

## ОПТИМИЗАЦИЯ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ РЕСУРСОВ АВИАТРАНСПОРТНОЙ СИСТЕМЫ ПРИ НАЛИЧИИ РАСПИСАНИЯ И НЕЧЁТКИХ ИСХОДНЫХ ДАННЫХ

© 2021

**В. А. Романенко** кандидат технических наук, доцент кафедры организации и управления перевозками на транспорте; Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва; [vla\\_rom@mail.ru](mailto:vla_rom@mail.ru)

Рассматривается задача оптимального распределения технологических ресурсов (операторов) технической или организационно-технической системы, предназначенных для обслуживания определённых объектов (операндов) по заданному расписанию. Учитываются необходимость включения в состав процесса обслуживания, совместно с основной, подготовительной и заключительной операций, возможность выделения для обслуживания операнда одного или нескольких операторов, а также зависимость продолжительности операций от факторов, характеризующихся неопределённостью. В связи с предполагаемым отсутствием статистики используются экспертно-заданные неопределённые величины в форме треугольных нечётких чисел. Оптимизационная задача формулируется как задача математического программирования с нечётким критерием и «чёткими» ограничениями, состоящая в поиске такого распределения заданного числа операторов для обслуживания каждого операнда из заданной совокупности, которое минимизирует целевую функцию, учитывающую отклонения от расписания (опоздания) с окончанием обслуживания. Характерными примерами систем, для которых задача актуальна, служат производственные комплексы авиатранспортных предприятий, функционирующие в условиях неопределённости при необходимости обеспечения регулярности и безопасности воздушных перевозок. Приведён модельный пример решения задачи распределения подвижных средств топливозаправки в узловом аэропорту с учётом особенностей его расписания. Показано, что для решения достаточно возможностей стандартного программного обеспечения персональной вычислительной техники.

*Оптимизация; технологические ресурсы; операнд; треугольное нечёткое число; нечёткое математическое программирование; узловой аэропорт*

---

*Цитирование:* Романенко В.А. Оптимизация распределения технологических ресурсов авиатранспортной системы при наличии расписания и нечётких исходных данных // Вестник Самарского университета. Аэрокосмическая техника, технологии и машиностроение. 2021. Т. 20, № 3. С. 160-170. DOI: 10.18287/2541-7533-2021-20-3-160-170

### Введение

Объектом исследования является техническая или организационно-техническая система, располагающая комплектом операторов – технологических средств, предназначенных для осуществления определённого технологического процесса по целенаправленному преобразованию (обработке или обслуживанию) некоторых объектов – операндов. Предполагается, что обслуживание операндов должно производиться в соответствии с заданным расписанием. Для обслуживания операнда могут привлекаться как один, так и несколько операторов, величины производительности которых могут различаться в зависимости как от их типа, так и от типа преобразуемого операнда. Операнды характеризуются объёмами работ, необходимыми для их успешного обслуживания, и максимальной численностью операторов, которые могут быть одновременно использованы для обслуживания операнда. Процесс обслуживания операнда включает подготовительную, основную и заключительную операции. Один или несколько операторов, выделенных для обслуживания операнда, предполагаются занятыми в течение всего промежутка времени от момента начала подготовительной операции до момента окончания заключительной. Фактические продолжительности всех трёх операций

априори достоверно неизвестны. Главным фактором, влияющим на вероятностные распределения времени подготовительной и заключительной операций, предполагается тип оператора. Распределение времени основной операции зависит в первую очередь от потребного для обслуживания операнда объёма работ, численности используемых с этой целью операторов и интенсивности выполнения работ операторами. Перечисленные параметры также могут характеризоваться неопределённостью.

Характерными примерами рассматриваемой системы служат производственные комплексы предприятий воздушного транспорта, в частности топливозаправочный комплекс аэропорта, оснащённый монтируемыми на шасси автомобиля передвижными заправочными агрегатами (ПЗА), предназначенными для заправки воздушных судов (ВС) топливом с помощью систем централизованной заправки (ЦЗС). Перед указанными системами, функционирующими в условиях неопределённости, с особой остротой стоит задача обеспечения пунктуального выполнения расписания, так как его нарушение может служить прямой причиной нарушения регулярности и безопасности воздушных перевозок. Примеры решения задач оптимального планирования и распределения технологических ресурсов аэропортовых комплексов в весьма сложной и детальной постановке рассмотрены в работах [1; 2], в которых, однако, не учитывается неопределённый характер исходных данных. С другой стороны, к настоящему времени накоплен основательный методологический задел в области сетевого планирования и управления проектами с учётом влияния неопределённости различной природы, изложенный, например, в работах [3; 4], в которых отсутствует учёт специфики авиатранспортных систем. Ниже предлагается методика оптимизации распределения технологических ресурсов, в первую очередь систем наземного обслуживания перевозок, которая может быть реализована на базе стандартного программного обеспечения (например, в условиях аэропортового предприятия), учитывающая неопределённость исходных данных.

В соответствии с практикой предполагается, что статистика, позволяющая сформировать частотные распределения, необходимые для формулирования задачи оптимального распределения операторов в терминах теории вероятностей, отсутствует, а её накопление невозможно или затруднено. В этом случае все неопределённые величины определяются методом экспертного оценивания и задаются в форме нечётких величин, благодаря чему рассматриваемая оптимизационная задача сводится к разряду задач нечёткого математического программирования [5; 6].

