac{A}{m p}} \left\{ \begin{aligned} &3y_A [2x - (p - a)] + \\ &+ \frac{2}{A} \sin\left(x + \frac{a}{2}\right) \cos\left(\frac{a}{2}\right) \times \\ &\times \sqrt{y_{q0}^2 (1 + tg^2 h)} \end{aligned} \right\}. \quad (13) \end{aligned}$$

Неизвестными параметрами краевой задачи являются начальные значения сопряжённых множителей  $y_{A0}$ ,  $y_{q0}$ , а также время манёвра  $t_k$ , необходимое для выхода из интегрирования вследствие возможной немонотонной зависи-

мости фазовых параметров. Так как решение сопряжённой системы определяется с точностью до произвольного множителя, то можно принять:  $y_{A0} = 1$ .

Задача решалась модифицированным методом Ньютона. В качестве невязок для подбора параметров  $t_k$  и  $y_{q0}$  использовались ошибки по большой полуоси  $A$  и компоненту вектора Лапласа  $q$ , соответственно.

На рис. 4 и 5 представлены результаты решения краевой задачи для различного уровня ускорения от тяги при следующих фиксированных граничных условиях и ограничении  $\Delta V_x^g$ :

$$\begin{aligned} A_0 &= 6978.2 \text{ км}, & e_0 &= 0.014, & w_0 &= 0^0; \\ A_k &= 7038.2 \text{ км}, & e_k &= 0.002, & w_k &= 36^0; \\ \Delta V_x^g &= 0.1 \text{ м/с}. \end{aligned}$$

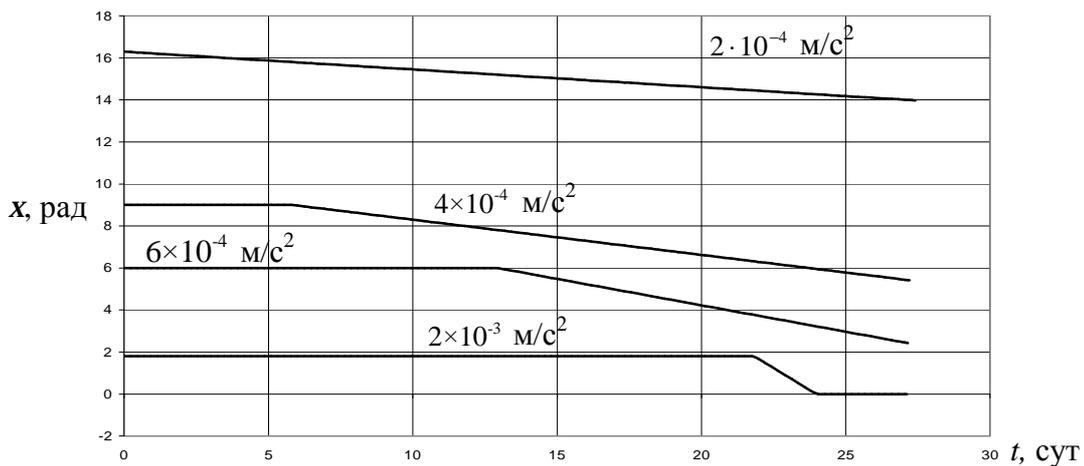


Рис. 4. Управление при различных уровнях ускорения от тяги

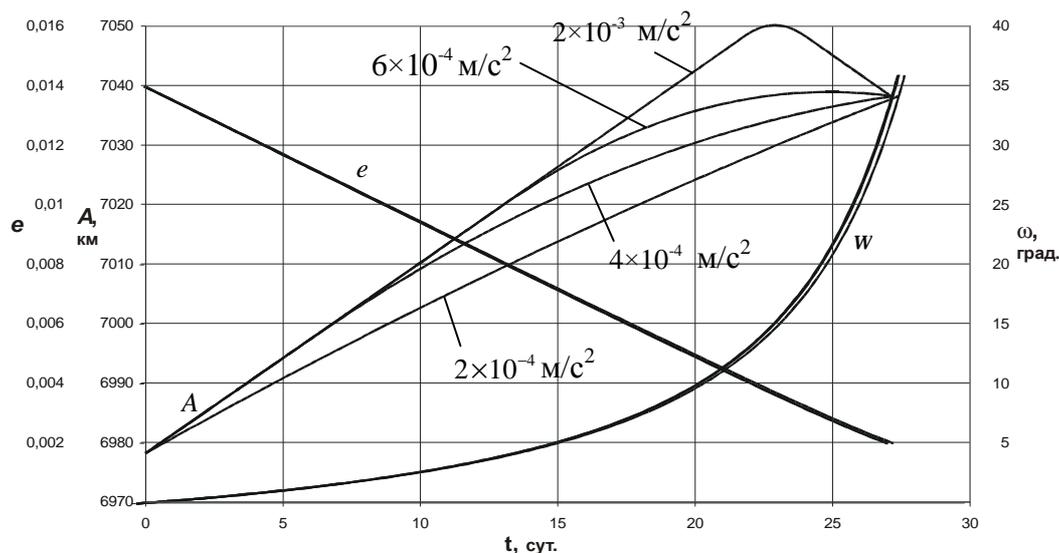


Рис. 5. Зависимость параметров орбиты от времени

Зависимости эксцентриситета и аргумента перигея от времени практически совпадают для различных значений ускорения от тяги (рис. 5). Закон изменения большой полуоси орбиты существенно зависит от ускорения от тяги и при больших его значениях становится немонотонным.

Рассмотрим зависимости параметра  $x(t)$ , определяющего структуру управления на витке (рис. 4). Горизонтальные участки соответствуют управлению по ограничению на приращения характеристической скорости на витке  $\Delta V_x^e$ . Структура управления при этом имеет один разгонный участок с центром  $h$  или один тормозной с центром  $h+p$  максимально возможной продолжительности. Наклонные участки отображают зависимость управления от времени внутри области допустимого управления (7), структура которого имеет два активных участка – разгонный и тормозной. Видно, что при уровне ускорения от тяги, равном  $2 \cdot 10^{-4} \text{ м/с}^2$ , управление в течение всего манёвра лежит внутри допустимого диапазона. При уровнях ускорения  $4 \cdot 10^{-4} \text{ м/с}^2$  и  $6 \cdot 10^{-4} \text{ м/с}^2$  управление на первом этапе состоит из одного разгонного участка, а на втором появляется тормозной участок. При уровне ускоре-

ния  $2 \cdot 10^{-3} \text{ м/с}^2$  имеются два временных интервала с управлением по ограничению: первый с разгонным, второй с тормозным участками, между которыми находится интервал, где управление имеет и разгонный, и тормозной участки.

В пределе, при бесконечно большой тяге, наклонная прямая, соответствующая структуре управления с двумя активными участками, стремится к вертикальной линии, т.е. продолжительность этого этапа стремится к нулю. В итоге получаем решение задачи коррекции, при котором управление будет состоять на первом этапе только из разгонных участков, а на втором – только из тормозных максимально возможной продолжительности. Это соответствует решению задачи в импульсной постановке с разгонным и тормозным импульсами. И наоборот, при уменьшении тяги наклонная прямая  $x(t)$  становится всё более пологой и в пределе стремится к горизонтальной прямой, соответствующей  $x(t) = \text{const}$ ; при этом длительности активных участков остаются постоянными.

Обобщая вышесказанное, в зависимости от уровня ускорения от тяги можно выделить три типа программ управления с соответствующей методикой расчёта энергетических и временных затрат. Для малой тяги предполагается неизменная структура управления с постоянной продолжительностью разгонного и тормозного участков на

витке. В случае ограниченной тяги используется численное решение краевой задачи; структура управления меняется в процессе манёвра. Для большой тяги применяется управление по ограничениям, соответствующее импульсному решению с разгонными и тормозными импульсами.

Для оценки методических ошибок полученных решений проводилось численное моделирование манёвров коррекции на исходной модели движения в оскулирующих элементах (1). Ошибки корректируемых параметров вычисля-

лись относительно требуемых изменений. Приведённые в таблице 1 результаты показывают приемлемую точность. Таким образом, полученная модель является обоснованной и может использоваться при баллистическом проектировании КА с двигателями рассматриваемого типа.

Таблица 1. Оценка методических ошибок

$w_0 \cdot 10^{-4}, \text{ м/с}^2$ Ошибки параметров орбиты, %	2	4	6	20
$\Delta A$	1,1	1	1	0,99
$\Delta e$	2	2,2	2,3	2,3
$\Delta w$	4	5,9	2,5	2,3

### Библиографический список

1. Ускоритель плазмы осилит дорогу до Марса за месяц [Электронный ресурс]: Портал membrana: люди, идеи, технологии. URL:

<http://www.membrana.ru/articles/technic/2009/10/07/185700.html> (дата обращения 12.03.2010).

2. Усталов, Ю. М. Анализ некоторых схем перевода КА на геостационарную орбиту с использованием солнечной тепловой двигательной установки ограниченной тяги [Текст] / Ю. М. Усталов, А. А. Храмов // Сборник трудов девятого Всероссийского научно-технического семинара по управлению движением и навигации ЛА. – 1999. – Ч.1. – С. 141-144.

3. Гришин, С. Д. Проектирование космических аппаратов с двигателями малой тяги [Текст] / С. Д. Гришин. – М.:

Машиностроение. – 1990. – 224 с.

4. Эльясберг, П. Е. Введение в теорию полета искусственных спутников Земли [Текст] / П. Е. Эльясберг. – М.: Наука. – 1965. – 338 с.

5. Салмин, В. В. Методы решения вариационных задач механики космического полета с малой тягой [Текст] / В. В. Салмин, С. А. Ишков, О. Л. Старина. – Самара: Издательство Самарского научного центра РАН. – 2006. – 164 с.

6. Моисеев, Н. Н. Асимптотические методы нелинейной механики [Текст] / Н. Н. Моисеев. – М.: Наука. – 1981. – 400 с.

7. Храмов, А.А. Расчет маневров коррекции слабоэллиптических и круговых орбит с двигателем малой и конечной тяги [Текст] / А. А. Храмов, С. А. Ишков // Известия Самарского научного центра РАН. – 2002. – Т.4. – №1. – С. 144 –152.

## OPTIMUM PROGRAMS OF CORRECTION OF QUASIELLIPTICAL AND CIRCULAR ORBITS OF SPACECRAFT WITH THE LIMITED-THRUST ENGINE

© 2011 A. A. Khramov

Samara State Aerospace University named after academician S. P. Korolyov  
(National Research University)

The paper deals with the problem of optimal correction of quasielliptical and circular orbits with limited thrust engines in the Earth central gravitational field with the use of spacecraft motion model for Laplace vector components. The control structure on the turn is justified the motion equations are averaged and their accuracy is assessed. The influence of the level of acceleration caused by thrust on the optimal control structure is investigated.

*Spacecraft, limited thrust, optimal control structure, averaging method, estimation of accuracy.*

### Информация об авторах

**Храмов Андрей Александрович**, инженер-программист кафедры динамики полёта и систем управления. Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва (национальный исследовательский университет). Область научных интересов: оптимальные законы управления космическими аппаратами. E-mail: [hramovaa76@rambler.ru](mailto:hramovaa76@rambler.ru).

**Khramov Andrey Alexandrovitch**, programming engineer, department of flight dynamics and control systems, Samara State Aerospace University named after academician S. P. Korolyov (National Research University), [hramovaa76@rambler.ru](mailto:hramovaa76@rambler.ru). Area of research: optimal laws of spacecraft control.

## РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ ОТРАБОТКИ ЗОЛОТНИКОВОЙ КАМЕРЫ СГОРАНИЯ ПОСТОЯННОГО ОБЪЁМА

© 2011 В. И. Богданов, С. П. Кузнецов

РГАТА им. П. А. Соловьёва, ОАО «НПО «Сатурн», г. Рыбинск

Создана золотниковая камера сгорания постоянного объёма с высоким уровнем характеристик для перспективных энергодвигательных установок с пульсирующим рабочим процессом. Дан обзор опубликованных основных результатов и новых с рекомендациями для дальнейшего совершенствования камеры. Камера может найти применение в пульсирующих воздушно-реактивных двигателях, в качестве инициатора детонации в детонационных двигателях, в газодинамических лазерах и МГД-генераторах.

*Камера сгорания постоянного объёма, инициатор детонации, пульсирующий реактивный двигатель, газодинамический лазер, МГД-генератор.*

В настоящее время проявляется повышенный интерес к использованию термодинамически высокоэффективного пульсирующего рабочего процесса в энергодвигательных установках. Для реализации таких процессов может быть использована предлагаемая камера сгорания (КС) постоянного объёма ( $V = \text{const}$ ) с самоприводящимся золотником нового типа [1].

Схема КС  $V = \text{const}$  показана на рис. 1.

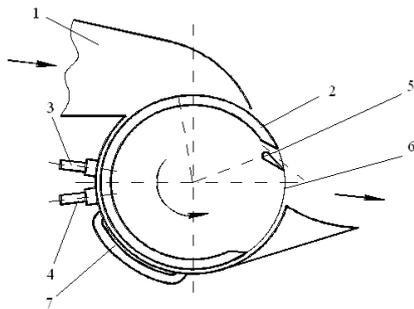


Рис. 1. Схема камеры сгорания  $V = \text{const}$  с самоприводящимся золотником

- 1 – входное устройство;
- 2 – золотник;
- 3 – топливная форсунка;
- 4 – воспламенитель;
- 5 – сопло;
- 6 – выходное устройство (сопло с центральным телом);
- 7 – пламеперебрасывающий канал-рессивер

При работе камеры при вращении золотника 2 последовательно происходят следующие процессы:

- наполнение воздухом золотника,
- впрыск топлива,
- воспламенение и сгорание в закрытом объёме ( $V = \text{const}$ ),
- истечение газов и продувка. Часть газов истекает через сопло 5 в золотнике, создавая на нём вращающий момент.

Повышение частоты рабочих пульсаций может быть получено увеличением числа рабочих полостей в золотнике. Для повышения скорости и полноты сгорания возможно применение в корпусе канала для переброса пламени между рабочими полостями золотника.

Расчётно-теоретические исследования [2, 3] показали:

- для объёмов камеры сгорания более  $200 \text{ см}^3$  (частота пульсаций – 200 Гц, зазор менее 0,1 % от диаметра) потери давления из-за утечек в лабиринтных уплотнениях между корпусом и золотником составляют менее 5 %;
- максимальная частота рабочих пульсаций  $f$  может достигать высокого значения ( $\approx 200$  Гц), что должно значительно улучшить габаритно-массовые характеристики;
- скорость падения температуры вытекающих газов  $T_g$  может составлять 106 К/с

(вдвое выше, чем в сопле со стационарным течением);

– благодаря продувке и кратковременному воздействию высокой температуры конструкция может быть работоспособной при максимальной температуре сгорания  $T_Z = 2900$  К. При этом потери тепла в воздушную систему охлаждения составят  $\approx 5\%$ , а температура теплозащитного покрытия –  $1400^\circ\text{C}$ ;

– средняя энергетическая скорость истечения газов может достигать значения более  $1200$  м/с;

– возможность полного расширения высоконапорной нестационарной газовой струи в сопле с центральным телом с приемлемым уровнем потери тяги, вызванной нерасчётностью режима его работы ( $\approx 5\%$ ) [3].

Созданная экспериментальная золотниковая камера сгорания  $V = \text{const}$  с объёмом  $310$  см<sup>3</sup> и стенд для её отработки показаны на рис. 2 и 3.

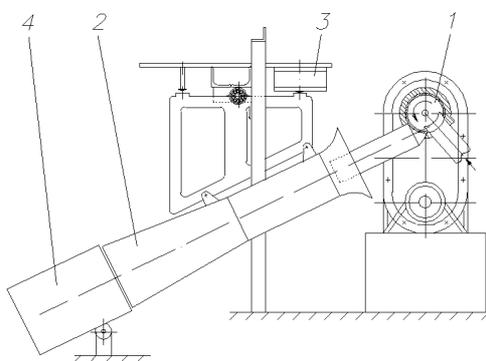


Рис. 2. ПуВРД с эжекторным усилителем тяги

1 – ПуВРД с золотниковой камерой сгорания; 2 – эжекторный канал; 3 – силоизмерительный датчик; 4 – цилиндрический экран

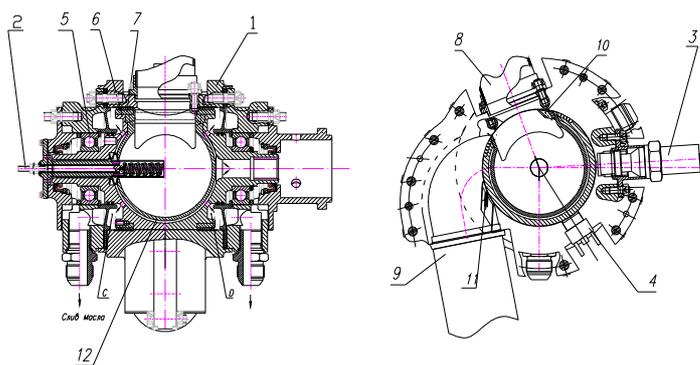


Рис. 3. Экспериментальная камера сгорания  $V = \text{const}$

1 – корпус; 2 – свеча зажигания; 3 – топливная форсунка; 4 – датчик давления; 5 – подшипник качения; 6 – ротор-золотник; 7 – лабиринтное уплотнение; 8 – входной патрубок; 9 – выходной патрубок; 10 – сопло в золотнике; 11 – решётка НА; 12 – сферическая жаровая труба

Максимальная рабочая частота пульсаций 100 Гц при экспериментах определялась первоначально возможностями дизельной топливной аппаратуры. Для создания вращающего момента на золотнике в нём устанавливалось сопло 10, а в выходном устройстве – съёмная решётка направляющих аппаратов (НА) 11, обеспечивающих истечение газов в заданном направлении. Воспламенение топливной смеси производилось свечой. В процессе испытаний отрабатывались разные типы свечей зажигания. Система измерения обеспечила замер максимального давления сгорания  $P_z$ , расхода воздуха на входе в камеру, частоты вращения золотника.

При испытаниях с дизельной системой подачи топлива [4] была обеспечена работоспособность камеры до уровня рабочих пульсаций в 100 Гц. Получен запуск при малом перепаде давлений на камере  $DP = 0,001$  МПа. После проведения конструктивных мероприятий по повышению температуры внутренней поверхности камеры (теплозащитное покрытие  $ZrO_2$ , стабилизаторы пламени) получено самовоспламенение топливовоздушной смеси (при отключённом зажигании) на основных режимах работы. Замеренные максимальные давления сгорания  $P_z$  были близки к расчётным для коэффициентов избытка воздуха  $\alpha > 1,7$ . Получено значение степени повышения давления при сгорании, равное 7.

Проверка герметичности лабиринтных уплотнений между золотником и корпусом показала, что при частотах рабочих пульсаций более 60 Гц падение давления в камере находится в пределах расчётных значений ( $\approx 5\%$ ).

Экспериментальная оценка вращающего момента на золотнике показала, что этот момент может создаваться одной решёткой (НА) в выходном устройстве. Это позволяет сделать вывод о

возможности управления частотой вращения золотника поворотом НА.

Проведены испытания КС  $V = const$  в качестве ПуВРД как с эжекторным усилителем тяги пускового устройства (ЭУТ), так и без него [5]. В варианте без эжекторного усилителя результаты измерений тяги и расчётов её (по внутривдвигательным параметрам) при допущении квазистационарности процесса истечения показали, что измеренные значения тяги более чем вдвое (в зависимости от режима работы) превысили расчётные (рис. 4).

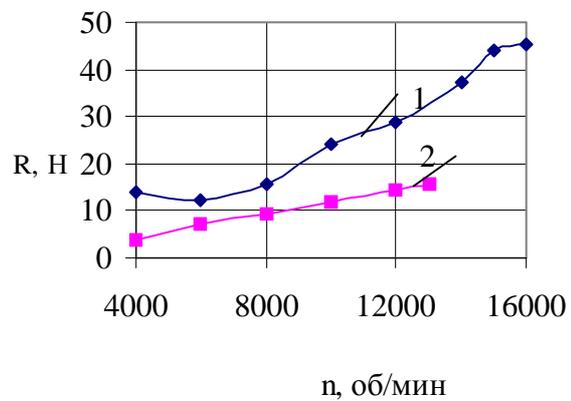


Рис. 4. Зависимость тяги ПуВРД от частоты вращения золотника  
1 – эксперимент; 2 – расчёт

Это объясняется тем, что в перерывах между подачами струй пространство за соплом заполняется воздухом из окружающей среды (атмосферы), который при истечении газа становится присоединённой массой, повышающей тягу двигателя.

С эжекторным усилителем тяги получен коэффициент усиления, равный 2,6 [5]. Это позволяет приблизить экономичность ПуВРД к уровню, соответствующему турбореактивному двигателю (ТРД).

Представляет особый интерес изменение параметров в диапазоне частот вращения золотника  $n$  от 12000 до 13000 об/мин (рис. 5).

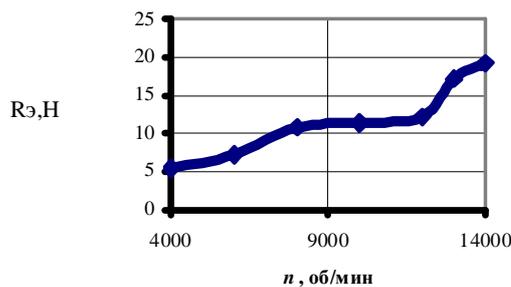


Рис. 5. Зависимость измеренных усилий на эжекторном усилителе тяги от частоты вращения золотника

При изменении  $n$  на 8,3 % усилие на эжекторном усилителе тяги (ЭУТ)  $R_{э,эксп}$  увеличивается на 41 %. При этом резко изменяется поле скоростей на выходе из

ЭУТ (динамического напора  $P_э$ ) (рис. 6) – произошло уменьшение скорости потока в пристеночной области канала.

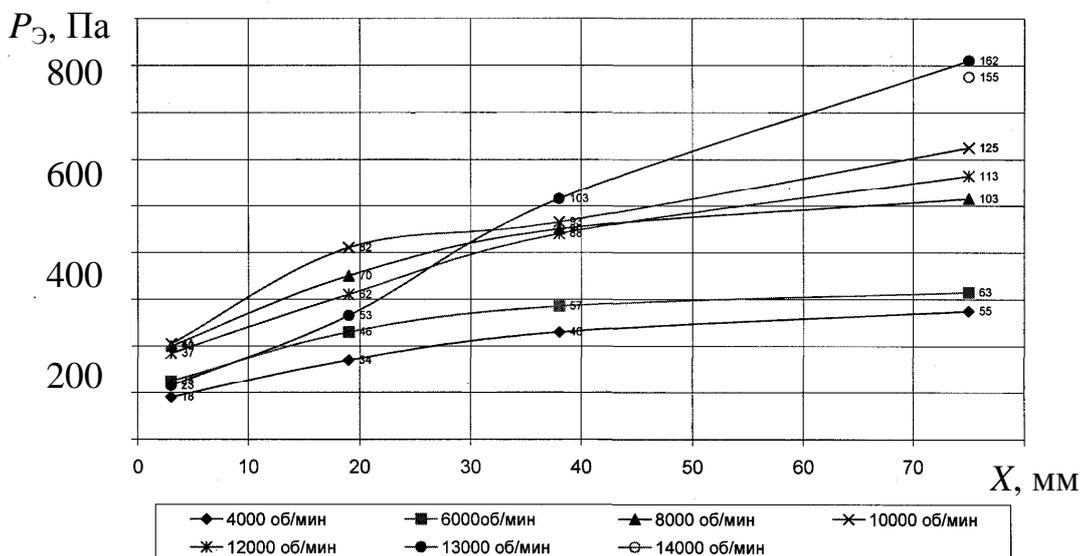


Рис. 6. Распределение измеренного динамического напора по радиусу на выходе из эжекторного канала

Для объяснения этого явления была выполнена расчётная оценка изменения тяги на ЭУТ  $R_{э,расч}$  по параметрам потока на его выходе и выполнен анализ экспериментальных и расчётных результатов.

При расчёте тяги приняты следующие условия и допущения:

– статическое давление в потоке на выходе из ЭУТ равнялось атмосферному;

–  $R_{э,расч}$  определялась разностью между суммарной тягой  $R_{\Sigma}$ , создаваемой ПуВРД и ЭУТ, и тягой ПуВРД  $R_{ПуВРД}$ ;

–  $R_{\Sigma}$  рассчитывалась по параметрам потока на выходе из эжекторного канала:

$$R_{\Sigma} = \rho \cdot \int F_э \cdot V^2 \cdot dV,$$

где

$\rho$  – плотность потока на выходе из ЭУТ;

$F_э$  – площадь проходного сечения на выходе из ЭУТ;

$V$  – скорость потока на выходе из ЭУТ – рассчитывалась путем аппроксимации экспериментальных данных (распределения скорости по радиусу  $X$  выхода эжекторного канала) с помощью полинома второго порядка;

– тяга ПуВРД рассчитывалась при допущении квазистационарности процесса истечения.

Результаты расчёта скорости  $V$  представлены на рис. 7, а усилий  $R_{\Sigma}$ ,  $R_{\text{ПуВРД}}$ ,  $R_{\text{э.расч}}$ ,  $R_{\text{э.эксп}}$  – в табл. 1.

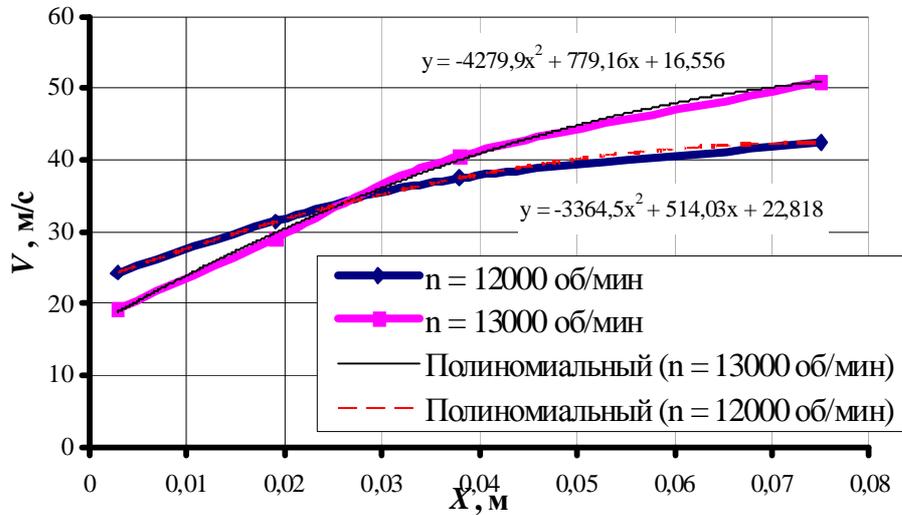


Рис. 7. Распределение скорости истечения  $V$  по радиусу  $X$  на выходе из эжекторного канала.

Таблица 1. Расчёт усилий

Тяга, Н	$n$ , об/мин	
	12 000	13 000
$R_{\Sigma}$	22,95	24,06
$R_{\text{ПуВРД}}$	12,77	13,83
$R_{\text{э.расч}}$	10,18	10,23
$R_{\text{э.эксп}}$	12,14	17,15

Таким образом, по расчётной оценке усилие на эжекторном канале значительно меньше измеренного. Согласно расчётам, при увеличении числа оборотов ( $n$ ) с 12000 до 13000 об/мин тяга должна возрасти всего на 0,5 %. Однако экспериментальные данные показали, что она возросла на 41 %. Противоречие между расчётными и экспериментальными значениями тяги, особенно при переходе с  $n = 12000$  об/мин на  $n = 13000$  об/мин, можно объяснить резким изменением поля скоростей в этом диапазоне частот вращения золотника. Резкое уменьшение скорости потока в пристеночной области эжекторного канала можно объяснить его отрывом в диффузорной части канала. Известно, что отрыв пограничного слоя всегда связан с образованием вихрей в результате взаимодействия прямого и

обратного течений, что может происходить в колебательном процессе. В этом процессе и может происходить присоединение массы, повышающей тягу [5], т. е. одна и та же масса воздуха может создавать тягу сначала как активная, а затем как присоединённая. При этом происходит преобразование кинетической энергии (динамического напора) в импульс. Этим объясняется противоречие между измеренной тягой и результатом её расчёта по динамическому напору. Можно предположить, что при  $n = 12000$  об/мин имеет место умеренное присоединение массы без отрыва потока, а при  $n = 13000$  об/мин – более интенсивное, с его отрывом, возможно, в резонансном колебательном процессе.

Для оценки эффективности пульсирующего эжекторного усилителя тяги в условиях полёта необходимо проведение дополнительных исследований. Учитывая, что реализация рабочей частоты пульсаций 200 Гц потребует решения проблемы создания сложной топливной аппаратуры дизельного типа с давлением более 30 МПа высокочастотного впрыска, была создана простая система непрерывной подачи топлива низкого регулируемого давления 0,4 – 0,8 МПа во входной патрубков (рис. 8).

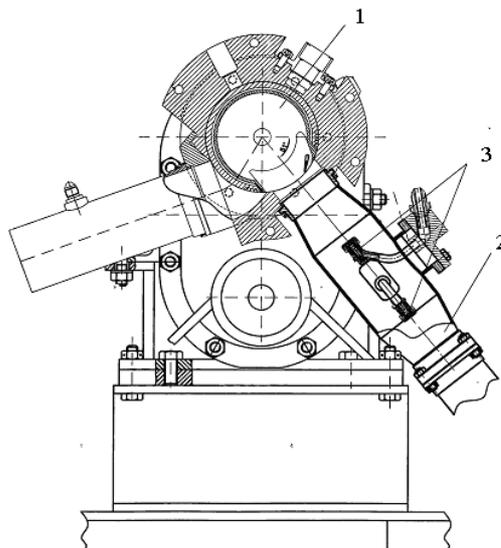


Рис. 8. Камера сгорания  $V = \text{const}$  с подачей топлива во входной патрубок  
1 – камера сгорания  $V = \text{const}$ ; 2 – входной патрубок; 3 – центробежные топливные форсунки

Данная система с центробежными форсунками от вертолётного двигателя РД-600 обеспечила работоспособность камеры до 190 Гц, и её следует считать перспективной для дешёвых ПуВРД. Одновременно с доработкой системы топливоподачи для уменьшения потерь, особенно волновых, на высоких частотах пульсаций выхлопной патрубков был развёрнут на  $60^\circ$  (рис. 8) в радиальном направлении.

Однако меньшее время пребывания топливовоздушной смеси (ТВС) в камере и худшее качество распыла потребовали повышения эффективности системы зажигания. Для этого свеча накаливания мощностью 200 Вт дорабатывалась следующим образом:

- устанавливались специальные экраны, уменьшающие «захлаживание» нагревательной спирали при продувке;
- спираль помещалась в корпус, наполненный материалом с повышенной теплопроводностью (аналогия традиционного ТЭНа).

Но это не обеспечило надёжного воспламенения ТВС на высокой частоте пульсаций. Кроме того, сразу после запуска спираль могла перегореть от непосредственного воздействия на неё

продуктов сгорания с температурой более 2000 К.

Последующее применение плазменной системы зажигания даже с потребляемой мощностью 50 Вт обеспечило лучший запуск. Это объясняется струйным воздействием плазмы, истекающей из свечи специальной конструкции [6] на сравнительно большой объём ТВС.

По результатам отработки системы зажигания можно сделать следующие выводы:

- отработку рабочего процесса камеры сгорания необходимо проводить с плазменной системой зажигания мощностью  $\sim 200$  Вт с последующим переходом на зажигание от дежурного факела пламени на основных режимах работы;
- для исключения пробоя свеча должна быть изготовлена с использованием сертифицированных изоляционных керамических материалов.

Разработанная камера сгорания  $V = \text{const}$  может найти применение:

- в ПуВРД как основная камера сгорания [4, 7];
- в детонационных двигателях в качестве инициатора взрывного сгорания (преддетонатора); взрывное воспламенение может быть обеспечено за счёт инжектирования из КС  $V = \text{const}$  реагирующих струй гетероген-

ного топлива в воздух; экспериментально подтверждено [8], что быстрое вовлечение в реакцию большого объема образующейся гетерогенной смеси приводит к взрывному сгоранию, по параметрам близкому к детонационному;

– в МГД-генераторах и газодинамических лазерах [9];

– в специальных энергетических установках для создания сверхвысоких температур [9];

– в приводных ГТД [11 – 14].

### Библиографический список

1. Пат. 2196906 РФ, МПК<sup>7</sup> F02C5/02. Камера сгорания газотурбинного двигателя [Текст] / Богданов В.И., Кузменко М.Л. № 2000117931/06; заявл. 05.07.00; опубл. 20.01.03.

2. Богданов, В. И. Физико - математическая модель рабочих процессов золотниковой камеры сгорания постоянного объема [Текст] / В. И. Богданов, Д. В. Кувтырев // ИФЖ-2003. Т. 16. – № 5. – С.71-75.

3. Богданов, В. И. Профилирование несимметричного сопла при изменяющихся по времени параметрах торможения истекающего газа и размере минимального сечения [Текст] / В. И. Богданов [и др.] // Аэромеханика и газовая динамика. – 2002. № 3. – С. 43-59.

4. Богданов, В. И. КС  $V=\text{const}$  с самоприводящимся золотником для новых реактивных технологий [Текст] / В. И. Богданов [и др.] // Тр. междунар. науч.-техн. конф. «Проблемы и перспективы развития двигателестроения». – Ч. 2. – Самара, 2003. – С. 234-240.

5. Богданов, В. И. Взаимодействие масс в рабочем процессе пульсирующих реактивных двигателей как средство повышения их тяговой эффективности [Текст] / В. И. Богданов // ИФЖ. – 2006. – Т.79. – № 3. – С. 85-90.

6. Михайлов, В. В. Разработка электроискровых свечей зажигания ДВС с

вихревой стабилизацией разряда [Текст] / В. В. Михайлов, А. Н. Мухин, В. А. Фигурин // Матер. 2-й Российской конференции «Тепломассообмен и гидродинамика в закрученных потоках». – Рыбинск: РГАТА, 2005. – С. 25-31.

7. Богданов, В. И. ПуВРД с камерой сгорания  $V=\text{const}$  и перспективы применения его на БПЛА [Текст] / В. И. Богданов, Е. А. Тарасова // Полет. – 2005. – № 11. – С. 29-31.

8. Силакова, М. А. Генерация импульсов давления при истечении реагирующих гетерогенных струй в воздух / [Текст]: автореферат. дис... канд. физ. - мат. наук / Силакова М. А.; [ИХФ им. Н. Н. Семёнова]. – М., 2005. – 30 с.

9. Богданов, В. И. О применении камеры сгорания  $V = \text{const}$  в газодинамических лазерах и МГД-генераторах [Текст] / В. И. Богданов // Инженер. – 2010. – № 8. – С.27.

10. Богданов, В. И. Об освоении пульсирующего детонационного рабочего процесса в энергодвигательных установках [Текст] / В. И. Богданов // Изв. РАН. Энергетика. – 2007. – № 2. 2007. – С. 84-90.

11. Богданов, В.И. ГТУ со сгоранием топлива при постоянном объеме. Новые концепции создания [Текст] / В. И. Богданов // Газотурбинные технологии. – 2002. – № 2. – С. 16-19.

12. Богданов, В. И. Концепция многотопливного автомобильного двигателя с усилителем крутящего момента [Текст] / В. И. Богданов // Двигателестроение. – 2006. – № 4. – С. 19-21.

13. Богданов, В. И. О применении цикла ГТД с подводом теплоты при постоянном объеме [Текст] / В. И. Богданов, Е. А. Тарасова // Изв. вузов. Авиационная техника. – 2007. – № 3. – С. 35-37.

14. Богданов, В. И. Автомобиль и его двигатель – возможные перспективы развития [Текст] / В. И. Богданов // Автомобильная промышленность. – 2009. – № 1. – С. 25-28.

## **SOME RESULTS OF EXPERIMENTAL REFINING OF A CONSTANT VOLUME VALVE COMBUSTION CHAMBER**

© 2011 V. I. Bogdanov, S. P. Kuznetsov

Science-and-Production Association “Saturn”, Rybinsk

The high-level performance constant volume valve combustion chamber is intended for advanced power generating engine systems with a pulsating work process. The review of both published basic results obtained during the investigations and the new ones with recommendations for further chamber improvement is presented. The chamber can be applied in pulse jet engines, as initiator of detonation in detonation engines, as well as in gas-dynamic lasers and MHD generators.

*Constant volume combustion chamber, detonation initiator, pulse jet engine, gas-dynamic laser, MHD-generator.*

### **Информация об авторах**

**Богданов Василий Иванович**, д.т.н., главный специалист, ОАО «НПО «Сатурн», г. Рыбинск. Область научных интересов: исследования по созданию реактивных двигателей с пульсирующим рабочим процессом. E-mail: [saturn@npo-saturn.ru](mailto:saturn@npo-saturn.ru).

**Кузнецов Сергей Павлович**, к.т.н., доцент, заместитель генерального конструктора ОАО «НПО «Сатурн», г. Рыбинск. Область научных интересов: поузловая доводка и испытания авиационных двигателей. E-mail: [saturn@npo-saturn.ru](mailto:saturn@npo-saturn.ru).

**Bogdanov Vasilii Ivanovitch**, doctor of technical sciences, chief specialist, Science-and-Production Association “Saturn”. Area of research: creating jet engines with a pulsating operating process. E-mail: [saturn@npo-saturn.ru](mailto:saturn@npo-saturn.ru).

**Kuznetsov Sergei Pavlovitch**, associate professor, candidate of technical sciences, deputy general designer of gas turbine engines, Science-and-Production Association “Saturn”. Area of research: aircraft engine development and testing. E-mail: [saturn@npo-saturn.ru](mailto:saturn@npo-saturn.ru).

## ИССЛЕДОВАНИЕ ПОГРЕШНОСТЕЙ ИЗМЕРЕНИЯ УГЛОВЫХ ПАРАМЕТРОВ РАСПОЛОЖЕНИЯ ОТВЕРСТИЙ В ДИСКАХ ТУРБИН И КОМПРЕССОРОВ ГАЗОТУРБИННЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ

© 2011 М. А. Болотов, А. Н. Жидяев, И. Л. Шитарев, А. О. Чевелева

Самарский государственный аэрокосмический университет  
имени академика С. П. Королёва  
(национальный исследовательский университет)

Разработаны модели погрешности измерения угловых параметров расположения отверстий в дисках турбин и компрессоров газотурбинных двигателей (ГТД) с использованием положений теории вероятностей и математической статистики. Проведены исследования зависимостей погрешности измерения от различных факторов.

*Погрешность, плотность вероятности, методика измерения, координатный метод контроля, угловое положение.*

Рабочие характеристики турбомашин в значительной степени определяются точностью исполнения технических требований, предъявляемых к составляющим их деталям. Высокие технические требования накладывают жёсткие условия к точности изготовления и к методике выполнения контрольных операций [1].

Традиционно при осуществлении контрольных операций при производстве авиационной техники используется большое количество специальных приборов и оснастки. Однако в последнее время наблюдается тенденция увеличения использования универсальных измерительных средств типа трёхосевых координатно-измерительных машин (КИМ). Данные средства позволяют решать различные по сложности задачи контроля.

В дисках и валах ГТД часто для углового и осевого позиционирования используется система равномерно расположенных периферийных отверстий и центрирующий поясок. Точность углового расположения отверстий оказывает влияние на равномерность радиальных зазоров между лопатками и статором, а также на вибрационное состояние ротора. Последнее обусловлено возникновением перекоса оси вращения диска или вала относительно оси статора вследствие низкой

точности, что может вызвать смещение центра масс.

Рассмотрим систему конструкторских баз, обеспечивающих соединение дисков и валов ряда моделей ГТД. Она включает в себя: упорные торцы, к которым предъявляется требование по взаимному биению на уровне 0,02 мм, центрирующий поясок с допуском 0,024 мм, а также серию равномерно расположенных позиционных отверстий с допуском на диаметр в пределах 0,023 мм и допуском на позиционное отклонение до 0,02 мм. Параметры углового расположения приведены на рис. 1, а.

Контроль углового расположения в соответствии с традиционной методикой осуществляется с помощью измерительных скоб, которые позволяют измерить расстояние между соседними образующими отверстиями. Далее на основе измеренных диаметров отверстий и расстояний рассчитывается величина хорды, которая сравнивается с номинальным значением. Номинальная величина хорды, образованной центрами отверстий, определяется по формуле

$$F = 2R \sin(a/2), \quad (1)$$

где

R – радиус делительной окружности, на которой располагаются центры, мм;

$\alpha$  – угол между отверстиями, рад.

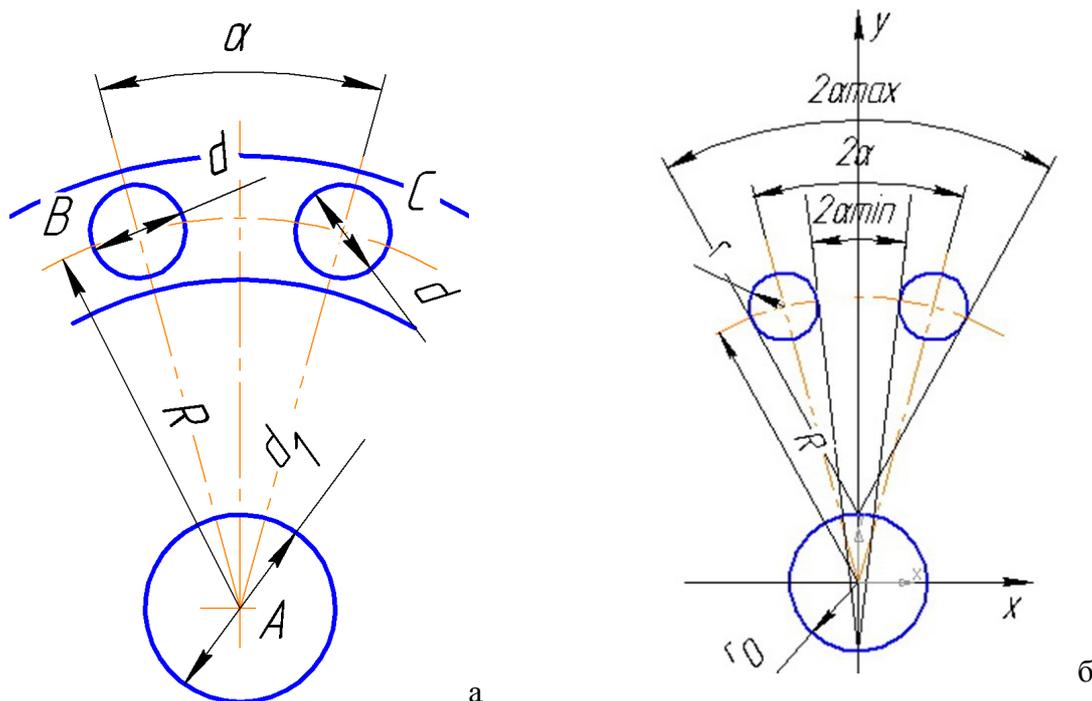


Рис. 1. Параметры углового расположения отверстий:

а) задание углового расположения между осями отверстий; б) геометрическая постановка задачи

Максимально допустимая погрешность средства измерения при контроле хорды, образованной двумя центрами, определяется следующим образом:

$$\Delta = 0,3 \cdot T = 0,3 \cdot 0,02 = 0,006 \text{ мм.} \quad (2)$$

Выражения (1) и (2) устанавливают взаимосвязь между предельными значениями погрешности измерения углового расположения и допуском на расположение, выраженным в линейном виде.

Измерение с использованием КИМ реализует координатный метод. Он основан на дискретной замене реальных поверхностей деталей конечным числом точек, измеряемых на их поверхностях. На основе измеренного облака точек рассчитываются параметры заменяющих элементов (ЗЭ), таких, как линия, окружность, плоскость, цилиндрическая поверхность, сфера и т.д. [2].

Рассмотрим методику измерения углового параметра КИМ. Суть методики состоит в измерении угла между двумя лучами. Первый луч, базовый, проходит через центральные точки: ЗЭ окружность,

соответствующий центрирующему пояску (отверстие А на рис.1, а), и одного ЗЭ, принятого в качестве угловой базы (отверстие В на рис.1, а). Второй луч образуется построением между центральными точками: ЗЭ окружность, соответствующего центрирующего пояска (отверстие А на рис.1, а) и ЗЭ окружность соответствующего отверстия (отверстие С на рис.1, а), до которого производится измерение углового положения относительно базового углового отверстия. На рис.1, а используются следующие обозначения:

$d_1$  – диаметр центрирующего пояска,  
 $d$  – диаметры периферийных отверстий,  
 $R$  – радиус делительной окружности,  
 $\alpha$  – угол между данными лучами.

Как видно, поле рассеивания измеряемого угла  $\alpha$  будет зависеть от полей рассеивания центров ЗЭ окружность, соответствующих данным отверстиям, радиуса делительной окружности  $R$ , номинального измеряемого угла  $\alpha$ . Таким образом, погрешность измерения может быть представлена [3,4] в следующем виде

$$\sigma_{\text{изм}} = f(\sigma_A; \sigma_B; \sigma_C; \alpha; R_{\text{дел}}), \quad (3)$$

где

$\sigma_A; \sigma_B; \sigma_C$  – среднеквадратичные отклонения положений центров периферийных отверстий и центрирующего пояска диска.

Установим аналитическую взаимосвязь между данными параметрами путем определения максимального  $\alpha_{\text{max}}$  и минимального  $\alpha_{\text{min}}$  значения угла в соответст-

вии с обозначениями, представленными на рис.1, б:

$r$  – радиус поля рассеивания от измерения периферийного отверстия,

$r_0$  – радиус поля рассеивания от измерения центрирующего пояска.

Минимальное значение угла между осями отверстий определяется по формуле:

$$2\alpha_{\text{min}} = 2 \cdot \text{arctg}(k), \quad (4)$$

где

$$k = \frac{R \sin \alpha - a}{\sqrt{r^2 - (a - R \sin \alpha)^2}}, \quad a = \frac{-B - \sqrt{D}}{2A}, \quad D = B^2 - 4AC, \quad A = R^2 + r_0^2 + 2r_0 R \cos \alpha,$$

$$B = 2r^2 R \sin \alpha - 2R^3 \sin \alpha - 2Rr_0^2 \sin \alpha - 4R^2 r_0 \sin \alpha \cos \alpha,$$

$$C = r^4 - 2r^2 R^2 + r^2 R^2 \cos^2 \alpha + R^4 - R^4 \cos^2 \alpha - r^2 r_0^2 - 2r^2 r_0 R \cos \alpha + R^2 r_0^2 - R^2 r_0^2 \cos^2 \alpha + 2R^3 r_0 \cos \alpha - 2R^3 r_0 \cos^3 \alpha.$$

Максимальное значение угла между осями отверстий определяется по формуле:

$$2\alpha_{\text{max}} = 2(\pi - \text{arctg}(k)), \quad (5)$$

где

$$k = \frac{R \sin \alpha - a}{\sqrt{r^2 - (a - R \sin \alpha)^2}}, \quad a = \frac{-B + \sqrt{D}}{2A}, \quad D = B^2 - 4AC, \quad A = R^2 + r_0^2 - 2r_0 R \cos \alpha,$$

$$B = 2r^2 R \sin \alpha - 2R^3 \sin \alpha - 2Rr_0^2 \sin \alpha + 4R^2 r_0 \sin \alpha \cos \alpha,$$

$$C = r^4 - 2r^2 R^2 + r^2 R^2 \cos^2 \alpha + R^4 - R^4 \cos^2 \alpha - r^2 r_0^2 + 2r^2 r_0 R \cos \alpha + R^2 r_0^2 - R^2 r_0^2 \cos^2 \alpha - 2R^3 r_0 \cos \alpha + 2R^3 r_0 \cos^3 \alpha.$$

Данные выражения позволяют оценить крайние границы ошибок на основе известных данных о полях рассеивания центров измеряемых периферийных отверстий и центрирующего пояска. Они могут быть полезны в случае аттестации методик измерения. Однако с целью оптимизации методик измерения желательно получить вероятностную оценку поля рассеивания измеряемого угла, а также оценить закон распределения и моментные характеристики. С этой целью была разработана модель, основанная на методе Монте-Карло [5].

Поле рассеивания измеряемого угла  $\alpha$  зависит от поля рассеивания центров отверстий и центрирующего пояска.

Поле рассеивания координаты центра ЗЭ окружность зависит от:

- 1) измерительной погрешности КИМ,
- 2) эффекта от взаимодействия массива измеряемых точек и геометрии детали с присущей ей погрешностью формы.

Эксперимент проводился поэтапно:

- 1) осуществлялось измерение цилиндрических поверхностей отверстий и центрирующего пояска с большой плотностью расположения точек;
- 2) из полученного массива измеренных точек формировались выборки, соответст-

вующие определённым значениям по количеству и расположению точек;

3) методом наименьших квадратов проводилась обработка сформированных выборок, в результате чего были получены параметры ЗЭ окружность;

4) вычислялось среднеквадратичное отклонение геометрического параметра углового расположения.

В ходе детальных измерений были получены следующие результаты. Отклонение формы периферийных отверстий (рис. 2, а) составило от 0,005 до 0,01 мм и представляло собой овальность, скорее всего, вызванную силовым воздействием, применённым в процессе сборки / разборки ротора. Форма центрирующего пояска (рис. 2, б), находилась в пределах до 0,03 мм и представляла собой овальность с небольшой волнистостью.

На рис. 3, а и 3, б показаны зависимости поля рассеивания (среднеквадратичного отклонения) от количества измеряемых точек для периферийного отверстия и центрирующего пояска. С увеличением количества точек контроля наблю-

далось приближение оценки параметров ЗЭ (окружность и цилиндр: положение центра диаметр и отклонение т формы) к их истинным значениям. Наблюдалось также сужение поля рассеивания этих параметров. Как было отмечено выше, поле рассеивания обусловлено измерительной погрешностью и эффектом от взаимодействия массива измеряемых точек и геометрии детали с присущей ей погрешностью формы.

Модель для определения поля рассеивания угла с использованием метода Монте-Карло основывалась на генерации случайных координат центров окружностей в пределах их поля рассеивания. На основе сгенерированной выборки далее осуществлялось вычисление угла  $\alpha$ , образованного лучами, построенными на центрах этих окружностей:

$$\alpha = \arccos \left( \frac{(a, b)}{|a| |b|} \right), \quad (6)$$

где  $a$  и  $b$  – лучи (векторы), построенные на центрах соответствующих окружностей.

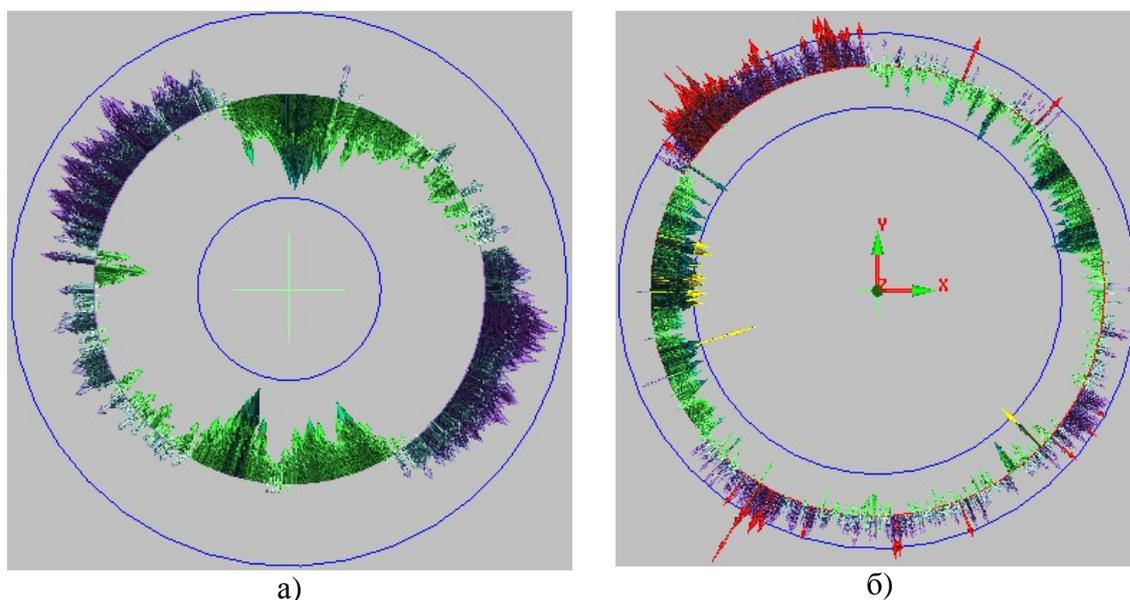


Рис. 2. Отклонение формы:  
а) периферийных отверстий, б) центрирующего пояска

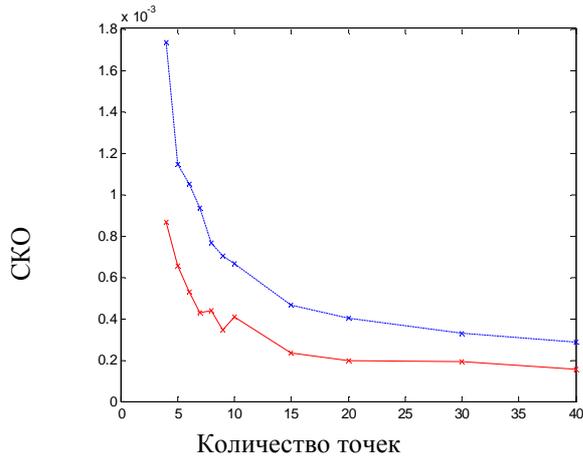


Рис. 3. Зависимость SKO рассеивания центра ЗЭ окружность от количества точек:  
 а – периферийного отверстия (сплошная линия);  
 б - центрирующего пояска (прерывистая линия)

Было проведено порядка 10000 испытаний. В рекомендациях МИ 2232-2000 отмечено, что погрешности измерений и внешние влияющие факторы имеют равновероятностное и нормализованное рас-

пределение. С учётом этого проведём серию экспериментов и отобразим частные зависимости от различных факторов.

Зависимость  $\sigma_\alpha$  от номинального угла  $\alpha$  (рис.4, а) хорошо описывается линейной функцией, что подтверждается высоким значением коэффициента детерминации  $R^2=0,9863$ .

Зависимость  $\sigma_\alpha$  от делительного радиуса (рис.4, б) аппроксимируется степенной функцией ( $R^2=0,9999$ ). Зависимость  $\sigma_\alpha$  от  $\sigma_A, \sigma_B, \sigma_C$  (рис. 4, в) описывается линейной функцией ( $R^2=0,9997$ ).

С целью проверки согласованности аналитической и вероятностной моделей проведено сравнение результатов погрешностей при одинаковых исходных условиях.

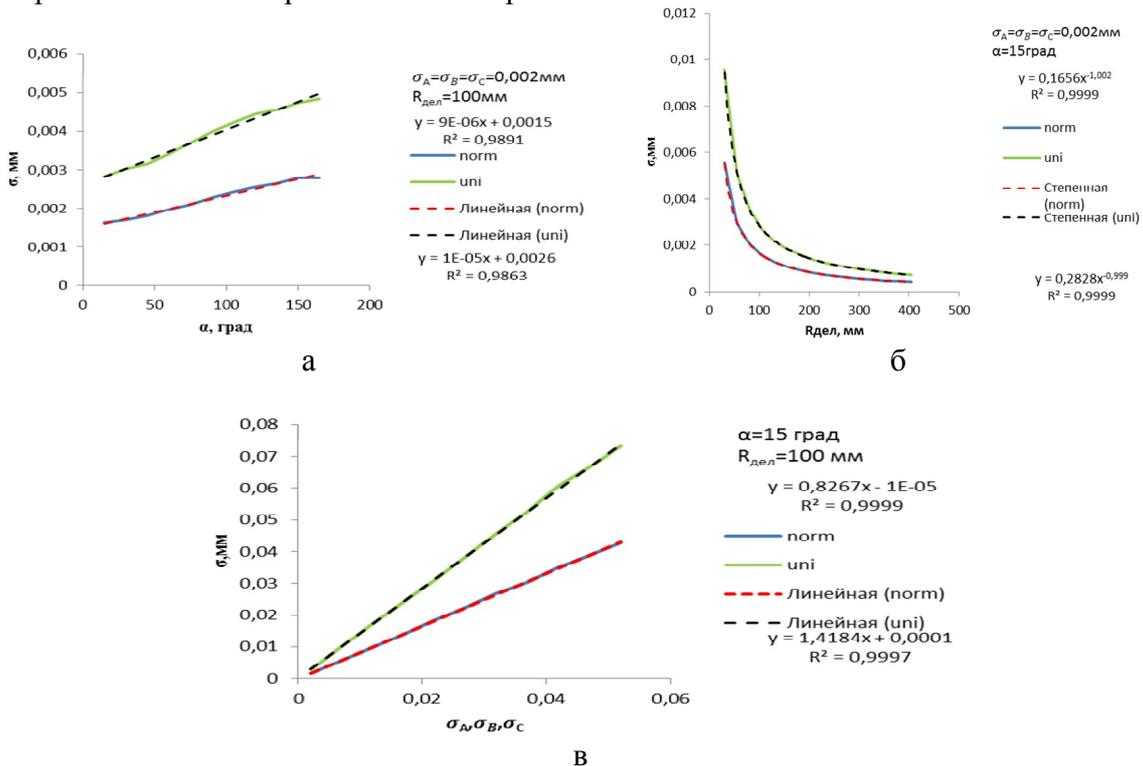


Рис. 4. Зависимости SKO погрешности углового расположения  $\sigma_\alpha$  от:  
 а - номинального угла  $\alpha$ ;  
 б - делительного радиуса  $R_{дел}$ ;  
 в - среднеквадратичных отклонений  $\sigma_A, \sigma_B, \sigma_C$  центров ЗЭ окружность по отверстиям и центрирующему пояску

Расхождение между аналитической и вероятностной моделями при распре-

лении поля рассеивания по равновероятностному закону составило менее 5%.

На рисунке 5 приведено расхождение между аналитической и вероятностной моделями при распределении поля рассеивания по закону Гаусса (в % по оси ординат). Для углов  $180^\circ - 360^\circ$  зависимость зеркальна.

Таким образом, вид распределения значительным образом влияет на погрешность, предсказываемую моделью. Результаты вероятностной модели с достаточно высокой достоверностью (5%) соответствуют аналитической модели при принятии равномерного распределения. Данное положение может быть использо-

вано при расчёте крайних значений погрешности и аттестации методик измерений. При принятии распределения поля рассеивания по закону Гаусса оценка погрешности, получаемая с использованием вероятностной модели, является заниженной по сравнению с оценкой, возвращаемой по методу «минимума-максимума». В ряде случаев, поле рассеивания ЗЭ окружность в значительной степени близко к распределению Гаусса, что позволяет принять эту модель в данном случае.

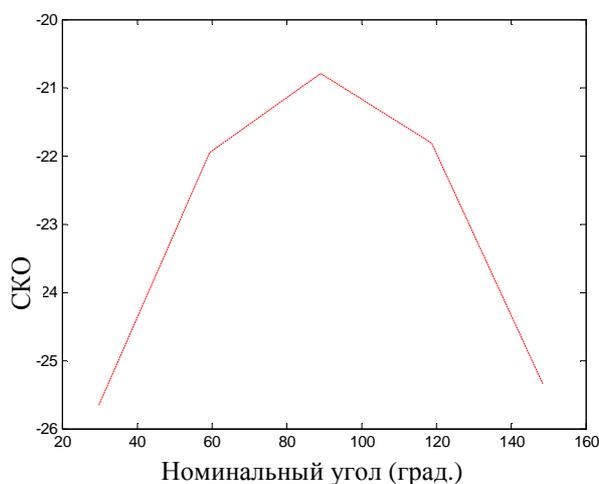


Рис. 5. Расхождение (в % по оси ординат) между аналитической и вероятностной моделями при распределении поля рассеивания по закону Гаусса

На основе разработанных моделей осуществлена оптимизация методики измерения угловых параметров расположения отверстий при следующих исходных данных:  $R_{\text{делит}} = 91\text{мм}$ ,  $\alpha_{\text{ном}} = 30, 60, \dots, 330$  град., с учётом максимально допустимой погрешности измерения хорды, рассчитанной по (2).

Особенностью модели (3) является то, что одинаковый уровень погрешностей может быть обеспечен при различных сочетаниях  $\sigma_A, \sigma_B, \sigma_C$ , что, в свою очередь, определяет различное количество контролируемых точек, соответствующих ЗЭ. Поскольку периферийные отверстия одинаковы, примем  $\sigma_B = \sigma_C = \sigma_{\text{п}}$ . С учётом данной особенности оптимизация методик измерения может осуществляться, исходя из следующих условий:

1) допустимый уровень погрешности определяется как

$$\Delta \leq [\Delta_d], \quad (7)$$

где  $[\Delta_d]$  рассчитывается по формуле (2);

2) минимум затрат времени на измерение достигается минимально необходимым количеством измеряемых точек и способом их измерения (измерение триггерным или сканирующим датчиком);

3) на измеряемых поверхностях обеспечивается равномерная плотность распределения точек.

В соответствии с этим для определения оптимального соотношения количества контролируемых точек, может быть составлена система уравнений:

$$\begin{cases} n_n N + n_y \rightarrow \min, \\ s_a = f(s_n, s_y, a, R_{det}) \leq [s_d], \\ s_n = f(n_n), \\ s_y = f(n_y), \\ r(n_n) \approx r(n_y), \end{cases} \quad (8)$$

где

$n_n$  и  $n_y$  – соответственно количество контролируемых точек на периферийных отверстиях и центрирующем пояске;

$N$  – количество периферийных отверстий;

$\sigma_a$  – СКО при измерении углового параметра расположения, возвращаемого в соответствии с вероятностной моделью;

$[s_d]$  – СКО, допускаемое при измерении углового параметра расположения;

$\sigma_n$  и  $\sigma_y$  – соответственно СКО центра периферийных отверстий и центрирующего пояска при их контроле количеством точек  $n_n$  и  $n_y$ ;

$\rho(n_n)$  и  $\rho(n_y)$  – плотность покрытия измеряемой поверхности контрольными точками.

В случае невыполнения условия  $s_a = f(s_n, s_y, a, R_{det}) \leq [s_d]$  при различных сочетаниях  $\sigma_n$  и  $\sigma_y$ , принимается решение о непригодности данной КИМ для измерения углового расположения с требуемой точностью.

На основе решения данной системы уравнений обоснована методика измерения, обеспечивающая оптимальное использование КИМ при допустимом уровне погрешности. Для контроля периферийных отверстий необходимо использовать 28 точек, а для центрирующего пояска – 101 точку. Такое количество точек целесообразно снимать с поверхности при помощи датчика сканирующего типа.

Отметим, что разработанные модели могут использоваться при моделировании

погрешностей базирования и измерения, осуществляемых с помощью шуповых систем, которыми оснащаются современные обрабатывающие центры.

Таким образом, актуальность разработанной методики определяется возможностью прогнозирования погрешности на различных технологических стадиях производства ГТД и общего машиностроения.

Данная научно-исследовательская работа проводилась в рамках реализации федеральной целевой программы «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009 – 2013 годы.

### Библиографический список

1. Крымов, В. В. Производство газотурбинных двигателей [Текст] / В. В. Крымов, Ю. С. Елисеев, К. И. Зудин. – М.: Машиностроение / Машиностроение – Полет, 2002. – 376 с.
2. Гапшис, В. А. Координатные измерительные машины и их применение [Текст]: Учебник / В. А. Гапшис, А. Ю. Каспарайтис, М. Б. Модестов и др. М.: Машиностроение, 1988. – 328 с.
3. МИ 2552-99 Рекомендация. Государственная система обеспечения единства измерений. Применение «Руководства по выражению неопределенности измерений».
4. Evaluation of measurement data: Guide to the expression of uncertainty in measurement [Текст] / JCGM – Elsevier, 2008. – 120 с.
5. Uncertainty determination for CMMs by Monte Carlo simulation integrating feature form deviations [Текст] // Jean-Pierre Kruth, Nick Van Gestel, Philip Bleys, Frank Welkenhuyzen. – CIRP Annals – Manufacturing Technology 58 (2009). – С. 463 – 466.

## RESEARCH OF ERRORS OF MEASURING ANGULAR LOCATION PARAMETERS OF HOLES IN TURBINE AND COMPRESSOR DISCS OF GAS TURBINE ENGINES

© 2011 M. A. Bolotov, A. N. Zhidyaev, I. L. Shitarev, A. O. Cheveleva

Samara State Aerospace University named after academician S. P. Korolyov  
(National Research University)

Models of measuring errors of angular location parameters of holes in turbine and compressor discs of gas turbine engines are developed using the probability theory and mathematical statistics. Research of measurement error dependence on various factors has been carried out.

*Uncertainty, frequency function, measurement technique, coordinate measuring method, angular location.*

### Информация об авторах

**Болотов Михаил Александрович**, инженер кафедры производства двигателей летательных аппаратов, аспирант. Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С. П. Королёва (национальный исследовательский университет). Область научных интересов: координатные измерения. E-mail: [maikl\\_bol@rambler.ru](mailto:maikl_bol@rambler.ru).

**Жидяев Алексей Николаевич**, аспирант, инженер кафедры производства двигателей летательных аппаратов. Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С. П. Королёва (национальный исследовательский университет). Область научных интересов: обработка сложных поверхностей. E-mail: [bududai@mail.ru](mailto:bududai@mail.ru).

**Шитарев Игорь Леонидович**, д.т.н., профессор, заведующий кафедрой производства двигателей летательных аппаратов. Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С. П. Королёва (национальный исследовательский университет). Область научных интересов: производственный менеджмент. E-mail: [pdla@ssau.ru](mailto:pdla@ssau.ru).

**Чевелева Анастасия Олеговна**, студент факультета двигателей летательных аппаратов. Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С. П. Королёва (национальный исследовательский университет). Область научных интересов: координатные измерения. E-mail: [pdla@ssau.ru](mailto:pdla@ssau.ru).

**Bolotov Michael Alexandrovitch**, post-graduate student, engineer of the aircraft engine production department, Samara State Aerospace University named after academician S. P. Korolyov (National Research University). E-mail: [maikl\\_bol@rambler.ru](mailto:maikl_bol@rambler.ru). Area of research: coordinate measurement.

**Zhidyaev Alexey Nikolaevitch**, post-graduate student, engineer of the aircraft engine production department, Samara State Aerospace University named after academician S. P. Korolyov (National Research University). E-mail: [bududai@mail.ru](mailto:bududai@mail.ru). Area of research: machining of airfoil.

**Shitarev Igor Leonidovitch**, doctor of technical sciences, professor, head of the aircraft engine production department, Samara State Aerospace University named after academician S. P. Korolyov (National Research University). E-mail: [pdla@ssau.ru](mailto:pdla@ssau.ru). Area of research: production management.

**Cheveleva Anastasia Olegovna**, student of the aircraft engine production department, Samara State Aerospace University named after academician S. P. Korolyov (National Research University). E-mail: [pdla@ssau.ru](mailto:pdla@ssau.ru). Area of research: coordinate measurement.

## МОДЕЛИ И МЕТОДЫ ОПТИМИЗАЦИИ МЕТОДИК ИЗМЕРЕНИЯ ДЕТАЛЕЙ ГАЗОТУРБИННЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ ПРИ ИХ КОНТРОЛЕ НА КООРДИНАТНО-ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ МАШИНАХ

© 2011 М. А. Болотов, И. А. Лёзин

Самарский государственный аэрокосмический университет  
имени академика С. П. Королёва  
(национальный исследовательский университет)

Рассматриваются методики измерения и методы их оптимизации с использованием положений теории вероятностей и математической статистики, проводятся исследования зависимости разработки методик измерения от технологической наследственности.

*Погрешность, плотность вероятности, методика измерения, координатный метод контроля, метод обработки, производство, эффективность.*

В процессе производства изделий аэрокосмической техники и в особенности деталей газотурбинных двигателей ГТД важнейшим звеном технологического процесса является контроль. Традиционно при осуществлении контрольных операций при производстве авиационной техники используется большое количество специальных приборов и оснастки. Однако в последнее время наблюдается тенденция увеличения использования универсальных измерительных средств типа трёхосевых координатно-измерительных машин (КИМ). Данные средства позволяют решать различные по сложности задачи контроля.

