

МОДЕЛЬ ВИРТУАЛЬНОГО УРАВНОВЕШИВАНИЯ ЖЁСТКИХ РОТОРОВ

© 2022

- А. И. Хаймович** доктор технических наук, доцент, заведующий кафедрой технологий производства двигателей; Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва; berill_samara@bk.ru
- М. А. Болотов** кандидат технических наук, доцент кафедры технологий производства двигателей; Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва; maikl.bol@gmail.com
- Е. Ю. Печенина** аспирант кафедры технологий производства двигателей; Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва; ek-ko@list.ru

Неуравновешенности роторов оказывают значительное влияние на уровень их вибраций и надёжность. Уменьшение неуравновешенностей роторов достигается за счёт статической и динамической балансировки, которую предлагается выполнять посредством виртуального уравновешивания жёстких роторов в два этапа. На первом этапе производится расчёт взаимной ориентации деталей ротора для компенсации их дисбалансов и моментных неуравновешенностей. На втором этапе определяются значения масс и угловых координат двух корректировочных грузов, позволяющих исключить остаточную неуравновешенность ротора. Корректировочные грузы расположены в двух плоскостях коррекции ротора. Для реализации этапов балансировки предлагается модель виртуального уравновешивания, позволяющая определять относительные угловые положения деталей ротора, значения масс двух корректировочных грузов и их угловые координаты в плоскостях коррекции. Проверка результативности использования предложенной модели выполнялась посредством выполнения расчётов с использованием конечно-элементной модели (КЭМ) ротора в программном пакете ANSYS. В ходе исследования были получены данные по величинам виброскоростей на опорах ротора. Полученные результаты показывают существенное снижение виброскоростей опор, составляющее до 80% от их начального значения.

Неуравновешенность ротора; жёсткий ротор; математическая модель уравновешивания ротора; центробежный момент инерции; оптимальные угловые положения; корректирующие массы; конечно-элементная модель

Цитирование: Хаймович А.И., Болотов М.А., Печенина Е.Ю. Модель виртуального уравновешивания жёстких роторов // Вестник Самарского университета. Аэрокосмическая техника, технологии и машиностроение. 2022. Т. 21, № 1. С. 99-109. DOI: 10.18287/2541-7533-2022-21-1-99-109

Введение

Основным источником гармонических возбуждающих сил, действующих на ротор газотурбинного двигателя (ГТД), являются дисбалансы вращающихся деталей, которые в сочетании с упруго-инерционными характеристиками узлов определяют уровень вибраций двигателя в целом. Важнейшими направлениями снижения вибраций машин с роторами являются технологические и конструктивные методы. Значимыми работами в названных направлениях являются работы М.Е. Левита и В.П. Ройзмана [1; 2]. Дисбалансы, вызывающие прогибы и вибрации, возникают вследствие конструктивных, технологических и эксплуатационных причин [3]. Вопросы снижения уровня вибраций роторных машин рассматривались в работах отечественных исследователей [4 – 7]. Технологические дисбалансы роторов ГТД возникают вследствие погрешностей

сборки и неуравновешенностей деталей и могут быть устранены на этапе производства за счёт повышения точности изготовления и балансировки деталей ротора, сборки и балансировки ротора в сборе. Возможным способом уменьшения технологических дисбалансов является расчёт угловых положений деталей ротора, при которых взаимно компенсируются их остаточные неуравновешенности. Реализация названного способа требует разработки модели, позволяющей решать три задачи: 1) оценка неуравновешенностей ротора на основе результатов измерений деталей; 2) оптимизация угловых положений деталей исходя из минимизации неуравновешенностей ротора; 3) определение массы корректировочных грузиков, которые позволят компенсировать остаточный дисбаланс. В статье рассматривается жёсткий ротор, который не деформируется в ходе его работы.

Модель уравнивания жёстких роторов

Динамическое равновесие жёсткого или гибкого ротора на данной частоте вращения достигается при равенстве нулю главного вектора и главного момента неуравновешенных сил [8]. В зависимости от взаимного расположения оси вращения ротора и его главной оси инерции различают три вида неуравновешенности: 1) статическая; 2) моментная; 3) динамическая. Дисбаланс жёсткого ротора ГТД как узла, состоящего из нескольких $i = 1 \dots N$ деталей сборочной единицы (ДСЕ), может быть уменьшен путём оптимизации углового положения φ_i каждой i -й ДСЕ относительно оси вращения ротора. В этом случае действия возбуждающих сил, вызванных дисбалансами деталей ротора, могут компенсироваться. Угловые положения N деталей ротора, приводящие к его динамическому равновесию, могут быть найдены исходя из выражений для главного вектора и главного момента дисбалансов ротора относительно точки его приложения на оси вращения. Полагая равномерное распределение плотности ρ_i по объёму V_i каждой из ДСЕ, можно записать выражение для главного момента неуравновешенных сил [8]:

$$\vec{M} = \vec{k} \omega^2 \sum_{i=1}^N \rho_i (J_{xy})_i - \vec{j} \omega^2 \sum_{i=1}^N \rho_i (J_{xz})_i, \quad (1)$$

