

СИНТЕЗ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ БЕСПИЛОТНОГО ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА ПО ВЫСОТЕ МЕТОДОМ БЭКСТЕППИНГА

© 2018

- С. А. Ахрамович** старший преподаватель кафедры 604 «Системный анализ и управление»; Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет);
akhramovichsa@gmail.com
- А. В. Барин** аспирант кафедры 604 «Системный анализ и управление»; Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет);
alphard.ayer@gmail.com
- В. В. Малышев** доктор технических наук, заслуженный деятель наук РФ, профессор, заведующий кафедрой 604 «Системный анализ и управление»; Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет);
veniaminmalyshev@mail.ru
- А. В. Старков** кандидат технических наук, доцент кафедры 604 «Системный анализ и управление»; Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет);
starkov@goldstar.ru

Рассматривается синтез системы управления беспилотного летательного аппарата (БПЛА) с мягким крылом, к которым относятся параплан, аэрошют и паралёт. Приведено описание и показана схема БПЛА, рассматриваются силы и моменты, действующие на него в продольной плоскости. Математическая модель движения БПЛА описывается в связанной системе координат. Непосредственно управление осуществляется двигателем тяги. Двигатель тяги устанавливается на БПЛА так, чтобы направление силы тяги действовало вдоль оси OX в плоскости OXY . Предлагается формировать закон управления по высоте через момент силы тяги. Это даёт преимущество в том, что он будет стабилизировать угловую скорость и угол тангажа. Для синтеза системы управления и стабилизации применяется метод бэкстеппинга. Согласно этому методу задача разработки закона управления для всей системы разбивается на последовательность соответствующих подзадач до подсистем меньшего порядка. Алгоритм бэкстеппинга заключается в том, чтобы сделать каждый интегратор объекта устойчивым путём добавления обратной связи. Полученное управление учитывает нелинейность объекта и зависит от вектора состояния. Основные преимущества полученного регулятора: система устойчива в больших пределах входных значений; варьируя коэффициенты регулятора, можно подобрать желаемые характеристики качества управления. Приведены результаты численного моделирования в среде MATLAB движения БПЛА с полученным регулятором.

Беспилотный летательный аппарат; параплан; аэрошют; паралёт; система управления; бэкстеппинг; метод обратного хода интегратора; критерий устойчивости по Ляпунову.

Цитирование: Ахрамович С.А., Барин А.В., Малышев В.В., Старков А.В. Синтез системы управления беспилотного летательного аппарата по высоте методом бэкстеппинга // Вестник Самарского университета. Аэрокосмическая техника, технологии и машиностроение. 2018. Т. 17, № 2. С. 7-22.
DOI: 10.18287/2541-7533-2018-17-2-7-22

Введение

Создание автономных беспилотных летательных аппаратов является актуальным направлением развития современной авиации [1]. Одними из таких перспективных летательных аппаратов являются аппараты с мягким крылом, к которым относятся парап-

лан, паралёт и аэрошют (далее в тексте употребляется параплан и под ним подразумеваются перечисленные типы аппаратов) [2; 3]. Помимо основных достоинств обычных БПЛА, данные типы аппаратов обладают следующими преимуществами:

- лёгкость транспортировки, так как крыло сделано из парашютной ткани, не содержит сборных элементов, обладает малым весом, легко и компактно складывается для последующей перевозки;
- простая система управления, поскольку по курсу БПЛА управляется подтягиванием клевант (управляющие стропы) левого и правого заднего сегмента крыла, а по высоте управление происходит двигателем тяги;
- обладает хорошей устойчивостью и в случае возникновения нештатной ситуации параплан спланирует без причинения вреда нагрузке, обеспечивая мягкую посадку.

В настоящей работе решается задача синтеза закона управления, с помощью которого можно стабилизировать полёт БПЛА на заданной высоте. Используется метод синтеза нелинейного регулятора методом бэкстеппинг, обратного хода интегратора.

Описание БПЛА с мягким крылом

Движение БПЛА задаётся относительно нормальной системы координат (НСК) $Ox_g Y_g Z_g$. Все силы и моменты, действующие на БПЛА, рассматриваются в связанной системе координат (ССК). Ориентация ССК относительно НСК определяется тремя углами: рыскания ψ , тангажа ϑ и крена γ , называемыми углами Эйлера.

Матрица перехода от НСК в ССК имеет вид:

$$\mathbf{M}_{НСК}^{ССК} = \begin{bmatrix} \cos \psi \cos \vartheta & \sin \psi \sin \gamma - \cos \psi \sin \vartheta \cos \gamma & \sin \psi \cos \gamma + \cos \psi \sin \vartheta \sin \gamma \\ \sin \vartheta & \cos \vartheta \cos \gamma & -\cos \vartheta \sin \gamma \\ -\cos \psi \cos \vartheta & \cos \psi \sin \gamma + \sin \psi \sin \vartheta \cos \gamma & \cos \psi \cos \gamma - \sin \psi \sin \vartheta \sin \gamma \end{bmatrix}. \quad (1)$$

Аэродинамические силы описываются в скоростной системе координат (СкСК), положение ССК относительно СкСК задаётся углами: атаки α и скольжения β .

Матрица перехода от СкСК в ССК имеет вид:

$$\mathbf{M}_{СкСК}^{ССК} = \begin{bmatrix} \cos \alpha \cos \beta & -\sin \alpha \cos \beta & \sin \beta \\ \sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ -\cos \alpha \sin \beta & \sin \alpha \sin \beta & \cos \beta \end{bmatrix}. \quad (2)$$

На рис. 1 приведена схема БПЛА с мягким крылом в продольной плоскости. Крыло 1 связано с мотогондолой 3 системой строп 2, которые моделируются абсолютно твёрдыми стержнями. На мотогондоле закреплён двигатель с воздушным винтом.

На БПЛА действует сила тяжести \mathbf{F}_G , приложенная в центре масс т. O . На крыло действуют аэродинамическая сила \mathbf{F}_A и момент \mathbf{M}_A , приложенные в центре давления крыла A . Вектор тяги двигателя направлен вдоль оси Ox и создаёт силу \mathbf{F}_p , приложенную в т. P , и момент \mathbf{M}_p .

