

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ПОВРЕЖДЁННОСТИ ПО ТОЛЩИНЕ ИЗГИБАЕМОГО ЛИСТА ПРИ ПРИМЕНЕНИИ ДИАГРАММЫ ПЛАСТИЧНОСТИ

© 2024

Е. А. Лямина кандидат физико-математических наук, доцент, старший научный сотрудник лаборатории механики технологических процессов; Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, Москва; lyamina@inbox.ru

Строится полуаналитическое решение для определения распределения осреднённого параметра трёхосности напряжённого состояния, входящего в критерий пластического разрушения, по толщине листа, находящегося под действием изгибающего момента и растягивающей силы. Принимается, что лист находится в плоскодеформированном состоянии. Материал листа является упругопластическим, предел пластичности при одноосном растяжении является произвольной функцией, эквивалентной пластической деформации. Решение позволяет предсказать возникновение пластического разрушения и распределение по толщине листа степени использования запаса пластичности.

Повреждённость; диаграмма пластичности; совместный изгиб и растяжение; полуаналитическое решение

Цитирование: Лямина Е.А. Распределение повреждённости по толщине изгибаемого листа при применении диаграммы пластичности // Вестник Самарского университета. Аэрокосмическая техника, технологии и машиностроение. 2024. Т. 23, № 4. С. 133-143. DOI: 10.18287/2541-7533-2024-23-4-133-143

Введение

Для предсказания развития повреждённости в процессах обработки металлов давлением применяются три группы моделей. К первой группе относятся несвязные модели, обзор которых представлен в [1 – 4]. При использовании таких моделей развитие повреждённости в материале рассчитывается после решения краевой задачи теории пластичности. Ко второй группе относятся частично связанные модели, например [5]. В этом случае параметр повреждённости влияет на условие пластичности, но не влияет на закон пластического течения. К третьей группе относятся полностью связанные модели, например [6]. В этом случае параметр повреждённости входит в условие пластичности и закон пластического течения. Широко используемый класс несвязных моделей основан на диаграмме пластичности [7; 8]. Соответствующие критерии пластического разрушения предложены и применены в [7; 9]. В настоящей работе критерий разрушения, основанный на диаграмме пластичности, применяется для определения степени использования запаса пластичности при одновременном изгибе и растяжении листа в условиях плоскодеформированного состояния.

Гибка является широко распространённой операцией листовой штамповки [10]. Одни из первых теоретических решений для анализа этого процесса были получены в [11 – 13]. При применении критериев пластического разрушения необходимо следить за напряжённо-деформированным состоянием в материальной точке в процессе деформирования. В связи с этим целесообразно использовать решения в лагранжевых координатах. Такие решения получены в [14; 15]. В настоящей работе анализ развития повреждённости проводится на основе решения, представленного в [15].

Модель материала

При применении несвязных моделей пластического разрушения необходимо сформулировать определяющие уравнения, служащие для расчёта напряжённо-

деформированного состояния, и уравнения для предсказания возникновения пластического разрушения. К первой группе уравнений относится условие пластичности, ассоциированный закон пластического течения и закон деформационного упрочнения. В случае плоскодеформированного состояния несжимаемого материала любое изотропное условие пластичности принимает форму:

$$|\sigma_1 - \sigma_2| = \frac{2\sigma_0}{\sqrt{3}} \Phi(\varepsilon_{eq}^p), \quad (1)$$

где σ_0 – характерное напряжение; σ_1 и σ_2 – главные напряжения в плоскости изгиба; ε_{eq}^p – эквивалентная пластическая деформация; $\Phi(\varepsilon_{eq}^p)$ – произвольная функция ε_{eq}^p , удовлетворяющая условиям $\Phi(0) = 1$ и $d\Phi/d\varepsilon_{eq}^p \geq 0$ для всех значений ε_{eq}^p . В дальнейшем для определённости будем считать, что выполняется условие Мизеса и σ_0 – начальный предел пластичности при одноосном растяжении. Тогда эквивалентная скорость пластической деформации в рассматриваемых условиях определяется как

$$\xi_{eq}^p = \sqrt{\frac{2}{3}} \sqrt{(\xi_1^p)^2 + (\xi_2^p)^2}, \quad (2)$$

где ξ_1^p и ξ_2^p – пластические составляющие главных полных скоростей деформации, которые обозначаются как ξ_1 и ξ_2 . Эквивалентная пластическая деформация определяется из уравнения

$$\frac{d\varepsilon_{eq}^p}{dt} = \xi_{eq}^p, \quad (3)$$

где d/dt обозначает материальную производную. Упругие деформации связаны с напряжениями законом Гука. Кроме того,

$$\xi_1 = \xi_1^p + \xi_1^e, \quad \xi_2 = \xi_2^p + \xi_2^e, \quad (4)$$

где ξ_1^e и ξ_2^e – упругие составляющие главных скоростей деформации.

