УДК 629.78 DOI: 10.18287/2412-7329-2016-15-1-46-54

К ЗАДАЧЕ ОБ ОПТИМАЛЬНОЙ СТАБИЛИЗАЦИИ УГЛОВОГО ДВИЖЕНИЯ МАЛОГО КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА ПРИ РАЗВЁРТЫВАНИИ ОРБИТАЛЬНОЙ ТРОСОВОЙ СИСТЕМЫ

© 2016 Ю. М. Заболотнов, А. А. Лобанков

Самарский государственный аэрокосмический университет
имени академика С.П. Королёва (национальный исследовательский университет)

Рассматривается задача стабилизации движения относительно центра масс малого космического аппарата (КА) при развёртывании орбитальной тросовой системы (ОТС). Стабилизация осуществляется относительно направления троса и характеризуется классическими углами Эйлера (прецессии, нутации и собственного вращения). Предлагаемый метод приближённо-оптимального управления основывается на совместном применении принципа динамического программирования Беллмана и метода усреднения. Используется интегральный квадратичный критерий оптимальности, зависящий от ошибок регулирования и малых управляющих воздействий. Синтез управления осуществляется по модели углового движения, записанной для малых углов нутации. Приводится пример расчёта оптимального управления при развёртывании ОТС с целью спуска с орбиты на Землю малого КА. Эффективность найденного оптимального управления подтверждается численными расчётами по исходной нелинейной модели движения ОТС.

Орбитальная тросовая система, малый космический аппарат, задача стабилизации, интегральный квадратичный критерий оптимальности, метод динамического программирования, метод усреднения, устойчивость.

Введение

Рассматривается ОТС, состоящая из базового КА, троса и малого КА. Предполагается, что масса базового КА много больше (по крайней мере, на два порядка) масс троса и малого КА. Выпуск троса осуществляется с базового КА с целью доставки полезного груза на Землю. Движение ОТС при её развёртывании описывается достаточно сложной системой нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных и в общем случае представляет собой систему с распределёнными параметрами [1]. В связи с этим общая задача проектирования ОТС разбивается на ряд подзадач, которые решаются с использованием более простых моделей движения. К этим задачам можно отнести: построение номинальной программы развёртывания ОТС [2; 3], синтез регулятора для реализации номинальной программы [4], демпфирование продольных и поперечных колебаний в тросе [5] и другие. Одной из важных задач динамики движения ОТС является обеспечение ограниченного углового движения концевых тел, в частности, движения вокруг центра масс малого КА, доставляемого с орбиты на Землю или на более высокую орбиту. Невыполнение указанного ограничения приводит к запутыванию троса, его провисанию, к беспорядочному движению относительно центра масс малого КА при его отделении от троса. Для обеспечения ограниченного углового движения малого КА могут быть использованы пассивные [5] и активные методы стабилизации. В работе ставится задача определения малых управляющих воздействий, обеспечивающих активную стабилизацию углового движения малого КА относительно направления троса.

Цитирование: Заболотнов Ю.М., Лобанков А.А. К задаче об оптимальной стабилизации углового движения малого космического аппарата при развёртывании орбитальной тросовой системы // Вестник Самарского государственного аэрокосмического университета имени академика С.П. Королёва (национального исследовательского университета). 2016. Т. 15, № 1. С. 46-54. DOI: 10.18287/2412-7329-2016-15-1-46-54

Предполагается, что найденное оптимальное управление может быть реализовано с помощью стандартных малогабаритных реактивных двигателей, применяемых в системах ориентации и стабилизации КА [6].

Применение метода усреднения в задачах оптимального управления не является новым и рассматривалось во многих работах [7-11]. В работе академика Н.Н. Моисеева [8] отмечено, что существует важный класс динамических систем, для которых применение асимптотических методов и, в частности, метода усреднения при определении оптимальных управлений вполне оправданно. К таким динамическим системам, например, относятся системы, для которых строятся локально оптимальные управления. Под локально оптимальными управлениями понимаются управления, которые строятся в каждый момент времени из условия минимума некоторой целевой функции [8]. Именно к таким управлениям можно отнести управляющие воздействия при решении задач стабилизации. Принцип динамического программирования Беллмана [12] и основанный на нём метод АКОР (аналитическое конструирование оптимальных регуляторов) [13] являются инструментом построения локально оптимальных управлений для решения задач стабилизации. В дальнейшем для синтеза управления указанные методы применяются совместно с методом усреднения, что позволяет существенно упростить решение задач стабилизации за счёт процедуры усреднения по быстрым переменным. В частности, в задаче стабилизации движения малого КА на тросе это позволяет получить решение в аналитической форме для малых углов нутации.