Сущность координатного метода контроля заключается в замене реальных поверхностей детали их математическим представлением с использованием заменяющих элементов. На основе измеренного облака точек реальных поверхностей деталей рассчитываются параметры заменяющих элементов (ЗЭ), таких, как линия, окружность, плоскость, цилиндрическая поверхность, сфера и т.д. [1]. Далее на основе образованной совокупности элементов рассчитываются пространственные геометрические параметры.

Наиболее общая классификация погрешностей контроля и источников их возникновения применительно к координатным измерениям приведена в [1, 2]. Из

всех погрешностей выделяются те, которые связаны с методиками измерения, именно они открывают резерв повышения точности и производительности контрольных операций, а также служат гарантом получения заданной точности.

Под методикой измерения (МИ) понимают совокупность конкретно описанных операций, выполнение которых обеспечивает получение результатов измерений (в соответствии с ГОСТ Р 8.563-2009). В случае контроля на КИМ под МИ подразумевают выбор типов ЗЭ, количество и расположение контролируемых точек на них, их последовательность измерения, построение вспомогательных систем координат и расчёт геометрических параметров (ГП) относительно них.

Практика использования таких средств показывает, что повышение количества контролируемых точек повышает достоверность контроля ГП, однако при этом возрастает трудоёмкость, а стало быть, стоимость контрольных операций, или снижается пропускная способность КИМ. В связи с этим актуальной задачей является оптимизация их количества с учётом требуемого уровня точности к контролю ГП.

Исходные требования к выбору средств контроля и, соответственно, уста-

новления предельных значений погрешностей контроля отражены в МИ 2232-2000. В соответствии с ней границы погрешности измерений могут считаться удовлетворительными, если относительная погрешность оценки не превышает 30%. Таким образом, можно сформировать совокупность условий, при которых средство измерения будет использоваться экономически целесообразно и предоставлять требуемый уровень погрешностей:

$$\Delta_i \leq [\Delta_i], \quad (1)$$

где

$[\Delta_i]$  – допустимая погрешность измерения для  $i$ -го геометрического параметра (линейно-углового, погрешности формы или погрешности расположения).

Погрешность средства измерения и реализуемой МИ считается допустимой также при выполнении соотношения (1). Это, в свою очередь, будет критерием оптимизации методик измерения.

Погрешность измерения ЗЭ может быть представлена в виде

$$\bar{\Delta} = f(\bar{P}), \quad (2)$$

где

$\bar{\Delta}$  – вектор параметров, возникающих при контроле ЗЭ, к ним относятся координаты центральной точки, направляющий вектор (для плоскости, линии, цилиндрической и конусной поверхности), величина выявленной погрешности формы;

$\bar{P}$  – вектор параметров МИ данного ЗЭ, включающего в себя количество контрольных сечений, число контролируемых точек в них и правило их расположения по измеряемой поверхности.

Аттестация и разработка МИ сводится к решению двух видов задач. Первую задачу можно сформулировать как прямую, на основании которой по заданным параметрам МИ находятся действующие уровни погрешностей, после чего они сравниваются с допустимыми в соответствии с выражением (1) и делается вывод о пригодности МИ. Вторую задачу можно сформулировать как обратную к первой: первоначально задаются допус-

тимый уровень погрешности, а далее на основании выражения (2) находятся параметры МИ, обеспечивающие их. В случае, если допустимый уровень погрешности не может быть обеспечен с использованием данного средства измерения и обоснованной МИ, делается соответствующий вывод о технической невозможности контроля данного ГП. Рассмотрим подходы отечественных и зарубежных авторов к моделированию процесса координатных измерений геометрических параметров.

Погрешность контроля ГП является случайным процессом, и поэтому необходимо использовать элементы теории вероятности и математической статистики.

В работе [3] процесс контроля рассматривается как случайный в интервале измерения, подчинённый нормальному распределению. На основании данного предположения определяется зависимость количества контрольных точек с учётом того, что измеряемая величина не выйдет за границы принятой доверительной вероятности. Отметим, что инструментальная погрешность КИМ в достаточной степени приближена к нормальному распределению, что, с одной стороны, оправдывает данный подход. С другой стороны, практика измерения реальных поверхностей показывает, что не все измеряемые ГП подчиняются нормальному распределению. Это обусловлено взаимодействием контролируемых точек с отклонением формы измеряемых поверхностей деталей.

Поэтому результаты, полученные по данному методу, не всегда могут быть достоверными, а МИ – не оптимальными в ряде случаев.

В трудах зарубежных учёных практикуется подход, основанный на использовании метода Монте-Карло [2, 4]. Это вызвано невозможностью создания аналитических моделей данного процесса. Для оценки неопределённостей измерений и описания зависимости от различных факторов существуют формальные подходы, отраженные в [5, 6].

В работах [7, 8, 9] и множестве других исследуется влияние количества и способа расположения точек при измерении часто встречающихся простых поверхностей на погрешность выявления их основных параметров: центра, диаметра и формы ЗЭ. При этом используется метод Монте-Карло. Однако в них учитывается только инструментальная погрешность измерения, вносимая КИМ. Данные работы отражают влияние измерительной погрешности КИМ на результат контроля. Однако, как показывает практика [10], в большой степени достоверность результата контроля зависит от отклонений формы измеряемой поверхности. В работе [11] проводится исследование и оптимизация МИ для контроля цилиндрических поверхностей, имеющих систематические отклонения формы, обусловленные технологией изготовления. Показывается необходимость учёта технологического фактора при разработке МИ, отмеченная в [10].

С целью формирования оптимальных МИ и обоснования достоверности результатов контроля в данной работе предложена наиболее общая методика, приведённая на рис. 1. Данная методика позволяет:

1) оценивать зависимость оптимальной МИ от технологической наследственности и других влияющих факторов;

2) предоставлять возможность подтверждения получаемых зависимостей.

Наиболее достоверный путь исследований – это работа с реальным массивом точек (1, рис.1) поверхности детали, так как он включает в себя погрешности, действующие от совокупности технологических методов обработки деталей ГТД, и измерительные – от КИМ, что представляет собой этап 1 (в случае возможности его реализации). На следующем этапе, реализуемом с помощью прямого преобразования Фурье [12, 13], анализируются спектральные характеристики поверхности, что позволяет дать заключение о структуре погрешности и значениях её составляющих. Для оценки влияния раз-

личных составляющих погрешности необходима фильтрация поверхности. Предлагается осуществлять её на основе обратного преобразования Фурье с учётом корректировки спектра. На выходе (2, рис. 1) формируется заключение о составе и амплитудах погрешностей, а также отфильтрованный массив точек в случае необходимости.

Этап 3 осуществляется с целью моделирования поверхностей, имеющих заранее известное отклонение формы в случае, когда невозможно детально измерить реальные поверхности. В основе реализации этапа заложены алгоритмы конструирования ЗЭ (прямой, окружности, плоскости, цилиндрической, сферической и конической поверхностей) и воспроизведения инструментальных погрешностей КИМ. К наиболее часто встречающимся видам зависимости отклонений форм от методов обработки, реализуемых при производстве деталей ГТД, относятся седлообразность, бочкообразность, отгиб, волнистость, гранёность.

Для представления технологических погрешностей бывает достаточно использовать полиномы различной степени (седловидность, бочкообразность, спираль, смещение оси) и тригонометрический ряд Фурье (волнистость, гранёность):

$$f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos nx + b_n \sin nx), \quad (3)$$

где

$a_n$ ,  $b_n$ ,  $n$  – коэффициенты, характеризующие амплитудные и частотные характеристики гармоник.

На выходе из данного этапа формируется облако точек конструированной поверхности (4, рис. 1).

Задаются возможные варианты и параметры исследуемых МИ (3, рис.1).

На следующем этапе производится многократное имитирование выборок точек в соответствии с параметрами МИ. Основными параметрами на данном этапе являются количество сечений и точек в них, регулярность сетки покрытия.

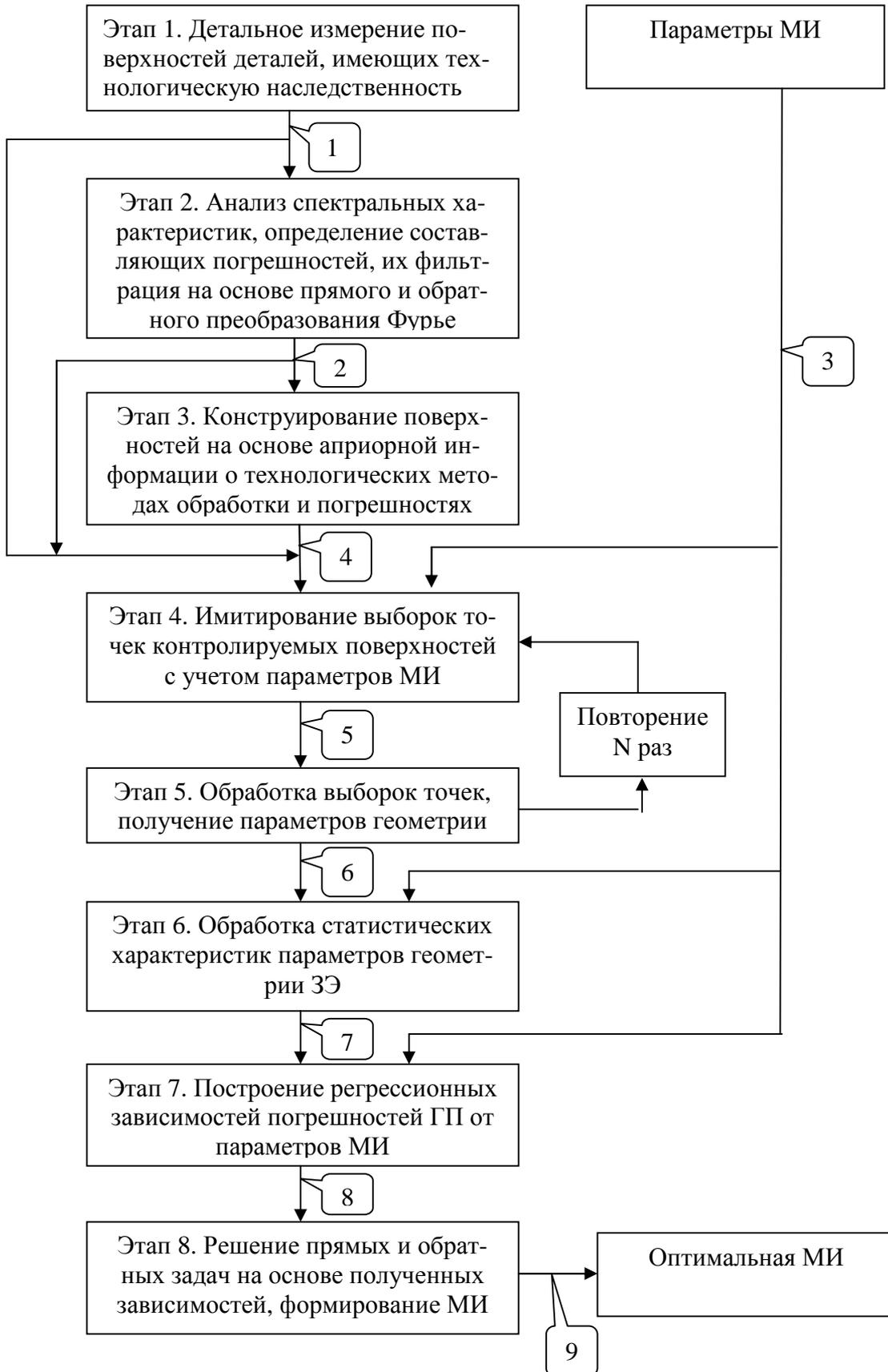


Рис. 1. Блок - схема исследования и формирования МИ

На выходе из данного этапа формируются выборки точек измеряемой поверхности в соответствии с требуемой МИ (5, рис.1).

Этап 5 содержит процедуры обработки сформированного облака точек. Вычисляются параметры ЗЭ с помощью различных методов аппроксимации измеренных точек. Распространёнными методами являются: метод наименьших квадратов, методы описывания и вписывания геометрии ЗЭ, метод среднего между описанной и вписанной геометриями ЗЭ.

Реализация метода Монте - Карло осуществляется путём многократного повторения этапов 4 и 5. В результате формируются имитируемые выборки ГП (6, рис. 1). Количество повторений  $N$  выбрано на уровне 10000 раз.

На 6 этапе обрабатываются выборки, получаемые на предыдущем этапе. На выходе данного этапа формируются оценки выборок в виде нижней и верхней границы, а также математического ожидания. Данные оценки рассчитываются для различных параметров МИ (3, рис. 1), вследствие чего получается многомерный массив оценок (7, рис. 1).

В ходе исследований было выявлено, что случайные величины чаще всего являются композицией нескольких законов распределения, что затрудняет получение достоверных оценок случайных величин. В соответствии с этим в данной работе был предложен инвариантный к виду закона распределения метод получения оценок случайных величин. Его суть сводится к аппроксимации гистограмм распределения выборок на основе кубических полиномов Эрмита и определению интервальных оценок с учётом заданной доверительной вероятности  $\alpha$ , обычно принимаемой на уровне 99,73% или 95%. Рассмотрим данный алгоритм подробнее.

Для построения сплайна, описывающего плотность вероятности исследуемой выборки, требуется определить оптимальное количество коридоров в гис-

тограмме. Это можно сделать на основе правила Стёрджеса:

$$M = \lceil \log_2 N + 1 \rceil. \quad (4)$$

Построив гистограмму и определив «узловые» точки плотности вероятности  $\{x_i, y_i\}$ , переходим к построению кубического сплайна Эрмита. Внутренние точки определяются через середины столбцов, а крайняя левая  $x_0$  и правая  $x_{M+1}$  точки равны  $\{x_{\min}, 0\}$  и  $\{x_{\max}, 0\}$ , соответственно.

Кубический сплайн Эрмита по переменной  $x$  записывается в виде [14]:

$$s_x(x) = s_x^{(i)}(x), x_i \leq x < x_{i+1}, \quad (5)$$

где

$$\begin{aligned} s_x^{(i)}(x) = & y_i \left( 2 \left[ t_x^{(i)}(x) \right]^3 - 3 \left[ t_x^{(i)}(x) \right]^2 + 1 \right) + \\ & + k_x^{(i)} \left( \left[ t_x^{(i)}(x) \right]^3 - 2 \left[ t_x^{(i)}(x) \right]^2 + t_x^{(i)}(x) \right) + \\ & + y_{i+1} \left( -2 \left[ t_x^{(i)}(x) \right]^3 + 3 \left[ t_x^{(i)}(x) \right]^2 \right) + \\ & + k_x^{(i+1)} \left( \left[ t_x^{(i)}(x) \right]^3 - \left[ t_x^{(i)}(x) \right]^2 \right). \end{aligned} \quad (6)$$

Здесь  $t_x^{(i)}$  является взвешенным аргументом  $x$ :

$$t_x^{(i)} = \frac{x - x_i}{x_{i+1} - x_i}. \quad (7)$$

Коэффициенты  $k_x^{(i)}$  рассчитываются как

$$\begin{aligned} k_x^{(0)} &= \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0}, \\ k_x^{(M+1)} &= \frac{y_{M+1} - y_M}{x_{M+1} - x_M}, \\ k_x^{(i)} &= \frac{y_{i+1} - y_i}{2(x_{i+1} - x_i)} + \frac{y_i - y_{i-1}}{2(x_i - x_{i-1})}. \end{aligned} \quad (8)$$

Полученный сплайн (5) обладает свойством неотрицательности, но не удовлетворяет свойству нормировки. Площадь под кривой плотности равна

$$S = \int_{x_0}^{x_{M+1}} s_x(x) dx = \sum_{i=0}^M \int_{x_i}^{x_{i+1}} s_x^{(i)}(x) dx. \quad (9)$$

Коэффициенты сплайна  $k_x^{(i)}$  и  $y_i$  корректируются с целью выполнения условия нормировки:

$$\hat{k}_x^{(i)} = \frac{k_x^{(i)}}{S}, \quad (10)$$

$$\hat{y}_i = \frac{y_i}{S}.$$

Площадь под кривой на каждом интервале обозначим:

$$\hat{s}_i = \int_{x_i}^{x_{i+1}} \hat{s}_x^{(i)}(x) dx. \quad (11)$$

Для оценки границ интервала, в который попадает значение случайной величины с вероятностью  $\alpha$ , нужно определить точки  $x_l$  и  $x_r$ , для которых выполняются условия:

$$\int_{x_0}^{x_l} \hat{s}_x(x) dx = \frac{1-\alpha}{2}, \quad (12)$$

$$\int_{x_r}^{x_{M+1}} \hat{s}_x(x) dx = \frac{1-\alpha}{2}.$$

Определение границ оценок осуществляется путём решения двух кубических уравнений (12).

На этапе 7 осуществляется построение регрессионных зависимостей границ оценок от параметров МИ. На выходе (8, рис. 1) формируются выражения для различных ГП в зависимости от параметров МИ (3, рис. 1).

Окончательно полученные выражения (8, рис. 1) используются для решения прямой и обратной задач, сформулированных выше. Кроме того, данные выражения будут составлять базис для аттестации и формирования МИ деталей ГТД. Оптимальные параметры (9, рис. 1) закладываются в действующие МИ.

Рассмотрим практическую реализацию данной методики на примере контроля ГП ЗЭ «плоскость». Наиболее важными технологиями при производстве ГТД являются шлифование, электроэрозионная и фрезерная обработки. В исследованиях участвовали образцы пластин, прошедших соответствующие методы обработки, раз-

мером с допуском к форме 0,015 – 0,02 мм и высокой точностью координации относительно других поверхностей.

Эксперимент осуществлялся КИМ DEA Global с объёмной измерительной погрешностью:

$$\Delta = 1,7 + \frac{L}{333}, \quad (13)$$

где

$L$  – длина измеряемой поверхности, мм.

В нашем случае  $L = 117$  мм, соответственно  $\Delta = 2,05$  мкм. Как видно, измерительная погрешность близка к допуску.

Исходные поверхности в соответствии с 1 этапом измерены по 3000 точкам. Далее проведён спектральный анализ, исходная поверхность отфильтрована от погрешности измерения (рис. 2). С целью определения частотной составляющей спектральной плотности мощности, отвечающей за измерительную погрешность, был проведён эксперимент по измерению стола КИМ, в ходе которого был выявлен диапазон, отвечающий за измерительную погрешность. Очистка спектра измеренной поверхности позволила освободиться от измерительной погрешности и выбросов, тем самым приблизиться к достоверным оценкам измеряемой поверхности.

С целью проверки характера отфильтрованной части была построена функция плотности вероятности по выборке, являющейся разностью между точками исходной и отфильтрованной поверхностями (рис. 2, г). Анализируя её, можно заключить, что наибольшую вероятность составляют разности в диапазоне от 1 до 3 мкм, указывающие на измерительную погрешность КИМ. Остальная маловероятная часть отфильтрованных точек может быть объяснена выбросами.

На этапах 4 и 5 проводилась имитация измерения поверхностей с различными параметрами МИ.

Исследовались геометрические параметры заменяющего элемента «плоскость»: отклонение формы и координата центральной точки.

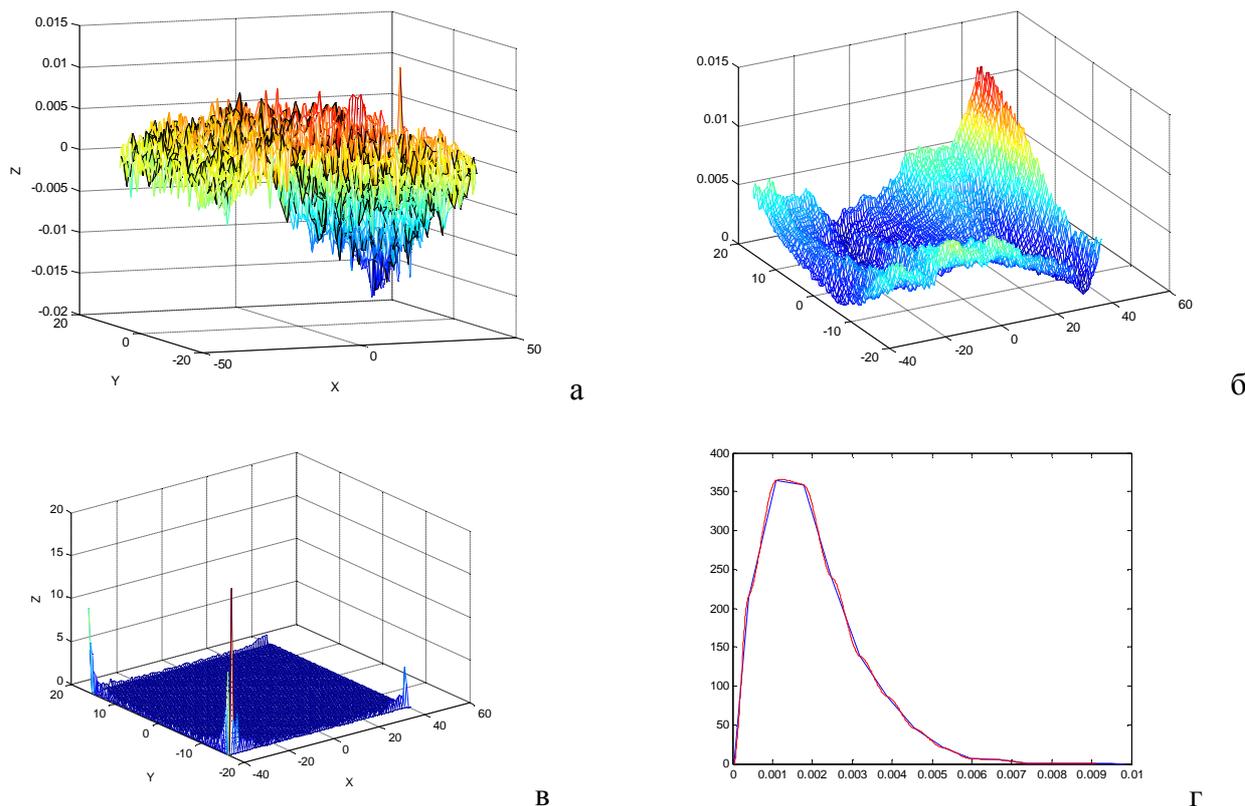


Рис. 2. Шлифованная поверхность:

- а* - исходное представление измеренного облака точек;  
*б* - облако точек, отфильтрованное от измерительной погрешности;  
*в* - очищенная от высокочастотной составляющей поверхность спектральной плотности мощности;  
*г* - график плотности вероятности отфильтрованной части.

Для оценки погрешности контроля отклонения формы принят показатель доли ошибки:

$$V_d = \frac{F^* - E_d}{F^*}, \quad (14)$$

где

$V_d$  - ожидаемая погрешность выявления отклонения формы, выраженная в долях от действительного значения;

$F^*$  - величина отклонения формы, принимаемая за действительное. Вычисляется по всему множеству точек отфильтрованной от измерительных ошибок и выбросов поверхности (с использованием прямого и обратного преобразования Фурье);

$E_d$  - оценка выборки, полученная путём аппроксимации функций плотности с использованием полиномов Эрмита.

Данный показатель указывает в долях погрешность измеренного отклонения

формы относительно действительного значения. Значение «ноль» говорит о том, что отклонение формы измерено достоверно. Этот показатель удобен тем, что не зависит от масштаба и величины.

В ходе исследований получены зависимости показателя  $V_d$  ЗЭ плоскость (рис.3, а) от параметров МИ.

Отклонение формы пластины после шлифования отражено на рис. 2 и имеет вид изгиба. Образец, прошедший электроэрозионную проволочную обработку, имеет выпуклую в центре форму, что обусловлено термическими деформациями обработки инструментом-проволокой и затруднением отвода шлама из центральной части межэлектродного зазора. После фрезерной обработки концевой фрезой D25 мм наблюдается волнистость, обусловленная появлением строчек между

проходами фрезы. На рис.3, б представлена зависимость показателя  $\Delta$  от количества контролируемых точек:

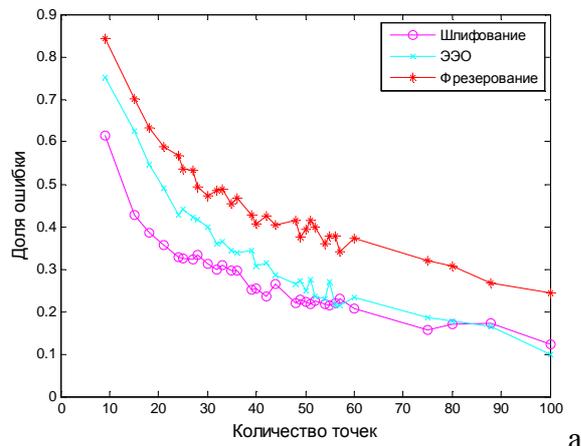
$$\Delta = \bar{z} - z_i, \quad (15)$$

где

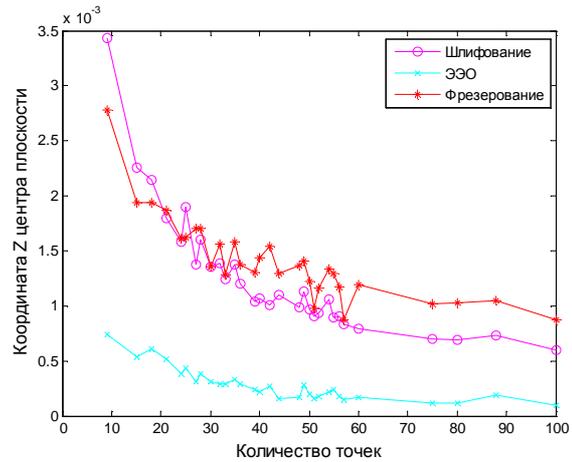
$\bar{z}$  – координата ЗЭ «плоскость» на координатной оси  $z$ , вычисленная при количестве контролируемых точек  $I$  с достоверной вероятностью 99,73%.

На рис. 3 приведены зависимости параметров  $V_M$  и  $\Delta$  от количества контролируемых точек и метода обработки. Для

высокой достоверности выявления отклонения формы при контроле шлифованных поверхностей с такой же схемой обработки необходимо 30 точек. Рис.3, б показывает, что координата  $z$  (используемая для дальнейших расчётов линейных параметров относительно других элементов) выявляется точнее при меньшем количестве контролируемых точек и уже при 15 точках составляет около 2 мкм, что является приемлемой величиной погрешности.

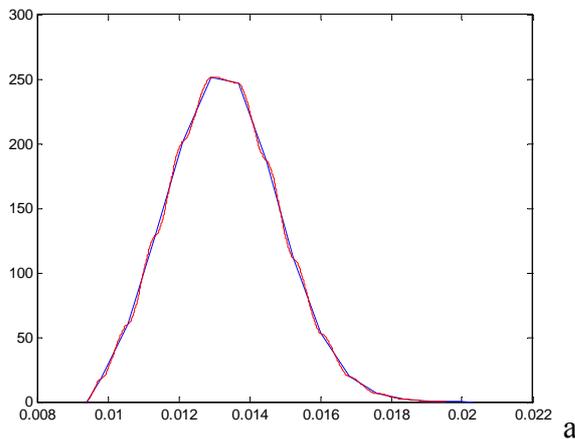


а

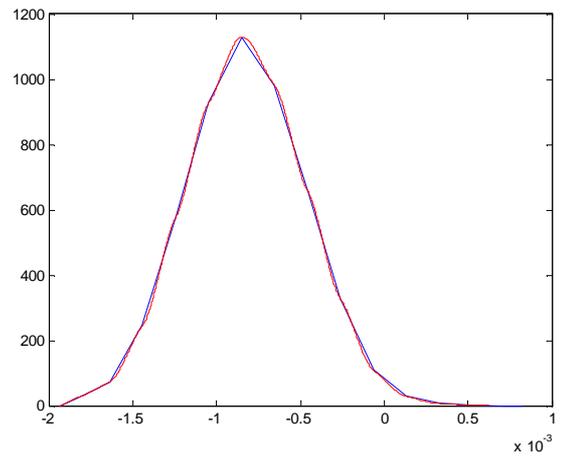


б

Рис. 3. Зависимости  $V_M$  и  $\Delta$  от количества контролируемых точек и метода обработки: а – для погрешности формы  $V_M$ ; б – для параметра  $\Delta$



а



б

Рис. 4. Плотность вероятности выборки, аппроксимированной сплайном Эрмита а – для погрешности формы; б – для координаты  $z$  центральной точки ЗЭ «плоскость»

На рис. 4 представлена плотность вероятности выборки, аппроксимированной сплайном Эрмита.

С целью проверки повторяемости модели проведено повторение экспери-

ментов в ряде точек, при этом разброс параметров был в пределах 3%.

Сформированная методика позволяет изучать различные случаи измерения ГП, получать зависимости погрешностей

от параметров МИ и создавать научно-обоснованный базис для формирования и аттестации МИ.

Результаты исследований по данной методике могут быть также использованы при моделировании погрешностей базирования и измерения, осуществляемых с помощью шуповых систем, которыми оснащаются современные обрабатывающие центры.

Данная научно-исследовательская работа проводилась в рамках реализации федеральной целевой программы «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009 – 2013 годы.

### Библиографический список

1. Гапшис, В. А. Координатные измерительные машины и их применение [Текст]: Учебник / В. А. Гапшис, А. Ю. Каспарайтис, М. Б. Модестов и др. – М.: Машиностроение, 1988. – 328 с.
2. Wilhelm, R. G. Task Specific Uncertainty in Coordinate Measurement [Текст] / R.G. Wilhelm, R. Hocken, H. Schwenke – Elsevier, 2003. – 4с.
3. Ратмиров, В.А. Управление станками гибких производственных систем [Текст] / В. А.Ратмиров. – М.: Машиностроение, 1987. – 272 с.
4. Uncertainty determination for CMMs by Monte Carlo simulation integrating feature form deviations Jean-Pierre Kruth, Nick Van Gestel, Philip Bleys, Frank Welkenhuyzen. CIRP Annals - Manufacturing Technology 58 (2009). 463 – 466 с.
5. МИ 2552-99 Рекомендация. Государственная система обеспечения единства измерений. Применение «Руководства по выражению неопределенности измерений».
6. Evaluation of measurement data: Guide to the expression of uncertainty in measurement [Текст] / JCGM – Elsevier, 2008. – 120 с.
7. Balakrishna P. An Integrated Approach for the Estimation of Spherical Form Tolerance [Текст] / P. Balakrishna, R. Shivakumar – Elsevier, 2006. – 12 с.
8. Dhanish, P. V. Effect of CMM point coordinate uncertainty on uncertainties in determination of circular features [Текст]/ P. V. Dhanish, J Mathew – Elsevier, 2005. – 10 p.
9. Кудрявцев, М. Д. Оценивание погрешностей координатных измерений геометрических параметров в условиях плохо обусловленной измерительной задачи [Текст] / М. Д. Кудрявцев, Н. Л. Яворовская // Сб. тез. докл. VIII конф. Молодых ученых «Навигация и управление движением». – СПб. – 2006. (Гироскопия и навигация. №2 (53), 2006г.).
10. Flack, D. Measurement good practice guide: CMM measurement strategies [Текст]/ Flack D. – Elsevier, 2001. – 87 с.
11. Summerhays, K. D. Optimizing discrete point sample patterns and measurement data analysis on internal cylindrical surfaces with systematic form deviations [Текст] / K. D. Summerhays, R. P. Henke, J. M. Baldwin, R. M. Cassou, – Elsevier, 2002. – 1 с.
12. Залманзон, Л. А., Преобразование Фурье, Уолша, Хаара и их применение в управлении, связи и других областях [Текст] / Л. А. Залманзон. – М: Наука, 1989. – 496 с.
13. Bala Muralikrishnan, Jay Raja: “Computational Surface and Roundness Metrology”, [Текст] / Springer-Verlag London Limited. – 2009. – 263 с.
14. Роджерс, Д. Математические основы машинной графики [Текст] / Д. Роджерс, Дж. Адамс. – М.: Мир, 2001. – 604 с.

---

## MODELS AND METHODS OF OPTIMIZING THE PROCEDURE OF MEASURING GAS TURBINE ENGINE PARTS USING COORDINATE MEASURING DEVICES

© 2011 M. A. Bolotov, I. A. Lyozin

Samara State Aerospace University named after academician S. P. Korolyov  
(National Research University)

The article deals with measurement techniques and methods of their optimization using the provisions of the probability theory and mathematical statistics. Dependence of measurement techniques on technological heredity is investigated.

*Error, probability density, measurement procedure, coordinate measuring method, method of processing, production, efficiency.*

### Информация об авторах

**Болотов Михаил Александрович**, инженер, аспирант кафедры производства двигателей летательных аппаратов. Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С. П. Королёва (национальный исследовательский университет). Область научных интересов: координатные измерения.

E - mail: [maikl\\_bol@rambler.ru](mailto:maikl_bol@rambler.ru).

**Лёзин Илья Александрович**, ассистент кафедры информационных систем. Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С. П. Королёва (национальный исследовательский университет). Область научных интересов: аппроксимативный анализ случайных процессов. E-mail: [ilyozin@yandex.ru](mailto:ilyozin@yandex.ru).

**Bolotov Michael Alexandrovitch**, post-graduate student, engineer of the aircraft engine production department, Samara State Aerospace University named after academician S. P. Korolyov (National Research University), [maikl\\_bol@rambler.ru](mailto:maikl_bol@rambler.ru). Area of research: coordinate measurement.

**Lyozin Ilya Alexandrovitch**, assistant of the information systems and technologies department, Samara State Aerospace University named after academician S. P. Korolyov (National Research University). Area of research: approximate analysis of random processes.

## КОНСТРУКЦИЯ ПЕРСПЕКТИВНОГО ТОРЦОВОГО ГАЗОДИНАМИЧЕСКОГО УПЛОТНЕНИЯ ОПОРЫ АВИАЦИОННОГО ДВИГАТЕЛЯ

© 2011 Бондарчук П. В., Фалалеев С. В.

Самарский государственный аэрокосмический университет  
имени академика С. П. Королёва  
(национальный исследовательский университет)

Рассмотрены перспективы и актуальность применения торцового газодинамического уплотнения (ТГУ) в авиационном двигателе. Предложена оригинальная конструкция ТГДУ опоры авиационного двигателя, минимизирующая вероятность попадания масла в пару трения.

*Торцовое газодинамическое уплотнение, герметизация масляной полости авиационного двигателя, щелевое уплотнение.*

Основные проблемы, возникающие при создании новой авиационной техники, связаны, в первую очередь, с требованиями повышения её экономичности и увеличения срока эксплуатации. Требуемый ресурс к началу эксплуатации проектируемых газотурбинных двигателей (ГТД) – 50 тыс. ч. Полный назначенный ресурс по горячей части - не менее 7500 полётных циклов, по холодной части - не менее 15000 полётных циклов [1]. В перспективе дальнейшее улучшение характеристик двигателей означает увеличение основных рабочих параметров: степени повышения давления воздуха в компрессоре, температуры газа перед турбиной, частот вращения роторов. Это повысит нагрузки на узлы уплотнений и подшипников.

В работе [2] приведены показатели некоторых уплотнений масляных полостей авиационных двигателей. Произведём сравнение разработанного в СГАУ торцо-

вого газодинамического уплотнения для нагнетателя природного газа с другими типами уплотнений. Чтобы сравнить уплотнения по эффективности герметизации, которую они обеспечивают, используется понятие приведённого эффективного зазора:

$$\bar{d}_{\dot{\nu}} = \frac{m \cdot d}{D},$$

где  $\mu$  - коэффициент расхода уплотнения,  
 $\delta$  - зазор,

$D$  – средний диаметр уплотнительной щели.

Добавим к приведённым данным показатели разработанного в СГАУ торцового газодинамического уплотнения для нагнетателя природного газа. Результаты сравнительного анализа представлены в табл.1.

Таблица 1. Максимальные достигнутые показатели различных типов уплотнений

Тип уплотнения	Перепад давления, МПа	Темп., К	Скорость, м/с	Ресурс, ч	$\bar{d}_{\dot{\nu}}$
Лабиринтное	0.5	1000	Не огр.	Не огр.	0,336
Щеточное	0.12 на один ряд щеток	1023	400	5000	0,27
РТКУ	0.5	700	100	6 000	0,129
РТУ	0.7	700	150	10000	0,0515
ТКУ	P*V=50 МПа*м/с	500	100	6000	0,075
ТГДУ	35	673	200	18000	0,0176

Анализ параметров рассмотренных типов уплотнений позволяет сделать вывод, что каждая из применяемых конструкций обладает некоторыми недостатками, ограничивающими возможность их использования в качестве уплотнения масляной полости турбомашин. Щёточные и лабиринтные уплотнения имеют явно недостаточную степень герметичности. Уплотнения, обеспечивающие минимальные утечки – ТКУ и РТКУ, имеют ограниченный ресурс. В докладе ЦИАМ "Основные цели развития авиационных двигателей военного и гражданского применения" [3] названы приоритетные научно-технические проблемы, без решения которых невозможно создание двигателя следующего поколения. В ряду этих задач указано создание высокоэффективных уплотнений масляных полостей, работоспособных при высоких скоростях вращения и повышенном давлении. То есть, для достижения перспективных характеристик двигателей существующие на настоящий момент конструкции уплотнительных узлов необходимо усовершенствовать или внедрить новые.

Следует отметить, что уплотнения с газовой смазкой исследовались и успешно развивались в нашей стране. В турбине каскада низкого давления двигателя Д-18Т, созданном для сверхтяжёлых транспортных самолётов: Ан-124, «Руслан» и Ан-125 «Мрия», установлено радиально-торцовое контактное уплотнение (РТКУ). Данное уплотнение двухстороннего действия (двухступенчатое) включает разрезное графитовое кольцо, которое контактирует с торцами двух вращающихся втулок (рис.1).

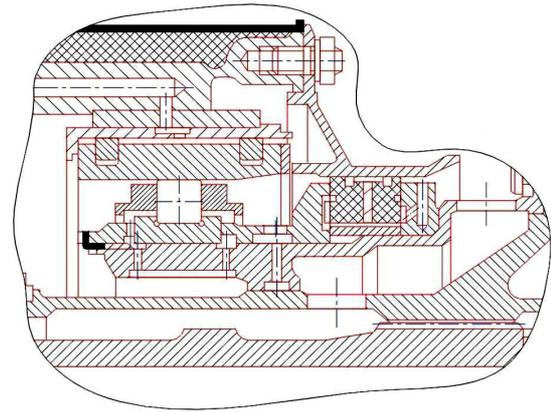


Рис.1. Уплотнение опоры турбины двигателя Д-18Т

Газодинамический эффект в уплотнительных зазорах обеспечивается за счёт наличия камер Рэля, выполненных на вращающихся втулках. Подвод газа к первой ступени уплотнения осуществляется по специально выполненным каналам в кольце. После чего газ попадает в полость между графитовыми кольцами и далее поступает ко второй ступени уплотнения.

Другим примером применения торцового уплотнения с микроканавками является уплотнение опоры двигателя Д-30Ф6 (рис.2). На торце вращающейся втулки уплотнения выполнено несколько десятков камер Рэля глубиной 10 мкм. Гарантированный ресурс составляет лишь 1000 часов, а интенсивность изнашивания – 0,006 мкм/ч.

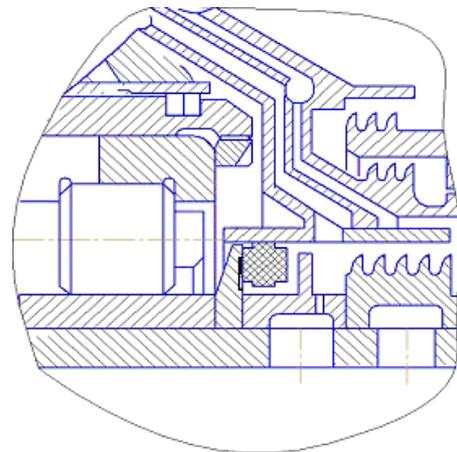


Рис.2. Уплотнение опоры турбины КВД двигателя Д-30Ф6

Приведённые выше примеры уплотнений с микроканавками внедрены более 25 лет назад. В США, Великобритании и ФРГ шло интенсивное изучение бесконтактных уплотнений. ТГДУ, разработанные для стационарных газотурбинных и промышленных установок фирмой «John Crane», достигли следующих параметров: перепад давлений 35 МПа, температура 300 С°, скорость скольжения 180 м/с [4]. Фирма «Feodor Burgmann» создала серию различных уплотнений с газовой смазкой для опор авиационных двигателей [5].

Совершенствование показателей традиционно применяемых ТКУ и РТКУ весьма проблематично. Одним из вариантов решения проблемы является замена контактных уплотнений на торцовые уплотнения с газовой смазкой. Ведущие мировые двигателестроительные фирмы считают, что достичь требуемых в настоящее время параметров и создать полностью электрический, "сухой" двигатель, в котором масло отсутствует, является возможным только с использованием технологии газовой смазки в уплотнительных узлах [6]. Поэтому применение ТГДУ в качестве уплотнения традиционной опоры двигателя позволяет создать задел на будущее. Переход на гибридные опоры и в дальнейшем на магнитный подвес ротора позволит создать для российского двигателестроения доведённый узел с приемлемыми эксплуатационными и ресурсными параметрами.

По пути применения ТГДУ в перспективных двигателях идут и другие страны. В США действовала национальная долгосрочная программа ИНРТЕТ (Integrated High Performance Turbine Engine Technology). В её рамках был создан двигатель-демонстратор ХТЕ-77 [7]. Его отличительной особенностью являются магнитные подшипники и торцовые газодинамические уплотнения.

Таким образом, актуальность внедрения ТГДУ подтверждается передовыми разработками.

В СГАУ существует научная школа, занимающаяся разработкой и внедрением уплотнений с газовой и жидкостной смазкой. В течение последних десяти лет на базе разработанных методик были успешно спроектированы и внедрены ТГДУ для нагнетателей природного газа Н-370, НЦ-16, НЦ-25, Н-235, а также высокооборотное ТГДУ для агрегата подачи газа в камеру сгорания конвертированного авиационного двигателя. Созданные методики проектирования, накопленный конструкторский опыт и имеющееся экспериментальное оборудование позволяют вести работы по созданию и доводке узла для уплотнения масляной полости авиадвигателя. В статье предлагается эскизная конструкция перспективного уплотнения для опоры авиационного двигателя.

Принцип работы ТГДУ: в паре трения генерируется тонкий слой газовой смазки. Низкая вязкость газов, используемых в качестве уплотняемой среды, вынуждает иметь механизм для выработки значительного газодинамического давления, с помощью которого достигалось бы разделение рабочих поверхностей для предотвращения непосредственного механического контакта во время работы. Кроме того, слой газа, находящийся в уплотнительном зазоре, должен обладать необходимой жёсткостью, чтобы уплотнение работало устойчиво при кратковременных изменениях внешней нагрузки и других случайных возмущениях. На рис. 3 показана схема ТГДУ. Она состоит из следующих основных элементов: вращающегося диска, на котором выполнены газодинамические камеры (в данном случае спиральные канавки); аксиально-подвижного графитового уплотнительного кольца; упругого элемента; вторичных уплотнений. Вращающийся диск установлен на вал, а аксиально-подвижное уплотнительное кольцо устанавливается в корпус. Газодинамические камеры сообщаются с полостью высокого давления и при вращении вала создают необходимое избыточное давление в зазоре.

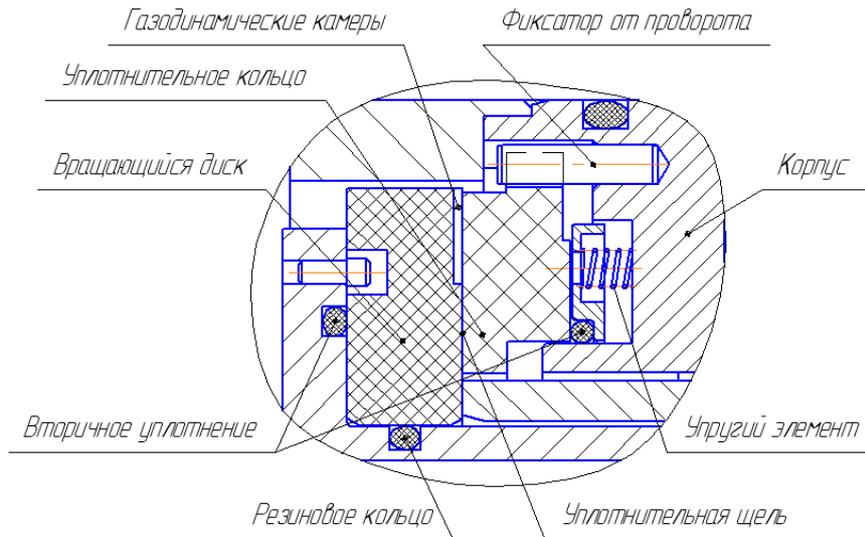


Рис. 3. Схема ТГДУ

Особенность работы уплотнений рассматриваемого типа состоит в способности автоматически обеспечивать некоторую расчётную величину зазора. На рис. 4 представлен график зависимости силы от величины зазора. На аксиально-подвижное кольцо действует в осевом направлении с одной стороны нагружающая сила –  $W_H$ , а с другой – сила, равная равнодействующей от распределённого давления в уплотнительном зазоре.

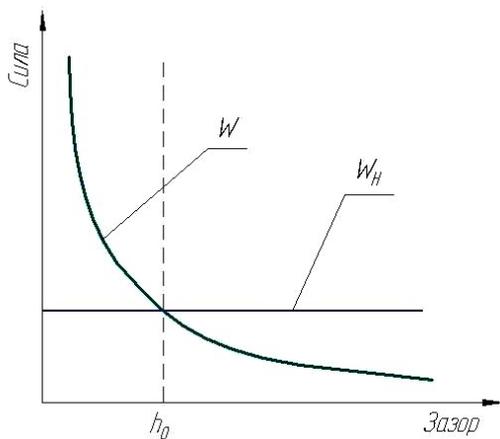


Рис. 4. Зависимость силы от величины зазора

Эту последнюю силу в дальнейшем будем определять как несущую способность –  $W$ . При расчётном значении зазора  $h_0$  эти две силы будут взаимно уравновешиваться. В случае уменьшения зазора, вызванного воздействием случайных внешних факторов, резко увеличится не-

сущая способность, графитовое уплотнительное кольцо отодвинется, что приведёт к восстановлению зазора до первоначальной величины. Обратная картина будет наблюдаться при увеличении зазора. Таким образом, реализуется принцип автоматического регулирования.

На уплотнительный узел действуют нагрузки, обусловленные конструкторскими, эксплуатационными, технологическими факторами. При их действии необходимо обеспечить надёжную работу уплотнения. Среди наиболее важных вопросов - изоляция колец пары трения от масла. При возможном попадании масла из полости подшипника в газодинамические камеры и уплотнительную щель ТГДУ возникает опасность резкого увеличения мощности трения, термического искажения уплотнительного зазора и изнашивания уплотнительных поверхностей [8].

Перспективное уплотнение проектируется для средней опоры двигателя семейства «НК» для следующих условий: давление воздуха до 1,2 МПа; температура воздуха до 300°С; скорость вращения ротора до 24000 об/мин. Геометрические параметры уплотнения выбраны с применением разработанных в СГАУ методик [9]. На рисунке 5 приведена полученная зависимость утечек воздуха через уплотнение от скорости вращения ротора. По-

лученные значения утечек существенно ниже, чем у применяемых аналогов.

Уплотнение является единым блоком и имеет интегрированную с подшипником модульную конструкцию.



Рис. 5. Расходная характеристика уплотнения

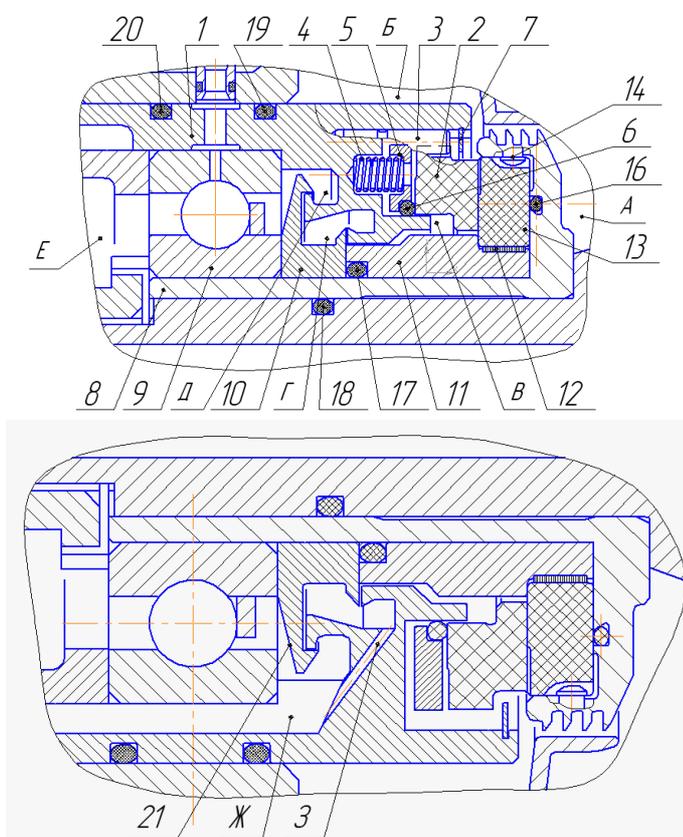


Рис. 6. Конструктивная схема опорно-уплотнительного узла

Статорная часть состоит из втулки уплотнения 1, в которую установлено кольцо уплотнения 2. Для фиксации кольца от проворота во втулке уплотнения устанавливаются штифты 3. Стояночную герметичность обеспечивает усилие от пружин 4, которое через прижим 5 передается на вторичное уплотнение 6 и на кольцо 2, прижимая его к ответному

кольцу 13. Для фиксации кольца 2 от выпадения в осевом направлении используется разжимное кольцо 7, вставляемое в проточку втулки 1. Роторная часть уплотнения состоит из втулки уплотнения 8, на которую установлены подшипник 9, втулка щелевого уплотнения 10 и прижимная втулка 11. В проточку прижимной втулки устанавливается демпфер 12, по которому

центрируется кольцо упорное 13 с газодинамическими канавками. Это кольцо фиксируется от проворота штифтами 14. Герметичность узла обеспечивается установкой эластомерных уплотнительных колец 16, 17, 18, 19, 20. Предлагаются эластомерные кольца серии Kalrez® фирмы «DuPont» [9], работоспособные при температурах до 325°С. Уплотнительный узел разделяет воздушную полость А и масляную полость Е. Для обеспечения чистоты воздуха, текущего через зазор в уплотнительной паре, буферная полость Б наддувается фильтрованным воздухом, давлением большим, чем в полости А. Лабиринтное уплотнение втулки 8 ограничивает попадание воздуха в полость А. Воздух проходит между кольцами 2 и 13 в полость В и далее через систему щелевых уплотнений попадает в полость Е.

Масло в подшипниковую опору подается через наружное кольцо подшипника. Со стороны уплотнения на втулке 10 выполнено маслоотбойное кольцо 21, от-

брасывающее большую часть масла назад к подшипнику. Масло, попадающее в полость Д, сливается в опору через проточку Ж. В случае попадания незначительного количества масла в полость Г оно отбрасывается вторичным маслоотбойным кольцом и стекает через отверстие З.

Щелевые уплотнения используют центробежный эффект и довольно эффективно препятствуют попаданию масла в полость Г. Конструкция этих уплотнений разработана нами с учетом рекомендаций Вернера Хааса из технического университета Штутгарта [10]. При выборе конструктивных параметров щелевого уплотнения использовался расчётный комплекс Fluent. Уплотнение было протуто на номинальном режиме для уровня утечек 0,9 г/с. На рис. 7 показаны полученные поля давлений. Распределение давлений показывает, что утечек достаточно, чтобы надуть полость Г и запереть её от попадания паров масла.

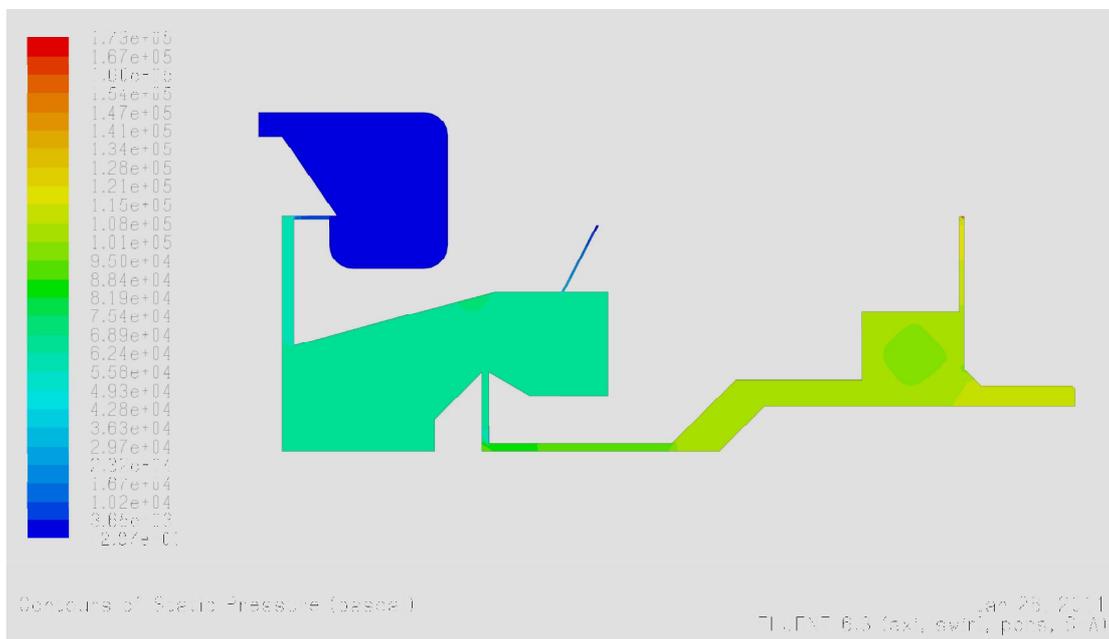


Рис. 7. Расчётные значения поля давлений в щелевом уплотнении

Проектирование ТГДУ производится в рамках работ с ОАО «Кузнецов» и находится на начальном этапе. В дальнейшем планируется провести экспериментальные исследования для того,

чтобы обеспечить работоспособность уплотнения в штатных и нештатных условиях эксплуатации в составе опоры авиационного двигателя.

**Библиографический список**

1. Скибин, В. А. Работы ведущих двигателестроительных компаний по созданию перспективных авиационных двигателей [Текст] / В. А. Скибин, В. И. Солонин. – М.: ЦИАМ, 2004.

2. Иноземцев, А. А. Газотурбинные двигатели [Текст] / А. А. Иноземцев, В. Л. Сандрацкий – Пермь: ОАО "Авиа-двигатель", 2006.

3. Скибин, В. А. Научный вклад в создание авиационных двигателей [Текст] / В. А. Скибин, В. И. Солонин: под ред. Скибина В. А. — М.: Машиностроение, 2000.

4. Официальный сайт фирмы Джон Крейн [Электронный ресурс]. – URL: <http://www.johncrane.co.uk/Productfinder.asp?r=ru&l=ru>.

5. Официальный сайт фирмы Бургманн [Электронный ресурс]. – URL: <http://www.eagleburgmann.com/>

6. Федорченко, Д. Г. О перспективе применения в авиационных ГТД элек-

троприводных агрегатов [Текст] / Д. Г. Федорченко, О. А. Гришанов, А. Е. Трянов, Ю. В. Кульков. // Проблемы и перспективы развития двигателестроения. – Самара: СГАУ, 2006.

7. Belousov, A. I. Problems of application of face gasodynamic seals in aircraft engines [Текст] / A. I. Belousov, S. V. Falaleev, A. S. Vinogradov, P. V. Bondarchuk // Russian Aeronautics. – Germany: Springer, 2007.

8. Фалалеев, С. В. Торцовые бесконтактные уплотнения двигателей летательных аппаратов: основы теории и проектирования [Текст] / С. В. Фалалеев, Д. Е. Чегодаев – М.: МАИ, 1998.

9. Официальный сайт фирмы Дюпон [Электронный ресурс]. – URL: [http://www2.dupont.com/Photovoltaics/en\\_US/products\\_services/high\\_performance\\_seals](http://www2.dupont.com/Photovoltaics/en_US/products_services/high_performance_seals).

10. Официальный сайт IMA [Электронный ресурс]. URL – [http://www.ima.uni-stuttgart.de/dichtungstechnik/skript\\_dichtungstechnik.pdf](http://www.ima.uni-stuttgart.de/dichtungstechnik/skript_dichtungstechnik.pdf).

**CONSTRUCTION OF A PROMISING FACE GAS-DYNAMIC SEAL OF THE AIRCRAFT ENGINE**

© 2011 P. V. Bondarchuk, S. V. Falaleev

Samara State Aerospace University named after academician S. P. Korolyov  
(National Research University)

The paper deals with the prospects and urgency of using front gas-dynamic seals in the aircraft engine. An original construction of the aeroengine front gas-dynamic seal is proposed. This construction minimizes the probability of oil ingress into a tribological pair.

*Front gas-dynamic seal, aircraft engine oil chamber sealing, groove seal.*

**Информация об авторах**

**Бондарчук Петр Владимирович**, ассистент кафедры конструкции и проектирования двигателей летательных аппаратов. Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С. П. Королёва (национальный исследовательский университет). Область научных интересов: область научных интересов: гермотехника и расчеты на прочность. E-mail: [bond\\_ssau@mail.ru](mailto:bond_ssau@mail.ru).

**Фалалеев Сергей Викторович**, д.т.н, профессор, заведующий кафедрой конструкции и проектирования двигателей летательных аппаратов. Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С. П. Королёва (национальный исследовательский университет). Область научных интересов: конструкция авиационных двигателей и их систем, разработка уплотнений с газовой и жидкостной смазкой. E-mail: [kipdla@ssau.ru](mailto:kipdla@ssau.ru).

**Bondarchuk Pyotr Vladimirovitch**, assistant of the department of construction and designing of aircraft engines, Samara State Aerospace University named after academician S. P. Korolyov (National Research University), [bond\\_ssau@mail.ru](mailto:bond_ssau@mail.ru). Area of research: air tightness and strength calculations.

**Falaleev Sergey Victorinovich**, doctor of technical sciences, professor, head of the department of construction and designing of aircraft engines, Samara State Aerospace University named after academician S. P. Korolyov (National Research University), [kipdla@ssau.ru](mailto:kipdla@ssau.ru). Area of research: design of aircraft engines and systems, development of gas and liquid-lubricated seals.

## ПРОЕКТИРОВАНИЕ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ РЕЖИМОВ ПРОКАТКИ ЛИСТОВ И ЛЕНТ ДЛЯ ВЫТЯЖКИ ИЗДЕЛИЙ С МИНИМАЛЬНЫМ ФЕСТОНООБРАЗОВАНИЕМ

© 2011 Ф. В. Гречников, Я. А. Ерисов, Е. В. Арышенский

Самарский государственный аэрокосмический университет  
имени академика С.П. Королёва  
(национальный исследовательский университет)

В работе исследовалось формирование кристаллографических ориентировок при прокатке листов из алюминиевого сплава 8011А и их влияние на анизотропию и фестонообразование. Основными ориентировками сплава являются кубическая  $\{001\}\langle 100\rangle$  и околочубическая текстура  $\{210\}\langle 001\rangle$ , текстура прокатки  $\{112\}\langle 111\rangle$ , S-текстура  $\{123\}\langle 634\rangle$  и ориентировка  $\{011\}\langle 112\rangle$ . Выявлено, что изменение режимов прокатки и термической обработки листов приводит к различному сочетанию указанных ориентировок и показателей анизотропии. Установлены параметры технологии производства листов из сплава 8011А, устраняющие фестонообразование при вытяжке.

*Вытяжка, фестонообразование, анизотропия, параметры текстуры, коэффициенты поперечной деформации, кристаллографическая ориентировка, прокатка, рекристаллизационный отжиг, показатель фестонообразования, функция распределения зерен по ориентациям, полюсные фигуры.*

Современное автоматизированное производство деталей предъявляет высокие требования к составу текстуры и анизотропии свойств ленты, предназначенной для вытяжки. Неблагоприятный характер анизотропии приводит к фестонообразованию (рис. 1, а) и разнотолщинности изделий по периметру и по образующей, что, в свою очередь, вызывает потери металла, брак и нарушение технологического цикла штамповки. С другой стороны, рациональная анизотропия является серь-

ёзным фактором интенсификации процессов формообразования листовых материалов [1-2]. Поэтому при проектировании технологических режимов прокатки необходимо вначале, исходя из видов последующих операций формообразования листов и лент, определить эффективные значения показателей анизотропии, а затем обеспечить их формирование в процессе прокатки.



а



б

Рис. 1. Образование фестонов при вытяжке

В частности, для глубокой вытяжки осесимметричных изделий необходимо при прокатке сформировать в листах и лентах такой состав текстуры, который обеспечит равные значения показателей анизотропии в различных направлениях плоскости листа, а следовательно, минимальное фестонообразование (рис. 1, б).

Так как физической основой возникновения анизотропии свойств является текстурообразование при прокатке [1-4], то в настоящей статье на основе литературных данных [5-8] и собственных исследований анализируется взаимосвязь между показателями анизотропии, параметрами текстуры, режимами прокатки и последующей термической обработки листов из сплава 8011А.

Основными легирующими элементами деформируемого неупрочняемого термообработкой алюминиевого сплава 8011А являются железо и кремний (Fe/Si = 1,1-1,4) [5], уменьшающие склонность проката к фестонообразованию при вытяжке [6].

С целью анализа влияния кристаллографических ориентировок  $\{hkl\}\langle uvw \rangle$  на показатели пластической анизотропии листа, а следовательно, и фестонообразование использовались зависимости (1), полученные в [1]:

$$m_{ij} = 0,5 + 0,5 \frac{\Delta_k - \Delta_i}{Q - \Delta_j},$$

$$m_i = 0,5 + 0,5 \frac{\Delta_i + \Delta_j + 0,5\Delta_k - 0,5}{2Q + (\Delta_i + \Delta_j - 1,5\Delta_k - 0,5)},$$
(1)

где

$m_{ij}$  – коэффициенты поперечной деформации (показатели анизотропии), определяемые по следующему выражению:

$$m_{ij} = -e_i / e_j ;$$

$e_i$  – поперечная пластическая деформация сжатия при одноосном растяжении плоского образца;

$e_j$  – продольная пластическая деформация растяжения ( $i, j = 1, 2, 3$ ; 1 – направление проката, 2 – поперечное на-

правление; 3 – направление по толщине листа);

$m_i$  – коэффициент  $m_{ij}$  под углом  $45^\circ$  к основным осям анизотропии  $i$ - $j$ ;

$\Delta_i$  – ориентационные факторы текстуры, характеризующие степень преимущественной кристаллографической ориентации:  $\Delta_i = \langle a_{i1}^2 a_{i2}^2 + a_{i2}^2 a_{i3}^2 + a_{i3}^2 a_{i1}^2 \rangle$ ;

$a_{ij}$  – направляющие косинусы  $i$ -го направления в кристалле;

$\langle \dots \rangle$  – угловые скобки обозначают статистическое осреднение по всем кристаллитам, составляющим данный поликристалл;

$Q$  – характеристический параметр монокристалла:

$$Q = (S'_{11} - S'_{12}) / (3S'_{11} - 3S'_{12} - 1,5S'_{44});$$

$S'_{ij}$  – компоненты тензора податливости монокристалла  $S_{ijmn}$ , записанные в матричной форме.

Установлено, что для увеличения допустимой степени осесимметричной вытяжки, устранения явлений фестонообразования и разнотолщинности показатели анизотропии листовых заготовок должны быть максимальными по величине и одинаковыми в различных направлениях плоскости листа [1-4]:

$$\begin{cases} m_{21} = m_1 = m_{12}, \\ \bar{m} \rightarrow \max, \end{cases},$$
(2)

где

$m_{21}$ ,  $m_{12}$ ,  $m_1$  – показатели анизотропии, соответственно вдоль, поперёк и под углом  $45^\circ$  к направлению прокатки;

$\bar{m}$  – показатель нормальной анизотропии:  $\bar{m} = (m_{21} + 2m_1 + m_{12}) / 4$ .

Рентгеноструктурный анализ, выполненный в работе [7], показал, что основными ориентировками сплава 8011А являются кубическая  $\{001\}\langle 100 \rangle$  и околокубическая текстура  $\{210\}\langle 001 \rangle$ , текстура прокатки  $\{112\}\langle 111 \rangle$  и сопутствующие ей S-текстура  $\{123\}\langle 634 \rangle$  и ориентировка  $\{011\}\langle 112 \rangle$ . Для каждой из

перечисленных ориентировок определены поперечной деформации  $m_j$  (табл. 1) параметры текстуры  $\Delta_i$  и коэффициенты

Таблица 1. Кристаллографические ориентировки сплава 8011А, их ориентационные факторы  $\Delta_i$ , показатели анизотропии  $m_j$  и характер фестонообразования

Ориентировка	$\Delta_1$	$\Delta_2$	$\Delta_3$	$m_{21}$	$m_1$	$m_{12}$	Направление фестонообразования
{001}<100>	0	0	0	0,5	0,115	0,5	0/90°
{210}<001>	0	0,16	0,16	0,5	0,272	0,693	0/90°
{112}<111>	0,363	0,25	0,25	0,5	0,634	0,326	45°
{011}<112>	0,25	0,363	0,25	0,326	0,634	0,5	45°
{123}<634>	0,287	0,328	0,25	0,365	0,635	0,425	45°

Как видно из табл. 1, текстура куба {001}<100>, имея минимальные параметры текстуры  $\Delta_1 = \Delta_2 = \Delta_3 = 0$ , приводит к значениям  $m_{21} = m_{12} = 0,5$ , характерным для изотропного материала, и резкому снижению коэффициента  $m_1$  ( $m_1 = 0,115$ ). Околокубическая текстура {210}<001> характеризуется равномерным ростом параметров  $\Delta_2 = \Delta_3 = 0,16$  при остающемся минимальным  $\Delta_1 = 0$ . Такое изменение в текстурных параметрах приводит к повышению коэффициентов  $m_1$  и  $m_{12}$  ( $m_1 = 0,272$  и  $m_{12} = 0,693$ ). В целом кубическая и околокубическая текстуры приводят к значительным фестонам в направлении прокатки и в поперечном направлении [2, 4].

Текстура прокатки {112}<111>, возникающая при развитии процесса деформирования [2], обладает равными параметрами  $\Delta_2 = \Delta_3 = 0,25$ , при этом  $\Delta_1 = 0,363$ . Такое соотношение показателей текстуры вызывает рост коэффициента  $m_1$  ( $m_1 = 0,634$ ) и снижение  $m_{12}$  ( $m_{12} = 0,326$ ) при неизменном значении  $m_{21}$  ( $m_{21} = 0,5$ ). Это приводит к противоположной тенденции при вытяжке: фестоны образуются под углом 45° к направлению прокатки [4].

S-текстура {123}<634> и ориентировка {011}<112>, сопутствующие текстуре прокатки, оказывают одинаковое влияние на показатели анизотропии и

«фестонистость», т.к. имеют практически идентичные параметры текстуры  $\Delta_i$ : максимальное значение  $\Delta_2 \approx 0,35$  и меньшие по значению, но равные  $\Delta_1 \approx \Delta_3 \approx 0,27$ . Такая текстура ведёт к увеличению коэффициента  $m_1$  ( $m_1 \approx 0,635$ ) и снижению коэффициента  $m_{21}$  ( $m_{21} \approx 0,345$ ) относительно неизменного значения  $m_{12}$  ( $m_{12} \approx 0,463$ ). Такой характер анизотропии также вызывает фестонообразование под углом 45° к направлению прокатки [4].

