

МЕТОД ОПТИМИЗАЦИИ ПАРАМЕТРОВ ИЗМЕРИТЕЛЯ ПУТЕВОЙ СКОРОСТИ НИЗКОЛЕТЯЩЕГО ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА НА ОСНОВЕ ПРИМЕНЕНИЯ ТЕОРИИ ОПТИМАЛЬНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ

© 2023

М. Е. Иванов ассистент кафедры эксплуатации и управления аэрокосмическими системами;
Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения;
sindbad1995@list.ru

В. В. Езерский профессор, доктор технических наук;
Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения;
info@guap.ru

Рассмотрен основной принцип параметрической оптимизации по критерию минимакса дисперсии результирующей погрешности оценки измеряемого параметра на примере одного из основных элементов интегрированной измерительной системы – измерителя путевой скорости. Состав измерителя – доплеровский датчик путевой скорости (локационный) и акселерометр с продольной осью чувствительности (инерциальный). На основе данных об их погрешностях измерения произведена оптимизация коэффициентов передаточных функций каждого канала измерителя, содержащего эти датчики. Проведён сравнительный анализ результирующей точности оптимизированного измерителя в инвариантном и неинвариантном случае, основанный на полученных графиках распределения дисперсий по частотам. Сделано обоснованное заключение о преимуществе инвариантного или неинвариантного измерителя в зависимости от частоты сигнала. Для расчётов был использован программный комплекс Matlab R2015a.

Оптимизация параметров; интегрированная измерительная система; измеритель путевой скорости; доплеровский датчик; акселерометр; коэффициенты передаточной функции; дисперсия; инвариантность

Цитирование: Иванов М.Е., Езерский В.В. Метод оптимизации параметров измерителя путевой скорости низколетящего летательного аппарата на основе применения теории оптимальной фильтрации // Вестник Самарского университета. Аэрокосмическая техника, технологии и машиностроение. 2023. Т. 22, № 4. С. 78-85. DOI: 10.18287/2541-7533-2023-22-4-78-85

В настоящее время актуальной темой является разработка тяжёлого многоцелевого экраноплана, основная задача которого состоит в том, чтобы функционировать в качестве разгонной первой ступени для орбитального самолёта¹. Однако многоцелевым его делает возможность транспортировать грузы, продовольствие между отдалёнными друг от друга населёнными пунктами Арктики, а также быть использованным в поисково-спасательных операциях [1]. Управление низколетящим летательным аппаратом, высота полёта которого порядка 6 метров, является сложной задачей, требующей измерительной аппаратуры высокого качества с наивысшей возможной точностью измерения параметров полёта. Одним из способов добиться такой точности измерения является разработка интегрированной измерительной системы [2]. В общем случае её элементы представлены на рис. 1, где g – некоторая измеряемая координата; v_i – шумы на входе измерительных датчиков; $W_{di}(s)$ – собственная передаточная функция i -го датчика; x_i – погрешность на выходе датчика и одновременно входная погрешность

¹ Сетевое издание «Военное обозрение». URL: <https://topwar.ru/144996-borisov-rossiya-budet-stroit-boevye-ekranoplany.html> (30.07.2018)

для вычислительного элемента системы; $H_{Bi}(s)$ – передаточная функция вычислительного элемента, \hat{g} – оценка измеряемой координаты.

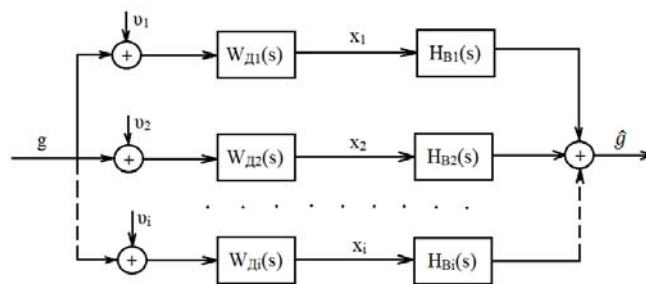


Рис. 1. Обобщённая схема интегрированной измерительной системы

В настоящей статье рассматривается интегрированная измерительная система важнейших параметров полёта экраноплана (вертикальной и путевой скорости, угла тангажа и крена, текущей высоты полёта) на основе следующих датчиков: акселерометров с вертикальными и продольной осями чувствительности, локационных высотомеров, доплеровских измерителей вертикальной и путевой скоростей.