где ω – угловая частота вращения ротора; \vec{j}, \vec{k} – направляющие орты соответственно по осям y и z ;

$$\begin{cases} \rho_i (J_{xy})_i = \rho_i \int_{V_i} x_i y_i dV, \\ \rho_i (J_{xz})_i = \rho_i \int_{V_i} x_i z_i dV, \end{cases} \quad \text{– центробежные моменты инерции каждой } i\text{-й ДСЕ.}$$

Для того, чтобы вращающийся ротор не испытывал действия от момента дисбалансов ротора, согласно (1) необходимо, чтобы выполнялось условие:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^N \rho_i (J_{xz})_i = 0; \\ \sum_{i=1}^N \rho_i (J_{xy})_i = 0, \end{cases} \quad (2)$$

где J_{xz}, J_{xy} – центробежные моменты инерции соответственно вокруг координатных осей y и z .

Выражения (2) определяют направление главной оси инерции ротора, которая в общем случае параллельна его оси вращения, т.е. статическая неуравновешенность не может быть устранена. Поэтому для выполнения условия совпадения главной оси инерции ротора с его осью вращения необходимо кроме условия (2) обеспечить равенство нулю вектора его дисбалансов:

$$\vec{D}_\Sigma = \sum_{i=1}^N \vec{D}_i = 0. \quad (3)$$

Условия приближения положения главной оси инерции ротора к положению его оси вращения за счёт изменения углов ориентации каждой его ДСЕ относительно указанной оси вращения формируются следующим образом.

Для каждой i -й ДСЕ определим связанную с ней локальную систему координат $O'_i X'_i Y'_i Z'_i$, ось \vec{OX}'_i которой совпадает с осью \vec{OX} глобальной системы координат $OXYZ$ как показано на рис. 1.

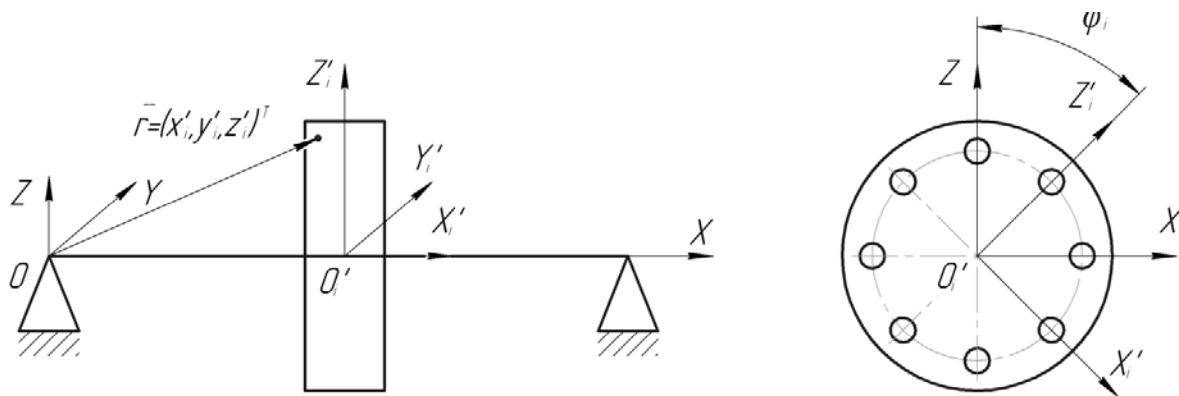


Рис. 1. Принятые системы координат в роторе

Пусть радиус-вектор материальной точки i -й ДСЕ $\vec{r} = (x_i, y_i, z_i)^T$, заданный в глобальной системе координат, описывается в локальной системе координат $O'_i X'_i Y'_i Z'_i$ следующим видом: $\vec{r} = (x'_i, y'_i, z'_i)^T$, T – символ транспонирования матрицы. Каждая локальная система координат $O'_i X'_i Y'_i Z'_i$ может быть развернута вместе с i -й ДСЕ на любой угол φ_i относительно глобальной системы $OXYZ$. Условимся, что множество из N таких углов разворота $\{\varphi_i\}$, $i = 1 \dots N$ каждой ДСЕ обеспечивает приближённое выполнение зависимостей (2) и (3). На рис. 1 OX, OY, OZ – координатные оси глобальной системы координат; φ_i – угол вращения детали относительно оси OZ .

