

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ГЛУБИНЫ ТРЕЩИНЫ НА КОЭФФИЦИЕНТ ИНТЕНСИВНОСТИ НАПРЯЖЕНИЙ В НАДРЕЗАННЫХ И ГЛАДКИХ ПЛАСТИНАХ

© 2017

Н. А. Сургутанов аспирант кафедры сопротивления материалов;
Самарский национальный исследовательский университет
имени академика С.П. Королёва;
pro4nist@yandex.ru

Изучено изменение коэффициента интенсивности напряжений (КИН) в пластинах при различных размерах поперечного сечения с концентраторами и без них и изменение максимального значения КИН от размера наименьшего сечения пластины с концентратором напряжений. При помощи программной системы конечно-элементного анализа ANSYS проведён расчёт КИН для гладких образцов и для образцов с концентратором напряжений в виде полукруглого надреза. Решается статическая упругая задача, напряжённое состояние принимается плоским. Материал пластины считается изотропным. Для пластин рассматриваемых размеров с концентратором на начальном участке увеличения размера трещины наблюдается максимум коэффициента интенсивности напряжений. При исследовании пластин без концентратора на всём участке увеличения размера трещины происходит плавное изменение КИН. Установлено, что при максимальном значении коэффициента интенсивности напряжений размер трещины составляет величину, равную 0,02 от наименьшего размера пластины. Проведённое исследование подтверждает обоснованность использования критерия среднеинтегральных остаточных напряжений для расчёта приращения предела выносливости поверхностно упрочнённых образцов и деталей с концентраторами за счёт сжимающих остаточных напряжений.

Пластина; концентратор напряжений; образец прямоугольного сечения; коэффициент интенсивности напряжений; среднеинтегральные остаточные напряжения.

Цитирование: Сургутанов Н.А. Исследование влияния глубины трещины на коэффициент интенсивности напряжений в надрезанных и гладких пластинах // Вестник Самарского университета. Аэрокосмическая техника, технологии и машиностроение. 2017. Т. 16, № 1. С. 176-185. DOI: 10.18287/2541-7533-2017-16-1-176-185

Введение

При проектировании современных элементов инженерных конструкций, узлов и деталей машин большое внимание уделяется их конструкционной прочности. Под действием внешних нагрузок в процессе эксплуатации в деталях накапливаются дефекты, которые при дальнейшем нагружении приводят к образованию трещин и последующему нарушению их работоспособности. Необходимо анализировать рост трещины и не допускать достижения ею критического размера, при котором возможно разрушение конструкции. Для определения критической глубины и скорости роста трещины используется такая характеристика повреждённой нагруженной конструкции как коэффициент интенсивности напряжений (КИН) [1]. Коэффициенты интенсивности напряжений служат мерой сингулярности напряжений около вершины трещины, то есть области предразрушения, и играют для этой области такую же роль, как коэффициенты концентрации напряжений в сопротивлении материалов для макрообъёмов тела. Когда напряжения и деформации у вершины трещины достигают критических значений, происходит развитие трещины.

Критическая глубина $t_{кр}$ нераспространяющейся трещины усталости

В работах [2 – 7] рассматривалось влияние остаточных напряжений, вызванных различными методами поверхностного упрочнения, совместное и раздельное влияние остаточных напряжений и наклёпа, а также коротких зон упрочнения на предел выносливости деталей и образцов с концентраторами напряжений. С целью определения критической глубины $t_{кр}$ нераспространяющейся трещины усталости все образцы, выстоявшие базу испытаний, были доведены до разрушения при статическом растяжении или при переменных напряжениях, существенно бóльших предела выносливости. Таким образом было установлено, что во всех упрочнённых образцах с различными видами концентраторов напряжений трещина, достигая определённой глубины $t_{кр}$, названной критической, становится нераспространяющейся. В данном исследовании были изучены закономерности изменения коэффициента интенсивности напряжений K_I (индекс I обозначает тип разрушения – отрыв) с увеличением глубины трещины в пластинах различных размеров поперечного сечения при наличии концентраторов напряжений и без них [8;9].

