

## ОБ ЭФФЕКТИВНОСТИ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ПРИБЛИЖЕНИЯ НАВЬЕ-СТОКСА В ТЕРМОГАЗОДИНАМИЧЕСКОМ РАСЧЁТЕ ЖИДКОСТНЫХ РАКЕТНЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ МАЛОЙ ТЯГИ ПРИ НИЗКИХ ЧИСЛАХ РЕЙНОЛЬДСА

© 2022

**А. Д. Максимов** аспирант кафедры теории двигателей летательных аппаратов имени В.П. Лукачева;  
Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва;  
[asdds2014@mail.ru](mailto:asdds2014@mail.ru)

**С. А. Шустов** доктор технических наук, профессор кафедры теории двигателей летательных аппаратов имени В.П. Лукачева;  
Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва;  
[shustov.st@yandex.ru](mailto:shustov.st@yandex.ru)

Представлен численный метод термогазодинамического расчёта жидкостных ракетных двигателей малой тяги, которые используются в качестве исполнительных органов системы управления пространственным положением наноспутников и малых космических аппаратов. Метод основан на использовании программного комплекса TERRA для проведения термодинамического расчёта и программного комплекса ANSYS CFX для проведения газодинамического расчёта с использованием уравнений Навье-Стокса. Приведены результаты термогазодинамического расчёта, а также картина течения рабочего тела в камере. Приводятся результаты проверки адекватности излагаемого метода, анализируются его возможности и ограничения. Проверка адекватности основана на сравнении с результатами экспериментальных данных по числу Рейнольдса и величине потерь удельного импульса тяги.

*Жидкостные ракетные двигатели малой тяги; термогазодинамический расчёт; удельный импульс; число Маха; число Рейнольдса; уравнения Навье-Стокса; потери удельного импульса*

*Цитирование:* Максимов А.Д., Шустов С.А. Об эффективности использования приближения Навье-Стокса в термогазодинамическом расчёте жидкостных ракетных двигателей малой тяги при низких числах Рейнольдса // Вестник Самарского университета. Аэрокосмическая техника, технологии и машиностроение. 2022. Т. 21, № 1. С. 67-80. DOI: 10.18287/2541-7533-2022-21-1-67-80

### Введение

Функциональные возможности наноспутников и малых космических аппаратов (МКА) в значительной степени определяются системой управления их пространственным положением, в которых жидкостные ракетные двигатели малой тяги (ЖРДМТ) тягой от  $10^{-3}$  до 10 Н используются в качестве исполнительных органов. Эти двигатели должны отвечать ряду требований: высокая величина удельного импульса, хорошие габаритно-массовые характеристики и низкое энергопотребление.

Основой проектирования указанных ЖРДМТ является термогазодинамический расчёт, эффективные методы проведения которого в указанном выше диапазоне тяг отсутствуют. Это обусловлено сложностью такого расчёта, поскольку необходимо учитывать переменность термодинамических свойств рабочего тела, его сжимаемости и вязкости при больших градиентах термогазодинамических параметров. К точности расчёта предъявляются повышенные требования, что обуславливает необходимость проверки адекватности используемых методов. В связи с этим актуальной является задача разработки эффективного численного метода термогазодинамического расчёта однокомпонентных ЖРДМТ и проверка его адекватности. ЖРДМТ в указанном выше диапазоне тяг соответствуют низкие числа Рейнольдса, в связи с чем в данной работе

излагаются результаты решения этой задачи на основе использования уравнений Навье-Стокса и программного комплекса ANSYS CFX. Изложение ведётся на примере ЖРДМТ на однокомпонентном топливе.

### О перспективности двигательных установок на однокомпонентном топливе

Для оценки перспективности использования двигательных установок (ДУ) на однокомпонентных ЖРДМТ для управления наноспутником и МКА был проведён анализ существующих ДУ. Для удобства информация сведена в табл. 1.

Таблица 1. ДУ для наноспутников и МКА

Название	Параметр	Потребляемая мощность, Вт	Тяга, мН	Удельный импульс, с	Суммарный импульс, Нс	Заправленная масса, кг	Сухая масса, кг	Топливо	Количество двигателей
Размер 1 U									
Химические ДУ									
VACCO's Standard Micro Propulsion System		1-12	25	40	336	1,8	0,96	R236fa (газ)	4
Busek, BGT-X5		20	500	220-225	565	1,5	1,2	AF-M315E	1
VACCO, SDL Broadhead DV		–	100	190	491	1,6	1,4	LMP-103S/LT	1
Aurora propulsion technologies, ARM-A		2-20	0,6-4	100	300-600	1,3	1	Водная смесь	6
Электрические ДУ									
ThustMe, NPT30-I2		35-65	0,3-1,1	2400	5500	1,2	0,95	Твёрдый йод	1
Размер 2 U									
Химические ДУ									
Benchmark Space System, SmallSat Monopropellant		13	100-22000	140-320	1000	1,8	1,4	НТР + (optional) Butane	1-12
Benchmark Space System, SmallSat Bipropellant		13	100-22000	270	1750	2,5	1,8	НТР + NHMF	1
Электрические ДУ									
Busek, BIT-3 RF Ion Thruster		56-80	1,25	2300	30000	2,9	1,4	Твёрдый йод	1

Для удобства сравнения ДУ введём следующие коэффициенты:

– коэффициент стоимости создания тяги в энергетическом эквиваленте  $C = \frac{N}{P}$ ,

где  $N$  – мощность, Вт;  $P$  – тяга двигателя, мН;

– коэффициент массового совершенства  $X = \frac{I_{\Sigma}}{m_{ДУ}}$ , где  $I_{\Sigma}$  – суммарный импульс

ДУ, Нс;  $m_{ДУ}$  – масса ДУ в заправленном состоянии, кг;

– топливный коэффициент  $Y = \frac{m_{сдУ}}{m_{ДУ}}$ , где  $m_{сдУ}$  – масса сухой ДУ, кг.