### Математическая модель

Остановимся на используемых ниже понятиях и приемах нечёткой арифметики. Под нечётким множеством  $\tilde{A}$  на универсальном множестве  $U$  понимается совокупность кортежей вида  $\langle \mu_{\tilde{A}}(u), u \rangle$ , где  $\mu_{\tilde{A}}(u)$  – степень принадлежности элемента  $u \in U$  нечёткому множеству  $\tilde{A}$ , которая задаётся как действительное число из интервала  $[0,1]$ . Функция, позволяющая для произвольного элемента универсального множества вычислить степень его принадлежности нечёткому множеству, называется функцией принадлежности. Под нечёткой величиной (НВ) понимается произвольное нечёткое множество, заданное на множестве действительных чисел [7]. Одним из наиболее часто используемых, простых и удобных для практических вычислений типов НВ является НВ с «треугольной» функцией принадлежности или «треугольное нечёткое число», характеризующее неопределённость типа «приблизительно равно». Треугольное нечёткое число (ТНЧ)  $\tilde{A}$  представим в виде кортежа  $\tilde{A} = \langle {}^L a, {}^M a, {}^R a \rangle$ , включающего координаты опорных точек функции принадлежности  $\mu_{\tilde{A}}(u)$ :

$$\mu_{\tilde{A}}(u) = \begin{cases} \frac{u - {}^L a}{{}^M a - {}^L a}, & {}^L a \leq u \leq {}^M a, \\ \frac{{}^R a - u}{{}^R a - {}^M a}, & {}^M a \leq u \leq {}^R a, \\ 0, & u \leq {}^L a, \quad {}^M a \leq u, \end{cases}$$

где  ${}^M a$  – наиболее возможное значение  $u$  (мода),  ${}^L a$ ,  ${}^R a$  – соответственно наименьшее и наибольшее из возможных значений  $u$ ,  ${}^L a \leq {}^M a \leq {}^R a$ .

Основываясь на принципе обобщения Заде [7], определим необходимые ниже операции с ТНЧ. Пусть даны два ТНЧ:  $\tilde{A}_1 = \langle {}^L a_1, {}^M a_1, {}^R a_1 \rangle$ ,  $\tilde{A}_2 = \langle {}^L a_2, {}^M a_2, {}^R a_2 \rangle$ . Результатами их нечёткого сложения (+), перемножения ( $\times$ ), вычитания ( $-$ ), деления ( $/$ ), взятия максимума (max) и минимума (min) будут ТНЧ, определяемые соответственно как:

$$\begin{aligned} \tilde{A}_1 + (\times) \tilde{A}_2 &= \langle {}^L a_1 + (\times) {}^L a_2, {}^M a_1 + (\times) {}^M a_2, {}^R a_1 + (\times) {}^R a_2 \rangle, \\ \tilde{A}_1 - (/) \tilde{A}_2 &= \langle {}^L a_1 - (/) {}^R a_2, {}^M a_1 - (/) {}^M a_2, {}^R a_1 - (/) {}^L a_2 \rangle, \\ \max(\min)(\tilde{A}_1, \tilde{A}_2) &= \langle \max(\min)({}^L a_1, {}^L a_2), \max(\min)({}^M a_1, {}^M a_2), \max(\min)({}^R a_1, {}^R a_2) \rangle. \end{aligned} \quad (1)$$

Для дефаззификации, то есть приведения к чёткой форме, ТНЧ используем метод центра тяжести [7], в соответствии с которым чёткое число  ${}^d a$  – результат дефаззификации ТНЧ  $\tilde{A} = \langle {}^L a, {}^M a, {}^R a \rangle$  – определяется как

$${}^d a = \text{def}(\tilde{A}) = \frac{{}^L a + {}^M a + {}^R a}{3}. \quad (2)$$

Будем считать, что рассматриваемая система располагает  $n$  операторами, которые предполагается задействовать для обслуживания  $k$  операндов. Обозначим  $i, j$  индексы оператора и операнда, соответственно  $i = 1, \dots, n$ ,  $j = 1, \dots, k$ . Введём следующие обозначения величин, составляющих исходные данные задачи:

$n_j$  – максимальное число операторов, которые могут одновременно принимать участие в обслуживании операнда  $j$ ,  $j = 1, \dots, k$ ;

$\tilde{Q}_j$  – объём работ при обслуживании операнда  $j$ ,  $j = 1, \dots, k$ ;

$\tilde{R}_i$  – максимальная производительность оператора  $i$ ,  $i = 1, \dots, n$ ;

$\tilde{R}_j$  – максимально допустимый уровень производительности при выполнении операции по обслуживанию операнда  $j$ ,  $j = 1, \dots, k$ ;

$t_j^H, \Delta t_j^O$  – плановые (заданные в соответствии с расписанием), соответственно момент времени начала и продолжительность основной операции обслуживания операнда  $j$ ,  $j = 1, \dots, k$ ;

$\Delta t_i^H, \Delta t_i^3$  – нормативные (заданные в соответствии с нормативной картой) продолжительности соответственно подготовительной и заключительной операций, выполняемых  $i$ -м оператором,  $i = 1, \dots, n$ ;

$\Delta \tilde{T}_i^H, \Delta \tilde{T}_i^3$  – фактическая продолжительность соответственно подготовительной и заключительной операций, выполняемых  $i$ -м ресурсом,  $i = 1, \dots, n$ .

