

ТРЕХМЕРНОЕ ПЕРИОДИЧЕСКОЕ ТЕРМОУПРУГОГИДРОДИНАМИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ УПОРНОГО ПОДШИПНИКА СКОЛЬЖЕНИЯ

© 2021

- Н. В. Соколов** кандидат технических наук, доцент кафедры «Компрессорные машины и установки»; Казанский национальный исследовательский технологический университет; учёный секретарь; АО «НИИТурбокомпрессор им. В.Б. Шнеппа»; sokol-88@list.ru
- М. Б. Хадиев** доктор технических наук, профессор, профессор кафедры «Компрессорные машины и установки»; Казанский национальный исследовательский технологический университет; mullagali@gmail.com
- П. Е. Федотов** аспирант кафедры вычислительной математики; Казанский (Приволжский) федеральный университет; paulfedotov@mail.ru
- Е. М. Федотов** доктор физико-математических наук, доцент, заместитель директора; ООО «АСТ Поволжье», г. Казань; eugeny.fedotov@mail.ru

Приведены основные принципы трёхмерного математического моделирования работы упорного подшипника скольжения с неподвижными подушками компрессора. В основу модели положена периодическая термоупругогидродинамическая постановка, которая позволяет рассчитывать температуру на входе в подушку и рассматривать полную тепловую картину. Дано описание основных положений численной реализации. При стационарном режиме работы подшипника с помощью программы Sm2Px3Tht проведены численные эксперименты, направленные на изучение разных граничных условий к уравнению Рейнольдса, физики гидродинамического процесса в самих смазочном и пограничном слоях подшипника и распространения теплоты в теле подушки и упорного диска.

Подушка подшипника; упорный диск; математическая модель гидродинамических процессов; смазочный и пограничный слой; численный метод; краевая задача; изобара; изотерма

Цитирование: Соколов Н.В., Хадиев М.Б., Федотов П.Е., Федотов Е.М. Трёхмерное периодическое термоупруго-гидродинамическое моделирование гидродинамических процессов упорного подшипника скольжения // Вестник Самарского университета. Аэрокосмическая техника, технологии и машиностроение. 2021. Т. 20, № 3. С. 138-151. DOI: 10.18287/2541-7533-2021-20-3-138-151

Введение

Компрессор является сложной энергетической машиной, каждый элемент которой требует точного моделирования и проектирования. В процессе работы за счёт разницы создаваемого перепада давления между сторонами нагнетания и всасывания центробежного или осевого компрессора возникает осевая сила, действующая вдоль оси ротора компрессора. Часть этой силы снижается за счёт различных разгрузочных устройств, например, за счёт противодействия на думмисе, при этом оставшаяся часть воспринимается упорным подшипником скольжения. Упорный подшипник должен быть спроектирован таким образом, чтобы выдерживать осевые нагрузки при разных режимах работы компрессора. Для примера: пункт 4.9.3.2 стандарта API-617 (8-е издание, часть 2) сообщает, что несущая способность упорного подшипника должна в два раза превышать максимальную осевую нагрузку. Это продиктовано необходимым запасом для

безопасной эксплуатации подшипника. В стационарном режиме воспринимаемые удельные нагрузки могут достигать 5 МПа, а максимальная окружная скорость на внешнем диаметре упорного диска может достигать до 170 м/с [1]. При таких условиях за счёт вязкого сдвига слоёв смазки при уменьшении её толщины возрастает тепловыделение, что соответственно повышает требования к смазочным маслам и материалам поверхностей элементов подшипника. Неверный расчёт подшипника может привести: к износу его рабочих поверхностей из-за малой толщины смазочного слоя (менее 20...25 мкм), высокой температуре смазки и рабочей поверхности подшипника, осевому сдвигу или вибрациям, а также повышенным расходам смазки и потерям мощности на трение [1; 2]. Высокая температура смазки может привести к резкому ухудшению её смазочной способности, а рабочей поверхности подшипника - к разрушению баббитового слоя. Следовательно в настоящее время возрастают требования к результатам проектировочных и поверочных расчётов упорных подшипников, определяющих геометрию, локальные, интегральные и динамические характеристики при требуемых условиях работы турбомашин. Точность расчёта, в свою очередь, зависит от адекватной постановки математической модели и методов её численной реализации. Отдельное внимание стоит уделять общим теплообменным процессам в подшипнике, существенно влияющим на конечный результат.

