

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПРЕДЕЛА ВЫНОСЛИВОСТИ ДЕТАЛЕЙ ИЗ ЛЁГКИХ КОНСТРУКЦИОННЫХ МЕТАЛЛОВ МЕТОДОМ ПОЛУЧЕНИЯ ПОВЕРХНОСТИ УСТАЛОСТИ

© 2024

**Р. А. Заляев** аспирант кафедры космического машиностроения  
имени генерального конструктора Д.И. Козлова;  
Самарский национальный исследовательский университет  
имени академика С.П. Королёва;  
[zalyaefruslann@gmail.com](mailto:zalyaefruslann@gmail.com)

**В. А. Кирпичёв** профессор кафедры космического машиностроения  
имени генерального конструктора Д. И. Козлова;  
Самарский национальный исследовательский университет  
имени академика С.П. Королёва;  
[dean\\_fla@mail.ru](mailto:dean_fla@mail.ru)

Рассматривается разработанный авторами численный метод, заключающийся в получении трёхмерной поверхности усталости детали по результатам экспериментов, соответствующих двум-четырёх значениям эксплуатационного фактора, позволяющий получить график зависимости изменения предела выносливости детали от воздействия конкретного параметра. Приведено описание алгоритма разработанного метода, подтверждена его достоверность, проверено хорошее совпадение метода со сторонними эмпирическими данными при других величинах эксплуатационных параметров. Построена модель поверхности усталости, уточняющая расчёт на прочность элементов летательных аппаратов, работающих в разреженной атмосфере (например, моторные отсеки космических комплексов и верхних блоков ракет-носителей) и, как следствие, позволяющая оптимизировать их конструктивное совершенство.

*Лёгкие конструкционные металлы; вакуум; воздействие агрессивных сред; предел выносливости; поверхность усталости; цикл нагружения; адекватность модели*

---

**Цитирование:** Заляев Р.А., Кирпичёв В.А. Определение предела выносливости деталей из лёгких конструкционных металлов методом получения поверхности усталости // Вестник Самарского университета. Аэрокосмическая техника, технологии и машиностроение. 2024. Т. 23, № 2. С. 100-108. DOI: 10.18287/2541-7533-2024-23-2-100-108

### Введение

Одним из существенных недостатков лабораторных исследований, посвящённых оценке влияния отдельно взятых факторов (атмосферное давление, вакуум, воздействие агрессивных сред и т.п.) на сопротивление усталости деталей из лёгких металлов и сплавов, используемых в аэрокосмической промышленности, является то, что испытания на усталость проводятся для конкретного дискретного значения числа циклов, принимаемого за базу испытаний  $N_0$ . Реже проводятся аналогичные испытания для нескольких уровней  $N_0$ .

В научной литературе можно также встретить экспериментальные данные изменения амплитуды цикла напряжений от продолжительности испытаний на усталость.

В силу сложности динамических испытаний как во временном, так и в материально-техническом отношении при планировании эксперимента зачастую ограничиваются 2-3 значениями параметра, эффект которого на выносливость объекта предполагается подвергнуть анализу.

Получаемые в итоге эмпирические точечные зависимости не позволяют в полной мере описать характер динамического поведения конструкции в ситуации, когда значение того или иного фактора перемененно в широком диапазоне. Вследствие этого приме-

нение таких опытных результатов для дальнейшей разработки расчётных методик затруднительно.

Настоящая работа ставит целью предложить решение указанной проблемы в форме метода получения поверхности усталости, основанного на численном алгоритме.

### Алгоритм метода

Для достижения указанной цели был разработан метод получения поверхности усталости образца по имеющимся экспериментальным значениям амплитудного напряжения  $\sigma_a$  как функции количества циклов нагружения  $\lg N$ , используя которую можно получить значения предела выносливости при любом количестве циклов нагружения. На рис. 1 приведена блок-схема алгоритма метода, описываемого далее.