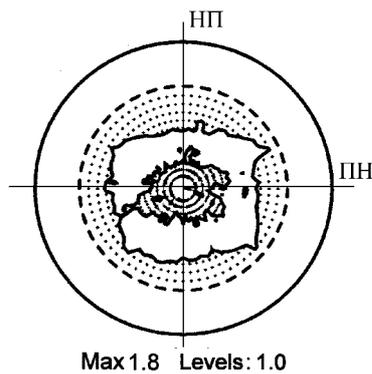
Из уравнений (1) и (2) следует, что для выравнивания показателей анизотропии в плоскости листа  $m_{21} \approx m_1 \approx m_{12}$  и повышения показателя нормальной анизотропии  $\bar{m}$ , а следовательно и устранения фестонообразования при вытяжке, желательно иметь следующий эффективный состав параметров текстуры  $\Delta_1 \approx \Delta_2 \approx \Delta_3 \approx 0,2$  [3]. Таким образом, для формирования оптимального текстурного состояния на завершающей стадии прокатки в листах из сплава 8011А необходимо сочетание текстуры прокатки {112}<111>, S-текстуры {123}<634>, ориентировки {011}<112> и кубической {001}<100> и околокубической текстур {210}<001> в равных пропорциях. Указанное выравнивание параметров текстуры и показателей анизотропии на различных стадиях прокатки сплава 8011А представлено в табл. 2

Таблица 2. Изменение параметров текстуры  $\Delta_i$  и показателей анизотропии  $\mu_j$  при прокатке сплава 8011А

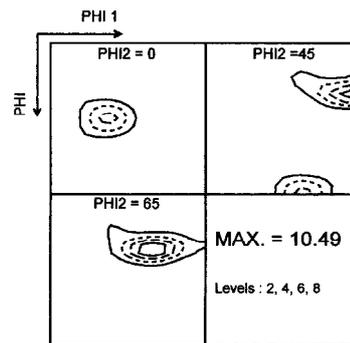
Режим	Варианты текстуры		Ориентационные факторы			Показатели анизотропии		
	Идеальные ориентировки	Весовые доли	$\Delta_1$	$\Delta_2$	$\Delta_3$	$\mu_{21}$	$\mu_1$	$\mu_{12}$
Холодная прокатка, $\epsilon_h = 95\%$	{001}<100>	0	0,306	0,308	0,250	0,392	0,634	0,396
	{210}<001>	0						
	{112}<111>	0,37						
	{011}<112>	0,26						
	{123}<634>	0,37						
Отжиг, 350°C, 30 мин.	{001}<100>	0,32	0,107	0,165	0,141	0,474	0,389	0,542
	{210}<001>	0,32						
	{112}<111>	0,095						
	{011}<112>	0,095						
	{123}<634>	0,17						
Холодная прокатка, $\epsilon_h = 55\%$	{001}<100>	0,2	0,186	0,215	0,182	0,458	0,494	0,495
	{210}<001>	0,2						
	{112}<111>	0,25						
	{011}<112>	0,15						
	{123}<634>	0,2						

Для исследования влияния режимов прокатки и термической обработки на формирование текстуры использовались результаты рентгеноструктурного анализа, выполненного в [7]. Выявлено, что текстура литого гомогенизированного

(600°C, 18 ч.) слитка из сплава 8011А, представленная полюсными фигурами {111}, характеризуется отсутствием каких-либо предпочтительных кристаллографических ориентировок (рис. 2, а).



а



б

Рис. 2. Полюсная фигура {111} центрального слоя литого гомогенизированного (600°C, 18 ч.) слитка из сплава 8011А (а) и функция распределения зёрен по ориентациям (ФРО) в углах Эйлера холоднокатаной ( $\epsilon_h = 95\%$ ) заготовки (б); НП – направление прокатки, ПН – поперечное направление [7]

После холодной прокатки ( $\epsilon_h = 95\%$ ) без промежуточного отжига наблюдаются текстура прокатки {112}<111>, S-текстура {123}<634> и ориентировка {011}<112> (рис. 2, б). Таким образом, холодноката-

ный лист имеет значительную анизотропию свойств, приводящую к образованию фестонов под углом 45° к направлению прокатки (табл. 2).

Заслуживающим наибольшего внимания является изучение влияния параметров отжига на показатели анизотропии холоднокатаного листа [1]. Текстура холоднокатаной заготовки ( $\epsilon_h = 95\%$ ) после отжига при температуре 250°C в течение 60 минут не изменяется и включает текстуру прокатки  $\{112\}\langle 111 \rangle$ , S-текстуру  $\{123\}\langle 634 \rangle$  и ориентировку  $\{011\}\langle 112 \rangle$

(рис. 3, а). Однако после отжига при 350°C и более появляются кубическая  $\{001\}\langle 100 \rangle$  и околочубическая  $\{210\}\langle 001 \rangle$  ориентировки (рис. 3, б, в), плотность которых значительно возрастает с увеличением температуры и времени отжига [7].

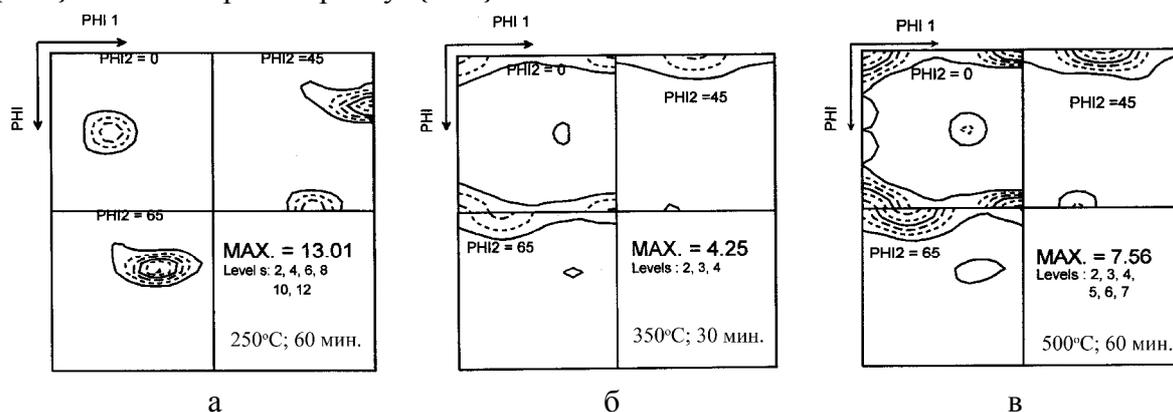


Рис. 3. Изменение ФРО в углах Эйлера холоднокатаной ( $\epsilon_h = 95\%$ ) заготовки из сплава 8011A в зависимости от температуры отжига [7]

Сравнения результатов механических испытаний и рентгеноструктурного анализа отожжённых холоднокатаных листов, проведённые в [1] и [7-8], показали, что разупрочнение наступает при меньших температурах отжига, чем обра-

зование текстуры рекристаллизации. При этом рекристаллизация в образцах, деформированных с большими степенями обжатия, происходит при более низких температурах (рис. 4).

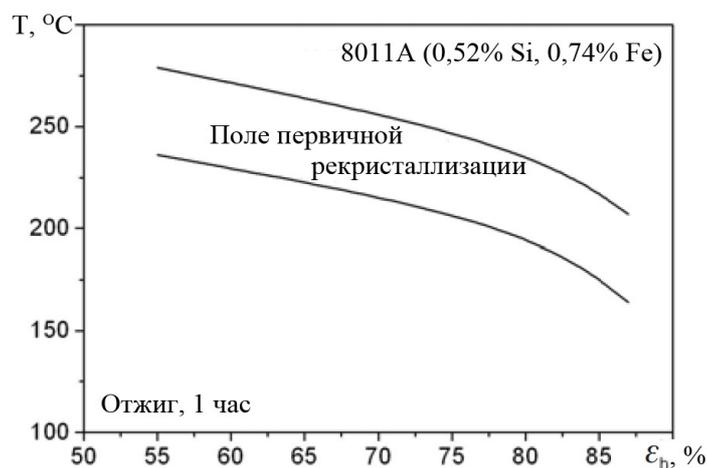


Рис. 4. Влияние степени обжатия  $\epsilon_h$  при холодной прокатке листов из сплава 8011A на температурное поле первичной рекристаллизации [8]

Анализ изменения функции распределения зёрен по ориентациям (ФРО) от продолжительности отжига при 350°C показал, что только при выдержке более 5 минут начинается изменение текстурного состояния по сравнению с холодноката-

ной заготовкой: увеличивается доля кубической {001}<100> и околочубической {210}<001> ориентировок, уменьшается доля текстуры прокатки {112}<111>, S-текстуры {123}<634> и ориентировки {011}<112> (рис. 5) [7].

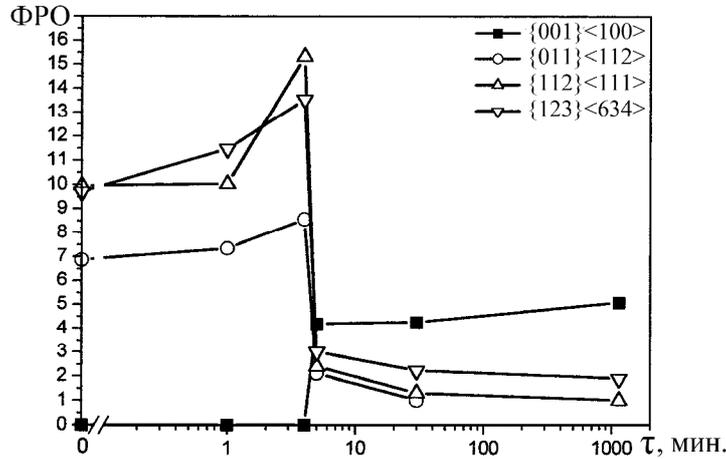


Рис. 5. Зависимость ФРО от продолжительности отжига τ при 350°C [7]

Таким образом, в результате рекристаллизации при отжиге текстурное состояние изменяется на противоположное по отношению к холоднокатаному листу: происходит преобразование текстуры прокатки {112}<111>, S-текстуры {123}<634> и ориентировки {011}<112> в кубическую {001}<100> и околочубическую {210}<001> ориентировки [7], что приводит к значительным фестоном уже в направлении прокатки и поперечном направлении (табл. 2). При этом на формирование текстуры существенное влияние оказывает как температура, так и продолжительность отжига.

Также рассматривалось влияние сочетания режимов холодной прокатки и отжига на показатель фестонообразования Z:

$$Z = \frac{h_{\phi} - h_{\epsilon}}{(h_{\phi} + h_{\epsilon})/2} 100\% ,$$

где  $h_{\phi}$ ,  $h_{\epsilon}$  – высота фестона и впадины при вытяжке стаканчиков, соответственно [6]. В [8] показано, что уменьшение фестонности достигается при большей степени обжатия до промежуточного отжига ( $\epsilon_h$ )<sub>I</sub> по сравнению со степенью обжатия после отжига ( $\epsilon_h$ )<sub>II</sub> (рис. 6, а). Другими словами оптимальному выравниванию показателей

анизотропии соответствует некоторое промежуточное состояние образования текстуры прокатки {112}<111>, S-текстуры {123}<634> и ориентировки {011}<112> в процессе холодной прокатки при наличии остатков кубической {001}<100> и околочубической {210}<001> текстуры, сформировавшейся при промежуточном отжиге (рис. 6, б).

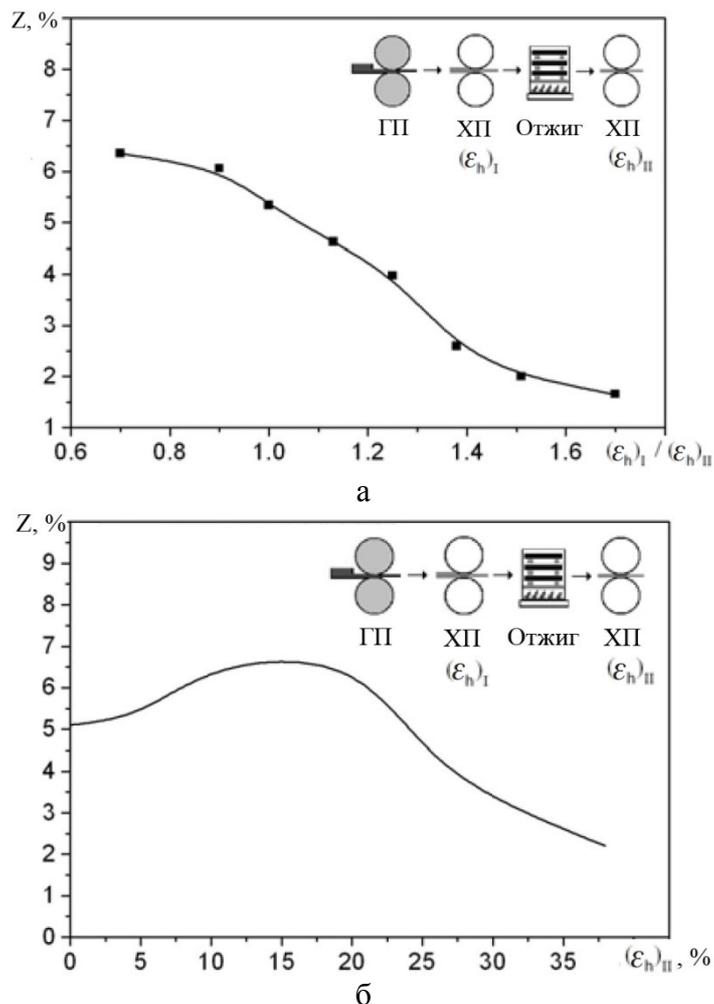


Рис. 6. Зависимость показателя фестонообразования  $Z$  от отношения степени обжатия до  $(\epsilon_h)_I$  и после  $(\epsilon_h)_{II}$  промежуточного отжига ( $450^\circ\text{C}$ , 6 ч.) (а) и от степени обжатия  $(\epsilon_h)_{II}$  при холодной прокатке (б) [8]

На основании анализа исследований (табл. 2) были установлены параметры технологии производства листов из алюминиевого сплава 8011А с эффективной анизотропией: необходимо проводить холодную прокатку со степенью обжатия 30-90% (рис. 6, б), при этом соотношение степени обжатия до и после промежуточного отжига должно быть больше 1,4 (рис. 6, а); промежуточный отжиг необходимо осуществлять при  $320\text{-}350^\circ\text{C}$  в течение 30 минут (рис. 3-5).

Для оценки эффективности разработанных рекомендаций по ним в промыш-

ленных условиях на базе ЗАО «Алкоа-СМЗ» была проведена прокатка сплава 8011А по различным схемам (рис. 7). Горячая прокатка слябов производилась в два прохода: сначала получали раскат толщиной 55 мм, а затем горячекатаную заготовку толщиной 3,8 мм (схема III) и 6,0 мм (схемы I и II). Дальнейшая холодная прокатка осуществлялась в два прохода: до получения подката толщиной 0,38 мм (схема III), 0,50 мм (схема II) и 0,53 мм (схема I), а после промежуточного отжига – до листов толщиной 0,21 мм.

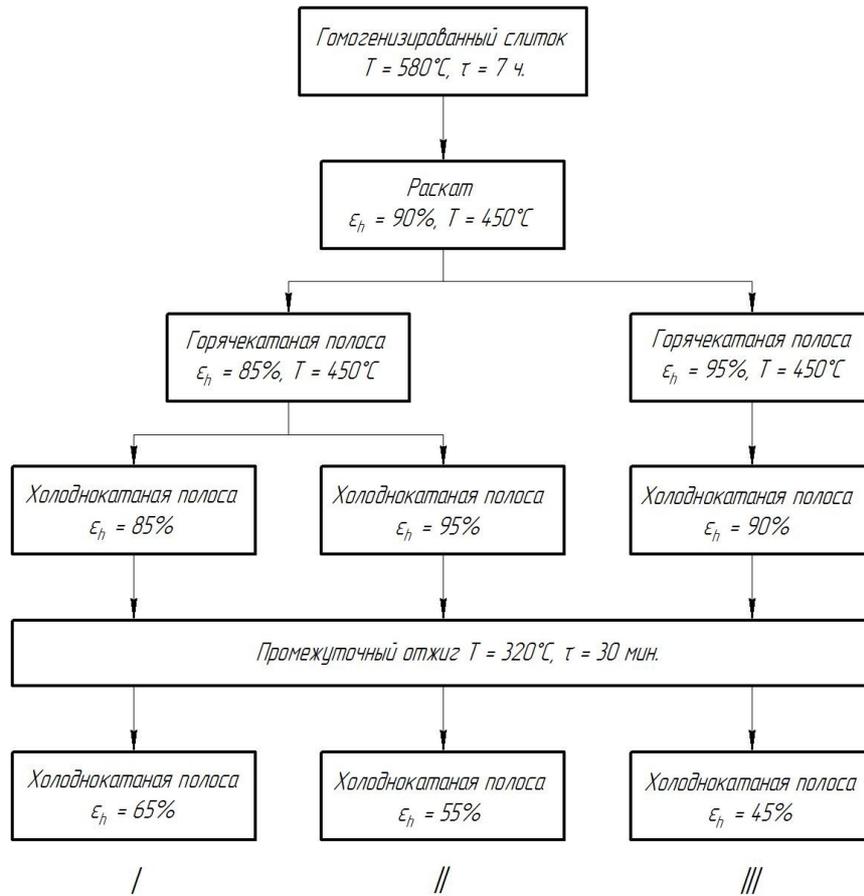


Рис. 7. Схемы опытной прокатки слитков из сплава 8011А

Исследование механических свойств и анизотропии холоднокатаных листов показало, что листы, полученные по любой из схем опытной прокатки, обеспечивают минимальный уровень фестонообра-

зования при вытяжке  $Z \leq 2,5\%$ , при этом наблюдается незначительный разброс механических свойств в зависимости от технологии прокатки (рис. 8).

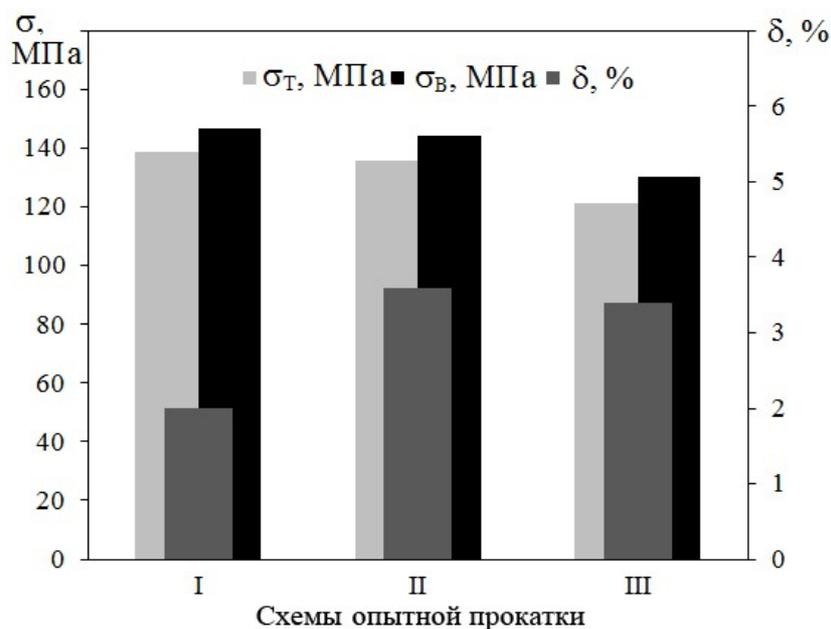


Рис. 8. Влияние схемы прокатки на механические свойства листов из сплава 8011А

Таким образом, в результате комплексного анализа влияния параметров прокатки на формирование состава текстуры и показателей анизотропии разработаны режимы прокатки и отжига, обеспечивающие производство листов с минимальным фестонобразованием при осесимметричной вытяжке.

### Библиографический список

1. Гречников, Ф. В. Деформирование анизотропных материалов: резервы интенсификации [Текст] / Ф. В. Гречников. – М.: Машиностроение, 1998. – 448 с.
2. Гречников, Ф. В. Исследование влияния кристаллографических ориентировок на анизотропию и фестонистость ленты для производства банок [Текст] / Ф. В. Гречников, В. М. Зайцев, В. Н. Самонин, М. В. Федоров // Известия Самарского научного центра Российской академии наук. – 2001. – т.3, №2.
3. Арышенский, Ю. М. Теория и расчеты пластического формоизменения анизотропных материалов [Текст] / Ю. М. Арышенский, Ф. В. Гречников. – М.: Металлургия, 1990. – 304 с.
4. Гречников, Ф. В. Использование взаимосвязи показателей анизотропии с

текстурой в оптимизации процессов деформирования [Текст] / Ф. В. Гречников, В. М. Зайцев, В. Н. Самонин, И. В. Осинская // Известия Самарского научного центра Российской академии наук. – 1999. – №2. – С. 310 – 318.

5. BS EN 573-3:2009. Aluminum and aluminum alloys. Chemical composition and form of wrought products. Chemical composition and form of products [Текст] – Введ. 2009-05-31. – L.: British-Adopted European Standard, 2009. – 40 с.

6. Алюминиевые сплавы (свойства, обработка, применение) [Текст]: справочник. – М.: Металлургия, 1979. – 679 с.

7. Ryu, J.-H. The effect of precipitation on the evolution of recrystallization texture in AA8011 aluminum alloy sheet [Текст] / J.-H. Ryu, D.N. Lee // Materials Science and Engineering. – 2002. – №A336. – с. 225 – 232.

8. Delijic, K. Mechanical and corrosion properties of AA8011 sheets and foils [Текст] / K. Delijic, V. Asanovic, D. Radonjic // Materiali in tehnologije – 2006. – №40. – с. 83 – 88.

## DESIGN OF SHEET AND STRIP ROLLING MODES FOR DRAWING ARTICLES WITH MINIMAL EARING

© 2011 F. V. Grechnikov, Ya. A. Yerisov, Ye. V. Aryshensky

Samara State Aerospace University named after academician S. P. Korolyov  
(National Research University)

The paper presents the research of crystallographic orientation formation during the rolling of sheets from aluminum alloy 8011A and the influence of such orientations on anisotropy and earing. The main orientations in this alloy are the cubic  $\{001\}\langle 100\rangle$ , nearcubic  $\{210\}\langle 001\rangle$  textures, the rolling  $\{112\}\langle 111\rangle$  and S- $\{123\}\langle 634\rangle$  textures and the orientation  $\{011\}\langle 112\rangle$ . The paper shows that changes in the rolling and heat treatment modes lead to different combinations of the mentioned grain orientations and consequently to variant anisotropic properties. The new technological parameters of 8011A sheet production have been developed to eliminate earing during drawing.

*Drawing, earing, anisotropy, texture parameters, lateral strain coefficients, crystallographic orientation, rolling, recrystallization annealing, earing index, grain orientation distribution function, pole figures.*

---

**Информация об авторах**

**Гречников Федор Васильевич**, член-корреспондент РАН, доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой обработки металлов давлением. Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С. П. Королёва (национальный исследовательский университет). Область научных интересов: деформирование анизотропных материалов. E-mail: [gretch@ssau.ru](mailto:gretch@ssau.ru).

**Ерисов Ярослав Александрович**, аспирант, инженер кафедры обработки металлов давлением. Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С. П. Королёва (национальный исследовательский университет). Область научных интересов: исследование механизмов формирования кристаллографических ориентировок при прокатке. E-mail: [yaroslav.erisov@mail.ru](mailto:yaroslav.erisov@mail.ru).

**Арышенский Евгений Владимирович**, кандидат технических наук, ассистент кафедры обработки металлов давлением. Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С. П. Королёва (национальный исследовательский университет). Область научных интересов: теория и технология раскатки колец. E-mail: [lat7@yandex.ru](mailto:lat7@yandex.ru).

**Grechnikov Fyodor Vasilievitch**, corresponding member of RAS, doctor of technical sciences, professor, head of the metal forming department, Samara State Aerospace University named after academician S. P. Korolyov (National Research University), [gretch@ssau.ru](mailto:gretch@ssau.ru). Area of research: anisotropic materials deforming.

**Yerisov Yaroslav Alexandrovitch**, post-graduate student, engineer of the metal forming department, Samara State Aerospace University named after academician S. P. Korolyov (National Research University), [yaroslav.erisov@mail.ru](mailto:yaroslav.erisov@mail.ru). Area of research: analysis of crystallographic orientation formation mechanisms in rolling.

**Aryshensky Yevgeniy Vladimirovitch**, candidate of technical sciences, assistant of the metal forming department, Samara State Aerospace University named after academician S. P. Korolyov (National Research University), [lat7@yandex.ru](mailto:lat7@yandex.ru). Area of research: theory and technology of ring rolling.

## ЭФФЕКТИВНЫЙ АЛГОРИТМ ОПРЕДЕЛЕНИЯ РЕЗОНАНСНЫХ ЧАСТОТ КОЛЕБАНИЙ ВРАЩАЮЩИХСЯ РАБОЧИХ КОЛЁС ТУРБОМАШИНЫ

© 2011 Д. П. Давыдов

Самарский государственный аэрокосмический университет  
имени академика С. П. Королёва  
(национальный исследовательский университет)

Разработан эффективный алгоритм определения резонансных частот вращения для исследования вынужденных колебаний рабочих колёс газотурбинных двигателей (ГТД). Алгоритм основан на введении интерполирующих функций в частотной области и не требует построения резонансной диаграммы. Проведены сравнительные расчётные исследования резонансных частот колебаний модельного рабочего колеса.

*Рабочее колесо, частота вращения, возбуждающая гармоника, напряжение, модуль упругости, матрица волновых динамических жёсткостей, резонансная диаграмма.*

До 60% поломок лопаток ГТД имеют усталостный характер и связаны с действием переменных напряжений при вибрациях. Одним из наиболее эффективных путей обеспечения динамической прочности рабочих колёс является их проектирование с заданными динамическими свойствами. Оно позволяет без материальных затрат, связанных с коррекцией выполненных в металле конструкций, добиться того, чтобы резонансы с наиболее опасными гармониками были невозможны, а с остальными – происходили на заданных проходных режимах работы двигателя. Такое проектирование может быть выполнено только с применением достаточно точных и эффективных по быстродействию методик расчёта колебаний рабочих колёс.

Существующие методы исследования динамики рабочих колёс позволяют определить его резонансные частоты вращения либо путём решения задачи о вынужденных колебаниях под действием интересующей возбуждающей гармоники, либо путём расчёта собственных колебаний и последующего построения резонансной диаграммы. И тот, и другой способы требуют для достижения достаточной точности многократного вычисления

упруго-инерционных характеристик колеса для различных значений частоты вращения ротора  $W$  и в связи с этим являются малоэффективными.

Так как модуль упругости материала и статические напряжения от действия поля центробежных сил и неравномерного нагрева в сечениях конструкции зависят от  $w$ , то для сокращения объёма вычислений при расчёте резонансных частот вращения рабочего колеса удобно предварительно определить эти величины для заданного числа  $n$  частот  $w_1, w_2, w_3, \dots, w_n$ , а затем в расчётах использовать интерполяционные многочлены Лагранжа. Статические напряжения и модуль упругости для любой частоты вращения  $w$  могут быть вычислены по формулам:

$$S^{cm}(w) = \sum_{i=0}^n S^{cm}(w_i) \prod \frac{w - w_{i+1}}{w_i - w_{i+1}}, \quad (1)$$

$$E(w) = \sum_{i=1}^n E(w_i) \prod \frac{w - w_{i+1}}{w_i - w_{i+1}}. \quad (2)$$

Во многих случаях, особенно когда исследуемые резонансные частоты близки к максимальной частоте  $w_{\max}$ , хорошие расчётные результаты даёт использование квадратичных зависимостей.

Интерполируя в интересующем диапазоне частот (рис. 1) статические напряжения и модуль упругости функцией типа  $y = gw^2 + b$ , получаем

$$S^{cm}(w) = g_1 w^2 + b_1, \quad E(w) = g_2 w^2 + b_2. \quad (3)$$

Здесь коэффициенты

$$g_1 = \frac{S_{w_2}^{cm} - S_{w_1}^{cm}}{w_2^2 - w_1^2}, \quad b_1 = \frac{S_{w_1}^{cm} w_2^2 - S_{w_2}^{cm} w_1^2}{w_2^2 - w_1^2},$$

$$g_2 = \frac{E_{w_2} - E_{w_1}}{w_2^2 - w_1^2}, \quad b_2 = \frac{E_{w_1} w_2^2 - E_{w_2} w_1^2}{w_2^2 - w_1^2},$$

где  $S_{w_1}^{cm}, S_{w_2}^{cm}, E_{w_1}, E_{w_2}$  – напряжения и модули упругости материала на границах диапазона исследования  $[w_1, w_2]$ .

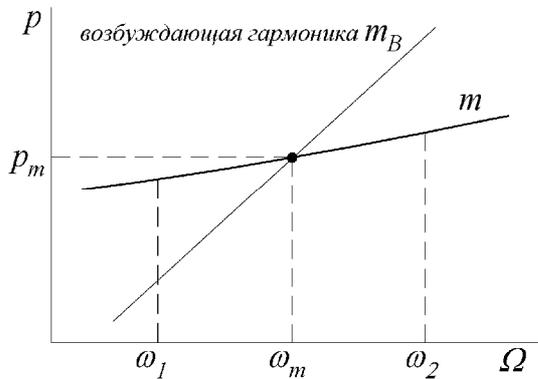


Рис. 1. Фрагмент резонансной диаграммы

С учетом введенных интерполирующих функций (3) матрица волновых динамических жёсткостей лопаточного и дискового конечных элементов всегда может быть записана [1] в виде следующей суммы:

$$[H] = [K] + w^2[C] - p_m^2[M], \quad (4)$$

где

$[K]$  – матрица статических жёсткостей;

$[C]$  – матрица влияния вращения на жёсткость;

$[M]$  – матрица масс.

Хорошо известно [2], что резонанс (рис. 1) по форме с  $m$  волнами деформаций происходит на частоте колебаний  $p$ , равной собственной  $p_m$  и связанной с частотой вращения ротора соотношением

$$p = p_m = m\omega_m, \quad (5)$$

где  $\omega_m$  – резонансная частота вращения ротора.

Подстановка (5) в выражение (4) позволяет записать матрицу волновых динамических жёсткостей элемента через резонансную частоту вращения ротора:

$$[H] = [K] - w_m^2(m^2[M] - [C]). \quad (6)$$

Таким образом, задача о нахождении резонансных частот вращения рабочего колеса сводится к обобщённой проблеме вычисления собственных значений  $w_m^2$  системы

$$[K]\{q\} = w_m^2(m^2[M] - [C])\{q\}. \quad (7)$$

Характеристическое уравнение имеет вид

$$\det|[K] - w_m^2(m^2[M] - [C])| = 0$$

и может быть решено любым из известных методов.

Разработанный алгоритм определения резонансных частот вынужденных колебаний рабочих колес реализован в виде вычислительной программы на языке программирования Фортран. Для определения собственных значений и векторов использовались процедуры библиотеки IMSL, которые предусматривают:

- приведение матрицы к трёхдиагональному виду посредством преобразований подобия по методу Хаусхолдера;
- приведение полученной трёхдиагональной матрицы к диагональной с нахождением собственных значений с использованием QR-разложения;
- вычисление для каждого собственного значения отвечающего ему собственного вектора.

Достоверность результатов, получаемых с помощью разработанного алгоритма, была проверена при сопоставлении резонансных частот, определённых путём расчёта собственных колебаний и построения резонансной диаграммы. Расчётные исследования проводились на модельном рабочем колесе, показанном на рис. 2.

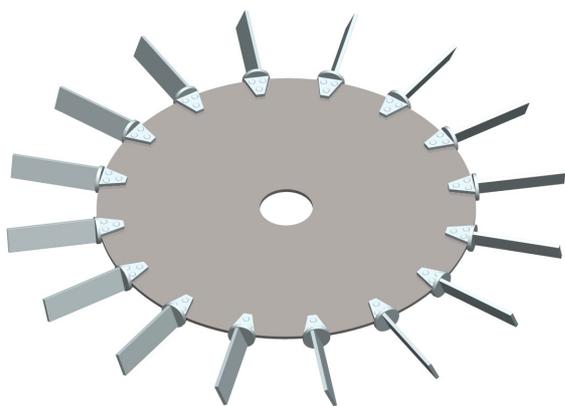


Рис. 2. Модельное рабочее колесо

На рис. 3 представлена резонансная диаграмма данного колеса. Крестиками отмечены резонансные частоты, рассчитанные с помощью разработанной программы.

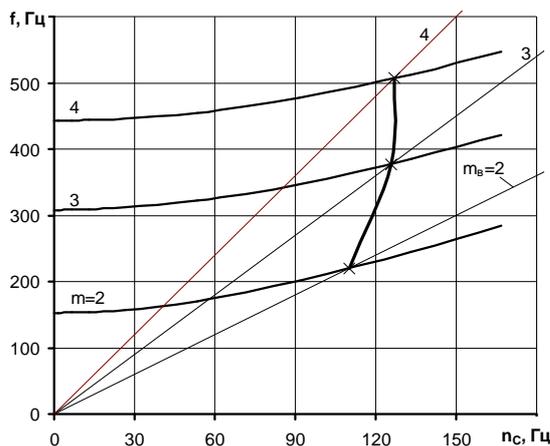


Рис. 3. Резонансная диаграмма модельного рабочего колеса

Сопоставление результатов расчётов показало хорошую сходимость резонансных частот. Расхождение не превышает 0.2%. При этом время, затраченное на построение резонансной диаграммы, несравнимо больше времени расчётов с использованием разработанной программы, что подтверждает высокую производительность предлагаемого алгоритма.

Таким образом, представление матриц волновых динамических жёсткостей лопаточного и дискового конечных элементов в форме (4) позволяет существенно уменьшить объём вычислений при нахождении резонансных частот вращения рабочих колёс турбомшины. Это, в свою очередь, позволяет значительно сократить время и средства, затрачиваемые на формирование требуемых вибрационных свойств у рабочих колёс на этапах проектирования и доводки.

#### Библиографический список

1. Давыдов, Д. П. Дисковый волновой конечный элемент [Текст] / Д. П. Давыдов, А. И. Ермаков // Вестник Самарского государственного аэрокосмического университета. – 2009. – №3. С. 34–39.
2. Иванов, В. П. Колебания рабочих колёс турбомашин [Текст] / В. П. Иванов. – М.: Машиностроение, 1983. – 224 с.

## FAST ALGORITHM FOR FINDING THE RESONANCE FREQUENCIES OF GAS TURBINE ENGINE ROTATING BLADE DISKS

© 2011 D. P. Davydov

Samara State Aerospace University named after academician S. P. Korolyov  
(National Research University)

A fast algorithm for finding the resonance frequencies of gas turbine engine rotating blade disks has been developed. The algorithm is based on the use of interpolation function in the frequency domain. The algorithm does not require a resonance diagram. Comparative analysis of the resonance frequencies of model blade disks has been carried out.

*Blade disk, rotational frequency, inducing harmonic, stress, elasticity modulus, wave dynamic stiffness matrix, resonance diagram.*

### **Информация об авторах**

**Давыдов Данила Петрович**, ассистент кафедры конструкции и проектирования двигателей летательных аппаратов. Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва (национальный исследовательский университет). Область научных интересов: динамика и прочность. E-mail: [davydov-ssau@yandex.ru](mailto:davydov-ssau@yandex.ru).

**Davydov Danila Petrovitch**, assistant of the aerospace engine design department, Samara State Aerospace University named after academician S. P. Korolyov (National Research University), [davydov-ssau@yandex.ru](mailto:davydov-ssau@yandex.ru). Area of research: dynamics and strength.

## ПОСТРОЕНИЕ СТЕРЖНЕВОГО КОНЕЧНОГО ЭЛЕМЕНТА ЛОПАТКИ КАК КОМПОНЕНТА ПОВОРОТНО-СИММЕТРИЧНОЙ СИСТЕМЫ РАБОЧЕГО КОЛЕСА

© 2011 Д. П. Давыдов

Самарский государственный аэрокосмический университет  
имени академика С.П. Королёва  
(национальный исследовательский университет)

Разработан лопаточный конечный элемент для исследования динамических характеристик лопаток турбомшины. Элемент реализован в виде программы на языке Фортран. Проведены расчётные и экспериментальные исследования собственных частот колебаний компрессорных лопаток.

*Динамические характеристики, газотурбинный двигатель, лопатка, рабочее колесо, конечный элемент, модальный анализ, собственные формы колебаний.*

Время и средства, затрачиваемые на обеспечение надёжности рабочих колёс вновь создаваемых компрессоров и турбин, занимают значительное место в общем балансе времени и средств, идущих на их доводку и внедрение в эксплуатацию. Это вызвано быстрым темпом развития конструкций, который сопровождается постоянным ростом интенсивности процессов, происходящих в них, при общем повышении требований к надёжности. Использование специализированных программных комплексов позволяет существенно сократить трудозатраты за счёт применения простых расчётных моделей, математический аппарат которых базируется на углублённых теоретических представлениях о динамических явлениях, сопутствующих работе турбомашин.

В подавляющем большинстве практически важных случаев рабочие колёса необходимо рассматривать как единые упругие системы. Это обусловлено широким использованием в конкретных конструкциях кольцевых связей между лопатками и применением рабочих колёс, включая несущие диски ажурных конструктивных форм.

Для специализированного комплекса программ, позволяющих исследовать колебательные процессы рабочих колёс тур-

бомашин, был разработан лопаточный волновой конечный элемент.

Лопаточный элемент рассматривается как кольцевой дискретный поворотносимметричный набор изолированных друг от друга однотипных участков лопаток. Лопатки моделируются закрученными стержнями переменного поперечного сечения, обладающими изгибно-крутильной связанностью деформаций в соответствии с моделью, предложенной Б.Ф. Шорром [1].

В системе координат  $oxyz$  (рис. 1)

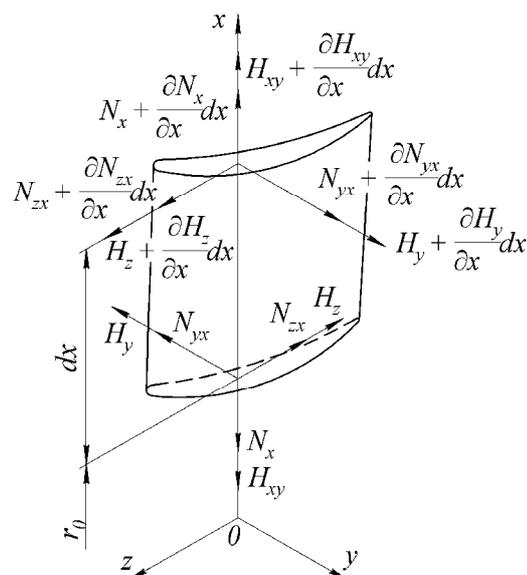


Рис. 1. Усилия в элементе лопатки

уравнения равновесия элемента  $k$ -й лопатки имеют вид:

$$\frac{\partial N_x}{\partial x} - r_l F_l \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} + r_l F_l w^2 (W + r_0) = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial N_{zx}}{\partial x} - r_l F_l \frac{\partial^2 W}{\partial t^2} = 0, \quad (2)$$

$$\frac{\partial N_{yx}}{\partial x} - r_l F_l \frac{\partial^2 V}{\partial t^2} + r_l F_l w^2 V = 0, \quad (3)$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial x} + N_{zx} - N_x a_y - r_l \left( J_y \frac{\partial^2 a_y}{\partial t^2} + J_{zy} \frac{\partial^2 a_z}{\partial t^2} \right) - r_l w^2 C a_y - r_l J_y \frac{\partial^2 a_y}{\partial t^2} = 0, \quad (4)$$

$$\frac{\partial H_z}{\partial x} - N_{yx} - N_x a_z - r_l \left( J_z \frac{\partial^2 a_z}{\partial t^2} + J_{zy} \frac{\partial^2 a_y}{\partial t^2} \right) - r_l w^2 C a_z - r_l J_z \frac{\partial^2 a_z}{\partial t^2} = 0, \quad (5)$$

$$\frac{\partial H_{xy}}{\partial x} + N_{yx} a_y - N_{zx} a_z - r_l J_p \frac{\partial^2 a_x}{\partial t^2} + r_l w^2 (J_y - J_z) a_x = 0. \quad (6)$$

Здесь

$N_x, N_{yx}, N_{zx}, H_y, H_z, H_{xy}$  – внутренние силы и моменты;

$U, V, W, a_x, a_y, a_z$  – компоненты угловых и линейных смещений;

$r_l$  – плотность материала;

$F_l$  – площадь поперечного сечения;

$J_y, J_z, J_{zy}, J_p$  – моменты инерции поперечного сечения;

$$C = \int_x^{x_0} F_l x dx, \quad x_l - \text{координата центра}$$

тяжести периферийного сечения;

$w$  – угловая скорость вращения рабочего колеса.

Согласно модели Шорра внутренние силы и моменты в лопатке связаны с деформациями следующими соотношениями:

$$N_{yx} = \frac{k^2 E F_l}{2(1+m)} \left( \frac{\partial V}{\partial x} + a_z \right), \quad (7)$$

$$N_{zx} = \frac{k^2 E F_l}{2(1+m)} \left( \frac{\partial W}{\partial x} - a_y \right), \quad (8)$$

$$H_y = E J_y \frac{\partial a_y}{\partial x} - E J_{yz} \frac{\partial a_z}{\partial x} - E \mathfrak{A}_{yr} \frac{\partial a_x}{\partial x}, \quad (9)$$

$$H_z = -E J_{yz} \frac{\partial a_y}{\partial x} + E J_z \frac{\partial a_z}{\partial x} + E \mathfrak{A}_{zr} \frac{\partial a_x}{\partial x}, \quad (10)$$

$$H_{xy} = -E \mathfrak{A}_{yr} \frac{\partial a_y}{\partial x} + E \mathfrak{A}_{zr} \frac{\partial a_z}{\partial x} + (G J_k + E \mathfrak{A}^2 J_{4r}) \frac{\partial a_x}{\partial x}. \quad (11)$$

Здесь

$E$  – модуль упругости материала лопатки;

$G$  – модуль сдвига;

$m$  – коэффициент Пуассона;

$k$  – коэффициент, учитывающий закон распределения касательных напряжений;

$\mathfrak{A}$  – закрутка лопатки;

$J_{yr}, J_{zr}, J_k, J_{4r}$  – жёсткостные характеристики поперечного сечения.

При рассмотрении лопатки как компонента поворотно-симметричной системы рабочего колеса [2] принимается равномерно-дискретный гармонический закон окружного распределения амплитуд волн усилий и перемещений, которые могут быть представлены в комплексной форме:

$$\tilde{c} = c e^{i \frac{2p}{S} mk} e^{ipt}, \quad (12)$$

где

$c$  – комплексная амплитуда соответствующего компонента;

$i$  – мнимая единица;

$S$  – число лопаток рабочего колеса;

$m$  – число волн деформаций в окружном направлении;

$k$  – порядковый номер лопатки;

$p$  – собственная частота колебаний.

Такая форма записи позволяет учесть окружные сдвиги между волнами компонентов усилий и перемещений.

Рассматривая совместно выражения (1 – 11) и осуществляя переход к амплитудам волн усилий и смещений (12), получаем определяющую систему дифференциальных уравнений, которая описывает динамические свойства элементарного участка лопаточного кольцевого элемента:

$$\begin{Bmatrix} \frac{dQ_z}{dx} \\ \frac{dM_y}{dx} \\ \frac{dQ_y}{dx} \\ \frac{dM_z}{dx} \\ \frac{dM_x}{dx} \\ \frac{dM_x}{dx} \end{Bmatrix} = [A] \begin{Bmatrix} q_z \\ b_y \\ q_y \\ b_z \\ b_x \end{Bmatrix} + [B] \begin{Bmatrix} \frac{dq_z}{dx} \\ \frac{db_y}{dx} \\ \frac{dq_y}{dx} \\ \frac{db_z}{dx} \\ \frac{db_x}{dx} \\ \frac{dx}{dx} \end{Bmatrix}. \quad (13)$$

Для построения конечного элемента использовался метод Галеркина как частная форма метода невязок:

$$\int_x W R dx = 0, \quad p = 1, 2, \mathbf{K}, n, \quad (14)$$

где в общем случае

$W$  – определяемые последовательно интерполянты по области (функции формы);

$R$  – погрешность или невязка;

$n$  – общее число узловых параметров.

Совместное рассмотрение (13) и (14) позволяет записать систему уравнений лопаточного конечного элемента:

$$\int_{x_1}^{x_2} [F] \begin{Bmatrix} \frac{dQ_z}{dx} \\ \frac{dM_y}{dx} \\ \frac{dQ_y}{dx} \\ \frac{dM_z}{dx} \\ \frac{dM_x}{dx} \\ \frac{dM_x}{dx} \end{Bmatrix} dx = \int_{x_1}^{x_2} [F] \left( [A] \begin{Bmatrix} q_z \\ b_y \\ q_y \\ b_z \\ b_x \end{Bmatrix} + [B] \begin{Bmatrix} \frac{dq_z}{dx} \\ \frac{db_y}{dx} \\ \frac{dq_y}{dx} \\ \frac{db_z}{dx} \\ \frac{db_x}{dx} \\ \frac{dx}{dx} \end{Bmatrix} \right) dx, \quad (15)$$

где  $x_1, x_2$  – границы конечного элемента.

Построение матрицы формы  $[F]$  основано на допущении о линейном изменении амплитуд волн упругих смещений по длине элемента.

Интегрирование системы (15) для внутренней и внешней границ даёт матричное уравнение волновых динамических жёсткостей лопаточного конечного элемента, которое в общем случае имеет вид

$$\{N\} = [H_{10 \times 10}] \{q\}.$$

Здесь

$[H] = [D] - p^2 [M]$  – симметричная матрица волновых динамических жёсткостей

элемента, устанавливающая связь между вектором амплитуд волн узловых реакций  $\{N\}$ , возникающих на границах элемента, и вектором амплитуд волн перемещений  $\{q\}$  этих границ;

$[D] = [K] + w^2 [C]$  – матрица статических жёсткостей элемента;

$[K]$  – матрица статических жёсткостей;

$[C]$  – матрица влияния вращения рабочего колеса на жёсткость лопаточного элемента;

$[M]$  – ленточная матрица масс.

Учитывая на границах взаимодействия лопаточных элементов условия равновесия и совместности деформаций и тем самым выполняя объединение всех элементов, определяем упругоинерционные свойства лопатки в целом:

$$[H_n] \{q_n\} = \{Q_n\},$$

где

$[H_n]$  – глобальная матрица волновых динамических жёсткостей лопатки, устанавливающая линейную связь между амплитудами волн внешних усилий, действующих на лопатку, и амплитудами волн перемещений её кольцевых сечений;

$\{q_n\} = \{\{q_1^{(1)}\}, \{q_2^{(1)}\}, \{q_2^{(2)}\}, \mathbf{K}, \{q_2^{(n)}\}\}^T$  – вектор амплитуд узловых смещений лопатки,

$\{Q_n\}$  – вектор амплитуд внешних узловых сил.

Для оценки корректности принятых допущений при выводе уравнений элемента проведены сравнительные расчётные и экспериментальные исследования динамических характеристик двух компрессорных лопаток (рис. 2). Первая была консольно закреплена, вторая имела шарнирное закрепление.



Рис. 2. Исследуемые лопатки

Расчётные исследования проводились с использованием разработанного конечного элемента. На алгоритмическом языке программирования Фортран была создана программа по расчёту собственных частот и форм колебаний вращаю-

щихся неравномерно нагретых лопаток. Для оценки времени вычислений были проведены аналогичные расчёты на трёхмерных моделях с помощью универсального комплекса ANSYS. Экспериментальные значения собственных частот определялись на электродинамическом стенде.

Результаты исследований колебаний лопаток по различным собственным формам представлены в табл. 1, 2, где  $m$  и  $n$  число пучностей форм колебаний соответственно в продольном и поперечном направлении. Среднее время вычислений собственных значений и векторов представлено в табл. 3.

Таблица 1. Собственные частоты консольной лопатки

Собственная частота, Гц	Форма колебаний $m \times n$								
	1x1	2x1	3x1	4x1	5x1	1x2	2x2	3x2	1x3
Волновой элемент	1007	3382	6095	7454	12622	2653	5458	9528	–
ANSYS	1022	3418	6147	7556	12787	2687	5473	9642	8879
Эксперимент	1028	3423	6127	7529	12705	2680	5465	9565	8922

Таблица 2. Собственные частоты шарнирной лопатки

Собственная частота, Гц	Форма колебаний $m \times n$							
	2x1	3x1	4x1	5x1	1x2	2x2	3x2	1x3
Волновой элемент	325,8	917,3	1758	2913	1076	2250	3412	–
ANSYS	328,2	927	1780	2917	1081	2254	3482	4054
Эксперимент	329	915	1763	2933	1101	2245	3428	4086

Таблица 3. Время вычислений

Время расчета, с	Консольная лопатка	Шарнирная лопатка
Волновой элемент	32	54
ANSYS	864	1578

Анализ результатов исследований показал, что расчётные значения частот колебаний лопаток по собственным формам с использованием разработанного конечного элемента хорошо согласуются с экспериментальными данными и результатами расчётов в программной среде

ANSYS. Расхождение составляет менее 3%. При этом выигрыш во времени вычислений более чем двадцатикратный. Это связано с меньшим числом конечных элементов, необходимых для подробного описания лопатки, и интегрированием только по одной пространственной переменной.

Таким образом, разработанный лопаточный волновой конечный элемент дает значительный прирост скорости вычислений, обеспечивая высокую точность определения динамических характеристик лопаток. Что, в свою очередь, вкупе с дисковым волновым конечным элементом позволяет существенно сократить время и средства, затрачиваемые на обеспечение надёжности рабочих колес компрессоров и турбин на этапах проектирования и доводки. К недостаткам элемента можно отнести возможность расчёта только стержневых форм колебаний лопатки. В более широком диапазоне спектра собственных

форм получение удовлетворительных результатов связано с необходимостью представления пера лопатки в виде оболочки переменной толщины с двоякой кривизной.

#### Библиографический список

1. Воробьев, Ю. С. Теория закрученных стержней [Текст] / Ю. С. Воробьев, Б. Ф. Шорр. – Киев: Наукова думка, 1983. – 187 с.
2. Иванов, В. П. Колебания рабочих колес турбомашин [Текст] / В. П. Иванов. – М.: Машиностроение, 1983. – 224 с.

### CONSTRUCTION OF A BLADE BEAM FINITE ELEMENT AS A COMPONENT OF THE BLADE DISK ROTARY-SYMMETRICAL SYSTEM

© 2011 D. P. Davydov

Samara State Aerospace University named after academician S. P. Korolyov  
(National Research University)

The blade wave finite element has been developed. A FORTRAN code program has been developed for the modal analysis of rotating nonuniform heated blades of gas turbine engines. Natural modes of oscillation of two compressor blades have been analysed.

*Dynamic characteristics, gas turbine engine, blade, blade wheel, finite element, modal analysis, natural modes of oscillation.*

#### Информация об авторах

**Давыдов Данила Петрович**, ассистент кафедры конструкции и проектирования двигателей летательных аппаратов. Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва (национальный исследовательский университет). Область научных интересов: динамика и прочность. E-mail: [davydov-ssau@yandex.ru](mailto:davydov-ssau@yandex.ru).

**Davydov Danila Petrovitch**, assistant of the aerospace engine design department, Samara State Aerospace University named after academician S. P. Korolyov (National Research University), [davydov-ssau@yandex.ru](mailto:davydov-ssau@yandex.ru). Area of research: dynamics and strength.

## МОДЕЛИРОВАНИЕ БИМЕТАЛЛИЧЕСКОГО БЛИСКА ЦЕНТРОСТРЕМИТЕЛЬНОГО КОЛЕСА ГАЗОВОЙ ТУРБИНЫ.

© 2011 Л. А. Магеррамова

ФГУП «Центральный Институт Авиационного моторостроения им. П. И. Баранова»

Проработана конструкция получаемого методом горячего изостатического прессования (ГИП) колеса центростремительной турбины с рабочими лопатками из жаропрочного никелевого монокристаллического сплава и диска из гранулируемого сплава. С помощью конечно-элементного комплекса программ ANSYS на двумерных моделях проведены оценочные расчёты вариантов конструкции центростремительного колеса турбины из разнородных материалов.

*Газотурбинные двигатели, центростремительная турбина, неразъёмные биметаллические рабочие колёса, горячее изостатическое прессование, прочность, долговечность.*

Методы порошковой металлургии успешно применяются для изготовления деталей сложной формы [1, 2]. Крыльчатка с валом ракеты-носителя «Энергия» (рис. 1) изготовлена из комбинации жаропрочного никелевого сплава ЭП741НП и хладостойкой конструкционной стали СН2А. Биметаллический диск КВД девятой ступени двигателя НК-92 изготовлен из комбинации дискового гранулируемого

сплава ЭП741НП и свариваемого гранулируемого сплава ЭИ698МП.

Металлургия гранул позволяет получить целый класс деталей с точностью литья по выплавляемым моделям и свойствами пластически деформированного материала. Крыльчатки (рис. 2) изготовлены целиком из гранулируемого никелевого сплава ЭП741НП. При этом механическая доработка таких конструкций практически не требуется.

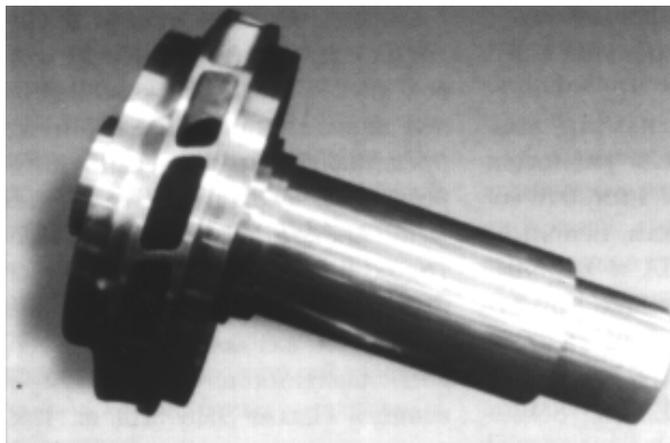


Рис. 1. Крыльчатка с валом из комбинации сплава ЭП741НП и стали СН2А

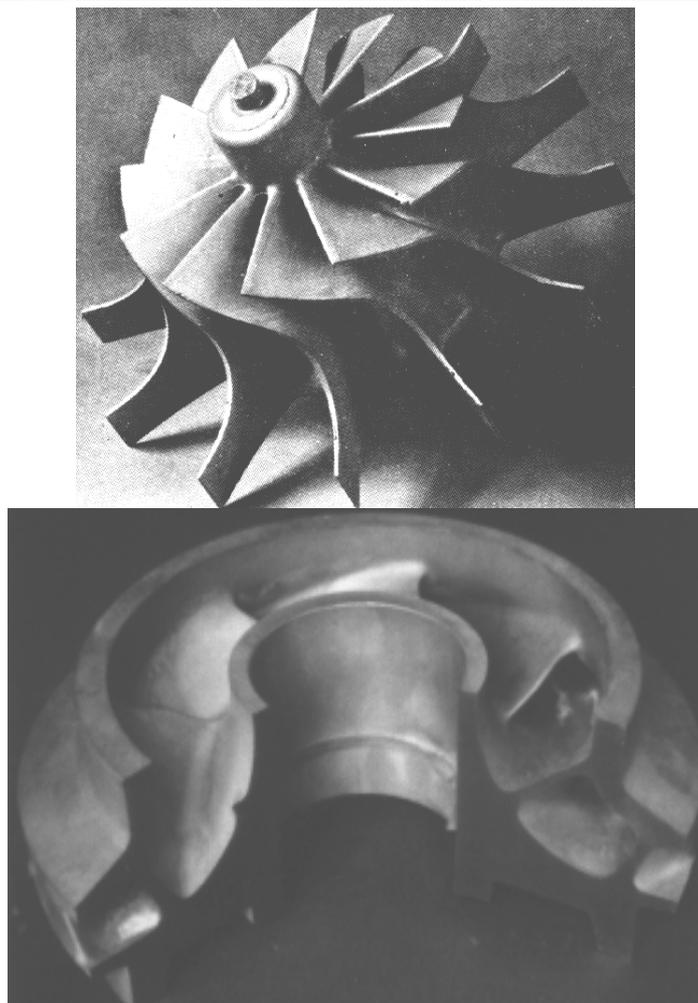


Рис. 2. Колесо центробежной турбины из гранулируемого сплава (вверху) и крыльчатка из гранулируемого никелевого сплава ЭП741НП

Повышение требований к параметрам работы центробежных турбин приводит к повышению температуры лопаток на входе в колесо и, следовательно, к необходимости использования для лопаток современных жаропрочных сплавов. Сделана попытка перенести идею биметаллических блисков осевой турбины к центробежной [3, 4].

Для исследования построена модель биметаллического колеса центробежной турбины с лопатками из жаропрочных сплавов и платформой из никелевого гранулируемого сплава ЭП741НП. В конструкции предусматривается заделка лопаток в «тело» диска с помощью «хвостовика», аналогичного лопаткам компрессоров.

С помощью конечно-элементного комплекса программ ANSYS на двумерных моделях проведены оценочные расчеты конструкции центробежного колеса турбины из различных вариантов разнородных материалов. При этом для лопаток используются сплавы: изготовленный методом направленной кристаллизации ЖС26ВСНК и монокристаллического литья ЖС32МОНО, а для платформы диска – гранулируемый сплав ЭП741НП.

Рассмотрены следующие варианты применяемых материалов для колеса:

- 1) лопатки и диск изготовлены методом литья целиком из сплава ВЖЛ12У;
- 2) лопатки и диск изготовлены методом литья целиком из сплава ЖС6У;

- 3) лопатки и диск изготовлены методом ГИП целиком из сплава ЭП741НП;
- 4) лопатки из сплава ЖС26ВНК соединены с диском из ЭП741НП методом ГИП;
- 5) лопатки из сплава ЖС32МОНО соединены с диском из ЭП741НП методом ГИП.

Тепловое состояние колеса принято одинаковым для всех вариантов применяемых сплавов (рис. 3). На входе в колесо температура лопаток достигает 970°C. В холодных зонах лабиринта температура ~500°C, в холодной зоне платформы диска – от 550 до 650°C.

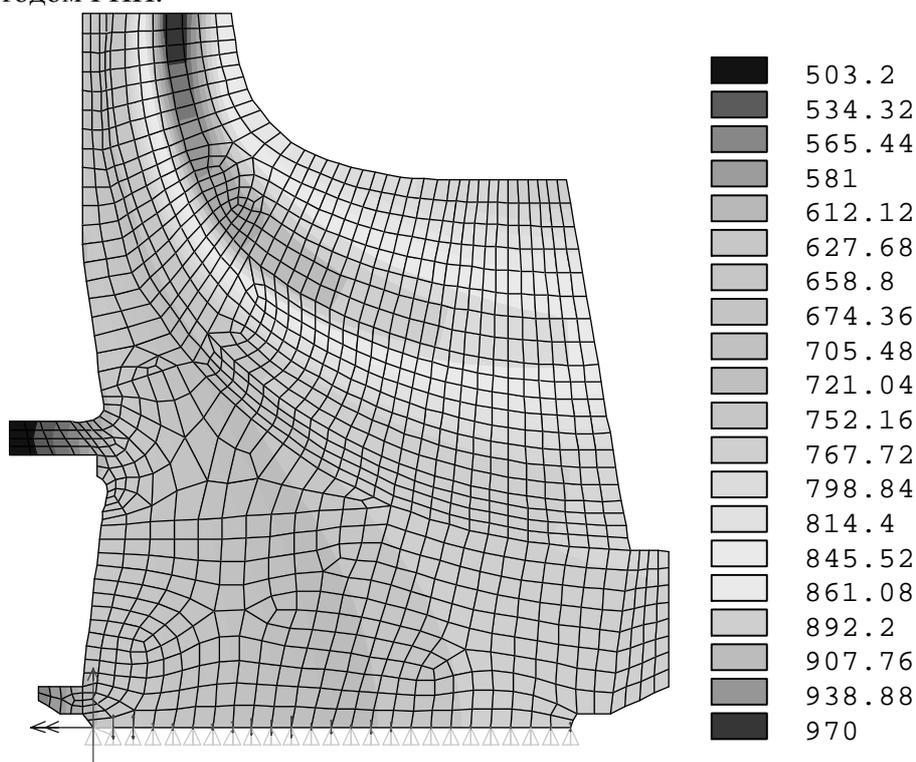


Рис. 3. Тепловое состояние колеса

Расчёты проводились для частоты вращения ротора 39000 об/мин и 45000 об/мин.

Вычисление запасов длительной статической прочности велось на продолжительности режимов 10 и 20 часов.

На рис. 4 – 8 показаны эквивалентные и радиальные напряжения для различных вариантов. На рис. 9 и 10 приведены сравнительные диаграммы коэффициентов запаса длительной статической прочности лопаточной и дисковой части колеса для рассмотренных вариантов применяемых сплавов, длительностей режимов и частот вращения ротора.

Максимальные напряжения в лопатках имеют место на тонкой кромке в зоне входа. В дисковой части максимальные

напряжения наблюдаются на галтели в зоне лабиринта.

Для рассматриваемых режимов использование цельнолитых колес из сплавов ВЖЛ12У, ЖС6У и целиком из гранулируемого сплава ЭП741НП недопустимо, т.к. полученные запасы длительной статической прочности в лопатках составляют  $K_m \sim 1$ .

Использование композиций ЖС26ВНК + ЭП741НП и ЖС32МОНО + ЭП741НП дают достаточный уровень запасов длительной статической прочности на 10 и 20 часов. Для режима с частотой вращения 39000 об/мин эти величины имеют значения соответственно 1,33 – 1,34 и 1,26 – 1,33. Для режима с частотой вращения 45000 об/мин – 1,18 – 1,25.

Наилучшей оказывается композиция ЖС32МОНО + ЭП741НП (рис. 10).

Что касается дисковой части колеса, применение комбинаций сплавов также повышает запас статической длительной

прочности до 1,57 и 2,10 в зависимости от длительности и частоты вращения (рис. 11), что указывает на повышение надёжности.