Кроме того, использовались дополнительные показатели:

- состав ДУ (двигатели коррекции и управления);
- необходимость в сложных агрегатах регулирования и автоматики;
- необходимость и возможность обеспечения импульсного режима работы;
- динамика исполнения команд (высокая, задержка исполнения);
- экологичность.

Рассмотрим показатели эффективности ДУ, представленные в табл. 1 и сведённые в табл. 2. Из приведённых таблиц видно, что по критерию стоимости тяги однокомпонентные ДУ являются самыми экономичными при высоком коэффициенте массового совершенства, уступая по этому параметру только электрическим, которые, в свою очередь, требуют очень большого количества энергии, а также не обеспечивают ориентацию по всем степеням свободы. Анализ существующих ЖРДМТ, представленных в [1], показывает, что в настоящее время отсутствуют двигатели в диапазоне тяг от  $10^{-3}$  до 0,1 Н и лишь ведутся работы по их проектированию, которые находятся на различных стадиях разработки [2].

Таблица 2. Показатели эффективности ДУ на различных физических принципах

Показатели Тип ДУ	C	X	Y	Состав ДУ	Сложные агрегаты	Импульсный режим	Динамика	Экологичность
Размер 1 U								
На холодном газе	0,1	197–217	0,55	+	–	+	+	+
На горячем газе	0,7–1,5	314–350	0,55–0,76	+	–	+	–	+
На однокомпонентном топливе	0,04	306–376	0,76–0,88	–	–	+	+	+
На сжиженном газе	3	400	0,42	+	+	+	–	–
На водной основе	3–5	231–461	0,77	+	+	–	–	+
На порошковом топливе	0,05–1,5	46–120	0,9	+	+	–	–	+
Импульсно-плазменная	137–171	2100–3570	0,8	–	+	–	–	+
Ионная ДУ	114–800	4583–5556	0,76–0,8	–	+	–	–	+
Размер 2 U								
На однокомпонентном топливе	0,0006–0,13	556–790	0,58–0,78	+	–	+	+	+
На двухкомпонентном топливе	0,0006–0,13	700	0,72	–	+	+	+	–
На порошковом топливе	0,05–1,5	89–160	0,87	+	+	–	–	+
Ионная	45–64	10345	0,5	–	+	–	+	+

## Задачи термогазодинамического расчёта как ключевого инструмента проектирования

На этапе проектирования ЖРДМТ в процессе термогазодинамического расчёта необходимо решать широкий круг задач, связанных с обеспечением их высокой экономичности, приемлемых массово-габаритных характеристик и требуемого уровня надёжности, а также сокращением сроков и стоимости проектирования.

Из этого круга задач выделим наиболее важные:

– определение термодинамических параметров рабочего тела на входе в сопло и по длине сопла – химического состава, температуры, давления, теплофизических свойств продуктов сгорания, идеальные расходно-тяговые и энергетические параметры;

– определение в процессе газодинамического расчёта потерь удельного импульса из-за трения ( $\xi_{тр}$ ), рассеяния ( $\xi_p$ ), химической неравновесности ( $\xi_{х.н}$ ), коэффициента расхода  $\mu_c$ , коэффициента полноты удельного импульса в сопле  $\varphi_c$ , величины удельного импульса  $J_{y.n}^o$  и тягового комплекса  $K_{p.n}^o$  в пустоте с учётом потерь;

– определение теоретического контура камеры, обеспечивающего максимально возможную величину удельного импульса с учётом габаритно-массовых и технологических ограничений; термогазодинамический расчёт является примером сопряженной задачи, в которой результаты термодинамического расчёта являются основой газодинамического расчёта.

Заметим при этом, что результаты термогазодинамического расчёта являются исходными для таких видов расчётов, как тепловой и прочностной.

### Используемый численный метод термогазодинамического расчёта

ANSYS CFX – это профессиональный аналитический комплекс для решения термо-, гидро- и газодинамических задач. В нём используется более 16-ти моделей турбулентности. Решатели ANSYS CFD основаны на методе контрольных объёмов, в котором расчётная область разбивается на множество локальных элементов. Для каждого локального элемента записывается система законов сохранения массы, импульса и энергии в интегральной форме, которая затем преобразуется к системе алгебраических уравнений относительно искомых величин – плотности, скорости, температуры и др. в центрах расчётных ячеек.

Набор уравнений, решаемых ANSYS CFX, представляет собой нестационарные уравнения Навье-Стокса в их консервативной форме. Эти уравнения описывают процессы переноса импульса, тепла, массы и имеют вид [3]:

– уравнение неразрывности

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla(\rho U) = 0,$$

где  $\rho$  – плотность среды;  $U$  – вектор скорости;

– уравнение сохранения количества движения:

$$\frac{\partial(\rho U)}{\partial t} + \nabla(\rho U \otimes U) = -\nabla p + \nabla \tau,$$

где  $\tau = \mu \left( \nabla U + (\nabla U)^T - \frac{2}{3} \delta \nabla U \right)$  – тензор напряжения;  $\mu$  – динамическая вязкость среды;  $\otimes$  – тензорное умножение;  $p$  – давление;  $\delta$  – единичная матрица;

– уравнение сохранения энергии:

$$\frac{\partial(\rho i)}{\partial t} + \nabla(\rho U i) = \nabla(\lambda \nabla T) + \frac{\partial p}{\partial t} + U \nabla p + \Phi + S,$$

где  $i$  – удельная энтальпия;  $\Phi$  – диссипативная функция, учитывающая работу сил трения;  $S$  – источниковый член.

