

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРОЦЕССА ФОРМИРОВАНИЯ МИКРОРЕЛЬЕФА ПОВЕРХНОСТИ ПРИ СТРУЙНОЙ ГИДРОАБРАЗИВНОЙ ОБРАБОТКЕ

© 2016

**А. В. Мещеряков** кандидат технических наук, доцент кафедры технологий производства двигателей, Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва, [al-mes1@mail.ru](mailto:al-mes1@mail.ru)

**А. П. Шулепов** кандидат технических наук, доцент кафедры технологий производства двигателей, Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва, [shulepov\\_SI@mail.ru](mailto:shulepov_SI@mail.ru)

Рассматривается моделирование формирования поверхностного слоя при струйной гидроабразивной обработке. Предложена математическая модель процесса формирования микрорельефа поверхности при воздействии абразивных частиц на обрабатываемую поверхность. Основой модели является единичный акт контактного взаимодействия абразивной частицы с поверхностью. Микрорельеф обрабатываемой поверхности представлен в виде изотропной функции. Контактное взаимодействие абразивной частицы с поверхностью рассматривается как внедрение жёсткой сферы в пластическое полупространство. Разработан алгоритм и программный комплекс для осуществления моделирования микрорельефа. Приводятся и обсуждаются результаты расчётов шероховатости поверхности с использованием предложенной модели, а также результаты экспериментальных исследований шероховатости с использованием натуральных образцов из титанового сплава ВТ9 и жаропрочного сплава ЖС6Ф. Модель позволяет осуществлять выбор необходимых технологических параметров обработки, обеспечивающих заданную шероховатость поверхности.

*Струйная гидроабразивная обработка; поверхностный слой; математическая модель; абразивная частица; цикл моделирования; параметры шероховатости.*

---

*Цитирование:* Мещеряков А.В., Шулепов А.П. Математическая модель процесса формирования микрорельефа поверхности при струйной гидроабразивной обработке // Вестник Самарского университета. Аэрокосмическая техника, технологии и машиностроение. 2016. Т. 15, № 4. С. 235-242. DOI: 10.18287/2541-7533-2016-15-4-235-242

---

### Введение

Применение струйной гидроабразивной обработки (ГАО) позволяет решить ряд проблем, связанных с обеспечением заданных показателей состояния поверхностного слоя на окончательных операциях изготовления деталей ГТД сложного профиля [1]. Однако до настоящего времени разработка операций струйной ГАО требует значительного объёма опытных работ по выбору оптимальных технологических условий, обеспечивающих заданное состояние поверхностного слоя при максимальной производительности [2; 3]. При этом выбор оптимальных условий обработки является многовариантной задачей, требующей учёта и анализа значительного количества факторов.

Поверхностный слой при струйной ГАО формируется за счёт многократных ударов абразивных частиц по обрабатываемой поверхности и возникающих при этом процессов пластического деформирования и микрорезания [4; 5]. Микрорельеф поверхности после струйной ГАО представляет собой совокупность следов (лунок), оставляемых на поверхности частицами абразива. Величина микронеровностей определяется глубиной внедрения частиц в обрабатываемую поверхность.

Формирование микрорельефа при струйной гидроабразивной обработке происходит в течение вполне определённого времени, а затем процесс стабилизируется и шероховатость поверхности не изменяется [6]. Возможны три случая формирования микрорельефа поверхности:

- получаемая после обработки шероховатость поверхности превышает исходную шероховатость;
- формируется новый микрорельеф без изменения величины исходной шероховатости;
- шероховатость поверхности в процессе обработки уменьшается.

Возникновение того или иного случая, а также время, необходимое для формирования нового микрорельефа, зависят от высоты неровностей исходной поверхности, размеров лунок, оставляемых частицами, и количества частиц, контактирующих с обрабатываемой поверхностью на определённой площади.

Для определения состояния поверхностного слоя после струйной ГАО необходимы математические модели. Сложность процессов, происходящих в зоне контакта гидроабразивной струи с поверхностью, приводит к созданию эмпирических моделей, которые могут применяться только при определённых условиях обработки [3; 7]. Поэтому создание моделей, учитывающих реальную картину воздействия абразивных частиц на поверхность, является весьма важной задачей.