Принципиальная схема ОТС изображена на рис.1, где 1 – базовый КА, 2 – трос, 3 – малый КА. Ориентация малого КА относительно направления троса определяется углами Эйлера: нутации θ, прецессии ψ, собственного вращения φ. Углы Эйлера определяют ориентацию связанной с малым КА системы координат $Oxyz$ относительно системы координат $Ox_t y_t z_t$ (рис. 2), определяющей положение троса относительно плоскости орбиты центра масс ОТС. Здесь O – центр масс малого КА, ось Oz_t параллельна направлению троса, плоскость $Ox_t z_t$ параллельна плоскости «местная вертикаль – направление троса».

Таким образом, в данной работе решается задача определения приближённо-оптимального управления, обеспечивающего демпфирование колебаний углового движения малого КА относительно направления троса (Oz_t) при развёртывании ОТС.

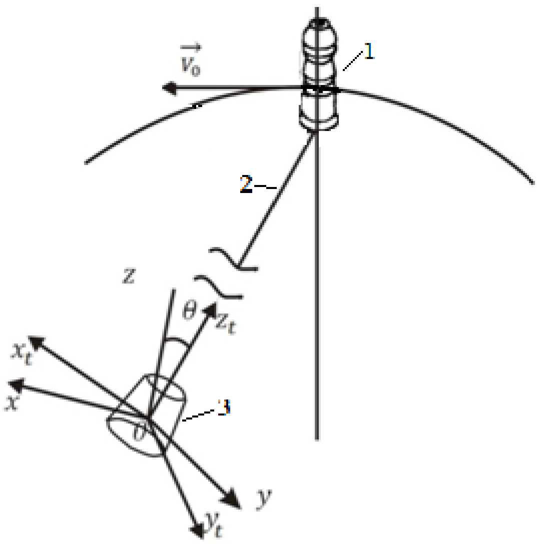

Рис. 1. Схема ОТС

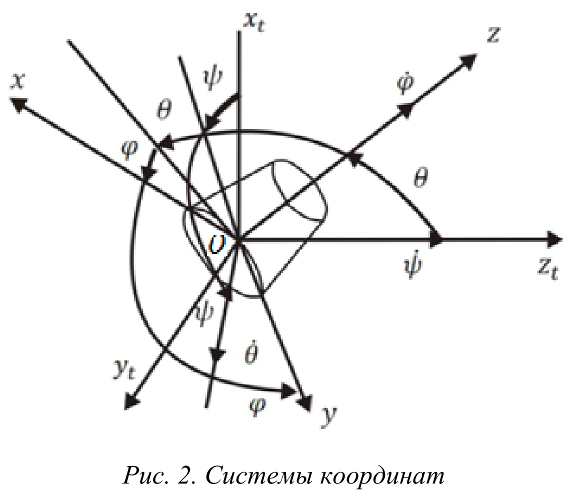

Рис. 2. Системы координат

Математическая модель движения ОТС

Движение центра масс O малого КА описывается следующей системой обыкновенных дифференциальных уравнений [1]:

$$\frac{d^2\vartheta}{dt^2} = -2\frac{1}{L}\frac{dL}{dt}\left(\frac{d\vartheta}{dt}+\Omega\right)-\frac{3}{2}\Omega^2\sin 2\vartheta, \quad (1)$$

$$\frac{d^2L}{dt^2} = L\left[\left(\frac{d\vartheta}{dt}+\Omega\right)^2+\Omega^2\left(3\cos^2\vartheta-1\right)\right]-\frac{T}{m}, \quad (2)$$

где ϑ – угол отклонения троса от местной вертикали в плоскости орбиты; L – длина троса; Ω – угловая скорость движения базового КА по круговой орбите; m – масса малого КА; T – сила натяжения троса.

Формирование ОТС включает в себя два этапа: 1) медленного развёртывания ОТС в вертикальное положение на сравнительно небольшую длину троса (около 3 км); 2) быстрого развёртывания системы, включающий в себя участки выпуска троса с ускорением и с замедлением [2].