Все входные величины являются либо ТНЧ, выражающими мнение эксперта, либо обычными числами и, таким образом, все полученные в результате вычислений величины также будут либо числами, либо ТНЧ.

Будем считать, что нумерация операндов упорядочена в порядке возрастания плановых моментов времени начала основной операции их обслуживания:

$$t_0 = 0 < t_{j-1}^H \leq t_j^H, \quad j = 1, \dots, k,$$

где  $t_0 = 0$  – начальный момент модельного времени  $t$ , в рамках которого определяются временные характеристики технологического процесса.

Пусть для обслуживания операнда  $j$  должно быть выделено не менее одного и не более  $n_j$  операторов. Выделенные для обслуживания операнда  $j$  операторы одновременно начинают и одновременно завершают основную операцию.

Введём бинарную переменную  $x_{ij} \in \{0, 1\}$ , принимающую значение 1, если оператор  $i$  выделяется для обслуживания операнда  $j$ , и значение 0 в противном случае,  $i = 1, \dots, n$ ,  $j = 1, \dots, k$ . С учётом введённых допущений и правил нечёткой арифметики (1) НВ  $\Delta \tilde{T}_j^O$  фактической продолжительности выполнения основной операции обслуживания операнда  $j$  будем рассчитывать согласно выражению

$$\Delta \tilde{T}_j^O = \frac{\tilde{Q}_j}{\sum_{i=1: x_{ij}=1}^n \tilde{R}_{ij}}, \quad j = 1, \dots, k, \quad (3)$$

где  $\tilde{R}_{ij}$  – производительность оператора  $i$  при обслуживании операнда  $j$ , ограниченная величинами  $\tilde{R}_i$  и  $\tilde{R}_j$ , определяемая посредством взятия нечёткого минимума (1):

$$\tilde{R}_{ij} = \min(\tilde{R}_i, \tilde{R}_j), \quad i = 1, \dots, n, \quad j = 1, \dots, k.$$

Учитывая неопределённый характер фактической продолжительности  $\Delta \tilde{T}_j^O$  выполнения основной операции обслуживания операнда  $j$ , следует ожидать, что и время  $\tilde{T}_j^H$  фактического начала этой операции, и время  $\tilde{T}_j^K$  её фактического окончания будут неопределёнными и, следовательно, будут отличаться: первое – от планового времени  $t_j^H$  её начала, второе – от планового времени  $t_j^K$  её окончания. ТНЧ  $\tilde{T}_j^K$  и обычное число  $t_j^K$  будем определять соответственно как

$$\tilde{T}_j^K = \tilde{T}_j^H + \Delta \tilde{T}_j^O, \quad t_j^K = t_j^H + \Delta t_j^O, \quad j = 1, \dots, k. \quad (4)$$

Задача состоит в определении такого множества  $\{x_{ij}, i = 1, \dots, n, j = 1, \dots, k\}$ , которое минимизировало бы некоторую величину, связанную с промежутками времени опоздания с завершением выполнения основных операций обслуживания операндов. Учитывая, что в качестве опоздания следует рассматривать только такую ситуацию, когда фактическое время завершения основной операции превышает плановое время её за-

вершения, фактическое опоздание  $\Delta \tilde{T}_j^K$  с завершением основной операции определим как ТНЧ с использованием нечёткой операции взятия максимума (1):

$$\Delta \tilde{T}_j^K = \max\left(0, \left(\tilde{T}_j^K - t_j^K\right)\right) \quad j = 1, \dots, k. \quad (5)$$

Как следует из (4) и (5), определение  $\Delta \tilde{T}_j^K$  возможно, если известно  $\tilde{T}_j^H$ , для установления которого предварительно должен быть определён ряд временных характеристик технологического процесса. С этой целью примем, что обслуживание операнда выделенным для этого оператором может начаться в том случае, если оператор готов к началу обслуживания. Состояние готовности оператора к началу выполнения подготовительной операции обслуживания операнда наступает в момент, когда рассматриваемый оператор завершает заключительную операцию обслуживания предыдущего операнда. Если до начала обслуживания рассматриваемого операнда оператор не был задействован в обслуживании других операндов, то моментом времени готовности такого оператора примем начальный момент времени  $t_0 = 0$ . Таким образом, фактическое время наступления готовности  $\tilde{T}_{ij}^{\Gamma}$  оператора  $i$  к началу обслуживания операнда  $j$  ( $j \in \{1, \dots, k\}$ ,  $x_{ij} = 1$ ) принимается равным либо  $t_0 = 0$ , если операнд является первым по порядку среди операндов, к обслуживанию которых назначен оператор  $i$ , либо моменту освобождения оператора от обслуживания предыдущего операнда:

$$\tilde{T}_{ij}^{\Gamma} = \begin{cases} 0, & j = j_{m=1}^{(i)}, \\ \tilde{T}_{i, j_{m-1}^{(i)}}^{K3}, & j = j_{m>1}^{(i)}, \end{cases} \quad i = 1, \dots, n, \quad j_m^{(i)} \in \{1, \dots, k\}, \quad (6)$$

где  $\tilde{T}_{ij}^{K3}$  – фактическое время завершения конечной операции процесса обслуживания  $i$ -м оператором  $j$ -го операнда;  $j_m^{(i)}$  –  $m$ -й элемент множества  $\{j^{(i)}\} \subset \{1, \dots, k\}$  индексов операндов, для обслуживания которых назначен  $i$ -й оператор,  $j_m^{(i)} \in \{j^{(i)}\}$ ,  $0 \leq m \leq k$ .