Для замыкания этой системы используется уравнение состояния:

$$p = \rho R T,$$

где  $R$  – газовая постоянная среды;  $T$  – температура среды соответственно.

Существует ряд различных методов решения, которые используются в кодах CFD. Наиболее распространённый тот, который известен как метод конечного объёма. В этом методе область интереса делится на небольшие субрегионы, называемые контрольными объёмами. Уравнения дискретизируются и решаются итеративно для каждого контрольного объёма. В результате можно получить аппроксимацию значения каждой переменной в определённых точках по всей области. Таким образом, можно получить полную картину поведения потока.

Для проведения исследования течения рабочего тела в соплах были построены 3D модели в Компас v.18, теоретический контур камеры представлен на рис. 1.

Для уменьшения времени расчёта использовались секторные модели камер в  $45^\circ$ . Полученные модели были разбиты на сетку конечных элементов (КЭ) в Ansys Meshing (рис. 2).

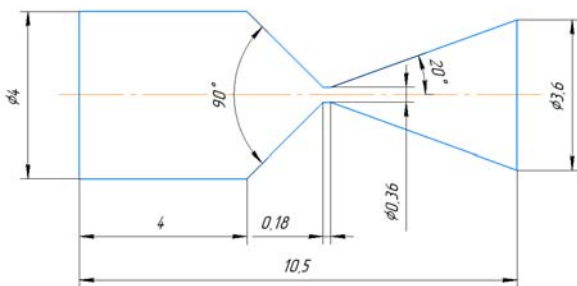


Рис. 1. Теоретический контур камеры

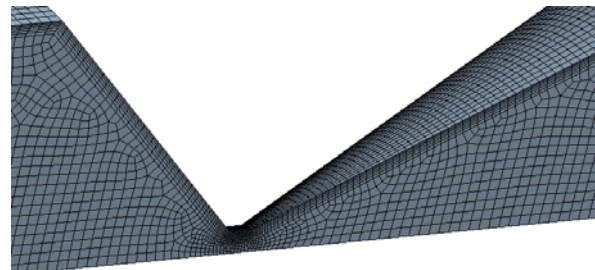


Рис. 2. Сеточная модель камеры двигателя тягой 10 мН

Количество КЭ каждой сеточной модели составляло порядка 100 000 элементов. Для улучшения параметров сетки было установлено значение параметра *Relevance* равным 100. В качестве метода построения сетки выбран *Sweep method*, для настроек узлов конечных элементов, находящихся в серединах сторон, использовались глобальные настройки. *Src/Trig Selection – Manual Source and Target. Free Face Mesh Type – All Quad*. Для измельчения сетки вблизи поверхности камеры использовалась функция *Inflation* (сгущение сетки вблизи стенки) по продольному сечению сектора камеры, а также измельчение критического сечения функцией *Face sizing*.

После разбиения были наложены граничные условия, представленные на рис. 3. Для более корректного расчёта в соответствии с рекомендациями [4] была добавлена выходная область, имитирующая окружающую среду.

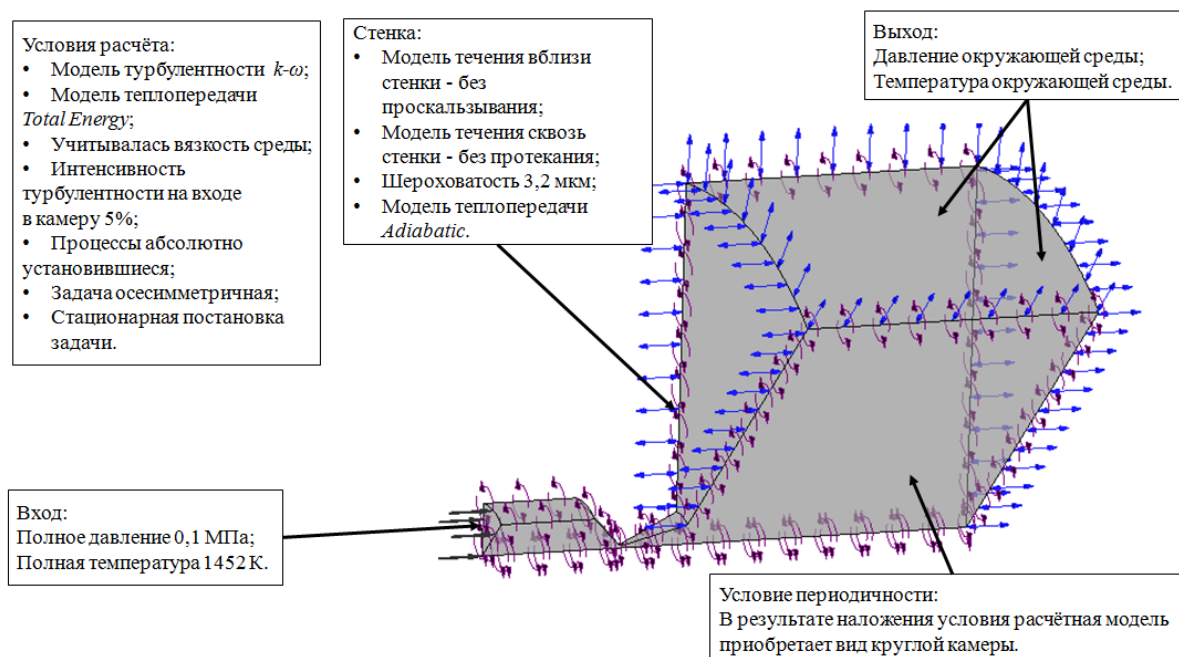
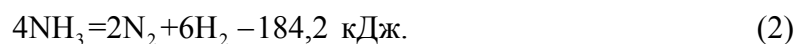
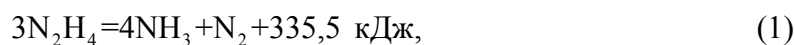