Определение коэффициента интенсивности напряжений в деталях с надрезом полукруглого профиля и гладких деталях

В среде программного продукта ANSYS был проведён расчёт коэффициента интенсивности напряжений K_I для плоских гладких образцов и для образцов с концентратором напряжений в виде надреза полукруглого профиля радиуса $R = 0,5$ мм. Решалась статическая упругая задача, напряжённое состояние принималось плоским. Материал пластины принимался изотропным со следующими механическими характеристиками: модуль продольной упругости $E = 2 \cdot 10^5$ МПа, коэффициент поперечной деформации $\mu = 0,33$. При решении задачи для уменьшения вычислительных затрат моделировалась не вся пластина, а лишь её четверть (рис. 1).

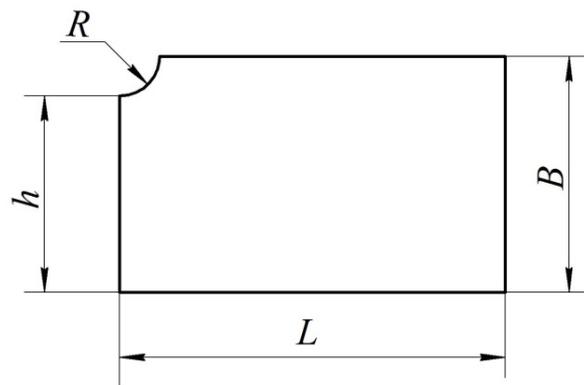


Рис. 1. Пластина с концентратором

Исследовались плоские образцы прямоугольного поперечного сечения длиной L , высотой B и высотой h в наименьшем сечении. Геометрические параметры исследуемых образцов пластины приведены в табл. 1.

Таблица 1. Геометрические параметры образцов

Образец, №	1	2	3	4
Длина L , мм	60			
Высота B , мм	20	30	40	50
Радиус надреза R , мм	0,5			
Высота h , мм	19	29	39	49

Геометрический образ конечно-элементной модели пластины с полукруглым надрезом разбивался сеткой плоских 8-узловых конечных элементов типа *Solid Quad 8 node 183*. На рис. 2 приведена модель пластины с сеткой конечных элементов.

При определении коэффициента интенсивности напряжений методом конечных элементов особое внимание следует уделять области вокруг кромки трещины (её вершины). В линейной механике разрушения показано, что перемещения около вершины трещины (или фронта трещины в трёхмерных задачах) разнятся как \sqrt{r} , где r – расстояние от вершины трещины. Для соблюдения совместности деформаций плоскости трещины должны пересекаться. Элемент вокруг вершины трещины должен быть треугольным с узлами в серединах сторон. Такие элементы называются сингулярными. При решении поставленной задачи в МКЭ-пакете ANSYS предусмотрена возможность автоматической генерации сингулярных элементов вокруг определённой точки концентрации. Круговая область в окрестности вершины трещины показана на рис. 3.

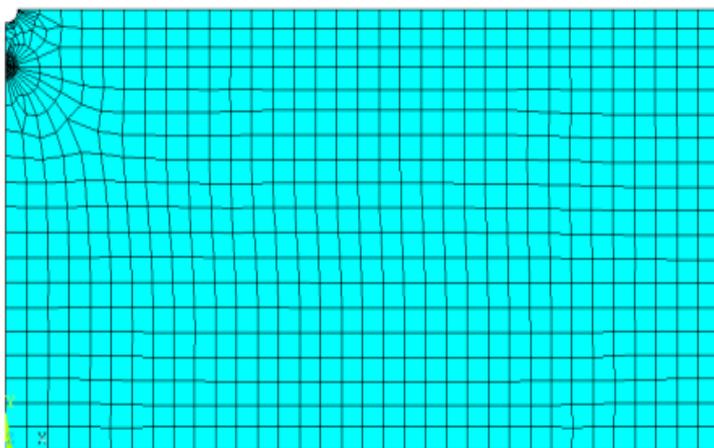


Рис. 2. Конечно-элементная модель пластины с надрезом

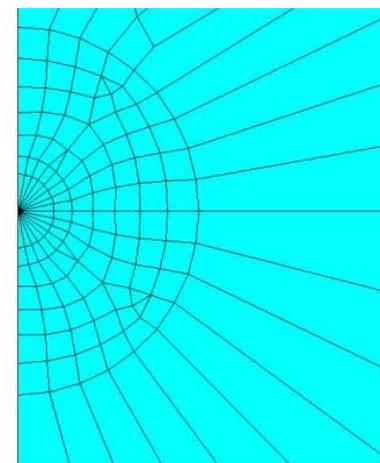


Рис. 3. Сетка конечных элементов в окрестности вершины трещины

Граничные условия назначались исходя из симметрии модели. На правом торце задавалась внешняя нагрузка в виде растягивающих напряжений $\sigma = 300$ МПа. Данные по исследованию изменения коэффициентов интенсивности напряжений K_I при увеличении глубины трещины t для образцов различных размеров поперечного сечения с надрезом $R = 0,5$ мм и без надреза сведены в табл. 2