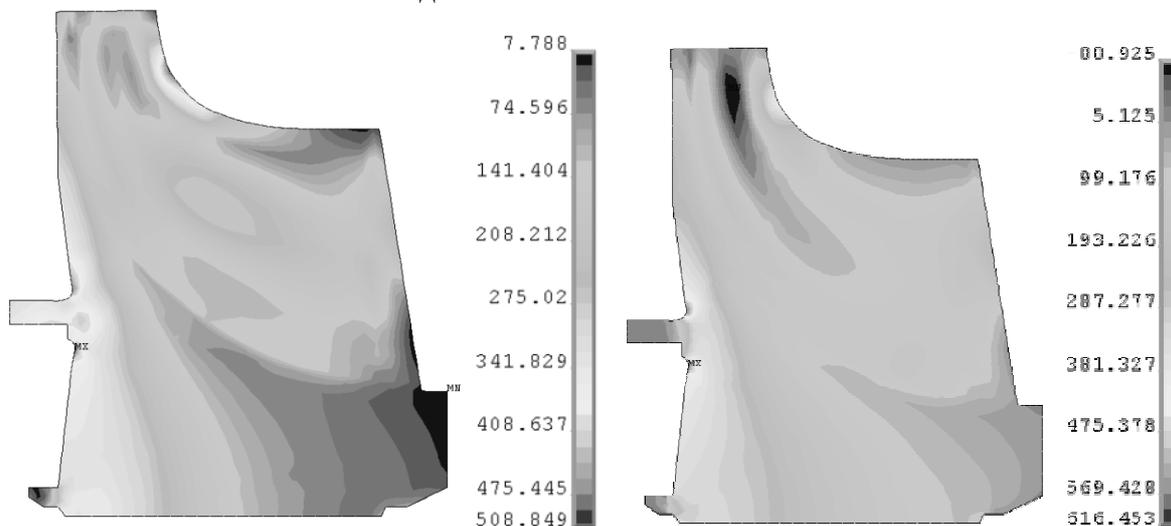


Рис. 4 Напряжения Мизеса, МПа (слева) и радиальные напряжения. Вариант материалов 1 (ВЖЛ12У / ВЖЛ12У)

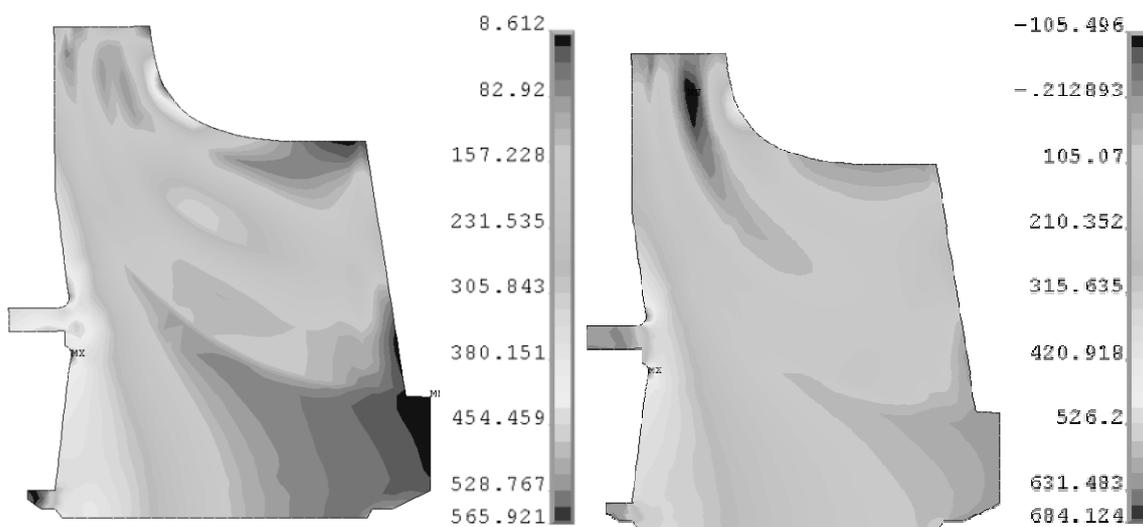


Рис. 5. Напряжения Мизеса, МПа (слева) и радиальные напряжения. Вариант материалов 2 (ЖС6У / ЖС6У)

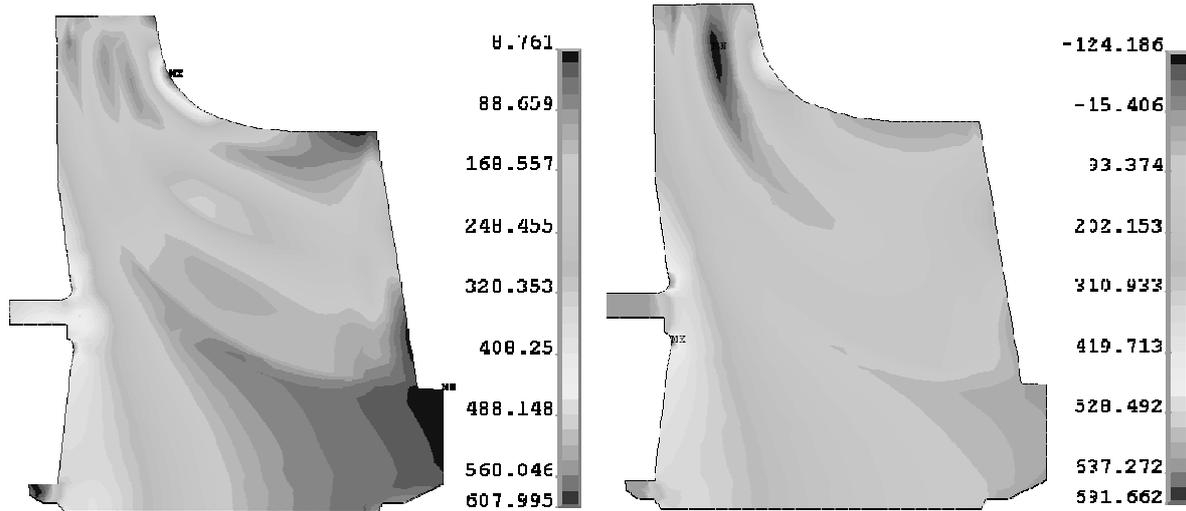


Рис. 6. Напряжения Мизеса, МПа (слева) и радиальные напряжения. Вариант материалов 3 (ЭП741НП / ЭП741НП)

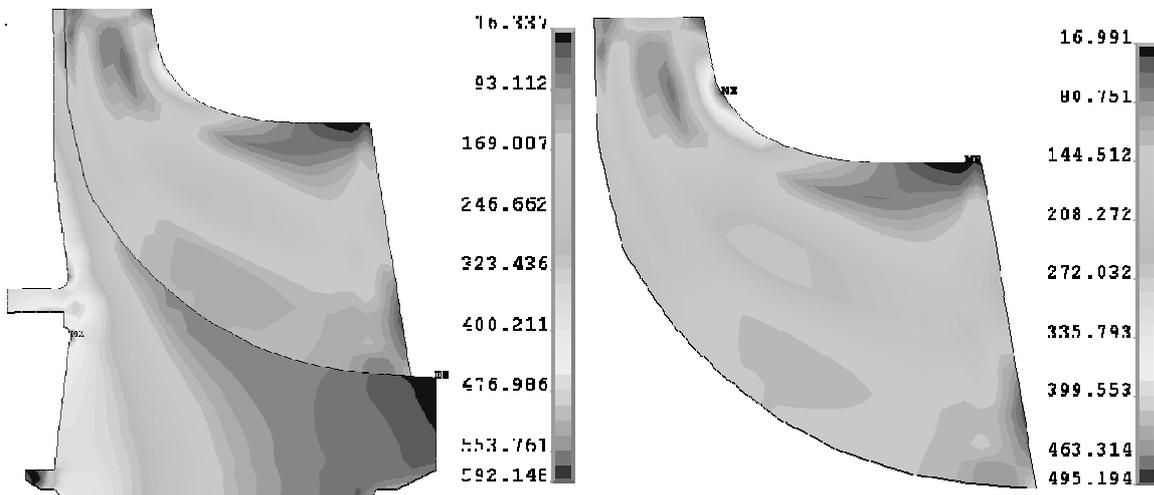


Рис. 7. Напряжения Мизеса (МПа) в колесе (слева) и лопатке. Вариант материалов 4 (ЭП741НП / ЖС26ВНК)

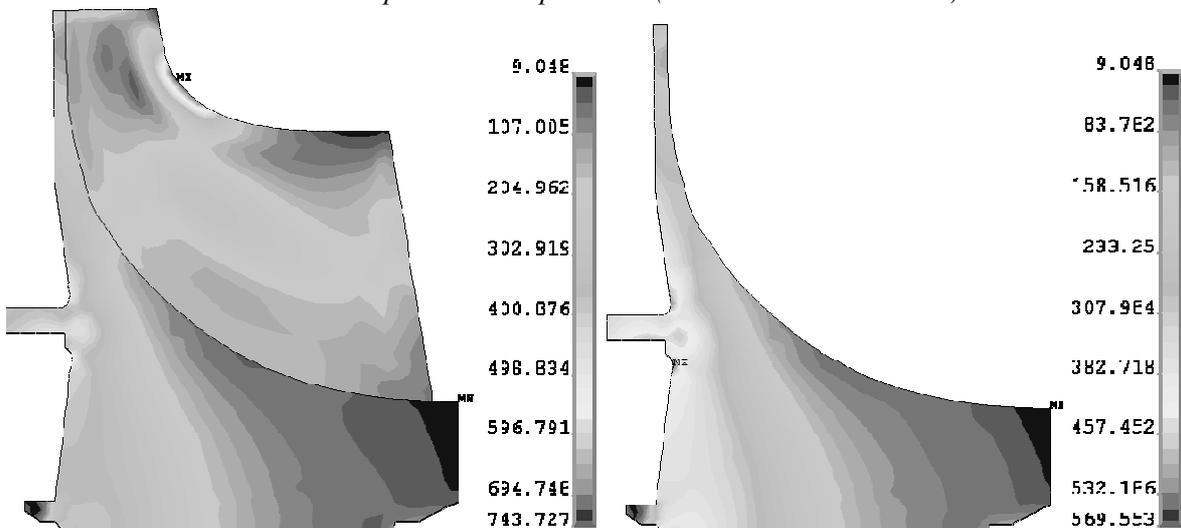


Рис. 8. Напряжения Мизеса (МПа) в колесе (слева) и дисковой части. Вариант материалов 5 (ЭП741НП / ЖС32МОНО)

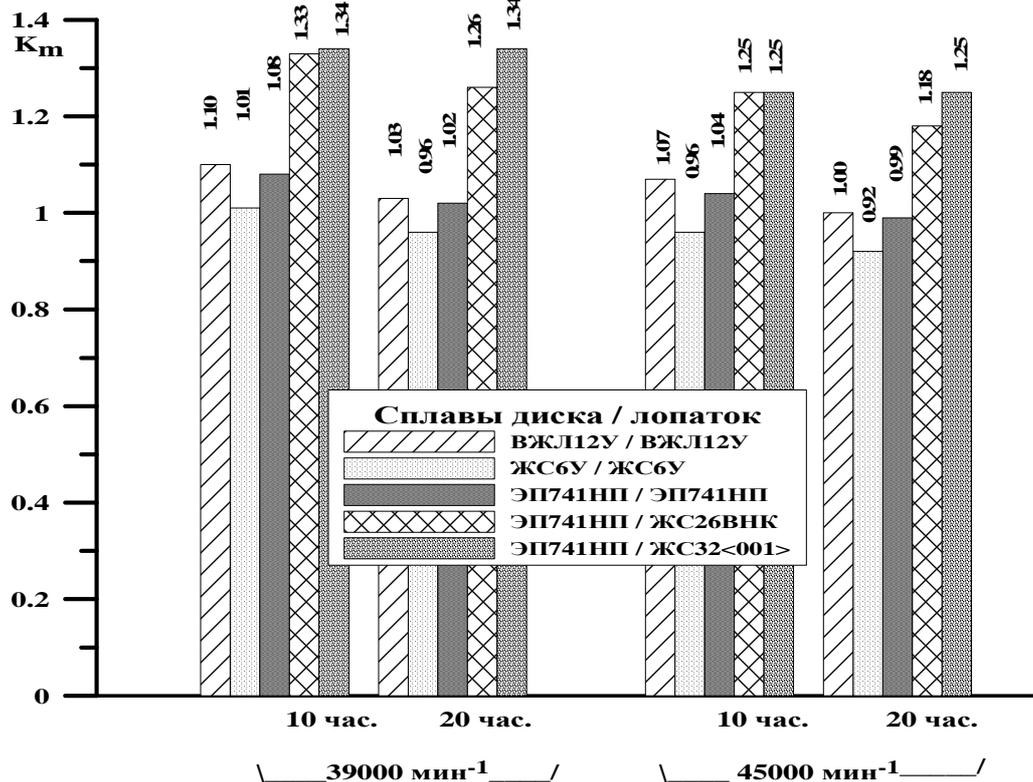


Рис. 9. Сравнительная диаграмма минимальных запасов длительной статической прочности лопаток для рассмотренных вариантов применяемых сплавов

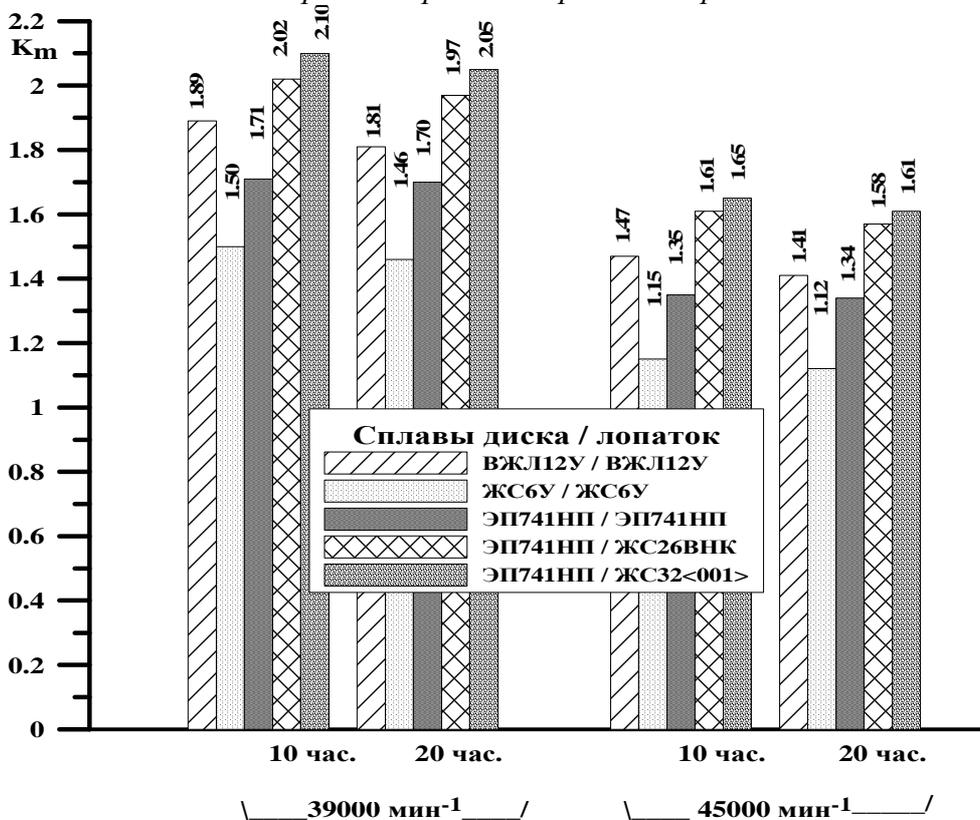


Рис. 10. Сравнительная диаграмма минимальных запасов длительной статической прочности дисковой части колеса для рассмотренных вариантов сплавов

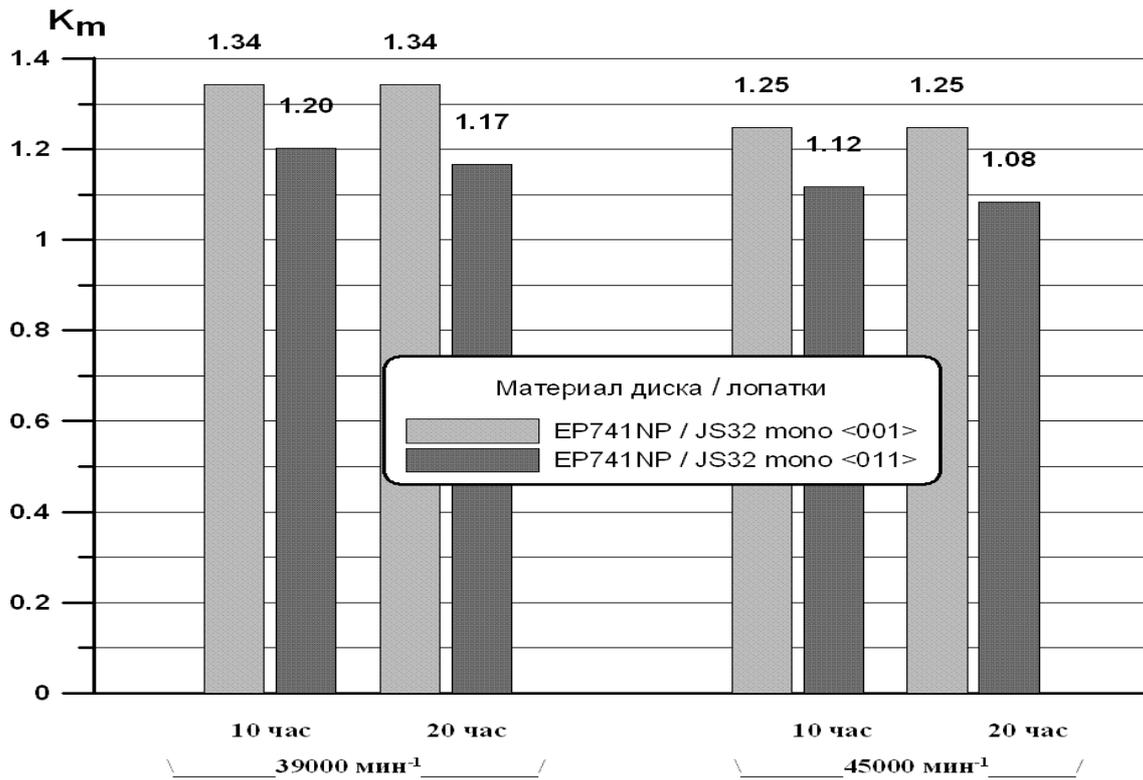


Рис. 11. Сравнительная диаграмма минимальных запасов длительной статической прочности лопаток для рассмотренных вариантов монокристаллического сплава

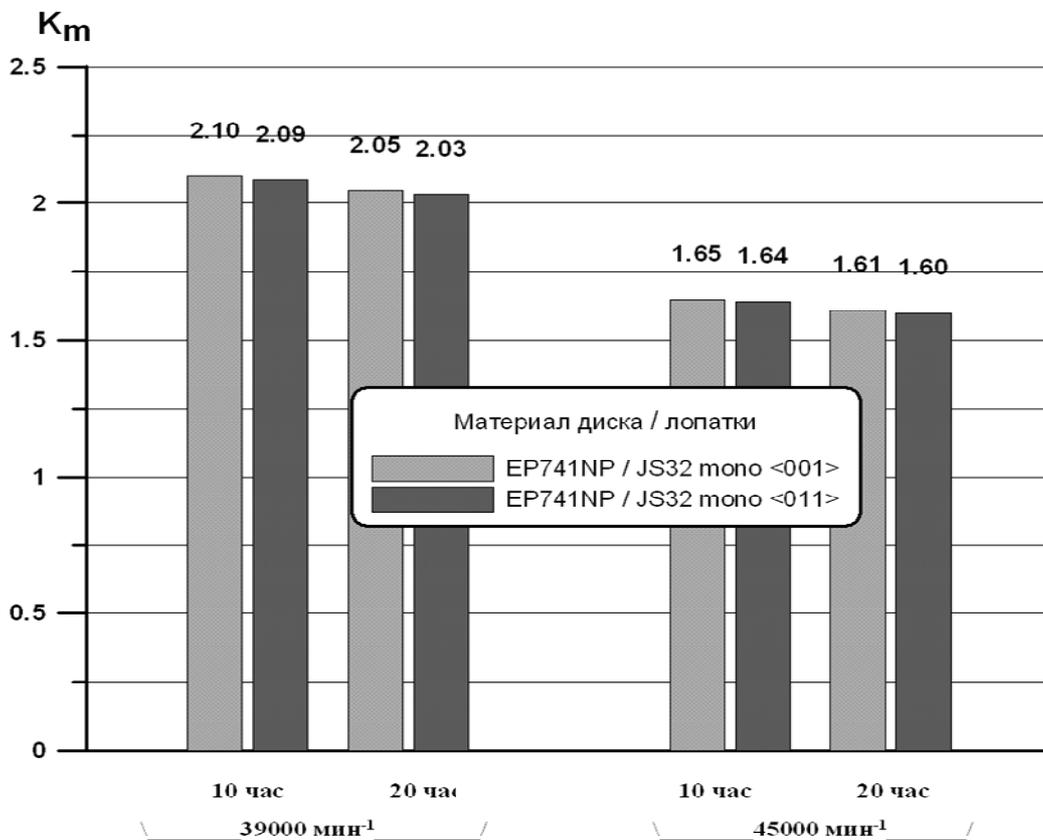


Рис. 12. Сравнительная диаграмма запасов длительной статической прочности дисковой части колеса для рассмотренных вариантов монокристаллического сплава

Худшим оказывается цельнолитое колесо из сплава ЖС6У, которое даёт самые низкие запасы длительной статической прочности.

Проведено исследование влияния кристаллографической ориентации сплава ЖС32 в лопатке. Исследование выполнено на двумерных моделях с помощью программного комплекса ANSYS, который позволяет ввести матрицу податливости или жёсткости монокристаллического материала и решать задачу в упругой постановке. Однако для двумерной модели можно решить задачу только для ориентаций монокристалла  $\langle 001 \rangle$  и  $\langle 011 \rangle$

вдоль радиальной координаты. Поэтому сравнение проведено для этих ориентаций. На рис. 11 – 13 показаны сравнительные диаграммы результатов таких расчётов при тех же условиях режимов. Видно, что ориентация  $\langle 011 \rangle$  даёт заниженные величины длительной статической прочности лопаток, подсчитанных по напряжениям Мизеса, примерно на 10% (рис. 11) и по радиальным напряжениям на 30% (рис. 13). Величины запасов прочности для дисковых частей практически не отличаются для обеих ориентаций (рис. 12).

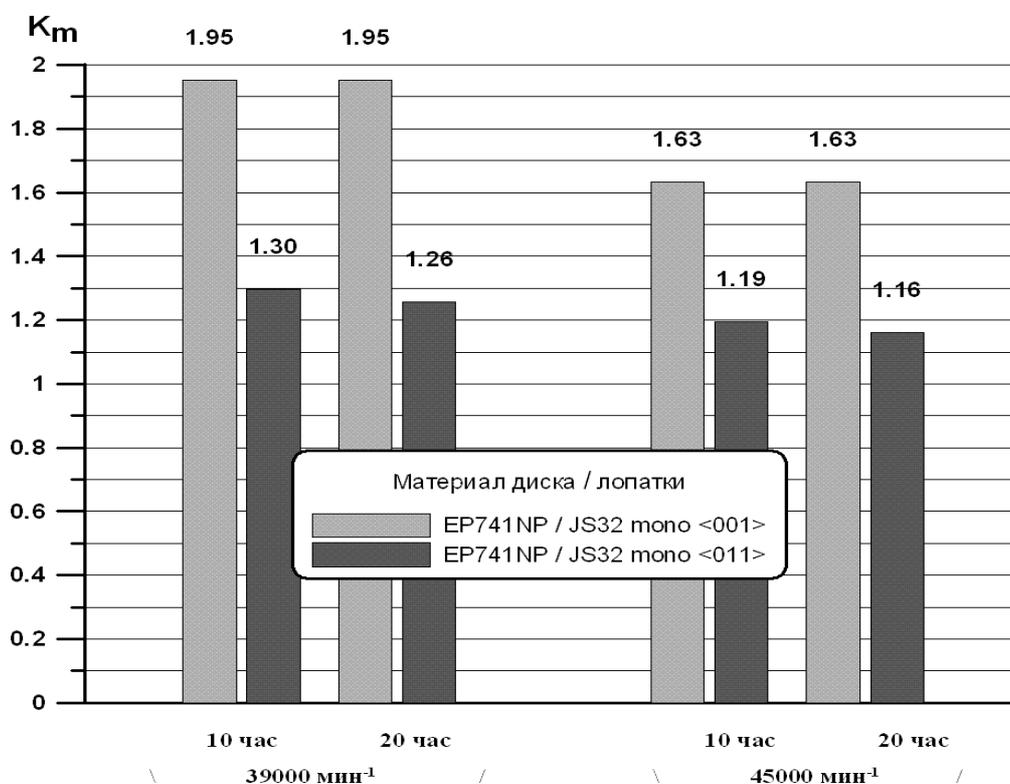


Рис. 13. Сравнительная диаграмма минимальных запасов длительной статической прочности лопаток, подсчитанных по радиальным напряжениям, для рассмотренных вариантов монокристаллического сплава

Исследования показали, что колёса из разнородных сплавов обладают существенными преимуществами. Составные колёса из композиций ЖС26ВНК + ЭП741НП и ЖС32МОНО + ЭП741НП обладают достаточным уровнем запасов длительной статической прочности для требуемых длительностей работы.

Проведённое исследование влияния

кристаллографической ориентации сплава ЖС32 в лопатке составного колеса центростремительной турбины позволило обнаружить, что кристаллографическая ориентация  $\langle 011 \rangle$  сплава вдоль радиальной оси даёт величины длительной статической прочности лопаток примерно на 10% ниже по сравнению с результатами для ориентации монокристалла  $\langle 001 \rangle$ .

Таким образом, применение биметаллических моноколёс может оказаться перспективным для использования их в конструкциях перспективных газовых турбин.

### Библиографический список

1. J.-P. Auger, G. Raisson, M. Pierronet. Design and Manufacture of Engineered Components by HIP. /Hot Isostatic Pressing-Theory and Applications. Proceedings of the Third International Conference. Elsevier Applied Science, 1992.

2. Самаров В. Н. Перспективы применения технологии горячего изостатического прессования к изготовлению “блиск” - колес турбин из комбинаций порошковых и литейных жаропрочных никелевых сплавов: [Текст] / В. Н. Самаров,

Е. П. Кратт, Л. А. Магеррамова, Т. П. Захарова // Науч.-техн. сб. ЦИАМ. Новые технологические процессы и надёжность ГТД. вып. 1. – 2000. – С. 74-99.

3. Magerramova L. A., Kratt E. P., Zakharova T. P., Yacinsky V. V. The structural and technological design feature of bimetallic blisks for high temperature gas turbine aviation engines: 2nd European conference for aerospace sciences (EUCASS). Brussels. 2007.

4. Magerramova L. A., Shorr B. F., Melnikova G. V., Zakharova T. P. Problems of dynamic characteristics and damping of bimetallic gas turbine blisks produced by HIP technology: Proceeding of international conference /HIP'05. Paris. 2005. С. 97.

## DESIGN OF BIMETALLIC IMPELLER FOR GAS TURBINE

© 2011 L. A. Magerramova

Central Institute of Aviation Motors

A bimetallic impeller structure obtained by HIP made out of powder and cast Ni-base super alloys was developed. The strength estimations were carried out by the ANSYS program with the help of 2D models.

*Gas turbine engines, high pressure turbine, bimetallic impeller wheels, hot isostatic pressing, strength, durability.*

### Сведения об авторах

**Магеррамова Любовь Александровна**, к.т.н., с.н.с., начальник сектора. ФГУП «Центральный Институт Авиационного моторостроения им. П.И.Баранова». Область научных интересов: исследования проблем прочности и надёжности рабочих колёс ГТД различного назначения. E-mail: [MAG@CIAM.ru](mailto:MAG@CIAM.ru).

**Magerramova Liubov Alexandrovna**, candidate of technical sciences, senior researcher, head of group, Central Institute of Aviation Motors, [MAG@CIAM.ru](mailto:MAG@CIAM.ru). Area of research: analysis of the problems of strength and reliability of impellers of gas turbine engines used for various purposes.

## ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ПРОДОЛЬНОЙ ВОЛНЫ ДЕФОРМАЦИИ НА ГРАНИЦЕ СОПРЯЖЕНИЯ СТЕРЖНЕЙ С УПРУГИМ ЭЛЕМЕНТОМ

© 2011 В. К. Манжосов, И. А. Новикова

ГОУ ВПО «Ульяновский государственный технический университет»

Рассмотрен процесс преобразования продольной волны деформации на границе разнородных стержней с линейным упругим элементом. Изложена процедура численного расчета процесса преобразования волны деформации в стержневой системе. Результаты моделирования сопоставлены с аналитическим решением для тестовой задачи.

*Волна деформации, преобразование волны деформации, трансформация волны деформации, сопряжение стержней, стержневая система, моделирование.*

### Введение

При нанесении продольного удара по стержневой системе в последней формируется распространяющаяся волна деформации [1, 2]. Если в стержневой системе имеются сопряжения разнородных участков, то на границе сопряжения возникают процессы, связанные с отражением и трансформацией волн. Эти процессы наиболее изучены для идеальных границ, когда сопряженные сечения участков имеют одинаковые перемещения и скорости [3, 4], а трансформация волн связана лишь с разной площадью поперечных сечений сопрягаемых участков и различием физико-механических свойств материалов этих участков.

Менее изучены процессы преобразования волн деформаций в стержневой системе, имеющей такие сопряжения, когда перемещения сопряженных сечений различны из-за наличия между ними промежуточных деформируемых тел. Из известных работ можно отметить исследования Алпеевой В. А. [2], Манжосова В. К., Новиковой И. Н. [5, 6], Саруева Л. А., Сластина А. П., Авдеевой А. И. [7, 8].

### 1. Постановка задачи

В данной работе представлены результаты моделирования процесса преобразования продольной волны деформации с убывающей интенсивностью на границе разнородных стержней с линейным упру-

гим элементом. Схема стержневой системы изображена на рис. 1.

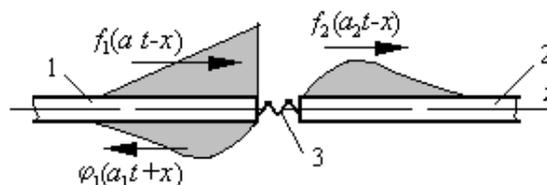


Рис. 1. Схема стержневой системы при падающей волне деформации:

1, 2 - стержни системы; 3 - упругий элемент

Два разнородных стержня в сечении  $x = 0$  разделены упругим элементом с жесткостью  $k$ . На границу  $x = 0$  со стороны стержня 1 падает прямая волна, описываемая функцией  $f_1(a_1t - x)$ , где  $a_1$  – скорость распространения волны в стержне 1. Требуется определить формируемую в сечении  $x = 0$  прямую волну  $f_2(a_2t - x)$ , распространяющуюся в направлении оси  $x$  по стержню 2 ( $a_2$  – скорость распространения волны в стержне 2), и обратную волну  $j_1(a_1t + x)$ , распространяющуюся по стержню 1 в обратном направлении.

Полагаем, что на процесс прохождения волны через упругий элемент граничные условия на левом конце первого стержня и на правом конце второго стержня не оказывают влияния, т. е. стержни являются полуограниченными. Начало координат совмещено с положением упругого элемента.

Движение поперечных сечений рассматриваемой динамической системы описывается волновыми уравнениями

$$\frac{\partial^2 u_1(x,t)}{\partial x^2} - \frac{1}{a_1^2} \frac{\partial^2 u_1(x,t)}{\partial t^2} = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial^2 u_2(x,t)}{\partial x^2} - \frac{1}{a_2^2} \frac{\partial^2 u_2(x,t)}{\partial t^2} = 0, \quad (2)$$

где  $u_1(x,t)$ ,  $u_2(x,t)$  – перемещения сечений соответственно 1-го и 2-го стержней,  $a_1$ ,  $a_2$  – скорости распространения волн деформаций в стержнях.

Начальное состояние системы описывается равенствами: при  $t=0$

$$u_1(x,0) = u_1(x), \quad u_2(x,0) = 0, \quad (3)$$

$$\frac{\partial u_1(x,0)}{\partial t} = V(x), \quad \frac{\partial u_2(x,0)}{\partial t} = 0. \quad (4)$$

Граничные условия рассматриваемой динамической системы имеют вид: для  $x=0$

$$E_1 A_1 \frac{\partial u_1(0,t)}{\partial x} = E_2 A_2 \frac{\partial u_2(0,t)}{\partial x}, \quad (5)$$

$$E_2 A_2 \frac{\partial u_2(0,t)}{\partial x} = -k[u_1(0,t) - u_2(0,t)], \quad (6)$$

для  $x=-\infty$

$$E_1 A_1 \frac{\partial u_1(-\infty,t)}{\partial x} = 0, \quad (7)$$

для  $x=\infty$

$$E_2 A_2 \frac{\partial u_2(\infty,t)}{\partial x} = 0, \quad (8)$$

где

$k$  – жёсткость упругого элемента;

$E_1$ ,  $E_2$  – модули упругости материалов стержней;

$A_1$ ,  $A_2$  – площади поперечных сечений стержней.

Продольная деформация в сечении для  $x=0$

$$\frac{\partial u_1(0,t)}{\partial x} = -f_1'(a_1 t - 0) + j_1'(a_1 t + 0), \quad (9)$$

$$\frac{\partial u_2(0,t)}{\partial x} = -f_2'(a_2 t - 0). \quad (10)$$

Используя формулы (9) и (10) в граничных условиях (5) и (6) и полагая, что

при  $t=0$  перемещения сечений  $x=0$  в стержнях равны нулю, получим

$$j_1'(a_1 t) = -\frac{E_2 A_2}{E_1 A_1} f_2'(a_2 t) + f_1'(a_1 t), \quad (11)$$

$$f_2'(a_2 t) + \frac{k(r+1)}{E_2 A_2 \cdot r} f_2(a_2 t) = \frac{2k}{E_2 A_2} f_1(a_1 t), \quad (12)$$

где

$$r = \frac{E_1 A_1}{a_2} \frac{a_1}{E_2 A_2} - \text{отношение волновых}$$

сопротивлений стержня 1 и стержня 2.

Из формулы (12) при дифференцировании по  $t$  имеем

$$f_2''(a_2 t) = -\frac{k(r+1)}{E_2 A_2 \cdot r} f_2'(a_2 t) - \frac{2k}{E_2 A_2} \cdot \frac{a_1}{a_2} f_1'(a_1 t). \quad (13)$$

## 2. Построение решения

Решение дифференциального уравнения (13) строится методом последовательных приближений. Учитывая, что

$$a_2 f_2'(a_2 t) = a_2 f_{2,0}' + \int_{t_0}^t a_2^2 f_2''(a_2 t) dt,$$

а также выражения (13) для  $f_2''(a_2 t)$ , получим для  $i$ -го приближения (в выражениях для упрощения опущены аргументы функций)

$$f_{2,i}' = f_{2,0}' + a_2 \int_{t_0}^t \frac{k}{E_2 A_2} \left[ 2 \frac{a_1}{a_2} f_1' - \left( 1 + \frac{1}{r} \right) f_{2,i-1}' \right] dt,$$

где

$f_{2,0}'$  – значение функции  $f_2'(a_2 t)$  при  $t=t_0$ ,  $i=1, 2, 3, \dots$  – число последовательных приближений.

Аппроксимируем падающую волну  $f_1'$  ступенчатыми участками постоянной интенсивности. На рассматриваемом малом интервале времени ( $t_0 \leq t \leq t_0 + \Delta t$ )

$f_1' = const$ . В результате приходим к выражению

$$f_{2,i}' = f_{2,0}' + \frac{k}{E_2 A_2} a_2 \left[ 2 \frac{a_1}{a_2} f_1' - \left( 1 + \frac{1}{r} \right) f_{2,i-1}' \right] \Delta t, \quad (14)$$

где  $\Delta t = t - t_0$ .

Число последовательных приближений  $i = 1, 2, 3, \dots$  определяется выполнением неравенства

$$\frac{f'_{2,i} - f'_{2,i-1}}{f'_{2,i}} \leq \Delta \tilde{f},$$

где

$\Delta \tilde{f}$  – относительная величина, характеризующая степень приближения.

После того, как будет найдено значение  $f'_2$ , используя (11), находим

$$j'_1(a_1 t) = -\frac{E_2 A_2}{E_1 A_1} f'_2(a_2 t) + f'_1(a_1 t).$$

Рассмотрим случай, когда изменение падающей волны  $f'_1(a_1 t - 0)$  описывается линейной функцией с отрицательным угловым коэффициентом (волна имеет треугольную форму):

$$f'_1(a_1 t) = \begin{cases} e_0 - \frac{e_0}{T} \cdot t, & 0 \leq t \leq T, \\ 0, & t > T, \end{cases}$$

$$j'_1(a_1 t) = \frac{f'_1(a_1 t)}{e_0} = \begin{cases} 1 - \frac{t}{T}, & 0 \leq \frac{t}{T} \leq 1, \\ 0, & \frac{t}{T} > 1, \end{cases}$$

где

$e_0$  – максимальное значение модуля деформации в падающей волне;

$T$  – длительность действия падающей волны  $f'_1(a_1 t)$ ;

$t$  – время.

Формулу (14) представим в безразмерных величинах параметров:

$$j_{2,i} = j_{2,0} + \frac{k}{E_2 A_2} a_2 \left[ 2 \frac{a_1}{a_2} j_{1,i} - \left( 1 + \frac{1}{r} \right) j_{2,i-1} \right] \Delta t,$$

$$j_{2,i} = \frac{f'_{2,i}}{e_0}, \quad j_{2,0} = \frac{f'_{2,0}}{e_0}, \quad j_{2,i-1} = \frac{f'_{2,i-1}}{e_0}.$$

Обозначим

$$k_0 = \frac{k \cdot \Delta l}{E_2 A_2}, \quad j_0 = \frac{T}{\Delta T}, \quad \Delta j_0 = \frac{\Delta t}{T},$$

где

$\Delta l$  – единица длины стержня 2,

$\Delta T = \Delta l / a_2$  – время, в течение которого волна  $f'_2(a_2 t - x)$  пройдёт расстояние  $\Delta l$ ;

$k_0$  – отношение жёсткости упругого элемента к продольной жёсткости стержня 2 длиной  $\Delta l$ .

Используя введённые обозначения, преобразуем выражение (14):

$$\frac{k}{E_2 A_2} a_2 \cdot \Delta t = k_0 j_0 \Delta j_0,$$

$$j_{2,i} = j_{2,0} + k_0 j_0 \left[ 2 \frac{a_1}{a_2} j_{1,i} - \left( 1 + \frac{1}{r} \right) j_{2,i-1} \right] \Delta j_0.$$

### 3. Результаты расчёта

Осуществлена реализация предложенного алгоритма при моделировании процесса преобразования продольной волны на границе разнородных участков стержней, разделённых линейным упругим элементом. Результаты моделирования сопоставлены с результатами расчёта по аналитической зависимости, полученной в работе [6]:

$$j_2(a_2 t) = \frac{2r}{r+1} \cdot \frac{a_1}{a_2} \left[ \left( 1 + \frac{r}{(r+1) \cdot j_0 \cdot k_0} \right) \cdot \left( 1 - \exp \left( -\frac{r+1}{r} \cdot j_0 \cdot k_0 \cdot \frac{t}{T} \right) \right) - \frac{t}{T} \right],$$

$$0 \leq \frac{t}{T} \leq 1; \tag{15}$$

$$j_2(a_2 t) = j_2(a_2 T) \cdot \exp \left( -\frac{(r+1) \cdot j_0 \cdot k_0}{r} \left( \frac{t}{T} - 1 \right) \right),$$

$$\frac{t}{T} \geq 1. \tag{16}$$

В табл. 1 представлены результаты расчёта параметров трансформированной волны  $j_2(a_2 t)$  по формулам (15), (16).

Таблица 1. Результаты расчёта параметров трансформированной волны  $f_2(a_2t)$

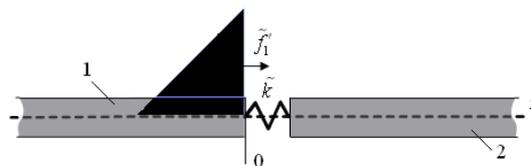
Время, $t/T$	Падающая волна, $f_1(a_1t)$	Трансформированная волна $f_2(a_2t)$			
		Расчёт по формулам (15), (16)	Моделирование	Расчёт по формулам (15), (16)	Моделирование
		$k^0 = 1$		$k^0 = 2$	
0	1,0	0	0	0	0
0,1	0,9	0,172	0,169	0,312	0,305
0,2	0,8	0,294	0,290	0,488	0,480
0,3	0,7	0,376	0,372	0,573	0,565
0,4	0,6	0,426	0,421	0,597	0,590
0,5	0,5	0,448	0,443	0,581	0,574
0,6	0,4	0,448	0,443	0,536	0,531
0,7	0,3	0,430	0,425	0,474	0,470
0,8	0,2	0,397	0,392	0,399	0,396
0,9	0,1	0,352	0,348	0,316	0,314
1,0	0	0,297	0,293	0,227	0,225
1,1	0	0,243	0,240	0,152	0,152
1,2	0	0,199	0,197	0,102	0,102
1,3	0	0,163	0,162	0,0684	0,0694
1,4	0	0,133	0,133	0,0458	0,0469
1,5	0	0,109	0,109	0,0307	0,0317
1,6	0	0,089	0,089	0,0206	0,0214
1,7	0	0,073	0,073	0,0138	0,0144
1,8	0	0,060	0,06	0,0092	0,0097
1,9	0	0,049	0,049	0,0062	0,0066
2,0	0	0,04	0,04	0,0041	0,0044

При моделировании строились диаграммы падающей волны  $f_1$ , сформированной в сечении  $x = 0$  прямой волны  $f_2$  и обратной волны  $f_0$ . Отдельные диаграммы представлены на рис. 2 для следующих параметров стержневой системы:

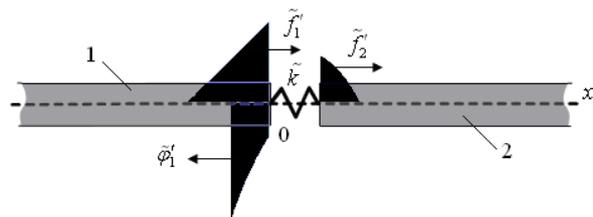
- падающая волна треугольной формы длительностью  $k^0 = 1$ ,
- отношение волновых сопротивлений  $r = 1$ ,

– скорости распространения волн  $a_1 = a_2$ ;

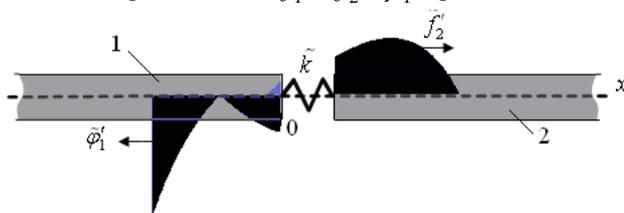
– отношение жёсткости упругого элемента к продольной жёсткости единицы длины стержня  $2 k^0 \in (1, 2, 4, 5, 6, 8, 10)$ .



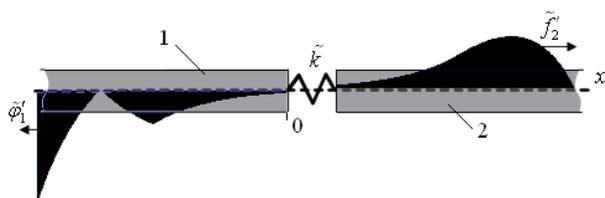
а) диаграмма волны  $f_1$  при  $t = 0$



б) диаграммы волн  $f_1, f_2, \phi_1$  при  $0 < t < T$



в) диаграммы волн  $f_2, \phi_1$  при  $t = T$

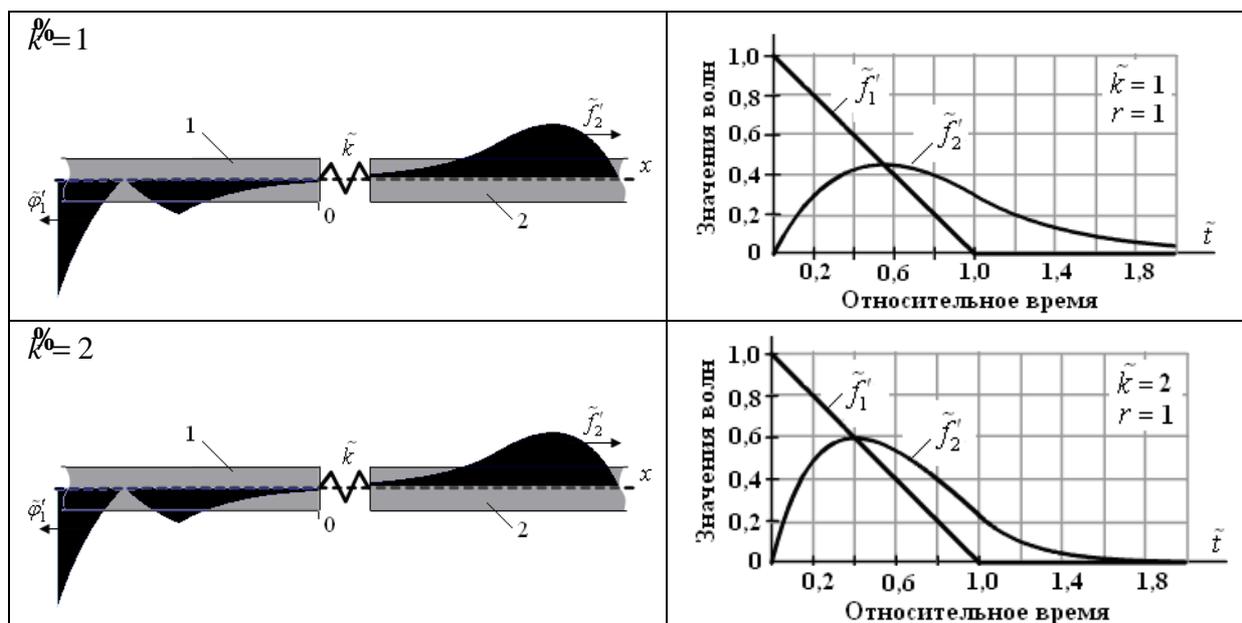


г) диаграммы волн  $f_2, \phi_1$  при  $t = 2T$

Рис. 2. Диаграммы прямых волн  $f_1, f_2$  и обратной волны  $\phi_1$

На рис. 3 представлены диаграммы падающей  $f_1$  и трансформированной  $f_2$  волн для различных значений

относительной жёсткости  $\tilde{k}$ . Относительное время  $\tilde{t} = t/T$ .



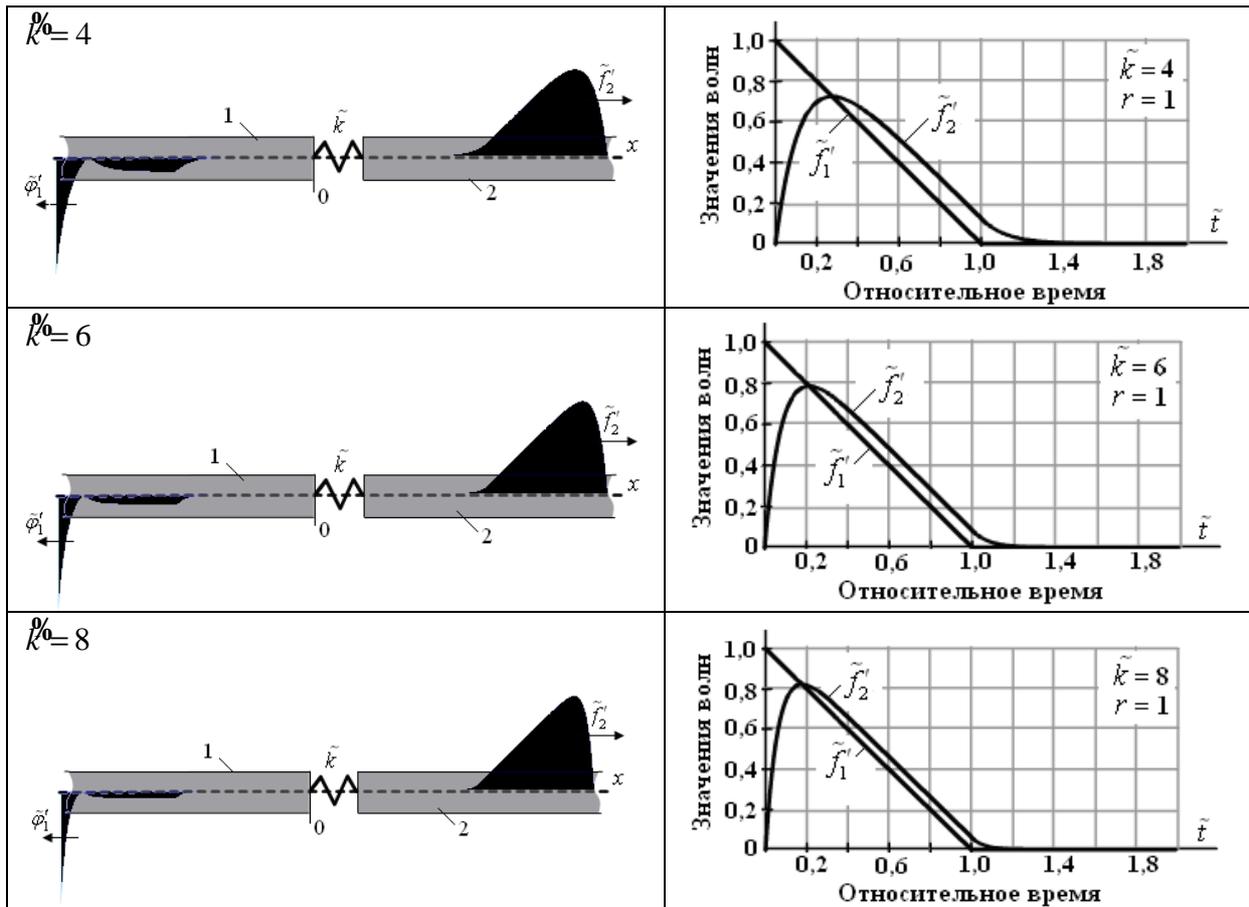


Рис. 3. Диаграммы волн  $f_1^*$  и  $f_2^*$  для различных значений жесткости  $\bar{k}$

Анализ полученных диаграмм показывает, что трансформация волны более существенна при меньших значениях жёсткости упругого элемента  $\bar{k}$ .

Обратимся к формулам (15), (16). При  $\bar{k} \rightarrow \infty$  слагаемые  $\frac{r}{(r+1) \cdot \bar{k} \cdot \bar{k}_0} \rightarrow 0$

и  $\exp\left(-\frac{r+1}{r} \cdot \bar{k}_0 \cdot \frac{t}{T}\right) \rightarrow 0$ . Формулы для расчёта  $f_2^*(a_2 t)$  принимают вид

$$f_2^*(a_2 t) = \frac{2r}{r+1} \cdot \frac{a_1}{a_2} \left(1 - \frac{t}{T}\right), \quad 0 \leq \frac{t}{T} \leq 1;$$

$$f_2^*(a_2 t) = 0, \quad \frac{t}{T} \geq 1.$$

Полученные формулы описывают формируемую в стержне 2 волну деформации в случае идеального сопряжения стержней. Если стержни изготовлены из одного материала ( $a_1 = a_2$ ) и

имеют равные волновые сопротивления, то при  $\bar{k} \rightarrow \infty$

$$f_2^*(a_2 t) = \left(1 - \frac{t}{T}\right) = f_1^*(a_1 t - 0), \quad 0 \leq \frac{t}{T} \leq 1;$$

$$f_2^*(a_2 t) = 0, \quad \frac{t}{T} \geq 1.$$

Это означает, что при  $\bar{k} \rightarrow \infty$  прошедшая в стержень 2 волна деформации  $f_2^*(a_2 t - 0)$  полностью воспроизводит падающую волну  $f_1^*(a_1 t - 0)$ .

Работа выполнена в рамках реализации ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» (2009–2013 гг.), ГК № П1122.

### Библиографический список

1. Алимов, О. Д. Распространение волн деформаций в ударных системах [Текст] / О. Д. Алимов, В. К. Манжосов, В. Э. Еремьянц – М.: Наука, 1985. – 354 с.

2. Алпеева, В. А. Возбуждение и преобразование волн деформаций в ударных системах машин для испытаний изделий [Текст] / В. А. Алпеева // дисс.... канд. техн. наук. – Фрунзе: ФПИ, 1990. – 281 с.
3. Дворников Л. Т., Жуков И. А. Продольный удар полукатеноидальным бойком. – Новокузнецк. -2006. – 80 с.
4. Малков О. Б. Динамика стержневых систем с внутренними граничными поверхностями. – Омск, 2000. – 112 с.
5. Манжосов В. К. Продольный удар. – Ульяновск: 2006.– 358 с.
6. Манжосов В. К., Новикова И. А. Преобразование волны деформации ли-нейной формы на границе сопряжения стержней с упругим элементом // Вестник УлГТУ. 2008. – № 3.С. 35 – 48.
7. Саруев Л. А. Передача энергии по стержню при продольном импульсном воздействии / Л. А. Саруев, А. П. Слистин, А. И. Авдеева. – Томск, 1995. – 6 с. – Деп. в ВИНТИ 29.11.95, № 3164-В95.
8. Слистин А. П. Расчет параметров процесса передачи продольного ударного воздействия по стержням: автореф. дисс. канд. техн. наук / А. П. Слистин // Томск, 1990. – 18 с.

## TRANSFORMATION OF LONGITUDINAL DEFORMATION WAVE AT THE BOUNDARY OF CONJUGATION OF BARS WITH AN ELASTIC ELEMENT

© 2011 V. K. Manzhosov, I. A. Novikova

Ulyanovsk State Technical University

The paper deals with the process of transformation of longitudinal deformation wave at the boundary of heterogeneous bars with a linear elastic element. The procedure of numerical computation of deformation wave transformation process in a bar system is presented. The results of modeling are compared with the analytical solution for a test problem.

*Deformation wave, deformation wave variation, transformation of deformation wave, conjugation of bars, bar system, modeling.*

### Информация об авторах

**Манжосов Владимир Кузьмич**, доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой «Теоретическая и прикладная механика». Ульяновский государственный технический университет. Область научных интересов: динамика механических систем переменной структуры, продольный удар в стержневых системах, преобразование продольных волн деформаций в механических волноводах. E-mail: [tpm@ulstu.ru](mailto:tpm@ulstu.ru); [v.manjosov@ulstu.ru](mailto:v.manjosov@ulstu.ru).

**Новикова Ирина Александровна**, старший преподаватель кафедры «Измерительно-вычислительные комплексы». Ульяновский государственный технический университет. Область научных интересов: продольный удар в стержневых системах неоднородной структуры, преобразование волн деформации при продольном ударе. E-mail: [nia@ulstu.ru](mailto:nia@ulstu.ru).

**Manzhosov Vladimir Kuzmich**, doctor of technical sciences, professor, head of the department “Theoretical and applied mechanics”, Ulyanovsk State Technical University, [tpm@ulstu.ru](mailto:tpm@ulstu.ru), [v.manjosov@ulstu.ru](mailto:v.manjosov@ulstu.ru). Area of research: dynamics of mechanical systems of variable structure, longitudinal impact in bar systems, transformation of longitudinal deformation waves in mechanical waveguides.

**Novikova Irina Alexandrovna**, senior lecturer of the department “Measuring-computing complexes”, Ulyanovsk State Technical University, [nia@ulstu.ru](mailto:nia@ulstu.ru). Area of research: longitudinal impact in bar systems of heterogeneous structure, transformation of deformation waves under a longitudinal impact.

## ОЦЕНКА АДЕКВАТНОСТИ ЭЛЕКТРОННОЙ МОДЕЛИ ПОТОКА И КПД- ХАРАКТЕРИСТИКИ ЦЕНТРОСТРЕМИТЕЛЬНОГО МИКРОТУРБИННОГО ПРИВОДА

© 2011 В. Н. Матвеев, Л. С. Шаблий

Самарский государственный аэрокосмический университет  
имени академика С.П. Королёва  
(национальный исследовательский университет)

Получена расчётная КПД-характеристика центростремительного микротурбинного привода с помощью его электронной модели, созданной в программном комплексе ANSYS CFX. Проведена оценка адекватности расчётной характеристики результатам экспериментальных исследований с использованием регрессионного анализа.

*Модель виртуальная, привод микротурбинный, исследование газодинамическое, анализ регрессионный, адекватность и статистическая значимость.*

Центростремительные микротурбины и центростремительные микротурбинные приводы (ЦСМТП) в настоящее время широко применяются в составе агрегатов авиационной и ракетной техники. Малые размеры проточных частей соплового аппарата (СА) и рабочего колеса (РК) являются причиной повышенных потерь в сравнении с полноразмерными турбинами.

КПД ЦСМТП на оптимальном режиме достигает только 0,60 – 0,65, а при отклонении от оптимального режима в меньшую сторону снижается до 0,20 – 0,30. Это связано с относительно толстым пограничным слоем в межлопаточных каналах, смыканием и взаимодействием парных вихрей в лопаточных венцах, высокими потерями с выходной скоростью и в случае парциальных турбин существенными потерями от парциальности. Причём в ЦСМТП влияние структуры потока в одних элементах на рабочий процесс в других так велико, что зачастую нет возможности верно выполнить газодинамический расчет одного элемента проточной части турбопривода без учёта влияния другого [1]. Поэтому для определения характеристик ЦСМТП необходимо исследовать турбопривод в целом (эксперимен-

тальным или расчётным путём) с учётом всех элементов проточной части, в том числе входного и выходного устройств (ВУ).

КПД-характеристика является одной из основных характеристик энергетической эффективности ЦСМТП. С её помощью могут быть определены другие характеристики, такие, например, как моментная и мощностная характеристики, позволяющие оценить работоспособность турбопривода во всём диапазоне его рабочего режима. КПД-характеристика может быть найдена экспериментальным и расчётным путём. Расчётное определение характеристик является более предпочтительным, так как значительно ускоряет и удешевляет процесс исследования по сравнению с экспериментом.

Однако известные методики определения характеристик ЦСМТП [2] весьма приблизительны и не учитывают целого ряда факторов, таких, например, как влияние углов атаки на входе в СА и РК, закрутки потока газа в затурбинном устройстве. Это приводит к большим погрешностям в расчётах и предопределяет необходимость длительных и дорогостоящих экспериментальных доводочных работ.

Вместе с тем, интенсивно развивающиеся сегодня методы вычислительной газовой динамики позволяют формировать довольно точные методики газодинамиче-

ского расчёта полноразмерных турбин [3], а также создавать модели потока ЦСМТП [4], учитывающие все описанные выше особенности рабочего процесса. Последняя модель представляет собой фактически виртуальный ЦСМТП, позволяющий проводить так называемые численные эксперименты. При этом возможно выполнять расчётные исследования по влиянию режимных и конструктивных параметров на энергетическую эффективность ЦСМТП, осуществлять параметрическую и структурную оптимизацию его проточной части.

Однако для того, чтобы признать результаты такого моделирования достоверными, необходима методика оценки адекватности виртуальных газодинамических моделей. Задача создания такой методики является актуальной и соответствует современным требованиям к этапам проектирования и доводки агрегатных турбоприводов.

В основе предлагаемой методики лежит сравнение результатов газодинамического расчёта ЦСМТП [4] с результатами натурного эксперимента того же ЦСМТП. Следует отметить, что численное моделирование позволяет достаточно легко задавать любой режим работы ЦСМТП, чего не скажешь о натурных испытаниях, где режим испытаний зачастую ограничен возможностями испытательного стенда. Кроме того, иногда конструкция стенда и условия его эксплуатации [5] позволяют проводить испытания только на фиксированных режимах работы турбопривода. Поэтому для оценки адекватности результатов расчёта целесообразно заранее иметь экспериментальные данные на различных режимах работы, в том числе на расчётном режиме. Затем следует «настроить» виртуальную модель ЦСМТП (рис. 1) по результатам эксперимента на расчётном режиме за счёт верного выбора конфигурации конечно-элементной модели потока и граничных

условий, после чего рассчитать КПД-характеристику турбопривода.

В данном исследовании «настройка» виртуальной модели ЦСМТП была проведена при степени понижения давления  $\pi_{\text{ТП}} = 5$  и параметре нагруженности  $Y_{\text{ТП}} = 0,22$ . Затем было выполнено определение значений мощностного КПД ЦСМТП при  $Y_{\text{ТП}} = 0,10; 0,16; 0,27; 0,33$ . Результат расчёта представлен на рис. 2. Здесь же приведены значения КПД, полученные экспериментальным путём.

Расчётные значения были аппроксимированы регрессионной моделью:  $\eta_{\text{ТП}} = -1,25 \cdot Y_{\text{ТП}}^2 + 2,1 \cdot Y_{\text{ТП}}$ , определяющей расчётную КПД-характеристику. Данная модель  $\eta_{\text{ТП}} = f(Y_{\text{ТП}})$  была проверена на адекватность экспериментальным данным и статистическую значимость по методике регрессионного анализа, предложенной в работе [6]. Данная методика, используя F-критерий Фишера, позволяет оценить адекватность регрессионной модели и статистическую значимость полученных с её помощью результатов.

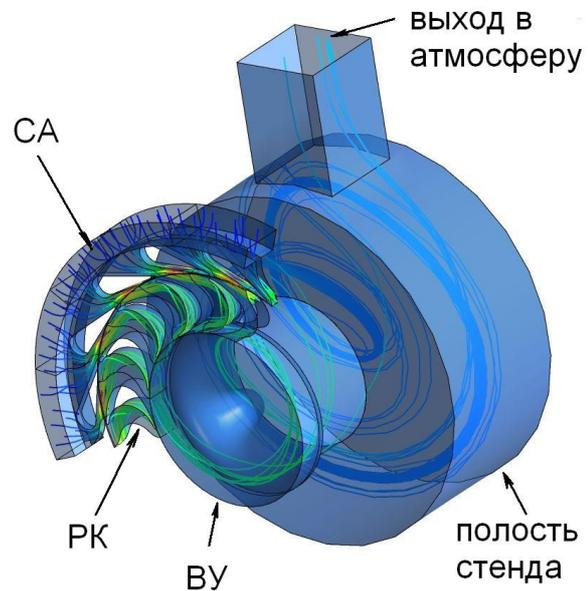


Рис. 1. Визуализация вихревого потока в CFD-модели ЦСМТП при  $Y_T = 0,1$

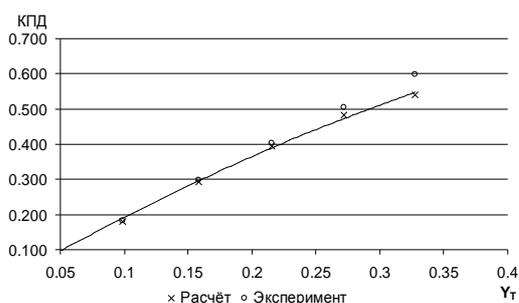


Рис. 2. Сравнение расчетных и экспериментальных КПД-характеристик ЦСМТП

Для оценки адекватности модели были использованы экспериментальные значения КПД, погрешности их определения на экспериментальном стенде, расчётные значения КПД, а также соответствующие им значения КПД, рассчитанные по выражению  $\eta_{ТП} = f(Y_{ТП})$ . Все данные сведены в табл. 1.

Таблица 1. Данные регрессионного анализа

$Y_{ТП}$	0	0,10	0,16	0,22	0,27	0,33
$\eta_{ТПэ}$	0	0,182	0,297	0,404	0,504	0,598
$\delta\eta_{ТПэ}, \%$	0	4,2	3,1	2,8	2,7	2,6
$\eta_{ТПр}$	0	0,180	0,292	0,396	0,483	0,54
$\eta_{ТПр}(Y_{ТП})$	0	0,190	0,296	0,388	0,473	0,547
$MS_{L\text{расч}}$	$10,428 \cdot 10^{-5}$					
$MS_e$	$1,294 \cdot 10^{-5}$					
$MS_{\text{расч}}$	$7,316 \cdot 10^{-5}$			$64,331 \cdot 10^{-5}$		
$F_{\text{адекватности}}$	$0,73 < 2,37$			$9,58 > 2,15$		
$MS_R$	0,08346			0,19974		
$F_{\text{значимости}}$	$184,29 > 3,84$			$46,85 > 3,84$		

По формуле

$$MS_{L\text{расч}} = \frac{\sum_{i=1}^m (h_{ТПр}(Y_{ТП})_i - h_{ТПрi})^2}{m - 3}$$

при  $m = 6$  вычислен средний квадрат ошибок, обусловленных неадекватностью квадратической математической модели. Ему соответствует число степеней свободы  $(m-3)$ , так как три степени свободы использовано для определения квадратичной математической модели.

По формуле

$$MS_e = \frac{\sum_{i=1}^m (h_{ТПэi} - \frac{1}{3} dh_{ТПэi})^2}{m}$$

при  $m = 6$  вычислен средний квадрат ошибок, обусловленных погрешностью эксперимента. Ему соответствует бесконечное число степеней свободы.

Затем по формуле

$$MS_{\text{расч}} = \frac{\sum_{i=1}^m (h_{ТПр}(Y_{ТП})_i - h_{ТПэi})^2}{m}$$

вычислен средний квадрат ошибок, вызванных отличием расчётной КПД-характеристики от экспериментальной. Ему соответствует  $m$  степеней свободы.

Наконец, по формуле

$$MS_R = \sum_{i=1}^m (h_{ТПр}(Y_{ТП})_i - \overline{h_{ТПр}}(Y_{ТП}))^2,$$

$$\text{где } \overline{h_{ТПр}}(Y_{ТП}) = \left( \sum_{i=1}^m h_{ТПр}(Y_{ТП})_i \right) / m,$$

определена сумма квадратов отличия всех значений КПД, рассчитанных по регрессионной модели, от их среднего значения. Ей соответствует одна степень свободы.

Далее вычислены критерии, характеризующие адекватность и статистическую значимость. Адекватность регрессионной модели экспериментальным данным характеризуется отношением среднего квадрата ошибок  $MS_{\text{расч}}$ , умноженного на число уровней, к сумме средних квадратов ошибок, регрессионной модели и эксперимента, также умноженных на соответствующее им число уровней:

$$F = \frac{MS_{\text{расч}} \cdot m}{MS_e \cdot m + MS_{L\text{расч}} \cdot (m - 3)} \left( \frac{m}{\infty} \right).$$

Расчётное значение F-критерия, вычисленное для шести уровней  $Y_{ТП}$ , составило 9,58, что больше табличного значения, которое для отношения числа степеней свободы  $6/\infty$  составляет 2,15. Соответственно ошибки, обусловленные разницей экспериментальных значений КПД и значений КПД, полученных по регрессионной модели, превышают ошибки регрессионной модели и эксперимента. Таким образом, для шести уровней  $Y_{ТП}$  данная модель неадекватна.

Анализ источника ошибок показал, что результаты расчёта и эксперимента совпадают с точностью до 2% относительные (отн.) в области малых значений параметра

нагруженности до  $Y_{ТП} = 0,25$ . В области  $Y_{ТП} > 0,25$  расхождение между экспериментальными и расчётными значениями КПД достигает 6% (отн.). Так, при  $Y_{ТП} = 0,1; 0,16; 0,22$  отличие расчётного КПД от экспериментального составило соответственно 1,2; 1,6; 1,8 % (отн.), а при  $Y_{ТП} = 0,27$  и  $0,33$  - соответственно 4,3 и 6,0% (отн.). При этом погрешность экспериментального определения КПД не превышает 4,2% (отн.). Поэтому одним из критериев достоверности расчёта является совпадение расчётных и экспериментальных точек в пределах полосы  $\pm 4,2\%$ . Такая ситуация наблюдается в диапазоне:  $Y_{ТП} = 0 - 0,25$ . В диапазоне:  $Y_{ТП} = 0,25 - 0,33$  отличие расчётных значений КПД от экспериментальных несколько превосходит погрешность эксперимента.

Поэтому было решено провести проверку адекватности регрессионной модели в области  $Y_{ТП} = 0 - 0,25$ , т.е. для четырёх первых уровней  $Y_{ТП}$ . Для этого было вычислено новое значение  $MS_{расч}$  для  $m=4$  (табл. 1), а также новое значение F-критерия:

$$F = \frac{MS_{расч} \cdot 4}{MS_e \cdot 4 + MS_{L,расч} \cdot (4 - 3)} = 0,37 \left( \frac{4}{\infty} \right).$$

Расчётное значение F-критерия, вычисленное для четырёх уровней  $Y_{ТП}$  (в диапазоне:  $Y_{ТП} = 0 - 0,25$ ), составило 0,37, что меньше табличного значения, которое для отношения числа степеней свободы  $4/\infty$  составляет 2,37. Соответственно ошибки, обусловленные разницей экспериментальных значений КПД и значений КПД, полученных по регрессионной модели, меньше ошибок самой регрессионной модели и эксперимента. Таким образом, в диапазоне параметра нагруженности:  $Y_{ТП} = 0 - 0,25$  регрессионная модель  $\eta_{ТП} = f(Y_{ТП})$  является адекватной экспериментальным данным.

Статистическая значимость регрессионной модели оценивается отношением суммы квадратов  $MS_R$  к сумме средних квадратов всех ошибок, умно-

женных на соответствующее число уровней:

$$F = \frac{MS_R}{MS_{L,расч} \cdot (m - 3) + MS_e \cdot m + MS_{расч} \cdot m} \left( \frac{1}{\infty} \right).$$

Расчётное значение F-критерия, вычисленное для четырёх уровней  $Y_{ТП}$  (в диапазоне адекватности регрессионной модели), составило 184,29, что больше табличного значения, которое для отношения числа степеней свободы  $1/\infty$  составляет 3,84. Таким образом, величина изменения КПД в диапазоне:  $Y_{ТП} = 0 - 0,25$  значительно превосходит сумму всех погрешностей. Поэтому регрессионная модель КПД-характеристики  $\eta_{ТП} = f(Y_{ТП})$  в области:  $Y_{ТП} = 0 - 0,25$  является статистически значимой.

Стоит отметить, что проверка в полном диапазоне:  $Y_{ТП} = 0 - 0,33$  (при  $m=6$ ) показала, что данная регрессионная модель также является статистически значимой, поскольку расчётное значение F-критерия 46,85 превосходит табличное (табл. 1).

В результате проведённых исследований можно сделать следующие выводы:

1. Полученная на основании газодинамического моделирования потока в ЦСМТП регрессионная модель КПД-характеристики:  $\eta_{ТП} = -1,25 \cdot Y_{ТП}^2 + 2,1 \cdot Y_{ТП}$  статистически значима и адекватна экспериментальным данным в диапазоне параметра нагруженности:  $Y_{ТП} = 0 - 0,25$ .

2. Методика формирования электронной модели потока ЦСМТП [4] в рассмотренном диапазоне режимных параметров может быть использована при исследовании влияния геометрических параметров на энергетическую эффективность ЦСМТП, а также при проведении параметрической и структурной оптимизации формы проточной части турбопривода.

### Библиографический список

1. Матвеев, В. Н. Экспериментальное определение влияния фактора масштабности на КПД микротурбин [Текст] / В.Н. Матвеев, Н.Ф. Мусаткин, Н. Т. Тихонов // Изв. вузов.: Авиационная техника. – №2. – 1997. – С. 65 – 69.

2. Наталевич, А. С. Воздушные микротурбины [Текст] / А. С. Наталевич – М.: Машиностроение, 1979. – 208 с.

3. Батури́н, О. В. Построение расчётных моделей в препроцессоре Gambit универсального программного комплекса Fluent [Текст]: учебное пособие / О. В. Батури́н, Н. В. Батури́н, В. Н. Матвеев. – Самара: Изд-во Самар. гос. аэрокосм. ун-та. – 2009. – 172 с.

4. Шаблий, Л. С. Электронная модель проточной части турбинного привода для её прямой оптимизации [Текст] / Л. С. Шаблий // Вестник Самарского государственного аэрокосмического университета имени академика С. П. Королёва. – № 3 (19). – Часть 2. – 2009. – С. 11-17.

5. Батури́н, О. В. Экспериментальное определение характеристик малоразмерной турбины [Текст]: метод. указания к лабораторной работе / О. В. Батури́н, В. Н. Матвеев, Л. С. Шаблий. – Самара: Изд-во Самар. гос. аэрокосм. ун-та. – 2009. – 35 с.

6. Дмитриева, И.Б. Методика регрессионного анализа экспериментальных и расчётных характеристик сопловых аппаратов центростремительных микротурбин [Текст]/ И. Б. Дмитриева, В. Н. Матвеев, С. А. Нечитайло // Сборник трудов международной научно-технической конференции «Проблемы и перспективы развития двигателестроения» – Самара. – 2006. – С. 265 – 269.

## ESTIMATION OF THE ADEQUACY OF ELECTRONIC FLOW MODEL AND EFFICIENCY CHARACTERISTIC OF SMALL CENTRIPETAL TURBINE DRIVE

© 2011 V. N. Matveev, L. S. Shabliy

Samara State Aerospace University named after academician S. P. Korolyov  
(National Research University)

A design efficiency characteristic of a centripetal microturbine drive has been obtained with the help of its electronic model constructed in the ANSYS CFX program complex. The adequacy of the design characteristic to the results of experimental investigations with the use of regression analysis has been assessed.

*Virtual model, microturbine drive, gas-dynamic research, regression analysis, adequacy and statistical significance.*

### Информация об авторах:

**Матвеев Валерий Николаевич**, д.т.н., профессор, заведующий кафедрой теории двигателей летательных аппаратов. Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С. П. Королёва (национальный исследовательский университет). Область научных интересов: лопаточные машины, турбоприводы, численные методы расчёта. E-mail: [tdla@ssau.ru](mailto:tdla@ssau.ru).

**Шаблий Леонид Сергеевич**, инженер кафедры теории двигателей летательных аппаратов, аспирант. Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С. П. Королёва (национальный исследовательский университет). Область научных интересов: лопаточные машины, турбоприводы, их выходные устройства, численные методы расчёта, гидрогазодинамика, программирование. E-mail: [shelbi-gt500@mail.ru](mailto:shelbi-gt500@mail.ru).

**Matveev Valeriy Nikolaevitch**, professor, head of the department of aircraft engine theory, Samara State Aerospace University named after academician S. P. Korolyov (National Research University), [tdla@ssau.ru](mailto:tdla@ssau.ru). Area of research: blade machines, turbo-drives, numerical calculations.

**Shabliy Leonid Sergeevitch**, engineer of the aircraft engine theory department, post-graduate student, Samara State Aerospace University named after academician S. P. Korolyov (National Research University), [shelbi-gt500@mail.ru](mailto:shelbi-gt500@mail.ru). Area of research: blade machines, turbo-drives, turbo-machine nozzles, hydro-gas-dynamics, numerical calculations, programming.