Рис. 3. CFD модель с граничными условиями

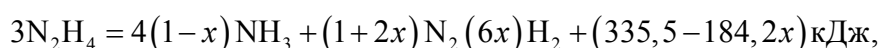
Термодинамические параметры рабочего тела на границах рабочей области должны определяться в процессе численного решения уравнений химической термодинамики для химического состава и термодинамических свойств продуктов сгорания [5; 6] с учётом особенностей используемого топлива. В данной работе термодинамический расчёт рассматривается применительно к рабочему телу, которое является продуктами разложения гидразина, который в присутствии катализатора разлагается с выделением тепла и образованием газообразных продуктов – аммиак, азот и водород. Характер процесса каталитического разложения гидразина довольно сложен и зависит от геометрической формы и размеров камеры разложения, природы и характеристик катализатора, времени разложения и других факторов.

Термическое разложение гидразина  $N_2H_4$  происходит по двум последовательным реакциям [7; 8]:



В работах [7; 8] показано, что химическая реакция (2) более медленная, чем реакция уравнения (1). Время пребывания в камере ЖРДМТ может составлять несколько миллисекунд, поэтому естественно ожидать, что только часть  $NH_3$  разложится по уравнению (2).

Если реакция уравнения (1) протекает полностью, а реакция (2) частично, то общая реакция разложения гидразина может быть представлена в зависимости от мольной доли разложившегося  $NH_3$  [7]:



где  $x$  – степень диссоциации  $NH_3$ .

Таким образом, характеристики гидразина, применяемого в качестве жидкого топлива в ЖРДМТ, зависят от количества диссоциированного  $\text{NH}_3$ .

Существенное влияние на степень диссоциации  $\text{NH}_3$  оказывает время пребывания гидразина в каталитической камере ЖРДМТ, которое зависит от объёма камеры и её расходонапряжённости. Для камер современных ЖРДМТ степень диссоциации  $\text{NH}_3$  находится в диапазоне  $0 \leq x \leq 0,5$ .

Для термодинамического расчёта химического состава и термодинамических свойств использовался программный комплекс TERRA [9].

Сходимость решения в ANSYS CFX оценивалась по математическим и интегральным параметрам, которые были постоянны для установившегося решения (рис. 4).

Величина удельного импульса определялась по следующей формуле:

$$J_y = w_a + \frac{p_a F_a}{\dot{m}},$$

где  $w_a$  – скорость истечения рабочего тела на срезе сопла;  $p_a$  – давление рабочего тела на срезе сопла;  $F_a$  – площадь среза сопла;  $\dot{m}$  – массовый расход рабочего тела.

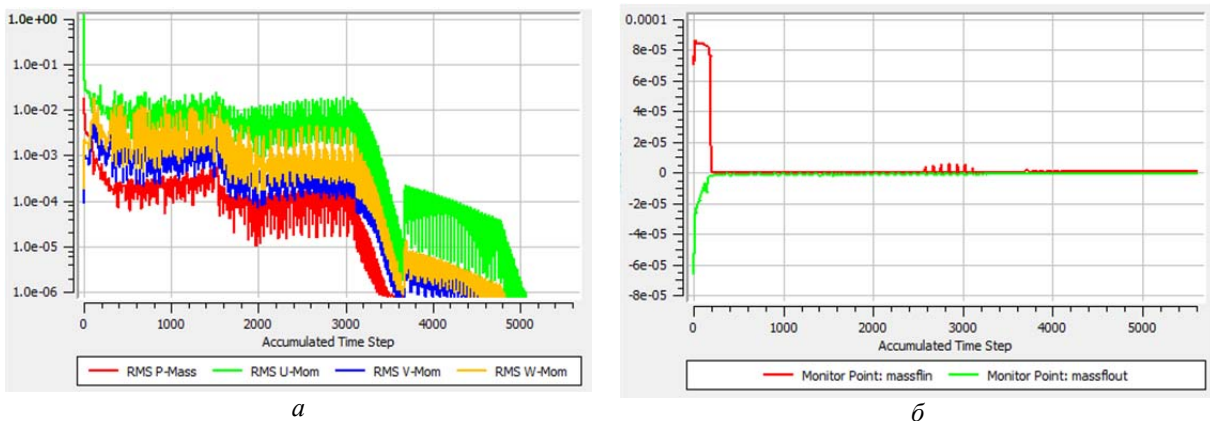


Рис. 4. Оценка сходимости решения:

а – монитор математических невязок; б – монитор массового расхода;

RMS – Residual Normalization Procedure; P-Mass – уравнение неразрывности;

U-Mom, V-Mom, W-Mom – три уравнения моментов количества движения (по U, V и W)

### Результаты термогазодинамического расчёта

На рис. 5 представлены зависимости удельного импульса от геометрической степени расширения сопла в идеальном приближении и с учётом потерь для ЖРДМТ тягой 10 мН.