С использованием переменной  $x_{ij}$  выражения (3) и (6) могут быть представлены в форме, более удобной для программной реализации табличных вычислений:

$$\Delta \tilde{T}_j^{\Theta} = \frac{\tilde{Q}_j}{\sum_{i=1}^n \tilde{R}_{ij} x_{ij}}, \quad j = 1, \dots, k.$$

Величина  $\tilde{T}_{ij}^{\Gamma}$  для любого  $i \in \{1, \dots, n\}$  и такого  $j \in \{1, \dots, k\}$ , для которого выполняется условие  $x_{ij} = 1$ , определяется с использованием рекуррентной формулы:

$$\tilde{T}_{ij}^{\Gamma} = \begin{cases} 0, & j^* = 1 \\ \tilde{T}_{i, j^*-1}^{\Gamma}, & x_{i, j^*-1} = 0, j^* = 2, \dots, j, \\ \tilde{T}_{i, j^*-1}^{K3}, & x_{i, j^*-1} = 1, j^* = 2, \dots, j, \end{cases} \quad i = 1, \dots, n.$$

Здесь величины  $\tilde{T}_{ij}^{\Gamma}$  определяются последовательно для  $j^* = 1, j^* = 2, \dots, j^* = j$ . Найденная таким образом величина  $\tilde{T}_{ij}^{\Gamma}$  для  $j^* = j$  и будет искомой  $\tilde{T}_{ij}^{\Gamma}$ .

Взаимосвязь временных характеристик представлена на рис. 1, где в качестве примера рассмотрен процесс обслуживания некоторого ( $j$ -го) операнда двумя выделенными с этой целью операторами с индексами  $i', i'' \in \{1, \dots, n\}$ , для которых справедливо равенство  $x_{i',j} = x_{i'',j} = 1$  (отметим, что для  $i \in \{1, \dots, n\} \setminus \{i', i''\}$  здесь  $x_{ij} = 0$ ). Тонировкой отмечен график функции принадлежности искомой НВ  $\Delta \tilde{T}_j^K$  на универсальном множестве  $\Delta t$ , для оси абсцисс которого в качестве начала отсчёта  $\Delta t = 0$  принимается чёткое значение  $t_j^K$ . В отличие от  $\Delta \tilde{T}_j^K$  функции принадлежности всех остальных НВ, приводимых на рис. 1, строятся на множестве  $t$ .

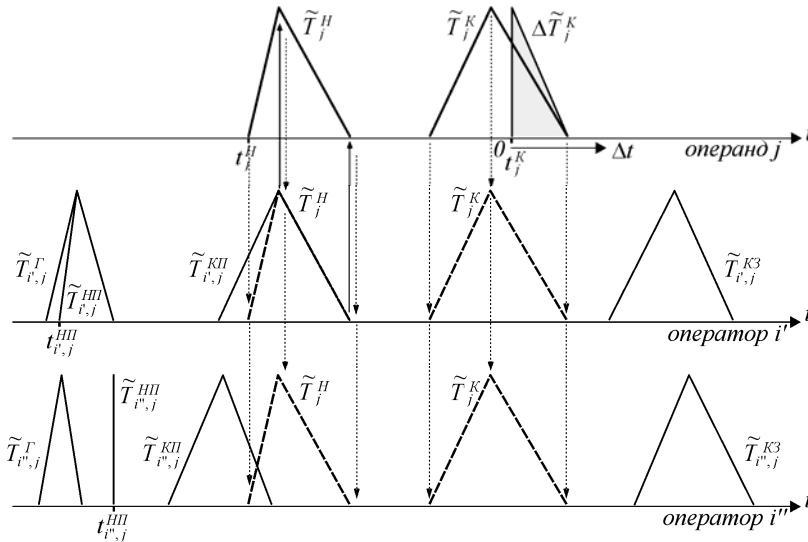


Рис. 1. Временные характеристики процесса обслуживания операнда  $j$

Запишем выражения для нечётких расчётов других временных характеристик технологического процесса обслуживания  $j$ -го операнда, предполагая ТНЧ  $\tilde{T}_{ij}^{\Gamma}$  подсчитанным. Поскольку подготовительная операция оператора  $i$  к обслуживанию операнда  $j$  не может начаться раньше планового времени  $t_{ij}^{HP}$  и фактического времени готовности  $\tilde{T}_{ij}^{\Gamma}$ , то фактическое время начала этой операции определяется как ТНЧ:

$$\tilde{T}_{ij}^{HP} = \max(t_{ij}^{HP}, \tilde{T}_{ij}^{\Gamma}), \quad i=1, \dots, n, \quad j=1, \dots, k : x_{ij} = 1. \quad (7)$$

