

## ВЛИЯНИЕ СИСТЕМЫ УПРУГОГО ВЫВЕШИВАНИЯ НА ТОЧНОСТЬ РЕЗУЛЬТАТОВ МОДАЛЬНЫХ ИСПЫТАНИЙ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ

© 2016 В. А. Бернс<sup>1</sup>, А. В. Долгополов<sup>2</sup>, Е. П. Жуков<sup>1</sup>, Д. А. Маринин<sup>3</sup>

<sup>1</sup>«Сибирский научно-исследовательский институт авиации имени С. А. Чаплыгина»,  
г. Новосибирск

<sup>2</sup>«Центральный аэрогидродинамический институт имени профессора  
Н. Е. Жуковского», г. Жуковский

<sup>3</sup>«Информационные спутниковые системы» имени академика М. Ф. Решетнёва»,  
г. Железногорск, Красноярский край

Модальные испытания являются эффективным инструментом проверки и уточнения расчётных динамических моделей летательных аппаратов. На время испытаний объекты исследований фиксируются специальными системами упругого вывешивания. Характеристики жёсткости таких систем определяются из условия, что влияние подвески на собственные тона упругих колебаний свободного летательного аппарата не должно превышать заранее оговоренного уровня. Поэтому считается, что частота колебаний конструкции как твёрдого тела на подвеске должна быть в несколько раз ниже собственной частоты первого упругого тона. Причём разные источники рекомендуют различные соотношения между этими частотами. Если говорить о модальных испытаниях крупногабаритных трансформируемых космических конструкций, то задача создания такой подвески усложняется многократно, так как такие конструкции могут иметь очень низкие собственные частоты упругих колебаний.

Влияние системы упругого вывешивания на точность результатов модальных испытаний летательных аппаратов проявляется двояко. С одной стороны, использование подвески приводит к росту всех собственных частот объекта исследований. С другой стороны, появление тонов колебаний объекта как твёрдого тела с ненулевыми частотами приводит к смещениям частот фазовых резонансов летательного аппарата, по которым определяются собственные частоты тонов упругих колебаний.

В статье изложена методика коррекции расчётной динамической модели летательного аппарата с учётом системы упругого вывешивания. Эта коррекция основана на том, что погрешности измерения перемещений в модальных испытаниях (то есть и форм собственных колебаний) более чем на порядок превышают погрешности определения собственных частот. Исследовано влияние тонов колебаний объекта как жёсткого тела на упругой подвеске на точность определения собственных частот, обобщённых масс и обобщённых коэффициентов демпфирования тонов упругих колебаний.

*Летательный аппарат; экспериментальный модальный анализ; система упругого вывешивания; коррекция расчётной модели; фазовый резонанс; колебания твёрдого тела; собственная частота; обобщённая масса; обобщённый коэффициент демпфирования.*

### Введение

Экспериментальные исследования характеристик собственных тонов колебаний конструкций – модальные испытания – являются эффективным инструментом проверки и уточнения расчётных динамических моделей летательных аппара-

тов [1]. Такие модели широко используются при решении задач прочности, устойчивости и управляемости авиационной и космической техники [2]. Методике модальных испытаний посвящены, например, работы [3–5].

---

*Цитирование:* Бернс В.А., Долгополов А.В., Жуков Е.П., Маринин Д.А. Влияние системы упругого вывешивания на точность результатов модальных испытаний летательных аппаратов // Вестник Самарского государственного аэрокосмического университета имени академика С.П. Королёва (национального исследовательского университета). 2016. Т. 15, № 1. С. 18-27. DOI: 10.18287/2412-7329-2016-15-1-18-27

На время модальных испытаний объекты исследований фиксируются специальными системами упругого вывешивания. Поскольку расчётная модель строится для свободного летательного аппарата, то характеристики жёсткости таких систем определяются из условия, что подвеска не должна оказывать заранее оговоренного влияния на собственные тона упругих колебаний конструкции. Например, считается, что частота колебаний летательного аппарата как твёрдого тела на подвеске должна быть в 4-6 раз ниже собственной частоты первого упругого тона [6]. Однако влияние системы упругого вывешивания на точность определения собственных частот, обобщённых масс и обобщённых коэффициентов демпфирования конструкций по результатам модальных испытаний изучено, на наш взгляд, недостаточно полно.

Влияние системы упругого вывешивания на характеристики собственных тонов колебаний летательного аппарата проявляется двояко. С одной стороны, увеличение жёсткости динамической системы влечет за собой рост всех её собственных частот. С другой стороны, появление тонов колебаний летательного аппарата как жёсткого тела на упругой подвеске приводит к смещению частот фазовых резонансов тонов упругих колебаний.