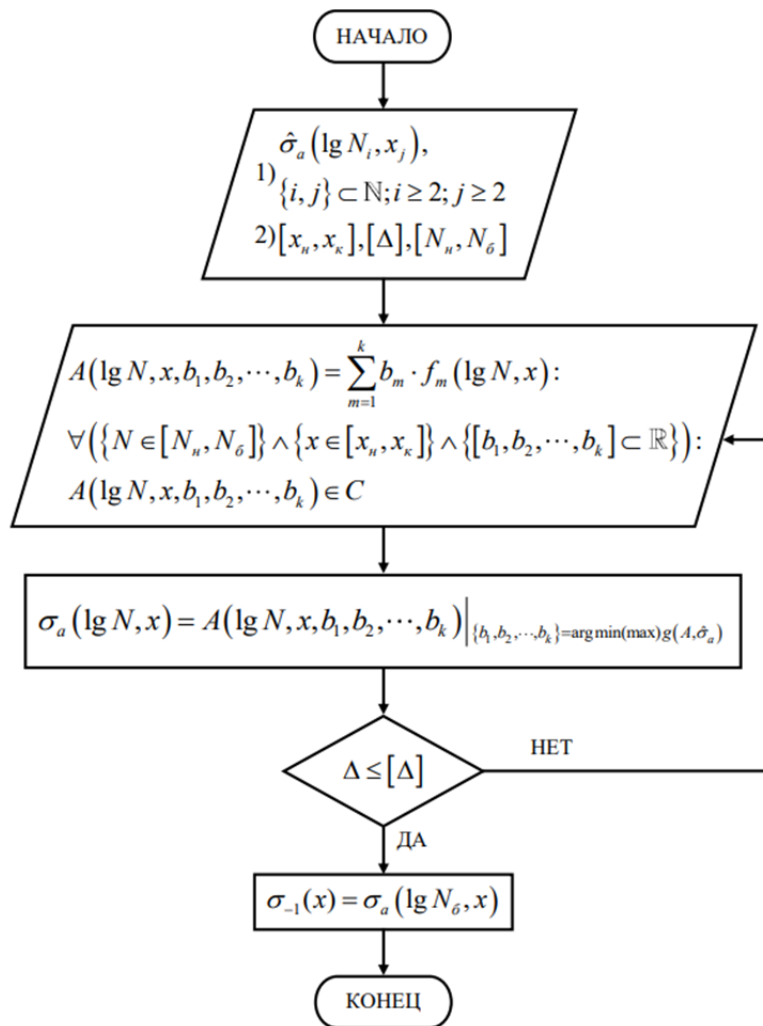


Рис. 1. Блок-схема алгоритма предлагаемого метода

Предположим, при асимметрии цикла нагружения  $R = -1$  были проведены усталостные испытания, целью которых принималось выявить зависимость предела выносливости  $\sigma_{-1}$  от фактора  $x$ . Реализация алгоритма предполагает следующие шаги.

1. Ввод выходных данных эксперимента – набора точек, представляемого в трёхмерном пространстве координат  $\sigma_a$  (амплитудное напряжение, МПа),  $\lg N$  ( $N$  – коли-

чество циклов нагружения) и  $x$  как дискретная функция  $\hat{\sigma}_a(\lg N_i, x_j)$ , причём число  $j$  мало для описания искомой зависимости.

2. Ввод границ рассматриваемого отрезка значений фактора  $[x_n, x_k]$ , величины допустимой относительной ошибки  $[\Delta]$ , начального рассматриваемого количества циклов  $N_n$ , а также базы испытаний  $N_0$  (руководствуясь ГОСТ 25.502-79).

3. Ввод непрерывной функции  $A(\lg N, x, b_1, b_2, \dots, b_k)$  с неизвестными коэффициентами  $b_1, b_2, \dots, b_k$ , предлагаемой в качестве конфигурации для зависимости  $\sigma_a(\lg N, x)$ . Данный этап в реализации алгоритма является самым важным и одновременно требует определённого опыта, поскольку выбор характера приближённой зависимости напрямую влияет на результат анализа.