Таблица 2. Изменение K_I при увеличении глубины трещины t

Ширина образца B , мм	Ширина образца h , мм	Глубина трещины t , мм	Радиус надреза R , мм	Коэффициент интенсивности напряжений K_I , $H / \text{мм}^{\frac{3}{2}}$
20	19	0,1	0,5	22,91
		0,2		29,85
		0,4		26,14
		0,6		25,36
		0,8		25,04
		1		24,99
20	0	0,1	0	10,26
		0,2		12,07
		0,4		17,38
		0,6		21,89
		0,8		29,24
		1		40,04
40	39	0,1	0,5	12,53
		0,2		14,09
		0,4		14,98
		0,6		17,76
		0,8		25,03
		1		23,92
40	0	0,1	0	14,97
		0,2		15,16
		0,4		21,38
		0,6		26,72
		0,8		35,58
		1		52,45
50	49	0,1	0,5	7,82
		0,2		8,54
		0,4		9,87
		0,6		13,92
		0,8		15,07
		1		21,59
50	0	0,1	0	22,11
		0,2		23,46
		0,4		25,08
		0,6		31,34
		0,8		56,79
		1		79,67

По результатам, представленным в табл. 2, построены графики (рис. 4, 5).

Для проверки правильности решения проведено сравнение результатов, полученных при помощи МКЭ-пакета ANSYS, с аналитическим решением для случая плоского образца с двумя симметричными краевыми трещинами (рис. 6).

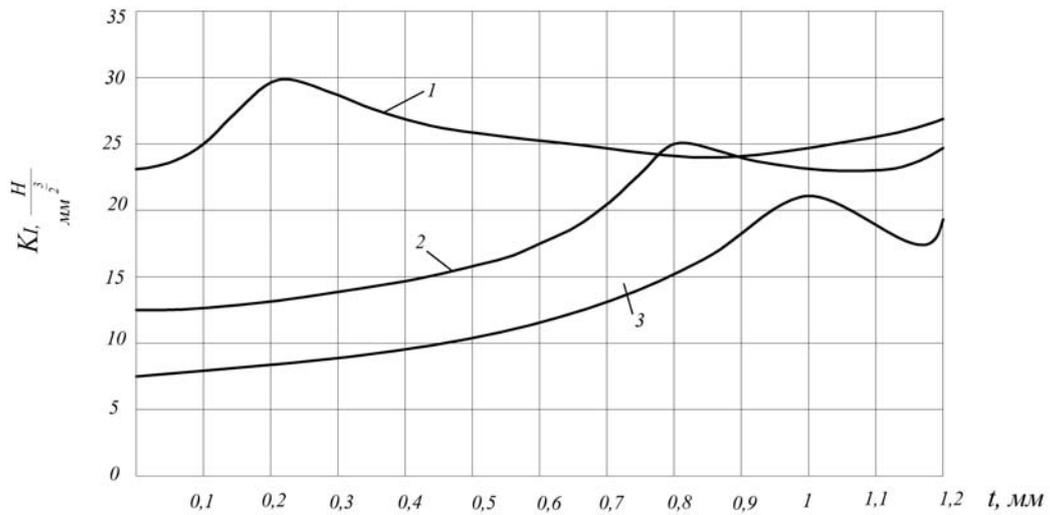


Рис. 4. Изменение коэффициента интенсивности напряжений K_I при увеличении глубины трещины в пластинах с надрезом радиуса $R = 0,5$ мм: 1 – $B = 20$ мм; 2 – $B = 40$ мм; 3 – $B = 50$ мм