## ИССЛЕДОВАНИЕ ПРИМЕНИМОСТИ ТЕХНОЛОГИИ ЛАЗЕРНОЙ СТЕРЕОЛИТОГРАФИИ ДЛЯ ИЗГОТОВЛЕНИЯ ТУРБОПРИВОДОВ

© 2011 Л. С. Шаблий

Самарский государственный аэрокосмический университет  
имени академика С. П. Королёва  
(национальный исследовательский университет)

Выполнено исследование возможности применения прототипов, полученных по технологии лазерной стереолитографии, в качестве деталей натуральных малоразмерных турбоприводов. Проведено расчётное исследование с применением метода конечных элементов и экспериментальное – на специальном стенде. В результате установлена возможность применения таких прототипов в турбоприводах с ограничением частоты вращения ротора до уровня, при котором эквивалентные напряжения в деталях не превышают 40 МПа.

*Турбопривод, колесо рабочее, прототип, стереолитография лазерная, метод конечных элементов, стенд экспериментальный, напряжение эквивалентное.*

Технологии быстрого прототипирования (RP-технологии) существенно ускоряют время создания опытных образцов техники, поскольку позволяют пройти путь от чертежа до готового образца за несколько часов. Примером таких технологий является лазерная стереолитография [1]. Суть лазерной стереолитографии состоит в послойном отверждении жидкой олигомерной композиции лазерным лучом УФ-спектра. Отверждаемый слой скрепляется с предыдущим, и набор многочисленных слоёв формирует тело прототипа. Полученные образцы изотропны и по физическим свойствам сходны с изделиями, отлитыми из эпоксидной смолы [2]. Они применяются для визуализации (макетирования) и последующего изготовления литейных форм (как мастер-модель). Однако свойства материала (высокая прочность, низкая плотность) позволяют предположить, что детали, созданные по данной технологии, могут быть применены и в натуральных изделиях.

Малоразмерные турбоприводы (МТ) широко применяются в авиационной, космической, автомобильной промышленности, а также медицинской технике [3]. Их стоимость велика в том числе по причине технологических трудностей. Поэтому актуальна задача исследования

применимости дешёвых стереолитографических прототипов в качестве деталей МТ.

На сегодняшний день известны МТ, имеющие неметаллические детали из карболита и стеклотекстолита. Описание же использования стереолитографических деталей отсутствует. Их применение позволило бы быстро изменять конструкцию турбопривода при газодинамических исследованиях, уменьшать массу и стоимость изготовления, что могло бы снизить общую стоимость и время создания МТ.

В качестве объекта исследования было выбрано закрытое рабочее колесо (РК) лабораторного центростремительного малоразмерного турбопривода (ЦСМТП). ЦСМТП с закрытым РК обеспечивают КПД на 4 – 8% больший, чем ЦСМТП с полукрытым РК, а с точки зрения прочности это самый нагруженный элемент конструкции. Поэтому РК закрытого типа подходит для исследований возможности изготовления ЦСМТП по технологии лазерной стереолитографии. Запланированное исследование проводилось двумя способами: расчётным по методу конечных элементов (FEM) и экспериментальным на специально созданном стенде.

Для проведения расчётных FEM-исследований использовался комплекс Ansys Workbench 11-й версии. CAD-модель РК была создана в программе Gambit и затем импортирована в Design Modeler через универсальный формат Parasolid. Во вкладке Simulation на её основе была создана конечно-элементная модель РК (рис. 1).

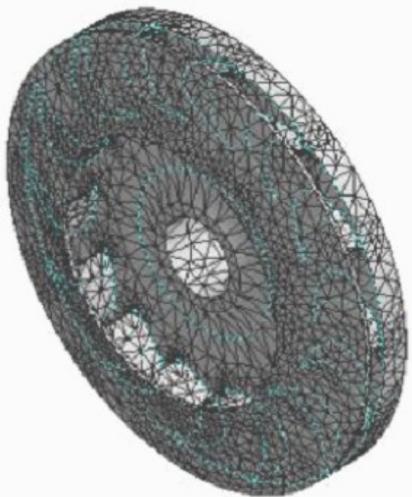


Рис. 1. Конечно-элементная модель РК ЦСМТП

Модель имела закрепление на двух торцевых поверхностях ступицы, поскольку в условиях эксплуатации она фиксируется по ним гайкой. На цилиндрическую поверхность центрального отверстия граничных условий не накладывалось, поскольку обычно РК монтируется на вал по скользящей посадке.

На лопатки РК действовали силы от набегающего газового потока, выходящего из соплового аппарата. На модели эти силы были заданы в разделе нагрузок (Loads) в виде равномерно распределённого на корытце лопаток давления (Pressure) при отсутствии давления на спинке. Величина давления была рассчитана, исходя из следующих соображений. Крутящий момент, развиваемый на колесе исследуемого лабораторного ЦСМТП,  $M_{кр} = 0,5 \text{ Н}\cdot\text{м}$ , число лопаток  $n = 14$ , диаметр на входе в РК  $D_{вх} = 50 \text{ мм}$ , диаметр на выходе из РК  $D_{вых} = 30 \text{ мм}$ . Радиус середины лопатки  $r_l$  (плечо газовой силы) равен

$$r_l = \frac{D_{вх}}{2} - \frac{D_{вх} - D_{вых}}{4} = \frac{50}{2} - \frac{50 - 30}{4} = 20 \text{ мм.}$$

Газовая сила на одну лопатку  $F_l$  равна

$$F_l = \frac{M_{кр}}{r_l \cdot n} = \frac{0,5}{0,02 \cdot 14} = 1,786 \text{ Н.}$$

При площади корытца лопатки  $A_{кор} = 38,9 \text{ мм}^2$  расчётное усилие соответствует избыточному давлению на корытце  $p$ , равному

$$p = \frac{F_l}{A_{кор}} = \frac{1,786}{38,9 \cdot 10^{-6}} = 45,9 \text{ кПа.}$$

Инерционная нагрузка была задана с помощью объекта Rotational Velocity вкладки Inertial. В качестве оси (Axis) была задана ось цилиндрической поверхности центрального отверстия РК в режиме Direction. Частота вращения задавалась  $50000 \text{ мин}^{-1}$  как предельная на лабораторном стенде.

Поскольку в библиотеке материалов Ansys отсутствовал исследуемый акриловый фотополимер, его свойства были заданы вручную, модификацией свойств полиэтилена. Материал «полиэтилен» (Polyethylene) был импортирован в проект (Engineering Data → Import Material), переименован (Rename) в Epoxy, и его свойства были отредактированы (таб. 1).

Таблица 1. Свойства исследуемого материала

Параметр	Значение
Модуль Юнга (Young's Modulus)	1070 МПа
Коэффициент Пуассона (Poisson's Ratio)	0,4
Плотность (Density)	1,1 г/см <sup>3</sup>
Предел прочности на растяжение (Tensile Ultimate Strength)	87 МПа

Для того, чтобы оценить, какую часть нагрузки создают газовые и инерционные силы, сначала был произведен расчёт с нагружением только газовыми силами, а затем – только инерционными. И, наконец, был произведен третий расчёт при нагружении обеими силами. При проведении расчётов с одной нагрузкой, вторая не удалялась из модели, а только «отключалась» с использованием опции Suppressed. Полученные в результате расчёта эквивалентные напряжения по-Мизесу (Equivalent (von-Mises) Stress) от газовых

сил оказались меньше инерционных более чем на порядок (43,6 МПа против 1,7 МПа). Поэтому сделанные упрощения по их условному приложению обоснованы. В результате расчёта было установлено, что самое нагруженное сечение – вту-

лочное сечение лопатки – имеет запас прочности 1,95. Следовательно, РК с большой вероятностью выдержит усилия, возникающие при работе ЦСМТП. Для проверки этой гипотезы был проведён эксперимент.

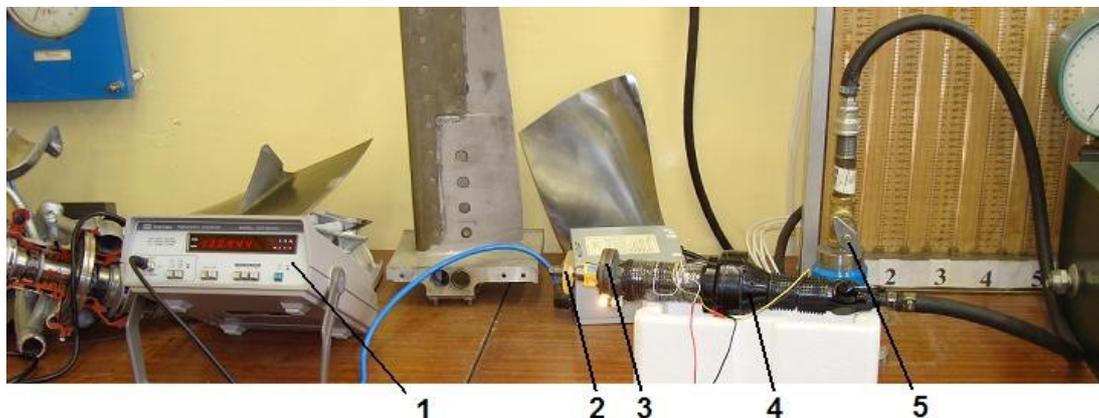


Рис. 2. Экспериментальный стенд: 1-частотомер, 2-испытываемый образец, 3-датчик частоты вращения, 4-пневмошлифовальная машина, 5-регулирующий кран

Поскольку согласно расчёту газовая нагрузка формирует только 4% от общего максимального напряжения, экспериментальное исследование было сосредоточено на инерциальной нагрузке.

Для её создания был разработан инерционный разрывной стенд (рис. 2). Его основой является промышленная пневмошлифовальная машинка 4 с отключённым регулятором частоты вращения. Частота вращения ротора регулируется вручную подачей воздуха краном 5 и регистрируется частотомером 1, подключённым к оптическому датчику частоты вращения 3 через усилитель.

Поскольку экспериментальный образец 2 при испытаниях может разрушиться, а разрыв маховиков происходит чаще всего на три части [4], то каждая часть массой приблизительно 3 грамма будет обладать скоростью порядка 130 м/с (скорость колеса на окружности), а его энергия в 25 Дж будет эквивалентна энергии тела массой 1 кг, упавшего с высоты 2,5 метра:

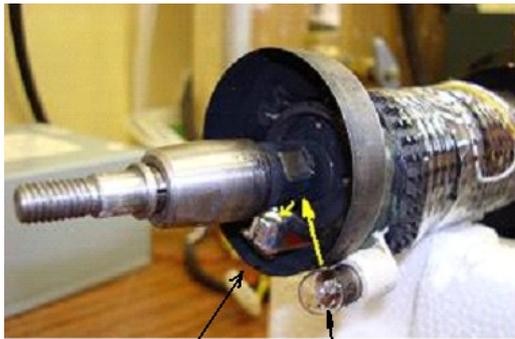
$$V = \frac{2p \cdot n \cdot r}{60} = \frac{2p \cdot 50000 \cdot 0,025}{60} = 130 \text{ м/с};$$

$$E = \frac{mV^2}{2} = \frac{0,003 \cdot 130^2}{2} = 25 \text{ Дж};$$

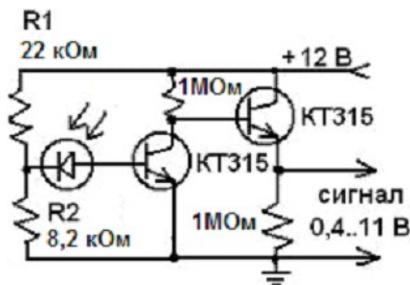
$$h = \frac{E}{m_0 g} = \frac{25}{1 \cdot 9,81} = 2,5 \text{ м}.$$

Поэтому во избежание травм и разрушения стенда последний был снабжён защитным кожухом.

Оптический датчик частоты вращения (рис. 3, а) работает следующим образом. Лампа 2 посылает внутрь корпуса через специальную щель узкий пучок света, попадающий на вал машинки. В этом месте вал имеет две плоские технологические лыски. Луч, отражаясь от полированной лыски, попадает на фотодиодный элемент 1. Чтобы снизить фоновую засветку и чётче выделить полезный сигнал, вся поверхность вала, кроме лысок, а также внутренняя поверхность корпуса датчика зачернены сажей, а фотодиод оклеен с боков светонепроницаемой фольгой. Это позволяет создать зону приёма сигнала, расположенную строго перпендикулярно световому лучу.



а



б

Рис. 3. Датчик частоты вращения: а - внешний вид, б - схема усилителя

При освещении фотодиода на его контактах возникает гальваническое напряжение 200 мВ. Этого недостаточно для регистрации частотомером, нижний порог чувствительности которого составляет 10 В. Поэтому применён двухкаскадный усилитель напряжения (рис. 3, б). Фотодиод включен в фоторезисторном режиме в цепь коллектора транзистора первого каскада. Для регулировки порога чувствительности, который определяется разницей темного и светового токов фотодиода, применён делитель напряжения на резисторах R1–R2.

На стенде были испытаны два образца (рис. 4), полученные с помощью технологии лазерной стереолитографии различными способами: один, выращенный вверх спинкой, а второй – вверх крышкой. Дело в том, что рост SLA-деталей начинается с так называемых подпорок – технологических элементов, на которых затем формируется основная деталь. По окончании процесса подпорки отламываются от детали, а оставшиеся корешки подпорок сошли-

фовываются. При этом возможно появление концентраторов напряжений.

Сначала было проведено испытание на усталостное разрушение. Образцы были подвержены вращению при частоте 37 000 мин<sup>-1</sup> в течение 10 минут, что сопоставимо со временем работы лабораторного стенда. Образцы выдержали инерционные нагрузки и нагрузки, возникающие при вращении вибрации без появления визуальных признаков разрушения (трещин, сколов).



Рис. 4. Образцы РК ЦСМТП

Далее были проведены разрывные испытания. Для регистрации частоты вращения разрыва кроме вышеописанной схемы измерения применялась высокоскоростная камера Photron SA-3. Видеозапись на скорости 15000 кадров в секунду позволила зафиксировать момент, непосредственно предшествующий разрушению, и определить частоту вращения по соотношению

$$n = \frac{t_{\text{кадра}} N_{\text{кадров}}}{N_{\text{оборотов}}},$$

где

$N_{\text{кадров}}$  – число снятых кадров,

$t_{\text{кадра}}$  – длительность одного кадра,

$N_{\text{оборотов}}$  – количество оборотов вала за всё время съёмки. Погрешность определения частоты вращения оценивается как

$$dn = k \sqrt{d^2 t_{\text{кадра}} + d^2 N_{\text{кадров}} + d^2 N_{\text{оборотов}}}.$$

Число кадров – величина дискретная, определяется с абсолютной точностью. Погрешность определения времени одного кадра для высокоскоростной камеры с пределом частоты съёмки 120'000 кадров в секунду при работе на режиме 15'000 кадров в секунду незначительна. Поэтому погрешность определения частоты вращения вычисляется, в основном, путём учёта погрешности визуального наблюдения числа оборотов вала:

$$dn \approx dN = \frac{\Delta N}{N} \cdot 100\%.$$

На РК были нанесены четыре метки, позволяющие определить положение РК с точностью до 1/8 оборота, при этом абсолютная погрешность составляет 1/8 оборота. Для того, чтобы уменьшить относительную погрешность, необходимо увеличить количество оборотов. Чтобы погрешность была менее 1%, было решено производить замеры не менее 20-ти оборотов. При этом погрешность определения частоты вращения составила:

$$dn = \frac{1/8}{20} \cdot 100\% = 0,6\%.$$

Полученные частоты разрыва (54000 мин<sup>-1</sup> для РК, выращенного вверх крышкой, и 45000 мин<sup>-1</sup> – вверх спинкой) соответствуют максимальным расчётным напряжениям 48 и 40 МПа. Разрушающие напряжения оказались почти вдвое меньше, чем предел прочности. Причиной этого могут быть различные факторы, как-то: изменение механических свойств материала из-за его старения, отсутствие учёта в расчёте вибрационных нагрузок, наличие дефектов в образцах. Однако целью данного исследования было не прочностное исследование стереолитографического материала, а определение применимости лазерной стереолитографии к изготовлению деталей турбоприводов в эксплуатационных условиях. Данная цель была достигнута с положительным результатом: стереолитографические прототипы могут успешно применяться как детали ЦСМТП с ограничением частоты их вращения до уровня, при котором эквивалентные напряжения в деталях не превышают 40 МПа.

Таким образом, в ходе данной работы была расчётным и экспериментальным путем изучена возможность

применения прототипов, полученных с помощью технологии лазерной стереолитографии, в ЦСМТП.

Поскольку вращающееся РК является самым нагруженным элементом ЦСМТП и стереолитографическая деталь выдерживает длительную работу на пониженной частоте вращения, то изготовление неподвижных стереолитографических деталей ЦСМТП возможно без ограничений. Это открывает широкие возможности для экспериментальных исследований новых малоразмерных лопаточных машин ввиду высокой скорости и низкой стоимости изготовления. Кроме того, при производстве закрытых РК лазерная стереолитография оказывается менее затратной, чем традиционные методы даже в мелкосерийном производстве. Однако шероховатость таких деталей существенно выше, и для определения влияния повышенной шероховатости на КПД ЦСМТП необходимо провести отдельное исследование.

#### Библиографический список

1. Евсеев, А. В. Лазерная стереолитография // Сборник трудов ИПЛИТ РАН [Текст] / А. В. Евсеев, В. С. Камаев, Е. В. Коцюба, М. А. Марков, М. М. Новиков, В. Я. Панченко. - Шатура: Ингерконтакт-Наука, 2005. - С. 40 – 42.
2. Панченко, В. Я. Лазерные технологии обработки материалов: современные проблемы фундаментальных исследований и прикладных разработок [Текст] // монография под ред. В. Я. Панченко. – М.: Физматлит, 2009. – 664 с.
3. Наталевич, А.С. Воздушные микро-турбины [Текст] / А. С. Наталевич. – Куйбышевск. авиац. ин-т. – М.: Машиностроение, 1979. – 208 с.
4. Гулиа, Н. В. Удивительная механика: в поисках «энергетической капсулы» [Текст] / Н. В. Гулиа. – М.: Издательская группа "ЭНАС", 2006.–175 с.

---

**ANALYSIS OF THE APPLICABILITY OF LASER STEREOLOGRAPHY  
TECHNOLOGY FOR THE PRODUCTION OF TURBODRIVES**

© 2011 L. S. Shabliy

Samara State Aerospace University named after academician S. P. Korolyov  
(National Research University)

The possibility of using prototypes produced by laser stereolithography as parts of small-sized turbodrives is analysed. Both calculation analysis using the finite element method and an experimental one – on a special test-bed-have been carried out. As a result, the possibility of using such prototypes in turbodrives with the rotor speed limitation up to the level at which equivalent stresses in the parts do not exceed 40 MPa was established.

*Turbodrive, impeller, prototype, laser stereolithography, finite element method, test-bed, equivalent stress.*

**Информация об авторах**

**Шаблий Леонид Сергеевич**, аспирант, инженер кафедры теории двигателей летательных аппаратов. Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С. П. Королёва (национальный исследовательский университет). Область научных интересов: лопаточные машины, турбоприводы и их выходные устройства, численные методы расчёта, гидрогазодинамика, программирование. E-mail: [afroaero@hotmail.ru](mailto:afroaero@hotmail.ru).

**Shabliy Leonid Sergeevitch**, engineer of the aircraft engine theory department, post-graduate student, Samara State Aerospace University named after academician S. P. Korolyov (National Research University), [shelbi-gt500@mail.ru](mailto:shelbi-gt500@mail.ru). Area of research: blade machines, turbo-drives, turbo-machine nozzles, hydro-gas-dynamics, numerical calculations, programming.

## ФОРМИРОВАНИЕ 3D ФОКАЛЬНОЙ ОБЛАСТИ С ЗАОСТРЕНИЕМ ДЛЯ ПРИЛОЖЕНИЙ МНОГОФОТОННОЙ ПОЛИМЕРИЗАЦИИ

© 2011 С. Н. Хонина<sup>1</sup>, В. С. Павельев<sup>2</sup>, Б. Н. Чичков<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Институт систем обработки изображений РАН

<sup>2</sup> Самарский государственный аэрокосмический университет  
имени академика С. П. Королёва (национальный исследовательский университет)

<sup>3</sup> Ганноверский лазерный центр (г. Ганновер, Германия)

В рамках скалярной теории дифракции с использованием параксиальной и непараксиальной моделей показано, что дополнение линзы слабым аксиконом или логарифмическим аксиконом позволяет придать фокальной области вид конуса, остриё которого имеет меньший поперечный размер, чем фокальное пятно отдельной линзы. Использование в качестве рабочей части этого заострённого конца при углублении остальной части фокуса в подложке позволит повысить разрешение в приложениях многофотонной полимеризации.

*Многофотонная полимеризация, аксикон, логарифмический аксикон, коническая фокальная область.*

### Введение

Технология литографии, основанная на эффекте многофотонной полимеризации, в последнее время зарекомендовала себя в качестве экономичной и гибкой технологии формирования трёхмерных микро- и наноструктур. Фокусировка излучения фемтосекундного лазера в объём фотополимера приводит в результате многофотонного поглощения к полимеризации в области, ограниченной определённым значением квадрата интенсивности излучения. В результате появляется возможность формирования трёхмерных структур практически произвольной топологии с субволновым разрешением (до 100-200 нм) [1–5].

В работе [6] было показано, что смещение центра области полимеризации относительно границы подложки и слоя фотополимера позволяет повысить разрешение до 65 нм. Высокое разрешение и относительно низкая стоимость процесса делают целесообразным применение технологии многофотонной полимеризации не только для изготовления трёхмерных структур (например, структурированных волноводов [4]), но и для формирования

микрорельефа дифракционных оптических элементов (ДОЭ) [7,8].

Таким образом, эта технология становится реальной альтернативой дорогостоящей технологии электронной литографии [9] и технологии прямой лазерной записи, разрешение которой ограничено длиной волны источника излучения [10, 11].

Трёхмерная конфигурация распределения квадрата интенсивности в фокальной области имеет большое значение для улучшения и расширения возможностей использования многофотонной полимеризации. В частности, вытянутый и имеющий острые концы «воксель» (объёмный световой элемент, формирующийся в фокальной области) позволяет повысить разрешение за счёт использования в качестве рабочей части именно заостренного конца при углублении остальной части в подложке [12].

Фокальная область при дополнении сферической линзы даже «слабым» собирающим аксиконом выглядит как конус, остриё которого имеет меньший поперечный размер, чем фокальное пятно отдельной линзы. Данный эффект связан с тем, что аксикон увеличивает числовую апер-

туру центральных лучей линзы и позволяет перенаправить их из фокальной плоскости ближе к плоскости линзы. В зависимости от параметров аксикона можно варьировать протяжённость и «остроту» формируемого конуса [13, 14].

Дополнение линзы аксиконом увеличивает числовую апертуру линзы на постоянную величину, что для высокоапертурных фокусирующих систем, как правило используемых для многофотонной полимеризации, сказывается только для лучей, проходящих через центральную часть (периферийная часть и так имеет числовую апертуру, близкую к предельной) [14].

Использование фокусирующих систем с высокой числовой апертурой позволяет достичь высокой концентрации энергии в фокальном пятне, размер которого уменьшается с ростом значения числовой апертуры. Однако при этом фокальный воксель становится менее вытянутым вдоль оптической оси и приобретает более закруглённую форму [12].

Таким образом, для приложений многофотонной полимеризации, с одной стороны, необходимо обеспечивать высокую концентрацию энергии, что делает неприемлемым использование кольцевых диафрагм [15] или других приёмов, приводящих к уменьшению поперечного размера фокальной области за счёт её существенного удлинения. С другой стороны, уменьшение глубины фокальной области в продольном направлении приводит к уширению её поперечного размера и уменьшению точности позиционирования при использовании в качестве рабочей части только края фокальной области.

Возможность достижения компромисса в описанной выше ситуации очевидна для высокоапертурных фокусирующих систем за счёт локального «усиления» только центральной части линзы дополнительным фазовым изменением (например, дифракционным фраксиконом [13] или дифракционным логарифмическим аксиконом [16, 17]).

В данной работе такая возможность рассмотрена в рамках скалярной теории и небольших значений числовой апертуры. Такой подход имеет смысл при использовании мощных лазерных излучений.

## 1. Моделирование в условиях параксиального приближения

### 1.1. Фокусировка гауссового пучка

Рассмотрим в параксиальном приближении фокусировку гауссового пучка с радиусом перетяжки  $s$

$$g(r) = \exp\left(-\frac{r^2}{s^2}\right) \quad (1)$$

линзой:

$$t_{ls}(r) = \exp\left(-ik\frac{r^2}{2f_0}\right) \quad (2)$$

с фокусным расстоянием  $f_0$ ;  $k = 2\pi / \lambda$  – волновое число,  $\lambda$  – длина волны излучения.

Для расчёта распространения поля в свободном пространстве воспользуемся преобразованием Френеля:

$$F(r, z) = \frac{k}{iz} \exp(ikz) \exp\left(\frac{ikr^2}{2z}\right) \times \int_0^R f(r) \exp\left(\frac{ikr^2}{2z}\right) J_0\left(\frac{kr r}{z}\right) r dr, \quad (3)$$

где

$$f(r) = g(r) \cdot t_{ls}(r), R – \text{радиус линзы.}$$

На рис. 1 приведены результаты расчёта с использованием (3) для гауссового пучка с длиной волны излучения  $\lambda = 532$  нм и радиусом перетяжки  $s = 0,5$  мм, сфокусированного линзой (2) радиусом  $R = 1$  мм и с фокусным расстоянием  $f_0 = 100$  мм.

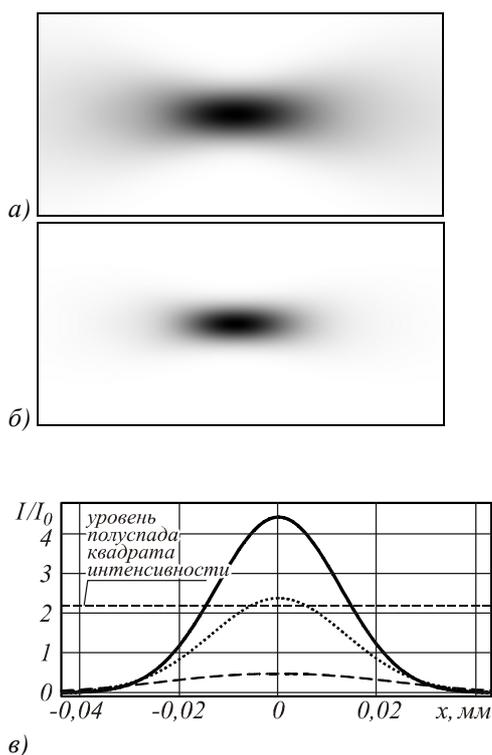


Рис. 1. Фокусировка гауссового пучка:

распределение интенсивности (а) и квадрата интенсивности в области

$$z \in [80 \text{ мм}, 120 \text{ мм}] \text{ (б)},$$

$$x \in [-0,1 \text{ мм}; 0,1 \text{ мм}],$$

распределение квадрата интенсивности в плоскостях

$$z = 100 \text{ мм (сплошная линия)},$$

$$z = 95 \text{ мм (точечная линия)},$$

$$z = 90 \text{ мм (пунктирная линия) (в)}$$

Как видно на рис. 1 в, хотя при удалении от плоскости фокусировки пучок уширяется, но размер вершины, превышающей некоторый уровень квадрата интенсивности, становится меньше. Полная ширина пучка по полуспаду квадрата интенсивности (FWHM2) в плоскости фокуса ( $z = 100 \text{ мм}$ ) равна  $0,0292 \text{ мм}$ , а в плоскости  $z = 95 \text{ мм}$   $FWHM2 = 0,011 \text{ мм}$ , т.е. почти в три раза меньше. Данный эффект может быть использован для приложений многофотонной полимеризации.

Для достижения меньших размеров рабочей области желательно, чтобы фокальная область имела более заострённые края. Однако слишком сильное вытягивание за счёт увеличения фокуса линзы или использования вместо неё аксикона приведёт к значительной потере энергии.

Компромиссным вариантом может быть дополнение линзы слабым аксиконом, которое позволяет формировать конусную форму фокальной области [13, 14].

Фазовая функция такой модифицированной линзы будет иметь вид:

$$t_{lsax}(r) = \exp\left(-ik \frac{r^2}{2f_0} - ik a_0 r\right), \quad (4)$$

где

$a_0$  – параметр, соответствующий числовой апертуре аксикона.

На рис. 2 приведены результаты расчёта, аналогичные приведённым на рис. 1, при использовании модифицированной линзы (4) с  $ka_0 = 10$ ,  $a_0 \approx 0,00085$ . Как видно на рис. 2, в данном случае фокальная область в отличие от обычной линзы имеет асимметричную форму.

Полная ширина пучка по полуспаду квадрата интенсивности в плоскости фокуса ( $z = 85 \text{ мм}$ ) равна  $0,0257 \text{ мм}$ , что примерно на 10% меньше, чем при использовании обычной линзы. Однако в пологой части фокальной области наблюдается более быстрое уширение, и в результате в плоскости  $z = 78 \text{ мм}$  происходит меньшее, чем ожидалось, сужение ( $FWHM2 = 0,012 \text{ мм}$ ).

### 1.2. Фокусировка равномерного пучка

При фокусировке плоской волны, ограниченной круглой диафрагмой радиусом  $R$ , картина в области фокуса будет иной, чем при использовании гауссового пучка. На рис. 3 приведены результаты моделирования фокусировки равномерного пучка обычной (2) и дополненной аксиконом (4) линзами с теми же параметрами, что были использованы в предыдущем разделе.

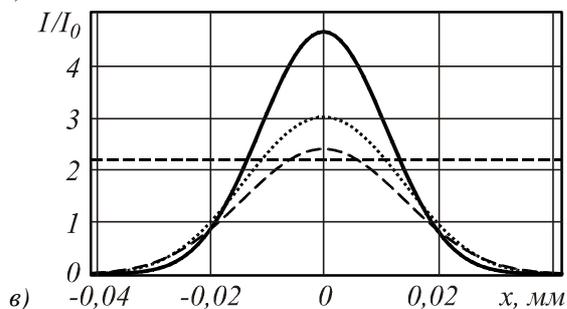
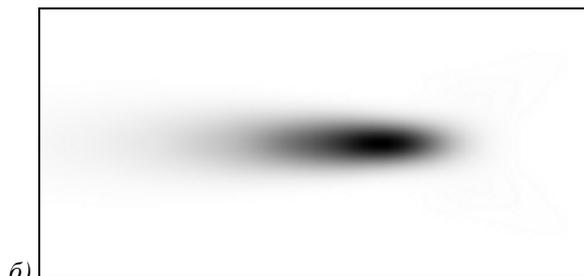
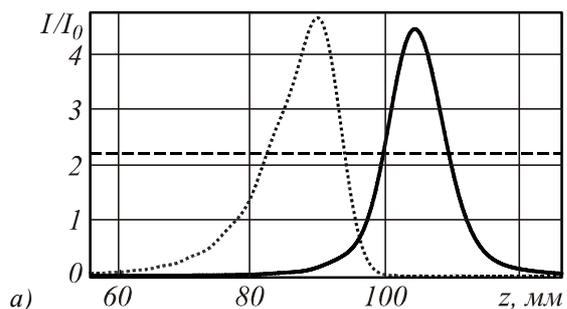


Рис. 2. Фокусировка гауссового пучка с помощью модифицированной линзы (4):

распределение квадрата интенсивности на оптической оси для обычной линзы (сплошная линия) и для модифицированной линзы (точечная линия) (а), в области  $z \in [60 \text{ мм}, 100 \text{ мм}]$ ,  $x \in [-0,1 \text{ мм}; 0,1 \text{ мм}]$  (б), в плоскостях  $z = 85 \text{ мм}$  (сплошная линия),  $z = 80 \text{ мм}$  (точечная линия),  $z = 78 \text{ мм}$  (пунктирная линия) (в)

Как видно из рис. 3, дополнение линзы аксиконом приводит к смещению фокального пятна и уменьшению его поперечного размера, а также изменению формы – теряется симметрия: пятно принимает заостренную форму и вытягивается. Таким образом, срез по полуспаду квадрата интенсивности фокальной области для модифицированной линзы приобретает более вытянутый в одном направлении вид, что позволяет ослабить требования к устройствам позиционирования.

На рис. 4 также видно, что изменение размера фокального пятна по полуспаду квадрата интенсивности для моди-

фицированной линзы является более медленным, а значит, в экспериментальной реализации будет достигнута лучшая точность.

## 2. Непараксиальное моделирование

Для расчёта действия короткофокусных линз воспользуемся методом разложения по плоским волнам. В случае наличия в задаче осевой симметрии расчёт распространения поля в свободном пространстве сводится к двойному интегралу:

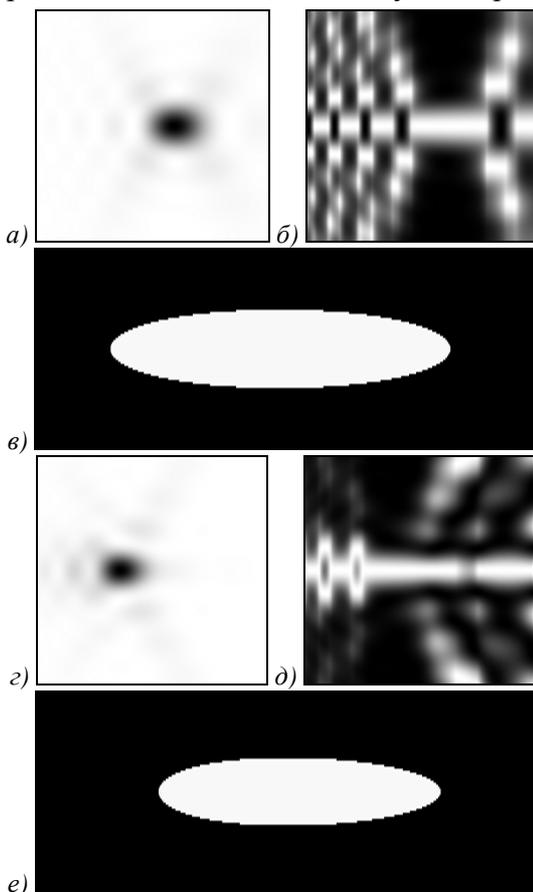


Рис. 3. Фокусировка равномерного пучка с помощью обычной линзы (2) (верхняя строка) и модифицированной линзы (4) (нижняя строка):

распределение интенсивности в области  $z \in [70 \text{ мм}, 120 \text{ мм}]$ ,  $x \in [-0,1 \text{ мм}; 0,1 \text{ мм}]$  (а), (г) и соответствующая топология (б), (д), а также срез по полуспаду квадрата интенсивности в области  $z \in [95 \text{ мм}, 105 \text{ мм}]$ ,  $x \in [-25 \text{ мм}; 25 \text{ мм}]$  (в), (е)

$$E(r, q, z) = ik^2 \int_0^{s_0} \left( \int_0^R f(r) J_0(ksr) r dr \right) \times \exp(ikz\sqrt{1-s^2}) J_0(ksr) s ds, \quad (5)$$

где диапазон пространственных частот  $s \leq 1$  соответствует распространяющимся волнам.

Заметим, что дополнение линзы аксиконом, рассмотренное в предыдущем разделе, увеличивает числовую апертуру линзы на постоянную величину [13, 14], что для высокоапертурных линз сказывается только для лучей, проходящих через центральную часть (если периферийная часть имеет числовую апертуру, близкую к предельной). Поэтому логичнее «усиливать» только центральную часть линзы, например, дифракционным фраксиконом [13]  $\exp(-iar^s)$ , где  $s < 1$ , или дифракционным логарифмическим аксиконом [16].

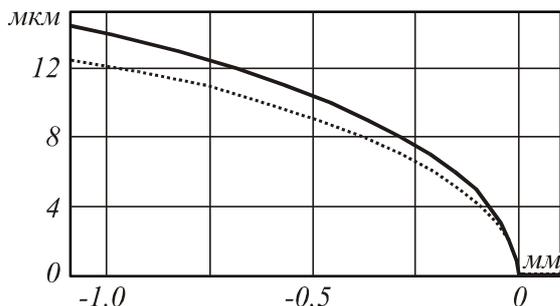


Рис. 4. Сравнение зависимости изменения размера фокального пятна по полуспаду квадрата интенсивности от расстояния до минимального краевого значения: для обычной линзы (сплошная линия) и модифицированной аксиконом линзы (точечная линия)

Дифракционный линейный аксикон  $t_{ax}(r) = \exp(-ika_0 r)$  имеет постоянную числовую апертуру, соответствующую параметру  $a_0$ . Так как линза в различных зонах преломляет лучи под разными углами, то числовая апертура линзы имеет зависимость от радиуса, которую можно определить следующим образом:

$$NA_{dl} = \sin \left[ \arctg \left( \frac{r}{f} \right) \right]. \quad (6)$$

На рис. 5 показано изменение числовой апертуры линзы (2) при дополнении её дифракционным логарифмическим аксиконом  $t_{lax}(r) = \exp(-ikg_0 \ln r)$ .

В таблице 1 показаны результаты фокусировки равномерного излучения, ограниченного круглой диафрагмой радиуса  $R = 1$  мм, с использованием трёх типов линз: обычной с фокусным расстоянием  $f_0 = 10$  мм, дополненной аксиконом с  $a_0 \approx 0,00085$  и дополненной логарифмическим аксиконом с  $g_0 = a_0$ .

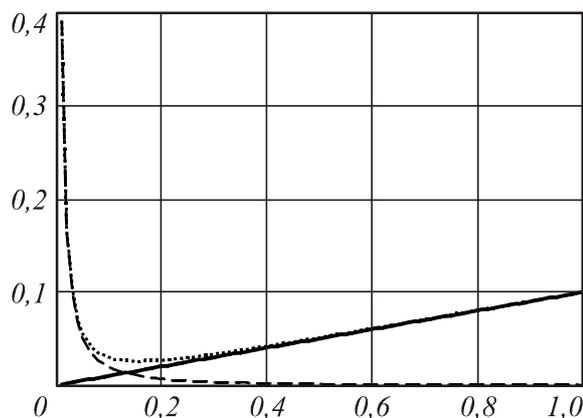
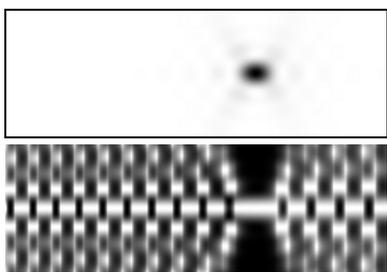
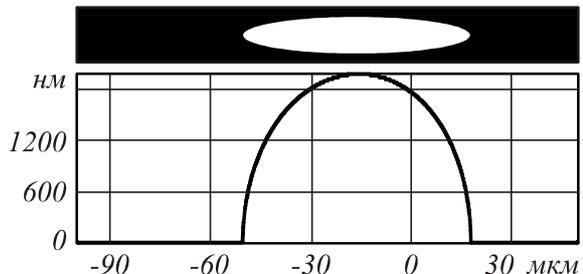
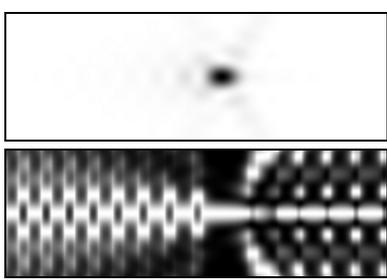
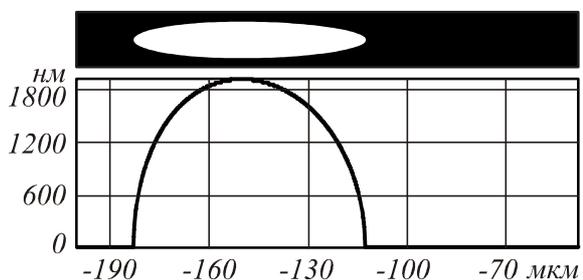
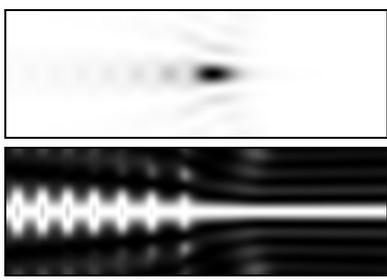
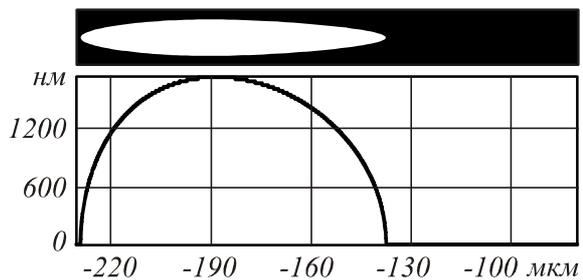


Рис. 5. Зависимость числовой апертуры линзы с  $NA_{dl} = 0,1$ , дополненной дифракционным логарифмическим аксиконом  $\exp(-i10 \ln r)$  от радиуса

На рис. 6, 7 показаны сравнительные зависимости размера фокального пятна по полуспаду квадрата интенсивности от смещения вдоль оптической оси – либо от плоскости фокуса (рис. 6), либо от краевой точки среза (рис. 7). Видно, что изменение размера фокального пятна по полуспаду квадрата интенсивности для линзы, дополненной логарифмическим аксиконом, является наилучшим из рассмотренных. При этом продольное смещение из плоскости фокуса на 1 мкм позволяет плавно изменять диаметр светового пятна, имеющий квадрат интенсивности выше определенного уровня, в пределах 300 нм.

Таблица 1. Фокусировка равномерного излучения, ограниченного круглой диафрагмой радиуса  $R = 1$  мм, с использованием трёх типов оптических элементов

Тип фокусирующего элемента	Интенсивность и топология в области $z \in [9 \text{ мм}; 10,5 \text{ мм}]$ , $x \in [-10 \text{ мм}; 10 \text{ мм}]$	Срез по полуспаду квадрата интенсивности в области $z \in [9,9 \text{ мм}; 10,05 \text{ мм}]$ , $x \in [-1,5 \text{ мм}; 1,5 \text{ мм}]$
Линза		
Линза + аксикон		
Линза + логарифмический аксикон		

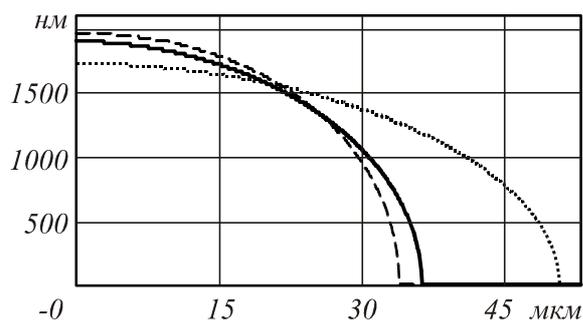


Рис. 6. Сравнение размера фокального пятна по полуспаду квадрата интенсивности в зависимости от расстояния до максимального значения: для линзы (пунктирная линия), для линзы, дополненной аксиконом (сплошная линия), для линзы, дополненной логарифмическим аксиконом (точечная линия)

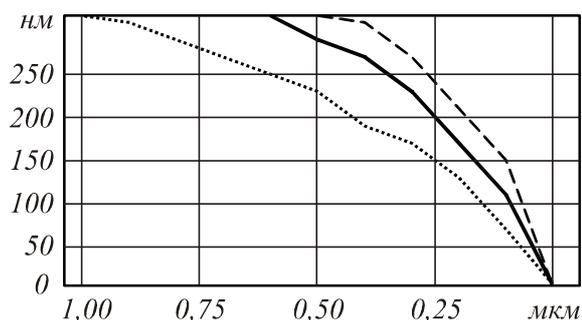


Рис. 7. Сравнение зависимости изменения размера фокального пятна по полуспаду квадрата интенсивности от расстояния до минимального краевого значения: для линзы (пунктирная линия), для линзы, дополненной аксиконом (сплошная линия), для линзы, дополненной логарифмическим аксиконом (точечная линия)

### Заключение

В работе в рамках скалярной теории дифракции с использованием параксиальной и непараксиальной моделей показано, что дополнение линзы слабым аксиконом позволяет изменить форму фокальной области для более удобного использования в приложениях многофотонной полимеризации. В этом случае фокальная область принимает вид конуса, остриё которого имеет меньший поперечный размер, чем фокальное пятно отдельной линзы. Такой вытянутый с одной стороны «воксель» позволяет повысить разрешение за счёт использования в качестве рабочей части именно заострённого конца при углублении остальной части в подложке.

При фокусировке гауссового пучка линзой, модифицированной аксиконом, формируется конус, остриё которого, однако, является очень резким по сравнению с фокусировкой равномерного излучения. Таким образом, использование равномерного пучка является предпочтительным не только для уменьшения размера фокального пятна, но и для ослабления требований к устройствам позиционирования.

Использование вместо классического конического аксикона для модификации формы фокальной области логарифмического аксикона позволяет получить конус с более вытянутым и тонким остриём. Применение такого подхода будет ещё эффективнее в случае использования фокусирующих систем с высоким значением числовой апертуры.

Однако, как показано в данной работе, низкоапертурные фокусирующие системы также позволяют формировать на краю фокальной области световые пятна, диаметр которых по уровню полуспада от максимума квадрата интенсивности в 5-7 раз меньше длины волны. Такой подход имеет смысл при использовании лазерного излучения высокой интенсивности. В частности, при использовании линзы с числовой апертурой 0,1 и слабого логарифмического аксикона для фокусировки равномерного излучения с длиной волны 532 нм продольное смещение из плоско-

сти фокуса на 1 мкм позволяет плавно изменять диаметр светового пятна в пределах 300 нм.

### Благодарности

Работа выполнена при поддержке российско-американской программы «Фундаментальные исследования и высшее образование» (грант CRDF PG08-014-1), грантов РФФИ 10-07-00109-а, 10-07-00438-а и гранта Президента РФ поддержки ведущих научных школ НШ-7414.2010.9.

### Библиографический список

1. Kawata, S. Finer features for functional microdevices / S. Kawata, H.B. Sun, T. Tanaka and K. Takada [Текст] // Nature. – 2001. – Т. 412(6848). – С. 697 – 698.
2. Cumpston, B.H. Two-photon polymerization initiators for three-dimensional optical data storage and microfabrication [Текст] / B.H. Cumpston, S.P. Ananthavel, S. Barlow, D.L. Dyer, J.E. Ehrlich, L.L. Erskine, A.A. Heikal, S.M. Kuebler, I.-Y. Sandy Lee, D. McCord-Maughon, J. Qin, H. Röske, M. Rumi, X.-L. Wu, S.R. Marder and J.W. Perry // Nature. – 1999. – Т. 398. – С. 51 – 54.
3. Maruo, S. Three-dimensional microfabrication with two-photon-absorbed photopolymerization [Текст] / S. Maruo, O. Nakamura and S. Kawata // Opt. Lett. – 1997. – Т. 22(2). – С. 132 – 134.
4. Serbin, J. Femtosecond laser-induced two-photon polymerization of inorganic-organic hybrid materials for applications in photonics [Текст] / J. Serbin, A. Egbert, A. Ostendorf, B.N. Chichkov, R. Houbertz, G. Domann, J. Schulz, C. Cronauer, L. Fröhlich and M. Popall // Opt. Lett. – 2003. – Т. 28(5). – С. 301 – 303.
5. Serbin, J. Fabrication of woodpile structures by two-photon polymerization and investigation of their optical properties [Текст] / J. Serbin, A. Ovsianikov, and B. Chichkov // Opt. Express. – 2004. – Т. 12(21). – С. 5221 – 5228.
6. Haske, W. 65 nm feature sizes using visible wavelength 3-D multiphoton lithography [Текст] / W. Haske, V.W. Chen,

- J.M. Hales, W. Dong, S. Barlow, S.R. Marder and J.W. Perry // *Opt. Express*. – 2007. – Т. 15(6). – С. 3426 – 3436.
7. Jia, B. Use of two-photon polymerization for continuous gray-level encoding of diffractive optical elements [Текст] / B. Jia, J. Serbin, H. Kim, B. Lee, J. Li and M. Gu // *Appl. Phys. Lett.* – 2007. – Т. 90. – С. 1 – 3.
8. Osipov, V.P. Realization of binary radial diffractive optical elements by two-photon polymerization technique [Текст] / V.P. Osipov, V.S. Pavelyev, D.G. Kachalov, A. Žukauskas and B.N. Chichkov // *Optics Express*. – 2010. – Т. 18. – С. 25808 – 25814.
9. Vasara, A. Binary surface-relief gratings for array illumination in digital optics [Текст] / A. Vasara, M.R. Taghizadeh, J. Turunen, J. Westerholm, E. Noponen, H. Ichikawa, J.M. Miller, T. Jaakkola and S. Kuisma // *Applied Optics*. – 1992. – Т. 31(17). – С. 3320 – 3336.
10. *Methods for Computer Design of Diffractive Optical Elements*. Ed. by V.A. Soifer [Текст]. – N.-Y.: John Wiley, 2002.
11. Korolkov, V.P. Zone-boundary optimization for direct laser writing of continuous-relief diffractive optical elements [Текст] / V.P. Korolkov, R.K. Nasyrov and R.V. Shimansky // *Appl. Opt.* – 2006. – Т. 45(1). – С. 53 – 62.
12. Sun, H.-B. Two-Photon Photopolymerization and 3D Lithographic Microfabrication [Text] / H.-B. Sun, S. Kawata // *APS*. – 2004. – Т. 170. – С. 169 – 273.
13. Хонина, С.Н. Фраксикон – дифракционный оптический элемент с конической фокальной областью [Текст] / С.Н. Хонина, С.Г. Волоотовский // *Компьютерная оптика*. – 2009. – Т. 33, № 4. – С. 401 – 411.
14. Хонина, С.Н. Исследование применения аксиконов в высокоапертурной фокусирующей системе [Текст] / С.Н. Хонина, С.Г. Волоотовский // *Компьютерная оптика*. – 2010. – Т. 34, № 1. – С. 35 – 51.
15. Quabis, S. Focusing light to a tighter spot [Текст] / S. Quabis, R. Dorn, M. Eberler, O. Glockl and G. Leuchs // *Opt. Commun.* – 2000. – Т. 179. – С. 1 – 7.
16. Sochacki, J. Annular-aperture logarithmic axicon [Текст] / J. Sochacki, Z. Jaroszewicz, L.R. Staronski and A. Kołodziejczyk // *J. Opt. Soc. Am. A*. – 1993. – Т. 10. – С. 1765 – 1768.
17. Хонина, С.Н. Сравнительный анализ распределений интенсивности, формируемых дифракционным аксиконом и дифракционным логарифмическим аксиконом [Текст] / С.Н. Хонина, С.А. Балалаев // *Компьютерная оптика*. – 2009. – Т. 33, № 2. – С. 162 – 174.

## FORMATION OF 3D FOCAL DOMAIN WITH PEAK FOR APPLICATIONS OF MULTIPHOTON POLYMERIZATION

© 2011 S. N. Khonina<sup>1</sup>, V. S. Pavelyev<sup>2</sup>, B. N. Chichkov<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Image Processing Systems Institute of the Russian Academy of Sciences

<sup>2</sup>Samara State Aerospace University named after academician S. P. Korolyov  
(National Research University)

<sup>3</sup>Hannover Laser Center (Hannover, Germany)

The scalar diffractive theory (in paraxial and non-paraxial cases) has been used for the investigation of focal domain for lens+axicon and lens+logarithmic axicon optical systems. It was shown that focal domain has a peak with a subwavelength feature size. The use of this peak with shifting of the remaining part of the focal domain into the substrate makes it possible to improve the resolution for applications of multiphoton polymerization.

*Multiphoton polymerization, axicon, logarithmic axicon, conical focal domain.*

**Информация об авторах**

**Хонина Светлана Николаевна**, доктор физико-математических наук, ведущий научный сотрудник института систем обработки изображений РАН. Область научных интересов: дифракционная оптика, сингулярная оптика, модовые и поляризационные преобразования, оптическое манипулирование, оптическая и цифровая обработка изображений. E-mail: [khonina@smr.ru](mailto:khonina@smr.ru)

**Павельев Владимир Сергеевич**, доктор физико-математических наук, заведующий кафедрой наноинженерии. Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С. П. Королёва (национальный исследовательский университет). Область научных интересов: дифракционная микрооптика и оптические волноводы, нанофотоника и синтез оптических метаматериалов, технологии формирования микро- и наноструктур. E-mail: [nano@ssau.ru](mailto:nano@ssau.ru).

**Чичков Борис Николаевич**, доктор наук (Dr.Habil.), профессор, начальник отдела нанотехнологий Ганноверского лазерного центра LZH (г. Ганновер, Германия). Область научных интересов: дифракционная микрооптика и оптические волноводы, лазерные технологии формирования микро- и наноструктур. E-mail: [b.chichkov@lzh.de](mailto:b.chichkov@lzh.de).

**Khonina Svetlana Nikolaevna**, doctor of physical and mathematical sciences, leading researcher, Image Processing Systems Institute of the Russian Academy of Sciences, [khonina@smr.ru](mailto:khonina@smr.ru). Area of research: diffractive optics, singular optics, mode and polarization transformations, optical manipulating, optical and digital image processing.

**Pavelyev Vladimir Sergeevitch**, doctor of physical and mathematical sciences, head of the nanoengineering department, Samara State Aerospace University named after academician S. P. Korolyov (National Research University), [nano@ssau.ru](mailto:nano@ssau.ru). Area of research: diffractive microoptics, optical waveguides, nanophotonics, synthesis of optical metamaterials, technologies for the forming of micro- and nanostructures.

**Chichkov Boris Nikolaevitch**, doctor of sciences (Dr. Habil.), professor, head of the nanotechnology department, Hannover Laser Center (Hannover, Germany), [b.chichkov@lzh.de](mailto:b.chichkov@lzh.de). Area of research: diffractive microoptics, optical waveguides, laser technologies for the forming of micro- and nanostructures.

## ДИНАМИЧЕСКОЕ ПОЗИЦИОНИРОВАНИЕ ОБИТАЕМОГО ПОДВОДНОГО АППАРАТА НАД ОБЪЕКТОМ РАБОТ

© 2011 А. В. Алексеев, А. Л. Оленин, Г. В. Смирнов, А. Н. Фендриков

Институт океанологии им. П. П. Ширшова РАН

Рассмотрена возможность создания системы динамического позиционирования обитаемых подводных аппаратов над объектом работ, являющейся составной частью навигационной системы обитаемого подводного аппарата.

*Обитаемые подводные аппараты, система динамического позиционирования.*

### Введение

В последние десятилетия в океанологии существенно изменилась система сбора экспериментальных данных об изменчивости параметров гидрофизических полей в океане. Если раньше основным средством сбора экспериментальных данных было научно-исследовательское судно, то в настоящее время появились принципиально новые средства и методы проведения исследований в океане, сформировавшие многокомпонентную информационную систему. Такая система включает в себя научно-исследовательские суда с их развитым современным научным оборудованием; автономные буйковые станции; дрейфтерные буйковые станции; донные станции и подводные обсерватории; дистанционные измерительные приборы, устанавливаемые на самолетах и спутниках; обитаемые и необитаемые подводные аппараты. При этом следует отметить, что создание последних ознаменовало появление принципиально новых средств изучения океана [1,2].

Обитаемые подводные аппараты (ОПА) позволили решить сложнейшую задачу экспериментальной океанологии – приближение исследователя к объекту наблюдения. Актуальность решения этой проблемы в том, что даже самая совершенная аппаратура не позволяет проводить непосредственное наблюдение различных явлений и объектов на расстоянии нескольких километров. Создание подводных обитаемых аппаратов было на-

столько привлекательно и убедительно, что в 60 – 80 годы прошлого века мир переживал «океанический бум». За пятнадцать лет с 1960 по 1975 годы в мире было построено более 100 подводных обитаемых аппаратов. Наибольшее количество подводных аппаратов построено в США, Франции, Японии и СССР (России). Наиболее удачными глубоководными обитаемыми аппаратами (ГОА), построенными в США, являются: «Элвин», «Си Клифф», «Тертл», «Джонсон Си Линк» и ряд других. В Советском Союзе в начале 80-х годов в конструкторском бюро Института океанологии им. П. П. Ширшова РАН был построен и сдан в эксплуатацию ОПА «Аргус» с глубиной погружения 600 метров. Из реализованных в России проектов следует отметить подводный аппарат «Оса», который был предназначен для работ на глубинах до 600 метров и оснащён движительным комплексом, обеспечивающим управляемость по всем шести координатам в пространстве. В принципе, это можно считать первым опытом создания системы динамического позиционирования ОПА над выбранным объектом работ.

В последнее десятилетие в нашей стране введены в строй два глубоководных ОПА «Русь» и «Консул», которые по своим техническим характеристикам соответствуют и даже опережают зарубежные и ранее построенные отечественные аналоги.

Наиболее полные и интересные результаты исследуемых явлений в придонном слое океана, принципиально отличающиеся от существующих в настоящее время представлений, были получены при исследовании гидротермальных полей океана глубоководными ОПА «Мир-1» и «Мир-2». Именно результаты многолетних исследований природных явлений на дне океана показали, что глубоководные ОПА являются наиболее эффективным средством для экспериментальных подводных исследований.

Опыт эксплуатации имеющихся в мире ОПА позволил выявить их достоинства и недостатки. На основе этого опыта сегодня сформулированы направления дальнейшего развития ОПА, которые в существенной степени определяются достижениями науки, техники и современных технологий в следующих областях знаний: системы энергообеспечения; материалы и конструкции; системы навигации; вычислительные средства и радиоэлектроника; манипуляционно-технологическое оборудование; средства освещения внешней (забортной) обстановки ОПА; динамическое позиционирование ОПА над объектом работ.

По системам энергообеспечения можно отметить, что к настоящему времени на ОПА предпочтительно использовать никель-кадмиевые аккумуляторы. Перспективными для новых проектов и строительства ОПА являются радиоизотопные источники энергии и ядерные энергетические установки.

### **Материалы и конструкции ОПА**

Традиционными конструкционными материалами на ближайшие 20 лет останутся сложнелегированные сплавы, высокопрочные стали, титановые и алюминиевые сплавы для производства прочных корпусов ОПА. В перспективе возможно применение композиционных конструктивных материалов на основе терморезистивных и термопластичных связующих.

Системы навигации современных обитаемых подводных аппаратов вклю-

чают в себя средства автономной (бортовой), гидроакустической и спутниковой навигации. Все эти направления активно развиваются и достаточно полно представлены в работах [3,4].

Актуальными остаются проблемы оснащения ОПА манипуляционно-технологическим оборудованием, средствами освещения подводной (забортной) обстановки и динамического позиционирования аппаратов над объектом работ. Первые две проблемы частично рассматривались в работах [5,6].

В предлагаемой работе рассматривается один из возможных вариантов создания системы динамического позиционирования обитаемого подводного аппарата над объектом работ.

### **Необходимость динамического позиционирования ОПА**

Динамическое позиционирование надводных судов и их стабилизация в заданной точке пространства широко используется на научно-исследовательских судах, буровых и судоподъемных платформах. Накоплен богатейший опыт в создании систем динамического позиционирования над объектом работ надводных судов, позволяющий превращать надводное судно или буровое судно в неподвижную платформу над объектом работ.

Механически перенести опыт динамического позиционирования надводных судов на ОПА с заданными координатами в пространстве не представляется возможным по следующим причинам.

ОПА является свободноплавающим объектом с шестью степенями свободы – три линейных перемещения и три вращения относительно осей пространственной системы координат. Все пространственные эволюции ОПА в водной среде могут быть сведены к двум основным режимам движения – глобальному перемещению от исходной позиции к объекту и локальному маневрированию над объектом. Если в первом режиме преобладают поступательные и сравнительно прямолинейные перемещения, то во втором предпочти-

тельных перемещений не существует. По всем шести координатам ОПА перемещается равноправно и не существует преимуществ какой-либо координаты.

ОПА как свободно плавающее тело воспринимает многочисленные силовые возмущения со стороны среды и работающего оборудования. Поскольку вектор возмущений сложно предсказуем, то ручным управлением удерживать ОПА, даже с совершенным движительным комплексом, практически невозможно. Необходима система динамического позиционирования ОПА над объектом работ, ибо без неё подводные аппараты становятся наблюдательными камерами с крайне ограниченными возможностями выполнения работ с использованием манипуляторов или других устройств и инструментов.

#### **Предпосылки к решению задачи динамического позиционирования**

Для решения задачи динамического позиционирования ОПА необходимо выполнить ряд требований, связанных с фундаментальными понятиями современной теории управления – устойчивость и управляемость по всем шести степеням свободы ОПА в пространстве. Устойчивость – свойство многомерной системы возвращаться в исходное состояние после вывода её из этого состояния и последующего прекращения воздействия внешнего возмущения. Управляемость – возможность перевода системы из одного состояния в другое путём приложения некоторого управляющего воздействия.

Из сказанного следует вывод, что система динамического позиционирования многомерного объекта управления (ОПА) по каждой степени свободы в пространстве должна обеспечивать устойчивость и управляемость.

Сформулированные требования могут быть выполнены при условии правильного выбора и распределения динамических характеристик движителей движительного комплекса. Быстродействие движителей становится основой реализации требуемого быстродействия ОПА

по каждой координате. При этом необходимо учитывать, что гидродинамические характеристики ОПА по каждой координате различны, что особенно важно при анализе динамических характеристик движителей.

ОПА как объект, положение которого в пространстве определяется шестью степенями свободы, должен иметь для формирования пространственного вектора суммарного упора не менее шести движителей. Последние должны располагаться таким образом, чтобы обеспечить формирование суммарного вектора упора в полной сфере пространства. Однако из-за ряда функциональных и конструктивных причин сложно расположить шесть движителей на ОПА так, чтобы они контролировали любые перемещения аппарата в пространстве. На самом деле для решения этой задачи требуется большее количество движителей, что и определяет необходимую избыточность движительного комплекса. Кроме того, необходимо учесть, что помимо контроля перемещения ОПА существует требование по быстродействию всего движительного комплекса.

Система динамического позиционирования ОПА должна обеспечить его практическую неподвижность над объектом работ при воздействии на него внешних возмущений (течений, волновых процессов, сил, формируемых в ходе работы манипуляторов, различных приборов и механизмов, используемых при выполнении работ). Адаптация движительного комплекса ОПА к внешним воздействиям возможна при условии, что его подсистемы обладают определённой избыточностью. Высокая степень избыточности позволяет обеспечить создание высокой «жизнеспособности», универсальности и качественного функционирования системы динамического позиционирования ОПА над объектом работ.

Существенным ограничением избыточности подсистем являются технические возможности их реализации и экономической целесообразности. Процесс выбора избыточности по системам дол-

жен быть компромиссным, учитывающим сферу функционирования, среду обитания, надёжность и безопасность жизни ОПА как технической системы. Выбору достаточной степени избыточности необходимо уделить специальное внимание, выработав некоторый логистический подход.

В работе [7] был предложен обобщённый подход к выбору структуры движительного комплекса подводного аппарата в виде выпуклых правильных многогранников: тетраэдр, куб, октаэдр, додекаэдр и т.д.

Варианты таких структур движительного комплекса приведены на рис.1. В вершинах многогранников размещаются

двигатели. При этом подходе любой подводный аппарат в зависимости от числа и расположения двигателей может быть представлен соответствующей объемной фигурой, что упрощает аналитические операции с движительным комплексом. При рассмотрении степени избыточности движительного комплекса следует учитывать, что избыточность может быть увеличена как количеством двигателей, так и числом степеней их свободы. Если создаваемый двигателем вектор упора может изменять его направление, то это увеличит степень избыточности движительного комплекса без увеличения числа двигателей [7].

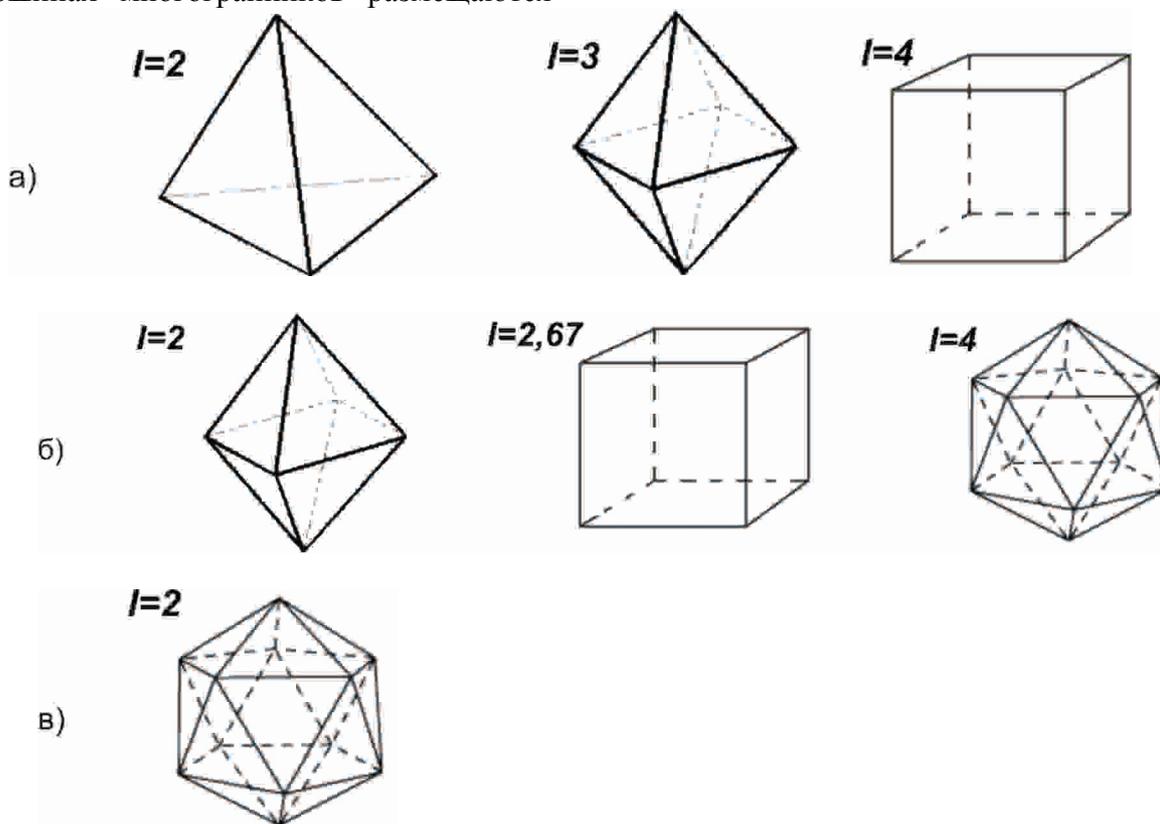


Рис.1. Варианты структур движительного комплекса (I – избыточность движительного комплекса):  
 а) двигатели поворотные в двух плоскостях;  
 б) двигатели поворотные в одной плоскости;  
 в) неподвижные двигатели

Кроме того, для возможности выявления и анализа роли каждого из движителей, контроля его влияния и степени участия в формировании результирующего вектора упора целесообразно ввести базовую и дополнительные системы координат. Базовая система координат своим началом совмещается с центром тяжести ОПА, а дополнительные системы координат помещаются началом в точке приложения вектора упора каждого движителя, что позволяет выделить каждый движитель и создаваемый им упор как по модулю, так и по направлению. Математическая модель такой движительной системы позволяет сформировать управление упором каждого движителя и дать возможность решить задачу адаптации системы к изменяющимся условиям.

На рис. 1 представлены варианты движительных комплексов и приведены значения коэффициентов избыточности для каждого варианта. Предложенный метод выбора структуры движительного комплекса с размещением движителей в вершинах выбранных многогранников позволяет обеспечить нормальное функционирование системы динамического позиционирования ОПА за счёт выбора оптимального значения избыточности движительного комплекса.

### **Система динамического позиционирования ОПА**

Создание системы динамического позиционирования ОПА над объектом работ обусловлено необходимостью решения следующих задач:

- расширение фронта работ, которые могут быть выполнены с борта ОПА,
- сокращение времени, необходимого для выполнения работ,
- повышение безопасности проведения работ за счёт динамического позиционирования ОПА, т.е. придания ему на время выполнения работ качества неподвижной платформы в условиях воздействия на него внешних возмущений, вызванных природными явлениями или ра-

ботой манипуляционно-технологического комплекса [2, 8].

Для реализации поставленных задач авторами разработана система динамического позиционирования ОПА над объектом работ, являющаяся составной частью навигационной системы ОПА. На рис. 2 приведена её структурная схема. Из средств обеспечения динамического позиционирования ОПА над объектом работ, входящих в систему, скомпонованы две подсистемы – подсистема контроля положения ОПА в пространстве над объектом работ по акустическим маякам и движительная подсистема.