4. С использованием одного из методов регрессионного анализа (например, метода наименьших квадратов [1]) строится целевая функция  $g(A, \hat{\sigma}_a)$ , позволяющего оценить точность аппроксимации дискретной функции  $\hat{\sigma}_a(\lg N_i, x_j)$  непрерывной зависимостью  $A(\lg N, x, b_1, b_2, \dots, b_k)$ . Далее решается задача оптимизации с нахождением коэффициентов  $b_1, b_2, \dots, b_k$ ;

5. Вычисляется относительная погрешность аппроксимации по формуле [2]:

$$\Delta = \sum \frac{|\hat{\sigma}_a - \sigma_a|}{\hat{\sigma}_a} \cdot 100\%, \quad (1)$$

после чего она сравнивается с допускаемой величиной  $[\Delta]$ . В случае невыполнения указанного в блок-схеме условия процесс возвращается к шагу 3.

6. Осуществляется проверка адекватности модели (асимптотичность, монотонность либо немонотонность, наличие или отсутствие экстремумов, сравнение с другими эмпирическими данными).

7. После прохождения проверок имеем аппроксимирующую функцию двух переменных  $\sigma_a(\lg N, x)$ , которая в пространстве представляет собой некую поверхность. По аналогии с термином «кривая усталости» [3] предложено ввести для неё понятие «поверхность усталости», а настоящий метод назвать методом получения поверхности усталости. Искомая зависимость  $\sigma_{-1}(x)$  находится срезом поверхности усталости  $\sigma_a(\lg N, x)$  по заданной на шаге 2 базе испытаний  $N_0$ .

### Реализация алгоритма

Рассмотрим указанную проблему на примере конкретного фактора – давления атмосферы, окружающей летательный аппарат. Его влияние особенно актуально для верхних ступеней ракет-носителей, а также изделий космической техники, работающих непосредственно в разреженных слоях атмосферы. Представляют интерес хвостовые (моторные) отсеки блоков ракет-носителей, подвергаемые пульсациям тяги, а также иные корпусные элементы, сталкивающиеся с неконтролируемыми колебаниями (флаттером) ввиду аэроупругости (в том числе в менее плотной атмосфере), поскольку запас прочности, традиционно вычисляемый для них при нормальных условиях, на практике

оказывается заниженным, а сама конструкция – перетяжелённой. Отметим, что в упомянутых конструкциях находят применение именно лёгкие цветные металлы и сплавы.

Проверка достоверности разработанного метода получения поверхности усталости, а также определение влияния давления атмосферы (от нормального до вакуума) на величину предела выносливости осуществлялась с использованием опытной зависимости амплитуды напряжений от числа циклов испытаний на усталость, опубликованной в работе [4]. В указанной работе испытанию на усталость при консольном поперечном изгибе подвергались образцы из титанового сплава ВТ 1-00 с концентратором глубиной 2 мм и радиусом впадины 0,5 мм (рис. 2). Зависимость амплитуды напряжений от числа циклов испытаний на усталость представлена на рис. 3 [4].

Операции, соответствующие шагам предлагаемого алгоритма, производились в математическом пакете «Wolfram Mathematica» [5]. В качестве характерного параметра выбрана степень разреженности атмосферы, вычисляемая по формуле

$$x = \lg \frac{p_0}{p}, \quad (2)$$

где  $p_0 = 1,01325 \cdot 10^5$  Па – давление воздуха на уровне моря по ГОСТ 4401-81;  $p$  – давление окружающей среды при усталостных испытаниях, Па.