Известно, что результирующая погрешность измерения всей интегрированной измерительной системы существенно ниже, чем погрешности измерений отдельных датчиков, входящих в неё. В рамках теории оптимальной фильтрации добиться такой точности измерения позволяет оптимизация параметров измерителей по некоторому заранее выбранному критерию, например, минимального значения среднего квадрата ошибки оценки измерения, наименьшего времени быстрогодействия системы и т. д. Выбираемый критерий для целевой функции оптимизации должен соответствовать решаемой задаче и должен опираться на исходные данные: так, для оптимизации любого измерителя параметров полёта экраноплана целесообразно использовать критерий наивысшей точности – минимума погрешности, то есть минимакса среднеквадратичной ошибки оценки, поскольку на небольшой высоте полёта любая сложная полётная ситуация стремительно перетекает в аварийную и даже в катастрофическую. Это предъявляет к измерительным системам жёсткие требования.

В качестве примера рассматривается оптимизация параметров только одного канала измерения интегрированной измерительной системы – измерителя путевой скорости V , поскольку для каждого канала необходимо проводить оптимизационные расчёты отдельно. Выбранный критерий оптимизации – наивысшая точность измерения, то есть минимум дисперсии погрешности измерения. Измеритель путевой скорости состоит из доплеровского датчика путевой скорости (ДПС) и акселерометра с продольной осью чувствительности (АП), показания которых суммируются и на выходе дают некоторое обобщённое оценочное значение \hat{V} путевой скорости. Схематически такой измеритель изображён на рис. 2.

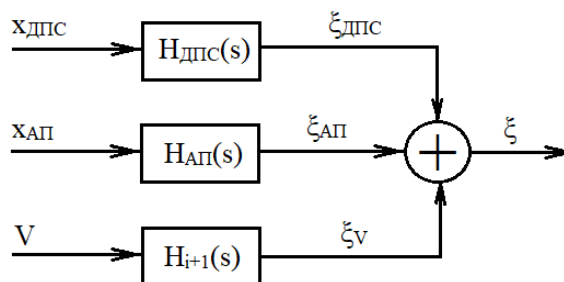


Рис. 2. Схема измерения путевой скорости

На рис. 2: $x_{\text{ДПС}}$ и $x_{\text{АП}}$ – входные погрешности вычислителей; $H_{\text{ДПС}}(s)$ и $H_{\text{АП}}(s)$ – передаточные функции вычислителей, а $\xi_{\text{ДПС}}$ и $\xi_{\text{АП}}$ – шумы их измерений на выходе. В схему также включён дополнительный $i+1$ фильтр с передаточной функцией $H_{i+1}(s)$ для обозначения динамической ошибки ξ_V измерения путевой скорости V , а ξ – результирующая погрешность измерителя. В качестве меры измерения каждой погрешности приняты дисперсии $D_{\xi_{\text{ДПС}}}$, $D_{\xi_{\text{АП}}}$ и D_{ξ_V} соответственно. В таком случае целевая функция оптимизации всего измерителя путевой скорости V равна:

$$\max \bar{D}_{\xi} = D_{\xi_{\text{ДПС}}} + \bar{D}_{\xi_{\text{АП}}} + \bar{D}_{\xi_V} \rightarrow \min. \quad (1)$$