### Коррекция расчётной модели летательного аппарата

Рассмотрим возможность коррекции собственных частот и матрицы жёсткости объекта испытаний с учётом характеристик жёсткости системы вывешивания. Эта матрица и собственные частоты соответствуют определённым видам колебаний конструкции, представляемым совокупностью движений по конечному числу ортогональных собственных векторов. Поэтому коррекция такой модели допустима в тех случаях, когда изменение характеристик системы не приводит к существенному изменению её собственных форм. Принятие такого допущения правомерно потому, что погрешности изме-

рения вынужденных колебаний (то есть и собственных форм) более чем на порядок превышают погрешности определения собственных частот.

Пусть изменение жёсткости системы введением упругих связей приводит к изменению элементов матрицы жёсткости  $C$  на известные величины, составляющие матрицу  $\tilde{C}$ :

$$C^* = C + \tilde{C}.$$

Здесь и в дальнейшем изменившиеся величины будем отмечать знаком « \* », а величины изменений знаком « ~ ».

Потенциальная энергия изменённой системы запишется в виде:

$$\Pi^* = \Pi + \tilde{\Pi} = \frac{1}{2} Z^T (C + \tilde{C}) Z,$$

а в нормальных координатах:

$$\Pi^* = \frac{1}{2} g^T ([p^2 a] + W^T \tilde{C} W) g. \quad (1)$$

Матрица  $C^*$  в нормальных координатах должна мало отличаться от диагональной:

$$W^T C^* W \approx [p^{*2} a], \quad (2)$$

где  $Z$  – вектор перемещений точек конструкции;  $g$  – вектор обобщённых координат;  $W$  – матрица собственных векторов.

Из выражений (1) и (2) следуют ограничения на величины элементов матрицы  $\tilde{C}$ :

$$\sum_{k,m=1}^N w_{ki} w_{mj} \tilde{c}_{km} \ll p_i^2 a_i + \sum_{k,m=1}^N w_{ki} w_{mi} \tilde{c}_{km}, \quad (3)$$

$$i, j = 1, 2, \dots, N, i \neq j.$$

Если условие (3) выполняется, то при изменении матрицы жёсткости допускается коррекция математической модели, и параметры скорректированной модели:

$$C^* = C + \tilde{C}, \quad A^* = A, \quad W^* = W,$$

$$p_i^{*2} = p_i^2 + \frac{1}{a_i} \sum_{k,m=1}^N w_{ki} w_{mi} \tilde{c}_{km},$$

$$i = 1, 2, \dots, N. \quad (4)$$

В частом случае введения сосредоточенных жёсткостей в некоторые точки конструкции (матрица  $\tilde{C}$  – диагональная) выражения (3) и (4) имеют вид:

$$\sum_{m=1}^N w_{mi} w_{mj} \tilde{c}_m \ll p_i^2 a_i + \sum_{m=1}^N w_{mi}^2 \tilde{c}_m,$$

$$p_i^{*2} = p_i^2 + \frac{1}{a_i} \sum_{m=1}^N w_{mi}^2 \tilde{c}_m.$$

#### Влияние колебаний как твёрдого тела на характеристики упругих тонов колебаний летательного аппарата

Далее необходимо оценить влияние тонов колебаний летательного аппарата как жёсткого тела на упругой подвеске на частоты фазовых резонансов форм упругих колебаний. При этом полагается, что обобщённые характеристики тонов упругих колебаний скорректированы с учётом системы упругого вывешивания.

Для решения поставленной задачи проведём анализ взаимного влияния двух собственных тонов колебаний конструкций. В этих исследованиях будем использовать свойства монофазных колебаний. Вынужденные колебания динамических систем называются монофазными, если различия в фазах колеблющихся точек равны 0 или  $\pi$ . Термин «монофазный отклик» впервые употреблён в работе [7]. В этой же работе совокупность сил возбуждения, фазы которых отличаются на 0 или  $\pi$ , называется «монофазным силовым распределением», а в монографии [8] – просто «монофазным возбуждением». Здесь же изложены свойства монофазных колебаний и их соотношение с собственными колебаниями конструкций. Метод модальной идентификации динамических систем на основе монофазных колебаний изложен в работе [9].

При определении обобщённых характеристик  $i$ -го собственного тона колебаний полагается, что в окрестности собственной частоты данного тона вектор мнимых составляющих вынужденных колебаний является собственным вектором системы, то есть вынужденные колебания конструкции описываются одной обобщённой координатой (перемещением точки нормирования тона)  $g$ . Допустим, что на колебания в окрестности частоты  $p_i$  оказывает влияние некоторый  $j$ -й тон так, что  $g = g_i + w_{ij} g_j$ , где  $g_i, g_j$  – обобщённые координаты, соответственно,  $i$ -го и  $j$ -го тонов;  $w_{ij}$  – коэффициент, характеризующий вклад  $j$ -го тона в колебания системы.

Определим собственную частоту, обобщённую массу и обобщённый коэффициент демпфирования  $i$ -го тона, считая, что влиянием  $j$ -го тона можно пренебречь [10]. Полагаем, что демпфирование каждого тона можно описать обобщённым декрементом колебаний.