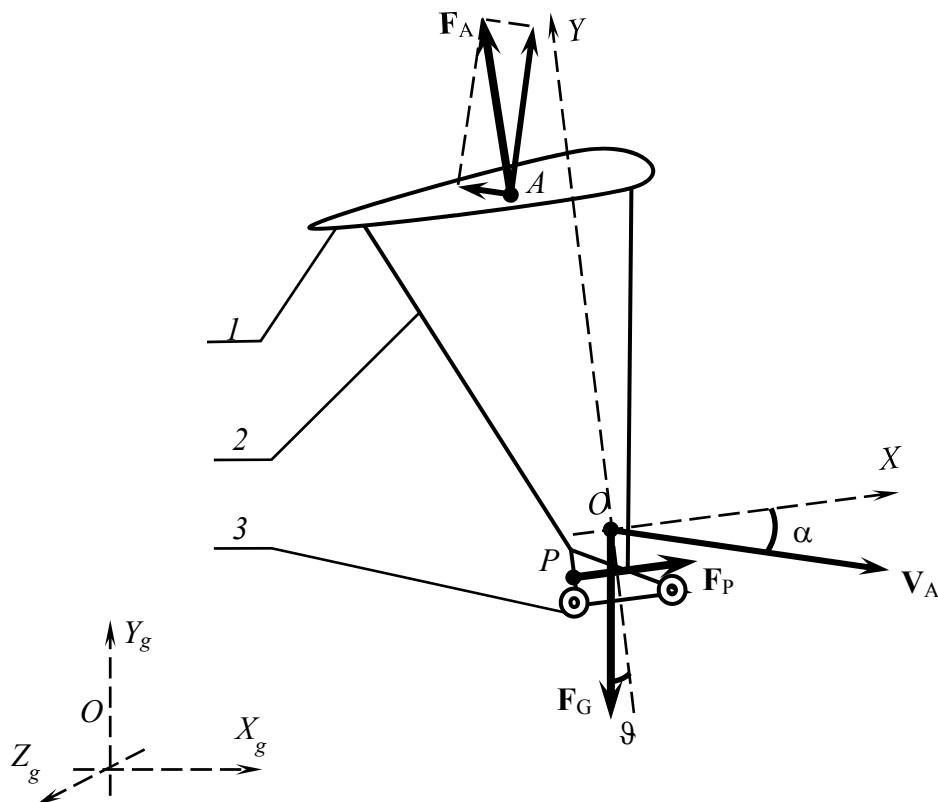


Рис. 1. Схема БПЛА:
1 – крыло; 2 – система строп; 3 – мотогондола

Силы и моменты, действующие на БПЛА

При рассмотрении движения в продольной плоскости OXY учитываются только силы, действующие в этой плоскости.

Сила тяжести действует в противоположном направлении оси OY_g НСК и приложена в центре масс БПЛА. Вектор силы тяжести в ССК определяется с использованием матрицы преобразования (1) и имеет вид [4]:

$$\mathbf{F}_G = \mathbf{M}_{НСК}^{ССК} \begin{bmatrix} 0 \\ -mg \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (3)$$

На крыло действует аэродинамическая сила \mathbf{F}_A , приложенная в центре давления крыла, которая состоит из подъёмной силы F_y и силы лобового сопротивления F_x [4]. В ССК аэродинамическая сила определяется выражением:

$$\mathbf{F}_A = \begin{bmatrix} -c_x qS \\ c_y qS \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (4)$$

Здесь, c_x, c_y – безразмерные аэродинамические коэффициенты, которые определяются экспериментальным путём; S – характерная площадь крыла; $q = \frac{\rho V^2}{2}$ – скоростной напор; V – скорость набегающего потока; $\rho = 1,225 \text{ кг/м}^3$ – плотность воздуха при малой высоте полёта.

В продольной плоскости на крыло действует аэродинамический момент тангажа M_{Az} , который можно определить через коэффициент момента тангажа m_z или через положение центра давления $x_{цд}$, которое отсчитывается от передней кромки крыла [5]. Определим момента тангажа через положение центра давления, которое определяется вектором в ССК:

$$\mathbf{r}_A = \begin{bmatrix} x_{цт} - x_{цд} \\ y_{цд} \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (5)$$

где $x_{цт}$ – расстояние центра тяжести относительно передней кромки крыла вдоль оси OX ; $x_{цд}, y_{цд}$ – положение центра давления в ССК.

Аэродинамический момент определяется выражением:

$$\mathbf{M}_A = \mathbf{r}_A \times \mathbf{F}_A. \quad (6)$$

Здесь \mathbf{F}_A – рассчитывается согласно (4); $y_{цд}$ – постоянная величина, которая определяет положение крыла над мотогондолой, $x_{цд}$ определяется экспериментально путём продувок БПЛА в аэродинамической трубе.

Непосредственно управление задаётся управляющим сигналом, который подаётся на регулятор оборотов двигателя, который в свою очередь вращает воздушный винт и создаёт силу тяги [6]. Зависимость силы тяги двигателя от оборотов определяется экспериментально и имеет линейную зависимость.

Двигатель тяги устанавливается на БПЛА так, чтобы направление силы тяги действовало вдоль оси OX в плоскости OXY . Поэтому положение двигателя тяги определяется в ССК вектором $\mathbf{l}_p = (l_x, l_y, 0)^T$, сила тяги $\mathbf{F}_p = (F_{px}, 0, 0)^T$.