Эти зависимости показывают существенное влияние вязкости на потери удельного импульса, которые на срезе сопла составляют 12%, при этом зависимость удельного импульса от геометрической степени сопла для ЖРДМТ тягой 10 мН имеет немонотонный характер с максимумом при  $F_a$  порядка 80.

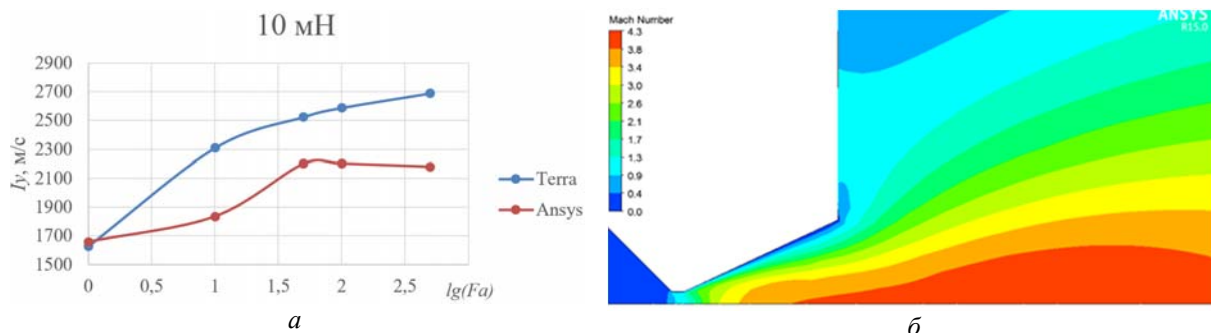


Рис. 5. График зависимости удельного импульса от геометрической степени расширения сопла (а); распределение числа Маха при  $F_a = 100$  (б)

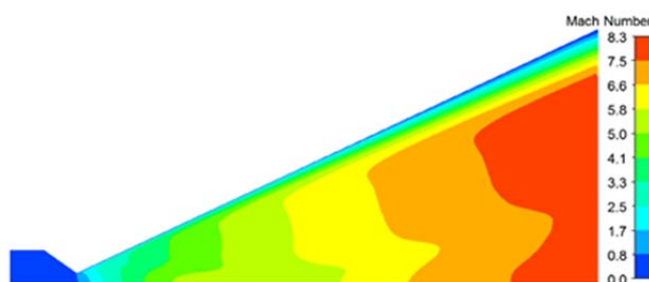


Рис. 6. Распределения числа Маха в камере тягой 1000 Н при  $F_a = 500$

На рис. 6 показаны результаты расчётного определения числа Маха в сопле ЖРДМТ тягой 1000 Н. При этой величине тяги течение близко к идеальному, при котором на срезе сопла за исключением области тонкого пограничного слоя вблизи стенки число Маха является постоянным и равно 8, что соответствует термодинамическому расчёту. Некоторая неравномерность поля чисел Маха внутри сопла обусловлена наличием скачков уплотнения, поскольку стенка конической сверхзвуковой части сопла не является линией тока.

Рис. 5 показывает, что при тяге ЖРДМТ 10 мН влияние вязкости существенно изменяет поле чисел Маха: одномерное ядро потока в сверхзвуковой части сопла практически отсутствует, а среднее числа Маха на срезе сопла уменьшается более чем в два раза по сравнению с термодинамическим расчётом.

Таким образом, можно сделать вывод, что влияние вязкости на поле течения и величину удельного импульса по мере уменьшения тяги ЖРДМТ при размерности таких камер становится значительным. При этом приближение Навье-Стокса даёт правильное качественное описание этого процесса.

### Методика и результаты проверки адекватности используемого метода термогазодинамического расчёта

Важную роль в систематизации как расчётных, так и экспериментальных результатов исследования влияния вязкости на расходно-тяговые и энергетические характеристики сопел ракетных двигателей играет величина числа Рейнольдса.

Применительно к течениям в соплах маршевых жидкостных ракетных двигателей (ЖРД) используется число Рейнольдса [5]



$$\text{Re}_{wo} = \frac{w_{\max} \rho_{oc} L_a}{\eta_w},$$

где  $L_a$  – полная длина сопла;  $w_{\max}$  – максимальная скорость истечения газа в вакуум;  $\eta_w$  – динамический коэффициент вязкости (Па·с), индекс «о» соответствует заторможенным значениям параметра, индекс «с» соответствует параметрам на входе в сопло, индекс «w» – параметрам на стенке.

Однако применительно к исследованиям влияния вязкости на расходно-тяговые и энергетические характеристики сопел РДМТ используются различные виды числа Рейнольдса, в которых характерным размером является диаметр минимального сечения сопла  $d_*$ . Некоторые из этих чисел Рейнольдса представлены выражениями (3) и (4):

$$\text{Re}_2 = \frac{a_* \rho_{oc} d_*}{\eta_w}, \quad (3)$$

$$\text{Re}_5 = \frac{4\dot{m}_{ид}}{\pi d_* \eta_0} = \frac{\rho_* a_* d_*}{\eta_w}, \quad (4)$$

где  $\dot{m}_{ид}$  – идеальный массовый расход;  $a_*$ ,  $\rho_*$  – скорость звука и плотность в минимальном сечении сопла.