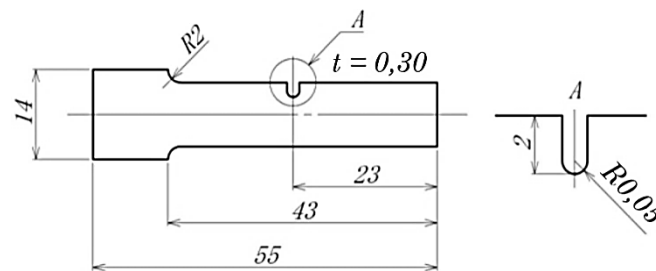


Рис. 2. Форма и размеры образца для испытаний на усталость [4]

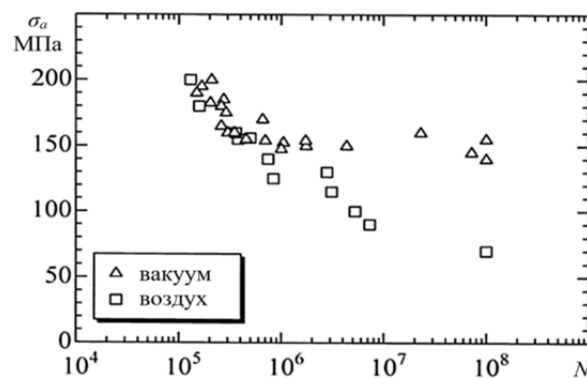


Рис. 3. Зависимость амплитуды напряжений от числа циклов испытаний на усталость [4]

1. Лабораторные исследования в работе [4] охватывали 2 случая циклического нагружения: в условиях атмосферного давления у поверхности Земли и при значении вакуума, соответствующего  $p = 1,3 \cdot 10^{-3}$  Па. Таким образом, при вводе дискретного набора  $\hat{\sigma}_a (\lg N_i, x_j)$  имеем:

$$j = 2 \rightarrow \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = 7,892, \end{cases} \quad (3)$$

что явно недостаточно для выявления интересующей зависимости  $\sigma_{-1} \left( \lg \frac{p_0}{p} \right)$ .

2. С учётом деления глубины вакуума по степеням согласно ГОСТ 5197-85 заданы границы отрезка

$$[x_n; x_k] = [0; 8].$$

Допустимая относительная ошибка выбрана на уровне  $[\Delta] = 5\%$ , начальное рассматриваемое число циклов  $N_n = 10^5$ , база испытаний в соответствии с ГОСТ 25.502-79  $N_o = 10^8$  циклов.

3. В качестве составляющих  $f_m(\lg N, x)$  для  $A(\lg N, x, b_1, b_2, \dots, b_k)$  предложено использовать комбинации указанных независимых переменных не выше II порядка, причём очевидно, что условие непрерывности их результирующей, приведённое в блок-схеме алгоритма на рис. 1, выполняется априори. Эти составляющие задаются следующим образом:

$$f_m = \begin{cases} 1, m = 1 \\ \lg N, m = 2 \\ x, m = 3 \\ x \lg N, m = 4 \\ x^2, m = 5 \\ \lg^2 N, m = 6. \end{cases} \quad (4)$$

4. Для реализации шага 4 в пакете «Wolfram Mathematica» предусмотрена команда «Fit», базирующаяся на методе наименьших квадратов [1]. То есть, целевая функция

$$g(\hat{\sigma}_a, A) = \sum \left[ \hat{\sigma}_a(\lg N_i, x_j) - A(\lg N_i, x_j, b_1, b_2, \dots, b_k) \right]^2 \rightarrow \min_{b_1, b_2, \dots, b_k}. \quad (5)$$

После решения поставленной задачи оптимизации в математическом пакете системным методом внутренней точки [6] были получены значения коэффициентов:

$$b_m = \begin{cases} 897,9; m = 1 \\ -199,6; m = 2 \\ -9,111; m = 3 \\ 3,515; m = 4 \\ -1,154; m = 5 \\ 12,05; m = 6. \end{cases} \quad (6)$$

5. Относительная погрешность аппроксимации составила порядка 4,7%, что меньше заявленного на шаге 2 допустимого порога. Полученное значение погрешности аппроксимации говорит о том, что проверка пройдена.

6. Визуализация полученной поверхности усталости показана на рис. 4. Сформулируем аргументы в подтверждение адекватности предложенной модели в рассматриваемом диапазоне.

Во-первых, поверхность является гладкой, отсутствуют какие-либо флуктуации и/или резкие перепады в значениях функции  $\sigma_a \left( \lg N, \lg \frac{P_0}{P} \right)$ .