Момент силы тяги определяется выражением:

$$\mathbf{M}_p = \mathbf{l}_p \times \mathbf{F}_p. \quad (7)$$

В результате раскрытия выражения (7) получим, что момент силы тяги действует только относительно оси OZ :

$$\mathbf{M}_p = \begin{pmatrix} l_x \\ l_y \\ 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} F_{px} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -l_y F_{px} \end{pmatrix}. \quad (8)$$

Математическая модель движения

Система динамических и кинематических уравнений движения БПЛА в продольной плоскости примет вид [7]:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dr_x}{dt} = V_x \cos \vartheta - V_y \sin \vartheta; \\ \frac{dr_y}{dt} = V_x \sin \vartheta + V_y \cos \vartheta; \\ \frac{dV_x}{dt} = \frac{\omega_z V_y + F_{Ax} + F_{Gx} + F_{Px}}{m}; \\ \frac{dV_y}{dt} = \frac{-\omega_z V_x + F_{Ay} + F_{Gy}}{m}; \\ \frac{d\vartheta}{dt} = \omega_z; \\ \frac{d\omega_z}{dt} = \frac{M_{Az} + M_{Pz}}{I_{zz}}. \end{array} \right. \quad (9)$$

Здесь V_x, V_y – компоненты вектора скорости движения БПЛА; r_x, r_y – компоненты вектора положения БПЛА; ω_z – угловая скорость тангажа; ϑ – угол тангажа; F_{Ax}, F_{Ay} – компоненты вектора аэродинамической силы; F_{Gx}, F_{Gy} – компоненты вектора силы тяжести; F_{Px} – сила тяги двигателя вдоль оси OX ; m – масса БПЛА; M_{Az} – аэродинамический момент тангажа; M_{Pz} – момент силы тяги относительно оси OZ ; I_{zz} – момент инерции БПЛА относительно оси OZ .

Из уравнений системы (9) видно, что управляющее воздействие действует вдоль оси OX и формировать закон управления можно двумя способами:

1. Через силу тяги F_{Px} , входящую в уравнение для $\frac{dV_x}{dt}$.
2. Через момент силы тяги M_{Pz} , входящий в уравнение для $\frac{d\omega_z}{dt}$.

Второй случай предпочтительнее, так как полученный закон управления по высоте будет стабилизировать угловую скорость ω_z и угол тангажа ϑ .

Синтез закона управления методом «бэкстеппинг»

Для синтеза системы управления и стабилизации воспользуемся методом «бэкстеппинг». Бэкстеппинг (backstepping) – это рекурсивная процедура, в которой совмещены задачи нахождения функции Ляпунова и соответствующего закона управления. Согласно этому методу, задача разработки закона управления для всей системы разбивается на последовательность соответствующих подзадач до подсистем меньшего порядка. Алгоритм «бэкстеппинга» заключается в том, чтобы сделать каждый интегратор объекта устойчивым путём добавления обратной связи, вычисленной по этому алгоритму [8–10]. Алгоритм представляет собой набор действий, выполняемых для каждого дифференциального уравнения математического описания объекта.

Выделим отдельно из (9) систему уравнений, необходимую для синтеза закона управления:

$$\begin{cases} \frac{dr_y}{dt} = V_x \sin \vartheta + V_y \cos \vartheta; \\ \frac{d\vartheta}{dt} = \omega_z; \\ \frac{d\omega_z}{dt} = \frac{M_{Az} + M_{Pz}}{I_{zz}}. \end{cases} \quad (10)$$

Управление осуществляется через момент силы тяги двигателя M_{Px} . Подставляя выражение (8) получим управление через силу тяги двигателя F_{Px} . Для первого уравнения системы (10) сделаем допущение, что при углах тангажа $\vartheta \leq 30^\circ$, $\sin \vartheta \approx \vartheta$, $\cos \vartheta \approx 1$. В окончательном виде система уравнений примет вид:

$$\begin{cases} \frac{dr_y}{dt} = V_x \vartheta + V_y; \\ \frac{d\vartheta}{dt} = \omega_z; \\ \frac{d\omega_z}{dt} = \frac{M_{Az}}{I_{zz}} - \frac{l_y}{I_{zz}} F_{Px}. \end{cases} \quad (11)$$

Отметим, что алгоритм синтеза регулятора представляет собой набор действий, выполняемых для каждого дифференциального уравнения системы (11).

Этап 1.

1. В первом уравнении системы (11) ϑ выступает в качестве входа. По методу «бэкстеппинг» определяется функция-кандидат Ляпунова, которая должна быть положительно полуопределённой:

$$V_{L1} = \frac{1}{2} r_y^2. \quad (12)$$

2. Производная функции Ляпунова по определению равна

$$\frac{dV_{L1}}{dt} = \frac{\partial V_{L1}}{\partial r_y} \frac{dr_y}{dt} = r_y (V_x \vartheta + V_y). \quad (13)$$

3. По теореме Ляпунова для того, чтобы система была устойчивой, производная функции Ляпунова должна быть отрицательно полуопределённой, т.е. должно выполняться неравенство:

$$r_y (V_x \vartheta + V_y) \leq -W_1, \quad (14)$$

где W_1 – некоторая положительно определённая функция, которая принимает значение 0 при $r_y = 0$. В качестве W_1 удобно выбирать сумму квадратов вектора состояния. Примем $W_1 = k_1 r_y^2$, где $k_1 > 0$. Отсюда

$$r_y (V_x \mathcal{G} + V_y) \leq -k_1 r_y^2. \quad (15)$$

Сокращая левую и правую части (15) на r_y , получим:

$$V_x \mathcal{G} + V_y \leq -k_1 r_y. \quad (16)$$

4. Выражая угол тангажа \mathcal{G} из (16), можно получить закон управления для первого уравнения системы (11). Но в данном случае невозможно напрямую осуществить управление углом тангажа \mathcal{G} , поэтому полученное управление задаётся как желаемое значение \mathcal{G}_d :

$$\mathcal{G}_d = -\frac{V_y + k_1 r_y}{V_x} = \varphi_1. \quad (17)$$

В этом случае \mathcal{G} становится виртуальным управлением, функция φ_1 – стабилизирующей функцией, а отклонение между \mathcal{G} от φ_1 – ошибкой состояния z_g .