Входящее в (7) плановое время  $t_{ij}^{HP}$  начала подготовительной операции определяется по заданным плановым величинам  $t_j^H$  и  $\Delta t_i^H$ :

$$t_{ij}^{HP} = t_j^H - \Delta t_i^H, \quad i=1, \dots, n, \quad j=1, \dots, k : x_{ij} = 1.$$

Фактическое время  $\tilde{T}_{ij}^{KP}$  окончания подготовительной операции определяется в результате нечёткого сложения ТНЧ  $\tilde{T}_{ij}^{HP}$ , подсчитанного по (7), и заданного  $\Delta \tilde{T}_i^H$ :

$$\tilde{T}_{ij}^{KP} = \tilde{T}_{ij}^{HP} + \Delta \tilde{T}_i^H, \quad i=1, \dots, n, \quad j=1, \dots, k : x_{ij} = 1.$$

Фактическое время  $\tilde{T}_j^H$  начала основной операции обслуживания  $j$ -го операнда выделенными операторами, т.е. имеющими такие индексы  $\{i\} \subset \{1, \dots, n\}$ , для которых выполняется условие  $x_{ij} = 1$ , определяется как наибольшая величина в результате сравнения планового срока  $t_j^H$  начала указанной операции с наиболее поздним сроком окончания подготовительной операции оператора из числа выделенных для обслуживания рассматриваемого операнда. Указанная процедура осуществляется посредством последовательного взятия нечётких максимумов (1):

$$\tilde{T}_j^H = \max \left\{ t_j^H, \max_{i \in \{1, \dots, n\} : x_{ij} = 1} \tilde{T}_{ij}^{KP} \right\}, \quad j = 1, \dots, k.$$

Величины фактического времени окончания основной операции для  $j$ -го операнда  $\tilde{T}_j^K$  и выполняющих операторов  $\tilde{T}_{ij}^K$  совпадают и определяются как ТНЧ:

$$\tilde{T}_{ij}^K \equiv \tilde{T}_j^K = \tilde{T}_j^H + \Delta \tilde{T}_j^O, \quad i = 1, \dots, n, \quad j = 1, \dots, k : x_{ij} = 1.$$

Наконец, НВ фактического времени окончания заключительной операции обслуживания  $j$ -го операнда выделенными операторами определяется как ТНЧ в предположении, что заключительная операция выполняется сразу после основной:

$$\tilde{T}_{ij}^{K3} = \tilde{T}_{ij}^K + \Delta \tilde{T}_i^3, \quad i = 1, \dots, n, \quad j = 1, \dots, k : x_{ij} = 1.$$

Приведённые формулы позволяют по заданным  $\{x_{ij}, i = 1, \dots, n, j = 1, \dots, k\}$ ,  $\tilde{Q}_j$ ,  $\tilde{R}_j$ ,  $t_j^H$ ,  $\Delta t_j^O$  ( $j = 1, \dots, k$ ) и  $\tilde{R}_i$  ( $i = 1, \dots, n$ ) оценить фактические опоздания  $\Delta \tilde{T}_j^K$  ( $j = 1, \dots, k$ ).

Логично полагать, что опоздания с завершением обслуживания операндов, требующих выполнения большего объёма работ, приводят к большим издержкам в том или ином смысле. Следовательно операторы должны быть так распределены для обслуживания операндов, чтобы обеспечить минимум показателю, учитывающему не только величины времени опоздания, но и соответствующие операндам объёмы работ. Исходя из представленных соображений, выберем в качестве критерия рассматриваемой оптимизационной задачи минимум следующей нечёткой суммы:

$$\tilde{S} = \sum_{j=1}^k \Delta \tilde{T}_j^K \tilde{Q}_j \longrightarrow \min. \quad (8)$$

Проектными являются бинарные переменные  $x_{ij}$ ,  $i = 1, \dots, n$ ,  $j = 1, \dots, k$ . Ограничения накладываются на число операторов для обслуживания одного операнда:

$$1 \leq \sum_{i=1}^n x_{ij} \leq n_j, \quad j = 1, \dots, k. \quad (9)$$

Поскольку оптимизационная задача с чёткими ограничениями (9) и нечётким критерием (8) в силу нечёткости последнего является задачей с бесконечным числом критериев [5], то формулировку (8), (9) следует рассматривать лишь как условную. Для придания постановке задачи определённости используем в качестве целевой функции

значение  ${}^d S = \text{def}[\tilde{S}]$ , полученное в результате дефаззификации методом центра тяжести (2) ТНЧ  $\tilde{S}$ . Таким образом, задача оптимального распределения технологических ресурсов сводится к определению множества  $\{x_{ij} \in \{0,1\}, i=1,\dots,n, j=1,\dots,k\}$ , обеспечивающего минимум целевой функции  ${}^d S$  и удовлетворяющего ограничениям (9) при заданных  $\tilde{Q}_j, \tilde{R}_j, t_j^H, \Delta t_j^O$  ( $j=1,\dots,k$ ) и  $\tilde{R}_i$  ( $i=1,\dots,n$ ). Решение задачи достигается известными «чёткими» методами математического программирования, в том числе используемыми программной надстройкой «Поиск решения» табличного процессора Microsoft Excel.