Условия приближения положения главной оси инерции ротора к положению его оси вращения за счёт изменения углов ориентации каждой его ДСЕ относительно указанной оси вращения могут быть представлены в следующем виде:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^N \rho_i (J_{xz})_i \rightarrow 0; \\ \sum_{i=1}^N \rho_i (J_{xy})_i \rightarrow 0; \\ \sum_{i=1}^N \bar{D}_i \rightarrow 0. \end{cases} \quad (4)$$

Выражение « $\rightarrow 0$ » означает, что при назначении углов $\{\varphi_i\}, i=1...N$ может остаться неуравновешенность ротора, устраняемая последующей балансировкой. Показанные условия (4) определяют выражения для нахождения относительных угловых положений, позволяющих уменьшить неуравновешенности ротора. Последнее уравнение в системе (4) (стремление к нулю результирующего вектора всех дисбалансов) выполняется, если центр массы ротора лежит на оси вращения, т.е. выполняется условие:

$$\begin{cases} D_y = m_{\Sigma} y_c = \sum_{i=1}^N \int_{V_i} y_i \rho_i dV \rightarrow 0; \\ D_z = m_{\Sigma} z_c = \sum_{i=1}^N \int_{V_i} z_i \rho_i dV \rightarrow 0, \end{cases} \quad (5)$$

где y_c, z_c – координаты центра масс в глобальной системе координат; $m_{\Sigma} = \sum_{i=1}^N \int_{V_i} \rho_i dV$ – масса ротора.

Запишем условия (4) и (5) через координаты, определённые в N локальных системах координат. Для i -й ДСЕ и связанной с ней локальной системы координат $O'_i X'_i Y'_i Z'_i$ выполняется преобразование координат:

$$(x_i, y_i, z_i)^T = M^{-1} (x'_i, y'_i, z'_i)^T, \quad (6)$$

где $M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \varphi_i & -\sin \varphi_i \\ 0 & \sin \varphi_i & \cos \varphi_i \end{pmatrix}$ – матрица преобразования.

В этом случае моменты инерции i -й ДСЕ ротора определяются через координаты локальной системы координат следующим образом:

$$\begin{aligned} \rho_i (J_{xy})_i &= \rho_i \int_{V_i} x'_i (y'_i \cos \varphi_i + z'_i \sin \varphi_i) dV = \rho_i \left(\cos \varphi_i \int_{V_i} x'_i y'_i dV + \sin \varphi_i \int_{V_i} x'_i z'_i dV \right) = \\ &= \rho_i \left(\cos \varphi_i (J'_{xy})_i + \sin \varphi_i (J'_{xz})_i \right); \\ \rho_i (J_{xz})_i &= \rho_i \left(-\sin \varphi_i (J'_{xy})_i + \cos \varphi_i (J'_{xz})_i \right). \end{aligned} \quad (7)$$

Тогда условие приближения положения главной оси инерции ротора к положению его оси вращения за счёт изменения углов ориентации $\{\varphi_i\}, i=1...N$ ДСЕ ротора, записанное в форме (4) с учётом (5), принимает форму зависимости:

$$\begin{cases} J_{xy} = \sum_{i=1}^N \rho_i \left(\cos \varphi_i (J'_{xy})_i + \sin \varphi_i (J'_{xz})_i \right) \rightarrow 0; \\ J_{xz} = \sum_{i=1}^N \rho_i \left(\cos \varphi_i (J'_{xz})_i - \sin \varphi_i (J'_{xy})_i \right) \rightarrow 0; \\ D_y = \sum_{i=1}^N \left(\cos \varphi_i \int_{V_i} y'_i \rho_i dV + \sin \varphi_i \int_{V_i} z'_i \rho_i dV \right) \rightarrow 0; \\ D_z = \sum_{i=1}^N \left(\cos \varphi_i \int_{V_i} z'_i \rho_i dV - \sin \varphi_i \int_{V_i} y'_i \rho_i dV \right) \rightarrow 0, \end{cases} \quad (8)$$

где $(D'_y)_i = \int_{V_i} y'_i \rho_i dV$, $(D'_z)_i = \int_{V_i} z'_i \rho_i dV$ – дисбалансы i -й ДСЕ в локальной системе координат детали.