5. Вычислим ошибку состояния z_g :

$$z_g = \mathcal{G} - \varphi_1 = \mathcal{G} - \mathcal{G}_d = \mathcal{G} + \frac{V_y + k_1 r_y}{V_x}. \quad (18)$$

Из выражения (18) следует, что

$$\mathcal{G} = z_g + \mathcal{G}_d = z_g - \frac{V_y + k_1 r_y}{V_x}. \quad (19)$$

6. Для дальнейших расчётов понадобится производная стабилизирующей функции φ_1 , которая по определению равна:

$$\frac{d\varphi_1}{dt} = \frac{\partial \varphi_1}{\partial r_y} \frac{dr_y}{dt} = -\frac{k_1}{V_x} (V_x \mathcal{G} + V_y) = -\frac{k_1}{V_x} \left(V_x \left(z_g - \frac{V_y + k_1 r_y}{V_x} \right) + V_y \right). \quad (20)$$

7. Используя ошибку состояния z_g согласно (18), перепишем (11), подставив в первое уравнение вместо \mathcal{G} выражение (19):

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{dr_y}{dt} &= V_x \left(z_g - \frac{V_y + k_1 r_y}{V_x} \right) + V_y = V_x z_g - k_1 r_y; \\ \frac{dz_g}{dt} &= \frac{d\mathcal{G}}{dt} - \frac{d\varphi_1}{dt} = \omega_z + \frac{k_1}{V_x} \left(V_x \left(z_g - \frac{V_y + k_1 r_y}{V_x} \right) + V_y \right) = \omega_z + k_1 z_g - \frac{k_1^2 r_y}{V_x}; \\ \frac{d\omega_z}{dt} &= \frac{M_{Az}}{I_{zz}} - \frac{l_y}{I_{zz}} F_{Px}. \end{aligned} \right. \quad (21)$$

На последующих этапах алгоритм выполняется аналогично с первого по седьмой шаг, используя полученную систему (21).

Этап 2.

1. Функция-кандидат Ляпунова имеет вид:

$$V_{L2} = \frac{1}{2} r_y^2 + \frac{1}{2} z_g^2. \quad (22)$$

2. Производная функции Ляпунова запишется как:

$$\frac{dV_{L2}}{dt} = \frac{\partial V_{L2}}{\partial r_y} \frac{dr_y}{dt} + \frac{\partial V_{L2}}{\partial z_g} \frac{dz_g}{dt} = r_y (V_x z_g - k_1 r_y) + z_g \left(\omega_z + k_1 z_g - \frac{k_1^2 r_y}{V_x} \right) \leq -W_2. \quad (23)$$

3. Определим положительно определённую функцию:

$$W_2 = k_1 r_y^2 + k_2 z_g^2, \quad (24)$$

$$r_y (V_x z_g - k_1 r_y) + z_g \left(\omega_z + k_1 z_g - \frac{k_1^2 r_y}{V_x} \right) \leq -k_1 r_y^2 - k_2 z_g^2. \quad (25)$$

4. Выразим угловую скорость ω_z . После раскрытия скобок и сокращения получим:

$$\omega_{z_d} = -V_x r_y - k_1 z_g - k_2 z_g + \frac{k_1^2 r_y}{V_x} = \varphi_2. \quad (26)$$

5. Вычислим ошибку состояния z_{ω_z} :

$$z_{\omega_z} = \omega_z - \varphi_2 = \omega_z - \omega_{z_d} = \omega_z + V_x r_y + k_1 z_g + k_2 z_g - \frac{k_1^2 r_y}{V_x}. \quad (27)$$

Из выражения (27) следует, что

$$\omega_z = z_{\omega_z} + \omega_{z_d} = z_{\omega_z} - V_x r_y - k_1 z_g - k_2 z_g + \frac{k_1^2 r_y}{V_x}. \quad (28)$$

6. Производная стабилизационной функции φ_2 имеет вид:

$$\begin{aligned} \frac{d\varphi_2}{dt} &= \frac{\partial\varphi_2}{\partial r_y} \frac{dr_y}{dt} + \frac{\partial\varphi_2}{\partial z_g} \frac{dz_g}{dt} = \\ &= \left(\frac{k_1^2}{V_x} - V_x \right) (V_x z_g - k_1 r_y) + (-k_1 - k_2) \left(\omega_z + k_1 z_g - \frac{k_1^2 r_y}{V_x} \right) = \\ &= \left(\frac{k_1^2}{V_x} - V_x \right) (V_x z_g - k_1 r_y) + (-k_1 - k_2) (z_{\omega_z} - V_x r_y - k_2 z_g). \end{aligned} \quad (29)$$

7. Перепишем систему (21) с учётом ошибки состояния z_{ω_z} :

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{dr_y}{dt} &= V_x z_g - k_1 r_y; \\ \frac{dz_g}{dt} &= \omega_z + k_1 z_g - \frac{k_1^2 r_y}{V_x} = z_{\omega_z} - V_x r_y - k_2 z_g; \\ \frac{dz_{\omega_z}}{dt} &= \frac{d\omega_z}{dt} - \frac{d\varphi_2}{dt} = \frac{M_{Az}}{I_{zz}} - \frac{l_y}{I_{zz}} F_{Px} - \\ &\quad - \left(\frac{k_1^2}{V_x} - V_x \right) (V_x z_g - k_1 r_y) - (-k_1 - k_2) (z_{\omega_z} - V_x r_y - k_2 z_g). \end{aligned} \right. \quad (30)$$

Этап 3.