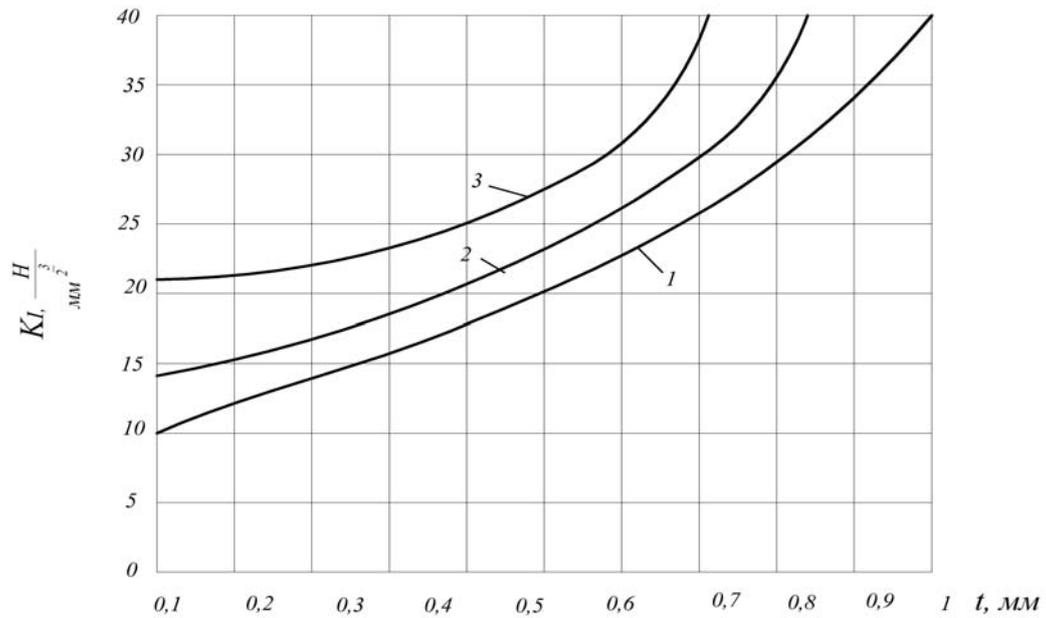


Рис. 5. Изменение коэффициента интенсивности напряжений K_I при увеличении глубины трещины в гладких пластинах: 1 – $B = 20$ мм; 2 – $B = 40$ мм; 3 – $B = 50$ мм

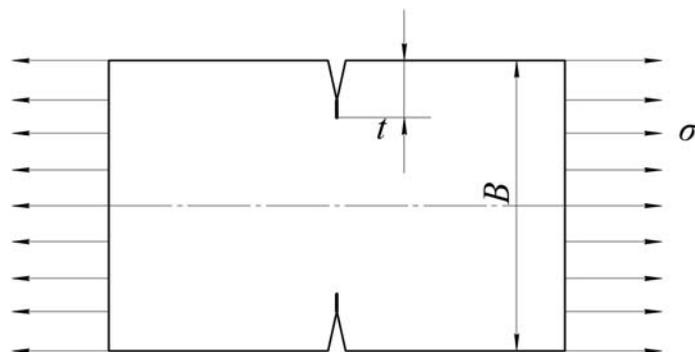


Рис. 6. Плоский образец без концентратора напряжений

С применением метода объёмных сил коэффициент интенсивности напряжений находится следующим образом [3]:

$$K_I = \sigma \sqrt{\pi \alpha} F_I(\alpha), \quad (1)$$

где $F_I(\alpha) = 1,122 - 0,154\alpha + 0,807\alpha^2 - 1,894\alpha^3 + 2,494\alpha^4$, $\alpha = \frac{2t}{B}$.

Формула (1) позволяет вычислить коэффициент интенсивности напряжений в образцах с трещиной, глубина t которой превышает значение 1,2 мм. На рис. 4, 5 показана зависимость K_I от глубины трещины t в докритической зоне её развития. Поэтому для сравнения численного и аналитического решений для гладкого образца с высотой $B = 20$ мм было проведено дополнительное исследование в среде программного продукта ANSYS и найдена зависимость K_I от глубины трещины в интервале от 1,2 до 2 мм. Данные сравнения аналитического и численного решений представлены в табл. 3.

Таблица 3. Определение K_I аналитическим и численным методами

Глубина трещины t , мм	K_I по формуле (1), Н/мм ^{3/2}	K_I по методу конечных элементов, Н/мм ^{3/2}
1,0	39,20	40,12
1,2	187,16	181,25
1,4	264,51	259,21
1,6	325,46	319,95
1,8	438,37	431,18
2,0	508,36	501,73

Графики зависимости K_I от глубины трещины t , построенные по результатам табл. 3, представлены на рис. 7 (расхождение решений не превышает 1,3 %).