Введём обозначения:

$$\zeta = \frac{w_{ij}^2 a_i}{a_j}, \quad \alpha = \frac{p_j}{p_i}, \quad \eta_i = \frac{h_i}{p_i^2 a_i} = \frac{\delta_i}{\pi},$$

$$\eta_j = \frac{h_j}{p_j^2 a_j} = \frac{\delta_j}{\pi}, \quad \tilde{\omega} = \frac{\omega}{p_i}.$$

Получим выражение для параметра вынужденных монофазных колебаний:  $U = \lambda V$ , где  $U, V$  – соответственно синфазная и квадратурная составляющая перемещений.

При монофазном возбуждении  $F = E \sin \omega t$  из решения задачи о вынужденных колебаниях системы с двумя степенями свободы имеем:

$$\lambda(\tilde{\omega}) = -\frac{\tau_1(\tilde{\omega})}{\tau_2(\tilde{\omega})},$$

где

$$\begin{aligned}\tau_1(\tilde{\omega}) &= \frac{(\tilde{\omega}^2 - 1)[\chi^2 + \eta_j^2 \alpha^4]}{[\zeta(\tilde{\omega}^2 - 1) + \chi]^2 + (\zeta\eta_i + \eta_j\alpha^2)^2} + \\ &+ \frac{\zeta\chi[(\tilde{\omega}^2 - 1)^2 + \eta_i^2]}{[\zeta(\tilde{\omega}^2 - 1) + \chi]^2 + (\zeta\eta_i + \eta_j\alpha^2)^2}, \\ \tau_2(\tilde{\omega}) &= \frac{\eta_i\chi^2 + \eta_j\alpha^2\zeta(\tilde{\omega}^2 - 1)^2}{[\zeta(\tilde{\omega}^2 - 1) + \chi]^2 + (\zeta\eta_i + \eta_j\alpha^2)^2} + \\ &+ \frac{\eta_i\eta_j\alpha^2(\eta_i\zeta + \eta_j\alpha^2)}{[\zeta(\tilde{\omega}^2 - 1) + \chi]^2 + (\zeta\eta_i + \eta_j\alpha^2)^2}, \\ \chi &= \tilde{\omega}^2 - \alpha^2.\end{aligned}$$

По переходу  $\lambda$  через нуль от положительных значений к отрицательным найдём относительные собственные частоты системы. Для этого решим уравнение:

$$\begin{aligned}f(\tilde{\omega}) &= (\tilde{\omega}^2 - 1)[\chi^2 + \eta_j^2 \alpha^4] + \\ &+ \zeta\chi[(\tilde{\omega}^2 - 1)^2 + \eta_i^2] = 0.\end{aligned}\quad (5)$$

Сделав оценку корней уравнения (5), приходим к следующему выводу о величине собственной частоты  $i$ -го тона  $p_i^*$ , определяемой по переходу через нуль параметра  $\lambda$ , в предположении, что  $j$ -й тон влияет мало:

- а) если  $p_i > p_j$ , то  $p_j < p_i^* < p_i$ ;
- б) если  $p_i < p_j$ , то  $p_j > p_i^* > p_i$ ;
- в) если  $p_i = p_j$ , то  $p_i^* = p_i$ .

Для определения обобщённой массы  $a_l$  и обобщённого коэффициента демпфирования  $h_l$   $l$ -го тона при монофазном возбуждении колебаний используем формулы [9]:

$$a_l = \frac{\lambda V_l^T E_l}{(1 + \lambda_i^2)(p_i^2 - \omega^2)V_l^{*2}}, \quad h_l = \frac{V_l^T E_l}{(1 + \lambda_i^2)V_l^{*2}},$$

где  $V_l^*$  – квадратурная составляющая вынужденных колебаний системы в точке нормирования  $l$ -го тона.

Вместо частоты  $\tilde{\omega}$  введём безразмерный параметр частоты  $\Omega = \omega / p_i^*$ , связанный с  $\tilde{\omega}$  соотношением:  $\Omega = \tilde{\omega} / \tilde{p}_i$ . Введение параметра  $\Omega$  вместо  $\tilde{\omega}$  объясняется тем, что по результатам модальных испытаний определяется не точное значение собственной частоты  $i$ -го тона, а величина  $p_i^*$ . Для практических целей представляет интерес оценка точности определения обобщённых характеристик тона вблизи найденной собственной частоты.

Формулы для обобщённых характеристик с учётом принятых обозначений приводят к следующим выражениям:

$$\tilde{a}_i = -\frac{\tau_1(\Omega)}{p_i^{*2}(1 - \Omega)}, \quad \tilde{h}_i = \frac{\tau_2(\Omega)}{\eta_i}.$$

Величины  $\tilde{a}_i$  и  $\tilde{h}_i$  есть отношения определяемых обобщённых характеристик к соответствующим точным значениям.