На первом этапе используется динамический закон [1]

$$T\left(L,\dot{L}\right) = m\Omega^2\left(aL-b\frac{\dot{L}}{\Omega}-cL_k\right), \quad (3)$$

где L_k – конечная длина троса; $\dot{L}=dL/dt$; *a, b, c* – параметры закона.

На втором этапе используется программа, близкая к релейной [14]:

$$T(t)=\begin{cases} T_{\min}, & \text{если } t\le t_1,\\ T_{\min}+\left(T_{\max}-T_{\min}\right)\sin^2\left[k\left(t-t_1\right)\right], & \text{если } t_1<t\le t_2\\ T_{\max}, & \text{если } t_2<t, \end{cases} \quad (4)$$

где $T_{\min}$ и $T_{\max}$ – соответственно минимальное и максимальное значение силы натяжения; $t_1=t_n-\frac{\pi}{4k}$, $t_2=t_n+\frac{\pi}{4k}$; t_n – время, разделяющее участки разгона и торможения; k – параметр, определяющий гладкость перехода между участками.

Движение малого КА относительно центра масс описывается динамическими и кинематическими уравнениями Эйлера

$$\begin{aligned} &\frac{dK_{xt}}{dt}=M_{xt}, \quad \frac{dK_{yt}}{dt}=M_{yt},\\ &\frac{dK_z}{dt}+K_y\omega_x-K_x\omega_y=M_z,\\ &\frac{d\theta}{dt}=\omega_x\cos\varphi-\omega_y\sin\varphi+\Delta\dot{\theta},\\ &\frac{d\varphi}{dt}=\omega_z-\operatorname{ctg}\theta\left(\omega_x\sin\varphi+\omega_y\cos\varphi\right)+\Delta\dot{\varphi},\\ &\frac{d\psi}{dt}=\frac{1}{\sin\theta}\left(\omega_x\sin\varphi+\omega_y\cos\varphi\right)+\Delta\dot{\psi}, \end{aligned} \quad (5)$$

где K_{xt},K_{yt},K_z и $\omega_x,\omega_y,\omega_z$ – проекции вектора кинетического момента и вектора угловой скорости КА на соответствующие оси систем координат; M_{xt},M_{yt},M_z – проекции вектора главного момента внешних сил; t – время; $\Delta\dot{\theta}$, $\Delta\dot{\varphi}$, $\Delta\dot{\psi}$ – угловые скорости вращения системы $Ox_ty_tz_t$ [14] относительно неподвижной геоцентрической системы координат.

Проекции вектора момента внешних сил M_{xt},M_{yt},M_z включают: 1) компоненты момента от силы натяжения троса $\vec{M}_t=\Delta\vec{r}\times\vec{T}$, где вектор $\Delta\vec{r}$ определяет положения точки крепления троса относительно центра масс малого КА; 2) малые управляющие моменты, заданные в связанной системе координат $Oxyz$.

Для построения оптимального управления используется модель углового движения малого КА для малых углов нутации, записанная в комплексном виде:

$$\frac{d^2\xi}{dt^2} - i\,\bar{J}_z\omega_z\frac{d\xi}{dt} + \omega^2(x)\xi = \\ = \varepsilon F\left(x,\xi,\omega_z,\Phi\right) + \varepsilon u, \tag{6}$$

$$\frac{d\omega_z}{dt} = \varepsilon Z\left(x,\xi,\omega_z,\Phi\right),$$
$$\frac{d\Phi}{dt} = \omega_z + \varepsilon R\left(x,\xi\right). \tag{7}$$

Здесь $\xi = \theta e^{i\psi} = \beta + i\alpha$ – комплексный угол нутации; $\bar{J}_z = J_z / J$, $J = \left(J_x + J_y\right)/2$, J_x, J_y, J_z – осевые моменты инерции КА; $\Phi = \varphi + \psi$; *F, Z, R* – известные функции, характеризующие действие малых возмущений [14]; $u = u_\beta + iu_\alpha$ – управление; *x* – вектор медленных переменных, определяемый из уравнений (1), (2); $\omega^2(x) = T\left(x\right)\Delta r / J$; $J = \left(J_x + J_y\right)/2$; ε – малый параметр.

Процедура перехода от исходных уравнений (5) к комплексным уравнениям (6), (7) использовалась во многих работах, например, в [14].