Диаграмма пластичности выражается соотношением

$$\varepsilon_{eq}^f = G(\beta), \quad (5)$$

где ε_{eq}^f – эквивалентная пластическая деформация при возникновении разрушения; β – параметр трёхосности напряжённого состояния; $G(\beta)$ – функция β , определяемая из эксперимента. Параметр трёхосности напряжённого состояния определяется соотношением

$$\beta = \frac{3\sigma}{\sigma_M}, \quad (6)$$

где σ – гидростатическое напряжение и σ_M – напряжение Мизеса.

Из (6) видно, что параметр трёхосности напряжённого состояния пропорционален показателю напряжённого состояния, используемому в [7]. Принимая во внимание (1), уравнение (6) можно переписать в виде:

$$\beta = \frac{3\sigma}{\sigma_0 \Phi(\varepsilon_{eq}^p)}. \quad (7)$$

Условие разрушения, предложенное в [9], имеет вид

$$\varepsilon_{eq}^f = G(\beta_{av}), \quad (8)$$

где

$$\beta_{av} = \frac{1}{\varepsilon_{eq}^p} \int_0^t \beta \varepsilon_{eq}^p d\tau. \quad (9)$$

Процесс

Рассматривается процесс совместного изгиба и растяжения листа в условиях плоскодеформированного состояния в приближенной постановке (рис. 1). В частности, предполагается, что давление P , действующее на поверхность CD , распределено равномерно, поверхности BC и AD представляются прямыми линиями, а поверхности AB и CD – дугами окружностей в ходе всего процесса деформирования. Для модели упруго-пластического несжимаемого материала напряжённо-деформированное состояние при деформации прямоугольника (рис. 1, а) в круговой сектор (рис. 1, б) определено в [15]. Ниже приводятся основные уравнения, необходимые для применения условия разрушения (8).

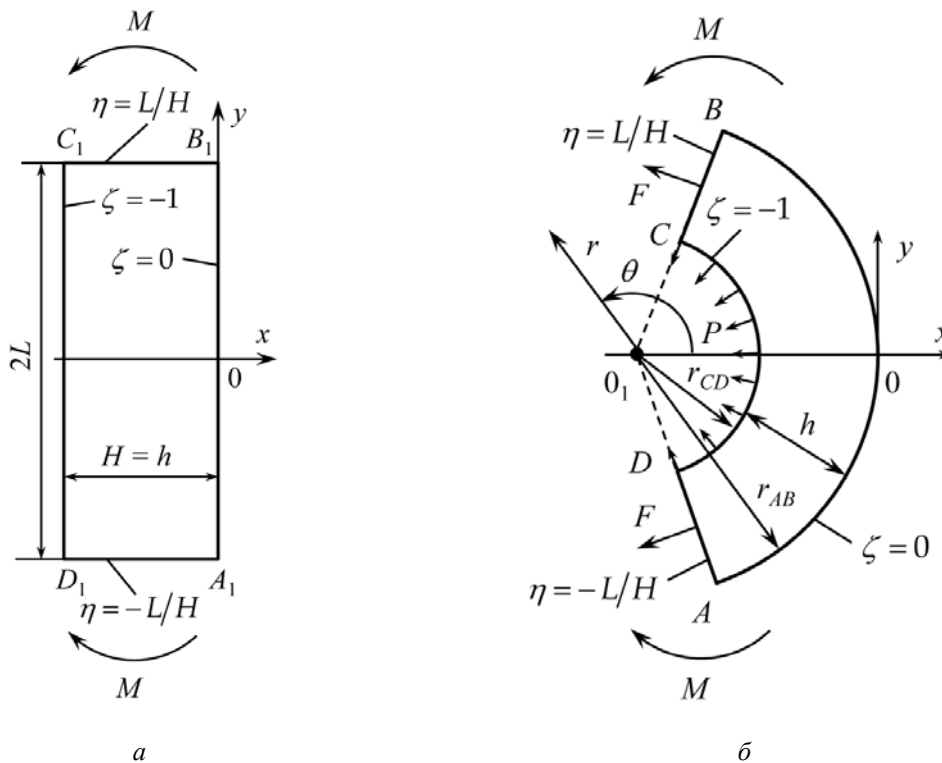


Рис. 1. Схематическая диаграмма процесса и координатные системы: а – начальное состояние листа; б – деформированное состояние листа