Далее мы рассмотрим реальную структурную схему октаэдрического типа для динамического позиционирования ОПА над объектом работ. На проектирование такой схемы было разработано техническое задание. Информация о составе и конструкции подсистемы контроля положения подводного аппарата над объектом работ по акустическим маякам, вариант построения и компоновки элементов движительной подсистемы приведены в качестве примера решения этой задачи.

Подсистема контроля положения ОПА над объектом работ является частью навигационной системы ОПА и включает в себя акустические маяки (1.1, 1.2, ..., 1.n), которые предварительно устанавливаются в районе работ. Блок предварительной обработки информации анализирует отклонение обитаемого подводного аппарата от заданного оператором положения над объектом работ.

Движительная подсистема включает в себя шесть винтовых движителей (2.1, 2.3, ..., 2.6), расположенных в вершинах октаэдра, и двенадцать подруливающих движителей (3.1, 3.2, ..., 3.n), построенных на принципе, позволяющем использовать морскую среду, в которой движется судно как рабочее тело [9]. В выбранных подруливающих движителях отсутствует механическая ступень в передаче энергии движителя окружающей среде (винт судна), они имеют максимальное согласование параметров источника энергии (элек-

трического) с нагрузочными характери- стиками устройств потребления (приво-

да), органично встраиваются в движи- тельную подсистему ОПА.

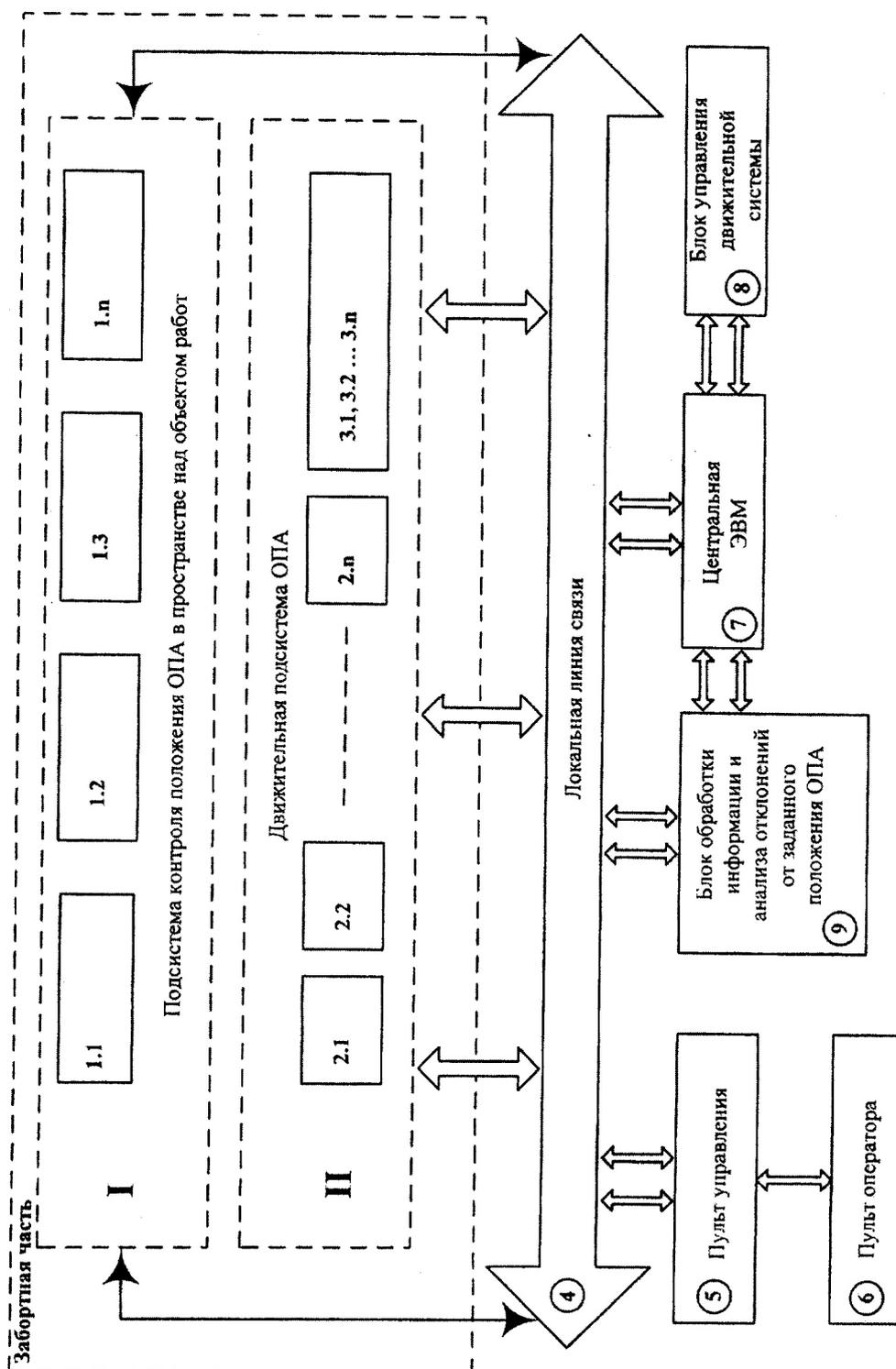


Рис.2. Структурная схема системы динамического позиционирования ОПА

Подруливающие движители распо- лагаются попарно в непосредственной

близости с каждым винтовым движителем с двух сторон в одной плоскости, положе-

ние которой определяется при швартовых испытаниях ОПА в начале работ или после переоборудования подводного аппарата, изменившего его внешнюю конфигурацию. Подруливающие движители осуществляют корректировку направления вектора упора винтового движителя.

Основным элементом системы динамического позиционирования ОПА является центральная ЭВМ (7), обеспечивающая вывод информации блока предварительной обработки. Блок предварительной обработки анализирует отклонение подводного аппарата от заданного оператором положения над объектом работ (9) и передаёт соответствующую информацию на пульт управления всей системой (5) и на пульт оператора (6). По команде оператора через локальную линию связи (4) подаётся соответствующая информация о принятом решении в блок управления движительной подсистемой (8), обеспечивающей динамическое позиционирование, т.е. удержание ОПА в состоянии неподвижной платформы в заданном оператором положении над объектом работ. Работы проводятся в районе, предварительно оборудованном акустическими маяками.

Созданная система динамического позиционирования ОПА над объектом работ позволяет обеспечить требуемое быстродействие для отработки возникающих сигналов рассогласования – отклонений от заданного положения, т.е. адаптации движительного комплекса ОПА к возмущающим воздействиям внешней среды, манипуляционно-технологического комплекса и другого судового оборудования.

Методика проведения подводно-технических работ ОПА, оснащённого системой динамического позиционирования, заключается в следующем:

- в районе нахождения объекта работ оператор ОПА выполняет съёмку рельефа дна,
- расставляет акустические маяки,
- устанавливает ОПА в положение, удобное для производства работ,

- даёт команду системе динамического позиционирования запомнить положение ОПА по отношению к маякам и осуществлять удержание ОПА в заданном положении при внешних воздействиях, вызванных природными явлениями или работой устройств манипуляционно-технологического комплекса.

### Библиографический список

1. Смирнов, Г.В. Океанология: средства и методы океанологических исследований [Текст]/ Г.В. Смирнов, В.Н. Еремеев, М.Д. Агеев, Г.К. Коротаев, В.С. Ястребов, С.В. Мотыжев; Междунар. ассоц. акад. наук ; Нац. акад. наук Украины. - М.: Наука, 2005, - 795 с. - ISBN 5-02-033669-6 (в пер.).

2. Пат. 2399552 Российская Федерация, МПК В 63 G 8/00 (2006.01). Способ производства подводных работ и обитаемый подводный комплекс для его осуществления [Текст]/ Смирнов Г.В., Фендриков А.Н.; заявители и патентообладатели Смирнов Г.В., Фендриков А.Н. -№ 2008131991/11; заявл. 01.08.2008; опубл. 20.09.2010, Бюл.№ 26.-2 с.

3. Парамонов, А.А. Гидроакустическая навигационная система с ультракороткой базой для глубоководного буксируемого комплекса «Мезоскан» [Текст]/ А.А. Парамонов, Н.А. Римский-Корсаков, В.А. Сычев // материалы VIII международной научно-технической конференции «Современные методы и средства океанологических исследований» / М.: ИО им. П. П. Ширшова РАН, 2003. - Ч.П. - С.231-237.

4. Парамонов, А.А. Особенности использования ГАНС УКБ при позиционировании буксируемых аппаратов [Текст] / А.А. Парамонов, В.А. Сычев // материалы VIII международной научно-технической конференции «Современные методы и средства океанологических исследований» / М.: ИО им. П. П. Ширшова РАН, 2003. - Ч.П. - С.238-242.

5. Фендриков, А.Н. Манипуляторы обитаемого подводного аппарата [Текст] / А.Н. Фендриков // материалы VIII между-

народной научно-технической конференции «Современные методы и средства океанологических исследований» / М.: ИО им. П. П. Ширшова РАН, 2003. - Ч.П. – С.110-123.

6. Беленький, В.Н. Средства подводного наблюдения обитаемых глубоководных аппаратов [Текст] / В.Н. Беленький // материалы VIII международной научно-технической конференции «Современные методы и средства океанологических исследований» / М.: ИО им. П. П. Ширшова РАН, 2003. - Ч.П. -С. 57-67.

7. Ястребов, В.С. Системы и элементы глубоководной техники подводных исследований [Текст] :Справочник / Ястребов В.С., Соколов Г.П., Смирнов А.В. и др.; под общ.ред. В.С. Ястребова. - Л.: Судостроение, 1981. - 304 с: ил.

8. Пат. 2394720 Российская Федерация, МПК В 63 G 8/00 (2006.01), В 63 С

11/42 (2006.01). Способ динамического позиционирования обитаемого подводного аппарата над объектом работ [Текст] / Смирнов Г.В., Фендриков А.Н.; заявители Смирнов Г.В., Фендриков А.Н., патенто-обладатель Институт океанологии им. П.П. Ширшова РАН. - № 2008115669/11; заявл. 21.04.2008; опубл. 20.07.2010, Бюл. № 20. - 7 с.: ил.

9. Пат. 2271302 Российская Федерация, МПК В 63 Н 19/00 (2006.01). Способ перемещения тела в морской воде и устройство для его реализации [Текст] / Дозоров Т.А., Смирнов Г.В. ; заявители и патентообладатели Дозоров Т.А., Смирнов Г.В. - №2004128625/11; заявл. 27.09.2004; опубл. 10.03.2006, Бюл. №7.-5 с.: ил.

## DYNAMIC POSITIONING OF A MANNED SUBMERSIBLE OVER THE SERVICE OBJECT

© 2011 A. V. Alekseev, A. L. Olenin, G. V. Smirnov, A. N. Fendrikov

Institute of Oceanology named after P. P. Shirshov, Russian Academy of Sciences

The paper deals with the possibility of producing a dynamic positioning system for manned submersibles over the service object. The dynamic positioning system is a part of the navigation system for a manned submersible.

*Manned submersible, dynamic positioning system.*

### Информация об авторах

**Алексеев Аркадий Владимирович**, д.ф.-м.н., член-корреспондент РАН, главный научный сотрудник ИО РАН. Область научных интересов: дистанционные методы исследований верхнего слоя океана и прилегающей атмосферы, деформометрия подстилающей поверхности в береговой зоне, процессы поступления терригенной составляющей взвеси в морской бассейн; региональные ресурсы и проблемы международного сотрудничества. E-mail: [avaleks@presidium.ras.ru](mailto:avaleks@presidium.ras.ru).

**Оленин Антон Леонидович**, ведущий инженер ИО РАН. Область научных интересов: разработка и создание гидролого-опто-химических комплексов для глубоководных исследований.

**Смирнов Геннадий Васильевич**, академик, д.т.н., заведующий лаборатории методологии и технических средств океанологических исследований ИО РАН. Область научных интересов: проектирование и создание систем океанологических измерительных комплексов, построенных по модульному агрегатированному принципу; разработ-

ка и создание зондирующих, буксируемых, автономных и специальных информационно-измерительных комплексов и приборов; проблемы автоматизации сбора и обработки экспериментальных данных для всего спектра пространственно-временной изменчивости параметров физических полей океана. E-mail: [gvsmirnov@ocean.ru](mailto:gvsmirnov@ocean.ru).

**Фендриков Александр Николаевич**, соискатель ИО РАН. Область научных интересов: подводные обитаемые аппараты, разработка и создание систем динамического позиционирования ПОА, манипуляционно-технологические комплексы.

**Alekseev Arkady Vladimirovitch**, doctor of physical and mathematical sciences, professor, corresponding member of the Russian Academy of Sciences, chief scientist, Institute of Oceanology named after P. P. Shirshov, Russian Academy of Sciences, [avaleks@presidium.ras.ru](mailto:avaleks@presidium.ras.ru). Area of research: remote methods of investigating the upper layer of the ocean and the adjoining atmosphere, measuring deformation of the underlying surface in the shore area, processes of entering the terrigenous suspension into the sea basin; regional resources and problems of international cooperation.

**Olenin Anton Leonidovitch**, leading engineer, laboratory of methodology and hardware for oceanological researches, Institute of Oceanology named after P. P. Shirshov, Russian Academy of Sciences, [gvsmirnov@ocean.ru](mailto:gvsmirnov@ocean.ru). Area of research: development and construction of hydrology-opto-chemical complexes for deep-water investigations.

**Smirnov Gennady Vasilyevitch**, doctor of technical sciences, professor, academician of the Russian Academy of Sciences, head of the laboratory of methodology and hardware for oceanological researches, Institute of Oceanology named after P. P. Shirshov, Russian Academy of Sciences, [gvsmirnov@ocean.ru](mailto:gvsmirnov@ocean.ru). Area of research: design and construction of systems of oceanological measuring complexes based on the module aggregate principle; design and construction of sounding, tugged, autonomous and special data measuring complexes and devices; problems of automation of collecting and processing experimental data for the whole range of spatial and temporal variability of the ocean physical field parameters.

**Fendrikov Alexander Nikolaevitch**, post-graduate student, laboratory of methodology and hardware for oceanological researches, Institute of Oceanology named after P. P. Shirshov, Russian Academy of Sciences, [gvsmirnov@ocean.ru](mailto:gvsmirnov@ocean.ru). Area of research: manned submersible apparatuses, development and construction of systems for their dynamic positioning, manipulation technological complexes.

## ПОСТРОЕНИЕ ИМИТАЦИОННЫХ МОДЕЛЕЙ САМОПОДОБНОГО ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННОГО ТРАФИКА

© 2011 А. В. Благоев

Самарский государственный аэрокосмический университет  
имени академика С. П. Королёва  
(национальный исследовательский университет)

Статья посвящена построению имитационных моделей самоподобного телекоммуникационного трафика. Предлагается реализация математических моделей типа «Input M/G/∞» и «On-off Sources» в среде имитационного моделирования AnyLogic. Рассматривается понятие джиттера в телекоммуникационном трафике. Проводится сравнение характеристик реальных и смоделированных трасс трафика.

*Самоподобный трафик, моделирование трафика, имитационное моделирование, «Input M/G/∞», «On-off Sources», Anylogic, джиттер.*

Современный сетевой трафик обладает свойством самоподобия, т.е. выглядит качественно одинаково почти при любых масштабах временной оси, а также имеет «память» (последствие) [1]. Самоподобие телекоммуникационного трафика является предметом исследований вот уже более полутора десятка лет и пока ещё не утратил своей актуальности. До сих пор нет единой общепризнанной модели самоподобного трафика. Существует несколько известных моделей со своими достоинствами и недостатками. Некоторые из них не дают желаемых результатов, другие имеют очень высокую вычислительную сложность [2]. В статье предлагаются к реализации в имитационной среде моделирования AnyLogic две модели: «Input M/G/∞» и «On-off Sources», описанные подробно в [3, 4]. Рассматриваются характеристики сгенерированного трафика, производится исследование джиттера потока постоянной скорости, конкурирующего за передачу с фоновым потоком от моделей.

### Модели самоподобного трафика «Input M/G/∞» и «On-off Sources»

Обычно в рамках этих моделей сеть связи рассматривается как система с дискретным временем  $t = 0, 1, 2, \dots$ . Промежуток времени  $[t, t + 1]$  называется времен-

ным окном  $t$ .

В модели «Input M/G/∞» на временной оси задан пуассоновский процесс с интенсивностью  $I$ , т.е.  $A = (\dots, A_0, A_1, A_2, \dots)$  – последовательность случайных величин, равных количеству событий этого потока в соответствующем временном окне:

$$\Pr\{A_t = k\} = e^{-I} \frac{I^k}{k!}, k \in Z_+, \quad (1)$$

где  $A_t$  – число новых источников трафика, появившихся в системе во временном окне  $t$ . Каждый появившийся в момент  $t$  источник характеризуется временем работы  $t_{t,i} \in Z_+$ , ( $i = 1, 2, \dots, A_t$ ) и информационной скоростью  $S_{t,i} \in Z_+$  в каждый дискретный момент своей работы (то есть  $S_{t,i}$  – это количество пакетов, производимых источником в каждом временном окне, пока источник работает). Распределение времени работы источника, хорошо приближающий автокорреляционную функцию реального трафика, имеет вид:

$$\Pr\{t = k\} = \begin{cases} y, & k = 1, \\ \frac{A}{(k+x)^{b+2}}, & k = 2, 3, \dots \end{cases} \quad (2)$$

где

$x$  и  $y$  – подлежащие определению константы,

$A$  – нормировочная константа,

$b$  – параметр, связанный с коэффициентом самоподобия соотношением:  $H=1-b/2$  [3].

Распределение информационной скорости  $S_{t,i}$ , позволяющее приблизить одномерное распределение трафика, определяется по формуле [3]:

$$\Pr\{S = k\} = \frac{\Pr\{Y_t = k\} - \sum_{m=2}^k p_m \Pr\left\{\sum_{n=1}^m S_n = k\right\}}{p_1},$$

где  $p_k = e^{-\Lambda} \frac{\Lambda^k}{k!}$ ,

$$\Lambda = -\ln(\Pr\{Y_t = 0\}),$$

$Y_t$  – трафик, представленный случайным процессом, значение которого в каждом временном окне равно суммарной интенсивности генерации информации всеми находящимися в данный момент в системе источниками.

В модели «On-Off Sources» имеется  $N$  независимых источников трафика. Каждый из них имеет два состояния: состояние активности (*ON*), в котором источником генерируются данные, и состояние молчания (*OFF*), в котором источник ничего не производит. Эти периоды попеременно сменяют друг друга. Вероятность застать индивидуальный источник в активном состоянии и в состоянии молчания определяется следующим образом:

$$P_{ON} = \frac{Mt}{Mt + Mu}, \quad P_{OFF} = \frac{Mu}{Mt + Mu},$$

где

$t$  – длительность *ON* периодов источников – является реализацией случайной величины, имеющей распределение (2);

$u$  – длительность *OFF* периодов – является реализацией случайной величины, имеющей в данной работе распределение

Пуассона:  $\Pr\{u = k\} = e^{-1} \frac{1^k}{k!}$ ,  $k \in Z_+$ .

Распределение вероятностей для скорости источника похоже на предыдущий случай:

$$\Pr\{S = k\} = \frac{\Pr\{Y_t = k\} - \sum_{m=2}^k p_m \Pr\left\{\sum_{n=1}^m S_n = k\right\}}{p_1}.$$

Такие параметры модели, как и в предыдущем случае, позволяют приблизить одномерное распределение и автокорреляционную функцию.

В результате экспериментальных исследований предложенных моделей в системах с дискретным временем было показано, что искусственно сгенерированный с помощью таких моделей трафик имеет близкие к реальному характеристики, такие, как математическое ожидание, дисперсия, одномерное распределение, степень самоподобия и автокорреляционная функция. При этом модель «Input M/G/∞» больше подходит для генерации трафика глобальных трасс, а модель «On-off Sources» – для локальных [3]. В данной работе исследуется вопрос о том, насколько хорошо сохраняется это свойство при переходе от дискретного времени к непрерывному.

### Имитационная среда AnyLogic для моделирования систем с непрерывным временем

В математических моделях часто используют дискретное время, выбирая определённый шаг дискретизации. В реальности имеются телекоммуникационные сети с непрерывным временем.

В настоящее время существует достаточное количество сред имитационного моделирования. Наиболее популярные из них: AnyLogic, Omnet++, NS-2, GPSS [5-7]. У каждой из них есть определённые особенности, плюсы и минусы. Особенностью программного комплекса AnyLogic является то, что он обладает графической средой пользователя, что, несомненно, является большим плюсом и позволяет использовать язык Java для разработки моделей [5]. Наличие широкого инструментария и библиотек позволяет пользователям системы создавать модели в

большом количестве областей знаний, в том числе в области телекоммуникаций и информационных систем.

Среда AnyLogic позволяет поддерживать подходы как с дискретным, так и непрерывным временем моделирования.

Для перехода в систему с непрерывным временем воспользуемся таким подходом среды AnyLogic, как *системная динамика*.

В данном подходе исследуемые модели «Input M/G/∞» и «On-off Sources» представлены системами потоков и накопителей, являющимися основным инструментарием системной динамики. В модели «On-off Sources» существует  $N$  источников, представленных непрерывно работающими потоками, генерирующими от 0 до  $S_{\max}$  пакетов. В модели «Input M/G/∞» данные потоки возникают и исчезают в течение определённого времени («времени жизни» источника). В системе имеется модельное время, на которое и ориентируются предлагаемые имитационные модели. Кроме того, AnyLogic предоставляет широкий инструментарий для автоматического сбора статистики (рис. 1).

В имитационных моделях, реализованных в среде AnyLogic, объекты, являющиеся источниками трафика, непрерывно генерируют пакеты согласно распределению скоростей источников по моделям «Input M/G/∞» и «On-off Sources» [4]. Время работы (жизни) источников идёт по модельному времени системы и определяется параметрами моделей. В системе все генерируемые источниками пакеты проходят через объект «поток», значение которого, постоянно меняющееся во времени, равно значению телекоммуникационного трафика в сечении сети

в определённый момент времени. Вся генерируемая информация – собственно трафик – собирается в объекте «накопитель». Практически к каждому объекту привязан «объект статистики», либо статистическая информация заложена в его собственных полях. Эта особенность позволяет наблюдать различную статистическую информацию: математическое ожидание, автокорреляционную функцию, одномерное распределение, параметр самopodobия и т.д. в каждый момент времени, полученную по сгенерированным до этого момента данным (рис. 1).

### Результаты имитационного моделирования

Для проведения экспериментов использовались трассы как глобальных, так и локальных сетей, находящиеся в свободном доступе в интернет. Трассы глобальных сетей представлены трассами часовой записи трафика между Digital Equipment Corporation и остальным интернетом, а также трассами часовой записи трафика между Lawrence Berkeley Laboratory и остальным интернетом [8]. Это трассы dec-pkt-1.tcp, dec-pkt-2.tcp, dec-pkt-3.tcp, dec-pkt-4.tcp., lbl-pkt-4.tcp и lbl-pkt-5.tcp. Трассы локальных сетей представлены трассами часовой записи трафика из коллекции корпорации Bellcore, а именно трассы трафика в опорной магистрали корпоративной локальной сети Bellcore [8].

Характеристики результатов имитационного моделирования исследуемых трасс с измеренными характеристиками трафика реальных трасс приведены в таблице 1.

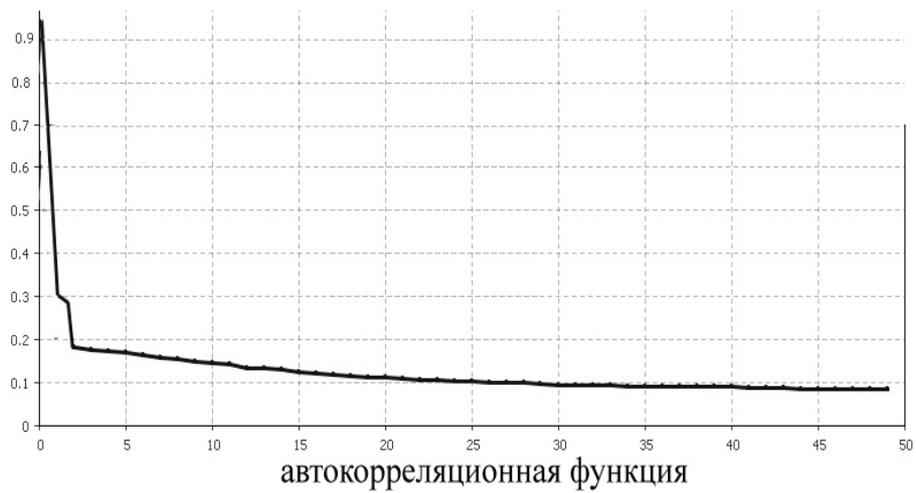
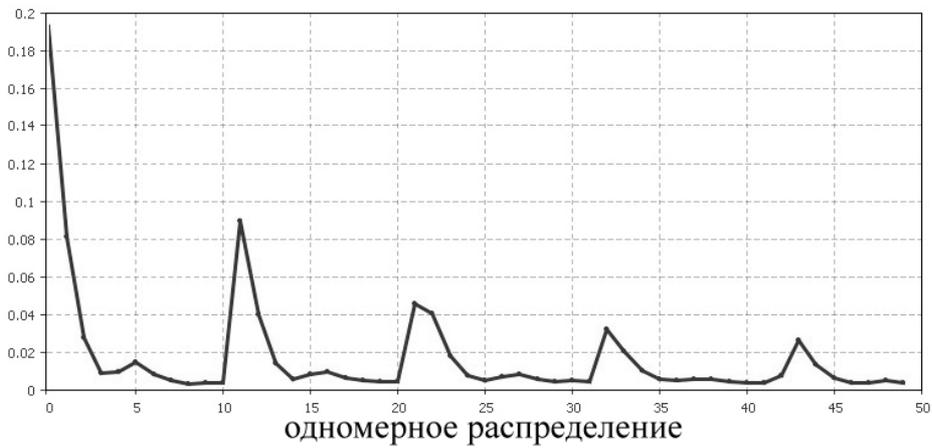
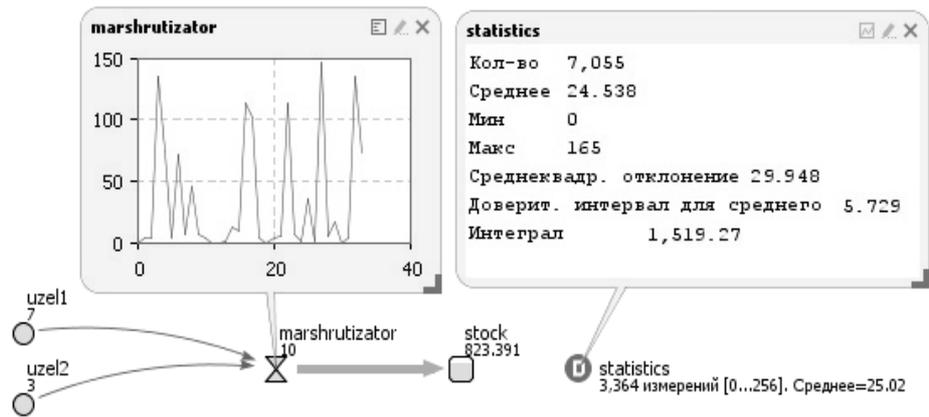


Рис. 1. Основные характеристики смоделированной трассы DEC-РКТ-1.ТСР, генерируемой в среде AnyLogic

Таблица 1. Характеристики реального и смоделированного в AnyLogic трафиков

Трафиковая трасса	Н (коэффициент самоподобия)		Математическое ожидание		Дисперсия	
	реальн.	смоделир.	реальн.	смоделир.	реальн.	смоделир.
DEC-PKT-1.TCP	0,735	0,759	26,234	24,538	1080,791	896,882
DEC-PKT-2.TCP	0,755	0,756	49,528	46,786	2384,076	2191,831
DEC-PKT-3.TCP	0,698	0,715	37,644	35,304	1075,980	899,940
DEC-PKT-4.TCP	0,731	0,731	54,089	51,046	1647,057	1436,107
LBL-PKT-4.TCP	0,807	0,805	7,589	7,314	226,412	223,921
LBL-PKT-5.TCP	0,666	0,717	2,017	2,068	30,545	30,404
BC-pAug.TL	0,789	0,789	28,786	24,987	2158,722	1336,853
BC-pOct.TL	0,807	0,798	75,576	75,317	5948,424	5693,004

### Измерение джиттера

Помимо статистических характеристик малых порядков, полученных выше, практически важной характеристикой в телекоммуникациях является *джиттер*.

**Определение:** *джиттер* – это *неравномерность периодов времени, отведённых на доставку пакета. Другими словами это разброс максимального и минимального времени прохождения пакета от среднего* [9].

Джиттер, или так называемая изменчивость задержки пакета, является одним из показателей качества поддержки сетью ряда служб [10]. Таким образом, его изменение может привести к потере качества передачи данных в телекоммуникационных сетях. Сложность определения джиттера аналитическими методами обусловлена тем, что он определяется статистическими характеристиками второго порядка при представлении сетевого оборудования в виде систем массового обслуживания.

Как правило, для определения джиттера используют следующий подход. Некоторый источник постоянной битовой скорости передаёт в сеть периодический поток пакетов, в котором пакеты следуют друг за другом через равные промежутки времени  $T$  (примем  $T=10$  мс). Пакеты этого источника будем называть мечеными. По сети меченые пакеты проходят через один или несколько сетевых узлов,

представляющих из себя статистические мультиплексоры (рис. 2). В мультиплексоре меченые пакеты конкурируют за передачу с пакетами других источников, которые будем называть фоновыми [11]. После выхода из последнего на их пути меченые пакеты могут проходить с определённой задержкой (рис. 3). Промежутки времени между их выходами можно обозначить как  $L_1, L_2, \dots, L_k$ , т.е.  $L_i$ , где  $i \in [1, k]$ . Соответственно джиттером в данном случае можно назвать  $\{L_i - T\}$ .

Для проверки работы исследуемых моделей «Input M/G/∞» и «On-off Sources» на джиттер представим в одном случае исходный трафик, а в другом смоделированный трафик фоновым потоком. И введем в обоих случаях источник постоянной скорости (рис. 2).



Рис. 2. Система с фоновым и мечеными потоками



Рис. 3. Изменение временного периода между пакетами меченого потока

Пусть интенсивность выходного потока в системе (скорость обслуживания)

$$s_p = r n,$$

где

$n$  равно количеству информации в усреднённом пакете, умноженному на математическое ожидание исследуемого трафика во временное окно данной трассы;

$r$  – коэффициент интенсивности.

В результате создания в среде AnyLogic системы с единичным меченым и фоновым потоками получим значения

джиттера. Для сравнения джиттера в реальном и смоделированном трафиках построим его нормализованное одномерное распределение. В результате ряда экспериментов над трафиком глобальных трасс, смоделированных по модели «Input M/G/∞», и локальных трасс, смоделированных по модели «On-off Sources», можно сделать предположение об адекватности данных моделей по статистическим характеристикам высоких порядков, таким, как джиттер (рис. 4, 5).

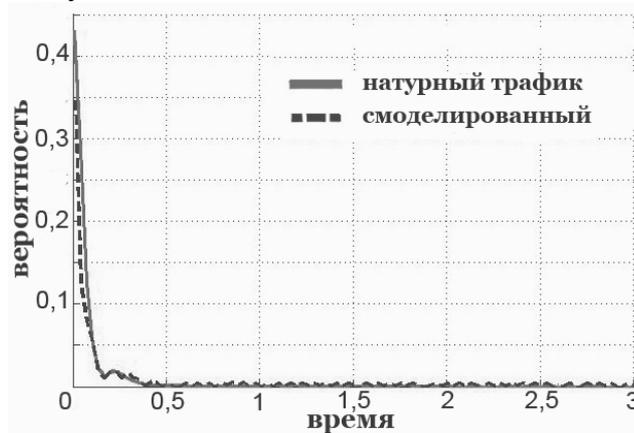


Рис. 4. Распределение джиттера в реальном и смоделированном трафиках трассы DEC-PKT-1.TCP с коэффициентом интенсивности обслуживания  $\Gamma = 0.8$

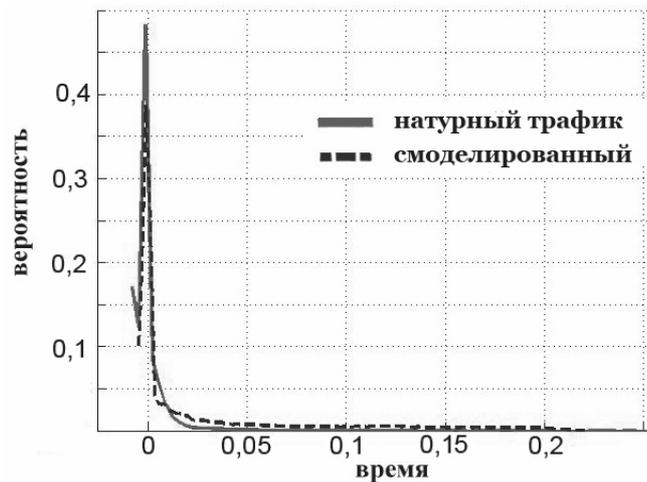


Рис. 5. Распределение джиттера в реальном и смоделированном трафиках трассы VC-pAug.TL с коэффициентом интенсивности обслуживания  $\Gamma = 0.4$

### Выводы

Приведённые выше результаты исследований показывают, что имитационные модели телекоммуникационного сетевого трафика, построенные в среде AnyLogic, позволяют получать трафик,

близкий к реальному по ряду важнейших характеристик как малых порядков, таких как математическое ожидание, одномерное распределение, автокорреляционная функция, степень самоподобия, так и более высоких порядков, таких, как джиттер.

Сама же среда имитационного моделирования AnyLogic является удобным и практичным инструментом для построения имитационных моделей самоподобного трафика.

#### Библиографический список

1. Шелухин, О. И. Фрактальные процессы в телекоммуникациях [Текст] / О. И. Шелухин, А. М. Тенякшев, А. В. Осин. // М.: Радиотехника, 2003. – 480 с.

2. Melamed, B. An overview of TES process and modeling methodology [Текст] / B. Melamed, L. Donatiello and R. Nelson // Models and techniques for Performance Evaluation of Computer and Communications Systems. – Springer Verlag, New-York, 1993. – С. 359 – 393.

3. Privalov, A. Some Models Parameters Calculation for Simulation of Network Traffic Marginal Distribution and Self-similarity [Текст] / A. Privalov, A. Blagov. // ECMS. 23rd European conference of modeling and simulation, June 2009. С. 51 – 60.

4. Благов, А.В. Модификации моделей типа «входная  $M/G/\infty$ » и «On-Off источники» для имитационного моделирования самоподобного телекоммуникационного трафика [Электронный ресурс] / А.В. Благов, А.Ю. Привалов. // Труды МАИ: электронный научный журнал, №39, 2010. – URL: <http://www.mai.ru/science/trudy/publiched.php?ID=14802>. – 0,94 п.л.

5. Карпов, Ю. Г. Имитационное моделирование систем. Введение в моделирование с AnyLogic 5 [Текст] / Ю. Г. Карпов // Спб: изд-во БХВ-Петербург. – 2005. – 403 с.

6. Varga, A. Using the Omnet++ discrete event simulation system in education [Текст] / A. Varga. // IEEE Transaction on Education. University of New Mexico. 1999. – 11 с.

7. Кудрявцев, Е. М. GPSS World. Основы имитационного моделирования различных систем [Текст] / Е.М. Кудрявцев. // М.: ДМК Пресс. – 2003. – 320 с.

8. Internet Traffic Archive [электронный ресурс]. URL: <http://ita.ee.lbl.gov/>.

9. Данн, Д. Джиттер. Теория. Часть 1. [электронный ресурс] / Д. Данн // URL: <http://iXBT.com/>. 2006.

10. Привалов, А. Ю. Двухточечный джиттер в сети периодических потоков в условиях максимальной нагрузки [Текст] / А. Ю. Привалов. // М.: «Проблемы передачи информации», том 36. – 2000. С. 96 – 111.

11. Привалов, А. Ю. Сглаживание джиттера потока постоянной битовой скорости после одного или нескольких узлов [Текст] / А. Ю. Привалов, К. Сораби. // М.: «Проблемы передачи информации», том 43. – 2007. – С. 85 – 111.

## CONSTRUCTING SIMULATION MODELS OF SELF-SIMILAR TELECOMMUNICATION TRAFFIC

© 2011 A. V. Blagov

Samara State Aerospace University named after academician S. P. Korolyov  
(National Research University)

The paper describes the construction of simulation models of telecommunication traffic. We present the realization of such mathematical models as «Input  $M/G/\infty$ » and «On-Off Sources» in the AnyLogic simulation modeling environment. The concept of jitter in telecommunication traffic is described. Characteristics of real traffic routes are compared with those of simulated ones.

*Self-similar traffic, traffic simulation, simulation modeling, «Input  $M/G/\infty$ », «On-Off Sources», AnyLogic, jitter.*

### **Информация об авторах**

**Благов Александр Владимирович**, аспирант кафедры технической кибернетики. Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С. П. Королёва (национальный исследовательский университет). Область научных интересов: математическое моделирование и телекоммуникации. E-mail: [alex\\_ssauprof@mail.ru](mailto:alex_ssauprof@mail.ru).

**Blagov Alexander Vladimirovitch**, post-graduate student of the technical cybernetics department, Samara State Aerospace University named after academician S. P. Korolyov (National Research University), [alex\\_ssauprof@mail.ru](mailto:alex_ssauprof@mail.ru). Area of research: mathematical modeling and telecommunications.

## ПОВЫШЕНИЕ ИНФОРМАТИВНОСТИ ОПТИЧЕСКОЙ КОГЕРЕНТНОЙ ТОМОГРАФИИ ПРИ ДИАГНОСТИРОВАНИИ КОЖНЫХ ПАТОЛОГИЙ

© 2011 В. П. Захаров<sup>1</sup>, К. Ларин<sup>2</sup>, И. А. Братченко<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Самарский государственный аэрокосмический университет  
имени академика С. П. Королёва  
(национальный исследовательский университет)

<sup>2</sup> Университет Хьюстона, США

Построена математическая модель взаимодействия оптического излучения с кожными тканями, учитывающая эффекты вынужденного комбинационного рассеяния. На основании проведённых численных экспериментов выявлены особенности в рамановских спектрах рассеяния, характерные для кожных патологий. Показана возможность существенного повышения информативности методов оптической когерентной томографии (ОКТ) и рамановской спектроскопии при их совместном использовании. Последнее достигается за счёт существенного уменьшения объёма диагностических измерений при выделении слоёв тканей с помощью ОКТ с последующим их анализом методом рамановской спектроскопии. Установлено, что различия в интенсивности рамановского рассеяния для патологически изменённых и нормальных слоёв тканей может достигать 40%.

*Оптическая когерентная томография, патологические изменения, рамановская спектроскопия, обработка изображения, моделирование.*

### Введение

Исследования внутренней структуры различных объектов неразрушающими методами имеют важное значение для биомедицины, материаловедения и современных высоких технологий. В последнее десятилетие достигнуты значительные успехи в области оптической когерентной томографии (ОКТ), обеспечивающей наиболее высокое разрешение (до нескольких микрометров) при восстановлении томографических изображений [1]. Преимущества ОКТ заключаются в возможности получать изображение поперечного среза исследуемых тканей *in vivo* с высоким разрешением, т.е. обеспечивать неинвазивный и высокоточный метод исследования [2]. Основной особенностью ОКТ является исследование объектов и сред при глубине распространения оптического излучения до нескольких миллиметров в условиях значительного диффузного рассеяния и поглощения части оптического излучения. Именно эти обстоятельства требуют значительных усилий и использования современных математических методов обработки оптиче-

ских сигналов для восстановления изображений [3].

Традиционный путь повышения достоверности и информативности методов оптической когерентной томографии заключается в повышении пространственного разрешения [4], увеличении глубины визуализации тканей [5] и развитии быстрых алгоритмов обработки изображений [6]. Это позволяет получать качественные изображения с выделением слоев тканей [6-8], т.е. восстанавливать её топологию и строение. Фактически ОКТ обеспечивает анализ морфологии исследуемой биоткани в реальном режиме времени. Во многих практически интересных случаях в таких сферах медицины, как офтальмология и стоматология этого достаточно для постановки медицинского диагноза. Однако в таких областях медицины, как дерматология, гастроэнтерология и онкология, важным оказывается не только информация о расположении слоёв ткани в исследуемом объекте, но и данные о специфике этих слоёв, т.е. необходимо знать их биохимический состав, наличие тех или иных органелл в клетках, образующих данный слой биоткани. Особенно это

важно при мониторинге и диагностике кожных патологий, т.к. от этого зависит объём последующего хирургического вмешательства.

Целью настоящей работы является анализ возможных методов повышения информативности ОКТ при диагностике кожных патологий за счёт включения механизмов определения их специфичности.

### **Особенности диагностики кожных патологий**

Узаконенный медицинский стандарт диагностирования онкологических патологий включает в себя визуальный осмотр, биопсию и гистологическое исследование патологии. Этот процесс является инвазивным, субъективным и отнимает много времени. Однако он позволяет извлечь часть материала исследуемой области и уже в ходе проведения химического анализа или в ходе микроскопического исследования понять, что за вещество содержится в рассматриваемой области объекта. Следовательно, данный вид диагностики является наиболее точным и используется в качестве эталонного в медицинских исследованиях. Недостатком биопсии является, прежде всего, инвазивность исследований, что в случае медицинских исследований новообразований кожи сопряжено с риском развития патологий в области проведения биопсии [9, 10]. Последнее фактически приводит к невозможности проведения биопсии и, следовательно, снижению информативности диагноза. Это требует поиска альтернативных путей инструментального определения специфики новообразования. Главным критерием выбора оптимального метода становятся неинвазивность метода и его информативность.

На сегодняшний день для определения специфики биологических тканей совместно или наряду с ОКТ используют такие методы, как поляризационный анализ, спектроскопия обратного рассеяния и флуоресцентная спектроскопия [11]. Данные методы показывают высокую точность диагностики, однако их использо-

вание также сопряжено с рядом трудностей. Поляризационный анализ подходит не для всех видов тканей, что делает его применение узкоспециализированным, а флуоресцентная спектроскопия в большинстве случаев требует при проведении анализа применения определённого вида флуорофоров, так как далеко не все биоткани и содержащиеся в них вещества способны флуоресцентно переизлучать поглощённое излучение. К тому же каждый конкретный тип флуорофора взаимодействует только с определённым видом биологических молекул, что предопределяет, в каких тканях будет накапливаться этот флуорофор. Это не только приводит к значительному увеличению времени флуоресцентного анализа, но и снижает его информационную ценность в случаях, когда исследуемая область не содержит веществ, способных накапливать флуорофоры, используемые при проведении анализа. В связи с этим область применения флуоресцентного анализа скорее связана не с диагностикой, а с методами фотодинамической терапии рака, где использование флуорофоров является неотъемлемой частью метода.

Применение метода спектроскопии обратного рассеяния базируется на особенностях в спектре обратного рассеяния, связанных с наличием в тканях тех или иных химических веществ, которые имеют полосы поглощения в разных участках спектра. Следовательно, выделяя провалы в спектре обратного рассеяния, можно обнаружить присутствие конкретного химического вещества. Однако за счёт уширения спектров поглощения и диффузного размытия (расплывания) рассеянного в биологической ткани излучения происходит перекрытие спектров поглощения различных химических компонент тканей. И точный спектральный анализ удаётся проводить только на относительно тонких слоях тканей либо только для отдельных химических компонент. Поэтому данный метод нашёл применение только для специфических заболеваний, например, для диагностирования рака молочной железы.

В целом же широкое применение данного метода для анализа специфичности заболевания затруднено.

В качестве альтернативного подхода для определения специфичности патологии могут быть рассмотрены методы рамановской спектроскопии [9,10]. Данный метод даёт информацию об особенностях локальной молекулярной структуры любой области в исследуемом объекте, при этом возможна реализация высокого пространственного разрешения (до 0.5 – 1 мкм). Линии КР-спектров настолько узки, что даже малые сдвиги частоты и изменения формы линий чётко фиксируются, позволяют различать разнообразные химические соединения, ответственные за полосы спектра. Однако интенсивность рамановского рассеяния относительно мала.

Следовательно, для детального исследования возможности эффективного динамического анализа тканей совместно с ОКТ следует провести математическое моделирование процесса взаимодействия излучения с кожей с учётом как спектральных особенностей рассеянного отраженого излучения, так и КР-спектров.

### Моделирование рассеяния оптического излучения от кожных тканей

Исследование взаимодействия лазерного излучения с кожной тканью, содержащей патологию, было проведено в рамках математической модели, развитой в работах авторов [12, 13] в программной среде TracePro 4.1.2 Expert и модифицированной с целью учёта рамановского рассеяния излучения. Численные значения оптических коэффициентов выбирались на основании анализа экспериментальных данных работ [12, 15, 16] и экспериментальных данных по КР-спектрам кожи [17]. Форма патологических образований в коже выбиралась на основании анализа данных работы [14] и моделировалась в виде тел вращения (полусфера, цилиндр), характерный диаметр которых варьировался в диапазоне от 0.1 до 2 миллиметров.

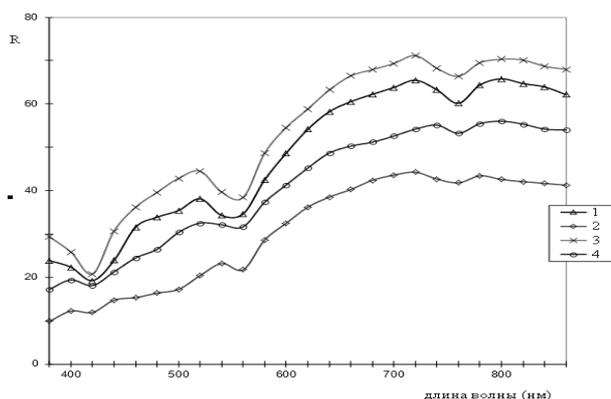


Рис. 1. Модельные спектры обратного рассеяния нормальной кожи и кожи с новообразованиями на поверхности:

- 1 – нормальная кожа,
- 2 – злокачественная меланома,
- 3 – базальноклеточная карцинома,
- 4 – карцинома

На рисунке 1 представлены данные моделирования спектральных характеристик нормальной кожи (кривая 1) по данным [17], кожи со злокачественной меланомой (кривая 2), кожи с базальноклеточной карциномой (кривая 3) и кожи с карциномой (кривая 4). Все новообразования на данном рисунке имели характерный размер 2 мм.

Видно, что модельные спектры имеют несколько ярко выраженных особенностей: в областях 400 – 420 нм, 520 – 560 нм и 720 – 760 нм. Данные особенности (пики поглощения кожи) связаны с присутствием в толще кожи и ее образованиях воды (максимум поглощения на 420 нм) и гемоглобина (максимумы поглощения на длинах волн 540, 560 и 760 нм). Моделирование спектров отражения в областях спектра для длин волн 880 нм и выше показало, что данный участок не несёт значительной информации о составе тканей кожи, поэтому далее анализировался только спектральный диапазон 380 – 860 нм.

Анализ отношений локальных экстремумов в модельных спектрах рассеяния (отражения) показывает, что для определения наличия новообразования в коже могут быть использованы отношения пиков на длинах волн 520 и 560 нм и 760 и 560 нм. Отношение интенсивностей

520/560 позволяет определить наличие образований: небольшие отклонения в 6 – 8 % по сравнению со здоровой кожей свидетельствуют о наличии новообразований (различные виды карцином), увеличение в отклонениях по сравнению со здоровой кожей до 15% и более свидетельствует о наличии злокачественных образований кожи (таких, как меланома). Отношение интенсивностей 720/760 оказывается малоинформативным для всех моделей кожи, содержащей различные типы опухолей: отличия по сравнению с нормальной кожей составляли не более 1,5 – 5 %, что является слишком малым значением для определения наличия патологии, так как данные различия имеют тот же порядок величины, что и характерные погрешности экспериментальных измерений. Для отношения 760/560 модельные спектры карцином по значениям практически совпадают с данными для нормальной кожи, поэтому использование данного отношения для диагностики карцином невозможно. Для меланомы отношение 760/560 превышает значение отношения для нормальной кожи на 10,8%, что делает возможным определение наличия в биоткани злокачественного образования.

Проведённый анализ спектральных особенностей кожи показывает, что для уверенной диагностики наличия в коже новообразований пригодными могут быть измерения дифференциальных сигналов в интенсивностях рассеяния на длинах волн 520 и 560 нм и 760 и 560 нм, соответственно. По отклонениям этих значений можно судить о присутствии того или иного новообразования. Данный факт, по всей видимости, связан с тем, что полоса поглощения 560 нм приходится на полосы поглощения гемоглобина, который присутствует в крови. Образование опухолей в коже вызывает значительный рост капилляров в области образования, что, в свою очередь, увеличивает и общее количество гемоглобина в исследуемом образце кожи.

Однако следует иметь в виду, что обратное рассеяние идёт из всей толщи

кожи, куда проникает излучение, и имеет достаточно широкую диаграмму, что не даёт возможности проводить точную локализацию новообразования.

Метод рамановской спектроскопии свободен от этих недостатков, т.к. наиболее интенсивное рамановское рассеяние наблюдается в области фокусировки излучения. В настоящей работе моделирование проводилось для случая использования для зондирования узкоспектрального (ширина полосы излучения менее 0.1 нм) лазерного излучателя на длине волны  $\lambda=785$  нм. Характерные рамановские спектральные сдвиги для здоровой кожи и кожи со злокачественным образованием (меланомой) представлены на рис. 2.

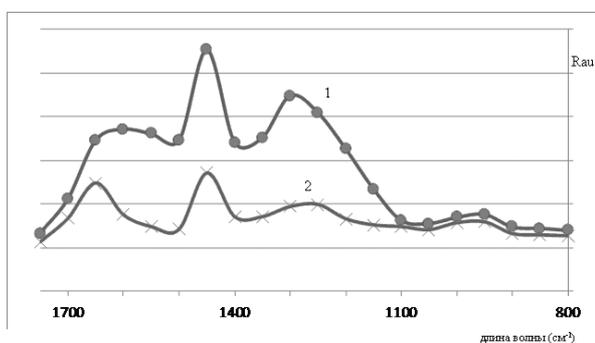


Рис. 2. Спектр рамановского сдвига при зондировании участка кожи, содержащего меланому (1), и нормальной кожи (2)

Анализ модельных данных позволяет выделить наиболее характерные пики рамановского смещения ( $1270$ ,  $1450$  и  $1650$   $\text{см}^{-1}$ ), на основании анализа которых можно определить наличие в кожной ткани патологии.

Отличия в величинах рамановского смещения в области  $1650$   $\text{см}^{-1}$  для нормальной кожи и меланомы составляют около 40 %, в областях  $1450$   $\text{см}^{-1}$  и  $1270$   $\text{см}^{-1}$  – около 100%. Данные различия позволяют точно определить наличие злокачественного образования в исследуемом образце: существенная разница в величинах рамановского смещения позволяет делать однозначный вывод об изменениях в химическом составе биоткани. Так, полоса  $1270$   $\text{см}^{-1}$  соответствует наличию в биоткани амида III, полоса  $1300$ – $1340$   $\text{см}^{-1}$  – наличию липидов, а полоса  $1400$  –  $1470$

$\text{cm}^{-1}$  – уширению линий колебательных уровней  $\delta(\text{CH}_2)(\text{CH}_3)$  в протеинах и липидах, входящих в состав злокачественных меланом. В работах [18, 19] предлагается использовать для диагностирования меланомы линии  $940 \text{ cm}^{-1}$ , однако проведённые нами численные эксперименты этого не подтверждают: отличия по интенсивности рамановских пиков на данной линии для меланомы и нормальной кожи не превосходят 10 %.

В целом, проведённые численные исследования подтверждают однозначное превосходство метода рамановской спектроскопии по сравнению с методом дифференциального обратного рассеяния. Причем существенные различия в величинах интенсивности излучения рамановского рассеяния нормальной и патологически измененной кожи (не менее 40%) позволяют точно диагностировать наличие новообразования, не обращая особого внимания на погрешности при обработке экспериментальных данных.

#### **Особенности совместного использования ОКТ и рамановской спектроскопии**

Следует подчеркнуть две интересные особенности интегрированного применения ОКТ и методов рамановской спектроскопии. Прежде всего отметим, что рамановская спектроскопия сама по себе имеет достаточно высокое пространственное разрешение. Однако в силу того, что рамановский сигнал является очень слабым, требуется приложение больших усилий для его выделения на фоне шумов. Традиционно используемые в рамановской спектроскопии методы борьбы за уверенную регистрацию рамановского сигнала, основанные на использовании мощных зондирующих источников, не подходят для биомедицинских применений. В свою очередь, это ведёт к относительно низкой скорости обработки рамановского сигнала. Ситуация существенно изменяется при использовании методов рамановской спектроскопии совместно с ОКТ. Действительно, на основании анали-

за ОКТ изображения в реальном режиме времени возможно выделение слоёв тканей, т.е. макро-областей, в которых химический состав с большой вероятностью однороден или квазиоднороден.

В качестве примера на рис. 3 представлено ОКТ изображение нормальной ткани (а) и патологически изменённой ткани (б). Видно, что ткани имеют существенно разную структуру, и высокое разрешение ОКТ делает возможным выделение области патологии.

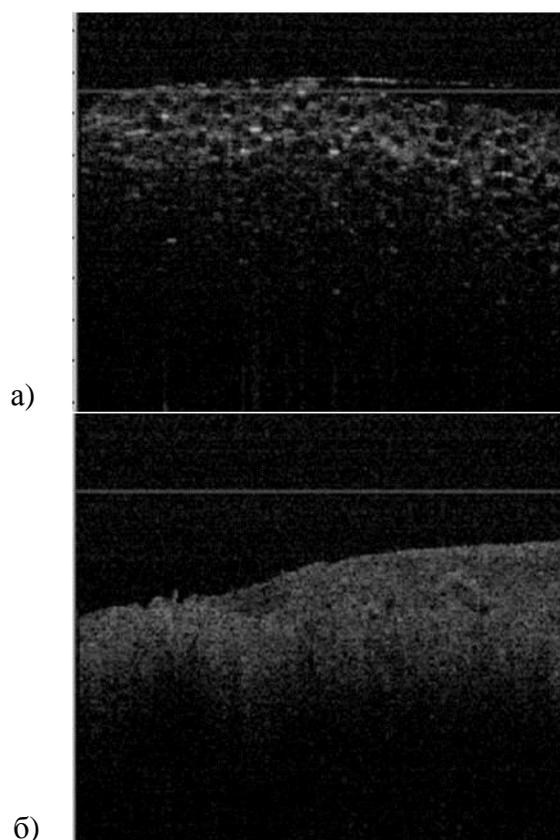


Рис. 3. ОКТ изображения нормальной ткани (а) и ткани с патологией (б)

Следовательно, достаточно провести анализ рамановского спектра только в одной или нескольких (для статистического усреднения) точках выделенной макро-области (патологического слоя), автоматически распространяя на всю область результат проведённого спектрального анализа. Это позволяет существенно уменьшить объём анализа рамановского спектра излучения и реализовать его в реальном режиме времени.

С другой стороны, применение ОКТ в онкологии без использования дополнительных методов химического анализа фактически делает данный метод рекомендательным, ибо специфичность новообразования только с помощью ОКТ установить невозможно. Следовательно, комплексирование ОКТ методом рамановской спектроскопии даёт принципиально новое качество данному методу. И в этом смысле можно говорить о многократном повышении эффективности ОКТ в области онкологических приложений.

Учитывая, что оба метода (оптическая когерентная томография и рамановская спектроскопия) являются оптическими, возможна их интеграция в единую систему.

### Благодарности

Работа выполнена при поддержке федеральной целевой программы "Исследования и разработки по приоритетным направлениям развития научно-технологического комплекса России на 2007-2013 годы".

### Библиографический список

1. Zawadzki, R. J. Ultrahigh-resolution optical coherence tomography with monochromatic and chromatic aberration correction [Текст] / R. J. Zawadzki, B. Cense, Y. Zhang, S. S. Choi, D. T. Miller, J. S. Werner // *Optics Express*. – 2008. – №16(11). – С. 8126 – 8143.
2. Larina, I. V. Live imaging of rat embryos with Doppler swept-source optical coherence tomography [Текст] / I. V. Larina, K. Furushima, M. E. Dickinson, R. R. Behringer, K. V. Larin // *J. Biomed. Opt.* – 2009. – №. 14. – С. 505 – 506.
3. Yoo, J. Increasing the field-of-view of dynamic cardiac OCT via post-acquisition mosaicing without affecting frame-rate or spatial resolution. [Текст] / J. Yoo, I. V. Larina, K. V. Larin, M. E. Dickinson, M. Liebling / *Biomedical optics express*. – 2009. – Vol. 2, – No. 9. – С. 2614 – 2622.
4. Hitzenberg, C. Three-dimensional imaging of the human retina by high-speed optical coherence tomography [Текст] / C. Hitzenberger, P. Trost, Pak-Wai Lo, Q. Zhou // *Optics Express*. – 2003. – № 11(21). – С. 2753 – 2761.
5. Sayanagi, K. Comparison of Retinal Thickness Measurements Between Three-dimensional and Radial Scans on Spectral-Domain Optical Coherence Tomography [Текст] / K. Sayanagi, S. Sharma, P. K. Kaiser // *American Journal of Ophthalmology*. – 2009. – № 148(3). – С. 431 – 438.
6. Larin, K. V. Multiple-cardiac-cycle noise reduction in dynamic optical coherence tomography of the embryonic heart and vasculature [Текст] / S. Bhat, I. V. Larina, K. V. Larin, M. E. Dickinson, M. Liebling // *OPTICS LETTERS*. – 2009. – Vol. 34. -No. 23. – С. 3704 – 3706.
7. Garvin, M. Intraretinal Layer Segmentation of Macular Optical Coherence Tomography Images Using Optimal 3-D Graph Search [Текст] / M. Garvin, M. Abr`amoff, R. Kardon, S. Russell, X. Wu, M. Sonka // *IEEE Trans. Med. Imaging*. – 2008. – No. 27(10). – С. 1495 – 1505.
8. Mishra, A. Intra-retinal layer segmentation in optical coherence tomography images [Текст] / A. Mishra, A. Wong, K. Bizheva, D. A. Clausi // *Optics Express*. – 2009. – No. 17 (26). – С. 23719 – 23728.
9. Gniadecka, M. Melanoma Diagnosis by Raman Spectroscopy and Neural Networks: Structure Alterations in Proteins and Lipids in Intact Cancer Tissue [Текст] / M. Gniadecka, P. A. Philipsen, S. r Sigurdsson, S. Wessel, O. F. Nielsen, D. Christensen, J. Hercogova, K. Rossen, H. Thomsen, R. Gniadecki, L.Hansen, H. C. Wulf // *J Invest Dermatol*. – 2004. – No. 122. – С. 443 – 449.
10. Zhao, J. Real-time Raman spectroscopy for non-invasive skin cancer detection - preliminary results [Текст] / J Zhao, H, Lui // *Conf Proc IEEE Eng Med Biol Soc*. – 2008. – С. 3107 – 3109.
11. Vermont, J. Fast fluorescence microscopy for imaging the dynamics of embryonic development [Текст] / J. Vermot, S. E. Fraser, and M. Liebling // *HFSP J*. – 2008. – No. 2. – С. 143 – 155.

12. Захаров, В. П. 3D визуализация многократно рассеивающих сред [Текст] / В. П. Захаров, А. Р. Синдяева // Компьютерная оптика. – 2007. – Т.31. – №4. – С. 44 – 52.

13. Захаров, В. П. Приближенный метод расчёта распределения энергии оптического излучения в многократно рассеивающих средах [Текст] / В. П. Захаров, И. А. Братченко // Компьютерная оптика. – 2008. – Т. 32. – № 4. – С. 370 – 375.

14. Mackie, R. M. Incidence and thickness of primary tumors and survival of patients with cutaneous malignant melanoma in relation to socioeconomic status [Текст] / R. M. Mackie, D. J. Hole // BMJ. – 1996. – Vol.312. – С. 1125 – 1128.

15. Sterenborg, H. In vivo fluorescence spectroscopy and imaging of human skin tumors [Текст] / H. Sterenborg, M. Motamedi, R. F. Wagner, M. Duvic, S. Thomsen, S. L. Jacques // Lasers Med Sci. – 1994. – No9. – С. 191 – 201.

16. Tuchin V. V. Tissue Optics: Light Scattering Methods and Instruments for

Medical Diagnosis // SPIE Tutorial Text in Optical Engineering, – 2000. – V2. – TT38.

17. Jacques, S. L. Origins of tissue optical properties in the UVA, Visible and NIR regions // Advances in optical imaging and photon migration – 1996. – V2. – С. 364 – 369.

18. Eikje, N. S. Vibrational spectroscopy for molecular characterisation and diagnosis of benign, premalignant and malignant skin tumors [Текст] / N. S. Eikje, K. Aizawa, Y. Ozaki // Biotechnol Annu Rev. – 2005. No11. – С. 191 – 225.

19. Gniadecka, M. Melanoma Diagnosis by Raman Spectroscopy and Neural Networks: Structure Alterations in Proteins and Lipids in Intact Cancer Tissue [Текст] / M. Gniadecka, P. A. Philipsen, S. Sigurdsson, S. Wessel, O. F. Nielsen, D. H. Christensen, J. Hercogova, K. Rossen, H. K. Thomsen, R. Gniadecki, L. K. Hansen, and H. C. Wulf // J. Invest. Dermatol. – 2004. – Vol 122. – С. 443 – 449.

## INCREASING THE INFORMATION CONTENT OF OPTICAL COHERENCE TOMOGRAPHY SKIN PATHOLOGY DETECTION

© 2011 V. P. Zakharov<sup>1</sup>, K. Larin<sup>2</sup>, I. A. Bratchenko<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Samara State Aerospace University  
named after academician S. P. Korolyov (National Research University)  
<sup>2</sup>University of Houston (USA)

A mathematical model of optical radiation interaction with skin tissues is constructed, which takes into account the effects of stimulated Raman scattering. On the basis of numerical experiments the features in the Raman scattering spectra are revealed to characterize skin abnormalities. The possibility of significant increase in information content for optical coherence tomography and Raman spectroscopy joint usage is shown. Recent improvement is achieved by significantly reducing the volume of diagnostic measurements during the tissue layers isolation with the help of OCT, followed by their analysis by Raman spectroscopy. Differences in Raman scattering intensities for abnormal and normal tissue layers are established, their values may differ by an amount of 40%.

*Optical coherence tomography, pathological tissue, Raman spectroscopy, image processing, simulation.*

### Информация об авторах

**Захаров Валерий Павлович**, доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой радиотехнических устройств. Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва (национальный исследовательский университет). Область научных интересов: лазерная физика и техника, физи-

ки плазма, оптика, биофотоника, медицинская лазерная техника. E-mail: [zakharov@ssau.ru](mailto:zakharov@ssau.ru)

**Ларин Кирилл**, доктор наук, профессор, директор лаборатории Биомедицинской оптики университета Хьюстон (США). Область научных интересов: биомедицинская оптика, биофотоника, оптическая когерентная томография. E-mail: [klarim@uh.edu](mailto:klarim@uh.edu).

**Братченко Иван Алексеевич**, ассистент кафедры радиотехнических устройств. Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва (национальный исследовательский университет). Область научных интересов: оптика, биофотоника, спектроскопия, математическое моделирование. E-mail: [ud\\_liche@mail.ru](mailto:ud_liche@mail.ru).

**Zakharov Valeriy Pavlovich**, doctor of physical and mathematical sciences, professor, head of the radioengineering devices department, Samara State Aerospace University. E-Mail: [zakharov@ssau.ru](mailto:zakharov@ssau.ru). Area of research: laser physics and engineering plasma physics, optics, biophotonics, medical lasers.

**Larin Kirill, Ph.D.**, Professor, Director of Biomedical optics laboratory, the University of Houston (USA). E-Mail: [klarim@uh.edu](mailto:klarim@uh.edu). Area of research: biomedical optics, biophotonics, optical coherent tomography.

**Bratchenko Ivan Alekseevich**, assistant of the radioengineering devices department, Samara State Aerospace University. E-Mail: [ud\\_liche@mail.ru](mailto:ud_liche@mail.ru). Area of research: optics, biophotonics, spectroscopy, mathematical modeling.

## ОБОБЩЁННАЯ ЗАДАЧА СИНТЕЗА ВИРТУАЛЬНОЙ СЕТИ МАШИНОСТРОИТЕЛЬНОГО ПРЕДПРИЯТИЯ

© 2011 А. Н. Коптев<sup>1</sup>, Д. Ю. Дронов<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Самарский государственный аэрокосмический университет  
имени академика С. П. Королёва (национальный исследовательский университет)

<sup>2</sup> Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики

Рассматривается формальный метод проектирования мультисервисных сетей, основанный на использовании методов и средств «общей теории образов», которая позволяет решать задачи синтеза частной виртуальной сети производственного комплекса.

*Виртуальные сети, синтез, теория образов, идентификатор, тензорный анализ.*

Одной из центральных задач в условиях модернизации машиностроительного комплекса является задача широкого внедрения информационных технологий. Средством успешного решения этой задачи является создание виртуальных частных сетей, объединяющих все источники производственной информации по изготовлению сложных изделий. Такая сеть должна обеспечить безопасность, доступность, предсказуемую пропускную способность, конфиденциальность. С точки зрения заказчика виртуальная частная сеть должна представлять единую логическую сеть предприятия, независимую от расположения компьютеров и непосредственных соединений.

Задача синтеза частной виртуальной сети может быть сформулирована следующим образом. Пусть имеется  $k$  типов непосредственных компонентов, из которых можно строить сеть передачи информации. Если сеть состоит из  $n_1$  устройств первого типа,  $n_2$  устройств второго, ...,  $n_k$  агрегатов  $k$ -го типа, то её можно характеризовать вектором  $n = (n_1, n_2, \mathbf{K}, n_k)$ . В рамках такого подхода к построению сети определённого назначения могут быть синтезированы различные схемы реализации.

Задавая множеством  $N$  допустимых векторов  $n_i$ , рассмотрим только те системы, которые характеризуются векто-

рами  $n_i \in N$ . Пусть далее в функциональном пространстве точек вида  $\{L_x(Y)\}$  задано множество  $K$  точек этого пространства. Точкой этого пространства является «вектор»  $\{L_x(Y)\}$ , где  $x$  – «номер координаты». Например, если рассматривается лишь конечное число входов  $X_1, X_2, \dots, X_r$ , то этот вектор будет иметь вид  $\{L_{x_1}(Y), L_{x_2}(Y), \dots, L_{x_r}(Y)\}$ . Функция  $\{L_x(Y)\}$  обозначает совокупность всех конечномерных распределений  $Y = Y(t)$  при фиксированном  $X = X(t)$ .

Для того чтобы сформулировать задачу оптимального синтеза, необходимо ввести во множество  $N$  операцию упорядочения: из двух различных векторов  $n_1, n_2$  вектор  $n_1 \mathbf{p} n_2 \rightarrow n_1 < n_2$ . Сформулированная задача синтеза, и тем более оптимального синтеза, является весьма общей, и в настоящее время эффективных методов её решения не существует. К решению этой задачи применяется общий принцип, базирующийся на установлении предпочтения как строго частичного упорядочения.

В данной статье рассматривается решение задачи в рамках точного формализма построения виртуальной частной сети на основе теории синтеза образов [1, 2, 3].

Объектом исследования в данной работе являются частные сети, рассматри-

ваемые в рамках точного формализма, который будет использоваться в качестве концептуальной основы для синтеза этой сети.

С общих позиций любая сеть состоит из образующих, т.е. некоторых стандартных устройств. В каждом конкретном случае они выбираются из стандартного набора образующих, который обеспечивает однозначно определённый результат при синтезе частной сети.

Непроизводные компоненты – стандартные схемные модули, используемые для построения виртуальной частной сети предприятия, – назовём образующими сети (ОС). Множество всех ОС  $S$  состоит из непересекающихся классов  $S^a, S^a \subset S$ , где  $a$  – общий индекс класса ОС. Непересекающиеся классы:

$$S = \bigcup_a S^a, S^a. \quad (1)$$

ОС – это некоторые стандартные устройства, обладающие определёнными свойствами. Важнейшими из них, как правило, являются свойства двух типов.