Для обобщённого представления экспериментальных результатов число Рейнольдса  $\text{Re}_2$  использовалось в работе [10], а число Рейнольдса  $\text{Re}_5$  – в работе [11]. Заметим, что числа Рейнольдса  $\text{Re}_2$  и  $\text{Re}_5$ , определяемые выражениями (3), (4), существенно не отличаются друг от друга и могут быть выражены одно через другое. Так, например, число Рейнольдса  $\text{Re}_2$  может быть выражено через число Рейнольдса  $\text{Re}_5$  следующим образом:

$$\text{Re}_2 = \frac{\text{Re}_5}{\varepsilon_*}, \quad (5)$$

где  $\varepsilon_* = \rho_* / \rho_{oc}$ .

В дальнейшем изложении используется число Рейнольдса  $\text{Re}_2$ , определяемое выражением (3), которое с учётом уравнения (5) можно представить в следующем виде:

$$\text{Re}_2 = \frac{a_*}{R_{z_{oc}} T_{oc} \eta_w} p_{oc} d_*. \quad (6)$$

Здесь сомножитель  $\frac{a_*}{R_{z_{oc}} T_{oc} \eta_w}$  определяется термодинамическими свойствами продуктов сгорания при заданной величине  $x$  – степени разложения аммиака, а сомножитель  $p_{oc} d_*$  пропорционален величине тяги;  $R_{z_{oc}} = R_0 / \mu_{z_{oc}}$  – газовая постоянная продуктов сгорания на входе в сопло;  $R_0$  – универсальная газовая постоянная;  $\mu_{z_{oc}}$  – молекуляр-

ная масса продуктов сгорания на входе в сопло;  $T_{oc}$  – температура продуктов сгорания на входе в сопло.

Связь величины тяги ЖРДМТ с числом Рейнольдса  $Re_2$ , полученная на основе использования выражения (6), показана в табл. 3, при этом для определения термодинамических параметров, входящих в выражение (6), использовался программный комплекс TERRA.

Таблица 3. Зависимость числа Рейнольдса  $Re_2$  от тяги и степени разложения аммиака

$P, Н$	$Re_2$		
	$x = 0$	$x = 0,25$	$x = 0,5$
$10^{-3}$	242	262	296
$10^{-2}$	792	859	970
0,1	$4 \cdot 10^3$	$4,3 \cdot 10^3$	$4,8 \cdot 10^3$
1	$1,6 \cdot 10^4$	$1,8 \cdot 10^4$	$2 \cdot 10^4$
10	$5,2 \cdot 10^4$	$5,6 \cdot 10^4$	$6,3 \cdot 10^4$

Методика проверки адекватности газодинамического расчёта на основе использования уравнений Навье-Стокса основана на сравнении расчётных и экспериментальных зависимостей коэффициента полноты удельного импульса  $\varphi(Re_2) = J_{y.n}^o / J_{y.n}^{uo}$  и потерь удельного импульса  $\xi(Re_2) = 1 - \varphi(Re_2)$ .

Результаты расчётного определения значений удельного импульса в пустоте на основе использования уравнений Навье-Стокса приведены в табл. 4 и на рис. 7.

Сравнение расчётных и экспериментальных зависимостей  $\varphi_J(Re_2)$  на рис. 7 показывает, что между ними имеется качественное согласование, однако расчёт с использованием уравнений Навье-Стокса даёт более высокие по сравнению с экспериментом значения коэффициента полноты потерь удельного импульса.

Таблица 4. Результаты расчётного и экспериментального определения коэффициента полноты удельного импульса ( $x = 0,25, \bar{F}_a = 100$ )

$d_*$	$P_{oc}$	$\Theta_2$	$J_{y.n}^{uo}$	$J_{y.n}^{н.с}$	$\varphi_J^{н.с}$	$\varphi_J^{эксн}$	$\Delta$
мм	МПа	град	м/с	м/с	–	–	%
1	2	3	4	5	6	7	8
$P = 10^{-3} Н$							
0,11	0,1	20	2520	2041	0,810	0,720	32
$P = 10^{-2} Н$							
0,3	0,1	20	2520	2248	0,892	0,820	40
$P = 0,1 Н$							
0,72	0,25	20	2520	2395	0,950	0,910	44
$P = 1 Н$							
1,5	0,5	17,5	2520	2440	0,968	0,940	47
$P = 10 Н$							
4,74	0,5	17,5	2520	2458	0,975	0,97	17

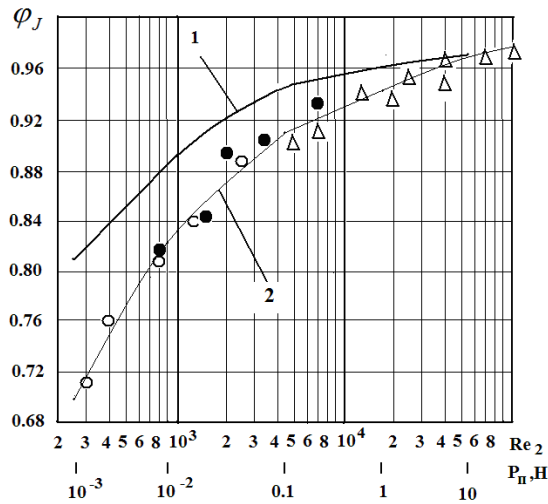


Рис. 7. Результаты расчётного и экспериментального определения зависимости  $\varphi(\text{Re}_2)$  :