1. Функция-кандидат Ляпунова имеет вид:

$$V_{L3} = \frac{1}{2} r_y^2 + \frac{1}{2} z_g^2 + \frac{1}{2} z_{\omega_z}^2. \quad (31)$$

2. Производная функции Ляпунова запишется как:

$$\begin{aligned} \frac{dV_{L3}}{dt} &= \frac{\partial V_{L3}}{\partial r_y} \frac{dr_y}{dt} + \frac{\partial V_{L3}}{\partial z_g} \frac{dz_g}{dt} + \frac{\partial V_{L3}}{\partial z_{\omega_z}} \frac{dz_{\omega_z}}{dt} = r_y (V_x z_g - k_1 r_y) + z_g (z_{\omega_z} - V_x r_y - k_2 z_g) + \\ &+ z_{\omega_z} \left(\frac{M_{Az}}{I_{zz}} - \frac{l_y}{I_{zz}} F_{Px} - \left(\frac{k_1^2}{V_x} - V_x \right) (V_x z_g - k_1 r_y) - (-k_1 - k_2) (z_{\omega_z} - V_x r_y - k_2 z_g) \right) \leq -W_3. \end{aligned} \quad (32)$$

3. Определим положительно определённую функцию:

$$W_3 = k_1 r_y^2 + k_2 z_g^2 + k_3 z_{\omega_z}^2. \quad (33)$$

4. Подставляя (33) в (32), выразим непосредственное управление F_{Px} . После раскрытия скобок и сокращения, подставляя z_g и z_{ω_z} , получим:

$$\begin{aligned}
 & r_y (V_x z_g - k_1 r_y) + z_g (z_{\omega_z} - V_x r_y - k_2 z_g) + \\
 & + z_{\omega_z} \left(\frac{M_{Az}}{I_{zz}} - \frac{l_y}{I_{zz}} F_{Px} - \left(\frac{k_1^2}{V_x} - V_x \right) (V_x z_g - k_1 r_y) - (-k_1 - k_2) (z_{\omega_z} - V_x r_y - k_2 z_g) \right) + \\
 & + k_1 r_y^2 + k_2 z_g^2 + k_3 z_{\omega_z}^2 \leq 0.
 \end{aligned} \tag{34}$$

После раскрытия скобок и сокращений получим:

$$\begin{aligned}
 & \frac{M_{Az}}{I_{zz}} - \frac{l_y}{I_{zz}} F_{Px} + r_y \left(\frac{k_1^3}{V_x} - 2k_1 V_x - k_2 V_x \right) + \\
 & + z_g (1 + V_x^2 - k_1^2 - k_2^2 - k_1 k_2) + z_{\omega_z} (k_1 + k_2 + k_3) \leq 0.
 \end{aligned} \tag{35}$$

Подставляя z_g и z_{ω_z} из (18) и (27) в (35), получим:

$$\begin{aligned}
 & \frac{M_{Az}}{I_{zz}} - \frac{l_y}{I_{zz}} F_{Px} + r_y \left(\frac{k_1 k_2 k_3}{V_x} + \frac{k_1}{V_x} + k_3 V_x \right) + \\
 & + \mathcal{G} (1 + V_x^2 + k_1 k_2 + k_2 k_3 + k_1 k_3) + \omega_z (k_1 + k_2 + k_3) + \\
 & + \frac{V_y}{V_x} (1 + V_x^2 + k_1 k_2 + k_2 k_3 + k_1 k_3) \leq 0.
 \end{aligned} \tag{36}$$

Выражая управление F_{Px} , получили:

$$\begin{aligned}
 F_{Px} = & \frac{I_{zz}}{l_y} \left[\frac{M_{Az}}{I_{zz}} + r_y \left(\frac{k_1 k_2 k_3}{V_x} + \frac{k_1}{V_x} + k_3 V_x \right) + \right. \\
 & \left. + \left(\mathcal{G} + \frac{V_y}{V_x} \right) (1 + V_x^2 + k_1 k_2 + k_2 k_3 + k_1 k_3) + \omega_z (k_1 + k_2 + k_3) \right].
 \end{aligned} \tag{37}$$

Из выражения для полученного регулятора можно видеть, что он зависит от всего вектора состояния и учитывает нелинейность объекта. Если необходимо, чтобы значения переменных состояний стабилизировались не в нулевое значение, а в заданное, необходимо рассматривать разницу между текущим значением и требуемым. Например, для полёта на требуемую высоту переменная r_y в выражении (37) заменяется на $\Delta r_y = r_y - r_y^{мреб}$.

Несмотря на то, что в литературе рассмотренный метод «бэкстеппинг» предлагается как лёгкий рекуррентный алгоритм синтеза регулятора, на практике решение данной задачи является нетривиальным, а требуемые расчёты довольно громоздки. Для нахождения управления в системах второго порядка, например для синтеза системы стабилизации по углу тангажа \mathcal{G} и угловой скорости тангажа ω_z , особых сложностей нет, но при возрастании порядка системы расчёты становятся всё более затруднительными. Отметим, что для преодоления вычислительных сложностей использовался инструмент символьных вычислений в MATLAB [11].

Численное моделирование

Численное моделирование проводилось в среде MATLAB путём интегрирования системы дифференциальных уравнений (9) с подстановкой управления (37).

Рассматривается БПЛА малого размера с характеристиками, приведёнными в табл. 1.

Таблица 1. Параметры БПЛА

Параметр	Значение
Масса	$m = 1$ кг
Площадь крыла	$S = 2$ м ²
Аэродинамический профиль	NACA 2412
Вектор положение центра масс относительно передней кромки крыла	$\mathbf{r}_{cm} = (0, 202; -2, 0; 0, 0)^T$ м
Момент инерции вокруг оси OZ	$I_{zz} = 0,37$ кг·м ²
Точка положения двигателя тяги относительно центра масс ЛА вдоль оси OY	$l_y = -0,1$ м
Максимальная тяга двигателя	$P_{max} = 4H$

Аэродинамические характеристики БПЛА были рассчитаны с использованием виртуальной аэродинамической трубы – XFLR5 и представлены на рис. 1–3.