Из формулы (1) видно, что точное значение дисперсии известно только для доплеровского измерителя путевой скорости $D_{\xi_{\text{ДПС}}}$, поскольку данный датчик является локационным. В то же время акселерометр – датчик инерциальный, поэтому для него известной можно считать верхнюю границу дисперсии $\sup D_{\xi_{\text{АП}}} = \bar{D}_{\xi_{\text{АП}}}$, равно как и для канала динамической ошибки: $\sup D_{\xi_V} = \bar{D}_{\xi_V}$. Соответственно возможно получить лишь оценку результирующей дисперсии погрешности измерения \bar{D}_{ξ} . Необходимо допустить, что математическое ожидание величины D_{ξ_V} условно является нулём шкалы измерения скорости, поэтому не влияет на точность измерения [3]. Поскольку для доплеровского измерителя путевой скорости известна дисперсия и спектральная плотность погрешности измерения (рис. 3), то нецелесообразно наложение условия инвариантности на систему (свойство, при котором измеряемая координата не зависит от влияния внешних возмущающих воздействий). Порядок передаточных функций измерителей принят $n = 1$.

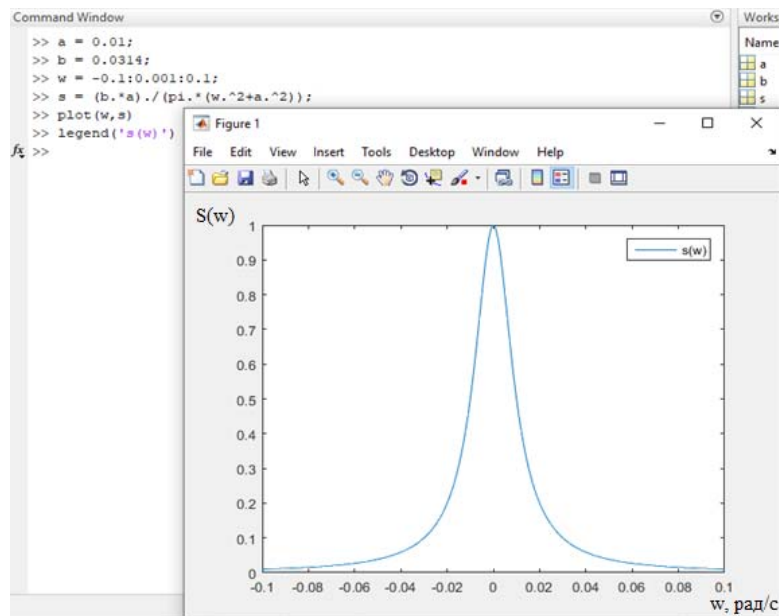


Рис. 3. Распределение спектральной плотности $S(\omega)$ погрешности на входе доплеровского датчика путевой скорости по частотам ω (по оси абсцисс отложены частоты входного сигнала, по оси ординат – значение спектральной плотности в зависимости от частоты)

Тогда передаточные функции каждого канала измерения имеют вид:

$$H_{\text{ДПС}}(s) = \frac{b_{10}}{1 + a_1 s}, \quad (2)$$

$$H_{\text{АП}}(s) = \frac{b_{21}s}{1 + a_1 s}, \quad (3)$$

$$H_{i+1}(s) = 1 - (H_{\text{ДПС}}(s) + H_{\text{АП}}(s)) = \frac{1 - b_{10} + (a_1 - b_{21})s}{1 + a_1 s}, \quad (4)$$

где a_1, b_{10}, b_{21} – коэффициенты передаточных функций, подлежащие оптимизации. Слагаемые в принятой целевой функции с учётом выбранного критерия оптимизации имеют вид:

$$D_{\xi\text{ДПС}} = \frac{b_{10}^2 S_{\text{ДПС}}}{2a_1}, \quad (5)$$

$$\bar{D}_{\xi\text{АП}} = b_{21}^2 D_{\text{АП}}, \quad (6)$$

$$\bar{D}_{\xi V} = D_V \left(\max \left\{ 1 - b_{10}, 1 - \frac{b_{21}}{a_1} \right\} \right)^2. \quad (7)$$