### **Модель формирования микрорельефа поверхности**

Реальные технологические особенности процесса формирования микрорельефа позволяют представить его в виде последовательности единичных актов контактного взаимодействия частиц на элементарном участке обрабатываемой поверхности. Такой подход позволяет определять параметры шероховатости после струйной ГАО на основе модели взаимодействия единичной частицы с поверхностью.

Рассмотрим этапы построения математической модели. Перед началом моделирования должны быть заданы параметры шероховатости исходной поверхности. В рамках предлагаемой модели исходное состояние микрорельефа поверхности характеризуется максимальной высотой неровностей профиля  $R_{\max}$  и средним арифметическим отклонением профиля  $R_a$ . Микрорельеф обрабатываемой поверхности представлен в виде изотропной функции  $Z = f(x, y)$ . Контактное взаимодействие абразивных частиц рассматривается на элементарном участке в виде квадратной площадки с размером стороны, равным базовой длине при исследовании шероховатости. Предположение об изотропности функции  $Z$  позволяет существенно упростить моделирование процесса обработки за счёт перехода от моделирования на площади к моделированию на профиле. Определение формы поверхности и вычисление параметров шероховатости производятся по некоторому сечению, взятому в пределах элементарного участка, причём характеристики шероховатости не будут зависеть от выбора сечения. Пространственное распределение функции  $Z$  может быть получено по проекции профиля сечения. При моделировании профиль обрабатываемой поверхности представляется в виде массива чисел  $M(i), i \in (1, N_0)$ , где  $M(i)$  – высота профиля относительно средней линии;  $i$  – номер точки профиля;  $N_0$  – число точек профиля.

Поток абразивных частиц и элементарный акт контактного взаимодействия частицы с поверхностью описываются в рамках следующих допущений:

- абразивная частица считается абсолютно жёсткой;
- в момент удара частица не разрушается;
- частица представляет собой шар с радиусом  $R$ ;
- масса обрабатываемой заготовки по сравнению с массой частицы бесконечно велика, волновыми процессами при ударе пренебрегаем;
- учитываем только скольжение частицы по поверхности, вращением и возможным перекачиванием частицы при ударе пренебрегаем;
- обрабатываемая поверхность представляет собой пластическое полупространство.

Количество абразивных частиц, взаимодействующих с обрабатываемой поверхностью на элементарном участке, зависит от массового расхода суспензии через струйный аппарат, концентрации абразивного материала в суспензии, времени обработки и отношения площади элементарного участка к площади, охватываемой гидроабразивной струей в единицу времени:

$$q_y = \frac{F_y}{F_c} q,$$

где  $F_y$  – площадь элементарного участка;  $F_c$  – площадь, охватываемая гидроабразивной струей в единицу времени;  $q$  – количество частиц, контактирующих с поверхностью на площади, охватываемой гидроабразивной струей.

Расчёт количества частиц  $q$ , контактирующих с поверхностью, осуществляется по формуле [8; 9]:

$$q = \frac{3}{4} \frac{K m_c \rho_{аб.н}}{\pi R^3 \rho_{аб} \left[ \rho_{ж} + K(\rho_{аб} - \rho_{ж}) \frac{\rho_{аб.н}}{\rho_{аб}} \right]},$$

где  $K$  – концентрация абразива в суспензии;  $m_c$  – массовый расход суспензии через сечение струи;  $\rho_{аб.н}$  – насыпная плотность абразивного материала;  $\rho_{аб}$  – плотность абразивного материала;  $\rho_{ж}$  – плотность рабочей жидкости.

Контактное взаимодействие абразивной частицы с поверхностью рассматривается как внедрение жёсткой сферы в пластическое полупространство. Взаимодействие происходит в случайной точке профиля  $i_j$ , причём в этой точке частица достигает максимальной глубины внедрения  $h_{max}$ .

Каждый единичный акт контактного взаимодействия вызывает определённые изменения в обрабатываемой поверхности. Происходит деформация выступов профиля, удаление материала из лунки, в окрестности точки контакта формируется новый микрорельеф поверхности, изменяется положение средней линии профиля. На рис. 1 показана схема взаимодействия абразивной частицы с поверхностью. В случайной точке  $j$  частица достигает максимальной глубины внедрения.