К первому типу свойств отнесём признаки. ОС ставится в соответствие признак  $p = p(S)$ . Одной из составляющих признака служит индекс класса ОС, а другие составляющие представляют более специфическую информацию.

Второй тип свойств связан с входами и выходами ОС для возможных соединений между ОС.

Каждому подобному (потенциально возможному) соединению соответствует показатель связи, обозначаемый обычно символом  $b$  с соответствующим нижним индексом.

Кроме этого введём показатель, характеризующий максимально возможное число соединений ОС, величина которого равна

$$b_{\Sigma} = b_i^{in} + b_i^{out}. \quad (2)$$

Пронумерованное определённым образом множество связей  $S$  всякой ОС, образует структуру связей ОС. Структура

связей не определяет значения показателей, поставленных в соответствие отдельным связям.

В дополнение к свойствам образующих необходим также идентификатор или имя для того, чтобы иметь возможность различать используемые образующие.

Чтобы дать интуитивное представление о свойствах ОС, введём графический формализм (рис. 1).

Это графическое представление не следует рассматривать как образующую, окружённую своими связями, т.к. связи являются частью собственно ОС.

Для нашего случая ОС определена применительно к некоторой среде  $X$ . Опорное пространство  $X$  может быть практически любым.



Рис. 1. Графическое представление образующей сети

Рассмотрим с общих позиций наиболее часто встречающиеся ОС, которые состоят из отображений опорного пространства  $X$  в сопоставленное пространство  $Y$ . В этом случае будем говорить об образующих-соответствиях или образующих-функциях. В качестве более общего многомерного аналога ОС введём понятие универсальной ОС.

Всякая ОС для рассматриваемого случая есть оператор с  $v$  (переменными) входами  $x_1, x_2, \dots, x_v$  и  $m$  (переменными) выходами  $y_1, y_2, \dots, y_m$ . Область значений всякого  $x_i$  есть некоторое пространство  $X_i$ , область значений всякого  $y_i$  – неко-

торое пространство  $Y_i$ . В частности, существуют операторы назначения, не имеющие входов (однако обычно обладающие некоторыми признаками). Преобразования подобия воздействуют только на операторы назначения, оставляя все остальные ОС без изменения. В результате реализации этих преобразований признаки оператора назначения обычно изменяются.

Отметим возможность использования этого аналога ОС для случая, когда  $X_i$  и  $Y_i$  определены как множества случайных переменных.

Для синтеза виртуальной частной сети проектировщик вырабатывает последовательность ОС, обеспечивающих однозначно определённый результат. Простейшим случаем (для конечного или счётного  $S$ ) является полное перечисление, при котором порядок определяется или произвольно, или на основе некоторого признака. В результате будет получено само  $S$ .

Каждый первичный элемент из  $S$  может воспринимать входные сигналы и находится в определённом состоянии в зависимости от них. Входные сигналы имеют вид вектора  $X = (x_0, x_1, \dots, x_{x_0})$ , компонент  $x_0$  – дискретный параметр, остальные компоненты  $x_i$ ,  $i \geq 1$  – вещественные числа. Состояние ОС в момент времени, предшествующий моменту поступления сигнала  $X$ , описывается вектором  $Z$  с компонентами  $(z_0, z_1, \dots, z_{z_0})$ , где  $z_0$  – также дискретный параметр.

При поступлении сигнала  $X$  на вход системы реализуется случайный вектор  $x = (x_1, x_2, \dots)$  с размерностью и распределением, которые полностью определяются компонентами  $z_0$  и  $x_0$ . Далее формируется вектор  $K$  в виде

$$K = K(z_1, z_2, \dots; x_1, x_2, \dots; x_1, x_2, \dots). \quad (3)$$

Затем составляется конечное число линейных форм  $L_i$ , от компонент вектора (возможно, со свободными членами). Вид

этих линейных форм полностью определяется компонентами  $z_0$  и  $x_0$ . Вектор  $(n_1, n_2, \dots, n_v)$  принимает следующие значения:

$$v_i = \begin{cases} 1, & \text{если } L_i > 0, \\ 0, & \text{если } L_i \leq 0. \end{cases} \quad (4)$$

Новое значение  $z'$  внутреннего состояния ОС после воздействия входного сигнала определяется следующим образом:

$$z' = \left( z'_0, z'_1, \dots, z'_{|z_0|} \right),$$

где

$z'_0$  выбирается по случайному закону, зависящему лишь  $z_0, x_0, v_1, v_2, \dots$ ,

$z'_i, i \geq 1$  определяются как линейные комбинации компонент вектора  $K$  с коэффициентами, полностью определёнными значениями  $z_0, x_0, v_1, v_2$ . В узловой момент времени, т.е. в момент, когда какая-либо из непрерывных координат вектора  $z(t)$  обращается в нуль, на выход посылается сигнал вида:

$$Y = \left( y_0, y_1, y_2, \dots, y_{|y_0|} \right), \quad (5)$$

где

$y_0$  – дискретный параметр,

$y_1, \dots, y_{|y_0|}$  – вещественные числа.

Параметры  $y_i (i = 0, 1, 2, \dots, |y_0|)$  формируются следующим образом. Пусть  $Z = (z_0, z_1, \dots, z_{|z_0|})$  – состояние ОС в момент, предшествующий обращению некоторой переменной в нуль. Тогда  $y_0$  выбирается из некоторого конечного или счётного множества по случайному закону, полностью определяемому заданием  $z_0$ . После выбора  $y_0$  параметры  $y_i (i \geq 1)$  определяются как линейные комбинации с коэффициентами, зависящими от  $y_0$  и, возможно, от  $z_0$ .

Располагая ОС описанного вида, можно формально построить виртуальную частную сеть, понимая её как совокуп-

ность ОС, связанных таким образом, что выходы одних соединены с входами других. В основе такого построения сети лежат правила, ограничивающие способы соединения ОС между собой. Эти правила приводят к типичным регулярностям и представляют их комбинаторную структуру – множество регулярных конфигураций, каждая из которых определяется своим составом и структурой.

Остановимся более подробно на синтезе конфигураций, удовлетворяющих определённой регулярной функции.

Для того, чтобы выделить класс регулярных или допустимых конфигураций, можно воспользоваться двумя способами. Можно начать с множества всех конфигураций и выделить те, которые удовлетворяют набору заданных ограничений. Это есть определение через ограничения. С другой стороны, можно начать с пустого множества и последовательно добавлять новые конфигурации, используя некоторое правило порождения. Это есть порождающее определение.

Через  $R$  будем обозначать систему правил или ограничений (или тех и других), определяющую, какие конфигурации следует считать регулярными. Множество регулярных конфигураций, получаемых с помощью множества  $R$ , будем обозначать через  $b(R)$  или через  $b_n(R_n)$ , где  $n$  – число образующих (если оно определено). Множество  $b(R)$  характеризует регулярность создаваемой сети.

При этом структура конфигурации представляет собой множество  $S$  соединений, существующих между всеми или некоторыми связями образующих, входящих в её состав. Если перенумеровать связи как  $b_{ij}$ , то множество  $S$  можно задать списком вхождений вида  $(b, b') = ((i, j), (i', j'))$  или двумерной матрицей – тензором соединения порядка  $(b_i, b_j)$ , в котором единицы и нули указывают на наличие или отсутствие соединения в определённых парах связей.

Множество всех допустимых соединений  $S$  обозначим через  $\Sigma$  и будем называть его типом соединения конфигураций в рассматриваемом множестве регулярных конфигураций  $b(R)$ , определяющих состав и структуру сети в целом. С формальной позиции тип соединений  $\Sigma$  представляет собой объединение допустимых соединений  $S_n$ , где всякое множество  $S_n$  есть множество графов, заданных на  $n$  вершинах ОС.

Поскольку каждая конфигурация выполняет свою функцию, то множество регулярных конфигураций, получаемых через систему правил или ограничений, будет отражать функцию синтезируемой, виртуальной частной сети как большой системы. При этом такую систему на некотором уровне формального описания вполне естественно можно считать ОС в формализме более высокого уровня.

Определим формально функцию такой системы, которая на этом этапе рассмотрения представляется многомерным аналогом ОС, введённым выше, представляющим систему в целом. Рассматриваемой ОС принадлежит множество  $S$  устройств сети, одно из которых изображено на рис. 2.

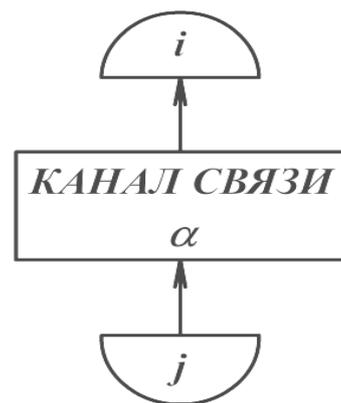


Рис. 2. Канал связи образующей системы

Признаком образующей  $S$  является  $X$  – вектор входного сигнала. Интерпретация такого типа соединения состоит в том, что переход из состояния в состояние происходит в момент времени  $t$ .

Обозначим через  $X(t)$  вход, через  $Y(t)$  выход системы, определив каждый из

этих процессов как 0, если в момент времени  $t$  на вход (выход) не поступает никаких сигналов, и как  $x(y)$ , если в момент времени  $t$  на вход (выход) поступает соответствующий сигнал.

При этом будем считать допустимым в заданном интервале времени любой входной (выходной) процесс, который характеризуется поступлением конечного числа сигналов.

Задав ОС, введём определённые правила, ограничивающие способы их соединения между собой. Эти правила приводят к типичным регулярностям образов и представляют их комбинаторную структуру. Получаемые в результате регулярные конфигурации являются абстрактными конструкциями. В какой степени регулярные конфигурации могут быть идентифицированы наблюдателем – зависит от системы наблюдения. Результаты наблюдения, соответствующие некоторому множеству регулярных конфигураций, с общих позиций, представляет собой класс эквивалентности  $I$  на множестве правильных конфигураций  $b(R)$  в смысле правила идентификации  $R$ , т.е. формальное описание объекта проектирования или формальный объект (ФО). Такое описание соответствует наблюдениям в идеальных условиях; оно может быть точным настолько, насколько хорошо исследователь или «заказчик» знают свой объект. Следовательно, речь идет о потенциально достижимом описании объекта.

Синтезированный ФО, не учитывающий поведение его в реальных условиях, будет иметь ограниченные приложения.

Рассмотрим алгоритм решения задачи синтеза виртуальной частной сети для передачи информации подразделениям предприятия.

При синтезе виртуальной сети следует различать энергетическую и информационную сторону вопроса. Первая связана с наличием исполнительных устройств, способных выполнить какие-либо операции, вторая – с целесообразностью того или иного вида распределения опе-

раций между этими устройствами. Первая задача состоит в выборе такого набора устройств при условии оптимального управления потоками, при котором система полностью справлялась бы с обслуживанием. Это положение математически можно выразить в виде условия существования эргодического распределения соответствующего кусочно-линейного марковского процесса.

В широком классе случаев данная задача решается при помощи расчёта по средним характеристикам.

Существуют методы, по которым можно убедиться в том, что система с заданным составом приборов может справиться с определённым потоком требований. Эти методы основаны главным образом на рассмотрении случайных блужданий в многомерном пространстве. Такой подход базируется на условии наличия функциональной схемы такой системы.

Предлагаемый метод связан с формированием как состава сети, так и её структуры. Исходным для формирования регулярных конфигураций является множество ОС и система правил и ограничений  $R$ , определяющих, какие конфигурации следует считать регулярными. Применяя множество  $R$ , структурируем конфигурацию ( $c$ ) путём соединения ОС. Структура конфигурации представляет множество соединений, существующих между всеми или некоторыми связями ОС, входящими в её состав.

Если для конфигурации  $c$  заданы

$$\text{состав } (c) \text{ и структура } (c) = S, \quad (6)$$

то её регулярность определяется взаимным соответствием соединённых связей. Последнее определяется отношением согласования или отношением связи  $r$ , зависящим от двух соответствующих связей и записываемым как  $brb'$ .

Часть связей конфигурации  $c \in b(R)$  участвует в соединениях, предусмотренных структурой  $S$ ; эти связи являются внутренними связями конфигурации. Остальные связи конфигурации являются её внешними связями. Множество внешних

связей и соответствующих показателей связи обозначим через  $ext(c)$ .

Регулярные конфигурации будут представляться графически с помощью схемы конфигурации, на которой показаны все ОС и их связи, как внутренние, так и внешние.

Рассмотрим пример формирования сети. Пусть даны две конфигурации  $c_1, c_2 \in b(R)$  и множества  $B(c_1)$  и  $B(c_2)$ ,

образованные внешними связями конфигураций  $c_1$  и  $c_2$ , соответственно. Пусть  $S_{12}$  представляет собой список соединенных связей, принадлежащих множеству  $B(c_1)$ , со связями, принадлежащими множеству  $B(c_2)$ , при условии, что устанавливаются только попарные соединения, и, следовательно, групповые соединения отсутствуют. В таком случае объединенную конфигурацию можно представить как  $c_1 S_{12} c_2$ , причём:

$$\text{состав}(c_1 S_{12} c_2) = \text{состав}(c_1) \cup \text{состав} c_2; \tag{7}$$

$$\text{структура}(c_1 S_{12} c_2) = \text{структура}(c_1) \cup \text{структура} c_2 \cup S_{12}. \tag{8}$$

Отсюда следует, что  $c_1 S_{12} c_2 \in b(R)$  в том и только том случае, если условие

$$\text{структура} c_1 S_{12} c_2 \in \sum \tag{9}$$

выполняется для всех новых связей, соединённых в соответствии с  $S_{12}$ .

Вместо списка  $S_{12}$  будем использовать тензор соединений, представляемый множеством сингулярных 2-мерных матриц [4]. В таком случае вместо  $S_{12}$  или соответствующей ей 2-матрицы можно использовать для построения типа соединений системы символ «+».

Распространив понятие показателя возможного числа соединений (2), введённых на множестве ОС –  $S$ , на множество регулярных конфигураций  $b(R)$ , получим соотношение, как для входных, так и для выходных связей.

Суммарный показатель соединений конфигурации  $c$  называется, как и в случае образующих, показателем, характеризующим максимальное число внешних связей. Оно складывается из входного и выходного показателя связи конфигурации.

Сделаем несколько простых заключений относительно свойств  $b(R)$  пространства конфигурации.

Если для двух регулярных конфигураций  $c_1$  и  $c_2$  справедливы условия (напомним, что структура  $c$  есть множество):

$$\left. \begin{aligned} \text{состав}(c_1) \subseteq \text{состав}(c_2) \\ \text{структура}(c_1) \subseteq \text{структура}(c_2) \end{aligned} \right\}, \tag{10}$$

то можно записать, что  $(c_1) \subseteq (c_2)$ . В этом случае будем говорить, что конфигурация  $c_1$  является подконфигурацией конфигурации  $c_2$ . Это вводит в  $b(R)$  частичный порядок. Эта операция всегда приводит к увеличению информации или, что точнее, никогда не приводит к её потере.

Рассмотрим вопросы конгруэнтности, т.е. получения регулярных конфигураций при их соединении. Рассмотрим две конфигурации  $c_1$  и  $c_2$ , принадлежащие или не принадлежащие к  $b(R)$  и имеющие одну и ту же  $\sum$  – структуру и одинаковую структуру внешних связей.

Объединим конфигурации  $c_1$  и  $c_2$  одним и тем же способом с некоторой конфигурацией  $c$  так, чтобы полученный в результате тип соединения принадлежал  $\sum$ . Если в результате этого обе полученные конфигурации принадлежат  $b(R)$  либо обе не принадлежат этому множеству,

и это справедливо для любой конфигурации  $c$ , можно считать, что конфигурация  $c_1$  конгруэнтна конфигурации  $c_2$ . Это приводит к отношению эквивалентности, так что  $S$  разбивается на непересекающиеся классы конгруэнтности. Если в качестве  $c$  используется пустая конфигурация, то из конгруэнтности конфигураций  $c_1$  и  $c_2$  следует их одновременная регулярность либо нерегулярность.

При определении конгруэнтности конфигураций  $c_1$  и  $c_2$ , во-первых, очевидно, что если одна из них принадлежит  $b(R)$ , а другая – нет, то эти конфигурации неконгруэнтны. Кроме того, если обе конфигурации нерегулярны, так что одно или несколько соединений нарушают отношение согласования  $r$  в каждой конфигурации, то объединённые конфигурации автоматически должны быть также нерегулярными. Следовательно, необходимо рассматривать только случай регулярности обеих конфигураций.

Для формального построения схем виртуальной частной сети из конфигураций, синтезированных из множества ОС – универсальных операторов, введённых выше, рассмотрим универсальную задачу – соединение, предусматривающее введение частичного порядка между этими операторами, представляющими отдельные конфигурации сети.

Пусть ОС – универсальные операторы с числом входов равным  $n$ , если ОС имеет  $n$  входов.

Соответствующими показателями связей являются области определения  $X_1, X_2, \mathbf{K}, X_n$ , взятые в соответствующем порядке. Аналогичным образом число выходов ОС равно  $m$ , если имеется  $m$  её выходов; показатели выходных связей равны соответственно  $Y_1, Y_2, \mathbf{K}, Y_m$ . Соединение  $S$  является допустимым, если образующие его ориентированные стрелки частично упорядочены. В качестве отношения связи  $r$  выбирается включение, следовательно,  $brb'$ , если  $b \subseteq b'$ .

Введём некоторые понятия и определения, с помощью которых сформулируем задачи синтеза сложной системы. Эти понятия распространены на новый класс объектов, названных в данной работе конфигурациями.

Формализуем правило идентификации для двух различных конфигураций  $c$  и  $c'$  из  $b(R)$ :

$$c \equiv c' \pmod{R} \text{ или } cRc',$$

если  $c$  и  $c'$  идентифицируются при помощи этого правила, указывающего, каким образом исследователь может различать допустимые для решения конкретных задач конфигурации.

Для того чтобы некоторые отношения были правилом идентификации, должно выполняться следующее.

Отношение  $R$  между конфигурациями из  $b(R)$  называется правилом идентификации, если:

- 1)  $R$  является отношением эквивалентности;
- 2) если  $cRc'$ ,  $c$  и  $c'$  имеют одни и те же внешние и внутренние показатели связей;
- 3) если  $cRc'$ , то  $(sc)R(sc')$  для любого другого  $s \in S$ ;
- 4) если  $c = c_1 S c_2$ ;  $c = c'_1 S c'_2$  регулярны и  $c_1 R c'_1$ ,  $c_2 R c'_2$ , то  $c R c'$ .

Множество всех ФО и их идентификацию обозначим следующим образом:

$$\Gamma = b(R)/R = \langle S, r, \sum, r' \rangle / R. \quad (11)$$

Класс эквивалентности  $I$ , содержащий данную конфигурацию ( $c$ ), будем обозначать через  $I(c)$ .

На множестве  $\Gamma$  задаётся алгебраическая структура. В работе [5] доказаны следующие положения.

На множестве  $\Gamma$  могут быть однозначно заданы преобразования подобия и однозначно определены комбинации  $I_1 S I_2$  для изображений  $I_1, I_2$ , если связи в  $S$  соответствуют их внешним связям.

Тогда:

1)  $s(I_1 s I_2) = (s I_1) s (s I_2)$ , если внешние связи реализуются посредством  $s$  ;

2) если  $(I_1 s_1 I_2) s_2 I_3$  и  $I_1 s'_1 (I_2 s'_2 I_3)$  – регулярные комбинации, то они определяют один и тот же  $\Phi O$  при условии, что  $s_1 U s_2 = s'_1 U s'_2$ .

Для данного  $b(R)$  различные правила идентификации приведут к различным алгебрам  $\Phi O$ . Если  $R_1$  и  $R_2$  – два таких правила и  $R_1$  точнее, чем  $R_2$ , в том смысле, что  $R_1$ - $\Phi O$  всегда содержатся в  $R_2$ - $\Phi O$ , но не всегда наоборот, то:  $R_1 < R_2$ . В частности, иногда важно, что правило может различать конфигурации лишь с одной образующей. Для примера рассмотрим моноатомный тип связи [5] и произвольную пару образующих  $S_1$  и  $S_2$ . Обе конфигурации  $\{S_1\}$  и  $\{S_2\}$  регулярны. Будем говорить, что  $R$  разделяет образующие, если из  $\{S_1\} \equiv \{S_2\} \pmod{R}$  следует  $S_1 \equiv S_2$ .

При синтезе виртуальных частных сетей как сложных систем используются многие типы правил идентификации. Однако часто используются некоторые простые правила:

1. Тривиальное правило задаётся при помощи равенства между конфигурациями, а именно  $c R c'$ , тогда и только тогда, когда  $c = c'$ : идентификация по равенству конфигураций. Конечно, в этом случае выполняется  $\Gamma = b(R)$ .

2. Правило  $R$  появляется тогда, когда все регулярные конфигурации имеют нулевое значение для входов и выходов. Полагаем  $c R c'$  тогда и только тогда, когда состав  $c$  равен составу  $c'$  (идентификация по составу).

3. Правило, когда две конфигурации идентифицируются, если они представляют одну и ту же функцию и имеют одни и те же внешние связи (идентификация по функции).

Часто встречается случай, когда изображение представляет некоторую функцию на опорном пространстве. Когда мы имеем две или большее число ал-

гебр  $\Phi O$ , определённых на одном и том же  $b(R)$ , может оказаться важным выяснить, существуют ли простые отображения одной из них в другую.

Остановимся более подробно на задаче представления  $\Phi O$  для синтеза сложных систем из сложных модулей (моноатом) в качестве ОС.

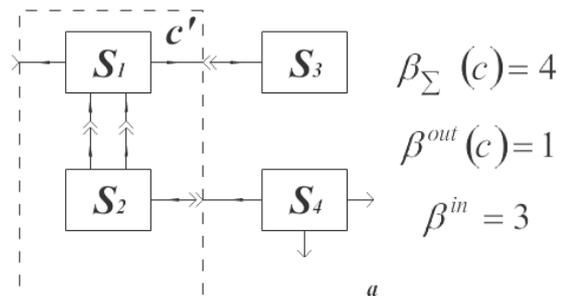
Рассмотрим модель  $\Phi O$  с моноатомным типом соединения. Тогда для любых двух образующих  $S_1$  и  $S_2$  соответствующие конфигурации  $c_1 = \{S_1\}$  и  $c_2 = \{S_2\}$  регулярны. Тогда существует ОС  $S$ , такая, что  $S \equiv (c_1 s c_2) \pmod{R}$ . Если, кроме того,  $R$  разделяет ОС, то  $S$  определена однозначно:

$$S = S_1 s S_2. \tag{12}$$

Таким способом пары ОС могут стягиваться в одну ОС, и эту процедуру можно повторять.

Рассмотрим конфигурацию  $c \in I$ , включающую в себя две ОС:  $S_1$  и  $S_2$ . Если  $S_1$  и  $S_2$  соединены в конфигурацию посредством  $s$  и  $S_1 s S_2 = S$ , то  $c$  является  $R$ -эквивалентом конфигурации  $c'$ , полученной из  $c$  заменой конфигурации  $S_1 s S_2$  на  $S$ .

Для иллюстрации этой операции рассмотрим рис. 3, где подконфигурация  $c'$  конфигурации  $c$  обозначена внутри пунктирной линии на рисунке 3а и отдельно на рисунке 3б, она является  $R$ -эквивалентом  $\{S\}$ . Заменяя  $S_1 s S_2$  на  $\{S\}$ , получаем конфигурацию, показанную на рисунке 3в.



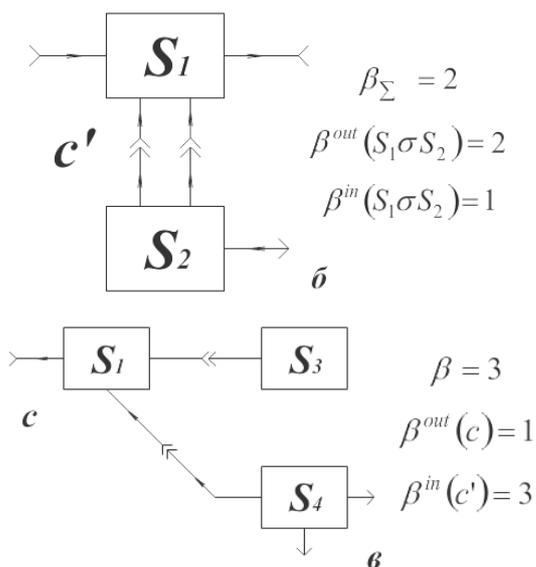


Рис. 3. Конфигурации образующих сети

Полученные выше теоретические результаты синтеза сложных систем и, в частности, виртуальных частных сетей не учитывают их поведения в реальных условиях. Следовательно, необходимо обеспечить реалистичность теории с тем, чтобы она могла оперировать реальными образцами систем. Другими словами, следует рассмотреть процесс преобразования «чистых» образов в реальные с помощью некоторого механизма деформации  $D$ .

Деформации вносят более серьёзные изменения по сравнению с преобразованиями подобия. Этот механизм может включать случайные элементы, и в таком случае  $D$  должен определять используемые вероятностные меры. Конкретная деформация обозначается через  $d$ ,  $d\hat{I}D$ , и можно использовать запись  $I^D = dI$ .

Для того чтобы включить эту часть в единый метод, необходимо ввести деформацию, связанную с преобразованиями подобия, т.е. определить, каким образом множество образующих  $S$  преобразуется деформациями  $D$ , какова комбинаторная структура деформированного изображения.

Сформулируем несколько общих принципов, которые могут оказаться полезными при построении модели деформации.

Во-первых, следует попытаться разложить  $D$ , которое может быть довольно

сложным пространством, на простые факторы  $D = D_1 \times D_2 \times \dots$ . Произведение может быть конечным, счётным или несчётным. Иногда такое разбиение задаётся непосредственно. Некоторую пользу можно извлечь также из того способа, при помощи которого алгебры изображений построены из элементарных объектов. Если рассматриваются изображения, конфигурации которых включают  $n$  образующих, и все они идентифицируемы, то:

$$I^D = dI = (d_1 s_1, d_2 s_2, \dots, d_n s_n). \quad (13)$$

Этот метод будет работать только в том случае, когда образующие однозначно определяются изображением. Вместо этого воспользуемся соответствующим разбиением в применении к каноническим конфигурациям, образующие которых определены в рассматриваемой алгебре изображений. После разделения  $D$  на достаточно простые факторы необходимо решить, какую вероятностную меру (ВМ) следует ввести на  $D$ . При этом существенным моментом является выбор такого способа факторизации деформаций, при котором отдельные факторы  $d$  оказываются независимыми друг от друга. Невозможно полностью задать ВМ, не располагая эмпирической информацией, и для того, чтобы получить оценки с удовлетворительной точностью, аксиоматическая модель должна быть в достаточной степени структурирована. Это критический момент для определения ВМ, и здесь требуется такое понимание механизма деформации, которое исключит неадекватное представление данных при последующем анализе. Если действительно удастся провести разбиение таким образом, что факторы в вероятностном смысле независимы, то остаётся ещё решить задачу определения на них безусловных распределений.

Таким образом, виртуальная сеть (модель в нашем случае) строится из стандартных блоков-образующих, объединённых в конфигурации. Образующие сети определены в конкретной среде  $X$ -опорном пространстве. В этом пространстве задаются определённые преобразова-

ния  $X \rightarrow X$ , которые используются для построения соответствующих регулярных сетей, удовлетворяющих набору заданных ограничений (правил  $b(R)$ ). Эти ограничения характеризуют типы регулярности образов и представляют их комбинаторную структуру.

Регулярные конфигурации являются в сущности абстрактными, т.е. формальными описаниями. Результат формального описания всей сети, соответствующий множеству регулярных конфигураций, представляет собой «изображение». Изображение сети соответствует формальному описанию в идеальных условиях: при правильной модели, отсутствии инструментальных ошибок и аппаратурных ограничений. Введение механизма деформаций обеспечивает возможность работы

с реальными образующими, конфигурациями и изображениями.

### Библиографический список

1. Гренандер, У. Лекции по теории образов. Т1. Синтез образов. – М.: Мир, 1979. – 383 с.
2. Гренандер, У. Лекции по теории образов. Т2. Анализ образов. – М.: Мир, 1981. – 448 с.
3. Гренандер, У. Лекции по теории образов. Т3. Регулярные структуры. – М.: Мир, 1983. – 432 с.
4. Крон, Г. Тензорный анализ сетей. – М.: Советское радио, 1978. – 720 с.
5. Александров, Б. А. Основы теории эвристических решений. – М.: Советское радио, 1975.

## GENERALIZED PROBLEM OF VIRTUAL NET SYNTHESIS FOR A MACHINE-BUILDING ENTERPRISE

© 2011 A. N. Koptev<sup>1</sup>, D. Yu. Dronov<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Samara State Aerospace University named after academician S. P. Korolyov  
(National Research University)

<sup>2</sup>Povolzhskiy State University of Telecommunications and Informatics

We consider a formal method for the design of multi-service nets based on the «general image theory» method. That makes it possible to solve the problems of synthesizing a virtual net of an industrial complex.

*Virtual nets, synthesis, image theory, identifier, tensor analysis.*

### Информация об авторах

**Коптев Анатолий Никитович**, доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой эксплуатации авиационной техники. Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С. П. Королёва (национальный исследовательский университет). Область научных интересов: теория представлений, моделирование, контроль и диагностика бортовых комплексов оборудования в производстве и эксплуатации летательных аппаратов. E-mail: [eat@ssau.ru](mailto:eat@ssau.ru).

**Дронов Дмитрий Юрьевич**, аспирант Поволжского государственного университета телекоммуникаций и информатики. Область научных интересов: проектирование сетей связи промышленных предприятий. E-mail: [eat@ssau.ru](mailto:eat@ssau.ru).

**Koptev Anatoly Nikitovitch**, doctor of technical sciences, professor, head of the aircraft maintenance department, Samara State Aerospace University named after academician S. P. Korolyov (National Research University), [eat@ssau.ru](mailto:eat@ssau.ru). Area of research: representational theory, modeling, technical diagnostics and assessment in the process of airborne equipment production and technical maintenance.

**Dronov Dmitriy Yuryevitch**, post-graduate student of Povolzhskiy State University of Telecommunications and Informatics, [eat@ssau.ru](mailto:eat@ssau.ru). Area of research: designing communication networks of industrial enterprises.

## ПРИМЕНЕНИЕ ИНТЕГРАЛЬНЫХ ВЕРОЯТНОСТНЫХ МЕТРИК ДЛЯ АНАЛИЗА ТЕКСТУРНЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ

© 2011 А. И. Пластинин

Самарский государственный аэрокосмический университет  
имени академика С. П. Королёва  
(национальный исследовательский университет)

Работа посвящена разработке ядер для текстурных изображений. Предлагается использовать интегральные вероятностные метрики в качестве меры сходства текстурных изображений, на которых основаны предлагаемые ядра. Проведены исследования предложенных ядер с использованием метода дискриминантного анализа и метода опорных векторов на тестовых наборах изображений.

*Текстурные изображения, текстурный анализ, меры схожести, интегральные вероятностные метрики, гильбертовы пространства с воспроизводящим ядром, дискриминантный анализ, метод опорных векторов.*

Текстурный анализ широко распространён в обработке различных типов изображений [1, 2]. Распространённым подходом к классификации текстурных изображений является их описание с помощью набора признаков (например, признаков Харалика) с последующей классификацией в полученном признаковом пространстве.

Предлагается использовать другой подход – определить функцию ядра на пространстве текстурных изображений, которая является скалярным произведением в некотором гильбертовом пространстве. Это позволяет использовать ряд методов на основе идеи перехода к ядру, например, метод опорных векторов.

### Модель изображения

Областью определения  $D$  изображения будем называть конечное, связное множество  $D \subset \mathbb{Z}^2$ . Наиболее часто используется прямоугольный участок двумерной целочисленной решётки

$$D = L_x \times L_y,$$

где  $L_x = \{1, 2, \dots, K_x\}$  и  $L_y = \{1, 2, \dots, K_y\}$  – пространственные координаты (соответственно ширина и высота изображения).

Элементы области определения будем называть пикселями.

Под изображением будем понимать функцию  $I : D \rightarrow G$ , где  $G$  – множество цветов. Например, в случае полутонового изображения  $G = [0; 1]$ , для цветного RGB изображения  $G = [0; 1]^3$ . Значение изображения  $I$  в пикселе  $p$  будем обозначать  $I_p$ .

Введём следующие обозначения:

$\mathcal{N}_p$  – окрестность пикселя  $p$ ;

$\mathcal{N}_p^k$  –  $k$ -ый элемент окрестности;

$I_{\mathcal{N}_p} = (I_{\mathcal{N}_p^1}, \dots, I_{\mathcal{N}_p^k})$  – вектор значений отсчётов изображения в окрестности пикселя.

Будем считать, что изображение является реализацией марковского случайного поля, т.е. выполнено условие

$$P(I_p | I_{D/p}) = P(I_p | I_{\mathcal{N}_p}).$$

Примеры окрестностей и возможной нумерации пикселей приведены на рис. 1.

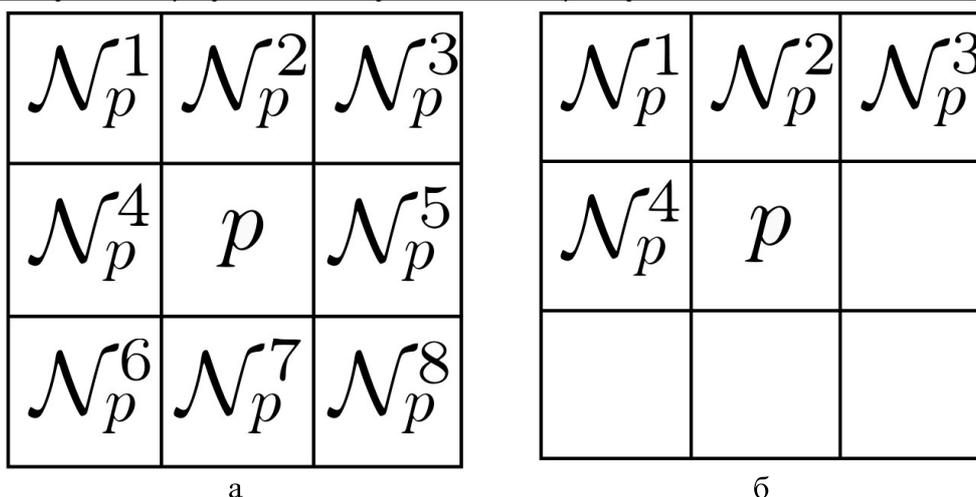


Рис. 1. Порядок пикселей в окрестности: (а) некаузальная, (б) каузальная

**Анализ векторов окрестностей**

Каждое изображение, являющееся реализацией марковского случайного поля с распределением  $P$ , можно рассматривать как реализацию многомерной случайной величины, обладающей таким же распределением:

$$(z_0, z_1, \dots, z_n),$$

где  $z_0 = I_p, (z_1, \dots, z_n) = z = I_{N_p}$ .

Каждому изображению соответствует конечное множество векторов окрестностей:

$$\mathcal{N}(I) = \{(z_0, z_1, \dots, z_n) \mid z_0 = I_p, (z_1, \dots, z_n) = I_{N_p}, p \in L_x \times L_y\}.$$

Для анализа изображений можно использовать характеристики выборки окрестностей  $\mathcal{N}(I)$ .

**Гильбертовы пространства с воспроизводящим ядром**

Гильбертовы пространства с воспроизводящим ядром играют важную роль в теории распознавания образов, так как они позволяют применять линейные методы в нелинейных случаях (ярким примером является метод опорных векторов [3]).

Нелинейность достигается за счёт отображения исходного пространства объектов  $\mathcal{X}$  в гильбертово пространство

$\mathcal{H}$  более высокой размерности (возможно и бесконечной).

Ниже представлены основные положения о гильбертовых пространствах с воспроизводящим ядром [4]. Будем рассматривать класс функций (ядер)  $k$ , которые соответствуют скалярному произведению в некотором пространстве  $\mathcal{H}$  согласно отображению  $\Phi$ :

$$\Phi: \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{H},$$

$$k(x, x') = \langle \Phi(x), \Phi(x') \rangle.$$

Рассматривались только действительно значимые ядра  $k: \mathcal{X} \times \mathcal{X} \rightarrow \mathbb{R}$ .

**Определение 1.** (Положительно определённое ядро). Пусть  $\mathcal{X}$  – непустое множество. Будем называть функцию  $k: \mathcal{X} \times \mathcal{X} \rightarrow \mathbb{R}$  положительно определённым ядром, если

$$\sum_{i,j=1}^m c_i c_j k(x_i, x_j) \geq 0$$

для любых  $m \in \mathbb{N}, x_1, \dots, x_m \in \mathcal{X}$  и любых  $c_1, \dots, c_m \in \mathbb{R}$ .

**Определение 2.** (Отрицательно определённое ядро). Пусть  $\mathcal{X}$  – непустое множество. Будем называть функцию  $k: \mathcal{X} \times \mathcal{X} \rightarrow \mathbb{R}$  отрицательно определённым ядром, если

$$\sum_{i,j=1}^m c_i c_j k(x_i, x_j) \leq 0$$

для любых  $m \geq 2$ ,  $x_1, \dots, x_m \in \mathcal{X}$  и любых  $c_1, \dots, c_m \in \mathbb{R}$ , таких что  $\sum_{i=1}^n c_i = 0$ .

Далее, всякий раз, когда будет использоваться термин “ядро”, подразумевается положительно определённое ядро (если не оговорено обратное).

Следует отметить, что для положительно определённого ядра всегда можно построить соответствующее ему гильбертово пространство, то есть построить вложение исходного пространства объектов в гильбертово пространство (детали такого построения можно найти в [3, 4]).

Классическим примером функции ядра на  $\mathbb{R}^2$  является гауссово ядро:

$$k(x, x') = \exp(-\gamma \|x - x'\|^2), \gamma > 0.$$

Следующие теоремы показывают связь между отрицательно определёнными и положительно определёнными ядрами.

**Теорема 1.** Пусть  $\mathcal{X}$  – непустое множество и  $\psi: \mathcal{X} \times \mathcal{X} \rightarrow \mathbb{R}$  является ядром. Тогда  $\psi$  является отрицательно определённым тогда и только тогда, когда  $\exp(-\gamma\psi)$  является положительно определённым ядром для любого  $\gamma > 0$ .

**Теорема 2.** Пусть  $\psi: \mathcal{X} \times \mathcal{X} \rightarrow \mathbb{R}$  является отрицательно определённым ядром, которое удовлетворяет условию  $\psi(x, x) \geq 0$ , тогда  $\psi^\alpha$  также является отрицательно определённым при  $0 < \alpha < 1$ .

**Теорема 3.** Пусть  $\psi: \mathcal{X} \times \mathcal{X} \rightarrow \mathbb{R}_+$  является ядром, тогда  $\psi$  является отрицательно определённым тогда и только тогда, когда  $(a + \psi)^{-1}$  (при  $a > 0$ ) является положительно определённым.

**Теорема 4.** Пусть  $(\mathcal{X}, \mu)$  – метрическое пространство, где  $\mu: \mathcal{X} \times \mathcal{X} \rightarrow \mathbb{R}_+$  – метрика. Тогда  $\mu^2$  является отрицательно определённым ядром тогда и только тогда, когда существует Гильбертово про-

странство  $\mathcal{H}$  и отображение  $\Phi: \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{H}$ , такое что

$$\mu(x, x') = \|\Phi(x) - \Phi(x')\|^2, \quad \forall x, x' \in \mathcal{X}.$$

Доказательства теорем 1 – 4 имеются в [4] в главе 3.

### Сравнение текстурных изображений

Для сравнения текстурных изображений воспользуемся интегральными вероятностными метриками [5 – 8], которые определяются как

$$\gamma_{\mathcal{F}}(P, Q) = \sup_{f \in \mathcal{F}} \left| \int_M f dP - \int_M f dQ \right|,$$

где  $\mathcal{F}$  – класс действительных ограниченных измеримых функций на  $M$ .

Следует отметить [5], что эта метрика получена из полунормы  $\|\mu\| = \sup_{f \in \mathcal{F}} \left| \int f d\mu \right|$ , откуда

$$\gamma_{\mathcal{F}}(P, Q) = \|P - Q\|.$$

Выбирая соответствующим образом класс функций  $\mathcal{F}$ , можно получить различные известные меры расстояния:

*Метрика Дадли:*

$$\mathcal{F} = \{f : \|f\|_{BL} \leq 1\},$$

где

$$\|f\|_{BL} = \|f\|_{\infty} + \|f\|_L,$$

$$\|f\|_{\infty} = \sup\{|f(x)| : x \in M\},$$

$$\|f\|_L = \sup\{|f(x) - f(y)| / \rho(x, y) : x \neq y\},$$

$\|f\|_L$  – полунорма Липшица действительной функции  $f$  на метрическом пространстве  $(M, \rho)$ .

*Метрика Канторовича и расстояние Васерштейна:* если использовать  $\mathcal{F} = \{f : \|f\|_L \leq 1\}$ , то будет получена метрика Канторовича, которая двойственна расстоянию Васерштейна в случае, если  $M$  сепарабельно.

*Метрика максимального среднего расхождения (Maximum Mean Discrepancy — MMD [9]):*  $\mathcal{F} = \{f : \|f\|_{\mathcal{H}} \leq 1\}$ , где  $\mathcal{H}$  явля-

ется гильбертовым пространством с воспроизводящим ядром.

В работе [9] был предложен ряд методов для эмпирической оценки вероятностных метрик. Пусть  $C_1 = \{c_1^1, \dots, c_1^n\}$  и  $C_2 = \{c_2^1, \dots, c_2^m\}$  – независимые одинаково распределённые выборки из распределений  $\mathbb{P}$  и  $\mathbb{Q}$ , соответственно. Тогда эмпирическая оценка  $\gamma_{\mathcal{F}} F(P, Q)$  определяется как

$$\gamma_{\mathcal{F}}(P_n, Q_m) = \sup_{f \in \mathcal{F}} \left| \sum_{i=1}^{m+n} y_i f(c^i) \right|, \quad (1)$$

где  $\mathbb{P}_n$  и  $\mathbb{Q}_m$  являются эмпирическими распределениями  $\mathbb{P}$  и  $\mathbb{Q}$  соответственно и

$$y_i = \begin{cases} \frac{1}{n}, & 1 \leq i \leq n \\ -\frac{1}{m}, & n < i \leq n+m \end{cases},$$

$$c^i = \begin{cases} c_1^i, & 1 \leq i \leq n \\ c_2^{i-n}, & n < i \leq n+m \end{cases}.$$

#### Оценка расстояния Васерштейна

Следующая функция является решением для  $\mathcal{F} = \mathcal{F}_W$ :

$$W(\mathbb{P}_n, \mathbb{Q}_m) = \sum_{i=1}^{m+n} y_i a_i^*,$$

где  $a_i^*$  является решением задачи линейного программирования

$$\sum_{i=1}^{m+n} y_i a_i \rightarrow \max_{a_1, \dots, a_{m+n}},$$

$$-\rho(c^i, c^j) \leq a_i - a_j \leq \rho(c^i, c^j), \forall i, j.$$

#### Оценка метрики Дадли

Следующая функция является решением для  $\mathcal{F} = \mathcal{F}_{\beta}$ :

$$\beta(\mathbb{P}_n, \mathbb{Q}_m) = \sum_{i=1}^{m+n} y_i a_i^*,$$

где  $a_i^*$  является решением задачи линейного программирования

$$\sum_{i=1}^{m+n} y_i a_i \rightarrow \max_{a_1, \dots, a_{m+n}, b, c},$$

$$-b\rho(c^i, c^j) \leq a_i - a_j \leq b\rho(c^i, c^j), \forall i, j,$$

$$-c \leq a_i \leq c, \forall i,$$

$$b + c \leq 1.$$

Оценка максимального среднего расхождения

Следующая функция является решением для  $\mathcal{F} = \mathcal{F}_k$ :

$$\gamma_k(\mathbb{P}_n, \mathbb{Q}_m) = \sqrt{\sum_{i,j=1}^{m+n} y_i y_j k(c^i, c^j)}.$$

#### Ядра на пространстве текстурных изображений

Функцию ядра для изображений  $k: \mathcal{S} \times \mathcal{S} \rightarrow \mathbb{R}$  можно определить как

$$k(I, I') = \exp(-\gamma\mu(I, I')), \quad \gamma > 0. \quad (2)$$

Другой способ определить ядро на пространстве изображений:

$$k(I, I') = (a + b\mu(I, I'))^{-1}, \quad a > 0, \quad b > 0. \quad (3)$$

В [10] указывается необходимость масштабирования признаков (в случае пространства  $\mathbb{R}^n$ ) в диапазон  $[0;1]$  для улучшения качества классификации. Однако поскольку такой возможности нет, в случае пространства изображений введём дополнительный масштабирующий коэффициент  $c_0$  при метрике  $\mu$ .

Тогда ядро (2) можно записать в виде

$$k(I, I') = \exp(-\gamma c_0 \mu(I, I')), \quad (4)$$

где  $\gamma > 0$ ,  $c_0$  – константа, которая определяется по обучающему множеству как

$$c_0 = \frac{1}{\max_{i,j} \mu(I_i, I_j)}. \quad (5)$$

Ядро (3) можно представить как

$$k(I, I') = (a + b c_0 \mu(I, I'))^{-1}, \quad (6)$$

где  $a > 0$  и  $b > 0$ , а константа  $c_0$  определяется так же, как и в (5).

Следует отметить возможность использования ядер (2), (3) и (3), (6) в каче-

стве ядер скалярного произведения. Например, в [11] рассматривается ряд ядер, основанных на подстановке произвольных метрик в известные ядра. Введённые метрики являются нормой и используются здесь в качестве отрицательно определённых ядер.

Таким образом, пространство текстурных изображений может быть вложено в гильбертово пространство. Следовательно, на пространстве изображений может применяться любой метод, в основе которого используются ядра скалярного произведения, например, метод опорных векторов для классификации и регрессии.

### Исследования

Исследования проводились на разных наборах тестовых и натуральных (для решения реальных задач) изображений. В качестве тестовых использовались два набора изображений, показанных на рисунке 2.

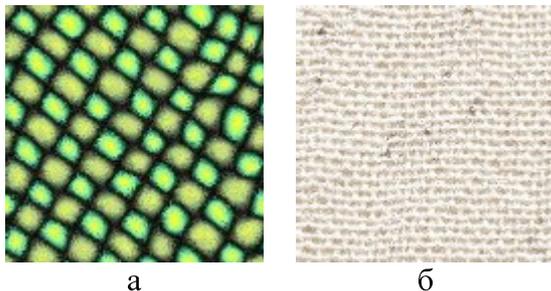


Рис. 2. Примеры тестовых изображений:  
(а) – «161», (б) – «linen»

### Исследование с использованием дискриминантного анализа

В работе [12] было предложено использовать метод перехода к ядру для дискриминантного анализа. Идея класси-

ческого метода дискриминантного анализа заключается в определении такого линейного отображения исходного пространства в признаковое  $\mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^n$ ,  $n < m$ , которое максимизирует критерий линейной разделимости. В случае использования перехода к ядру ищется отображение  $\mathcal{X} \rightarrow \mathbb{R}^s$ , которое максимизирует критерий линейной разделимости для образов в пространстве  $\mathcal{H}$ , индуцированным некоторым ядром  $k$ .

Следует отметить, что в случае, если размерность пространства больше количества классов, то  $K$  центров классов лежат в подпространстве размерности  $\leq K - 1$ .

Воспользуемся методом дискриминантного анализа для исследования эффективности ядер для текстурных изображений. Будем использовать «экспоненциальное» (4) и «обратное» (6) ядра.

Для каждого набора изображений будем строить отображение в пространство  $\mathbb{R}^2$  (как было отмечено ранее, для случая двух классов достаточно строить отображение в  $\mathbb{R}^1$ ). Из исходного множества изображений выбирается небольшое подмножество, по которому вычисляются проекторы, используемые для вычисления образов всего исходного множества.

На рисунке 3 представлен результат эксперимента с классами «161» и «linen» (полутоновый вариант изображений, представленных на рисунке 2), использовалась метрика Васерштейна с подвыборкой из 100 случайных окрестностей, «экспоненциальное» ядро (4).

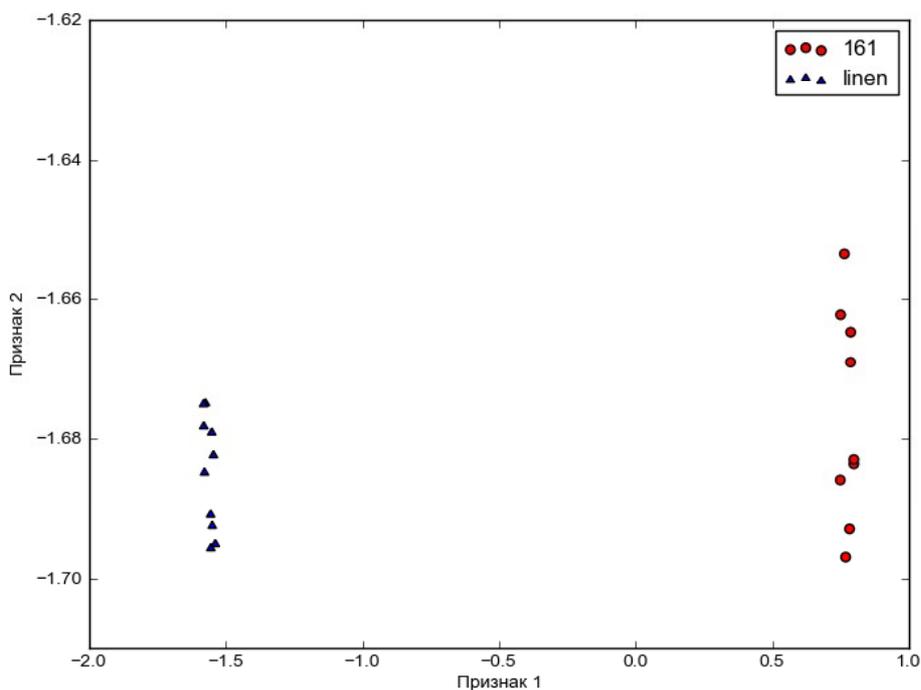


Рис. 3. Дискриминантный анализ изображений «161» и «linen», метрика Васерштейна, «экспоненциальное» ядро

На рисунке 4 представлен результат эксперимента с классами «161» и «linen» (полутоновый вариант изображений, представленных на рисунке 2), использо-

валась MMD метрика с подвыборкой из 100 случайных окрестностей,  $\gamma = 0.1$ , «экспоненциальное» ядро (4).

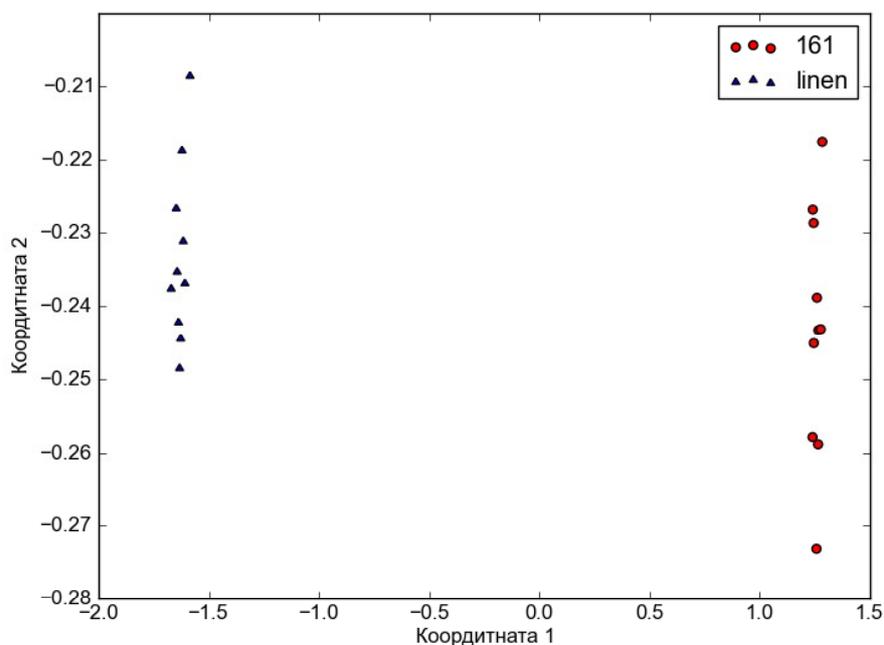


Рис. 4. Дискриминантный анализ изображений «161» и «linen», MMD метрика,  $\gamma = 0.1$ , «экспоненциальное» ядро

Видно, что в признаковом пространстве объекты разных классов являются линейно разделимыми.

### Исследование классификации по методу опорных векторов

Воспользуемся методом опорных векторов для классификации текстурных изображений [3]. Для исследования качества классификации использовались те же наборы текстурных изображений, что и для исследований дискриминантного анализа (рис. 2).

Следует отметить, что во всех экспериментах качество классификации составило 100%, что полностью согласуется с тем, что в дискриминантном анализе были получены линейно разделимые образы объектов.

### Исследование регрессии по методу опорных векторов

Будем использовать метод оценки регрессии с обучением по методу опорных векторов [3]. Рассмотрим следующую тестовую задачу. Пусть задан набор изображений, являющихся реализацией белого шума с Гауссовским распределением со средним 0.5 и СКО  $\sigma_i = \frac{i}{255}, i = 1, \dots, 25$ .

В качестве обучающего множества выберем по одному изображению для каждого значения СКО. Затем оценим функцию регрессии по методу  $\nu$ -SVR и с использованием полученной функции оценим значение СКО других изображений.

Результаты эксперимента с использованием MMD метрики (подвыборка 1000) и экспоненциальным ядром приведены на рисунке 5.

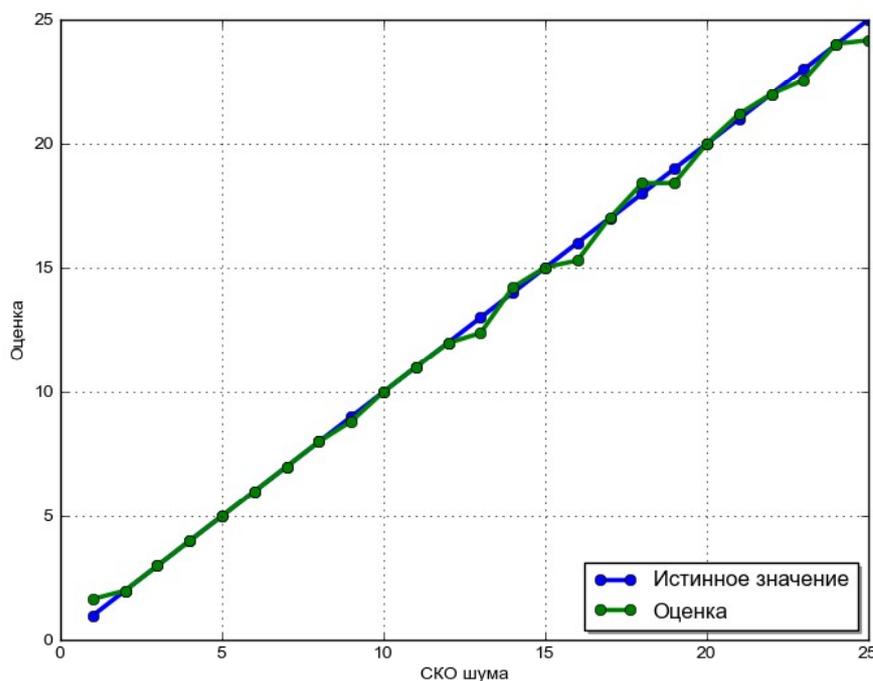


Рис. 5. Оценка СКО шума

### Заключение

В работе представлены два типа ядер на пространстве текстурных изображений на основе вероятностных метрик. Рассмотрены вероятностные метрики на

основе дивергенции, а также ряд интегральных вероятностных метрик: метрика Дадли, расстояние Васерштейна и максимальное среднее расхождение. Показано, что представленные ядра можно исполь-

зовать в качестве ядер скалярного произведения. Это позволяет вложить пространство текстурных изображений в гильбертово пространство, индуцированное этими ядрами.

Результаты показывают, что ядра на основе мер схожести текстурных изображений могут эффективно применяться для решения задач анализа текстурных изображений.

#### Библиографический список

1. Mirmehdi, M. Handbook of Texture Analysis [Текст] / M. Mirmehdi, X. Xie, J. Suri. – Imperial College Press, 2008. – 413 с.
2. Pietikainen, M. Texture analysis in machine vision. Series in machine perception and artificial intelligence [Текст] / M. Pietikainen. – World Scientific, 2000. – 269 с.
3. Scholkopf, B. Learning with Kernels: Support Vector Machines, Regularization, Optimization, and Beyond [Текст] / B. Scholkopf, A.J. Smola. – MIT Press, 2001. – 626 с.
4. Berg, C. Harmonic Analysis on Semigroups [Текст] / C. Berg, J.P.R. Christensen, P. Ressel. – Springer, 1984. – 302 с.
5. Muller, A. Integral probability metrics and their generating classes of functions [Текст] / A. Muller // Advances in Applied Probability, 1997. – С. 429 – 443.
6. Rachev, S.T. Probability Metrics and the Stability of Stochastic Models [Текст] / S.T. Rachev. – John Wiley & Sons, 1991. – 494 с.
7. Zolotarev, V.M. Probability Metrics [Текст] / V.M. Zolotarev // Theory of Probability and its Applications, 1984. – Vol. 38, N. 2. – С. 278 – 302.
8. Dudley, R. Probabilities and metrics [Текст] / R. Dudley. – Aarhus universitet, Matematisk institut, 1976 – 128 с.
9. Sriperumbudur, B. Non-parametric estimation of integral probability metrics [Текст] / B. Sriperumbudur, K. Fukumizu, A. Gretton, et al. // IEEE International Symposium on Information Theory Proceedings, 2010. – С. 1428 – 1432.
10. Abe, S. Support Vector Machines for Pattern Classification. [Текст] / S. Abe. – 2nd ed. – Springer, 2010. – 473 с.
11. Haasdonk, B. Learning with Distance Substitution Kernels [Текст] / B. Haasdonk, C. Bahlmann // Proc. of the 26th DAGM Symposium, 2010. – С. 220 – 227.
12. Mika, S. Fisher discriminant analysis with kernels [Текст] / S. Mika, G. Ratsch, J. Weston, et al. // Neural Networks for Signal Processing IX: Proceedings of the 1999 IEEE Signal Processing Society Workshop, 1999. – С. 41 – 48.

## INTEGRAL PROBABILITY METRICS FOR TEXTURE IMAGE ANALYSIS

© 2011 A. I. Plastinin

Samara State Aerospace University named after academician S. P. Korolyov  
(National Research University)

The paper is devoted to the development of kernels for texture images. We suggest using integral probability metrics as a similarity measure of texture images on which the kernels proposed are based. The kernels have been analysed using the method of discriminant analysis and the support vector method for test image sets.

*Texture images, texture analysis, similarity measures, integral probability metrics, reproducing kernel Hilbert spaces, kernel discriminant analysis, support vector method.*

### **Информация об авторах**

**Пластинин Анатолий Игоревич**, аспирант кафедры технической кибернетики. Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С. П. Королёва (национальный исследовательский университет). Область научных интересов: цифровая обработка изображений, анализ текстур, интеллектуальный анализ данных и машинное обучение. E-mail: [anatoliy.plastinin@gmail.com](mailto:anatoliy.plastinin@gmail.com).

**Plastinin Anatoliy Igorevitch**, post-graduate student of the technical cybernetics department, Samara State Aerospace University named after academician S. P. Korolyov (National Research University), [anatoliy.plastinin@gmail.com](mailto:anatoliy.plastinin@gmail.com). Area of research: digital image processing, texture analysis, data mining and machine learning.

## ПОВЫШЕНИЕ КАЧЕСТВА ИНТЕРНЕТ ВИДЕОПОТОКОВ МЕТОДОМ ДУБЛИРОВАНИЯ КЛЮЧЕВЫХ КАДРОВ

© 2011 Е. С. Сагатов, А. М. Сухов

Самарский государственный аэрокосмический университет  
имени академика С. П. Королёва  
(национальный исследовательский университет)

В настоящей работе исследуются технологические решения по повышению качества потокового видео в беспроводных сетях. Исследуются специально разработанные программы, которые позволяют дублировать пакеты видеопотоков. Проведено тестирование потокового видео с дублированием всех кадров, только ключевых кадров и без дублирования. Эксперименты показали, что наилучший результат обеспечивает технология дублирования пакетов, составляющих ключевой кадр. В работе найдены коэффициенты для наиболее популярных кодеков, которые описывают зависимость качества видео от потерь пакетов и вариации задержек.

*Беспроводные сети, субъективная оценка качества видео, процент потерь пакетов, вариация задержки пакетов, сетевой джиттер, RTP-поток.*

### Введение

Мобильность человека предполагает мгновенное подключение к сети Интернет из любой точки и в любое время. Технологические решения для обеспечения мобильности могут предоставить беспроводные сети различных стандартов, которые окружают современного человека повсюду. В большом городе мы постоянно находимся в зоне действия сразу нескольких сетей различных поколений: Wi-Fi, 3G и WiMAX. В развлекательных центрах, магазинах, ресторанах и отелях очень часто данная услуга предоставляется совершенно бесплатно в рекламных целях.

Отсутствие проводов и привязки к конкретному месту делают мобильный Интернет невероятно популярным и экспоненциально растущим год от года [1]. Технологически каналы доступа в Интернет в таких сетях позволяют без проблем пользоваться большинством сервисов. Но мобильность накладывает свои ограничения в первую очередь на сервисы последнего поколения, такие, как приложения реального времени, сетевое мультимедиа, Интернет телевидение и т.д. Их внедрение ограничивается качественными параметрами беспроводных сетей: значитель-

ным процентом потерь пакетов и большими значениями вариации задержки пакетов. Подробная информация о градациях качества сетевого соединения при передаче видео приведена в [2, 3].

Ранее в работе [4] рассматривалась проблема адаптации современных алгоритмов кодирования и передачи видео для беспроводных сетей, таких, как 3G, Wi-Fi и WiMAX [5], а также для других сетей с плохими характеристиками качества. Была сделана попытка найти и сравнить численную зависимость качества видеопередачи от сетевых параметров. Указанная зависимость описывалась простой моделью, что позволило использовать для сравнения качества полученного видео численные значения коэффициентов и определить наиболее существенные факторы, а также сопоставить между собой различные кодеки. При этом учитывались различия между искажениями, которые вносят повреждения ключевых и промежуточных кадров.

В настоящей работе реализуется исследовательская программа, намеченная в [4], где было предложено несколько путей по улучшению качества видео в беспроводных сетях. Проанализировано влияние дублирования пакетов на качество полу-

чаемого видео и возможность резервирования информации, которую несут ключевые кадры.

В работе проведено сравнение качественных характеристик основных беспроводных сетей передачи данных, таких, как Wi-Fi, 3G и WiMAX. Также исследуется влияние дублирования пакетов RTP-потока на качество получаемого видео. Дополнительно проведены эксперименты на мобильном WiMAX стандарта 802.16e оператора Yota, а также проанализированы данные для кодека WMV. Анализ удалось выполнить благодаря тому, что новая версия VirtualDub позволяет выявлять ключевые кадры в видеопотоках WMV.

### Предпосылки для моделирования

При передаче видео по сети качество связи ухудшается [6, 7] в зависимости от характеристик сетевого соединения. Качество передаваемого видео измеряется по шкале MOS [8] и может быть описано универсальной функцией  $Q_{mos}(p, j, D, B)$  [9], в которой

$p$  – процент потерь пакетов, %;

$j$  – сетевой джиттер (вариация задержки  $D$ ) в момент ошибки, сек.;

$Q_{mos}$  – качество принимаемого видео, баллы от одного до пяти;

$B$  – доступная ширина канала, Мбит/с.

В работе [10] было показано, что для фиксированной скорости видеопотока достаточно рассмотреть только члены разложения, описывающие линейную зависимость от двух переменных – процента потерь пакетов и сетевого джиттера:

$$Q_{mos} = Q_{ideal} - ap - bj, \quad (1)$$

где

$Q_{ideal}$  – максимальное качество видео для данного кодека, баллы от нуля до пяти;

$a$ ,  $b$  – коэффициенты модели, которые следует определять экспериментально.

Для проведения исследований была выбрана единая видеопоследовательность. Она обрабатывалась кодеками MPEG-4 (DivX), MPEG-2 и Windows Media Video 9

с постоянным битрейтом 256 кбит/с. Данная последовательность использовалась для тестирования видео [11].

### Планирование эксперимента

Для нахождения значений коэффициентов из уравнения (1) был разработан и проведён ряд экспериментов [4]. Закодированные кодеками MPEG-4 (DivX), MPEG-2 и Windows Media Video 9 видеофайлы пересылались в виде RTP-потока с помощью VideoLan VLC [12] на ноутбук, подключённый к беспроводной сети стандарта Wi-Fi, WiMAX или 3G. На ноутбуке проводилась запись получаемого видео с помощью VideoLan VLC в файл, параллельно записывался сетевой трафик на уровне пакетов при помощи сетевого сниффера Wireshark [13]. Таким образом, по полученному видеоизображению можно установить качество видео по шкале MOS, а по сетевым логам – параметры сетевого соединения. При анализе видео использовались утилиты VirtualDub [14], Avisynth [15] и VQMT [16] для нахождения  $Q_{ideal}$ .

Все записанные в ходе экспериментов видеофрагменты и сетевой трафик опубликованы на сайте компании НПЦ «Интернет ТВ» [11].

Для эксперимента был подготовлен один видеоряд с различными типами изображения: статичное, со слабым движением, с быстрым движением, с изменением яркости. Затем видеоряд был закодирован с использованием кодеков MPEG-4 (DivX), MPEG-2 и Windows Media Video 9. При этом установлены следующие параметры видео:

разрешение картинки – 320 x 240 пикселей;

частота кадров – 24 кадр/с.;

битрейт – 256 кбит/с;

качество – максимальное.

Для проведения экспериментов использовались сегменты сети следующих операторов связи: Мегафон Самара (3G), Билайн Самара (3G), Метромакс Самара (стационарный WiMAX) и Yota Санкт-Петербург (мобильный WiMAX).

Эксперименты на 3G сетях операторов Мегафон и Билайн проводились на оборудовании стандарта UMTS, которое повсеместно эксплуатируется данными операторами.

### Коэффициенты модели

Полученные в результате экспериментов данные были обработаны по методике, описанной в [4]. Все ошибки, как на уровне видео, так и на сетевом уровне были проанализированы и найдено субъективное качество видео  $Q_{MOS}$  в зависимости от процента потерь пакетов  $p$  и сетевого джиттера  $j$ . По этим данным были вычислены значения коэффициентов  $a$  и

$b$  для кодеков MPEG-2, MPEG-4 (DivX), WMV9. В таблицу 1 сведены значения для сети Wi-Fi; в таблицу 2 – для 3G; в таблицу 3 – для WiMAX. В таблицах используются следующие обозначения:

$a^k$  – коэффициент при потерях на ключевых кадрах, значения которых выражены в процентах;

$b^k$  – коэффициент при сетевом джиттере, измеренный в секундах;

$a^w$  и  $b^w$  – коэффициенты модели для отрезков видео, на которых нет потерь на ключевых кадрах.

Таблица 1. Значения коэффициентов модели в сети Wi-Fi

№	Кодек	$Q_{ideal}$	$a^k$	$b^k$	$a^w$	$b^w$
1	MPEG2	4,2±0,2	0,11±0,03	15±4	0,06±0,02	10±4
2	DivX	4,7±0,2	0,25±0,05	15±5	0,17±0,02	10±3
3	WMV9	4,7±0,2	0,25±0,11	20±8	0,16±0,6	10±3

Таблица 2. Значения коэффициентов модели в сети 3G

№	Кодек	$Q_{ideal}$	$a^k$	$b^k$	$a^w$	$b^w$
1	MPEG2	4,2±0,2	0,12±0,02	10±2	0,06±0,01	5±1
2	DivX	4,7±0,2	0,22±0,05	13±5	0,12±0,05	8±3
3	WMV9	4,7±0,2	0,32±0,1	15±5	0,22±0,08	10±3

Таблица 3. Значения коэффициентов модели в сети WiMAX

№	Кодек	$Q_{ideal}$	$a^k$	$b^k$	$a^w$	$b^w$
1	MPEG2	4,2±0,2	–	–	0,2±0,1	15±0,5
2	DivX	4,7±0,2	0,5±0,3	30±1	0,3±0,1	15±0,5
3	WMV9	4,7±0,2	–	–	0,3±0,1	15±0,5

Заметим, что потери пакетов для приведённых в таблицах значений коэффициентов измеряются в процентах, а не в абсолютных долях. Сетевой джиттер должен быть выражен в секундах, а не в миллисекундах.