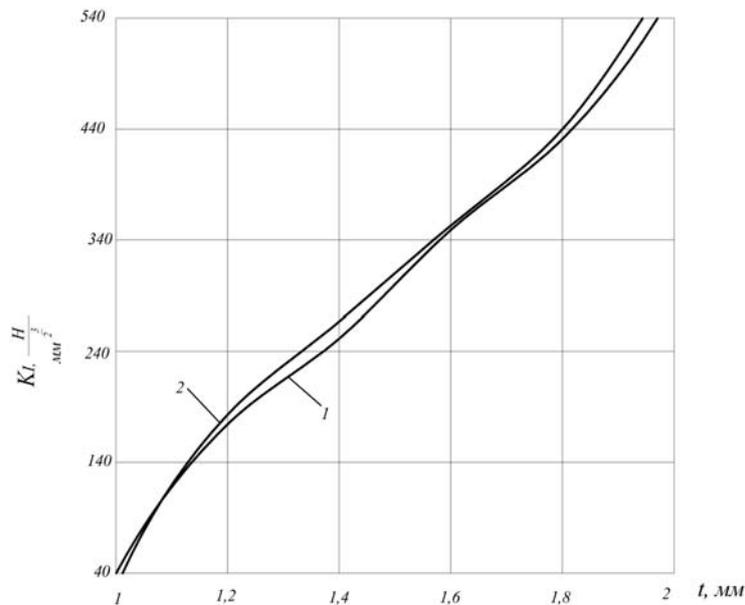


Рис. 7. Изменение коэффициента интенсивности напряжений K_I при увеличении глубины трещины в гладких пластинах:
 1 – решение методом конечных элементов; 2 – решение методом объёмных сил

Обсуждение результатов

Анализируя результаты расчётов, представленных на рис. 4, 5, отметим следующее:

– для пластин рассматриваемых размеров с концентратором напряжений (надрез полукруглого профиля радиуса $R = 0,5$ мм) на начальном участке увеличения глубины трещины наблюдается максимум коэффициента интенсивности напряжений;

– для пластин рассматриваемых размеров без концентратора напряжений на всём участке увеличения глубины трещины происходит плавное изменение коэффициента интенсивности напряжений.

На основании проведённых исследований установлено, что коэффициент интенсивности напряжений K_I достигает максимального значения при глубине трещины, равной $0,02h$, где h – высота пластины с концентратором напряжений в наименьшем сечении (табл. 1 и рис. 1). Этот результат достаточно точно согласуется с размером критической глубины $t_{кр}$ нераспространяющейся трещины усталости для сплошных цилиндрических образцов и деталей с концентраторами напряжений, определяемой как $t_{кр} = 0.0216D$, где D – диаметр наименьшего опасного сечения. Данное соотношение получено в [3 – 6] по результатам многочисленных экспериментов.

В работах [4 – 7] показано, что, зная величину $t_{кр}$, можно оценить влияние поверхностного упрочнения на предел выносливости образцов и деталей с концентраторами напряжений по критерию среднеинтегральных остаточных напряжений $\bar{\sigma}_{ост}$:

$$\bar{\sigma}_{ост} = \frac{2}{\pi} \int_0^1 \frac{\sigma_z(\xi)}{\sqrt{1-\xi^2}} d\xi, \quad (2)$$

где $\sigma_z(\xi)$ – осевые остаточные напряжения в опасном сечении образца (детали) по толщине поверхностного слоя a ; $\xi = a/t_{кр}$ – расстояние от дна концентратора до текущего слоя, выраженное в долях $t_{кр}$.

Приращение предела выносливости упрочнённых образцов (деталей) $\Delta\sigma_{-1}$ с использованием критерия $\bar{\sigma}_{ост}$ определяется по зависимости:

$$\Delta\sigma_{-1} = \bar{\psi}_\sigma |\bar{\sigma}_{ост}|, \quad (3)$$

где $\bar{\psi}_\sigma$ – коэффициент влияния поверхностного упрочнения на предел выносливости по разрушению.