Таким образом, если известны моменты инерции $(J'_{xy})_i$, $(J'_{xz})_i$ и дисбалансы $(D'_y)_i$, $(D'_z)_i$ для каждой i -й ДСЕ ротора, рассчитанные в её локальной системе координат $O'_i X'_i Y'_i Z'_i$, то для максимального совпадения оси вращения вала с его главной осью инерции достаточно найти такие углы $\varphi_i, i=1...N$, чтобы выполнялось условие (8). Пусть координаты центра массы i -й ДСЕ определяются зависимостью:

$$(x_c)'_i = \frac{1}{m_i} \int_{V_i} \rho_i x'_i dV, (y_c)'_i = \frac{1}{m_i} \int_{V_i} \rho_i y'_i dV, (z_c)'_i = \frac{1}{m_i} \int_{V_i} \rho_i z'_i dV. \quad (9)$$

Тогда условие (8) запишется как

$$\begin{cases} J_{xy} = \sum_{i=1}^N m_i (x_c)'_i \left((y_c)'_i \cos \varphi_i + (z_c)'_i \sin \varphi_i \right) \rightarrow 0; \\ J_{xz} = \sum_{i=1}^N m_i (x_c)'_i \left((z_c)'_i \cos \varphi_i - (y_c)'_i \sin \varphi_i \right) \rightarrow 0; \\ D_y = \sum_{i=1}^N m_i \left((y_c)'_i \cos \varphi_i + (z_c)'_i \sin \varphi_i \right) \rightarrow 0; \\ D_z = \sum_{i=1}^N m_i \left((z_c)'_i \cos \varphi_i - (y_c)'_i \sin \varphi_i \right) \rightarrow 0. \end{cases} \quad (10)$$

Решение системы (8) или (10) подразумевает произвольные значения углов поворота φ_i ДСЕ ротора. Однако на практике углы φ_i могут принимать только определённые дискретные значения, определяемые количеством монтажных отверстий каждой i -й ДСЕ. Эти значения должны быть кратны угловому шагу расположения отверстий,

т.е. должно выполняться условие, что угол φ_i пропорционален $\frac{2\pi}{k_i}$, где k_i – количество отверстий в i -й ДСЕ. Таким образом, решение системы (10) должно удовлетворять ограничениям

$$\{\varphi_i\} = \left\{ \frac{2\pi}{k_i} n_i \mid \forall n_i : n_i = 1 \vee 2 \vee 3 \dots \vee k_i, i = 1 \dots N \right\}. \quad (11)$$

Как было отмечено ранее, на втором этапе остаточная неуравновешенность после оптимизации угловых положений его ДСЕ устраняется методом динамической балансировки за счёт размещения грузов массой m_1 и m_2 в двух плоскостях коррекции 1 и 2, расположенных в координатах $x = x_1$ и $x = x_2$ соответственно, как показано на рис. 2.

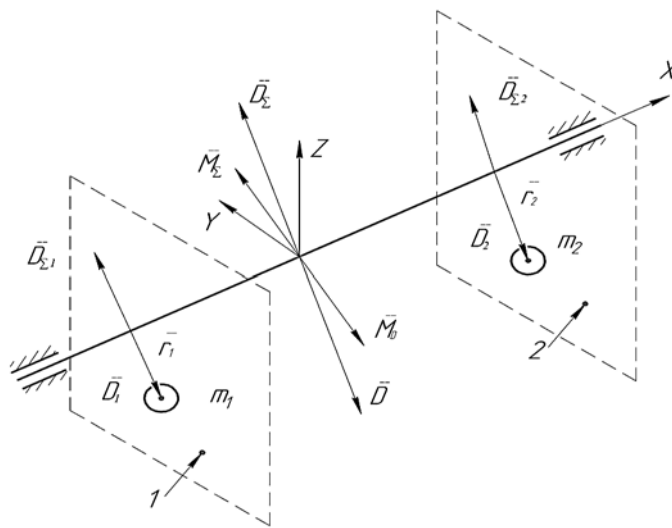


Рис. 2. Схема расположения корректировочных масс $\vec{D}_\Sigma = \vec{D}_{\Sigma 1} + \vec{D}_{\Sigma 2}$

Остаточная неуравновешенность ротора представлена на рис. 2 суммарным дисбалансом $\vec{D}_\Sigma = \vec{D}_{\Sigma 1} + \vec{D}_{\Sigma 2}$ и суммарным моментом \vec{M}_Σ . Корректировочные грузы массой m_1 и m_2 создают компенсирующие дисбаланс $\vec{D} = \vec{D}_1 + \vec{D}_2$ и момент \vec{M}_D . Размещение грузов массой m_1 и m_2 в плоскостях коррекции производится на заданных радиусах r_1 и r_2 и расчётных углах α_1, α_2 , которые вместе с величинами масс m_1 и m_2 требуется найти из системы уравнений:

$$\begin{cases} J_{xy} = \sum_{i=1}^N m_i (x_c)'_i \left((y_c)'_i \cos \varphi_i + (z_c)'_i \sin \varphi_i \right) + m_1 x_1 r_1 \cos \alpha_1 + m_2 x_2 r_2 \cos \alpha_2 = 0; \\ J_{xz} = \sum_{i=1}^N m_i (x_c)'_i \left((z_c)'_i \cos \varphi_i - (y_c)'_i \sin \varphi_i \right) + m_1 x_1 r_1 \sin \alpha_1 + m_2 x_2 r_2 \sin \alpha_2 = 0; \\ D_y = \sum_{i=1}^N m_i \left((y_c)'_i \cos \varphi_i + (z_c)'_i \sin \varphi_i \right) + m_1 r_1 \cos \alpha_1 + m_2 r_2 \cos \alpha_2 = 0; \\ D_z = \sum_{i=1}^N m_i \left((z_c)'_i \cos \varphi_i - (y_c)'_i \sin \varphi_i \right) + m_1 r_1 \sin \alpha_1 + m_2 r_2 \sin \alpha_2 = 0. \end{cases} \quad (12)$$

Система уравнений (12) представляет собой условие равенства нулю вектора главного момента и главного вектора дисбалансов от остаточной неуравновешенности ротора и размещенных в плоскостях коррекции грузов, записанных в проекциях на оси координат OY и OZ глобальной системы координат. Отметим, что в систему уравнений (12) подставляются оптимизированные значения углов φ_i , определённые на первом этапе.

Результаты исследований

Исследование результативности использования модели виртуальной балансировки жёсткого ротора выполнялось на примере ротора, включающего 5 дисков, эскиз которого приведён на рис. 3.

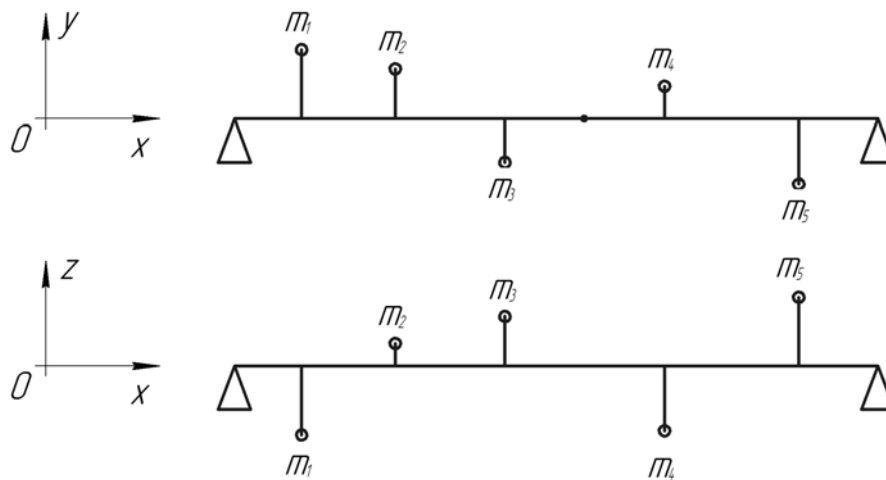


Рис. 3. Расположение центров масс пяти деталей ротора

Исходные условия по неуравновешенностям ротора:

$M = [0,20 \ 0,65 \ 0,15 \ 0,78 \ 0,34]$ кг – матрица масс пяти деталей ротора;

$X'_c = [0,24 \ 0,42 \ 0,57 \ 0,87 \ 1,06]$ м;

$Y'_c = [0,005 \ 0,003 \ -0,004 \ 0,002 \ -0,006]$ м;

$Z'_c = [-0,002 \ 0,001 \ 0,003 \ -0,004 \ 0,0045]$ м – матрицы координат центров масс де-

талей ротора при нулевых значениях углов поворота деталей относительно оси вращения ротора;

$2x_0 = 1,165$ м – расстояние между опорами ротора;

$x_1 = 0,24$ м – координата первой плоскости коррекции;

$x_2 = 1,1$ м – координата второй плоскости коррекции;

$r_1 = r_2 = 0,15$ м – радиус размещения уравнивающегося грузика на 1-й и 2-й плоскостях коррекции.

Полагаем, что кратность углов поворота деталей ротора одинакова и дискретно изменяется в диапазоне от 15 до 120 град, что соответствует диапазону от 24 до 3 крепёжных отверстий для каждой детали. На рис. 4 приведена зависимость величин моментов инерции ротора от наименьшего кратного угла поворота деталей ротора, используемого для расчёта оптимальных угловых положений ДСЕ.