Во-вторых, для любого сечения поверхности плоскостью  $x = \text{const}$  сохраняется традиционный вид кривой усталости [1], то есть

$$\forall \left( \left\{ \lg \frac{P_0}{P} \in [0; 8] \right\} \wedge \left\{ \lg N \in [5; 8] \right\} \right) : \frac{\partial \sigma_a \left( \lg N, \lg \frac{P_0}{P} \right)}{\partial \lg N} < 0. \quad (7)$$

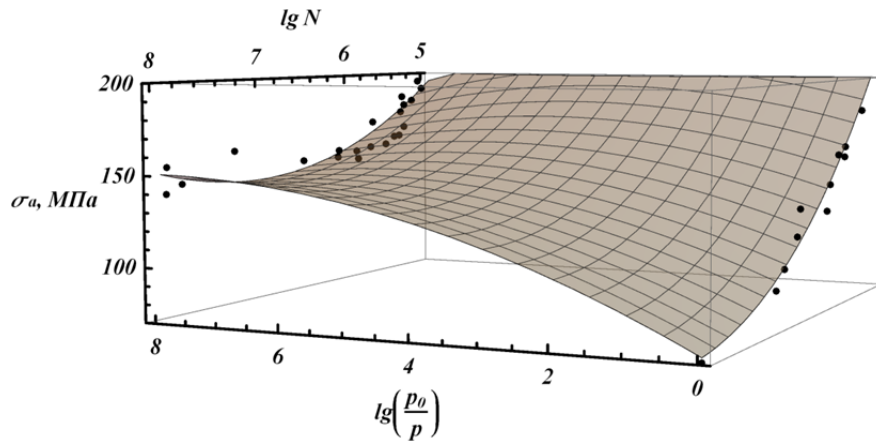


Рис. 4. Поверхность усталости

В-третьих, на любом срезе поверхности плоскостью  $\lg N = \text{const}$  с возрастанием степени вакуума темпы изменения динамических свойств объекта исследования замедляются, что отвечает физическому смыслу происходящих процессов, то есть

$$\forall \left( \left\{ \lg \frac{P_0}{P} \in [0; 8] \right\} \wedge \left\{ \lg N \in [5; 8] \right\} \right) : \frac{\partial^2 \sigma_a \left( \lg N, \lg \frac{P_0}{P} \right)}{\partial \lg^2 \frac{P_0}{P}} < 0. \quad (8)$$

В-четвёртых, в любом разрезе поверхности усталости плоскостью  $\lg N = \text{const}$  наблюдается увеличение сопротивляемости объекта усталости с разрежением окружающей атмосферы. Следовательно,

$$\forall \left( \left\{ \lg \frac{P_0}{P} \in [0; 8] \right\} \wedge \left\{ \lg N \in [5; 8] \right\} \right) : \frac{\partial \sigma_a \left( \lg N, \lg \frac{P_0}{P} \right)}{\partial \lg \frac{P_0}{P}} > 0. \quad (9)$$

Адекватность разработанного метода получения поверхности усталости была проверена на основе экспериментальных данных работы [7], где представлены итоги лабораторных испытаний титановых образцов из сплава ВТ1-00 на усталость в атмосфере аргона.

При давлении аргона  $p = 9,464 \cdot 10^2 \text{ Па} \Rightarrow \lg \frac{p_0}{p} = 2,030$  экспериментально полученное значение предела выносливости составило  $\sigma_{-1} = 102 \text{ МПа}$ .

Аппроксимирующее значение на поверхности усталости составило  $\sigma_{-1}(2,030) = \sigma_a(8; 2,030) = 106,1 \text{ МПа}$ . При сравнении эмпирического предела выносливости с моделируемым соответствующая относительная ошибка составила около 4%, что является достаточно малой погрешностью – численная модель хорошо коррелирует с результатом эксперимента [7].