Для применения к уравнениям (6), (7) метода усреднения используется стандартный переход к переменным «амплитуды – фазы» с помощью следующей замены [14]:

$$\xi = a_1 e^{i\varphi_1} + a_2 e^{i\varphi_2},$$
$$\dot{\xi} = i\left(a_1\omega_1 e^{i\varphi_1} + a_2\omega_2 e^{i\varphi_2}\right), \tag{8}$$

где a_1 и a_2 – амплитуды колебаний (вещественные положительные величины); $\varphi_1 = \omega_1 t + \varphi_1(0)$ и $\varphi_2 = \omega_2 t + \varphi_2(0)$ – фазы; $\varphi_1(0), \varphi_2(0)$ – начальные значения фаз; $\omega_{1,2} = \bar{J}_z\omega_z / 2 \pm \omega_\theta$ – частоты колебаний; $\omega_\theta = \sqrt{\bar{J}_z^2\omega_z^2 / 4 + \omega^2}$.

Определение оптимального управления

Ставится задача определения оптимального управления εu, обеспечивающего динамическую устойчивость движения малого КА. Используется квадратичный критерий оптимальности

$$I = \varepsilon\int_0^T W\left(a_1, a_2, u_\alpha, u_\beta\right)dt, \tag{9}$$

где

$$W\left(a_1, a_2, u_\alpha, u_\beta\right) = b_1 a_1^2 + b_2 a_2^2 + c_1\left(u_\alpha^2 + u_\beta^2\right);$$

$b_1, b_2, c_1 > 0$ – весовые коэффициенты; T – время развёртывания ОТС. Причём амплитуды колебаний должны удовлетворять условиям динамической устойчивости: $\dot{a}_1, \dot{a}_2 < 0$ в каждый момент времени.

Согласно принципу динамического программирования оптимальное управление определяется из условия [12; 13]

$$\min_{u_\alpha, u_\beta}\left(\frac{\partial V}{\partial a}\cdot\frac{da}{dt} + \frac{\partial V}{\partial\varphi}\cdot\frac{d\varphi}{dt} + \frac{\partial V}{\partial x}\cdot\frac{dx}{dt} + W\left(a, u_\alpha, u_\beta\right)\right) = 0, \tag{10}$$

где $V\left(a,\varphi,r\right)$ – производящая функция [12]; *a* и φ – вектора амплитуд и фаз; точка $(\cdot)$ означает скалярное произведение векторов.

Выражение, стоящее под знаком минимума, представляет собой квадратичный степенной полином по компонентам управления u_α, u_β. Поэтому, взяв от этого выражения частные производные по u_α, u_β и приравняв их к нулю, можно получить оптимальное управление в виде

$$u_\alpha^o = \frac{1}{4c\omega_\theta}\sum_{k=1}^{2}\left(-1\right)^k\left(\frac{\partial V}{\partial a_k}\cos\varphi_k - \frac{1}{a_k}\frac{\partial V}{\partial\varphi_k}\sin\varphi_k\right), \tag{11}$$

$$u_{\beta}^{o}=\frac{1}{4c\omega_{\theta}}\sum_{k=1}^{2}(-1)^{k+1}\left(\frac{\partial V}{\partial a_k}\sin\varphi_k+\frac{1}{a_k}\frac{\partial V}{\partial\varphi_k}\cos\varphi_k\right). \quad (12)$$

Выражения (11), (12) обеспечивают минимум функционала (9) в силу положительной определённости функции $W\left(a_1,a_2,u_{\alpha},u_{\beta}\right)$ и при надлежащем определении производящей функции *V*. Подставив соотношения (11), (12) в выражение (10), приходим к уравнению в частных производных Гамильтона – Якоби – Беллмана [9; 13]

$$\varepsilon\frac{\partial V}{\partial a}\cdot\frac{da}{dt}+\varepsilon\frac{\partial V}{\partial\phi}\cdot\frac{d\psi}{dt}+\frac{\partial V}{\partial\phi}\cdot\omega+ +\frac{\partial V}{\partial x}\cdot\frac{dx}{dt}+\varepsilon\sum_{k=1}^{2}b_k a_k^2+U=0, \quad (13)$$

где $U=-\varepsilon c_1\left[\left(u_{\alpha}^{o}\right)^2+\left(u_{\beta}^{o}\right)^2\right]$.

Для определения приближённого решения уравнения (13) используется метод усреднения, и в этом случае решения ищутся в виде асимптотических рядов [7].