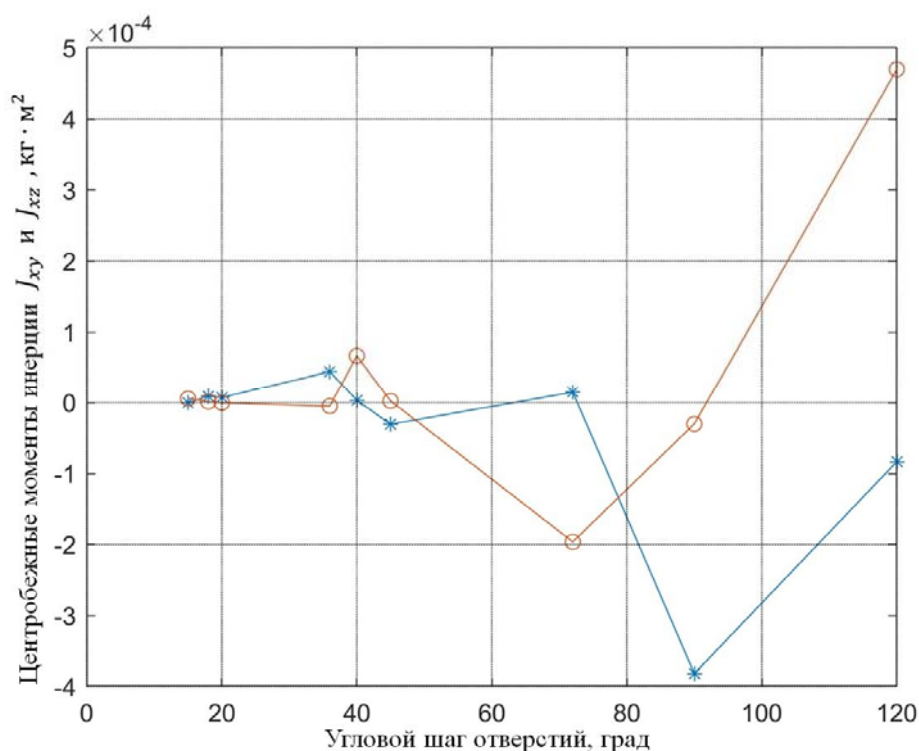


Рис. 4. Зависимость величин моментов инерции ротора от наименьшего кратного угла поворота деталей ротора

Величина дисбалансов при кратности углов ДСЕ 15 град составила $D_x = 0,019 \text{ кг} \cdot \text{м}$ и $D_y = -0,00089 \text{ кг} \cdot \text{м}$. Использование разработанной модели позволило существенно снизить неуравновешенности ротора.

В статьях [9 – 11] исследования дисбаланса во вращающихся роторах выполняются с использованием метода конечных элементов. Проверим результативность использования модели виртуальной балансировки жёсткого ротора посредством выполнения расчётов с использованием конечно-элементной модели (КЭМ) ротора в программном пакете ANSYS. Методом конечно-элементного анализа оценивалась виброскорость на опорах исследуемого ротора с рассмотрением двух вариантов значений угловых положений дисков: 1) исходных; 2) расчётных, выполненных с целью минимизации неуравновешенностей узла по разработанной модели.

Первый этап расчёта заключался в том, что в САЕ-пакет ANSYS подгружалась созданная 3D модель ротора с дисками. Затем задавались входные данные, которые были рассчитаны по разработанной модели для размеров созданной 3D модели. На втором этапе для имитации вращения ротора и получения вибрационных характеристик сборки использовались два модуля: Modal и Harmonic Response. Использование модуля Modal необходимо для определения критических частот и изгибных форм. Модуль Harmonic Response предназначен для определения амплитудно-частотных характеристик, деформаций, напряжений, скоростей модулируемого ротора. Получаемые характеристики представляются в виде ряда значений, в определённом диапазоне частот. Диапазон берётся в районе критической частоты.

Внешний вид КЭМ представлен на рис. 5.

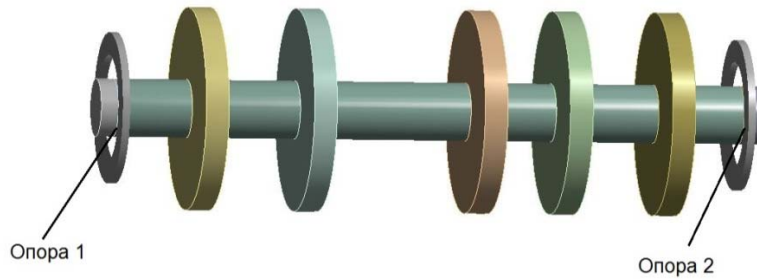


Рис.5. Внешний вид КЭМ ротора

На заключительном этапе после расчёта в модуле Harmonic Response были получены данные по величинам виброскоростей на опорах ротора. Полученные с использованием КЭМ модели результаты приведены на рис. 6, а и б в виде отношений виброскоростей опор ротора к их первоначальным значениям для случаев изменения углового положения деталей и добавления корректирующих масс.