В принятой целевой функции оптимизации $\max \bar{D}_{\xi} = D_{\xi\text{ДПС}} + \bar{D}_{\xi\text{АП}} + \bar{D}_{\xi V} \rightarrow \min$ точка минимума будет при a_1^0, b_{10}^0 и b_{21}^0 . После исследования целевой функции на экстремумы выражения для искоемых коэффициентов примут вид:

$$a_1^0 = \left(\frac{S_{\text{ДПС}}}{4D_{\text{АП}}} \right)^{\frac{1}{3}}, \quad (8)$$

$$b_{10}^0 = \frac{1}{\left[\left(3D_{\text{АП}}^{\frac{1}{3}} \cdot S_{V1}^{\frac{2}{3}} \right) / \left(4^{\frac{2}{3}} \cdot D_V \right) + 1 \right]}, \quad (9)$$

$$b_{21}^0 = a_1^0 \cdot b_{10}^0. \quad (10)$$

В ходе расчётов оптимальных коэффициентов передаточных функций вычислителей, дисперсий их погрешностей, а также результирующей погрешности измерения при начальных данных $S_{\text{ДПС}} = 1; D_{\text{АП}} = 0,03; D_V = 0,4$ были получены следующие результаты (рис. 4): $a_1 = 2,0274; b_{10} = 0,5195; b_{21} = 1,0533; D_{\xi\text{ДПС}} = 0,0666; \bar{D}_{\xi\text{АП}} = 0,0333, \bar{D}_{\xi V} = 0,0923; \bar{D}_{\xi} = 0,1922$.

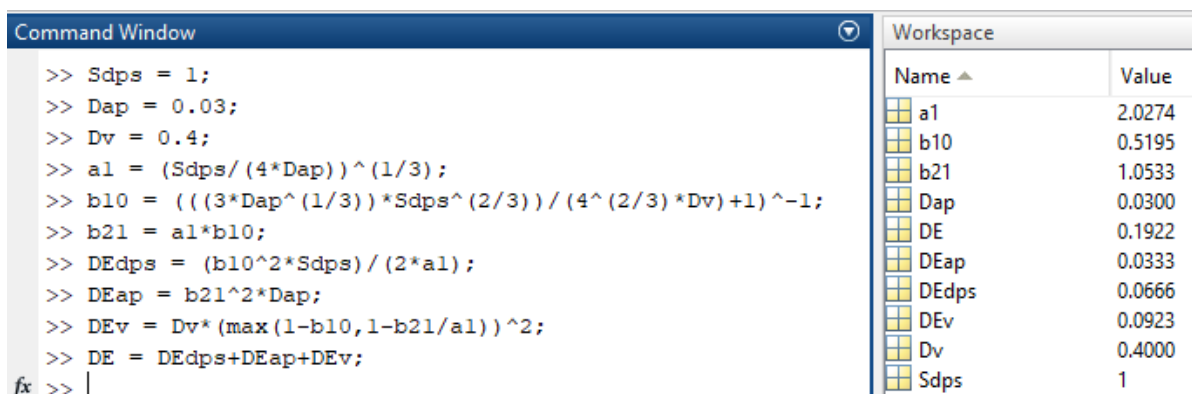


Рис. 4. Расчёт искомых параметров в среде Matlab

Для проверки правильности проведённой процедуры необходимо найти дисперсию результирующей погрешности измерителя путевой скорости \overline{D}_ξ , наложив на данный измеритель условие инвариантности. В этом случае измеряемая путевая скорость V не зависит от внешних возмущений, т. е. $b_{10} = 1$.