Для удобства дальнейшего изложения будем считать, что  $j$ -й тон колебаний есть колебания объекта испытаний как твёрдого тела на упругой подвеске (подвесочный тон, индекс «п»).

Важно отметить, что индекс « $i$ » может не относиться к низшему тону упругих колебаний, а индекс «п» – к высшему подвесочному тону. Это объясняется тем, что влияние подвески зависит не только от соотношения собственных частот  $\alpha$ , но и от параметра  $\zeta$ . Так, например, установив упругие подвески в узлах низшего упругого тона, можно исключить их влияние на этот тон. Кроме того, величина  $\zeta$  зависит от соотношения обобщённых масс упругого и подвесочного тонов собственных колебаний.

Поскольку подразумевается, что  $\alpha < 1$ , то на основании анализа, проведённого выше, можно сделать вывод о том, что из-за влияния подвески собственные частоты упругих колебаний  $p_i^*$ , определя-

емые по условиям фазового резонанса, будут всегда ниже точных значений этих частот  $p_i$ .

На рис. 1 представлены результаты расчёта относительной частоты  $\tilde{p}_i = p_i^* / p_i$  для различных значений параметров  $\zeta$ ,  $\alpha$ ,  $\delta_i$  и  $\delta_n$ .

В расчётах полагалось, что  $\zeta \leq 1$ , так как  $w_{in} \leq 1$ , а обобщённые массы подвесочных тонов превышают, как правило, обобщённые массы тонов собственных упругих колебаний.

Из представленных результатов следует, что при  $\alpha \leq 0,5$  погрешности определения собственной частоты не превышают 0,1 % в широком диапазоне значений параметра  $\zeta$ .

Более существенное влияние на точность определения собственных частот

упругих тонов колебаний оказывает увеличение уровня демпфирования  $\delta_i$ . Например, при  $\alpha \leq 0,5$ ;  $\delta_i \leq 0,15$ ;  $\delta_n = 0,1$  и  $\zeta \leq 0,6$  погрешность определения  $p_i$  не превышает 0,1 %. С увеличением  $\delta_i$  точность снижается: при  $\delta_i = 0,3$ ;  $\zeta = 0,6$  и  $\alpha = 0,5$  погрешность определения частоты составляет 0,4 %.

Были сделаны оценки влияния упругой подвески на точность определения обобщённых масс и обобщённых коэффициентов демпфирования собственных тонов упругих колебаний.

На рис. 2 представлены результаты расчёта относительных обобщённых масс  $\tilde{a}_i$  в зависимости от частоты вынужденных колебаний в окрестности частоты фазового резонанса  $p_i^*$ .

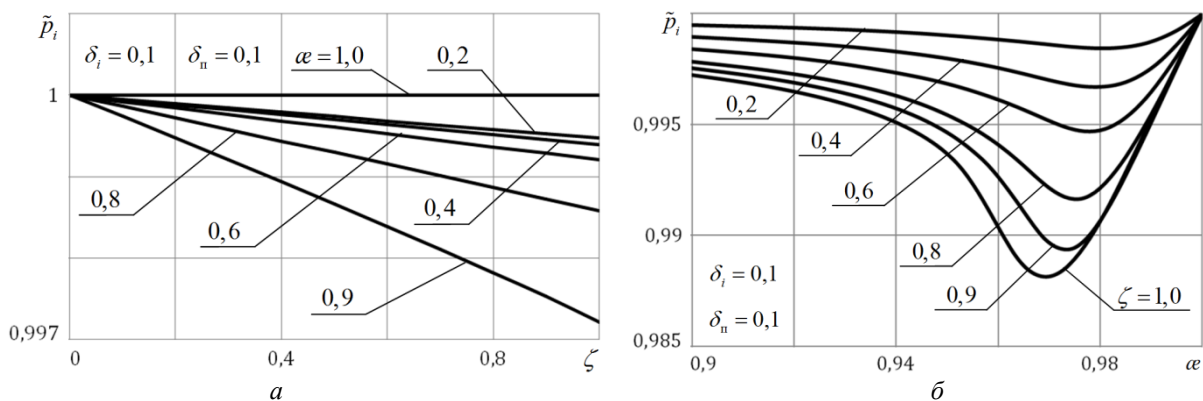


Рис. 1. Оценки собственной частоты в зависимости от параметра: а –  $\zeta$ ; б –  $\alpha$