1 – результаты расчёта на основе использования уравнений Навье-Стокса;

2 – зависимость, аппроксимирующая результаты эксперимента;

○ – эксперимент Марча с соавт. (рабочее тело водород при температуре 815°C,  $\Theta_2 = 20^\circ$ ) [10];

● – эксперимент Бутенко с соавт. (рабочее тело продукты разложения аммиака,  $\Theta_2 = 17,5^\circ$ ) [11];

Δ – эксперимент НИЦ КЭ Самарского университета (рабочее тело воздух при температуре 300 K,  $\Theta_2 = 15^\circ$ ) [12]

Для количественной оценки отличия результатов расчёта и эксперимента использовался параметр

$$\Delta = \frac{|\xi_J^{\text{эксп}} - \xi_J^{\text{н.с}}|}{\xi_J^{\text{н.с}}} 100\%,$$

где  $\xi_J = 1 - \varphi_J$ . Значения параметра  $\Delta$  приведены в столбце 8 табл. 4. Эти значения показывают, что приемлемое согласование между расчётом и экспериментом наблюдается лишь у верхней границы рассматриваемого диапазона тяг (для тяги 10 Н величина  $\Delta$  составляет 17%). В остальном диапазоне тяг различие между расчётом и экспериментом находится в диапазоне от 32 до 47%.

### Заключение

В диапазоне тяг от  $10^{-3}$  до  $10^3$  Н проведён анализ возможностей и ограничений численного метода термогазодинамического расчёта ЖРДМТ, основанного на использовании уравнений Навье-Стокса.

Основные возможности изложенного метода заключаются в следующем:

– метод обеспечивает получение полей термогазодинамических параметров (температура, давление, скорость, число Маха и т.д.) во всей области течения рабочего тела в камере ЖРДМТ от входа в сопло до среза;

– метод позволяет учитывать неравномерность термогазодинамических параметров в сверхзвуковой конической части сопла, связанных с наличием скачков уплотнения из-за того, что стенка не является линией тока;

– метод обеспечивает учёт влияния внешней среды на течение в дозвуковой части пограничного слоя; это влияние увеличивается по мере снижения числа Рейнольдса  $\text{Re}_2$  и увеличения геометрической степени расширения сопла.

Основные ограничения изложенного метода состоят в следующем:

- необходимо в рамках квази-сопряжённой задачи дополнительно привлекать термодинамическую модель;
- необходимо введение дополнительных расчётных процедур для определения интегральных энерготяговых характеристик ЖРДМТ, в том числе удельного импульса тяги и потерь удельного импульса;
- значительные временные затраты (порядка 5 часов на один расчёт, не считая времени на подготовку и настройку расчётной модели);
- значительная погрешность в определении потерь удельного импульса, диапазон которой составляет от 17 до 46%.

Полученные в работе результаты показывают актуальность дальнейшей разработки численного метода термогазодинамического расчёта ЖРДМТ при низких числах Рейнольдса, содержащего возможности изложенного метода, основанного на использовании приближения Навье-Стокса и свободного от его ограничений.

### **Библиографический список**

1. Максимов А.Д., Чубенко Т.А. Модель двигательной установки системы управления малым космическим аппаратом // Полёт. Общероссийский научно-технический журнал. 2021. № 1. С. 38-50.
2. ОКБ «Факел». Продукция. Стационарные плазменные двигатели. <https://fakel-russia.com/produkciya>
3. ANSYS CFX-Solver Modeling Guide, 2013, ANSYS Inc.
4. Егорычев В.С., Шаблий Л.С., Зубанов В.М. Моделирование внутрикамерного рабочего процесса РДМТ на газообразных кислороде и водороде в ANSYS CFX: учеб. пособие. Самара: Изд-во Самарского университета, 2016. 136 с.
5. Термодинамические и теплофизические свойства продуктов сгорания: Справочник в 10 томах / под ред. акад. Глушко В.П. Т. 1. Методы расчёта. М.: ВИНТИ АН СССР, 1971. 266 с.
6. Термодинамические и теплофизические свойства продуктов сгорания: Справочник в 10 томах / под ред. акад. Глушко В.П. Т. 4. Топлива на основе четырёхоксида азота. М.: ВИНТИ АН СССР, 1973. 528 с.
7. Сарнер С. Химия ракетных топлив. М.: Мир, 1969. 488 с.
8. Алемасов В.Е., Дрегалин А.Ф., Тишин А.П. Теория ракетных двигателей: учеб. для студентов вузов. М.: Машиностроение, 1989. 464 с.
9. Егорычев В.С. Термодинамический расчёт и проектирование камер ЖРД с СПК TERRA: учеб. пособие. Самара: Изд-во Самарского государственного аэрокосмического университета, 2013. 108 с.
10. Марч С. и др. Характеристики сопел для двигателей малой тяги // Вопросы ракетной техники. 1968. № 11. С. 36-48.
11. Бутенко В.А., Рылов Ю.П., Чиков В.П. Экспериментальное исследование характеристик малоразмерных сопел // Известия Российской академии наук. Механика жидкости и газа. 1976. № 6. С. 137-140.
12. Шустов С.А. Апробация численной модели учёта влияния вязкости на течение в соплах ракетных двигателей малой тяги в приближении ламинарного пограничного слоя со скольжением // Вестник Самарского государственного аэрокосмического университета имени академика С.П. Королёва. 2009. № 1 (17). С. 69-78. DOI: 10.18287/2541-7533-2009-0-1(17)-69-78