Вводятся три системы координат: (x, y) , (r, θ) и (ζ, η) . Начало декартовой системы координат (x, y) выбирается в точке пересечения оси симметрии процесса и поверхности AB . Причём ось x совпадает с осью симметрии. Начало полярной системы координат (r, θ) совпадает с точкой пересечения продолжения отрезков BC и AD . Причём, $\theta = 0$ соответствует оси симметрии процесса. Система координат (ζ, η) лагранжева. Причём в начальный момент времени $x = \zeta H$ и $y = \eta H$ (рис. 1, а), где H – начальная толщина листа. Эти уравнения показывают, что $\zeta = 0$ на AB и $\zeta = -1$ на CD в течение всего процесса деформирования. Половина начальной ширины листа обозначена L . Лагранжева и декартова системы координат связаны соотношениями

$$\frac{x}{H} = \sqrt{\frac{\zeta}{a} + \frac{s}{a^2}} \cos(2a\eta) - \frac{\sqrt{s}}{a}, \quad \frac{y}{H} = \sqrt{\frac{\zeta}{a} + \frac{s}{a^2}} \sin(2a\eta). \quad (10)$$

Здесь s – функция a , которая должна быть определена в ходе решения краевой задачи, а a – параметр, играющий роль времени. В начале процесса $a = 0$ и $s = 1/4$. Полярный радиус связан с лагранжевой системой координат соотношением:

$$\frac{r}{H} = \frac{\sqrt{\zeta a + s}}{a}. \quad (11)$$

Сила F , приложенная к сторонам BC и AD , связана с давлением P уравнением

$$p = \frac{fa}{\sqrt{s-a}}, \quad (12)$$

где $p = P/\sigma_0$ и $f = F/(\sigma_0 H)$.

Можно выделить три характерных стадии процесса деформирования. На первой стадии весь лист находится в упругом состоянии. Эта стадия заканчивается, когда условие пластичности начинает выполняться на поверхности AB . Соответствующие значения a и s , обозначенные как a_e и s_e , определяются как

$$\frac{6kfa_e}{\sqrt{s_e - a_e}} = \ln^2(4s_e) - \ln^2[4(s_e - a_e)], \quad s_e = \exp(\sqrt{3}k)/4, \quad (13)$$

где $k = \sigma_0/(3G)$ и G – упругий модуль сдвига. При $a \geq a_e$ реализуется вторая стадия процесса, характеризующаяся упругой областью $-1 \leq \zeta \leq \zeta_1$ и пластической областью $\zeta_1 \leq \zeta \leq 0$. Положение упругопластической границы $\zeta = \zeta_1$ зависит от a . На этой стадии имеют место следующие соотношения:

$$s = \frac{1}{4} \exp\left\{\sqrt{3}[\varepsilon_1 + k\Phi(\varepsilon_1)]\right\}, \quad \ln[4(\zeta_1 a + s)] = \sqrt{3}k, \quad (14)$$

$$\frac{fa}{\sqrt{s-a}} + \frac{1}{6k} \ln^2[4(s-a)] = \Psi(\varepsilon_1) - \Psi(0) + \frac{k}{2} \Phi^2(\varepsilon_1).$$

Здесь ε_1 – значение ε_{eq}^p на поверхности AB и $\Psi(\varepsilon_{eq}^p)$ – первообразная $\Phi(\varepsilon_{eq}^p)$. Решение системы (14) позволяет найти зависимости s , ε_1 и ζ_1 от a при заданном значении f . Эта стадия процесса заканчивается, когда условие пластичности начинает выполняться на поверхности CD . Соответствующее условие имеет вид

$$\exp(-\sqrt{3}k) = \exp\left\{\sqrt{3}\left[\varepsilon_1 + k\Phi(\varepsilon_1)\right]\right\} - 4a. \quad (15)$$