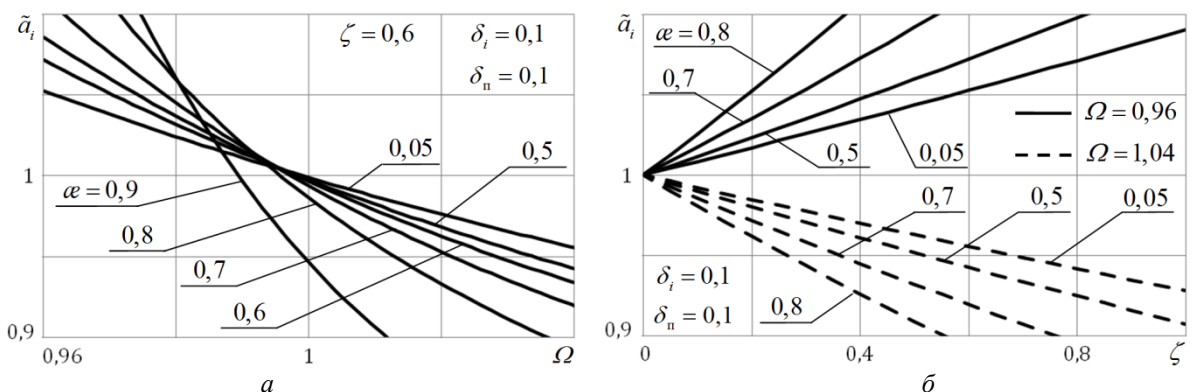


Рис. 2. Оценка обобщённой массы при различных параметрах  $\alpha$  в зависимости от: а –  $\Omega$ ; б –  $\zeta$

Как следует из рис. 2, вблизи частоты  $p_i^*$  имеется диапазон частот вынужденных колебаний, в котором обобщённые массы определяются с наперёд заданной точностью. Но предсказать расположение этого диапазона относительно частоты фазового резонанса не представляется возможным. Кроме того, следует иметь в виду, что исходными данными для расчёта масс являются параметры вынужденных колебаний, измеряемые в процессе испытаний. Это означает, что в их величинах присутствуют погрешности измерений, влияние которых на точность определения обобщённых масс резко возрастает при приближении частоты вынужденных колебаний к частоте фазового резонанса [11; 12].

Приведённые на рис. 2 результаты исследований можно охарактеризовать,

например, такими числами: в частотном диапазоне, составляющем  $\pm 2\%$  от частоты фазового резонанса, при  $\alpha \leq 0,5$ ;  $\delta_i = 0,1$ ;  $\delta_n = 0,1$  и  $\zeta \leq 0,6$  погрешности в оценке обобщённых масс упругих тонов из-за влияния подвески конструкции не превышают 5%.

Влияние подвесочных тонов на точность определения обобщённых коэффициентов демпфирования упругих тонов колебаний иллюстрирует рис. 3: погрешность определения  $\tilde{h}_i$  вблизи частоты фазового резонанса может быть сколь угодно малой в широком диапазоне значений параметров  $\zeta$  и  $\alpha$ . С увеличением  $\zeta$  и  $\alpha$  и удалением от фазового резонанса ошибки оценки характеристики демпфирования, как и оценки обобщённой массы, существенно возрастают.

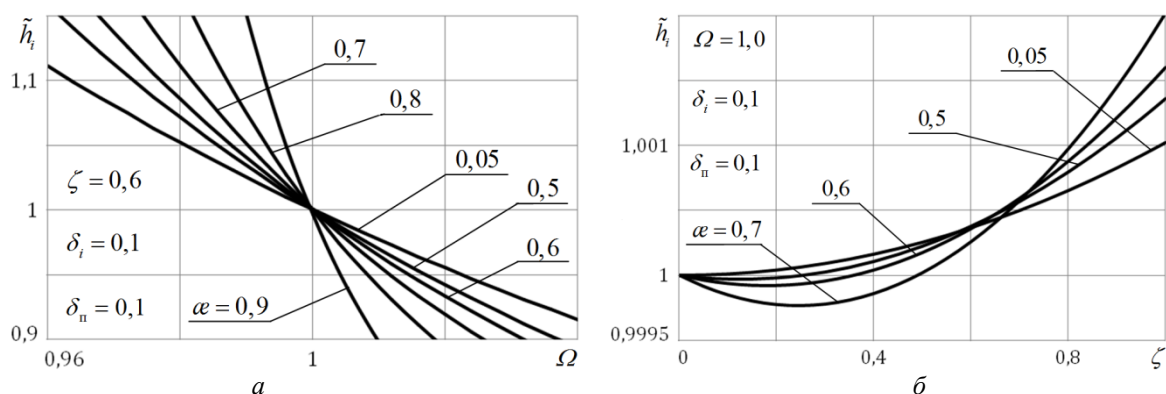


Рис. 3. Оценка обобщённого коэффициента демпфирования при различных параметрах  $\alpha$  в зависимости от: а –  $\Omega$ ; б –  $\zeta$