## ON THE EFFICIENCY OF USING THE NAVIER-STOKES APPROXIMATION IN THERMOGASDYNAMIC CALCULATION OF LOW-THRUST LIQUID-PROPELLANT ROCKET ENGINES AT LOW REYNOLDS NUMBERS

© 2022

**A. D. Maksimov** Postgraduate Student of the Department of Aircraft Engine Theory named after V.P. Lukachev;  
Samara National Research University, Samara, Russian Federation;  
[asdds2014@mail.ru](mailto:asdds2014@mail.ru)

**S. A. Shustov** Doctor of Science (Engineering), Associate Professor, Professor of the Department of Aircraft Engine Theory named after V.P. Lukachev;  
Samara National Research University, Samara, Russian Federation;  
[shustov.st@yandex.ru](mailto:shustov.st@yandex.ru)

A numerical method for thermogasdynamic calculation of low-thrust liquid rocket engines is presented. These engines are used as end organs of the system of space attitude control for nanosatellites and small spacecraft. The method is based on the use of the TERRA software package for thermodynamic calculation and the Ansys CFX software package for gas-dynamic calculation using the Navier-Stokes equations. The results of the thermogasdynamic calculation, as well as the flow pattern of the working fluid in the chamber, are presented. The results of validating the described method are also presented. Its capabilities and limitations are analyzed. The validation procedure is based on the comparison with the results of experimental data on the Reynolds number and the momentum thickness.

*Low-thrust liquid-propellant rocket engines; thermogasdynamic calculation; propulsion unit; specific impulse; Mach number; Reynolds number; Navier-Stokes equations; specific impulse loss*

---

*Citation:* Maksimov A.D., Shustov S.A. On the efficiency of using the Navier-Stokes approximation in thermogasdynamic calculation of low-thrust liquid-propellant rocket engines at low Reynolds numbers. *Vestnik of Samara University. Aerospace and Mechanical Engineering*. 2022. V. 21, no. 1. P. 67-80. DOI: 10.18287/2541-7533-2022-21-1-67-80

### References

1. Maksimov A.D., Chubenko T.A. Model of the propulsion unit of the small spacecraft control system. *Polyot. All-Russian Scientific-Technical Journal*. 2021. No 1. P. 38-50. (In Russ.)
2. OKB «Fakel». *Produksiya. Statsionarnye plazmennye dvigateli* [EDB «Fakel». Productions. Plasma thrusters]. Available at: <https://fakel-russia.com/produksiya>
3. ANSYS CFX-Solver Modeling Guide, 2013, ANSYS Inc.
4. Egorychev V.S., Shabliy L.S., Zubanov V.M. *Modelirovanie vnutrikamernogo rabocheho protsessa RDMT na gazoobraznykh kislorode i vodorode v ANSYS CFX: ucheb. posobie* [Simulation of intrachamber work process of a low-thrust rocket engine fueled by gaseous oxygen and hydrogen in ANSYS CFX software package]. Samara: Samara University Publ., 2016. 136 p.
5. *Termodinamicheskie i teplofizicheskie svoystva produktov sgoraniya: Spravochnik v 10 tomakh / pod red. akad. Glushko V.P. T. 1. Metody rascheta* [Thermodynamic and thermophysical properties of combustion products: Reference guide in 10 volumes / ed. by V.P.Glushko. V.1. Methods of calculation]. Moscow: VINITI AN SSSR Publ., 1971. 266 p.
6. *Termodinamicheskie i teplofizicheskie svoystva produktov sgoraniya: Spravochnik v 10 tomakh / pod red. akad. Glushko V.P. T. 4. Topliva na osnove chetyrekhokisi azota* [Thermodynamic and thermophysical properties of combustion products: Reference guide in 10 volumes / ed. by V.P.Glushko. V.4. Nitrogen peroxide-based propellants]. Moscow: VINITI AN SSSR Publ., 1972. 528 p.

7. Sarner S.F. Propellant chemistry. New York: Reinhold Publishing Corporation, 1966. 350 p.

8. Alemasov V.E., Dregalin A.F., Tishin A.P. *Teoriya raketnykh dvigateley: ucheb. dlya studentov vtuzov* [Theory of rocket engines]. Moscow: Mashinostroenie Publ., 1989. 464 p.

9. Egorychev V.S. *Termodinamicheskiy raschet i proektirovanie kamer ZhRD s SPK TERRA: ucheb. posobie* [Thermodynamic calculation and design of liquid-propellant engines in TERRA software package]. Samara: Samara State Aerospace University Publ., 2013. 108 p.

10. March S. et al. Characteristics of nozzles for low-thrust engines. *Voprosy Raketnoy Tekhniki*. 1968. No. 11. P. 36-48. (In Russ.)

11. Butenko V.A., Rylov Yu.P., Chikov V.P. Experimental investigation of the characteristics of small-sized nozzles. *Fluid Dynamics*. 1976. V. 11, Iss. 6. P. 936-939. DOI: 10.1007/BF01026418

12. Shustov S.A. Approbation of the numerical model of account of viscosity impact on the flow in low-thrust rocket engine nozzles in the approximation of a laminar boundary layer with sliding. *Vestnik of the Samara State Aerospace University*. 2009. No. 1 (17.) P. 69-78. (In Russ.). DOI: 10.18287/2541-7533-2009-0-1(17)-69-78