Это уравнение и решение системы (14) определяют значение ε_1 , при котором заканчивается вторая стадия процесса. Это значение обозначается $\varepsilon_1^{(1)}$. Соответствующий параметр a и все параметры, зависящие от a , теперь могут быть определены с помощью решения системы (14). При $\varepsilon_1 \geq \varepsilon_1^{(1)}$ реализуется третья стадия процесса, характеризующаяся упругой областью $\zeta_2 \leq \zeta \leq \zeta_1$ и двумя пластическими областями, $\zeta_1 \leq \zeta \leq 0$ и $-1 \leq \zeta \leq \zeta_2$. Положение второй упругопластической границы $\zeta = \zeta_2$ также зависит от a . На этой стадии имеют место следующие соотношения:

$$\begin{aligned} s &= \frac{1}{4} \exp\left\{\sqrt{3}\left[\varepsilon_1 + k\Phi(\varepsilon_1)\right]\right\}, \quad \ln[4(\zeta_1 a + s)] = \sqrt{3}k, \\ \frac{2fa}{\sqrt{s-a}} + 2[\Psi(\varepsilon_2) - \Psi(\varepsilon_1)] + k[\Phi^2(\varepsilon_2) - \Phi^2(\varepsilon_1)], \\ \ln[4(\zeta_2 a + s)] &= -\sqrt{3}k, \quad \sqrt{3}\varepsilon_2 = -\ln[4(s-a)] - \sqrt{3}k\Phi(\varepsilon_2). \end{aligned} \quad (16)$$

Здесь ε_2 – значение ε_{eq}^p на поверхности CD . Система (16) состоит из пяти уравнений для определения зависимостей a , s , ζ_1 , ζ_2 и ε_1 от ε_2 .

Напряжения в лагранжевой системе координат являются главными. Распределения этих напряжений по толщине листа в пластических областях имеют вид

$$\frac{\sigma_\zeta}{\sigma_0} = \Psi(\varepsilon_{eq}^p) - \Psi(\varepsilon_1) + \frac{k}{2}[\Phi^2(\varepsilon_{eq}^p) - \Phi^2(\varepsilon_1)], \quad \frac{\sigma_\eta}{\sigma_0} = \frac{\sigma_\zeta}{\sigma_0} + \frac{2}{\sqrt{3}}\Phi(\varepsilon_{eq}^p) \quad (17)$$

в области $\zeta_1 \leq \zeta \leq 0$ и

$$\frac{\sigma_\zeta}{\sigma_0} = \Psi(\varepsilon_{eq}^p) - \Psi(\varepsilon_2) + \frac{k}{2}[\Phi^2(\varepsilon_{eq}^p) - \Phi^2(\varepsilon_2)] - \frac{fa}{\sqrt{s-a}}, \quad \frac{\sigma_\eta}{\sigma_0} = \frac{\sigma_\zeta}{\sigma_0} - \frac{2}{\sqrt{3}}\Phi(\varepsilon_{eq}^p) \quad (18)$$

в области $-1 \leq \zeta \leq \zeta_2$. Распределения эквивалентной пластической деформации в пластических областях определяются из уравнений:

$$\varepsilon_{eq}^p = \frac{1}{\sqrt{3}} \ln[4(\zeta a + s)] - k\Phi(\varepsilon_{eq}^p), \quad \varepsilon_{eq}^p = -\frac{1}{\sqrt{3}} \ln[4(\zeta a + s)] - k\Phi(\varepsilon_{eq}^p). \quad (19)$$

Первое уравнение относится к области $\zeta_1 \leq \zeta \leq 0$, второе – к области $-1 \leq \zeta \leq \zeta_2$. С помощью (7), (18) и (19) можно вычислить распределение величины β по толщине листа на любой стадии процесса и в любой материальной точке. В частности, $\sigma = (\sigma_\zeta + \sigma_\eta) / 2$.

Развитие повреждённости

Применение критерия пластического разрушения (8) требует вычисления величины β_{av} по уравнению (9). Из (7) и (9) следует

$$\beta_{av} = \frac{3}{\varepsilon_{eq}^p \sigma_0} \int_{t_\zeta}^t \frac{\sigma}{\Phi(\varepsilon_{eq}^p)} \xi_{eq}^p d\tau. \quad (20)$$

Подынтегральное выражение включает величину ζ . При вычислении интеграла эта величина фиксирована (определяет материальную точку, в которой вычисляется изменение β_{av} во времени). Нижний предел интегрирования t_ζ соответствует величине t , при которой упругопластическая граница совпадает с фиксированной величиной ζ . Исключая в (20) гидростатическое напряжение с помощью (17) и (18), получим

$$\beta_{av} = \frac{3}{\varepsilon_{eq}^p} \int_{t_\zeta}^t \left\{ \Psi(\varepsilon_{eq}^p) - \Psi(\varepsilon_1) + \frac{k}{2} [\Phi^2(\varepsilon_{eq}^p) - \Phi^2(\varepsilon_1)] \right\} \Phi^{-1}(\varepsilon_{eq}^p) \xi_{eq}^p d\tau + \sqrt{3} \quad (21)$$