7. Таким образом, результаты аппроксимации подтвердили адекватность предлагаемого подхода. График искомой зависимости предела выносливости титановых образцов от степени вакуума  $\sigma_{-1}(x)$  показан на рис. 5, где сплошной линией представлена зависимость предела выносливости образца из титанового сплава, соответствующая базе испытаний для  $N_0 = 10^8$  циклов. Имея поверхность усталости образца, можно получить серию кривых усталости для различных значений баз испытаний.

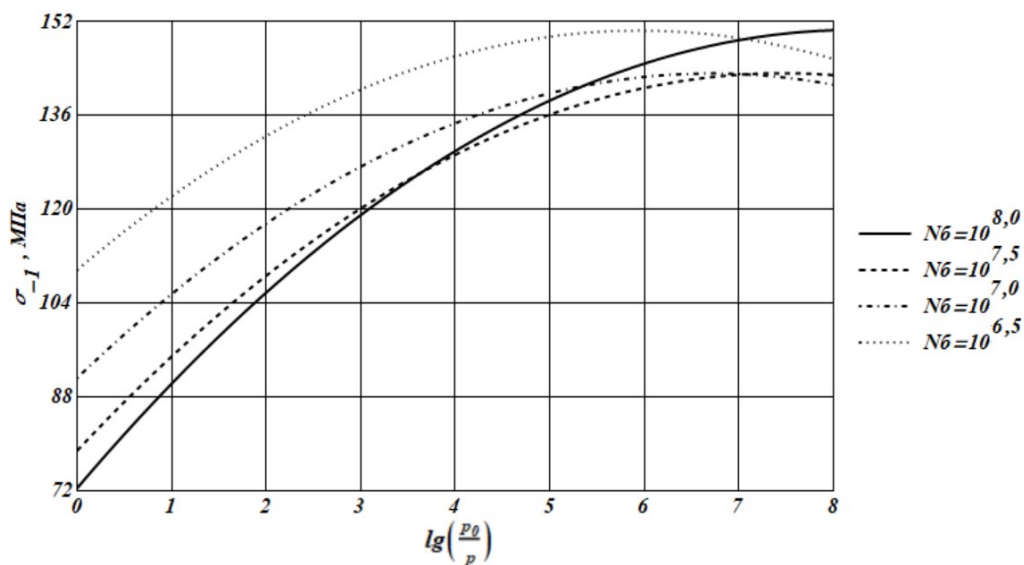


Рис. 5. Предел выносливости титановых образцов в зависимости от степени вакуума для различных баз испытаний

Можно видеть, что модель показывает адекватные результаты для атмосферного давления вплоть до «среднего» вакуума (при  $\lg \frac{p_0}{p} = 4$ ), что по ГОСТ 4401-81 соответствует высоте порядка 65...66 км над уровнем моря, охватывая случаи полёта авиационной техники, а также верхних ступеней ракет космического назначения. При большей разреженности расхождение в значениях предела выносливости укладывается в рассчитанный уровень относительной ошибки аппроксимации модели, составляющий около 4%.

## Заключение

Предложен и апробирован метод построения поверхности усталости, позволяющий выявить влияние выбранного фактора на предел выносливости объекта через результаты опыта, предполагавшего испытания при малом числе значений этого параметра. В примере реализации модель показала адекватность и соответствие физическим соображениям. Разработанный метод может быть использован в расчётах на прочность конструкций летательных аппаратов с учётом их работы в условиях разреженной атмосферы и вакуума для элементов силовых схем двигательных отсеков космических комплексов и верхних ступеней ракет, изготовленных из лёгких металлов и сплавов, для повышения точности вычисления предела выносливости и, следовательно, для оптимизации весовых характеристик изделий.