Коэффициент $\bar{\psi}_\sigma$ зависит от степени концентрации напряжений и в случае симметричного цикла определяется по формуле, полученной в [9] на основании обработки большого числа экспериментальных данных:

$$\bar{\psi}_\sigma = 0,612 - 0,081\alpha_\sigma,$$

где α_σ – теоретический коэффициент концентрации напряжений.

Теоретический коэффициент концентрации напряжений α_σ при изгибе определяется по справочникам или расчётным способом на конечно-элементных моделях образцов (деталей) с концентраторами напряжений.

Выводы

Расчётным методом установлено, что в пластинах прямоугольного поперечного сечения с концентратором напряжений в виде надреза полукруглого профиля максимальное значение коэффициента интенсивности напряжений K_I достигается при глубине трещины, равной примерно 0,02 от наименьшего размера пластины.

В пластинах прямоугольного поперечного сечения без концентратора коэффициент интенсивности напряжений K_I по всей глубине трещины возрастает монотонно, т.е. происходит плавное изменение коэффициента.

Полученная расчётным методом глубина трещины, при которой достигается максимальное значение коэффициента интенсивности напряжений, практически совпадает с критической глубиной нераспространяющейся трещины усталости, установленной экспериментально на образцах и деталях различных размеров поперечного сечения с различными концентраторами напряжений.

Проведённое исследование зависимости коэффициента интенсивности напряжений от глубины трещины в опасном сечении детали подтверждает обоснованность использования критерия среднеинтегральных остаточных напряжений $\bar{\sigma}_{ост}$ (2) для расчёта приращения предела выносливости $\Delta\sigma_{-1}$ (3) поверхностно упрочнённых образцов и деталей с концентраторами за счёт сжимающих остаточных напряжений.

Заключение

С использованием программной системы конечно-элементного анализа ANSYS проведён расчёт КИН для гладких образцов и для образцов с концентратором напряжений в виде полукруглого надреза, по результатам которого установлено, что при максимальном значении коэффициента интенсивности напряжений размер трещины составляет величину, равную 0,02 от наименьшего размера пластины. Подтверждена обоснованность использования критерия среднеинтегральных остаточных напряжений для расчёта приращения предела выносливости поверхностно упрочнённых образцов и деталей с концентраторами за счёт сжимающих остаточных напряжений.

Библиографический список

1. Трощенко В.Т., Покровский В.В., Прокопенко А.В. Трещиностойкость металлов при циклическом нагружении. Киев: Наукова Думка, 1987. 256 с.
2. Кудрявцев П.И. Нераспространяющиеся усталостные трещины. М.: Машиностроение, 1982. 174 с.
3. Мураками Ю. Справочник по коэффициентам интенсивности напряжений. Т. 1. М.: Мир, 1990. 448 с.
4. Павлов В.Ф. Влияние на предел выносливости величины и распределения остаточных напряжений в поверхностном слое детали с концентратором. Сообщение I. Сплошные детали // Известия высших учебных заведений. Машиностроение. 1988. № 8. С. 22-26.
5. Павлов В.Ф. Влияние на предел выносливости величины и распределения остаточных напряжений в поверхностном слое детали с концентратором. Сообщение II. Полые детали // Известия высших учебных заведений. Машиностроение. 1988. № 12. С. 37-40.
6. Павлов В.Ф., Кирпичёв В.А., Вакулук В.С. Прогнозирование сопротивления усталости поверхностно упрочнённых деталей по остаточным напряжениям. Самара: Самарский научный центр РАН, 2012. 125 с.

7. Иванов С.И., Павлов В.Ф., Минин Б.В., Кирпичёв В.А., Кочеров Е.П., Головкин В.В. Остаточные напряжения и сопротивление усталости высокопрочных резьбовых деталей. Самара: Самарский научный центр РАН, 2015. 171 с.

8. Кудрявцев П.И., Морозова Т.И. Развитие усталостных трещин в сталях в связи с поверхностным наклёпом // В сб.: «Исследования по упрочнению деталей машин». М.: Машиностроение, 1972. С. 194-200.

9. Кирпичёв В.А., Букатый А.С., Филатов А.П., Чирков А.В. Прогнозирование предела выносливости деталей при различной степени концентрации напряжений // Вестник Уфимского государственного авиационного технического университета. 2011. Т. 15, № 4 (44). С. 81-85.