При анализе данных было установлено, что потери качества видео на 80%

обусловлены потерями пакетов и только на 20% сетевым джиттером (вариацией задержки).

### Особенности трафика в беспроводных сетях

Обобщённые показатели качества сетей по шкале GARP [3] сведены в табл. 4.

Таблица 4. Значения качества сетей по методу GARP

№	Сеть	Средний процент потерь пакетов, %	Средний сетевой джиттер, мс	Оценка GARP
1	Wi-Fi	6 (Poor)	20 (Acceptable)	Poor
2	3G	>10 (Poor)	35 (Acceptable)	Poor
3	Мобильный WiMAX	0,2 (Good)	15 (Good)	Good

Сети WiMAX по своим характеристикам сопоставимы с фиксированными сетями стандарта Ethernet. В экспериментах, проведённых в сети фиксированного WiMAX, процент потерь всегда был близок к 0%, а вариация задержки порядка 19 мс даже в тестах, проведённых при большом конкурирующем трафике. По данным [3], такой тип трафика по системе GARP относится к хорошему (Good).

Мобильный стандарт WiMAX характеризуется низким процентом потери пакетов 0,1 – 0,2%. Джиттер и пропускная способность соединения зависят от уровня сигнала, который на модемах оператора Yota выражается по четырёхбалльной шкале. При четырёх баллах доступная пропускная способность входящего и исходящего каналов измеряется несколькими мегабитами в секунду, а средний джиттер составляет величину порядка 4 мс. При ухудшении сигнала до двух баллов пропускная способность снижается до сотен килобит в секунду, а средний джиттер становится величиной порядка 31 мс и сильно возрастает в период ухудшения связи. В зоне уверенного приёма такой тип трафика по системе GARP относится к хорошему (Good) [3].

Поскольку качественные характеристики сетей WiMAX достаточно высоки, то даже большие значения коэффициентов  $a$  и  $b$  не влияют на качество связи. Ухудшение качества связи по шкале MOS колеблется в диапазоне от 0,3 до 0,4 и превышает оценку «хорошо». В то же время меньшие значения коэффициентов для сетей Wi-Fi и 3G при учёте низкого качества связи дают значительное (до 2 – 2,5 баллов) ухудшение качества связи (табл. 1 – 4). Следует отметить, что на практике в сети WiMAX, по сравнению с 3G и Wi-Fi сетями, наблюдается большее отклонение от линейной зависимости значений коэффициентов  $a$  и  $b$  при малых значениях процента потерь пакетов  $p$  и сетевого джиттера  $j$ .

Сети WiMAX показали лучшие характеристики по сравнению с Wi-Fi и 3G

и, следовательно, являются более пригодными для передачи видео в реальном времени. Технологии Wi-Fi пригодны для передачи видео в реальном времени только при непосредственной близости от точки доступа. При отдалении на несколько десятков метров качество видео значительно ухудшается. 3G сети показали самые плохие результаты, и без доработки программного и аппаратного обеспечения клиент, вероятней всего, будет не удовлетворён качеством получаемого видео.

### Дублирование пакетов

Ранее в работе [4] были сформулированы предложения по значительному повышению качества видеоизображения при передаче в беспроводной сети:

1) модернизировать проигрыватель на приёмной стороне с тем, чтобы автоматически отбрасывать дублирующиеся RTP-пакеты;

2) обеспечить на сервере потокового видео дублирование пакетов, содержащих информацию ключевых кадров.

Кроме того, было установлено, что пакеты в 3G и WiMAX-сетях теряются равномерно, а в Wi-Fi сетях – сразу группами в случайно распределённые временные интервалы. Некоторое оборудование 3G сетей самостоятельно дублирует пакеты RTP-потоков, исходящих от базовой станции. Такой подход приводит к значительному ухудшению качества связи, поддерживаемой RTP/UDP протоколами.

В рамках проверки идей по улучшению качества видео была разработана утилита, позволяющая:

1. отбрасывать дублирующие пакеты на приёмной стороне;

2. по запросу дублировать либо все кадры видео, либо только ключевые.

Реализация данной утилиты была осуществлена в операционной системе Windows при помощи Windows Driver Development Kit.

Иерархия сетевых драйверов Windows [17] показана на рис. 1.

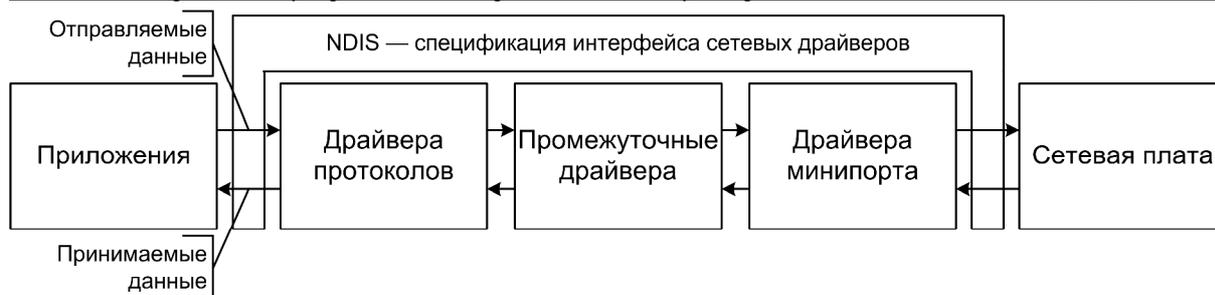


Рис. 1. Иерархия сетевых драйверов Windows

- ⊕ Frame 92 (1370 bytes on wire, 1370 bytes captured)
- ⊖ Ethernet II, Src: Asiarock\_bf:bd:b1 (00:19:66:bf:bd:b1), Dst: NonHai
  - ⊕ Destination: NonHaiPr\_17:0f:f9 (00:22:69:17:0f:f9)
  - ⊕ Source: Asiarock\_bf:bd:b1 (00:19:66:bf:bd:b1)
- 1    Type: IP (0x0800)
  - ⊖ Internet Protocol, Src: 192.168.200.91 (192.168.200.91), Dst: 192.168.200.202
  - .....
  - 2    Identification: 0x85ef (34287)
  - 3    Protocol: UDP (0x11)
  - 4    Source: 192.168.200.91 (192.168.200.91)
  - Destination: 192.168.200.202 (192.168.200.202)
  - ⊕ User Datagram Protocol, Src Port: instl\_bootc (1068), Dst Port: search
  - ⊖ Real-Time Transport Protocol
  - 5    {
    - 10.. .... = Version: RFC 1889 Version (2)
    - ..0. .... = Padding: False
    - ...0 .... = Extension: False
    - .... 0000 = Contributing source identifiers count: 0
    - 1... .... = Marker: True
    - Payload type: MPEG-II transport streams (33)
    - Sequence number: 10090
    - Timestamp: 243895507
    - Synchronization Source identifier: 0x84670000 (2221342720)
  - ⊖ ISO/IEC 13818-1 PID=0x46 CC=3
    - ⊕ Header: 0x47404613
    - ⊖ Packetized Elementary Stream
      - prefix: 000001
      - 6    stream: video-stream (0xe0)
        - ⊕ PES extension
        - ⊕ PES header data: 313A276CEB113A276CEB
        - ⊖ Packetized Elementary Stream
          - prefix: 000001
          - 7    stream: Unknown (0x20)
            - PES data: 00C80DC00042EE4002C000A80097530A14083C28307F0000...
          - ⊕ ISO/IEC 13818-1 PID=0x46 CC=4
          - ⊕ ISO/IEC 13818-1 PID=0x46 CC=5

Рис. 2. Определение ключевого кадра в WireShark

Разработанная утилита встраивается в цепочку промежуточных фильтров и получает все исходящие пакеты от приложений после обработки драйверами протоколов, но до передачи драйверами сетевых адаптеров. Такое расположение позволяет дублировать все исходящие пакеты по их типу, размеру и другой служебной информации, с которой они будут переданы в сеть. Также утилита сможет выделять RTP-пакеты и ключевые кадры из общего числа исходящих пакетов. Утилита анализирует поля 1 и 3, как показано на рис. 2, определяет требуемый тип пакета (UDP) и проверяет, относится ли пакет к четвертой версии протокола IP. Затем проверяется наличие и корректность RTP-заголовка (поле 5). Ключевые кадры характеризуются определённым типом записей в полях 6 и 7, которые различаются для кодеков MPEG-2, MPEG-4 (DivX) и WMV. Если формат записей указывает на

то, что кадр ключевой, то пакеты, образующие кадр, могут дублироваться.

### Влияние ключевых кадров

Разработанная утилита была использована для проверки гипотезы о том, что дублирование ключевого кадра приведёт к значительному улучшению качества видео. Для этого была проведена серия экспериментов, план которых изображён на рисунке 3. Утилита была установлена как на сервере, так и на клиенте в беспроводной локальной сети стандарта Wi-Fi (IEEE 802.11g). Каждый фрагмент видео, закодированный одним из кодеков MPEG-2, MPEG-4 (DivX) или WMV9, передавался через локальную сеть трижды: первый раз без дублирования, второй раз с дублированием только ключевых кадров, третий раз с дублированием всех пакетов. На приёмной стороне дублирующие кадры отбрасывались, а видео записывалось, и затем анализировалось его качество по шкале MOS.

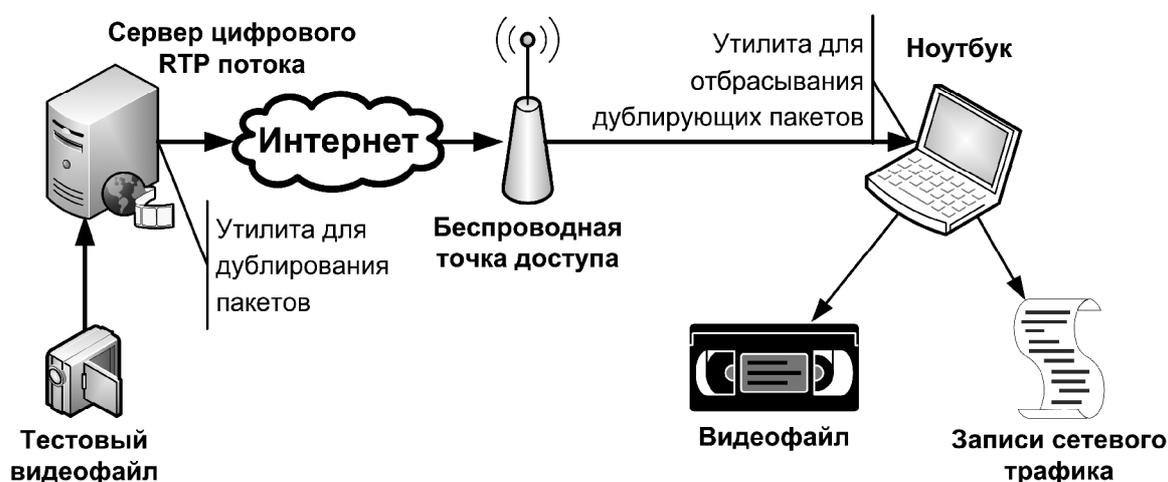


Рис. 3. План эксперимента с дублированием пакетов

Следует отметить, что последняя редакция VideoLan VLC (январь 2011) самостоятельно отбрасывает дублирующиеся пакеты. При получении RTP/UDP-пакета с порядковым номером  $N$  автоматически будут отбрасываться все последующие пакеты с порядковыми номерами, не превышающими  $N$ . Нарушение порядка следования пакетов, обусловленное сетевым джиттером, приводит к потере всех не-

упорядоченных RTP/UDP-пакетов. Поэтому разработанная утилита отбрасывает только те пакеты, номера которых совпадают с полученными ранее.

Данные по ухудшению качества видео  $\Delta Q$  в беспроводной сети Wi-Fi для различных вариантов дублирования приведены в табл. 5.

Таблица 5. Ухудшение качества видео при разных вариантах дублирования для сети Wi-Fi

№	Кодек	Без дублирования	С дублированием ключевых кадров	С полным дублированием
1	MPEG-2	0,7	0,3	1,0
2	DivX	1,2	0,4	1,5
3	WMV9	1,2	0,4	1,5

Дублирование ключевых кадров увеличивает объём передаваемой информации приблизительно на 7%, а качество связи улучшается почти в три раза. Низкие показатели качества, полученного при дублировании всех кадров видео, объясняются увеличением объёма передаваемой информации в два раза. Чем больше скорость потока, тем больше процент потерь пакетов, причём зависимость нелинейна, а процент потерь пакетов растёт опережающими темпами при росте средней загрузки сети. Кроме того, при уменьшении межпакетного интервала видеопотока усиливается эффект нарушения порядка следования пакетов.

#### Выводы

В данной работе рассматривались пути улучшения качества потокового видео в беспроводных сетях путём дублирования пакетов. Для проверки высказанных ранее гипотез была разработана утилита, которая позволила дублировать как ключевые кадры, так и все кадры RTP-потока. Дано описание функционирования утилиты и приведён алгоритм определения ключевых кадров.

В результате тестирования утилиты было найдено, что дублирование только ключевых кадров является идеальным способом улучшения качества видеопотоков. При увеличении объёмов передаваемого трафика на 7% качество принимаемого видео улучшается более чем в три раза. Парадоксально, но дублирование всех кадров видеопотока приводит к ухудшению качества видео даже по сравнению со случаем без дублирования.

В работе были учтены пропущенные ранее [4] из-за недостатка инструментов кодек WMV и сеть WiMAX.

Вновь произведённые расчеты по всему массиву данных позволили уточнить значения коэффициентов аналитической модели. Наиболее перспективными сетями для видеотрансляций следует признать беспроводные сети четвёртого поколения, в частности WiMAX. Как показали расчёты, качество этих сетей сравнимо с качеством фиксированных сетей.

#### Библиографический список

1. Cisco Systems, Cisco Visual Networking Index: Forecast and Methodology, 2008–2013 [Электронный ресурс]. – 2009. – Электрон. текстовые дан. on-line. – Загл. с титул. экрана URL: [http://www.cisco.com/en/US/solutions/collateral/ns341/ns525/ns537/ns705/ns827/white\\_paper\\_c11-481360.pdf](http://www.cisco.com/en/US/solutions/collateral/ns341/ns525/ns537/ns705/ns827/white_paper_c11-481360.pdf) (Дата обращения 20.04.2011).
2. Claypool M. The Effects of Jitter on the Perceptual Quality of Video [Электронный ресурс] / M. Claypool and J. Tanner // ACM Multimedia. – 1999.
3. Calyam P. Performance Measurement and Analysis of H.323 Traffic [Электронный ресурс]/P. Calyam, M. Sridharan and et. al. // PAM Workshop. - 2004.
4. Sagatov E.S. Influence of Distortions of Key Frames on Video Transfer in Wireless Networks [Электронный ресурс]/E.S. Sagatov, A.M. Sukhov, P. Calyam//IEEE International Symposium on Image/Video Communications over fixed and mobile networks (ISIVC). – 2010.
5. Haghani E. VoIP Traffic Scheduling in WiMAX Networks [Электронный ресурс] /

- E. Haghani, S. De, N. Ansari // IEEE Global Telecommunications Conference. – 2008.
6. Hei X. A Measurement Study of a Large-Scale P2P IPTV System [Текст] / X. Hei, C. Liang, and et. al. // IEEE Trans. on Multimedia. – тома 9, 8. – 2007. – С. 1672–1687.
7. Won Y. End-User IPTV Traffic Measurement of Residential Broadband Access Networks [Электронный ресурс] / Y. Won, M. Choi // IEEE NOMS. – 2008.
8. Methodology for the subjective assessment of the quality of television pictures (ITU-R BT.500-11) [Электронный ресурс] / International Telecommunication Union. – 2002.
9. Bradner S. RFC2544 - Benchmarking Methodology for Network Interconnect Devices [Электронный ресурс] / S. Bradner, J. McQuaid. – 1999.
10. Sukhov A. Towards an analytical model for characterizing behavior of high-speed VVoIP applications [Текст] / A. Sukhov, P. Calyam, W. Daly, A. Pii // Computational Methods in Science and Technology. – 11(2). – 2005. – С. 161–167.
11. Traces of video stream in wireless networks (WiMAX, 3G, WiFi) [Электронный ресурс]. – Электрон. текстовые дан. on-line. – Загл. с титул. экрана. URL: <http://www.ip4tv.ru/stati/aaa.html> (Дата обращения 20.04.2011).
12. VideoLAN team, VideoLAN, Free streaming and multimedia solutions for all OS! [Электронный ресурс]. – Электрон. текстовые дан. on-line. – Загл. с титул. экрана. URL: <http://www.videolan.org/> (Дата обращения 20.04.2011).
13. Wireshark Foundation, Wireshark. Go deep. [Электронный ресурс]. – Электрон. текстовые дан. on-line. – Загл. с титул. экрана. URL: <http://www.wireshark.org/> (Дата обращения 20.04.2011).
14. Avery Lee, Welcome to virtualdub.org! – virtualdub.org [Электронный ресурс]. – Электрон. текстовые дан. on-line. – Загл. с титул. экрана. URL: <http://www.virtualdub.org/> (Дата обращения 20.04.2011).
15. Main Page – Avisynth [Электронный ресурс]. – Электрон. текстовые дан. on-line. – Загл. с титул. экрана. URL : [http://avisynth.org/mediawiki/Main\\_Page](http://avisynth.org/mediawiki/Main_Page) (Дата обращения 20.04.2011).
16. D. Vatolin, A. Moskvina, O. Petrov, S. Putilin, S. Grishin, MSU Video Quality Measurement Tool (PSNR, MSE, VQM, SSIM) [Электронный ресурс]. – Электрон. текстовые дан. on-line. – Загл. с титул. экрана. URL: [http://www.compression.ru/video/quality\\_measure/video\\_measurement\\_tool\\_en.html](http://www.compression.ru/video/quality_measure/video_measurement_tool_en.html) (Дата обращения 20.04.2011).
17. MSDN, NDIS Intermediate Drivers (Windows Driver Kit) [Электронный ресурс]. – Электрон. текстовые дан. on-line. – Загл. с титул. экрана. URL: <http://msdn.microsoft.com/en-us/library/ff565773.aspx> (Дата обращения 20.04.2011).

## **IMPROVING INTERNET VIDEOSTREAMING QUALITY USING DUPLICATION OF KEY FRAMES**

© 2011 Ye. S. Sagatov, A. M. Sukhov

Samara State Aerospace University named after academician S. P. Korolyov  
(National Research University)

In this paper we investigate technological solutions to improve the quality of video streaming in wireless networks. Specially developed programs are investigated that allow duplicating the packets of video streams. We conducted tests of video streaming with the duplication of all frames, key frames only and without duplication. Experiments have shown that the best result is obtained by the technology with duplication packets containing only key frames. We have found the coefficients for the most popular codecs, which describe the dependence of video quality on packet loss and delay variation.

*Wireless networks, subjective assessment of video quality, packet loss percentage, packet delay variation, network jitter, video stream..*

### Информация об авторах

**Сагатов Евгений Собирович**, аспирант, ассистент кафедры общей информатики. Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С. П. Королёва (национальный исследовательский университет). Область научных интересов: передача видео в беспроводных сетях, кодеки, протоколы, WiFi, WiMAX, 3G сети.  
E-mail: [sagatov@ya.ru](mailto:sagatov@ya.ru).

**Сухов Андрей Михайлович**, д.т.н., профессор кафедры общей информатики. Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С. П. Королёва (национальный исследовательский университет). Область научных интересов: компьютерные сети, телекоммуникационная и информационная поддержка научных исследований, инвестиции в телекоммуникационный сектор, теоретическая физика.  
E-mail: [amskh@yandex.ru](mailto:amskh@yandex.ru).

**Sagatov Yevgeny Sobirovitch**, post-graduate student, assistant of the department of general information science, Samara State Aerospace University named after academician S. P. Korolyov (National Research University), [sagatov@ya.ru](mailto:sagatov@ya.ru). Area of research: video broadcasting along wireless networks, transmission methods, codecs, protocols, Wi-Fi, WiMAX, 3G network.

**Sukhov Andrei Mikhailovitch**, doctor of technical sciences, professor of the department of general information science, Samara State Aerospace University named after academician S. P. Korolyov (National Research University), [amskh@yandex.ru](mailto:amskh@yandex.ru). Area of research: high-speed networking, telecommunication and information support of scientific research, telecommunication investments in Russia, theoretical physics.

## К ВОПРОСУ О ПОСТРОЕНИИ СПЕЦИФИКАЦИИ ДЛЯ БОРТОВЫХ УПРАВЛЯЮЩИХ АЛГОРИТМОВ РЕАЛЬНОГО ВРЕМЕНИ

© 2011 А. А. Тюгашёв, А. Ю. Богатов

Самарский государственный аэрокосмический университет  
имени академика С. П. Королёва  
(национальный исследовательский университет)

Предлагается подход к решению проблемы спецификации управляющих алгоритмов реального времени, основанный на специально построенной формальной теории. Рассматривается возможность автоматизации синтаксической редукции спецификации управляющих алгоритмов.

*Математическая модель, спецификация, управляющий алгоритм реального времени, эквивалентные преобразования, функциональная задача, система уравнений, бинарное дерево, предикат.*

### Введение

Основными требованиями, предъявляемыми к спецификации программ, являются точность, однозначность и полнота, а также возможность формальной верификации построенной спецификации.

С точки зрения модели пред- и постусловий Хоара [1] классическая последовательная или параллельная программа  $\pi$  работает корректно:  $(A)\pi(B) \equiv 1$ , если для любого набора данных, на котором истинен предикат  $A$ , после выполнения  $\pi$  получаем выходные данные, на которых истинен предикат  $B$ . В случае программ, основанных на алгоритмах реального времени, данное условие неприменимо и должно быть заменено следующим:  $(A(D_0, t_0))\pi(B(D_1(t_1), D_2(t_2), \dots, D_k(t_k)))$ ,

где

$A(D_0, t_0)$  означает корректное задание начальных условий на момент времени  $t_0$ ,

$B(D_1(t_1), D_2(t_2), \dots, D_k(t_k))$  означает, что в результате выполнения программы  $\pi$  были корректно выполнены целевые задачи в моменты времени  $t_1, \dots, t_k$ . Данная особенность приводит к существенному усложнению спецификации программ, реализующих управляющие алгоритмы реального времени (УА РВ). В работе рас-

сматриваются методы синтаксической редукции спецификации УА РВ.

### Алгебраическая система УА РВ

Управляющие алгоритмы реального времени можно представить в виде четвёрок объектов [2]:

$$UA PB = \{ \langle f_i, t_i, \tau_i, \bar{l}_i \rangle, i = \overline{1, N} \},$$

где  $f_i$  – функциональная задача (действие);

$t_i$  – момент начала выполнения действия (целое неотрицательное число);

$\tau_i$  – длительность действия (целое неотрицательное число);

$\bar{l}_i$  – логический вектор, обуславливающий выполнение функциональной задачи.

Далее, пользуясь терминологией А. И. Мальцева [3], введём в рассмотрение двухосновную алгебраическую систему

$$\langle U, L; F; R \rangle,$$

где

$U$  – множество УА РВ в смысле наборов четвёрок объектов,

$L$  – множество логических условий,

$F$  – множество операций, определённых на декартовом произведении  $U \times L$ ,

$R$  – множество отношений между элементами множеств  $U$  и  $L$ .

Для описания алгебраической системы УА РВ в работах [2, 4] было пред-

ложено исчисление управляющих алгоритмов реального времени. Данная формальная система представляет собой исчисление предикатов первого порядка. Ниже приводится определение термина, а также набор функциональных и предикатных символов расширенного исчисления УА РВ.

Определение термина вводится рекурсивно в соответствии со следующими правилами:

1) Символ функциональной задачи есть терм.

2) Если  $T1$  и  $T2$  – термы, а  $x$  – целое неотрицательное число, то

$$\begin{aligned} T1 \text{ СН } T2, \\ T1 \text{ СК } T2, \\ T1 \rightarrow T2, \\ Н(T1, T2, x), \\ ЗА(T1, T2, x), \\ @(T1, x) \end{aligned}$$

являются терминами.

#### Функциональные символы расширенного исчисления УА РВ

Функциональный символ СН описывает операцию алгебраической системы «совпадение по началу». Пусть даны термы

$$T1 = \langle T1, t_{T1}, \tau_{T1}, \overline{l_{T1}} \rangle$$

и

$$T2 = \langle T2, t_{T2}, \tau_{T2}, \overline{l_{T2}} \rangle,$$

тогда

$$T3 = T1 \text{ СН } T2 = \langle T3, t_{T3}, \tau_{T3}, \overline{l_{T3}} \rangle.$$

Терм  $T3$  содержит описания всех функциональных задач, входящих в  $T1$  и  $T2$ :

$$t_{T3} = t_{T1}, \tau_{T3} = \max(\tau_{T1}, \tau_{T2});$$

логические векторы, обуславливающие выполнение функциональных задач, не изменяются.

Функциональный символ СК описывает операцию алгебраической системы «совпадение по концу». Пусть даны термы

$$T1 = \langle T1, t_{T1}, \tau_{T1}, \overline{l_{T1}} \rangle$$

и

$$T2 = \langle T2, t_{T2}, \tau_{T2}, \overline{l_{T2}} \rangle,$$

тогда

$$T3 = T1 \text{ СК } T2 = \langle T3, t_{T3}, \tau_{T3}, \overline{l_{T3}} \rangle.$$

Терм  $T3$  содержит описания всех функциональных задач, входящих в  $T1$  и  $T2$ . При этом для всех компонентов – функциональных задач, вошедших в состав  $T3$  из участвующего в операции УА РВ с меньшей суммарной длительностью, необходимо провести операцию нормировки (сдвига) момента старта на величину

$$\Delta t_{T3} = \begin{cases} t_{T1} - t_{T2}, & \text{если } t_{T1} > t_{T2}, \\ t_{T2} - t_{T1}, & \text{если } t_{T2} > t_{T1}, \end{cases}$$

$$\tau_{T3} = \max(\tau_{T1}, \tau_{T2}).$$

Логические векторы, обуславливающие выполнение функциональных задач, не меняются.

Функциональный символ  $\rightarrow$  описывает операцию непосредственного следования. Пусть даны термы

$$T1 = \langle T1, t_{T1}, \tau_{T1}, \overline{l_{T1}} \rangle$$

и

$$T2 = \langle T2, t_{T2}, \tau_{T2}, \overline{l_{T2}} \rangle,$$

тогда

$$T3 = T1 \rightarrow T2 = \langle T3, t_{T3}, \tau_{T3}, \overline{l_{T3}} \rangle,$$

где

$$t_{T3} = t_{T1}, \tau_{T3} = \tau_{T1} + \tau_{T2}.$$

Логические вектора не меняются.

Функциональный символ Н описывает тернарную операцию «наложение со сдвигом». Пусть даны термы

$$T1 = \langle T1, t_{T1}, \tau_{T1}, \overline{l_{T1}} \rangle,$$

$$T2 = \langle T2, t_{T2}, \tau_{T2}, \overline{l_{T2}} \rangle$$

и

$$\text{величина сдвига } t_s \quad (t_s \in Z_{\geq 0}),$$

тогда

$$T3 = H(T1, T2, t_s) = \langle T3, t_{T3}, \tau_{T3}, \overline{l_{T3}} \rangle.$$

Терм  $T3$  содержит описания всех функциональных задач, входящих в  $T1$  и  $T2$ , при этом

$$t_{T3} = t_{T1} + t_s, \tau_{T3} = \max(\tau_{T1}, \tau_{T2} + t_s).$$

Логические векторы, обуславливающие выполнение функциональных задач, не изменяются.

Функциональный символ ЗА описывает тернарную операцию «следование со сдвигом». Пусть даны термы

$$T1 = \langle T1, t_{T1}, \tau_{T1}, \overline{l_{T1}} \rangle,$$

$$T2 = \langle T2, t_{T2}, \tau_{T2}, \overline{l_{T2}} \rangle$$

и величина сдвига  $t_s$  ( $t_s \in Z_{\geq 0}$ ),

тогда

$$T3 = 3A(T1, T2, t_s) = \langle T3, t_{T3}, \tau_{T3}, \overline{l_{T3}} \rangle.$$

Терм  $T3$  содержит описания всех функциональных задач, входящих в  $T1$  и  $T2$ , при этом

$$t_{T3} = t_{T1}, \tau_{T3} = \tau_{T1} + \tau_{T2} + t_s.$$

Логические векторы не изменяются.

Функциональный символ @ описывает операцию привязки начала выполнения УА к абсолютному значению времени. Пусть дан терм

$$T = \langle T, t_T, \tau_T, \overline{l_T} \rangle$$

и значение момента времени

$$t_0 \quad (t_0 \in Z_{\geq 0}),$$

тогда

$$T1 = \langle T1, t_{T1}, \tau_{T1}, \overline{l_{T1}} \rangle.$$

Терм  $T1$  содержит описания всех функциональных задач, входящих в  $T$ , при этом  $t_{T1} = t_0$ ,  $\tau_{T1} = \tau_T$  и логические векторы не изменяются.

### Предикатные символы расширенного исчисления УА РВ

Предикатные символы, одноимённые с функциональными, будем обозначать курсивом. Пусть  $U$  – множество управляющих алгоритмов реального времени.

Предикатный символ  $CH$  описывает бинарное отношение «совпадение по началу» на декартовом произведении  $U \times U$ . Для термов

$$T1 = \langle T1, t_{T1}, \tau_{T1}, \overline{l_{T1}} \rangle$$

и

$$T2 = \langle T2, t_{T2}, \tau_{T2}, \overline{l_{T2}} \rangle$$

предикат  $T1CHT2$  истинен, если  $t_{T1} = t_{T2}$ , и ложен в противном случае.

Предикатный символ  $CK$  описывает бинарное отношение «совпадение по концу» на декартовом произведении  $U \times U$ . Для термов

$$T1 = \langle T1, t_{T1}, \tau_{T1}, \overline{l_{T1}} \rangle$$

и

$$T2 = \langle T2, t_{T2}, \tau_{T2}, \overline{l_{T2}} \rangle$$

предикат  $T1CKT2$  истинен, если  $t_{T1} + \tau_{T1} = t_{T2} + \tau_{T2}$ .

Предикатный символ  $\Rightarrow$  описывает бинарное отношение временного следования на декартовом произведении  $U \times U$ . Для термов

$$T1 = \langle T1, t_{T1}, \tau_{T1}, \overline{l_{T1}} \rangle$$

и

$$T2 = \langle T2, t_{T2}, \tau_{T2}, \overline{l_{T2}} \rangle$$

предикат  $T1 \Rightarrow T2$  истинен, если  $t_{T1} + \tau_{T1} = t_{T2}$ , и ложен в противном случае.

Предикатный символ  $<$  описывает бинарное отношение предшествования на декартовом произведении  $U \times U$ . Для термов

$$T1 = \langle T1, t_{T1}, \tau_{T1}, \overline{l_{T1}} \rangle$$

и

$$T2 = \langle T2, t_{T2}, \tau_{T2}, \overline{l_{T2}} \rangle$$

предикат  $T1 < T2$  истинен, если  $t_{T1} < t_{T2}$ , и ложен в противном случае.

Предикатный символ  $\ll$  описывает бинарное отношение сильного предшествования на декартовом произведении  $U \times U$ . Для термов

$$T1 = \langle T1, t_{T1}, \tau_{T1}, \overline{l_{T1}} \rangle$$

и

$$T2 = \langle T2, t_{T2}, \tau_{T2}, \overline{l_{T2}} \rangle$$

предикат  $T1 \ll T2$  истинен, если  $t_{T1} + \tau_{T1} < t_{T2}$ , и ложен в противном случае.

Предикатный символ  $\diamond$  описывает отношение несовместности по времени. Это бинарное отношение на декартовом произведении  $U \times U$ , где  $U$  – множество управляющих алгоритмов реального времени. Для термов

$$T1 = \langle T1, t_{T1}, \tau_{T1}, \overline{l_{T1}} \rangle$$

и

$$T2 = \langle T2, t_{T2}, \tau_{T2}, \overline{l_{T2}} \rangle$$

предикат  $T1 \diamond T2$  истинен, если  $(t_{T1} + \tau_{T1} < t_{T2}) \vee (t_{T2} + \tau_{T2} < t_{T1})$ , и ложен в противном случае.

Предикатный символ  $\langle / \rangle$  описывает бинарное отношение несовместности по

логике на декартовом произведении  $U \times U$ . Для термов

$$T1 = \langle T1, t_{T1}, \tau_{T1}, \overline{l_{T1}} \rangle$$

и

$$T2 = \langle T2, t_{T2}, \tau_{T2}, \overline{l_{T2}} \rangle$$

предикат  $\langle / \rangle$  истинен, если несовместны логические векторы, обуславливающие выполнение  $T1$  и  $T2$ , и ложен в противном случае.

### Построение спецификации с помощью формул исчисления УА РВ

Будем называть функциональную задачу вполне определённой, если для неё известны время начала  $t$ , длительность  $\tau$  и обуславливающий её выполнение логический вектор  $\alpha$ . В противном случае будем называть функциональную задачу частично определённой.

Пусть требуется описать спецификацию взаимодействия управляющих алгоритмов, состоящих из  $N$  функциональных задач:  $f_1, \dots, f_N$ , при этом  $K \leq N$  задач вполне или частично определены. Тогда спецификацию можно записать в виде

$$\left\{ \begin{array}{l} P_1(f_1, \dots, f_N), \\ P_2(f_1, \dots, f_N), \\ \mathbf{K} \\ P_M(f_1, \dots, f_N), \\ f_1: t_1 = t'_1, \tau_1 = \tau'_1, \mathbf{a}_1 = \mathbf{a}'_1, \\ f_2: t_2 = t'_2, \tau_2 = \tau'_2, \mathbf{a}_2 = \mathbf{a}'_2, \\ \mathbf{L} \\ f_K: t_K = t'_K, \tau_K = \tau'_K, \mathbf{a}_K = \mathbf{a}'_K. \end{array} \right.$$

Здесь  $P_i(f_1, \dots, f_N)$  представляет собой формулу, выражающую композицию операций или отношений алгебраической системы УА РВ для функциональных задач  $f_1, \dots, f_N$ .

### Моделирование операций и отношений алгебраической системы системой уравнений

Из приведённых выше определений отношений и операций алгебраической

системы УА РВ следует, что любое отношение на множестве функциональных задач однозначно определяется отношениями  $\langle, \rangle, =$  на декартовом произведении  $N \times N \times \{0,1\}^J$ , где  $J$  — размерность логического вектора, обуславливающего выполнение функциональных задач данного множества. Аналогично, любая операция на множестве функциональных задач однозначно определяется стандартными операциями умножения и сложения на множестве целых чисел. Это позволяет проводить описание УА РВ с помощью системы алгебраических уравнений относительно времени начала и длительности частично определённых функциональных задач.

Содержательно алгоритм построения алгебраической модели по спецификации УА РВ состоит из следующих шагов:

1) спецификация переводится в ПОЛИЗ;

2) для каждого оператора в записи выполняются следующие правила:

– если оператор выражает отношение на множестве функциональных задач, то определяются время начала, длительность, координаты условного вектора операндов и формулируется уравнение или неравенство, соответствующее данному отношению. Каждая часть полученного соотношения умножается на характеристическую функцию соответствующего логического вектора;

– если оператор определяет операцию на множестве функциональных задач, то определяются время начала, длительность, координаты условного вектора операндов и над ними выполняются преобразования, задаваемые данной операцией.

### Оптимизация

Оптимизирующие преобразования алгебраической модели заключаются в нахождении решения полученной системы уравнений относительно переменных, соответствующих времени начала и дли-

тельности частично определённых функциональных задач. При этом возможны три варианта:

1) Система является определённой. В этом случае оптимизация может считаться завершённой. Все функциональные задачи являются вполне определёнными. В этом случае спецификация не будет содержать ни одной формулы.

2) Система несовместна. Спецификация некорректна, то есть содержит условия, противоречивые с точки зрения логики или по времени.

3) Система является неопределённой. Решение представляет собой выражение значений логических и временных характеристик одних функциональных задач (свободные переменные системы) через логические и временные характеристики других функциональных задач (базисные переменные). При этом возможна оптимизация, заключающаяся в минимизации выражений свободных переменных через базисные.

### Формальные преобразования спецификации УА РВ

Из приведённых выше определений отношений алгебраической системы УА РВ следуют тождества:

- 1)  $T_1 CH T_2 = T_2 CH T_1$ ,
- 2)  $T_1 CK T_2 = T_2 CK T_1$ ,
- 3)  $T_1 + T_2 = T_2 + T_1$ ,
- 4)  $(T_1 \rightarrow T_2) \rightarrow T_3 = T_1 \rightarrow (T_2 \rightarrow T_3)$ ,
- 5)  $(T_1 CH T_2) CH T_3 = T_1 CH (T_2 CH T_3)$ ,
- 6)  $(T_1 CK T_2) CK T_3 = T_1 CK (T_2 CK T_3)$ ,
- 7)  $(T_1 \rightarrow T_2) CH (T_1 \rightarrow T_3) = T_1 \rightarrow (T_2 CH T_3)$ ,
- 8)  $(T_1 \rightarrow T_2) CK (T_3 \rightarrow T_2) = (T_1 CK T_3) \rightarrow T_2$ ,
- 9)  $(T_1 \rightarrow T_2) + (T_1 \rightarrow T_3) = T_1 \rightarrow (T_2 + T_3)$ ,
- 10)  $(T_1 \rightarrow T_2) + (T_3 \rightarrow T_2) = (T_1 + T_3) \rightarrow T_2$ ,
- 11)  $(T_1 CH T_2) + (T_1 CH T_3) = T_1 CH (T_2 + T_3)$ ,
- 12)  $(T_1 CH T_2) + (T_3 CH T_2) = (T_1 + T_3) CH T_2$ ,
- 14)  $(T_1 CK T_2) + (T_1 CK T_3) = T_1 CK (T_2 + T_3)$ ,
- 15)  $(T_1 CK T_2) + (T_3 CK T_2) = (T_1 + T_3) CK T_2$ ,
- 16)  $(a_1 = 1) \Rightarrow (T_1 \rightarrow T_2) = ((a_1 = 1) \Rightarrow \Rightarrow T_1) \rightarrow ((a_1 = 1) \Rightarrow T_2)$ ,

$$17) (a_1 = 1) \Rightarrow (T_1 CH T_2) = ((a_1 = 1) \Rightarrow \Rightarrow T_1) CH ((a_1 = 1) \Rightarrow T_2),$$

$$18) (a_1 = 1) \Rightarrow (T_1 CK T_2) = ((a_1 = 1) \Rightarrow \Rightarrow T_1) CK ((a_1 = 1) \Rightarrow T_2),$$

$$19) T_1 CH T_1 = T_1,$$

$$20) T_1 CK T_1 = T_1,$$

$$21) (\alpha \Rightarrow T) + (\neg\alpha \Rightarrow T) = T,$$

$$22) (\alpha \Rightarrow (\beta \Rightarrow T)) = (\alpha \wedge \beta) \Rightarrow T.$$

С помощью этих тождеств можно осуществить синтаксическую редукцию (эквивалентные преобразования, сокращающие длину формулы) спецификации УА РВ.

Рассмотрим пример. Пусть в спецификации присутствует формула

$$((f_1 \rightarrow f_2) CH (f_1 \rightarrow f_3)) CK (f_4 \rightarrow (f_2 CH f_3)).$$

Применяя тождества 7, 8, эту формулу можно преобразовать к виду

$$(f_1 CK f_4) \rightarrow (f_2 CH f_3).$$

При этом происходит уменьшение количества операций в два раза.

В качестве внутреннего представления оптимизируемых формул управляющего алгоритма будем рассматривать их двоичные деревья синтаксического разбора. Оптимизация двоичных деревьев проводится в два этапа:

1) идентификация двоичных поддеревьев;

2) применение к поддеревьям аксиомы сжатия, если это возможно.

Существует несколько способов идентификации одинаковых поддеревьев. Первый подход – метод прямого сравнения, то есть для каждого узла сравниваем все поддеревья. Второй подход – метод простых чисел. Все узлы двоичного дерева нумеруются простыми числами, операции  $CH$ ,  $CK$ ,  $\rightarrow$ ,  $+$  получают коды 2, 3, 5, 7. Узлы, соответствующие одной и той же операции или одной и той же функциональной задаче, нумеруются одинаковыми числами. Для идентификации поддерева производится перемножение кодов всех узлов, входящих в него. Некоммутативные операции  $\rightarrow$  и  $+$  для различения левого и правого поддеревьев в случае равен-

ства произведений используют приписывание знака минус («—»). Недостатком метода простых чисел является быстрое переполнение. Поэтому вместо него возможно применение метода «целых» чисел, в котором узлы-поддеревья кодируются целыми числами. Однако при этом необходимо иметь в памяти таблицу, описывающую каждый подузел с информацией о его левом, правом поддереве и месте в дереве.

Рассмотрим алгоритм проведения эквивалентных преобразований на бинарных деревьях. Этот алгоритм начинает обработку с самых нижних поддеревьев, а затем, поднимаясь выше, охватывает все большее количество узлов. Поддеревья соединяются с помощью узла-операции, причём в конструкции  $D_1 f D_2$  (поддереве, над которым в текущий момент работает алгоритм) поддеревья  $D_1$  и  $D_2$  уже отработаны, поэтому по ним надо спуститься максимум на один – два уровня. Таким образом, процесс эквивалентных преобразований носит индуктивный характер. Базисом индукции является исходное двоичное дерево представления алгоритма  $D_0$ . Шаги индукции проводятся применением аксиом исчисления управляющих алгоритмов. На каждом шаге индукции получаем эквивалентное предыдущему двоичное дерево  $D_j$ . Последовательность  $D_0, D_1, \dots, D_k$  длины  $k+1$  назовём выводом  $D_0 \rightarrow D_k$ .

### Заключение

Необходимо заметить, что приведённые методы синтаксической редукции спецификации УА РВ уменьшают количество информационных связей в результи-

рующей управляющей программе, понижая тем самым её структурную сложность (сложность управляющего графа, связанного с потоком управления). Кроме того, алгебраический метод синтаксической редукции формул позволяет проверить корректность задания временных и логических условий управляющего алгоритма. Данный подход приводит к квазиоптимальному решению (как таковая, строго говоря, задача оптимизации в классической постановке не ставится).

Таким образом, метод формальных преобразований обеспечивает квазиоптимальность построенного решения.

### Библиографический список

1. Мальцев, А. И. Алгебраические системы [Текст] / А. И. Мальцев. – Москва: Наука, 1970. – 400 с.
2. Касьянов, В. Н. Графы в программировании: обработка, визуализация и применение [Текст] / В. Н. Касьянов, В. А. Евстигнеев. – СПб.: БХВ – Петербург, 2003. – 1104 с.
3. Калентьев, А. А. Автоматизированный синтез алгоритмов асинхронного управления техническими системами с множеством дискретных состояний [Текст] / А. А. Калентьев. – Самара: СГАУ, 1998. – 204 с.
4. Тюгашев, А. А. Синтез и верификация управляющих алгоритмов реального времени для бортовых вычислительных систем космических аппаратов [Текст]: дис. ... д-ра техн. наук / А. А. Тюгашев. – Самара: Изд-во СГАУ, 2007. – 312 с.

---

## CONSTRUCTING THE SPECIFICATION FOR THE ON-BOARD REALTIME CONTROL ALGORITHM

© 2011 A. A. Tyugashev, A. Yu. Bogatov

Samara State Aerospace University named after academician S. P. Korolyov  
(National Research University)

An approach to solving the problem of the on-board algorithm specification is proposed. This approach is founded on the calculus of a realtime control algorithm. The possibility of the automation of syntax reduction for the specification is also considered.

*Mathematical model, specification, control algorithm, equivalent optimizing transformations, functional task, system of linear equations, binary tree, predicate.*

### Информация об авторах

**Тюгашёв Андрей Александрович**, доктор технических наук, профессор кафедры компьютерных систем. Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С. П. Королёва (национальный исследовательский университет). Область научных интересов: разработка ИПИ-технологий на проблемно-ориентированном уровне. E-mail: [tau797@mail.ru](mailto:tau797@mail.ru).

**Богатов Артём Юрьевич**, аспирант, ассистент кафедры компьютерных систем. Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С. П. Королёва (национальный исследовательский университет). Область научных интересов: теория алгоритмов, CALS-технологии. E-mail: [artmbogatov@yandex.ru](mailto:artmbogatov@yandex.ru).

**Tyugashev Andrey Alexandrovitch**, doctor of technical sciences, professor of the department of computer systems, Samara State Aerospace University named after academician S. P. Korolyov (National Research University), [tau797@mail.ru](mailto:tau797@mail.ru). Area of research: informatics and CALS-technology.

**Bogatov Artyom Yurievitch**, assistant of the department of computer systems, Samara State Aerospace University named after academician S. P. Korolyov (National Research University), [artmbogatov@yandex.ru](mailto:artmbogatov@yandex.ru). Area of research: theory of algorithms and CALS-technology.

## СОГЛАСОВАНИЕ МЕХАНИЗМОВ УПРАВЛЕНИЯ ПРОЦЕССАМИ КОНСТРУКТОРСКО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКОЙ ПОДГОТОВКИ ПРОИЗВОДСТВА НА УРОВНЕ СОТРУДНИКОВ ПОДРАЗДЕЛЕНИЙ

© 2011 А. С. Кириченко<sup>1</sup>, И. Н. Хаймович<sup>2</sup>

<sup>1</sup> ФГУП ГНПРКЦ «ЦСКБ-Прогресс»

<sup>2</sup> Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С. П. Королёва (национальный исследовательский университет)

Статья посвящена описанию автоматизации в конструкторско-технологической подготовке производства, выявлению проблем и их решению. Полученная математическая модель позволяет устранить противоречия между сотрудниками конструкторских и технологических подразделений.

*Конструкторско-технологическая подготовка производства, математическая модель, принятие решений, доход, автоматизация.*

В современном мире, когда начинают говорить об автоматизации конструкторско-технологической подготовки производства (КТПП), в основном рассматривают интеграцию CAD/CAE/CAM/PDM-систем в производство, с повышением их функциональных возможностей, которые позволяют работать конструкторам, технологам и другим специалистам над одним проектом в едином информационном пространстве, что должно облегчить и взаимодействия между инженерами.

Проблема устранения противоречий при взаимодействии конструкторских и технологических подразделений остаётся актуальной, так как каждый специалист занят своей деятельностью, направленной на решение задач, поставленных руководителем.

Конструкторы и технологи при разработке изделия пытаются добиться высокой технологичности продукта. Но надо учитывать, что термин “технологичность” имеет своё значение для каждого специалиста. Конструкторы пытаются добиться технологичности, связанной с конструкцией изделия, то есть отвечающей определённым требованиям надёжности, качества поверхности и т.д. Технологи, в свою очередь, стараются каждый новый технологический процесс, связанный с новым

изделием, привести к типовому процессу. И чем ближе новый технологический процесс к типовому, тем меньше времени понадобится на его освоение и тем большее количество деталей сможет производить предприятие.

В этот момент и начинаются разногласия между конструкторами и технологами, когда последние не могут обеспечить производство требуемого изделия из-за имеющихся ограниченных ресурсов или из-за отсутствия новых способов производства. Это влечёт за собой упрощение конструкции и отказ от внедрения в конструкцию каких-либо нововведений.

Всё это в итоге приводит к смещению сроков выпуска продукта на рынок и к возможному ослаблению конкурентоспособности предприятия.

Чтобы получить желаемый эффект, а именно организовать работу специалистов с минимальными противоречиями между ними, необходимо, чтобы действия в решении возникающих проблем были согласованными.

Каждого инженера надо мотивировать для такой согласованной работы, и поэтому его стимулируют денежными средствами, повышением квалификации, моральными и социальными вознаграждениями. Но вознаграждение должно быть

оптимальное, то есть соответствовать уровню профессиональности специалиста.

Для нахождения оптимального вознаграждения и поощрения разработаем

математическую модель управления ресурсами, в которой необходимо рассмотреть матричную структуру взаимодействия (рис. 1) [1].

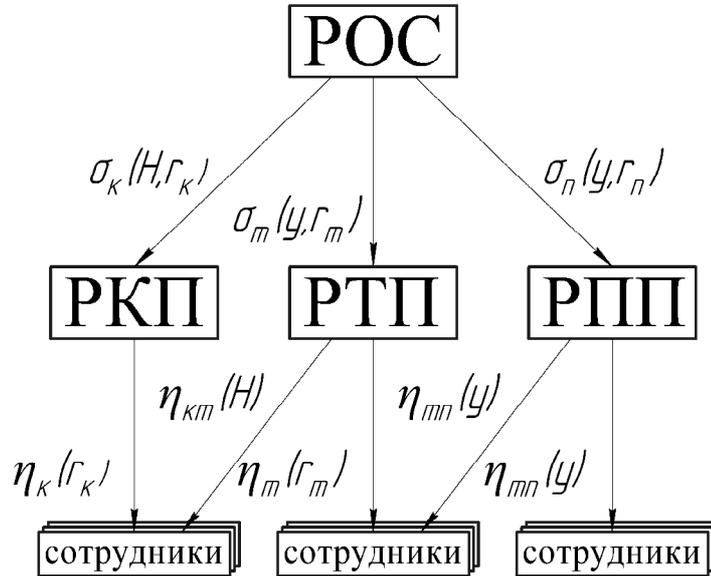


Рис. 1. Матричная структура взаимодействия на ОАО «Волгабурмаш»:  
 РОС – руководитель организационной системы (предприятия);  
 РКП – руководитель конструкторского подразделения;  
 РТП – руководитель технологического подразделения;  
 РПП – руководитель производственного подразделения

Целевые функции участников организационной системы, представленной на рис.1, имеют вид [1]:

$$\hat{O}_i(s_\epsilon(I, r_\epsilon), s_\delta(o, r_\delta), s_i(o, r_i), r_\epsilon, r_\delta, r_i) = D(H, y) - s_\epsilon(I, r_\epsilon) - s_\delta(o, r_\delta) - s_i(o, r_i), \quad (1)$$

$$\hat{O}_\epsilon(s_\epsilon(I, r_\epsilon), h_\epsilon(r_\epsilon), I, r_\epsilon) = s_\epsilon(I, r_\epsilon) - \sum_{i=1}^{\dot{o}} h_\epsilon^i(o, r_\epsilon^i) - C_\epsilon(r_\epsilon), \quad (2)$$

$$\hat{O}_\delta(s_\delta(o, r_\delta), h_\delta(r_\delta), o, r_\delta) = s_\delta(o, r_\delta) - \sum_{i=1}^{\dot{i}} h_\delta^j(r_\delta^j) - C_\delta(r_\delta), \quad (3)$$

$$\hat{O}_i(s_i(o, r_i), h_i(r_i), o, r_i) = s_i(o, r_i) - \sum_{s=1}^S h_i^s(r_i^s) - \sum_{s=1}^S C_i^s(r_i^s), \quad (4)$$

$$f_\kappa^i(h_\kappa^i(r_\kappa^i), h_{\kappa m}^i(H), H, r_\kappa^i) = h_\kappa^i(r_\kappa^i) + h_{\kappa m}^i(H) - C_\kappa^i(H, r_\kappa^i), i \in I, \quad (5)$$

$$f_m^j(h_m^j(r_m^j), h_{mn}^j(y), H, r_m^j) = h_m^j(r_m^j) + h_{mn}^j(H) - C_m^j(H, r_m^j), j \in J, \quad (6)$$

$$f_n^{sl}(h_n^s(y, r_n^s), y, r_n^{sl}) = h_n^s(y, r_n^s) - C_n^{sl}(r_n^{sl}), s \in S, \quad (7)$$

где

$D(H, y)$  – функция дохода организационной системы;

$s_\epsilon, s_\delta, s_i$  – соответственно бюджетные

ресурсы, выделяемые конструкторскому (КП), технологическому (ТП) и производственному (ПП) подразделениям со стороны РОС;

$h_k(r_k), h_m(r_m), \sum_{s=1}^S h_n^s(y, r_n^s)$  – функции стимулирования КП, ТП и ПП соответственно;

$h_{\acute{o}\acute{o}}^i(H)$  – функция стимулирования  $i$ -го конструктора со стороны ТП;

$h_{\acute{o}i}^j(\acute{o})$  – функция стимулирования  $j$ -го технолога со стороны ПП;

$h_i^s(r_i^s)$  – функция стимулирования сотрудников  $s$ -го ПП;

$C_k(r_k), C_m(r_m), \sum_{s=1}^S C_n^s(r_n^s)$  – функции затрат КП, ТП и ПП соответственно;

$\tilde{N}_i^{sl}(r_i^{sl})$  – функции затрат  $l$ -го сотрудника  $s$ -го подразделения;

$\acute{I}$  – качество (надѐжность) изделия;

$y$  – количество изделий;

$r_k, r_m, r_n$  – квалификация конструктора, технолога, сотрудника ПП, соответственно.

Предположим, что каждый из сотрудников КП, ТП и ПП выбирает решение в соответствии с принципом рационального поведения. Это означает, что каждый сотрудник при известных функциях стимулирования со стороны функциональных и производственных подразделений стремится своим выбором максимизировать свою целевую функцию: конструктор – целевую функцию (5), технолог – (6), производственник – (7).

Основная трудность при решении задач взаимодействия заключается в том, что модели принятия решений по выбору параметров организационной системы содержат модели оптимизационных задач нижних уровней. В связи с этим в работе такие задачи согласованного взаимодействия нескольких двухуровневых иерархических систем называются задачами верхней и нижней иерархии.

Решением задачи взаимодействия является область параметров функции стимулирования, которая наиболее выгодна для РОС. В то же время эта область позволяет ставить и решать задачи выбора параметров, оптимальных с точки зрения

функциональных подразделений и их сотрудников.

Рассчитаем математическую модель задачи согласованного взаимодействия в рассматриваемой организационной системе на примере машиностроительного предприятия ОАО «Волгабурмаш».

Исходными данными для расчёта математической модели послужили данные, полученные в конструкторском и технологическом отделах машиностроительного предприятия.

Таблица 1. Исходные данные для расчёта математической модели принятия решений на ОАО «Волгабурмаш»

Обозначение	Числовое значение	Условные доли
$y, \acute{o} \acute{o}$	120	1,2
$y_0, \acute{o} \acute{o}$	100	1
$\Delta y, \acute{o} \acute{o}$	20	0,2
$\tilde{N}, \acute{o} \acute{o}$	51000	1
$H$	-	0,5
$H_0$	-	0,4
$\acute{I} - \acute{I}_0 = \Delta H$	-	$0,5 - 0,4 = 0,1$

Более подробно рассмотрим модели для сотрудников отделов.

Таблица 2. Исходные данные для расчёта математической модели принятия решений сотрудниками конструкторского подразделения

Обозначение	Числовое значение
$b_e^i$	0,7
$r_e^i$	0,2
$r_{e0}^i$	0,15
$b_e^i$	0,2
$b_{e0}^i$	0,2
$b_{\acute{o}\acute{o}}^i$	0,5
$\tilde{N}_{e0}^i$	0,15

Модель задачи принятия решений сотрудником конструкторского подразделения:

$$\begin{aligned}
 f_k^i(H_k^i(r_k^i), H_{km}^i(H), H, r_k^i) &= H_k^i(r_k^i) + H_{km}^i(H) - C_k^i(H, r_k^i) = \\
 &= 0,39 + 0,1 - 0,14 = 0,35; \\
 H_k^i(r_k^i) &= b_k^i \cdot \Delta H / r_k^i + b_k^i \cdot r_k^i = \\
 &= 0,7 \cdot 0,1 / 0,2 + 0,2 \cdot 0,2 = 0,39; \\
 H_{km}^i(H) &= b_{km}^i \cdot \Delta y = 0,5 \cdot 0,2 = 0,1; \\
 C_k^i(H, r_k^i) &= C_{k0}^i - b_{k0}^i \cdot (r_k^i - r_{k0}^i) = \\
 &= 0,15 - 0,2 \cdot (0,2 - 0,15) = 0,14; \\
 H_k^i(r_k^i) + H_{km}^i(H) &\geq C_k^i(H, r_k^i), \\
 r_k^i &\in R_k^i, i \in I.
 \end{aligned}
 \tag{8}$$

Таблица 3. Исходные данные для расчёта математической модели принятия решений сотрудниками технологического подразделения

Обозначение	Числовое значение
$b_o^j$	0,8
$r_m^j$	0,2
$r_{m0}^j$	0,1
$b_m^j$	0,1
$b_{m0}^j$	0,1
$b_{\delta n}$	0,8
$\tilde{N}_{m0}^j$	0,2

Модель задачи принятия решений сотрудником технологического подразделения:

$$\begin{aligned}
 f_m^j(H_m^j(r_m^j), H_m^j(y), H, r_m^j) &= H_m^j(r_m^j) + H_m^j(H) - C_m^j(H, r_m^j) = \\
 &= 0,135 + 0,16 - 0,19 = 0,105; \\
 H_m^j(r_m^j) &= b_m^j \cdot y^2 / 2 \cdot r_m^j + b_m^j \cdot r_m^j = \\
 &= 0,8 \cdot 1,2^2 / 2 \cdot 0,2 + 0,1 \cdot 0,2 = 0,135; \\
 H_m^j(y) &= b_m^j \cdot \Delta y = 0,8 \cdot 0,2 = 0,16; \\
 C_m^j(r_m^j) &= C_{m0}^j - b_{m0}^j \cdot (r_m^j - r_{m0}^j) = \\
 &= 0,2 - 0,1 \cdot (0,2 - 0,1) = 0,19; \\
 H_m^j(r_m^j) + H_m^j(y) &\geq C_m^j(r_m^j), \\
 r_m^j &\in R_m^j, j \in J.
 \end{aligned}
 \tag{9}$$

Таблица 4. Исходные данные для расчёта математической модели принятия решений сотрудниками производственного подразделения

Обозначение	Числовое значение
$b_n^s$	0,7
$r_n^s$	0,2
$r_n^{sl}$	0,1
$r_{n0}^{sl}$	0,2
$b_n^s$	0,2
$b_{n0}^s$	0,1
$\tilde{N}_{n0}^{sl}$	0,4

Модель задачи принятия решений сотрудником производственного подразделения:

$$\begin{aligned}
 f_n^s(H_n^s(y, r_n^s), y, r_n^{sl}) &= H_n^s(y, r_n^s) - C_n^{sl}(r_n^{sl}) = \\
 &= 0,74 - 0,39 = 0,35; \\
 H_n^s(y, r_n^s) &= b_n^s \cdot \Delta y / r_n^s + b_n^s \cdot r_n^s = \\
 &= 0,7 \cdot 0,2 / 0,2 + 0,2 \cdot 0,2 = 0,74; \\
 C_n^{sl}(r_n^{sl}) &= C_{n0}^{sl} - b_{n0}^s \cdot (r_n^{sl} - r_{n0}^{sl}) = \\
 &= 0,4 - 0,1 \cdot (0,2 - 0,1) = 0,39; \\
 H_n^s(y, r_n^s) &\geq C_n^{sl}(r_n^{sl}), \\
 r_n^{sl} &\in R_n^s, s \in S.
 \end{aligned}
 \tag{10}$$

Полученные в ходе расчётов результаты сведём в табл. 5.

Таблица 5. Сводная таблица результатов

	Бюджетные средства от руководителя организационной системы	Согласование с сотрудниками из нижестоящего подразделения	Затраты на организацию работы в собственном подразделении	Выгода сотрудников
Конструкторское подразделение	0,39	0,1	0,14	0,35
Технологическое подразделение	0,135	0,16	0,19	0,105
Производственное подразделение	0,74	–	0,39	0,35

Рассмотрена матричная иерархическая организационная структура управления, в которой учитывается взаимодействие между руководителями организационной системы и руководителями подразделений. Исходя из математической модели можно сделать вывод о том, что взаимодействие «конструктор – технолог» зависит от согласования  $h_{eo}^i(I) = 0,1$ , и если оно сработало, то прибыль конструктора будет составлять долю, равную  $f_e^i = 0,35$  от единицы дохода. В свою очередь, взаимодействие «технолог – производитель» зависит от согласования  $h_{oi}^j(o) = 0,16$ , и если оно сработало, то

прибыль технолога составит долю, равную  $f_o^j = 0,105$  от единицы дохода.

#### Библиографический список

1. Хаймович, И. Н. Методология организации согласованных механизмов управления процессом конструкторско-технологической подготовки производства на основе информационно-технологических моделей [Текст]: автореферат дис. ... д-ра техн. наук./ Хаймович Ирина Николаевна; [Самар. гос. аэрокосм. ун-т]. – Самара, 2008 г.

### COORDINATION OF PROCESS MANAGEMENT MECHANISMS FOR DESIGN AND TECHNOLOGICAL PLANNING OF PRODUCTION AT THE LEVEL OF STAFF MEMBERS

© 2011 A. S. Kirichenko, I. N. Khaimovich

Samara State Aerospace University named after academician S. P. Korolyov  
(National Research University)

The paper describes the automation of design and technological preparation of production, identifying problems and solving them. The resulting mathematical model eliminates the conflict between design and technological departments.

*Design and technological planning of production, mathematical model, decision making, compensation, automation.*

---

**Информация об авторах**

**Кириченко Алексей Сергеевич**, аспирант, инженер-конструктор. ФГУП ГНПРКЦ «ЦСКБ-Прогресс», г.Самара. Область научных интересов: организация производства, информационные технологии, инжиниринг, автоматизация, роботизация, 3D моделирование. E-mail: [kich3r@mail.ru](mailto:kich3r@mail.ru).

**Хаймович Ирина Николаевна**, доктор технических наук, доцент кафедры обработки металлов давлением. Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С. П. Королёва (национальный исследовательский университет). Область научных интересов: организация производства, информационные технологии, инжиниринг, автоматизация, управление бизнес-процессами. E-mail: [kovalek68@mail.ru](mailto:kovalek68@mail.ru).

**Kirichenko Aleksey Sergeevitch**, post-graduate student, Samara State Aerospace University named after academician S. P. Korolyov (National Research University), [kich3r@mail.ru](mailto:kich3r@mail.ru). Area of research: organization of production, IT, engineering, automation, robotization, 3D modeling.

**Khaimovich Irina Nikolaevna**, doctor of technical sciences, associate professor, Samara State Aerospace University named after academician S. P. Korolyov (National Research University), [kovalek68@mail.ru](mailto:kovalek68@mail.ru). Area of research: organization of production, IT, engineering, automation, business process management.

ВЕСТНИК  
САМАРСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО  
АЭРОКОСМИЧЕСКОГО УНИВЕРСИТЕТА  
имени академика С. П. КОРОЛЁВА  
(национального исследовательского университета)

№ 2 (26)

2011

Корректор **Карпова Л. М.**  
Компьютерная вёрстка **Кузьмишина Т. М.**  
Переводчик **Безрукова Е. И.**

*Каталожная цена: 1000 руб.*

---

Формат 60×84 1/8. Бумага офсетная. Печать офсетная.  
Тираж 200. Заказ \_\_\_\_\_

---

Отпечатано в издательстве СГАУ  
443086, г. Самара, Московское шоссе, 34

## Правила оформления статей для журнала

### «Вестник Самарского государственного аэрокосмического университета

#### имени академика С. П. Королёва (национального исследовательского университета)»

1. Статья представляется в двух экземплярах, распечатанных на лазерном принтере на одной стороне бумаги в режиме качественной печати, а также в электронном виде на отдельном носителе по адресу: 443086, Самара, Московское шоссе, 34, 212а – 3А, тел.: (846) 267 48 41, электронная почта: [vest@ssau.ru](mailto:vest@ssau.ru).

2. Текст статьи представляется в формате Microsoft Word на дискетах, CD или DVD. Объём статьи – до 10 страниц формата А4. Имя файла определяется по фамилии первого автора: фамилия.doc. Поля – по 2,5 см с каждой стороны, текст – кегль 12, одинарный междустрочный интервал. Выравнивание: по ширине страницы. Шрифты – Times New Roman, Symbol. Отступ первой строки абзаца – 1 см. Страницы должны быть пронумерованы.

Замена буквы «ё» на букву «е» недопустима. Написание в тексте буквы «ё» является обязательным.

3. Допускается наличие рисунков, формул и таблиц по тексту.

Рисунки могут быть созданы средствами Microsoft Word/Excel или представлены в форматах JPEG, GIF, TIFF, PNG. Подпись к рисунку начинается со слова «Рис.» и номера по порядку, подпись располагается снизу, выравнивание – по центру. Для ссылки по тексту статьи на рисунок 1 следует использовать сокращение: рис. 1.

Для математических выражений и формул следует использовать Microsoft Equation 3.0 и буквы латинского (*Times New Roman, курсив, размер 12*) и греческого (*Symbol, курсив, размер 12*) алфавитов. Формулы, на которые в статье делаются ссылки, следует печатать с новой строки, при этом формулы нумеруются в порядке следования по тексту статьи. Номер формулы и ссылка на неё в тексте обозначается числом в круглых скобках: (1), (2), (3). Длина формулы на строке строго ограничена – до 80 мм (допускается перенос на следующие строки).

Заголовок таблицы начинается со слова «Таблица» и её номера по порядку, заголовок размещается сверху, выравнивание – по левому краю. Для ссылки по тексту статьи на таблицу 1 следует использовать сокращение: табл. 1.

4. Библиографический список оформляется отдельным разделом в конце статьи, при этом литературные источники располагаются в порядке их использования по тексту статьи в виде нумерованного списка, и оформляется в соответствии с действующим ГОСТ 7.1-2003.

5. К тексту статьи прилагается направление организации (если авторы не являются сотрудниками СГАУ), рецензия специалиста по научному направлению статьи (не являющегося сотрудником подразделения, где работают авторы), акт экспертизы, информация об авторах для опубликования в журнале. На отдельной странице указываются сведения об авторах для служебного пользования: фамилия, имя, отчество, учёная степень, учёное звание, должность, место работы, служебный и домашний адреса, телефон, электронная почта. Статья должна быть подписана всеми авторами.

6. Статьи, не отвечающие перечисленным требованиям, к рассмотрению не принимаются. Рукописи и сопроводительные документы не возвращаются. Датой поступления рукописи считается день получения редакцией окончательного текста.

7. Плата с аспирантов за публикацию рукописей не взимается.

Образец оформления:

УДК 536.04

МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕПЛОВЫХ ПОЛЕЙ СЛОЖНОЙ ЗАМКНУТОЙ СТРУКТУРЫ НА БОРТУ  
ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ КОСМИЧЕСКОЙ ЛАБОРАТОРИИ

© 2011 Г. П. Аншаков<sup>1</sup>, В. В. Бирюк<sup>2</sup>, В. В. Васильев<sup>2</sup>, В. В. Никонов<sup>2</sup>, В. В. Салмин<sup>2</sup>

<sup>1</sup>ФГУП ГНПРКЦ «ЦСКБ-ПРОГРЕСС»

<sup>2</sup>Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С. П. Королёва  
(национальный исследовательский университет)

(аннотация статьи 50...150 слов, кегль: 10)

(ключевые слова 8-12 слов, кегль: 10, начертание: курсив)

(текст статьи)

(библиографический список)

(информация об авторах для опубликования: фамилия, имя, отчество, учёная степень, учёное звание, должность, место работы, электронная почта, область научных интересов – до 10 слов)

THERMAL FIELDS SIMULATING OF COMPLEX CLOSED STRUCTURE ABOARD RESEARCH SPACE  
LABORATORY

© 2011 G. P. Anshakov<sup>1</sup>, V. V. Biruk<sup>2</sup>, V. V. Vasiliev<sup>2</sup>, V. V. Nikonov<sup>2</sup>, V. V. Salmin<sup>2</sup>

<sup>1</sup>FSUE SRPSRC "TsSKB-Progress"

<sup>2</sup>Samara State Aerospace University named after academician S. P. Korolyov (National Research University)

(аннотация статьи – на английском языке)

(ключевые слова – на английском языке)

(информация об авторах для опубликования – на английском языке)