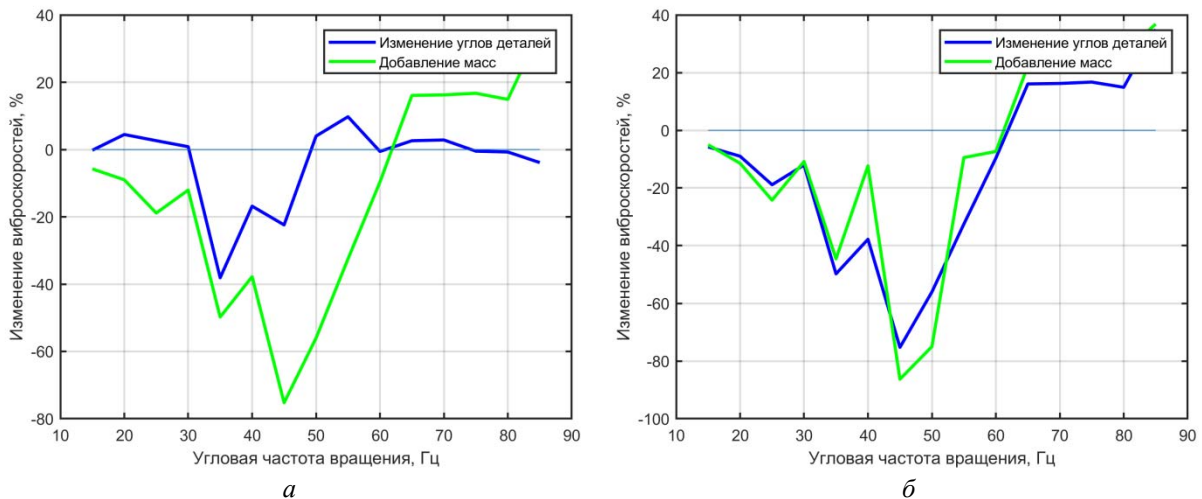


Рис. 6. Сравнение виброскоростей на опорах ротора: а – первая опора; б – вторая опора

Полученные результаты показывают существенное снижение виброскоростей опор, составляющее до 80% от их начального значения. Эффект от изменения углового расположения деталей и добавления корректирующих масс для каждой из опор разный. Для первой опоры изменение углов деталей приводит к снижению виброскоростей до 40%, добавление корректирующих масс – до 80%. Для второй опоры изменение углов деталей приводит к снижению виброскоростей до 80%, добавление корректирующих масс – до 85%.

Заключение

Приведённые результаты исследований показывают существенное уменьшение (до 80%) неуравновешенностей ротора при использовании рассчитанных угловых положений деталей. Можно сделать вывод о том, что разработанная модель виртуального уравнивания жёстких роторов может быть использована для предварительной балансировки роторов за счёт оптимизации взаимного углового положения его деталей.

Дальнейшее развитие модели возможно за счёт учёта жёсткости ротора.

Библиографический список

1. Ильянков А.И., Левит М.Е. Основы сборки авиационных двигателей. М.: Машиностроение, 1987. 288 с.
2. Левит М.Е., Ройзман В.П. Вибрация и уравнивание роторов авиадвигателей. М.: Машиностроение, 1970. 172 с.
3. Левит М.Е., Рыженков В.М. Балансировка деталей и узлов. М.: Машиностроение, 1986. 248 с.
4. Гусаров А.А. Балансировка гибких роторов с распределённой массой. М.: Наука, 1974. 144 с.
5. Гусаров А.А., Делгин Э.Г. Балансировка упруго-деформируемых роторов методом постановки балансировочных грузов на упругих элементах // В сб.: «Колебания и уравнивание ротора». М.: Наука, 1973. С. 99-103.
6. Никитин А.Н. Технология сборки двигателей летательных аппаратов. М.: Машиностроение, 1982. 269 с.
7. Справочник по балансировке / под ред. М.Е. Левита. М.: Машиностроение, 1992. 464 с.
8. Ермаков А.И., Уланов А.М. Вибрация и прочность АД и ЭУ. Ч. 1: учеб. пособие. Самара: СГАУ, 2006. 92 с.
9. Morais T.S., Der Hagopian J., Steffen Jr.V., Mahfoud J. Optimization of unbalance distribution in rotating machinery with localized non linearity // Mechanism and Machine Theory. 2014. V. 72. P. 60-70. DOI: 10.1016/j.mechmachtheory.2013.09.012
10. Xul J., Zheng X., Zhang J., Liu X. Vibration characteristics of unbalance response for motorized spindle system // Procedia Engineering. 2017. V. 174. P. 331-340. DOI: 10.1016/j.proeng.2017.01.148
11. Mujezinovic A., Davidson J.K., Shah J.J. A new mathematical model for geometric tolerances as applied to polygonal faces // Journal of Mechanical Design. 2004. V. 126, Iss. 3. P. 504-518. DOI: 10.1115/1.1701881