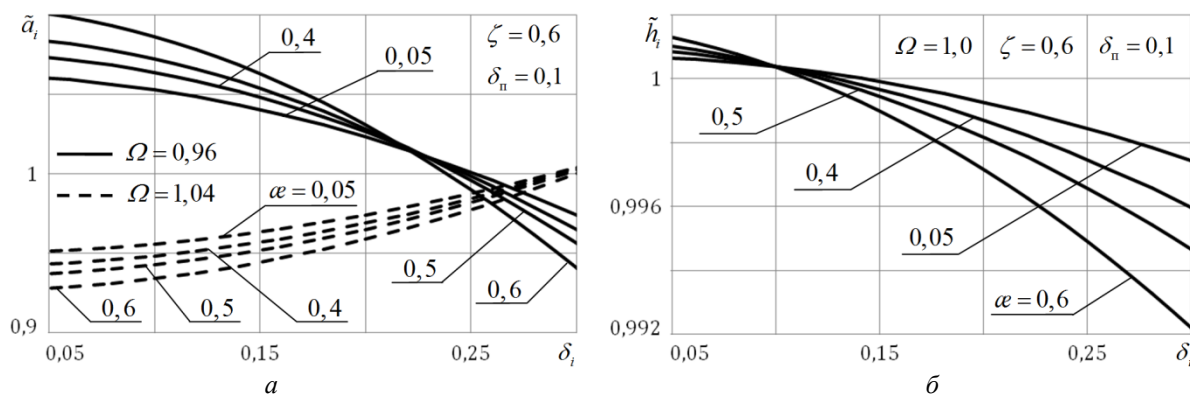


Рис. 4. Оценка обобщённой массы (а) и обобщённого коэффициента демпфирования (б) при различных уровнях демпфирования упругих тонов колебаний

Рис. 4 иллюстрирует погрешности определения обобщённых масс и обобщённых коэффициентов демпфирования в зависимости от уровня демпфирования упругих тонов колебаний. Аналогичные исследования показали, что уровень демпфирования колебаний подвесочных тонов практически не оказывает влияния на погрешности определения характеристик собственных тонов упругих колебаний.

### Заключение

В результате проведённых исследований влияния системы упругого вывешивания летательного аппарата на точность определения обобщённых динамических характеристик собственных тонов колебаний можно сделать следующие выводы:

- наименьшее влияние система вывешивания оказывает на оценки собственных частот. Если собственные частоты объекта на подвеске не превышают 50% от собственных частот упругих колебаний и декременты колебаний конструкции не более 0,15, то погрешности определения собственных частот не превышают 0,1% в широком диапазоне значений параметра  $\zeta$ ;

- для определения обобщённых масс в окрестности собственной частоты тона, составляющей  $\pm 2\%$  от частоты фазового резонанса, точностью не ниже 5% при  $\alpha \leq 0,5$  необходимо, чтобы величина  $\zeta$  не превышала 0,6;

- погрешности в оценках обобщённых коэффициентов демпфирования могут быть сколь угодно малы в широком диапазоне параметров  $\zeta$ ,  $\alpha$ ,  $\delta_i$  и  $\delta_n$ , если эта оценка производится на частоте фазового резонанса;

- с ростом  $\zeta$  и увеличением уровня демпфирования в системе уменьшается диапазон частот вынужденных колебаний, при которых обобщённые характеристики определяются с наперёд заданной точностью. Кроме того, с увеличением  $\zeta$  этот диапазон смещается от частоты  $p_i^*$  в до-резонансную область. Наибольшие смещения возникают при определении обобщённых масс;

- уровень демпфирования колебаний подвесочных тонов практически не оказывает влияния на погрешности определения собственных частот, обобщённых масс и обобщённых коэффициентов демпфирования упругих тонов колебаний.

### Библиографический список

1. Межин В.С., Обухов В.В. Практика применения модальных испытаний для целей верификации конечно-элементных моделей конструкции изделий ракетно-космической техники // Космическая техника и технологии. 2014. № 1(4). С. 86-91.
2. Нарижный А.Г., Смыслов В.И., Сычёв В.И. Исследование аэроупругой устойчивости летательного аппарата крестообразной схемы // Учёные записки ЦАГИ. 2013. Т. XLIV, № 6. С. 116-134.
3. Хейлен В., Ламменс С., Сас П. Модальный анализ: теория и испытания. М.: Новатест, 2010. 319 с.
4. Böswald M., Govers Y., Vollan A., Basien M. Solar Impulse – How to validate the numerical model of a superlight aircraft with A340 dimensions! // Proceedings of ISMA 2010 – International Conference on Noise and Vibration Engineering. Belgium: Katholieke Universiteit Leuven, 2010. P. 2451-2466.
5. Peres M.A., Bono R.W., Brown D.L. Practical Aspects of Shaker Measurements for Modal Testing // Proceedings of ISMA 2010 – International Conference on Noise and Vibra-

tion Engineering, including USD 2010. Katholieke Universiteit LeuvenLeuven; Belgium: Katholieke Universiteit Leuven, 2010. P. 2539-2550.

6. Карклэ П.Г., Малютин В.А., Мамедов О.С., Поповский В.Н., Смотров А.В., Смыслов В.И. О современных методиках наземных испытаний самолётов в аэроупругости // Труды ЦАГИ. 2012. Вып. 2708. 34 с.