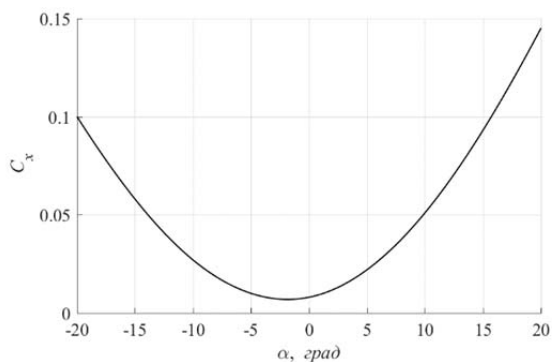


Рис. 1. Коэффициент лобового сопротивления

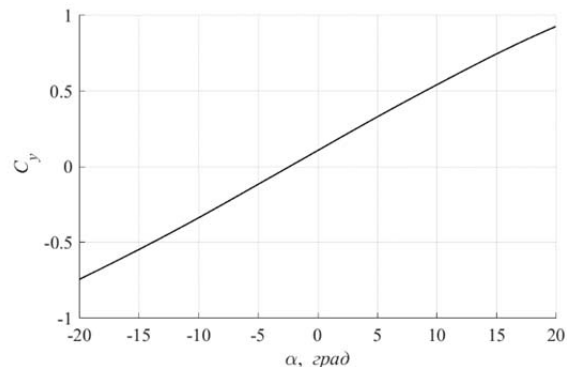


Рис. 2. Коэффициент подъемной силы

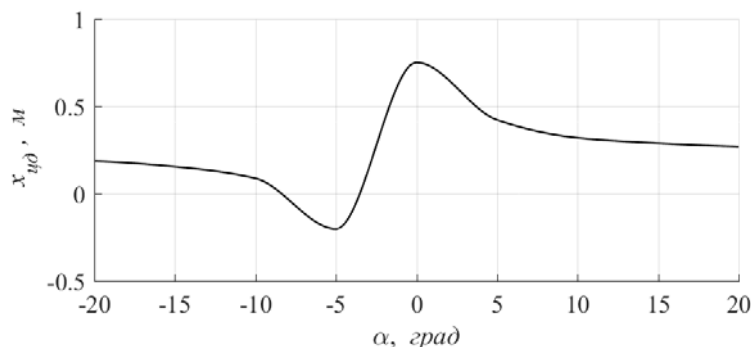


Рис. 3. Положение точки центра давления от передней кромки крыла

В начальный момент времени БПЛА летит на высоте 100 м с горизонтальной скоростью 10 м/с. Требуется, чтобы БПЛА поднялся на высоту 110 м. Коэффициенты управления регулятора (37): $k_1 = 100; k_2 = 50; k_3 = 0,001$.

Начальные условия моделирования приведены в табл. 2. Основные допущения, принятые при моделировании: атмосфера однородная без ветровых возмущений, плотность воздуха постоянная $\rho = 1,225 \text{ кг/м}^3$; управление срабатывает без задержек.

Таблица 2. Начальные условия моделирования

Параметр	Значение
Горизонтальное расстояние	$r_x = 0 \text{ м}$
Высота	$r_y = 100 \text{ м}$
Скорость горизонтальная	$V_x = 10 \text{ м/с}$
Скорость вертикальная	$V_y = 0 \text{ м/с}$
Угол тангажа	$\vartheta = 0 \text{ град}$
Угловая скорость тангажа	$\omega_z = 0 \text{ град/с}$

На рис. 4–7 представлены результаты моделирования в виде графиков зависимостей параметров от времени. На рис. 8 показана траектория движения БПЛА в вертикальной плоскости.