MODEL OF VIRTUAL BALANCING OF RIGID ROTORS

© 2022

- A. I. Khaimovich** Associate Professor, Doctor of Science (Engineering), Head of the Department of Engine Production Technology;
Samara National Research University, Samara, Russian Federation;
berill_samara@bk.ru
- M. A. Bolotov** Candidate of Science (Engineering), Associate Professor of the Department of Engine Production Technology;
Samara National Research University, Samara, Russian Federation;
maikl.bol@gmail.com
- E. Yu. Pechenina** Postgraduate Student of the Department of Engine Production Technology;
Samara National Research University, Samara, Russian Federation;
ek-ko@list.ru

Rotor imbalances have a significant impact on the level of their vibration and reliability. Reduction of rotor imbalances is achieved through static and dynamic balancing that we propose to accomplish by virtual balancing of rigid rotors in two stages. At the first stage mutual orientation of the rotor parts is calculated to compensate their imbalances and couple unbalance. At the second stage the values of the masses and angular coordinates of two correction weights that allow eliminating the residual imbalance of the rotor are determined. The correction weights are placed in two balancing planes of the rotor. A model of virtual balancing is proposed to implement the balancing stages. The model makes it possible to determine the relative angular positions of the rotor parts, the values of the mass of

two correction weights and their angular coordinates in the balancing planes. The effectiveness of using the proposed model was verified by performing calculations using the finite element model (FEM) of the rotor in the ANSYS software package. In the course of the study, data were obtained on the values of vibration velocities on the rotor supports. The results obtained show a significant reduction in the vibration velocities of the supports, amounting to 80% of their initial value.

Rotor imbalances; rigid rotor; mathematical model of rotor balancing; centrifugal moment of inertia; optimal angular positions; correction masses; finite element model

Citation: Khaimovich A.I., Bolotov M.A., Pechenina E.Yu. Model of virtual balancing of rigid rotors. *Vestnik of Samara University. Aerospace and Mechanical Engineering*. 2022. V. 21, no. 1. P. 99-109. DOI: 10.18287/2541-7533-2022-21-1-99-109

References

1. Il'yankov A.I., Levit M.E. *Osnovy sborki aviatsionnykh dvigateley* [Aircraft engine assembly basics]. Moscow: Mashinostroenie Publ., 1987. 288 p.
2. Levit M.E., Royzman V.P. *Vibratsiya i uravnoveshivanie rotorov aviadvigately* [Vibration and balancing of aircraft engine rotors]. Moscow: Mashinostroenie Publ., 1970. 172 p.
3. Levit M.E., Ryzhenkov V.M. *Balansirovka detaley i uzlov* [Balancing of parts and assemblies]. Moscow: Mashinostroenie Publ., 1986. 248 p.
4. Gusarov A.A. *Balansirovka gibkikh rotorov s raspredelennoy massoy* [Balancing of distributed mass-flexible rotors]. Moscow: Nauka Publ., 1974. 144 p.
5. Gusarov A.A., Delgin E.G. Balansirovka uprugo-deformiruemykh rotorov metodom postanovki balansirovochnykh gruzov na uprugikh elementakh. *V sb.: «Kolebaniya i uravnoveshivanie rotora»*. Moscow: Nauka Publ., 1973. P. 99-103. (In Russ.)
6. Nikitin A.N. *Tekhnologiya sborki dvigateley letatel'nykh apparatov* [Aircraft engine assembly technology]. Moscow: Mashinostroenie Publ., 1982. 269 p.
7. *Spravochnik po balansirovke / pod red. M.E. Levita* [Balancing reference manual / ed. by M.E. Levit]. Moscow: Mashinostroenie Publ., 1992. 464 p.
8. Ermakov A.I., Ulanov A.M. *Vibratsiya i prochnost' AD i EU. Ch. 1: ucheb. posobie* [Vibration and strength of aircraft engines and power plants. Part 1: tutorial]. Samara: Samara State Aerospace University Publ., 2006. 92 p.
9. Morais T.S., Der Hagopian J., Steffen Jr.V., Mahfoud J. Optimization of unbalance distribution in rotating machinery with localized non linearity. *Mechanism and Machine Theory*. 2014. V. 72. P. 60-70. DOI: 10.1016/j.mechmachtheory.2013.09.012
10. Xul J., Zheng X., Zhang J., Liu X. Vibration characteristics of unbalance response for motorized spindle system. *Procedia Engineering*. 2017. V. 174. P. 331-340. DOI: 10.1016/j.proeng.2017.01.148
11. Mujezinovic A., Davidson J.K., Shah J.J. A new mathematical model for geometric tolerances as applied to polygonal faces. *Journal of Mechanical Design*. 2004. V. 126, Iss. 3. P. 504-518. DOI: 10.1115/1.1701881