7. Микишев Г.Н., Рабинович Б.И. Динамика тонкостенных конструкций с отсеками, содержащими жидкость. М.: Машиностроение, 1971. 564 с.

8. Кононенко В.О., Плахтиенко Н.П. Методы идентификации механических нелинейных колебательных систем. Киев: Наукова думка, 1976. 114 с.

9. Бернс В.А. Модальная идентификация динамических систем на основе монофазных колебаний // Научный вестник Новосибирского государственного технического университета. 2010. № 3 (40). С. 99–109.

10. Бернс В.А. Погрешности определения характеристик собственных тонов при близких собственных частотах // Контроль. Диагностика. 2011. № 3 (153). С. 12–17.

11. Бернс В.А. Оценка точности определения характеристик собственных тонов при наличии случайных ошибок в экспериментальных данных // Вестник Сибирского государственного аэрокосмического университета им. академика М.Ф. Решетнёва. 2010. № 5 (31). С. 208–212.

12. Жаров Е.А., Смыслов В.И. Точность определения колебательных характеристик упругой конструкции при резонансных испытаниях с многоточечным возбуждением // Учёные записки ЦАГИ. 1976. Т. VII, № 5. С. 88–97.

### Информация об авторах

**Бернс Владимир Андреевич**, доктор технических наук, доцент, начальник отдела, Сибирский научно-исследовательский институт авиации им. С.А. Чаплыгина, г. Новосибирск. E-mail: [v.berns@yandex.ru](mailto:v.berns@yandex.ru). Область научных интересов: динамика и прочность летательных аппаратов.

**Долгополов Антон Валерьевич**, младший научный сотрудник, Центральный аэрогидродинамический институт имени профессора Н.Е. Жуковского, г. Жуковский. E-mail: [dolganton@yandex.ru](mailto:dolganton@yandex.ru). Область научных интересов: динамика и прочность летательных аппаратов.

**Жуков Егор Павлович**, инженер, Сибирский научно-исследовательский институт авиации им. С.А. Чаплыгина, г. Новосибирск. E-mail: [zh-ep@yandex.ru](mailto:zh-ep@yandex.ru). Область научных интересов: динамика и прочность летательных аппаратов.

**Маринин Дмитрий Александрович**, начальник отдела, АО «Информационные спутниковые системы» имени академика М.Ф. Решетнёва», г. Железногорск, Красноярский край. E-mail: [marinin\\_dmitry@mail.ru](mailto:marinin_dmitry@mail.ru). Область научных интересов: динамические испытания авиационной и космической техники.



## INFLUENCE OF THE SUSPENSION SYSTEM ON THE ACCURACY OF THE AIRCRAFT MODAL TESTING RESULTS

© 2016 V. A. Berns<sup>1</sup>, A. V. Dolgoplov<sup>2</sup>, E. P. Zhukov<sup>1</sup>, D. A. Marinin<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Siberian Aeronautical Research Institute named after S.A. Chaplygin,  
Novosibirsk, Russian Federation

<sup>2</sup>Central Aerohydrodynamic Institute named after N.E. Zhukovsky,  
Zhukovsky, Russian Federation

<sup>3</sup>Academician M.F. Reshetnev Information Satellite Systems,  
Zheleznogorsk, Krasnoyarsk Region, Russian Federation

Modal testing is an efficient tool for checking and updating of computational dynamic models of aircraft. Test objects are fixed by special elastic suspension systems during the modal testing time. Stiffness characteristics of such systems are determined on the assumption that the impact of the suspension on the eigentones of elastic vibrations of a freely flying aircraft should not exceed the pre-arranged level. It is therefore considered that the vibration frequency of the structure as a rigid body on the suspension should be several times lower than the natural frequency of the first flexible mode. Besides, different sources recommend various ratios between these frequencies. As to the modal testing of large flexible space structures, the task of creating such a suspension becomes many times more difficult because such structures can have very low natural frequencies of flexible modes.

The influence of the suspension system on the accuracy of the aircraft modal testing results manifests itself in two ways. On the one hand, the use of the suspension leads to an increase of all natural frequencies of the test object. On the other hand, the occurrence of modes of the object as a rigid body with non-zero frequencies leads to the aircraft phase resonance frequency shifts which determine the natural frequencies of flexible mode tones.

The paper presents a technique for correcting an aircraft computational dynamic model taking into account the suspension system. The correction is based on the fact that the errors in measurement of displacements in modal tests (i.e. eigenmodes as well) are greater than the errors in determining natural frequencies by more than an order of magnitude. The effect of modes of an object as a rigid body on an elastic suspension system on the accuracy of determination of its natural frequencies, generalized masses and generalized damping factors of flexible modes is analyzed.