в области $\zeta_1 \leq \zeta \leq 0$ и

$$\beta_{av} = \frac{3}{\varepsilon_{eq}^p} \int_{t_\zeta}^t \left\{ \Psi(\varepsilon_{eq}^p) - \Psi(\varepsilon_2) + \frac{k}{2} [\Phi^2(\varepsilon_{eq}^p) - \Phi^2(\varepsilon_2)] - \frac{fa}{\sqrt{s-a}} \right\} \Phi^{-1}(\varepsilon_{eq}^p) \xi_{eq}^p d\tau - \sqrt{3} \quad (22)$$

в области $-1 \leq \zeta \leq \zeta_2$. Очевидно, что величины t_ζ , входящие в (21) и (22), имеют разные значения. Подставляя (19) в (3), найдём

$$\xi_{eq}^p = \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{(\zeta + ds/da)}{(\zeta a + s) [1 + k\Phi'(\varepsilon_{eq}^p)]} \frac{da}{dt} \quad (23)$$

в области $\zeta_1 \leq \zeta \leq 0$ и

$$\xi_{eq}^p = -\frac{1}{\sqrt{3}} \frac{(\zeta + ds/da)}{(\zeta a + s) [1 + k\Phi'(\varepsilon_{eq}^p)]} \frac{da}{dt} \quad (24)$$

в области $-1 \leq \zeta \leq \zeta_2$. В уравнениях (23) и (24) введено обозначение $\Phi'(\varepsilon_{eq}^p) \equiv d\Phi/d\varepsilon_{eq}^p$. Подставляя (23) и (24) в (21) и (22), соответственно, и переходя от интегрирования по t к интегрированию по a , получим

$$\beta_{av} = \frac{\sqrt{3}}{\varepsilon_{eq}^p} \int_{a_{\zeta}}^a \Lambda_1(\alpha) d\alpha + \sqrt{3} \quad (25)$$

в области $\zeta_1 \leq \zeta \leq 0$ и

$$\beta_{av} = \frac{\sqrt{3}}{\varepsilon_{eq}^p} \int_{a_{\zeta}}^a \Lambda_2(\alpha) d\alpha - \sqrt{3} \quad (26)$$

в области $-1 \leq \zeta \leq \zeta_2$. В этих уравнениях a_{ζ} – величина a при $t = t_{\zeta}$ и

$$\Lambda_1(\alpha) = \frac{(\zeta + ds/da)}{(\zeta a + s)[1 + k\Phi'(\varepsilon_{eq}^p)]} \left\{ \Psi(\varepsilon_{eq}^p) - \Psi(\varepsilon_1) + \frac{k}{2} [\Phi^2(\varepsilon_{eq}^p) - \Phi^2(\varepsilon_1)] \right\} \Phi^{-1}(\varepsilon_{eq}^p), \quad (27)$$

$$\Lambda_2(\alpha) = -\frac{(\zeta + ds/da)}{(\zeta a + s)[1 + k\Phi'(\varepsilon_{eq}^p)]} \times \left\{ \Psi(\varepsilon_{eq}^p) - \Psi(\varepsilon_2) + \frac{k}{2} [\Phi^2(\varepsilon_{eq}^p) - \Phi^2(\varepsilon_2)] - \frac{fa}{\sqrt{s-a}} \right\} \Phi^{-1}(\varepsilon_{eq}^p) \quad (28)$$

В (27) и (28) эквивалентная пластическая деформация должна быть исключена с помощью (19). Кроме того, s , ε_1 и ε_2 – функции a , известные из решения, представленного в предыдущей секции. Таким образом, интегрирование в (25) и (26) может быть выполнено численно.

Диаграмма пластичности для стали С45 была экспериментально определена в [16]. Функция G , входящая в (8), имеет вид

$$G(\beta_{av}) = 0,8 \exp(-2,37\beta_{av}). \quad (29)$$

Закон упрочнения определён в [17]. Функция Φ , входящая в (1), имеет вид

$$\Phi(\varepsilon_{eq}^p) = 1 + 2,3(\varepsilon_{eq}^p)^{0,345}. \quad (30)$$

Численное интегрирование было выполнено для $k = 0,003$ и нескольких значений f . На рис. 2 показан участок диаграммы пластичности (линия 1) и зависимости эквивалентной пластической деформации от β_{av} для $f = 0,2$, $f = 0,4$ и $f = 0,6$. Эти зависимости очень слабо зависят от величины f и все они обозначены цифрой 2. Пересечение кривых 1 и 2 определяет значение эквивалентной пластической деформации при разрушении и место возникновения разрушения. В частности, разрушение наступает на поверхности AB , свободной от напряжений, что и является причиной пренебрежимо малого влияния величины f на форму кривых 2. При этом эквивалентная пластическая деформация точек этой поверхности при разрушении равна $\varepsilon_1^f \approx 0,013$. Величины s и a , соответствующие этому значению ε_1 , также вычисляются в ходе численного решения. Радиус поверхности CD определяется из (11) при этих значениях s и a , а также при $\zeta = -1$. Этот радиус зависит от f (табл. 1).