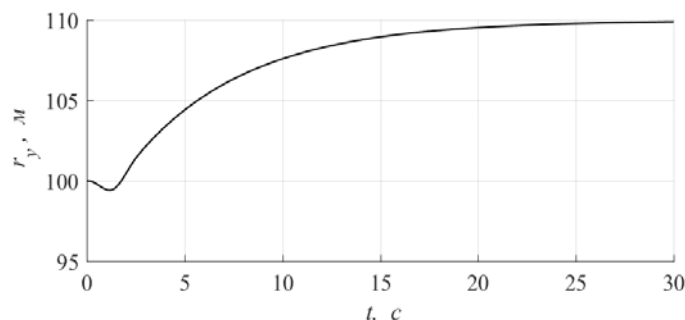


Рис. 4. График зависимости высоты полёта от времени

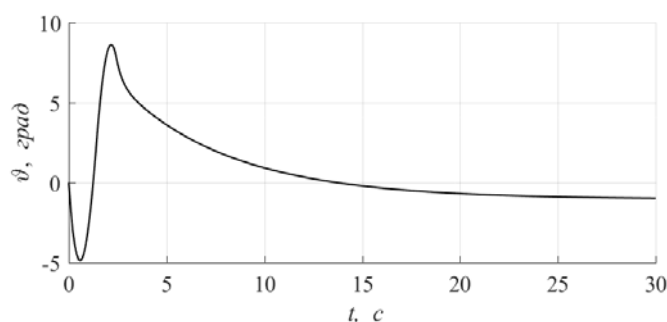


Рис. 5. График зависимости угла тангажа от времени

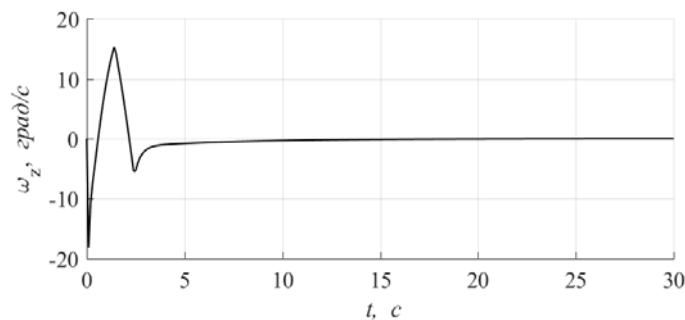


Рис. 6. График зависимости угловой скорости тангажа от времени

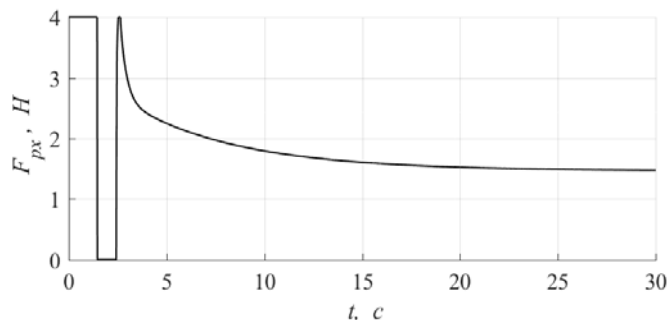


Рис. 7. График зависимости управляющей силы тяги двигателя от времени

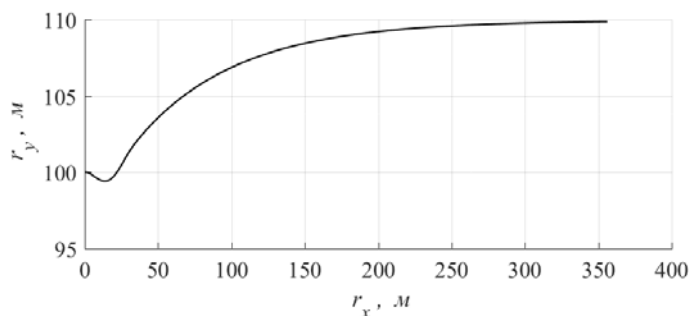


Рис. 8. Траектория полёта БПЛА в продольной плоскости

Из полученных результатов видно, что синтезированный закон управления по высоте стабилизирует угловую скорость ω_z и угол тангажа ϑ . Коэффициенты регулятора влияют на время переходных процессов привязанных к ним величин (k_1 – на высоту полёта, k_2 – на угол тангажа, k_3 – на угловую скорость), обеспечивая устойчивость системы.

Заключение

Полученное управление учитывает нелинейность объекта и зависит от всего вектора состояния. На практике, если вектор состояния можно измерить датчиками или дополнить систему наблюдателями, то нелинейность не всегда можно учесть. Речь идёт об учёте аэродинамического момента тангажа M_{Az} , который зависит от угла атаки. На БПЛА угол атаки можно измерить приближённо либо, в некоторых случаях, измерение невозможно. В этом случае, используя метод «бэкстеппинг», можно пойти двумя путями: первый – синтезировать адаптивный регулятор, в котором коэффициенты управления подстраиваются под нелинейность или известные величины, например, массу полезной нагрузки, тензор инерции; второй – исключить из системы (10) момент тангажа и, задав его возможные пределы, синтезировать робастный регулятор [12–14].

Основные преимущества полученного регулятора:

- система устойчива в больших пределах входных значений как заданных, так и тех, которые могут возникнуть в виде возмущающих факторов, например порывов ветра;

- коэффициенты регулятора влияют на время переходных процессов привязанных к ним величин: k_1 – на высоту полёта, k_2 – на угол тангажа, k_3 – на угловую ско-

рость. Варьируя коэффициенты, можно подобрать желаемые характеристики качества управления.

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации в рамках государственного задания (проект № 9.7505.2017/БЧ).

Библиографический список

1. Усачов В.Е., Таргамадзе Р.Ч. Принципы и алгоритмы формирования системы математических моделей целевой миссии беспилотного ЛА // Труды МАИ. 2011. № 49. <http://trudymai.ru/published.php?ID=28282>
2. Зайцев П.В., Формальский А.М. Параплан: математическая модель, автоматическое управление // Доклады академии наук. 2008. Т. 420, № 6. С. 746-749.
3. Иванов П.И. Проектирование, изготовление и испытания парапланов: методическое руководство для разработчиков парапланерных систем, конструкторов и испытателей. Феодосия: КП «Гранд-С», 2001. 256 с.
4. Бюшгенс Г.С., Студнев Р.В. Динамика самолёта. Пространственное движение. М.: Машиностроение, 1983. 320 с.
5. Бураго С.Г., Садекова Г.С. Расчёт аэродинамических характеристик летательного аппарата с применением ЭВМ: уч. пособие. М.: Московский авиационный институт, 1987. 60 с.
6. Биард Р.У., МакЛэйн Т.У. Малые беспилотные летательные аппараты: теория и практика. М.: Техносфера, 2015. 312 с.
7. Лебедев А.А., Чернобровкин Л.С. Динамика полёта беспилотных летательных аппаратов: уч. пособие для вузов. М.: Машиностроение, 1973. 615 с.
8. Ахрамович С.А., Баринов А.В., Малышев В.В., Старков А.В. Синтез системы стабилизации четырёхроторным конвертопланом по каналам тангажа и крена в вертикальном режиме // Вестник НПО С.А. Лавочкина. 2018. № 1. С. 72-78.
9. Халил Х.К. Нелинейные системы. М.: Институт компьютерных исследований, 2009. 812 с.
10. Чебыкин Д.В. Backstepping – метод синтеза управления для нелинейных объектов // Сб. докладов международной конференции студентов, аспирантов и молодых учёных «Информационные технологии, телекоммуникации и системы управления». Екатеринбург: Уральский федеральный университет, 2015. С. 248-254.
11. Черных И.В. SIMULINK: среда создания инженерных приложений. М.: Диалог-МИФИ, 2003. 491 с.
12. Лебедев Г.Н., Елисеев В.Д., Ивашова Н.Д. Постановка задачи автоматического управления посадочным манёвром беспилотного летательного аппарата при сильном боковом ветре и подходы к её решению // Труды МАИ. 2013. № 70. <http://trudymai.ru/published.php?ID=44508>
13. Леонов В.А., Чубарев И.В. Робастно-адаптивный регулятор для пространственного движения высокоскоростного летательного аппарата // Труды МАИ. 2012. № 50. <http://trudymai.ru/published.php?ID=28699>
14. Чубарев И.В., Леонов В.А. Робастно-адаптивный регулятор для продольного движения высокоскоростного летательного аппарата // Труды МАИ. 2011. № 44. <http://trudymai.ru/published.php?ID=25047>