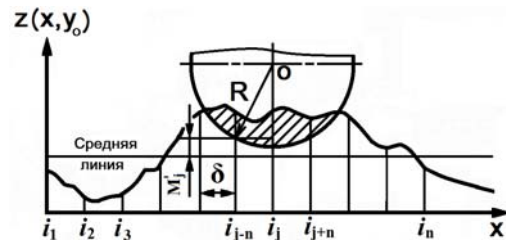


Рис. 1. Схема взаимодействия абразивной частицы с поверхностью

Высота профиля микрорельефа относительно средней линии в точках, где произошла деформация, определяется по формуле

$$M'_{j \pm n} = M_{i=j} - h_{max} + R - \sqrt{R^2 - (n\delta)^2}, \tag{1}$$

где  $M_{i=j}$  – исходная высота профиля в точке  $j$ ;  $h_{max}$  – максимальная глубина внедрения;  $\delta$  – интервал дискретизации профиля;  $n = 1, \xi, \zeta$  – число интервалов  $\delta$ , укладываемых в размеры радиуса частицы  $R$ .

Моделирование процесса обработки в виде последовательности единичных актов взаимодействия неточно отражает реальный процесс, при котором с поверхностью одновременно контактирует большое число абразивных частиц. Однако реальный процесс происходит в течение вполне определённого промежутка времени и число взаимо-

действующих с поверхностью абразивных частиц известно. Поэтому при осуществлении моделирования по известному числу взаимодействий конечный результат с достаточной степенью точности соответствует реальному процессу. Для описания нового профиля поверхности, полученного в результате моделирования, производится корректировка положения средней линии профиля по формуле

$$\Delta h = \frac{1}{N_0} \sum_1^{N_0} M'_j, \quad (2)$$

где  $\Delta h$  – изменение положения средней линии;  $M'_j$  – высота нового профиля относительно средней линии исходного профиля.

Высота нового профиля относительно его средней линии определяется по формуле:

$$M_j = M'_j - \Delta h, \quad j \in (1, N_0). \quad (3)$$

Предлагаемая математическая модель формирования микрорельефа поверхностного слоя является универсальной и позволяет осуществлять имитационное моделирование для различных характеристик шероховатости исходной поверхности в широком диапазоне изменения технологических параметров струйной ГАО.

Исходными данными для проведения процесса моделирования являются: характеристики обрабатываемого материала – плотность  $\rho_m$ ; предел текучести  $\sigma_m$ ; характеристики исходной шероховатости поверхности –  $R_a, R_{\max}$ ; базовая длина  $l_0$ ; характеристики абразивного материала – плотность частиц  $\rho_{аб}$ , насыпная плотность  $\rho_{аб.н}$ , средний радиус частиц  $R$ ; характеристики гидроабразивной струи – плотность жидкой фазы  $\rho_{ж}$ , концентрация абразивных частиц в суспензии  $K$ ; массовый расход суспензии  $m_c$ ; скорость абразивных частиц  $C_0$ ; угол атаки  $\alpha$ ; площадь, охватываемая гидроабразивной струей за одну секунду  $F_c$ ; число отрезков дискретизации базовой длины профиля  $n$ ; время обработки  $T$ .

Моделирование начинается с создания исходного профиля обрабатываемой поверхности, для чего формируется массив  $M(i)$  случайных чисел, равномерно распределённых в интервале от  $-0,5R_{\max}$  до  $+0,5R_{\max}$ . Среднее арифметическое отклонение формируемого массива должно быть равно исходному значению  $R_a$ . Затем определяют максимальную глубину внедрения абразивной частицы и число единичных актов взаимодействия на элементарном участке обрабатываемой поверхности.

Цикл моделирования начинается с выработки случайной точки на профиле, в которой происходит контакт абразивной частицы с поверхностью. Число циклов моделирования определяется по формуле

$$Q = \frac{4Rq_y}{l_0^2} T. \quad (4)$$

Под циклом моделирования понимается последовательное моделирование единичных актов взаимодействия, количество которых равно числу частиц, одновременно контактирующих с профилем на базовой длине.

По формуле (1) определяется высота профиля микрорельефа относительно его исходной средней линии в точках, где произошла деформация. После каждого цикла моделирования по формулам (2), (3) производятся: корректировка положения средней линии, определение высоты нового профиля и проверка на окончание процесса моделирования, т.е. сравнение номера выполняемого цикла с общим числом циклов (4). На завершающем этапе моделирования определяются параметры шероховатости поверхности, сформированной в результате моделирования. Разработанная математическая модель позволяет определять пять параметров шероховатости:  $R_a$ ,  $R_{max}$ ,  $R_z$ ,  $S_m$ ,  $S$ . Для осуществления процесса моделирования был разработан программный комплекс для ЭВМ.