Сделаем следующее замечание. Если угловая скорость ω_z не мала и, следовательно, угол Ф представляет собой быстро вращающую фазу, то приведённые выше выкладки остаются в силе, расширяется лишь вектор $\varphi=\left(\psi_1,\psi_2,\Phi\right)$ и усреднение производится независимо по всем трём фазам.

После усреднения получаем

$$\varepsilon\frac{\partial V_0}{\partial a}\cdot\left\langle\frac{da}{dt}\right\rangle+\varepsilon\sum_{k=1}^{2}b_k a_k^2+\langle U\rangle+\varepsilon^2...=0, \quad (14)$$

где $\langle\cdot\rangle$ – стандартный оператор усреднения по фазам.

После определения функции V_0 из уравнения (14) оптимальное управление находится из выражений (11), (12) в виде

$$u_{\alpha}^{o}=\frac{1}{4c_1\omega_{\theta}}\sum_{k=1}^{2}(-1)^{k}\left(\frac{\partial V_0}{\partial a_k}\cos\varphi_k\right)+\varepsilon..., \quad (15)$$

$$u_{\beta}^{o}=\frac{1}{4c_1\omega_{\theta}}\sum_{k=1}^{2}(-1)^{k+1}\left(\frac{\partial V_0}{\partial a_k}\sin\varphi_k\right)+\varepsilon.... \quad (16)$$

Асимптотическая устойчивость решения $(a_1=a_2=0)$ обеспечивается надлежащим определением функции $V_0(a_1,a_2)$ из уравнения (14). Эта функция будет функцией Ляпунова для данной задачи, если она будет положительно определённой: $V_0\left(a_1,a_2\right)\geq 0$, а её полная производная по времени, определённая в силу усреднённой системы, будет удовлетворять условию: $dV_0/dt\leq 0$ (будет отрицательно определённой) [15].

Пример определения оптимального управления

В качестве примера рассматривается процесс оптимального демпфирования колебаний при двухэтапном развёртывании ОТС в соответствии с законом (3) и программой (4). В этом случае возмущённое угловое движение малого КА зависит от ошибок его отделения от базового КА и от изменения силы натяжения троса в соответствии с выражениями (3), (4). Резкое увеличение амплитуд колебаний, например, имеет место при уменьшении силы натяжения троса в момент перехода от первого этапа развёртывания системы ко второму этапу. Изменение силы натяжения троса ведёт к изменению частот системы $\omega_{1,2}$.

В этом случае определение усреднённых уравнений $\left\langle da_{1,2}/dt\right\rangle$, входящих в соотношение (14), для амплитуд колебаний с учётом медленного изменения частот даёт

$$\left\langle da_{1,2}/dt\right\rangle=\mp\frac{1}{2\omega_{\theta}}a_{1,2}\dot{\omega}_{1,2}, \quad (17)$$

где изменение производных $\dot{\omega}_{1,2}$ определяется в силу уравнений (1), (2).

Решение уравнения (14) в этом случае можно найти, используя метод неопределённых коэффициентов. Тогда, определяя решение в виде $V_0 = \sum\limits_{k=1}^{2} B_k a_k^2$, подставляя его в (14) и приравнивая к нулю коэффициенты при a_1^2 и a_2^2, получим

$$B_{1,2} = 2c_1\omega_\theta\left(\mp\dot{\omega}_{1,2} + \sqrt{\omega_{1,2}^2 + b_{1,2}/c_1}\right). \quad (18)$$

В этом случае, так как $b_{1,2}$, c_1, $\omega_\theta > 0$, из (18) следует, что $B_{1,2} > 0$, а значит функция $V_0(a_1, a_2)$ является положительно определённой. Оптимальные управления получаются подстановкой функции $V_0(a_1, a_2)$ в выражения (15), (16):

$$u_\alpha^o = \frac{1}{2c_1\omega_\theta}\sum_{k=1}^{2}(-1)^k\left(B_k a_k \cos\phi_k\right) + \varepsilon..., \quad (19)$$

$$u_\beta^o = \frac{1}{2c_1\omega_\theta}\sum_{k=1}^{2}(-1)^{k+1}\left(B_k a_k \sin\phi_k\right) + \varepsilon... . \quad (20)$$

Управления (19), (20) с точностью до постоянных множителей (моментов инерции) представляют собой моменты сил относительно осей Ox_t и Oy_t (см. рис. 2). Требуемые моменты относительно связанных осей системы координат $Oxyz$ можно получить через стандартную матрицу перехода [14].