BACKSTEPPING SYNTHESIS OF THE HEIGHT CONTROL SYSTEM OF AN UNMANNED AERIAL VEHICLE

© 2018

- S. A. Akhramovich** Senior Lecturer of the Department 604 of System Analysis and Control; Moscow Aviation Institute (National Research University), Moscow, Russian Federation; akhramovichsa@gmail.com
- A. V. Barinov** Postgraduate Student of the Department 604 of System Analysis and Control; Moscow Aviation Institute (National Research University), Moscow, Russian Federation; alphard.ayer@gmail.com
- V. V. Malyshev** Doctor of Science (Engineering), Professor, Head of the Department 604 of System Analysis and Control; Moscow Aviation Institute (National Research University), Moscow, Russian Federation; veniaminmalyshev@mail.ru
- A. V. Starkov** Candidate of Science (Engineering), Assistant Professor of the Department 604 of System Analysis and Control; Moscow Aviation Institute (National Research University), Moscow, Russian Federation; starkov@goldstar.ru

Synthesis of the height control system for an unmanned aerial vehicle (UAV) with a soft wing, like a paraglider or a powered parachute, is considered in the article. An UAV is described, its scheme is shown, the forces and moments acting on it in the longitudinal plane are examined. A mathematical model of UAV motion is described in a body-axis coordinate system. Direct control is provided by the thrust motor. The thrust motor is mounted on the UAV so that the thrust is directed along the OX axis in the OXY plane. It is proposed to form the height control law on the basis of the thrust moment, which gives the advantage of stabilizing the angular velocity and the pitch angle. To synthesize the control and stabilization systems, the backstepping method is applied. According to this method, the task of developing a control law for the entire system is divided into a sequence of respective subtasks to lower-order subsystems. The algorithm of backstepping consists in making each integrator of the object stable by adding the feedback computed from this algorithm. The resulting control takes into account the nonlinearity of the object and depends on the entire state vector. The main advantages of the regulator obtained are: the system is stable within a broad range of input values; by varying the regulator coefficients, you can easily select the desired characteristics of control quality. The results of numerical simulation of UAV motion with the regulator obtained in the MATLAB environment are presented in the article.

UAV; paraglider; powered parachute; control system; backstepping; backward integrator method; Lyapunov stability criterion.

Citation: Akhramovich S.A., Barinov A.V., Malyshev V.V., Starkov A.V. Backstepping synthesis of the height control system of an unmanned aerial vehicle. *Vestnik of Samara University. Aerospace and Mechanical Engineering*. 2018. V. 17, no. 2. P. 7-22. DOI: 10.18287/2541-7533-2018-17-2-7-22

References

1. Usachov V.E., Targamadze R.C. Principles and algorithms of formation a system of mathematical models of a target mission of UAV. *Trudy MAI*. 2011. No. 49. Available at: <http://trudymai.ru/published.php?ID=28282> (In Russ.)
2. Zaitsev P.V., Formal'skii A.M. Paraglider: mathematical model and control. *Doklady Mathematics*. 2008. V. 77, Iss. 3. P. 472-475. DOI: 10.1134/S1064562408030411
3. Ivanov P.I. *Proyektirovaniye, izgotovleniye i ispytaniya paraplanov: metodicheskoye rukovodstvo dlya razrabotchikov paraplanernykh sistem, konstruktorov i ispytateley* [Designing, manufacturing and testing of paraplanes: Study guide for developers of paragliding systems, designers and testers]. Feodosiya: KP «Grand-S» Publ., 2001. 256 p.

4. Byushgens G.S., Studnev R.V. *Dinamika samoleta. Prostranstvennoye dvizheniye* [Aircraft dynamics. Spatial motion]. Moscow: Mashinostroenie Publ., 1983. 320 p.

5. Burago S.G., Sadekova G.S. *Raschet aerodinamicheskikh kharakteristik letatel'nogo apparata s primeneniye EVM: uch. posobiye* [Computer-aided calculation of aircraft aerodynamic characteristics: Tutorial]. Moscow: Moscow Aviation Institute Publ., 1987. 60 p.

6. Beard R.W., McLain T.W. *Small unmanned aircraft: theory and practice*. Princeton University Press, 2012. 300 p.

7. Lebedev A.A., Chernobrovkin L.S. *Dinamika poleta bespilotnykh letatel'nykh apparatov: uch. posobiye dlya vuzov* [Unmanned aerial vehicle flight dynamics. Textbook for higher schools]. Moscow: Mashinostroenie Publ., 1973. 615 p.

8. Akhramovich S.A., Barinov A.V., Malyshev V.V., Starkov A.V. Attitude control system design by quad tiltrotor at pitch and roll in vertical configuration. *Vestnik NPO im. S.A. Lavochkina*. 2018. No. 1. P. 72-78. (In Russ.)

9. Khalil H.K. *Nonlinear Systems*. Prentice-Hall, 2002. 750 p.

10. Chebykin D.V. Backstepping — methods of synthesis of nonlinear control. *Sb. dokladov mezhdunarodnoy konferentsii studentov, aspirantov i molodykh uchenykh «Informatsionnyye tekhnologii, telekommunikatsii i sistemy upravleniya»*. Ekaterinburg: Ural Federal University Publ., 2015. P. 248-254. (In Russ.)

11. Chernykh I.V. *SIMULINK: sreda sozdaniya inzhenernykh prilozheniy* [SIMULINK: environment for creating engineering application]. Moscow: Dialog-MIFI Publ., 2003. 491 p.

12. Lebedev G.N., Eliseev V.D., Ivashova N.D. A problem statement and an approach for automatic control of UAV landing maneuver in strong crosswind. *Trudy MAI*. 2013. No. 70. Available at: <http://trudymai.ru/published.php?ID=44508> (In Russ.)

13. Leonov V.A., Chubarev I.V. Robust-adaptive controller design for spatial motion of high-speed vehicle. *Trudy MAI*. 2012. No. 50. Available at: <http://trudymai.ru/published.php?ID=28699> (In Russ.)

14. Chubarev I.V., Leonov V.A. Robust-adaptive controller design for the longitudinal motion of high-speed vehicle. *Trudy MAI*. 2011. No. 44. Available at: <http://trudymai.ru/published.php?ID=25047> (In Russ.)