### Модельный пример решения оптимизационной задачи

Оптимизационная задача решена на модельном примере с исходными данными топливозаправочного комплекса регионального узлового аэропорта, оснащённого ЦЗС. Предполагается, что аэропорт располагает семью ПЗА, из которых три отличаются большей производительностью. Характеристики ПЗА следующие:

$$\begin{aligned} & - \tilde{R}_i = \langle 0.9, 1.0, 1.1 \rangle \text{ м}^3/\text{мин}, \quad \Delta \tilde{T}_i^3 = \langle 8.0, 10.0, 12.0 \rangle \text{ мин}, \quad \Delta \tilde{T}_i^H = \langle 4.0, 5.0, 6.0 \rangle \text{ мин}, \\ & \Delta t_i^H = 5.25 \text{ мин}, \quad \Delta t_i^3 = 10.5 \text{ мин}, \quad \text{если } i \in \{1, 2, 3\}; \\ & - \tilde{R}_i = \langle 0.45, 0.50, 0.55 \rangle \text{ м}^3/\text{мин}, \quad \Delta \tilde{T}_i^3 = \langle 6.4, 8.0, 9.6 \rangle \text{ мин}, \quad \Delta \tilde{T}_i^H = \langle 3.2, 4.0, 4.8 \rangle \text{ мин}, \\ & \Delta t_i^H = 4.2 \text{ мин}, \quad \Delta t_i^3 = 8.4 \text{ мин}, \quad \text{если } i \in \{4, \dots, 7\}. \end{aligned}$$

Модельное расписание поступления ВС на заправку, приведённое в табл. 1, отражает специфические черты потоков ВС в узловом аэропорту, состоящие в резких и значительных периодических колебаниях их интенсивностей [8]. Моделируется приблизительно двухчасовой промежуток времени массового поступления ВС на заправку, первая половина которого характеризуется ростом интенсивности потока ВС, а вторая половина – её снижением. Каждое из заправляемых ВС относится к одной из четырёх групп, различающихся характеристиками топливной системы и, как следствие, параметрами процесса заправки, сведёнными в табл. 2.

Таблица 1. Модельное расписание поступления ВС на заправку в региональном узловом аэропорту

$j$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
$t_j^H$ , мин	10	20	30	40	45	50	55	60	65	70	75	80	90	100	110
Группа ВС	I	II	II	III	III	IV	I	II	II	III	III	IV	II	III	III

Таблица 2. Характеристики ВС

Группа ВС	I	II	III	IV
$j$	1, 7	2, 3, 8, 9, 13	4, 5, 10, 11, 14, 15	6, 12
$n_j$	2	2	1	1
$\Delta t_j^O$ , мин	40	40	30	30
$\tilde{Q}_j$ , мин	$\langle 31.5, 35.0, 38.5 \rangle$	$\langle 27.0, 30.0, 33.0 \rangle$	$\langle 9.0, 10.0, 11.0 \rangle$	$\langle 7.2, 8.0, 8.8 \rangle$
$\tilde{R}_j$ , м <sup>3</sup> /мин	$\langle 0.95, 1.0, 1.05 \rangle$	$\langle 0.95, 1.0, 1.05 \rangle$	$\langle 0.48, 0.5, 0.52 \rangle$	$\langle 0.28, 0.3, 0.31 \rangle$

Результаты оптимизации, представленные в табл. 3, демонстрируют возможность заметных отклонений от плана с завершением обслуживания ВС, однако обязательно задержка реализуется только для 10-го ВС. Каждому ПЗА предстоит заправить от 2 до 4 ВС, для большинства ПЗА это число вполне предсказуемо составляет 3 ВС.



Таблица 3. Результаты оптимизации

$j$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Распределение ПЗА															
$i$	1	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0
	2	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0
	3	1	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0
	4	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0
	5	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0
	6	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0
	7	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
Временные характеристики процесса заправки ВС															
$\tilde{T}_j^H$ , мин	(10.0, 10.0, 10.8)	(20.0, 20.0, 20.6)	(37.0, 42.5, 50.1)	(40.0, 40.0, 40.8)	(45.0, 45.0, 45.6)	(54.1, 62.0, 71.7)	(55.0, 55.0, 55.8)	(69.1, 75.0, 89.1)	(65.9, 77.5, 92.6)	(97.0, 105.0, 116.5)	(75.0, 77.0, 84.8)	(86.6, 100.7, 116.9)	(98.0, 110.0, 124.4)	(100.0, 112.5, 135.0)	(110.0, 110.0, 123.3)
$\tilde{T}_j^K$ , мин	(25.0, 27.5, 32.1)	(44.5, 50.0, 57.3)	(53.9, 62.5, 74.6)	(57.1, 60.0, 63.9)	(62.1, 65.0, 70.0)	(77.0, 88.7, 102.5)	(85.0, 90.0, 98.5)	(86.0, 95.0, 106.4)	(82.8, 97.5, 117.0)	(114.1, 125.0, 139.7)	(92.1, 97.0, 108.9)	(109.14, 127.3, 147.8)	(114.9, 130.0, 148.8)	(117.1, 132.5, 158.2)	(127.1, 130.0, 147.7)
$\Delta\tilde{T}_j^K$ , мин	(0.0, 0.0, 0.0)	(0.0, 0.0, 0.0)	(0.0, 0.0, 4.6)	(0.0, 0.0, 0.0)	(0.0, 0.0, 0.0)	(0.0, 8.7, 22.5)	(0.0, 0.0, 3.5)	(0.0, 0.0, 6.4)	(0.0, 0.0, 12.0)	(14.1, 25.0, 39.7)	(0.0, 0.0, 3.9)	(0.0, 17.3, 38.7)	(0.0, 0.0, 18.8)	(0.0, 2.5, 28.2)	(0.0, 0.0, 7.7)

Графики функций принадлежности  $\mu_{\tilde{T}}(t)$  временных характеристик технологического процесса для двух выбранных ПЗА ( $i = 1, 3$ ) отображены сплошными линиями на рис. 2. Штриховые отрезки соединяют графики функций принадлежности начала и окончания промежутков времени занятости ПЗА обслуживанием того или иного ВС и таким образом условно обозначают промежутки времени, в течение которых ПЗА определённно или возможно занят обслуживанием.