Отсюда можно получить $\overline{D}_\xi = 1,19D_{АП}^{\frac{1}{3}} \cdot S_{ДПС}^{\frac{2}{3}} = 0,3698$. Таким образом, полученная инвариантным измерителем погрешность измерения путевой скорости $inv\overline{D}_\xi = 0,3698$ оказалась значительно выше погрешности $neinv\overline{D}_\xi = 0,1922$, полученной неинвариантным измерителем. Значит гипотеза о нецелесообразности априорного наложения на измерительную систему условия инвариантности из-за известной спектральной плотности доплеровского измерителя путевой скорости была выдвинута верно – условие неинвариантности позволило значительно улучшить точность измерения путевой скорости V .

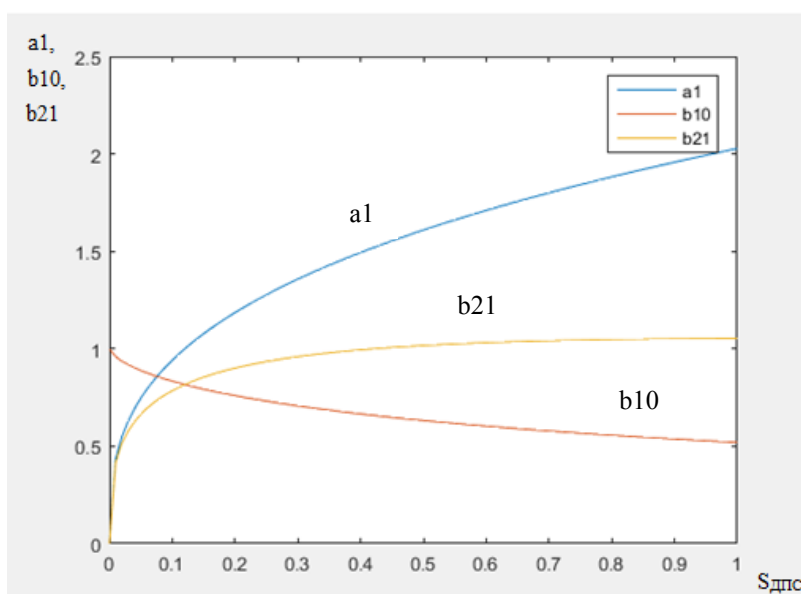


Рис. 5. Изменение оптимальных коэффициентов a_1 , b_{10} и b_{21} в зависимости от начального условия $0 \leq S_{ДПС} \leq 1$

На рис. 5 показаны графики изменения оптимальных коэффициентов передаточных функций каждого канала измерения в зависимости от изначально заданного значения спектральной плотности $S_{\text{ДПС}}$ шума на входе доплеровского измерителя путевой скорости. По оси абсцисс отложены значения спектральной плотности дисперсии доплеровского измерителя путевой скорости, по оси ординат – принимаемые значения коэффициентов передаточных функций измерителя при каждом $S_{\text{ДПС}}$. Можно заметить, что при максимально заданном $S_{\text{ДПС}} = 1$ и были получены $a_1 = 2,0274$; $b_{10} = 0,5195$; $b_{21} = 1,0533$.

В общем случае сравнить инвариантный и неинвариантный измеритель путевой скорости можно по графикам на рис. 6 (по оси абсцисс отложены частоты сигнала, по оси ординат – значение результирующей дисперсии измерителя путевой скорости).