После подстановки оптимального управления (15), (16) в уравнения для амплитуд и усреднения по фазам получим в первом приближении метода усреднения

$$\frac{da_{1,2}}{dt} = -\frac{\varepsilon a_{1,2}}{2\omega_\theta}\sqrt{\dot{\omega}_{1,2}^2 + b_{1,2}/c_1}. \quad (21)$$

Так как $da_{1,2}/dt < 0$, то производная dV_0/dt, определённая в силу усреднённой системы (21), есть функция отрицательно определённая. Отсюда следует асимптотическая устойчивость решения: $a_1 = a_2 = 0$.

Численные результаты

Рассматривается малый КА массой m = 20 кг и близкий к сфере радиуса 0,2 м при следующих исходных данных: $\theta(0) = \pi/2$, $\dot{\theta}(0) = 0$, $\dot{\psi}(0) = 1c^{-1}$, $\omega_z(0) = 0{,}5$ с$^{-1}$. Параметры законов управления (3), (4) соответствуют развёртыванию ОТС на 30 км. Процесс выпуска троса занимает около 2,3 часа. На рис. 3 показан процесс демпфирования колебаний относительно центра масс малого КА при развёртывании ОТС согласно (3), (4) с использованием определённого приближённо-оптимального управления по исходной нелинейной модели движения (5). Переходный процесс на плоскости $(\theta, \dot{\theta})$ имеет колебательный характер, причём сначала происходит гашение колебаний $\dot{\theta}$, а потом точка на фазовой плоскости приближается к началу координат по оси абсцисс ($\dot{\theta} = 0$).

Рассматриваемый метод оптимального управления позволяет не только обеспечить динамическую устойчивость углового движения малого КА, но и формировать тип его прецессионного движения вокруг направления троса. Это особенно важно для уменьшения влияния резонансов на движение системы, которые могут привести к неустойчивости углового движения малого КА. Так, например, если после отделения малого КА от базового КА реализуется прямая прецессия вокруг направления троса ($\omega_z > 0$, $\dot{\psi} > 0$), то это создаёт благоприятные условия для реализации длительных резонансных режимов движения, неизбежно приводящих к неустойчивости угловых колебаний малого КА. Поэтому необходимо обеспечить приоритетное демпфирование амплитуды колебаний a_1, что достигается увеличением весового коэффициента b_1 в критерии оптимальности (9) по сравнению с другими весовыми коэффициентами. На рис. 4 показан пример изменения вида прецессии при движении малого КА (с прямой на обратную прецессию, когда $\omega_z > 0$,

$\dot{\psi} < 0$), обеспеченный за счёт увеличения коэффициента b_1=10 при $b_2 = 1$, $c_1 = 2000$.

Выводы

1. Методом динамического программирования Беллмана с использованием принципа усреднения найдено приближённо-оптимальное управление (15), (16), обеспечивающее демпфирование угловых колебаний малого КА при развёртывании ОТС.

2. В случае медленного изменения силы натяжения троса и при малых углах нутации найдено аналитическое решение задачи.

3. Правомерность предлагаемого подхода подтверждена представленными численными результатами, полученными по исходной нелинейной модели движения малого КА в составе ОТС.

4. Показана возможность формирования заданного типа прецессии малого КА относительно направления троса путём изменения весовых коэффициентов в критерии оптимальности (9).

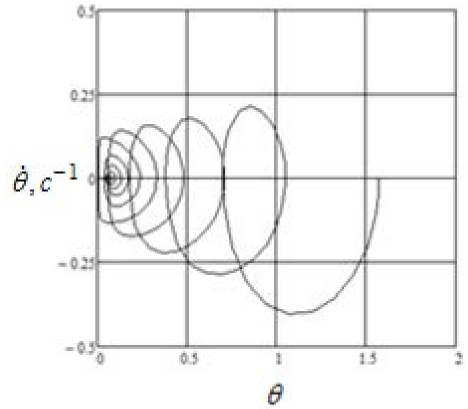

Рис. 3. Процесс демпфирования колебаний по углу нутации

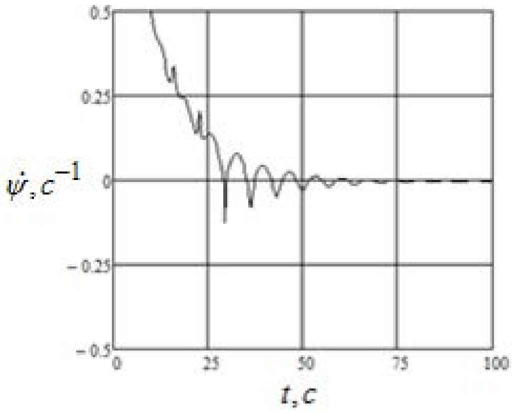

Рис. 4. Изменение вида прецессии

Библиографический список

1. Белецкий В.В., Левин Е.М. Динамика космических тросовых систем. М.: Наука, 1990. 336 с.