На рис. 2-4 приведены расчётные значения шероховатости обработанной поверхности титанового сплава ВТ9 и жаропрочного сплава ЖС6Ф, полученные в результате процесса моделирования.

Для подтверждения полученных расчётных значений были проведены экспериментальные исследования на образцах с размерами  $4 \times 60 \times 130$  мм. Так как результаты струйной ГАО зависят от исходного состояния обрабатываемой поверхности, образцы для устранения неоднородности поверхностного слоя шлифовались с последующим вакуумным отжигом.

Подготовленные таким образом образцы имели твёрдость поверхности HRC, 43...53 и шероховатость  $R_a = 0,2...0,4$  мкм. В качестве абразивного материала были использованы микрошлифпорошки зернистости M20...M63 и шлифпорошок зернистости 10 из электрокорунда белого марки 24А с содержанием основной фракции не менее 50%. Обработка образцов осуществлялась на установке Э3106М. Шероховатость поверхности после обработки измерялась с помощью профилографа-профилометра БВ-7669. Результаты экспериментов представлены на рис. 2-4.

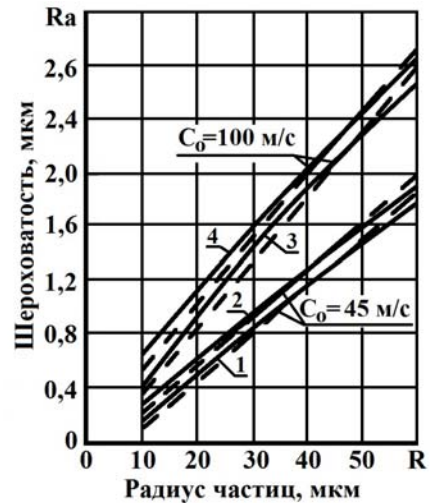


Рис. 2. Зависимость шероховатости поверхности от размеров абразивных частиц:

(параметры обработки:  $K=20\%$ ;  $L=100$  мм;  $\alpha=45^\circ$ );  
1, 3 – ВТ9; 2, 4 – ЖС6Ф;  
— — — расчётные значения;  
— — — результаты экспериментов



Рис. 3. Зависимость шероховатости поверхности от скорости абразивных частиц:

(параметры обработки:  $K=20\%$ ;  $L=100$  мм;  $\alpha=45^\circ$ );  
обрабатываемый материал – ВТ9;  
— — — расчётные значения;  
— — — результаты экспериментов

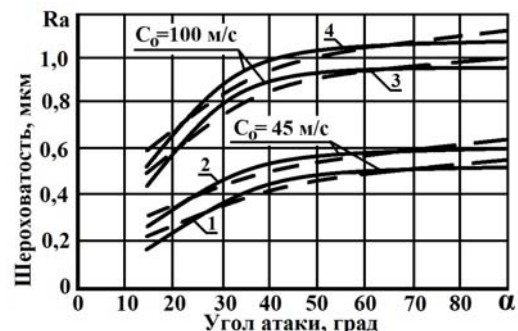


Рис. 4. Зависимость шероховатости поверхности от угла атаки: (параметры обработки:

$R = 20$  мкм (абразив 24АМ40);  
 $K = 20\%$ ;  $L = 100$  мм;  $\alpha = 45^\circ$ );  
1, 3 – ВТ9; 2, 4 – ЖС6Ф;  
— — — расчётные значения;  
— — — результаты экспериментов

## Обсуждение результатов

Проведённые расчёты и экспериментальные исследования показали, что шероховатость поверхности резко возрастает с увеличением размеров абразивных частиц  $R$  по зависимостям, близким к линейным (рис. 2). Такие же зависимости наблюдаются и при увеличении скорости  $C_0$  частиц (рис. 3). Это объясняется увеличением глубины внедрения абразивных частиц и соответственно увеличением размеров лунок, оставляемых ими на обрабатываемой поверхности.