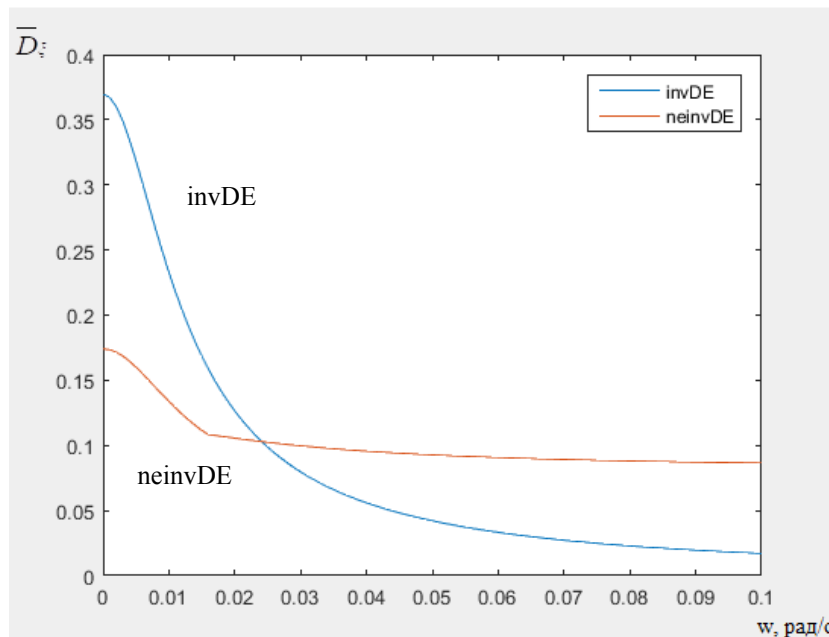


Рис. 6. Распределение дисперсии результирующей погрешности измерителя в инвариантном и неинвариантном случаях по частотам от 0 до 0,1 рад/с

Анализ представленных графиков позволяет сделать следующие выводы:

1. При низких частотах ω , близких к нулю, неинвариантный измеритель путевой скорости позволяет добиться наибольшей точности по сравнению с инвариантным. Причём на нулевой частоте неинвариантным измерителем достигается точность практически в 2 раза большая, чем инвариантным ($\text{neinv}D_\xi = 0,1922 \text{ м}^2/\text{с}^2$ против $\text{inv}D_\xi = 0,3698 \text{ м}^2/\text{с}^2$).

2. На частоте $\omega' \approx 0,023$ рад/с измеритель имеет одну и ту же дисперсию погрешности как в неинвариантном, так и в инвариантном случаях.

3. На интервале частот $[0,023; 0,1]$ для инвариантного измерителя может быть достигнута большая точность по сравнению с неинвариантным, однако существенной роли это не играет, поскольку выбранный критерий точности и целевая функция требуют нахождения минимума среднеквадратичной ошибки оценки путевой скорости именно для верхней границы дисперсии.

Таким образом, на нулевой частоте точность измерения неинвариантного измерителя примерно в 2 раза выше, чем инвариантного. По мере увеличения частоты входно-

го шума вычислительного звена измерителя путевой скорости точность измерения в неинвариантном случае становится всё хуже по сравнению с инвариантным (график дисперсии погрешности инвариантного измерителя убывает гораздо более круто, чем неинвариантного измерителя). На частоте 0,023 рад/с инвариантный измеритель сравнивается по точности с неинвариантным, а затем получает выигрыш в точности измерения при дальнейшем увеличении частоты входного шума.

В заключение стоит добавить, что теория оптимальной фильтрации позволяет решить аналогичным способом задачи по оптимизации коэффициентов передаточных функций измерителей других основных параметров низковысотного полёта: углов тангажа ϑ и крена γ , вертикальной скорости \dot{h} , высоты h [4; 5]. Поскольку речь идёт о низколетящем аппарате, то для каждого из этих параметров будет один и тот же критерий оптимальности – минимум суммарной дисперсии ошибки оценки измеряемого параметра. В случае с измерителем путевой скорости V удалось добиться увеличения точности измерения благодаря непринятию априорного условия инвариантности измерителя, поскольку в него входит локационный датчик – доплеровский измеритель путевой скорости, спектральная плотность входного шума которого точно известна. Однако если в измерительную систему входят только инерциальные датчики, которые имеют априорную неопределённость, то на неё целесообразнее налагать условие инвариантности.