2. Ишков С.А., Наумов С.А. Управление развёртыванием орбитальной тросовой системы // Вестник Самарского государственного аэрокосмического университета имени академика С.П. Королёва (национального исследовательского университета). 2006. № 1(9). С. 77-85.

3. Заболотнов Ю.М. Управление развёртыванием орбитальной тросовой системы в вертикальное положение с малым грузом // Прикладная математика и механика. 2015. Т. 79, № 1. С. 37-47.

4. Заболотнова О.Ю. Синтез алгоритмов управления для развёртывания космической тросовой системы // Полёт. Общероссийский научно-технический журнал. 2010. № 11. С. 36-42.

5. Наумов О.Н. Демпфирование колебаний спускаемой капсулы при управляемом развёртывании тросовой системы // Полёт. Общероссийский научно-технический журнал. 2012. № 2. С. 45-50.

6. Разыграев А.П. Основы управления полётом космических аппаратов и кораблей. М.: Машиностроение, 1977. 472 с.

7. Моисеев Н.Н. Асимптотические методы нелинейной механики. М.: Наука, 1981. 380 с.

8. Моисеев Н.Н. Математические задачи системного анализа. М.: Наука, 1981. 488 с.

9. Черноусько Ф.Л., Акуленко Л.Д., Соколов Б.Н. Управление колебаниями. М.: Наука, 1980. 384 с.

10. Лебедев В.Н. Расчёт движения космического аппарата с малой тягой. М.: ВЦ АН СССР, 1968. 106 с.

11. Ишков С.А., Храмов А.А. Расчёт манёвров коррекции слабоэллиптических и круговых орбит с двигателем малой и конечной тяги // Известия Самарского научного центра РАН. 2002. Т. 4, № 1. С. 144-152.

12. Беллман Р. Динамическое программирование. М.: ИЛ, 1969. 457 с.

13. Летов А.М. Динамика полёта и управление. М.: Наука, 1969. 360 с.

14. Заболотнов Ю.М., Наумов О.Н. Движение спускаемой капсулы относительно центра масс при развёртывании орбитальной тросовой системы // Космические исследования. 2012. Т. 50, № 2. С. 183.

15. Хапаев М.М. Усреднение в теории устойчивости. М.: Наука, 1986. 191 с.

Информация об авторах

Заболотнов Юрий Михайлович, доктор технических наук, профессор, профессор кафедры программных систем, Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва (национальный исследовательский университет). E-mail: yumz@yandex.ru. Область научных интересов: динамика космических систем и космических аппаратов, управление орбитальными тросовыми системами, динамика спуска КА в атмосфере, асимптотические методы механики.

Лобанков Антон Алексеевич, аспирант кафедры программных систем, Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва (национальный исследовательский университет). E-mail: mart1989@mail.ru. Область научных интересов: космические тросовые системы, оптимальное управление движением.

OPTIMAL STABILIZATION OF SMALL SPACECRAFT ANGULAR MOTION IN THE PROCESS OF DEPLOYMENT OF AN ORBITAL TETHER SYSTEM

© 2016 Yu. M. Zabolotnov, A. A. Lobankov

Samara State Aerospace University, Samara, Russian Federation

The problem of stabilizing the motion of small spacecraft relative to the center of mass in the process of deploying an orbital tether system is presented in the paper. Stabilization is carried out with respect to the direction of the tether and is characterized by the classical Euler angles (precession, nutation and proper rotation). The proposed method of suboptimal control is based on the joint application of the principle of Bellman's dynamic programming and the averaging method. The integral quadratic optimality criterion that depends on operating deviations and low control inputs is used. Control synthesis is accomplished using the model of angular motion recorded for small angles of nutation. An example of calculating optimal control of an orbital tether system deployed for the purpose of de-orbiting small satellites to the Earth is given. The efficiency of the optimal control arrived at is confirmed by numerical calculations for the basic nonlinear model of motion of an orbital tether system.