Конструкция и геометрические размеры подшипников выбираются с учётом номинального, частичного и переходных режимов работы компрессора. Работа упорного подшипника определяется следующими режимными параметрами: окружной скоростью упорного диска (т. е. частотой вращения ротора компрессора), температурой подачи смазки в подшипник, расходом смазки, величиной стационарной внешней нагрузки и характером изменения нагрузки во времени [3]. К важным локальным характеристикам относятся максимальная температура и минимальная толщина смазочного слоя подшипника, которые позволяют судить о степени нагружения и запасе надёжности работы. Из интегральных характеристик важными являются: несущая способность, потери мощности на трение, расходы смазки через входное и выходные сечения смазочного слоя, тепловые потоки через сечения конструктивных элементов и слоя смазки и др. Конструктивно упорный подшипник разделяется на два исполнения: с неподвижными или с самоустанавливающимися подушками, каждое из которых находит свою область применения [2]. Неподвижные подушки обеспечивают облегчённый режим пуска турбомашин при гарантированном условии создания гидродинамического давления в области сужающегося клина. Однако их характеристики могут ухудшаться с течением времени при стирании клина.

Изучением и развитием упорных подшипников скольжения из разных областей машиностроения занимались многие авторы, каждый из которых внес свой вклад в общее понимание процессов в смазочном слое подушки и пограничном слое межподушечного канала (МПК) [1; 4]. Развитие гидродинамической теории смазки происходило от изотермной постановки к термоупругогидродинамической (ТУГД) по мере возрастания скоростей скольжения и действующих нагрузок на подшипник, учёта все больших эксплуатационных факторов (силовых и температурных деформаций и др.) и распространения тепла: непосредственно в смазке, в теле подушки или упорном диске. Одновременно также развивались численные методы расчёта. Преимущество ТУГД теории состоит в описании более полной тепловой картины и, следовательно, получении более точных выходных данных [4]. В данной статье описаны математическая модель физических процессов гидродинамического трения, основы численной реализации и представлено описание численных экспериментов упорного подшипника с неподвижными подушками турбомашин.

Описание математической модели

Представлена математическая модель, описывающая работу упорного подшипника скольжения центробежного или осевого компрессора. Она основана на фундаментальных законах сохранения массы, количества движения (импульса) и внутренней энергии. Основой модели является периодическая термоупругогидродинамическая (ПТУГД) постановка, показавшая наибольшую сходимость результатов расчётов при сравнении с физическими экспериментами [5]. Особенностью этой постановки являются периодические тепловые граничные условия вблизи входной кромки подушки. Рассматриваются два профиля рабочей поверхности подушек как наиболее применяемые в компрессоростроении: поверхность с параллельным межподушечному каналу скосом (рис. 1, а) и винтовая поверхность клинового скоса (рис. 1, б). Более подробное описание математической модели в ПТУГД постановке работы упорного подшипника скольжения компрессора можно найти в статье [6].

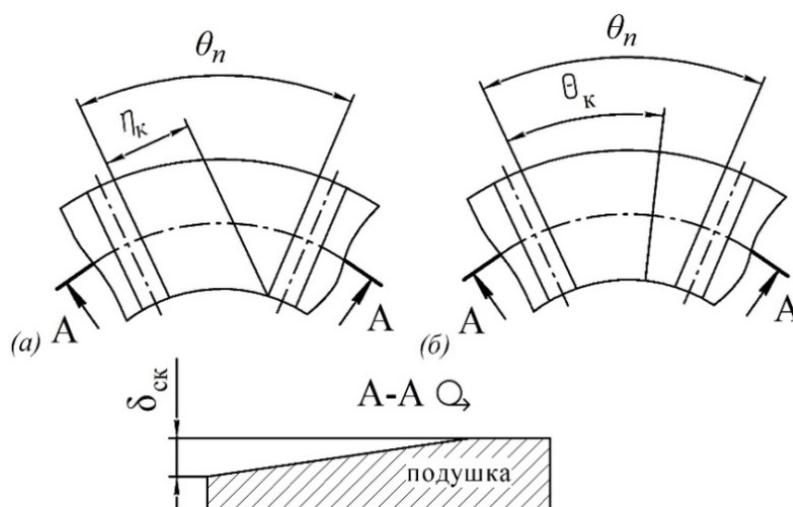


Рис. 1. Профили рабочих поверхностей подушек упорного подшипника:
 η_k – ширина скоса; θ_k – угол скоса; θ_n – угол охвата подушки; $\delta_{ск}$ – глубина скоса