## Библиографический список

1. Дрейпер Н.Р., Смит Г. Прикладной регрессионный анализ. М.: Диалектика, 2017. 912 с.
2. Николаева И.В. Особенности применения абсолютной и относительной ошибки аппроксимации в регрессионном анализе // Форум молодых учёных. 2017. № 6 (10). С. 1282-1286.
3. Трощенко В.Т., Сосновский Л.А. Соппротивление усталости металлов и сплавов. Справочник. Ч. 1. Киев: Наукова думка, 1987. 504 с.
4. Ismarubbie Z.N., Yussof H., Sugano M. Fatigue damage mechanism of titanium in vacuum and in air // Procedia Engineering. 2012. V. 41. P. 1559-1565. DOI: 10.1016/j.proeng.2012.07.350
5. Gaylord R.J., Kamin S.N., Wellin P.R. An introduction to programming with mathematica. New York: Springer, 1996. 452 p.
6. Bunday B.D. Basic optimization methods. London: Edward Arnold, 1984. 128 p.
7. Ismarubbie Z.N., Sugano M. Environmental effects on fatigue failure micromechanisms in titanium // Material Science and Engineering: A. 2004. V. 386, Iss. 1-2. P. 222-233. DOI: 10.1016/j.msea.2004.08.031

## ASSESSMENT OF THE ENDURANCE LIMIT OF LIGHT STRUCTURAL METAL COMPONENTS USING THE FATIGUE SURFACE DEVELOPMENT METHOD

© 2024

**R. A. Zalyaev** Postgraduate Student of the Department of Space Engineering  
named after General Designer D.I. Kozlov;  
Samara National Research University, Samara, Russian Federation;  
[zalyaefruslann@gmail.com](mailto:zalyaefruslann@gmail.com)

**V. A. Kirpichev** Professor of the Department of Space Engineering  
named after General Designer D.I. Kozlov;  
Samara National Research University, Samara, Russian Federation;  
[dean fla@mail.ru](mailto:dean fla@mail.ru)

The paper presents a numerical method developed by the authors. The method consists in obtaining a three-dimensional component fatigue surface model according to the results of tests corresponding to two to four values of the operational factor, making it possible to plot the fatigue limit – operational parameter curve. A description of the algorithm of the method is presented, its validity is confirmed. The results show good agreement with outside empirical data for other values of the operational parameters. A model of the fatigue surface is constructed. The model specifies the calculation of



strength of aircraft elements operating in rarified atmosphere (e.g. engine compartments of space complexes and upper stages of carrier rockets). The model increases the endurance calculation accuracy and enables structural mass optimization.

*Light structural metals; vacuum; aggressive environment effect; endurance limit; fatigue surface; loading cycle; model adequacy*

---

*Citation:* Zalyaev R.A., Kirpichev V.A. Assessment of the endurance limit of light structural metal components using the fatigue surface development method. *Vestnik of Samara University. Aerospace and Mechanical Engineering*. 2024. V. 23, no. 2. P. 100-108. DOI: 10.18287/2541-7533-2024-23-2-100-108

## References

1. Draper N.R., Smith H. Applied regression analysis. New York: Wiley, 1998. 706 p.
2. Nikolaeva I.V. Application features absolute and relative approximation errors in regression analysis. *Forum Molodykh Uchenykh*. 2017. No. 6 (10). P. 1282-1286. (In Russ.)
3. Troshchenko V.T., Sosnovskiy L.A. *Soprotivlenie ustalosti metallov i splavov. Spravochnik. Ch. 1* [Fatigue resistance of metals and alloys. Guide. Volume 1]. Kiev: Naukova Dumka Publ., 1987. 504 p.
4. Ismarubie Z.N., Yussof H., Sugano M. Fatigue damage mechanism of titanium in vacuum and in air. *Procedia Engineering*. 2012. V. 41. P. 1559-1565. DOI: 10.1016/j.proeng.2012.07.350
5. Gaylord R.J., Kamin S.N., Wellin P.R. An introduction to programming with Mathematica. New York: Springer, 1996. 452 p.
6. Bunday B.D. Basic optimization methods. London: Edward Arnold, 1984. 128 p.
7. Ismarubie Z.N., Sugano M. Environmental effects on fatigue failure micromechanisms in titanium. *Material Science and Engineering: A*. 2004. V. 386, Iss. 1-2. P. 222-233. DOI: 10.1016/j.msea.2004.08.031