Orbital tether system, small spacecraft, task of stabilizing, integral quadratic criterion of optimality, dynamic programming method, averaging method, stability.

Citation: Zabolotnov Yu.M., Lobankov A.A. Optimal stabilization of small spacecraft angular motion in the process of deployment of an orbital tether system. *Vestnik of the Samara State Aerospace University*. 2016. V. 15, no. 1. P. 46-54. DOI: 10.18287/2412-7329-2016-15-1-46-54

References

1. Beletskiy V.V., Levin E.M. *Dinamika kosmicheskikh trosovykh sistem* [Dynamics of space tether systems]. Moscow: Nauka Publ., 1990. 336 p.

2. Ishkov S.A., Naumov S.A. Control over orbital tether system unfolding. *Vestnik of the Samara State Aerospace University*. 2006. No. 1(9). P. 77-85. (In Russ.)

3. Zabolotnov Y.M. Control of the deployment of a tethered orbital system with a small load into a vertical position. *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*. 2015. V. 79, Iss. 1. P. 28-34. DOI: 10.1016/j.jappmathmech.2015.04.015

4. Zabolotnova O.Y. Synthesis of Control Algorithms for Deployment of Space Tether System. *Polet. Obshcherossiyskiy nauchno-tekhnicheskiy zhurnal*. 2010. No. 11. P. 36-42. (In Russ.)

5. Naumov O.N. Damping Oscillations of Landing Capsule During Controlled Deployment of Tether System. *Polet. Obshcherossiyskiy nauchno-tekhnicheskiy zhurnal.* 2012. No. 2. P. 45-50. (In Russ.)

6. Razygraev A.P. *Osnovy upravleniya poletom kosmicheskikh apparatov i korabley* [Fundamentals of spacecraft flight control]. Moscow: Mashinostroenie Publ., 1977. 472 p.

7. Moiseev N.N. *Asimptoticheskie metody nelineynoy mekhaniki* [Asymptotic methods of nonlinear mechanics]. Moscow: Nauka Publ., 1981. 380 p.

8. Moiseev N.N. *Matematicheskie zadachi sistemnogo analiza* [Mathematical problems of system analysis]. Moscow: Nauka Publ., 1981. 488 p.

9. Chernous'ko F.L., Akulenko L.D., Sokolov B.N. *Upravlenie kolebaniyami* [Vibration control]. Moscow: Nauka Publ., 1980. 384 p.

10. Lebedev V.N. *Raschet dvizheniya kosmicheskogo apparata s maloy tyagoy* [Calculation of low-thrust spacecraft motion]. Moscow: VTs AN SSSR Publ., 1968. 106 p.

11. Ishkov S.A., Khramov A.A. Correction maneuvers calculation of quasi elliptical and circular orbits by engine with low and limit thrust. *Izvestiya Samarskogo nauchnogo tsentra RAN*. 2002. V. 4, no. 1. P. 144-152. (In Russ.)

12. Bellman R. *Dinamicheskoe programmirovanie* [Dynamic programming]. Moscow: IL Publ., 1969. 457 p.

13. Letov A.M. *Dinamika poleta i upravlenie* [Flight dynamics and control]. Moscow: Nauka Publ., 1969. 360 p.

14. Zabolotnov Y.M., Naumov O.N. Motion of a descent capsule relative to its center of mass when deploying the orbital tether system. *Cosmic Research*. 2012. V. 50, no. 2. P. 177-187. DOI: 10.1134/s0010952512020098

15. Hapaev M.M. *Usrednenie v teorii ustoychivosti* [Averaging in the theory of stability]. Moscow: Nauka Publ., 1986. 191 p.

About the authors

Zabolotnov Yury Mikhailovich, Doctor of Science (Engineering), Professor, Professor of the Department of Software Systems, Samara State Aerospace University, Samara, Russian Federation. E-mail: yumz@yandex.ru. Area of Research: dynamics of space systems and spacecraft, orbital tether system control, dynamics of small spacecraft reentry, asymptotic methods of mechanics.

Lobankov Anton Alekseevich, post-graduate student of the Department of Software Systems, Samara State Aerospace University, Samara, Russian Federation. E-mail: mart1989@mail.ru. Area of Research: space tether systems, optimal motion control.