*Experimental modal analysis, suspension system, computational model correction, phase resonance, vibrations of a solid body, natural frequency, generalized mass, generalized damping coefficient.*

### References

1. Mezhin V.S., Obukhov V.V. The practice of using modal tests to verify finite element models of rocket and space hardware. *Space Engineering and Technology*. 2014. No. 1(4). P. 86-91. (In Russ.)
2. Narizhny A.G., Smyslov V.I., Sychev V.I. Aeroelastic stability research of a cross-shaped flying vehicle. *TsAGI Science Journal*. 2013. V. 44, Iss. 6. P. 885-909. DOI:10.1615/tsagiscij.2014011150
3. Heylen W., Lammens S., Sas P. *Modal Analysis Theory and Testing*. 2nd ed. Leuven, Belgium, Catholic University Leuven, 1997. 340 p.
4. Böswald M., Govers Y., Vollan A., Basien M. Solar Impulse – How to validate the numerical model of a superlight aircraft with A340 dimensions! *Proceedings of ISMA 2010 – International Conference on Noise and Vibration Engineering*. Belgium: Katholieke Universiteit Leuven, 2010. P. 2451-2466.

---

*Citation:* Berns V.A., Dolgoplov A.V., Zhukov E.P., Marinin D.A. Influence of suspension system on the accuracy of the aircraft modal testing results. *Vestnik of the Samara State Aerospace University*. 2016. V. 15, no. 1. P. 18-27. DOI: 10.18287/2412-7329-2016-15-1-18-27

5. Peres M.A., Bono R.W., Brown D.L. Practical Aspects of Shaker Measurements for Modal Testing. *Proceedings of ISMA 2010 – International Conference on Noise and Vibration Engineering, including USD 2010*. Belgium: Katholieke Universiteit Leuven, 2010. P. 2539-2550.
6. Karkle P.G., Malyutin V.A., Mamedov O.S., Popovskiy V.N., Smotrov A.V., Smyslov V.I. About modern methods of ground testing of aircraft in aeroelasticity. *Trudy TsAGI*. 2012. Iss. 2708. 34 p. (In Russ.)
7. Mikishev G.N., Rabinovich B.I. *Dinamika tonkostennykh konstruksiy s otsekami, sodержashchimi zhidkost'* [Dynamics of thin-walled structures with compartments containing liquid]. Moscow: Mashinostroenie Publ., 1971. 564 p.
8. Kononenko V.O., Plakhtienko N.P. *Metody identifikatsii mekhanicheskikh nelineynykh kolebatel'nykh sistem* [Methods of identification of mechanical nonlinear vibrating systems]. Kiev: Naukova dumka Publ., 1976. 114 p.
9. Berns V.A. Modal identification of the dynamic systems on the basis of monophasic vibrations. *Science Bulletin of NSTU*. 2010. No. 3 (40). P. 99-109. (In Russ.)
10. Berns V.A. Errors in the Definition of Eigen Tones Characteristics in Close Natural Frequencies. *Testing. Diagnostics*. 2011. No. 3(153). P. 12-16. (In Russ.)
11. Berns V.A. Assessment of determination accuracy of eigentones characteristics in the presence of random errors in the experimental data. *Vestnik Sibirskogo gosudarstvennogo aerokosmicheskogo universitetaimeni akademika M. F. Reshetneva*. 2010. No. 5(31). P. 208-212. (In Russ.)
12. Zharov E.A., Smyslov V.I. The accuracy of determining the vibrational characteristics of the elastic structure when the resonant test with multi-point excitation. *TsAGI Science Journal*. 1976. V. 7, no. 5. P. 88-97. (In Russ.)

#### About the authors

**Berns Vladimir Andreevich**, Doctor of Science (Engineering), Assistant Professor, Head of Department, Federal State Unitary Enterprise Siberian Aeronautical Research Institute named after S. A. Chaplygin, Novosibirsk, Russian Federation. E-mail: [v.berns@yandex.ru](mailto:v.berns@yandex.ru). Area of Research: dynamics and strength of aircraft.

**Dolgoplov Anton Valerievich**, Junior Research Assistant, Federal State Unitary Enterprise Central Aerohydrodynamic Institute named after N.E. Zhukovsky, Zhukovsky, Russian Federation. E-mail: [dolganton@yandex.ru](mailto:dolganton@yandex.ru). Area of Research: dynamics and strength of aircraft.

**Zhukov Egor Pavlovich**, engineer, Federal State Unitary Enterprise Siberian Aeronautical Research Institute named after S. A. Chaplygin, Novosibirsk, Russian Federation. E-mail: [zh-ep@yandex.ru](mailto:zh-ep@yandex.ru). Area of Research: dynamics and strength of aircraft.

**Marinin Dmitry Aleksandrovich**, Head of Department, Joint Stock Company «Academician M. F. Reshetnev Information Satellite Systems, Zheleznogorsk, Krasnoyarsk Region, Russian Federation. E-mail: [marinin\\_dmitry@mail.ru](mailto:marinin_dmitry@mail.ru). Area of Research: dynamic tests of aerospace systems.