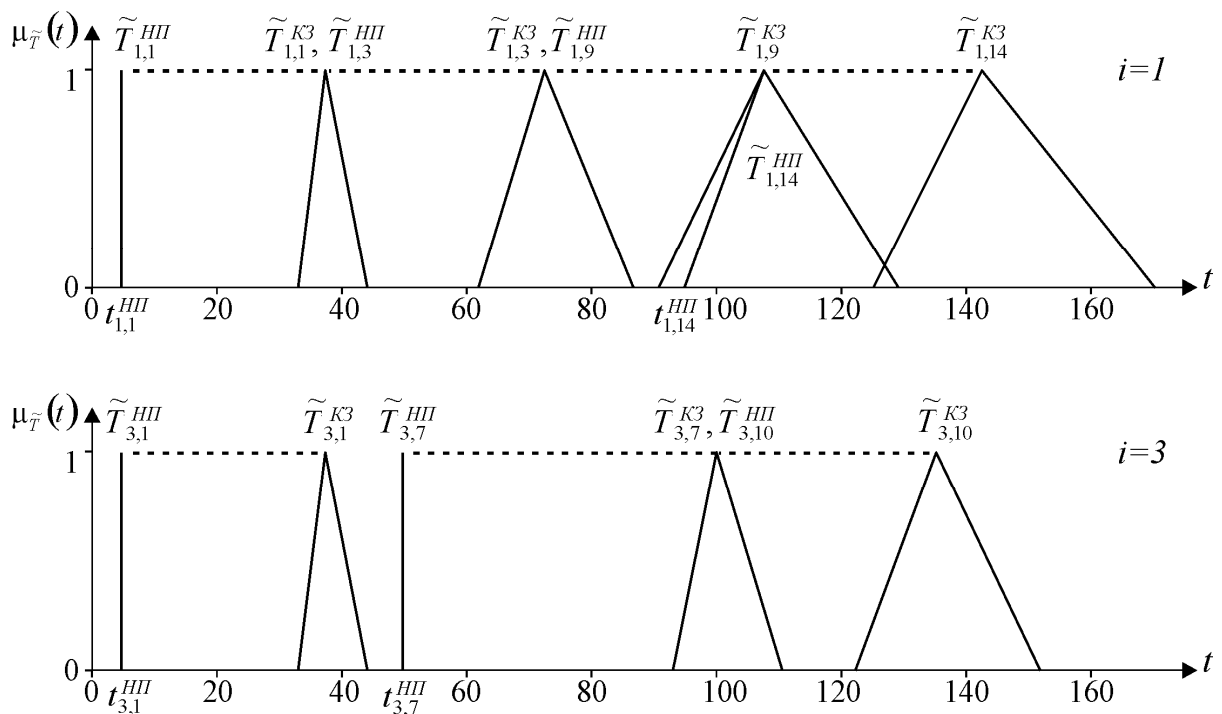


Рис. 2. Результаты оптимизации

Первый ( $i = 1$ ) ПЗА практически непрерывно занят обслуживанием ВС в следующей последовательности:  $j = 1, 3, 9, 14$ . Непродолжительная пауза возможна (но маловероятна) лишь после заключительной операции обслуживания ВС  $j = 9$ , так как окончание этой операции может произойти раньше наступления планового времени начала выполнения подготовительной операции для следующего ( $j = 14$ ) ВС. Занятость третьего ( $i = 3$ ) ПЗА несколько ниже. Он предполагается к обслуживанию трёх ВС в следующей последовательности:  $j = 1, 7, 10$ . Обслуживанием ВС  $j = 1$  оба ПЗА, первый и третий, занимаются совместно, поэтому временные рамки процесса обслуживания этого ВС для обоих ПЗА совпадают. Между окончанием процесса обслуживания ВС  $j = 1$  и началом процесса обслуживания ВС  $j = 7$  ПЗА будет простаивать в течение промежутка нечёткой продолжительностью порядка  $\langle 6, 12, 17 \rangle$  минут.

Затраты машинного времени на решение с помощью программной надстройки «Поиск решения» табличного процессора Microsoft Excel при использовании современной персональной вычислительной техники для рассмотренных исходных данных составляют не более 5 мин.

### Заключение

Предложенная методика позволяет оптимизировать распределение технологических ресурсов разнообразных систем, в том числе авиатранспортных, в условиях неполной определённости исходных данных. Представленные результаты подтверждают достаточный уровень возможностей стандартного программного обеспечения для решения рассмотренной задачи на характерном примере системы наземного обеспечения полётов ВС в узловых аэропортах. Проведённый сравнительный анализ позволил выявить заметное различие результатов оптимизации при нечётких и чётких исходных данных, дефазифицированных методом центра тяжести, что говорит о целесообразности нечёткой постановки рассмотренной задачи.