Влияние угла атаки на шероховатость показано на рис. 4. При изменении  $\alpha$  от 15 до 45° шероховатость поверхности быстро увеличивается (примерно в 1,8..2,0 раза). Такая зависимость объясняется ростом нормальной составляющей скорости частиц в момент удара о поверхность и соответственно увеличением глубины внедрения  $h_{\max}$  ( $h_{\max}$  увеличивается более чем в 3,5 раза). В диапазоне углов атаки от 45 до 90° шероховатость изменяется в пределах 15...20%. В этом диапазоне изменение  $h_{\max}$  не превышает 30 %, при этом размеры площади контакта абразивной частицы с поверхностью увеличиваются всего на 15 %.

Расчёты и эксперименты показали весьма близкие значения шероховатости поверхности, получаемой при обработке титанового и жаропрочного сплавов (разница в значениях шероховатости не превышает 5..10%), что, по-видимому, объясняется близкими значениями глубин внедрения абразивных частиц.

Необходимо отметить, что расчёты шероховатости поверхности по предлагаемой модели хорошо согласуются с данными, полученными экспериментальным путём

## Заключение

Разработанная математическая модель учитывает основные особенности формирования микрорельефа поверхности при струйной ГАО. Моделирование позволяет технологу при разработке операций струйной ГАО осуществлять выбор необходимых технологических параметров обработки, обеспечивающих заданную шероховатость поверхности при максимальной производительности. Предлагаемая модель является универсальной и позволяет выполнять расчёты шероховатости при обработке различных материалов, применяемых в авиационном двигателестроении.

Возможным совершенствованием модели является разработка баз данных по обрабатываемости различных материалов методом струйной ГАО, а также создания баз данных по операциям струйной ГАО типовых деталей авиационных двигателей.

## Библиографический список

1. Трофимов Н.Г., Шманёв В.А., Мещеряков А.В., Второв Е.А. Струйная гидроабразивная обработка лопаток ГТД // *Авиационная промышленность*. № 7. 1987. С. 22-24.
2. Vasanth S., Muthuramalingam T., Vinothkumar P., Geethapriyan T., Murali G. Performance Analysis of Process Parameters on Machining Titanium (Ti-6Al-4V) Alloy Using Abrasive Water Jet Machining Process // *Procedia CIRP*. 2016. V. 46. P. 139-142. DOI: 10.1016/j.procir.2016.04.072
3. Смоленцев В.П., Гончаров Е.В., Котуков В.И. Комбинированное разделение заготовок гидроабразивным методом // В кн.: «Прогрессивные машиностроительные технологии, оборудование и инструменты». Т. 3. М.: Спектр, 2014. С. 118-172.
4. Эрозия / под ред. К. Прис. М.: Мир, 1982. 464 с.
5. Valíček J., Harničárová M., Panda A., Hlavatý I., Kušnerová M., Tozan H., Yagimli M., Václavík V. Mechanism of creating the topography of an abrasive water jet cut surface

// *Advanced Structured Materials*. 2016. V. 61. P. 111-120. DOI: 10.1007/978-981-10-1082-8\_12

6. Шманёв В.А., Мещеряков А.В., Второв Е.А. Особенности формирования поверхностного слоя при струйной гидроабразивной обработке лопаток ГТД // Сб. научных трудов «Поверхностный слой, точность и эксплуатационные свойства деталей машин и приборов». М.: МДНТП, 1986. С. 12-15.

7. Li W.Y., Zhu H.T., Wang J., Huang C.Z. A surface roughness model in radial-mode abrasive waterjet turning for high-tensile steels // *Applied Mechanics and Materials*. 2014. V. 483. P. 177-181. DOI:10.4028/www.scientific.net/AMM.483.177

8. Мещеряков А.В., Шулёпов А.П., Ерхов И.В. Определение параметров гидроабразивной смеси в выходном сечении струйного аппарата // В сб.: «Вестник СГАУ. Серия: Проблемы и перспективы развития двигателестроения». Самара: СГАУ, 1998. С. 168-174.

9. Моргунов Ю.А., Панов Д.В., Саушкин Б.П., Саушкин С.Б. Научноёмкие технологии машиностроительного производства. Физико-химические методы и технологии: уч. пособие. М.: ФОРУМ, 2013. 928 с.