Математическая модель состоит из взаимосвязанных между собой уравнений и может быть представлена в размерном и безразмерном виде. Безразмерный вид необходим для преобразования рассматриваемых криволинейных областей в прямоугольный вид, для удобства задания количества узлов сетки при численной реализации и последующего параметрического анализа. Ниже уравнения матмодели представлены в безразмерном виде через относительные (т.е. безразмерные) величины, отнесённые к характерным размерам, о чём свидетельствует знак «—» над величиной. Рабочая область подшипника разделена на сужающийся несущий смазочный слой подушки и расширяющийся пограничный слой, являющийся частью объёмного МПК [6 – 8]. Пограничный слой в МПК определяется условной границей, позволяющей геометрически плавно изменять его толщину. Основными определяющими уравнениями с соответствующими граничными условиями являются:

1) уравнение Рейнольдса, описывающее распределение давления в смазочном слое области $\bar{L}_1 (-1 \leq \bar{r} \leq 1, 0 \leq \bar{\varphi} \leq \bar{\theta}_n, 0 \leq \bar{y} \leq 1)$. В безразмерном нестационарном виде с учётом несжимаемости смазки уравнение принимает вид

$$\begin{aligned}
 & -\lambda^2 \frac{\partial}{\partial \bar{r}} \left[(\sigma \bar{r} + 1) \bar{h}^3 \bar{f}_0 \frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{r}} \right] - \frac{\partial}{\partial \bar{\varphi}} \left[\frac{\bar{h}^3}{(\sigma \bar{r} + 1)} \bar{f}_0 \frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{\varphi}} \right] = \\
 & = -\operatorname{Re} \psi \sigma \lambda^2 \frac{\partial (\bar{h}^3 \bar{f}_1)}{\partial \bar{r}} + \bar{\omega} (\sigma \bar{r} + 1) \frac{\partial (\bar{h} \bar{f}_2)}{\partial \bar{\varphi}} + Sh (\sigma \bar{r} + 1) \bar{A},
 \end{aligned} \tag{1}$$

где $\bar{r}, \bar{\varphi}, \bar{y}$ – безразмерные координаты; $\bar{p} = p h_{20}^2 / (\mu_0 \omega_* R_{cp}^2 \theta)$ – местное безразмерное давление; $\bar{A} = \frac{\partial}{\partial \bar{\tau}} \left(\bar{h} \int_0^1 \bar{\rho} d\bar{y} \right) - \bar{\rho}_{\bar{y}=1} \frac{\partial \bar{h}}{\partial \bar{\tau}}$ – нестационарный множитель; $\bar{f}_0, \bar{f}_1, \bar{f}_2$ – функции, учитывающие переменность вязкости смазки по толщине слоя; λ, σ – относительные длина и ширина подушки; $\psi = h_{2o} / (R_{cp} \theta)$ – относительная толщина; θ – угловая протяжённость подушки с МПК; ω, ω_* – текущая и характерная (как правило, максимальная) угловые скорости диска; R_{cp} – средний радиус подушки; h_{20} – характерная толщина слоя подшипника; μ_0 – вязкость при температуре подачи смазки t_0 в МПК; $\bar{\tau} = \tau / \tau_*$ – безразмерное время.

2) уравнение баланса энергии, описывающее трёхмерное распределение температуры в смазочном и пограничном слоях области $\bar{L}_2 (-1 \leq \bar{r} \leq 1, 0 \leq \bar{\varphi} \leq 1, 0 \leq \bar{y} \leq 1)$. В дивергентном размерном нестационарном виде уравнение принимает вид

$$\begin{aligned}
 & c_p \left(\rho \frac{\partial t}{\partial \tau} + t \frac{\partial \rho}{\partial \tau} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (c_p \rho r V_r t) + \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\frac{c_p \rho}{r} V_\varphi t - \frac{\lambda_m}{r^2} \frac{\partial t}{\partial \varphi} \right) + \\
 & + \frac{\partial}{\partial y} \left(c_p \rho V_y t - \lambda_m \frac{\partial t}{\partial y} \right) = \mu \left[\left(\frac{\partial V_\varphi}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial V_r}{\partial y} \right)^2 \right],
 \end{aligned} \tag{2}$$

где t – местная температура, c_p, λ_m – изобарная теплоёмкость и теплопроводность смазки; ρ – местная плотность смазки. Преобразование в безразмерный вид уравнения (2) проведено на этапе численной реализации с использованием безразмерной температуры $\bar{t} = c_{p0} \rho_0 h_{20}^2 (t - t_0) / (\mu_0 \omega_* R_{cp}^2 \theta)$ и сохранением дивергентной формы уравнений.