Таблица 1. Зависимость величины радиуса поверхности CD при возникновении разрушения от f

f	0,2	0,4	0,6
R_{CD}/H	36,2	40,2	44,3

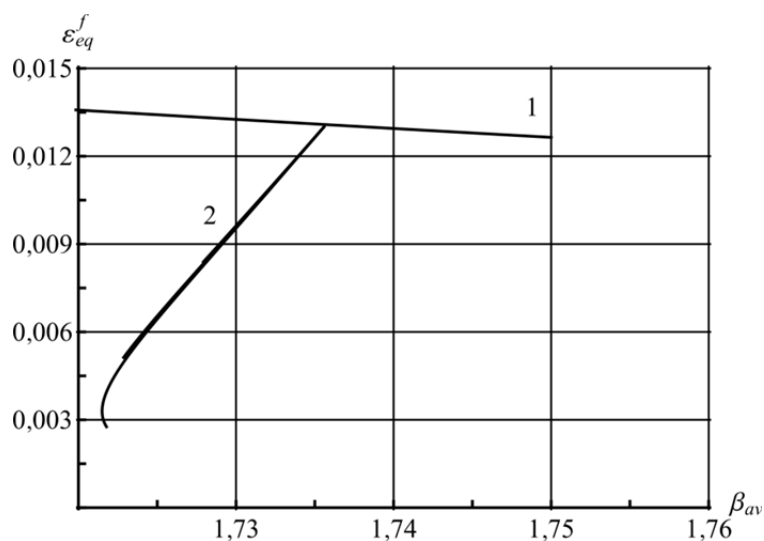


Рис. 2. Диаграмма пластичности и зависимость эквивалентной пластической деформации от β_{av} в области, прилегающей к поверхности AB

Рис. 2 также иллюстрирует степень использования запаса пластичности по толщине листа вблизи поверхности AB . И использованный запас пластичности вблизи упругопластической границы $\zeta = \zeta_1$ и в пластической области $-1 \leq \zeta \leq \zeta_2$ незначительный.

Заключение

Выполнен общий анализ развития повреждённости при совместном изгибе и растяжении листа в условиях плоскодеформированного состояния с использованием критерия пластического разрушения, основанного на диаграмме пластичности. Решение сводится к вычислению обыкновенных интегралов и иллюстрируется на примере расчёта стального листа, свойства материала которого известны из литературы. Разрушение, как и ожидается, наступает на внешней поверхности листа. Решение определяет зависимость радиуса внутренней поверхности в момент возникновения разрушения от растягивающей силы и степень использования запаса пластичности по толщине листа. При этом в пластической области вблизи внутренней поверхности листа израсходованный запас пластичности пренебрежимо мал, так как эквивалентная пластическая деформация, приводящая к разрушению при данном напряжённом состоянии, велика. Кроме того, израсходованный запас пластичности также пренебрежимо мал в окрестности упругопластической границы в пластической области, примыкающей к внешней границе листа, что связано с малой величиной эквивалентной пластической деформации вблизи упругопластической границы.

Исследование выполнено за счёт гранта Российского научного фонда (проект № 23-21-00335).