### Библиографический список

1. Babić O. Optimization of refueling truck fleets at an airport // Transportation Research Part B. 1987. V. 21, Iss. 6. P. 479-487. DOI: 10.1016/0191-2615(87)90042-7
2. Carotenuto P., Giordani S., Salvatore A., Biasini A. Resource planning for aircraft refueling in airport parking area // Transportation Research Procedia. 2019. V. 37. P. 250-257. DOI: 10.1016/j.trpro.2018.12.190
3. Балашов В.Г., Заложнев А.Ю., Новиков Д.А. Механизмы управления организационными проектами. М.: ИПУ РАН, 2003. 84 с.
4. Голенко-Гинзбург Д.И. Стохастические сетевые модели планирования и управления разработками. Воронеж: Научная книга, 2010. 283 с.
5. Орловский С.А. Проблемы принятия решений при нечёткой исходной информации. М.: Наука, 1981. 206 с.
6. Лю Б. Теория и практика неопределённого программирования. М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2005. 416 с.
7. Пегат А. Нечёткое моделирование и управление. М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2013. 798 с.
8. Романенко В.А. Оптимизация параметров системы трансферных авиаперевозок с учётом нечёткой и стохастической неопределённости // Управление большими системами. 2015. № 41. С. 285-313.

## OPTIMIZING THE ALLOCATION OF TECHNOLOGICAL RESOURCES OF AN AIR TRANSPORT SYSTEM IN THE PRESENCE OF A SCHEDULE AND FUZZY INPUT DATA

© 2021

**V. A. Romanenko** Candidate of Science (Engineering), Associate Professor of the Department of Transportation Management and Control; Samara National Research University, Samara, Russian Federation; [vla\\_rom@mail.ru](mailto:vla_rom@mail.ru)

The problem of optimal allocation of technological resources (operators) of a technical or organizational-technical system, designed to serve certain objects (operands) according to a given schedule, is considered. We take into account the necessity of incorporating, together with the main, preparatory and final operations, the possibility to select one or several operators for operand service into the service process, as well as the dependence of the operations duration on the factors characterized by uncertainty. Due to the supposed absence of statistics, expert-assigned indefinite values in the form of triangular fuzzy numbers are used. The optimization problem is formulated as a mathematical programming problem with a fuzzy criterion and clear-cut constraints, consisting in finding such a distribution of a given number of operators to serve each operand from a given set which minimizes the target function that takes into account deviations from the schedule (delay) with the service termination. Typical examples of systems for which the problem is relevant are the production complexes of air transport enterprises operating in conditions of uncertainty when it is necessary to ensure the regularity and safety of air transportation. A model example of solving the problem of allocating mobile refueling facilities at a hub airport, taking into account the peculiarities of its schedule, is presented. It is shown that the capabilities of standard personal computer software are sufficient for the solution.

*Optimization; technological resources; operand; triangular fuzzy number; fuzzy mathematical programming; hub airport*

---

**Citation:** Romanenko V.A. Optimizing the allocation of technological resources of an air transport system in the presence of a schedule and fuzzy input data. *Vestnik of Samara University. Aerospace and Mechanical Engineering*. 2021. V. 20, no. 3. P. 160-170. DOI: 10.18287/2541-7533-2021-20-3-160-170

### References

1. Babić O. Optimization of refueling truck fleets at an airport. *Transportation Research Part B*. 1987. V. 21, Iss. 6. P. 479-487. DOI: 10.1016/0191-2615(87)90042-7
2. Carotenuto P., Giordani S., Salvatore A., Biasini A. Resource planning for aircraft refueling in airport parking area. *Transportation Research Procedia*. 2019. V. 37. P. 250-257. DOI: 10.1016/j.trpro.2018.12.190
3. Balashov V.G., Zalozhnev A.Yu., Novikov D.A. *Mekhanizmy upravleniya organizatsionnymi proektami* [Mechanisms of organizational project management]. Moscow: IPU RAN Publ., 2003. 84 p.
4. Golenko-Ginzburg D.I. *Stokhasticheskie setevye modeli planirovaniya i upravleniya razrabotkami* [Stochastic network models for development planning and management]. Voronezh: Nauchnaya Kniga Publ., 2010. 283 p.
5. Orlovskiy S.A. *Problemy prinyatiya resheniy pri nechetkoy iskhodnoy informatsii* [Problems of decision-making with fuzzy input information]. Moscow: Nauka Publ., 1981. 206 p.
6. Liu B. Theory and practice of uncertain programming. Heidelberg: Physica-Verlag, 2002. 388 p. DOI: 10.1007/978-3-7908-1781-2
7. Piegat A. Fuzzy Modeling and Control. Heidelberg: Physica-Verlag, 2001. 728 p. DOI: 10.1007/978-3-7908-1824-6
8. Romanenko V.A. Optimization of transfer air transportation system parameters considering fuzzy and stochastic uncertainties. *Automation and Remote Control*. 2015. V. 76, Iss. 8. P. 1500-1514. DOI: 10.1134/S0005117915080135