Библиографический список

1. Сайфуллин Т.И., Ганин С.М. Морской старт космических аппаратов с использованием тяжёлых экранопланов // Актуальные проблемы авиации и космонавтики. 2010. Т. 1, № 6. С. 305-306.
2. Небылов А.В. Измерение параметров полёта вблизи морской поверхности. СПб: Санкт-Петербургская государственная академия аэрокосмического приборостроения, 1994. 307 с.
3. Лукашенко В.А. Теория ошибок измерений: практикум. Владивосток: Дальневосточный федеральный университет, 2018. 44 с.
4. Петунин В.И., Абдуллина Э.Ю. Аналитический синтез законов управления автопилота // Авиакосмическое приборостроение. 2012. № 3. С. 29-34.
5. Княжский А.Ю., Небылов А.В. Оптимизация продольного и бокового движения летательного аппарата вблизи неровной поверхности по критерию минимума средней геометрической высоты полёта // Авиакосмическое приборостроение. 2017. № 3. С. 28-36.

OPTIMIZATION OF THE PARAMETERS OF A GROUND SPEED METER OF LOW-FLYING AIRCRAFT BASED ON THE APPLICATION OF THE THEORY OF OPTIMAL FILTRATION

© 2023

M. E. Ivanov Assistant Professor of the Department of Operation and Control of Aerospace Systems;
Saint Petersburg State University of Aerospace Instrumentation;
sindbad1995@list.ru

V. V. Yezerskiy Doctor of Science (Engineering), Professor;
Saint Petersburg State University of Aerospace Instrumentation;
info@guap.ru

The basic principle of parametric optimization according to the criterion of minimax of variance of the resulting error of estimation of the measured parameter is considered using the example of one of the main elements of an integrated measuring system – a ground speed meter. The meter consists of a Doppler ground speed sensor (location) and an accelerometer with a longitudinal axis of sensitivity (inertial). Based on the data on their measurement errors, the coefficients of the transfer functions of each channel of the meter containing these sensors were optimized. The result of the research is a comparative analysis of the resulting accuracy of the optimized meter for the invariant and non-invariant cases, based on the obtained graphs of the frequency distribution of variances. A reasonable conclusion is made about the advantage of an invariant or non-invariant meter depending on the frequency of the signal. The Matlab R2015a software was used for calculations.

Optimization of parameters; integrated measuring system; ground speed meter; Doppler sensor; accelerometer; transfer function coefficients; dispersion; invariance

Citation: Ivanov M.E., Yezerskiy V.V. Optimization of the parameters of a ground speed meter of low-flying aircraft based on the application of the theory of optimal filtration. *Vestnik of Samara University. Aerospace and Mechanical Engineering*. 2023. V. 22, no. 4. P. 78-85. DOI: 10.18287/2541-7533-2023-22-4-78-85

References

1. Sayfullin T.I., Ganin S.M. Sea launch of spacecraft using heavy WIG-crafts. *Aktual'nye Problemy Aviatsii i kosmonavтики*. 2010. V. 1, no. 6. P. 305-306. (In Russ.)
2. Nebylov A.V. *Izmerenie parametrov poleta vblizi morskoy poverkhnosti* [Measurement of flight parameters near the sea surface]. Saint-Petersburg: St. Petersburg State Academy of Aerospace Instrumentation Publ., 1994. 307 p.
3. Lukashenko V.A. *Teoriya oshibok izmereniy: praktikum* [Theory of measurement errors]. Vladivostok: Far Eastern Federal University Publ., 2018. 44 p.
4. Petunin V.I., Abdullina E.U. Analytical synthesis of laws of control of the autopilot. *Aerospace Instrument-Making*. 2012. No. 3. P. 29-34. (In Russ.)
5. Knyazhsky A.Y., Nebylov A.V. Optimization of longitudinal and lateral motion of vehicle near disturbed surface. *Aerospace Instrument-Making*. 2017. No. 3. P. 28-36. (In Russ.)