## MATHEMATICAL MODEL OF SURFACE LAYER FORMATION DURING HYDROABRASIVE JET MACHINING

© 2016

**A. V. Meshcheryakov** Candidate of Science (Engineering), Associate Professor of the Department of Engine Production Technology, Samara National Research University, Samara, Russian Federation, [al-mes1@mail.ru](mailto:al-mes1@mail.ru)

**A. P. Shulepov** Candidate of Science (Engineering), Associate Professor of the Department of Engine Production Technology, Samara National Research University, Samara, Russian Federation, [pdla@ssau.ru](mailto:pdla@ssau.ru)

The article discusses the formation of the surface layer in hydroabrasive jet machining. We propose a mathematical model of surface microrelief formation under the influence of abrasive particles on the work surface. A single act of contact interaction of an abrasive particle with the surface is the basis of the model. The microrelief of the work surface is presented in the form of isotropic functions. We regard contact interaction of abrasive particles with the surface as the intrusion of a rigid sphere in a plastic half-space. We developed an algorithm and software package for the implementation of surface modeling. The article presents the results of calculations of surface roughness on the basis of the proposed model, as well as the results of experimental studies of roughness with the use of full-scale specimens made of a VT9 titanium alloy and a ЖС6Ф heat-resistant alloy. The model makes it possible to select the necessary technological process parameters to provide the desired surface roughness.

*Hydroabrasive jet machining; surface layer; mathematical model; abrasive particle; cycle of simulation; roughness parameters.*

*Citation:* Meshcheryakov A.V., Shulepov A.P. Mathematical model of surface layer formation during hydroabrasive jet machining. *Vestnik of Samara University. Aerospace and Mechanical Engineering*. 2016. V. 15, no. 4. P. 235-242. DOI: 10.18287/2541-7533-2016-15-4-235-242

### References

1. Trofimov N.G., Shmanev V.A., Meshcheryakov A.V., Vtorov E.A. Hydroabrasive jet machining of gas turbine engine blades. *Aviation Industry*. 1987. No. 7. P. 22-24. (In Russ.)
2. Vasanth S., Muthuramalingam T., Vinothkumar P., Geethapriyan T., Murali G. Performance Analysis of Process Parameters on Machining Titanium (Ti-6Al-4V) Alloy Using Abrasive Water Jet Machining Process. *Procedia CIRP*. 2016. V. 46. P. 139-142. DOI: 10.1016/j.procir.2016.04.072

3. Smolentsev V.P., Goncharov E.V., Kotukov V.I. Combined blank separation by the hydroabrasive method. *In Book: «Advanced mechanical engineering techniques, equipment and tools»*. V. 3. Moscow: Spektr Publ., 2014. P. 118-172. (In Russ.)

4. Erosion / C.M. Preece. New York, Academic Press, 1979.

5. Valíček J., Harničárová M., Panda A., Hlavatý I., Kušnerová M., Tozan H., Yagimli M., Václavík V. Mechanism of creating the topography of an abrasive water jet cut surface. *Advanced Structured Materials*. 2016. V. 61. P. 111-120. DOI: 10.1007/978-981-10-1082-8\_12

6. Shmanev V.A., Meshcheryakov A.V., Vtorov E.A. Shmanev V.A., Meshcheryakov A.V., Vtorov E.A. Osobennosti formirovaniya poverkhnostnogo sloya pristrainoy gidroabrazivnoy obrabotke lopatok GTD. *Sb. nauchnykh trudov «Poverkhnostnyy sloy, tochnost' i ekspluatatsionnye svoystva detaley mashin i priborov»*. Moscow: MDNTP Publ., 1986. P. 12-15. (In Russ.)

7. Li W.Y., Zhu H.T., Wang J., Huang C.Z. A surface roughness model in radial-mode abrasive waterjet turning for high-tensile steels. *Applied Mechanics and Materials*. 2014. V. 483. P. 177-181. DOI: 10.4028/www.scientific.net/AMM.483.177

8. Meshcheryakov A.V., Shulepov A.P, Erkhov I.V. Defining the parameters of waterjet mixture at the exit of the jet device. *V sb.: «Vestnik SGAU. Seriya: Problemy i perspektivy razvitiya dvigatelestroeniya»*. Samara: Samara State Aerospace University Publ., 1998. P. 168-174. (In Russ.)

9. Morgunov Yu.A., Panov D.V., Saushkin B.P., Saushkin S.B. *Naukoemkie tekhnologii mashinostroitel'nogo proizvodstva. Fiziko-khimicheskie metody i tekhnologii: uchebnoe posobie* [High technologies of machinery production. Physicochemical methods and techniques: study guide]. Moscow: FORUM Publ., 2013. 928 p.