Библиографический список

1. Atkins A.G. Fracture in forming // *Journal of Materials Processing Technology*. 1996. V. 56, Iss. 1-4. P. 609-618. DOI: 10.1016/0924-0136(95)01875-1
2. Landre J., Pertence A., Cetlin P.R., Rodrigues J.M.C., Martins P.A.F. On the utilisation of ductile fracture criteria in cold forging // *Finite Elements in Analysis and Design*. 2003. V. 39, Iss. 3. P. 175-186. DOI: 10.1016/S0168-874X(02)00065-3
3. Liu H., Fu M. Prediction and analysis of ductile fracture in sheet metal forming. Part I: A modified Ayada criterion // *International Journal of Damage Mechanics*. 2014. V. 23, Iss. 8. P. 1189-1210. DOI: 10.1177/1056789514541559
4. Liu H., Fu M. Prediction and analysis of ductile fracture in sheet metal forming. Part II: Application of the modified Ayada criterion // *International Journal of Damage Mechanics*. 2016. V. 25, Iss. 2. P. 120-140. DOI: 10.1177/1056789514535231
5. Lemaitre J. Coupled elasto-plasticity and damage constitutive equations // *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 1985. V. 51, Iss. 1-3. P. 31-49. DOI: 10.1016/0045-7825(85)90026-X
6. Miloud M.H., Imad A., Benseddiq N., Bachir Bouiadjra B., Bounif A., Serier B. A numerical analysis of relationship between ductility and nucleation and critical void volume fraction parameters of Gurson – Tvergaard – Needleman model // *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*. 2013. V. 227, Iss. 11. P. 2634-2646. DOI: 10.1177/0954406213476232
7. Колмогоров В.Л., Богатов А.А., Мигачев Б.А., Зудов Е.Г., Фрейдензон Ю.Е., Фрейдензон М.Е. Пластичность и разрушение. М.: Металлургия, 1977. 336 с.
8. Vujovic V., Shabaik A.H. A new workability criterion for ductile metals // *Journal of Engineering Materials and Technology*. 1986. V. 108, Iss. 3. P. 245-249. DOI: 10.1115/1.3225876
9. Alexandrov S., Vilotic D., Konjovic Z., Vilotic M. An improved experimental method for determining the workability diagram // *Experimental Mechanics*. 2013. V. 53. P. 699-711. DOI: 10.1007/s11340-012-9676-3
10. Сторожев М.В., Попов Е.А. Теория обработки металлов давлением. М.: Машиностроение, 1977. 423 с.
11. Ренне И.П. Пластический изгиб листовой заготовки // *Труды Тульского механического института*. Вып. 4. М.: Оборонгиз, 1950. С. 146-162.
12. Безухов Н.И. Основы теории упругости, пластичности и ползучести. М.: Высшая школа, 1968. 512 с.
13. Мошнин Е.Н. Гибка и правка на ротационных машинах. М.: Машиностроение, 1967. 272 с.
14. Alexandrov S., Hoon Kim J., Chung K., Jin Kang T. An alternative approach to analysis of plane-strain pure bending at large strains // *The Journal of Strain Analysis for Engineering Design*. 2006. V. 41, Iss. 5. P. 397-410. DOI: 10.1243/03093247JSA154
15. Alexandrov S., Manabe K.-I., Furushima T. A general analytic solution for plane strain bending under tension for strain-hardening material at large strains // *Archive of Applied Mechanics*. 2011. V. 81. P. 1935-1952. DOI: 10.1007/s00419-011-0529-9
16. Alexandrov S., Vilotic M., Jeng Y.-R., Plancak M. A study on material workability by upsetting of non-axisymmetric specimens by flat dies // *Journal of Mechanics*. 2014. V. 30, Iss. 6. P. 585-592. DOI: 10.1017/jmech.2014.67
17. Vilotic D., Chikanova N., Alexandrov S. Disc upsetting between spherical dies and its application to the determination of forming limit curves // *The Journal of Strain Analysis for Engineering Design*. 1999. V. 34, Iss. 1. P. 17-22. DOI: 10.1243/0309324991513588

THROUGH-THICKNESS DAMAGE DISTRIBUTION IN SHEET BENDING EMPLOYING THE WORKABILITY DIAGRAM

© 2024

E. A. Lyamina Candidate of Science (Phys. & Math.), Associated Professor; Senior Researcher of the Laboratory of Technological Processes; Ishlinsky Institute for Problems in Mechanics RAS, Moscow, Russian Federation; lyamina@inbox.ru

A semi-analytical solution is constructed to determine the through-thickness distribution of the average stress triaxiality parameter included in the ductile fracture criterion in sheet bending under the action of a bending moment and tensile force. It is assumed that the condition of the sheet is plain-strain. The sheet material is elastic-plastic, and the uniaxial yield stress is an arbitrary function of the equivalent plastic strain. The solution allows for predicting the occurrence of plastic fracture and the distribution of the degree of use of the plasticity reserve over the sheet thickness.