INFLUENCE OF CRACK DEPTH ON THE STRESS INTENSITY COEFFICIENT IN NOTCHED AND SMOOTH PLATES

© 2017

N. A. Surgutanov Postgraduate Student of the Department of Strength of Materials;
Samara National Research University, Samara, Russian Federation;
surgutanov.nick@yandex.ru

The paper presents an analysis of variations in the stress intensity coefficient (SIC) in plates with different sizes of the cross-section, with and without concentrators. We also analyze the dependence of the SIC maximal value on the size of the smallest section of a plate with stress concentrator. SIC of smooth specimens and specimens with stress concentrator in the form of a semicircular notch are calculated using the ANSYS finite- element analysis program system. The static elastic problem is solved, with the strained state taken to be biaxial. The material of the plate is considered to be isotropic. The plates under consideration with a concentrator in the initial area of the crack size increase show maximum stress intensity coefficient. In plates without concentrator the SIC changes smoothly over the whole area of the crack size increase. It is established that the crack size is equal to 0.02 of the plate smallest size at the maximal value of the stress intensity coefficient. The study conducted confirms the feasibility of using the criterion of average integral residual stresses to calculate the increase of the endurance limit of surface- hardened specimens and parts with concentrators due to compressive residual stresses.

Plate; stress concentrator; specimen of rectangular section; stress intensity coefficient; average integral residual stresses.

Citation: Surgutanov N.A. Influence of crack depth on the stress intensity coefficient in notched and smooth plates. *Vestnik of Samara University. Aerospace and Mechanical Engineering*. 2017. V. 16, no. 1. P. 176-185. DOI: 10.18287/2541-7533-2017-16-1-176-185

References

1. Troshchenko V.T., Pokrovskiy V.V., Prokopenko A.V. *Treshchinostoykost' metallov pri tsiklicheskom nagruzhении* [Crack resistance of metals under cyclic loading]. Kiev: Naukova Dumka Publ., 1987. 256 p.

2. Kudryavtsev P.I. *Nerasprostranyayushchiesya ustalostnye treshchiny* [Non-propagating fatigue cracks]. Moscow: Mashinostroenie Publ., 1982. 174 p.

3. Murakami Yu. *Spravochnik po koeffitsientam intensivnosti napryazheniy. V. 1* [Reference book on stress intensity factors. V. 1]. Moscow: Mir Publ., 1990. 448 p.

4. Pavlov V.F. The influence of a value and a distribution of residual stresses in the surface layer of a part with a concentrator on the endurance limit. Report I. Solid parts. *Proceedings of Higher Educational Institutions. Machine Building*. 1988. No. 8. P. 22-26. (In Russ.)

5. Pavlov V.F. The influence of a value and a distribution of residual stresses in the surface layer of a part with a concentrator on the endurance limit. Report II. Hollow parts. *Proceedings of Higher Educational Institutions. Machine Building*. 1988. No. 12. P. 37-40. (In Russ.)

6. Pavlov V.F., Kirpichev V.A., Vakulyuk V.S. *Prognozirovanie soprotivleniya ustalosti poverkhnostno uprochnennykh detaley po ostatochnym napryazheniyam* [Prediction of fatigue strength of surface hardened components by residual stresses]. Samara: Samarskiy Nauchnyy Tsentr RAN Publ., 2012. 125 p.

7. Ivanov S.I., Pavlov V.F., Minin B.V., Kirpichev V.A., Kocherov E.P., Golovkin V.V. *Ostatochnye napryazheniya i soprotivlenie ustalosti vysokoprochnykh rez'bovykh detaley* [Residual stresses and fatigue resistance of high-strength threaded parts]. Samara: Samarskiy Nauchnyy Tsentr RAN Publ., 2015. 171 p.

8. Kudryavtsev P.I., Morozova T.I. *Razvitie ustalostnykh treshchin v stalyakh v svyazi s poverkhnostnym naklepom. V sbornike: «Issledovaniya po uprochneniyu detaley mashin»*. Moscow: Mashinostroenie Publ., 1972. P. 194-200. (In Russ.)

9. Kirpichev V.A., Bukatyi A.S., Filatov A.P., Chirkov A.V. Prediction of the endurance limit of superficially strengthened details at various degree of stress concentration. *Vestnik UGATU*. 2011. V. 15, no. 4 (44). P. 81-85. (In Russ.)