Damage; workability diagram; bending under tension; semi-analytical solution

Citation: Lyamina E.A. Through-thickness damage distribution in sheet bending employing the workability diagram. *Vestnik of Samara University. Aerospace and Mechanical Engineering*. 2024. V. 23, no. 4. P. 133-143.
DOI: 10.18287/2541-7533-2024-23-4-133-143

References

1. Atkins A.G. Fracture in forming. *Journal of Materials Processing Technology*. 1996. V. 56, Iss. 1-4. P. 609-618. DOI: 10.1016/0924-0136(95)01875-1
2. Landre J., Pertence A., Cetlin P.R., Rodrigues J.M.C., Martins P.A.F. On the utilisation of ductile fracture criteria in cold forging. *Finite Elements in Analysis and Design*. 2003. V. 39, Iss. 3. P. 175-186. DOI: 10.1016/S0168-874X(02)00065-3
3. Liu H., Fu M. Prediction and analysis of ductile fracture in sheet metal forming. Part I: A modified Ayada criterion. *International Journal of Damage Mechanics*. 2014. V. 23, Iss. 8. P. 1189-1210. DOI: 10.1177/1056789514541559
4. Liu H., Fu M. Prediction and analysis of ductile fracture in sheet metal forming. Part II: Application of the modified Ayada criterion. *International Journal of Damage Mechanics*. 2016. V. 25, Iss. 2. P. 120-140. DOI: 10.1177/1056789514535231
5. Lemaitre J. Coupled elasto-plasticity and damage constitutive equations. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 1985. V. 51, Iss. 1-3. P. 31-49. DOI: 10.1016/0045-7825(85)90026-X
6. Miloud M.H., Imad A., Benseddiq N., Bachir Bouiadjra B., Bounif A., Serier B. A numerical analysis of relationship between ductility and nucleation and critical void volume fraction parameters of Gurson – Tvergaard – Needleman model. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*. 2013. V. 227, Iss. 11. P. 2634-2646. DOI: 10.1177/0954406213476232
7. Kolmogorov V.L., Bogatov A.A., Migachev B.A., Zudov E.G., Freydenzon Yu.E., Freydenzon M.E. *Plastichnost' i razrushenie* [Plasticity and fracture]. Moscow: Metallurgiya Publ., 1977. 336 p.
8. Vujovic V., Shabaik A.H. A new workability criterion for ductile metals. *Journal of Engineering Materials and Technology*. 1986. V. 108, Iss. 3. P. 245-249. DOI: 10.1115/1.3225876
9. Alexandrov S., Vilotic D., Konjovic Z., Vilotic M. An improved experimental method for determining the workability diagram. *Experimental Mechanics*. 2013. V. 53. P. 699-711. DOI: 10.1007/s11340-012-9676-3

10. Storozhev M.V., Popov E.A. *Teoriya obrabotki metallov davleniem* [Theory of metal forming]. Moscow: Mashinostroenie Publ., 1977. 423 p.
11. Renne I.P. *Plasticheskiy izgib listvoy zagotovki. Trudy Tul'skogo Mekhanicheskogo Instituta. Vyp. 4.* Moscow: Oborongiz Publ., 1950. P. 146-162. (In Russ.)
12. Bezukhov N.I. *Osnovy teorii uprugosti, plastichnosti i polzuchesti* [Fundamentals of elasticity, plasticity, and creep theories]. Moscow: Vysshaya Shkola Publ., 1968. 512 p.
13. Moshnin E.N. *Gibka i pravka na rotatsionnykh mashinakh* [Bending and leveling in rotary machines]. Moscow: Mashinostroenie Publ., 1967. 272 p.
14. Alexandrov S., Hoon Kim J., Chung K., Jin Kang T. An alternative approach to analysis of plane-strain pure bending at large strains. *The Journal of Strain Analysis for Engineering Design*. 2006. V. 41, Iss. 5. P. 397-410. DOI: 10.1243/03093247JSA154
15. Alexandrov S., Manabe K.-I., Furushima T. A general analytic solution for plane strain bending under tension for strain-hardening material at large strains. *Archive of Applied Mechanics*. 2011. V. 81. P. 1935-1952. DOI: 10.1007/s00419-011-0529-9
16. Alexandrov S., Vilotic M., Jeng Y.-R., Plancak M. A study on material workability by up-setting of non-axisymmetric specimens by flat dies. *Journal of Mechanics*. 2014. V. 30, Iss. 6. P. 585-592. DOI: 10.1017/jmech.2014.67
17. Vilotic D., Chikanova N., Alexandrov S. Disc upsetting between spherical dies and its application to the determination of forming limit curves. *The Journal of Strain Analysis for Engineering Design*. 1999. V. 34, Iss. 1. P. 17-22. DOI: 10.1243/0309324991513588