Безразмерные скорости смазки $\bar{V}_r, \bar{V}_\varphi$ выведены из усечённых уравнений Навье-Стокса после оценки безразмерных величин по методу Слезкина Н.А. и с учётом условия равенства нулю градиента давления по высоте зазора \bar{h} . Скорость \bar{V}_y определяется путём интегрирования уравнения неразрывности по толщине смазочного и пограничного слоёв с граничным условием равенства нулю смазки на рабочих поверхностях подушки и диска (условия непротекания). При этом интегрирование происходит отдельно со стороны подушки и диска, что является допущением модели.

На сегодняшний день определение температуры на входе в подушку подшипника при координате $\bar{\varphi} = 0$ остаётся неясной задачей, которая зависит от многих конструктивных и режимных параметров. Она определяется способом подвода смазки (затопленный корпус или индивидуальная подача смазки, размерами и конструкцией распыляющих форсунок МПК [1; 9]), окружной скоростью, геометрией подушки и маслоподводящего межподушечного канала, величинами температуры подачи и расхо-

да смазки, высотой зазора между подушкой и упорным диском и другими факторами. Такая сложность породила многие способы её расчёта [1; 5; 10]. ПТУГД теория позволяет рассчитывать данную температуру, а не задаваться ею заранее при приближении к реальным физическим процессам. Математически это выражено через граничные условия на входе в смазочный слой (размерный вид):

$$\bar{t}|_{\varphi=0} = \bar{t}|_{\varphi=\theta}, \left(\frac{c_p \rho}{r} V_\varphi t - \frac{\lambda_m}{r^2} \frac{\partial t}{\partial \varphi} \right) \Big|_{\varphi=0} = \left(\frac{c_p \rho}{r} V_\varphi t - \frac{\lambda_m}{r^2} \frac{\partial t}{\partial \varphi} \right) \Big|_{\varphi=\theta}. \quad (3)$$

Стоит отметить, что при ПТУГД постановке вычисляется именно распределение температур, а не постоянная по сечению на входе величина температуры $t_{\varphi=0}$ [1; 10]. Это позволяет учитывать объём потоков смазки, переносимых упорным диском с предыдущей подушки, теплообмен переносимой смазки с межподушечным каналом и поток свежей холодной смазки из МПК.

Подушка подшипника воспринимает осевую нагрузку и испытывает повышенный уровень температур. Необходимо учитывать, что предел текучести баббита меняется в зависимости от воспринимаемого давления при разных температурах. Может быть построен график давлений и температур для определения области с наименьшим запасом прочности по ползучести. Распределение давлений в целом зависит от баланса расходов по граничным поверхностям смазочного слоя подушки (рис. 2). Поскольку уравнение Рейнольдса является выражением баланса расходов [11], на его основе выведено следующее интегральное тождество в нестационарном виде:

$$\int_{\Gamma} \left[\cos(r, \nu) \int_0^h r \rho V_r dy + \cos(\varphi, \nu) \frac{1}{r} \int_0^h r \rho V_\varphi dy \right] dx + \int_{\Omega} A r dx = 0. \quad (4)$$

Если рассматривается стационарный процесс, то $A = 0$ и уравнение (4) принимает вид

$$\int_{\Gamma} \left[\cos(r, \nu) \int_0^h r \rho V_r dy + \cos(\varphi, \nu) \frac{1}{r} \int_0^h r \rho V_\varphi dy \right] dx = 0. \quad (5)$$

Границы области подушки в смазочном слое равны сумме $\Gamma_n = \Gamma_{R_1} + \Gamma_{R_2} + \Gamma_{\varphi=0} + \Gamma_{\varphi=\theta_n}$, т.е. интеграл в (5) берётся по границе области подушки. Граница Γ_n включает в себя границу внутреннего Γ_{R_1} и внешнего радиуса Γ_{R_2} , а также границу входа $\Gamma_{\varphi=0}$ и выхода из подушки $\Gamma_{\varphi=\theta_n}$. Следовательно интеграл Γ_n можно представить в виде суммы интегралов по соответствующим областям:

$$\begin{aligned} \int_{\Gamma} \dots dx &= \int_{\Gamma_{R_1}} \cos(r, \nu) \dots dx + \int_{\Gamma_{R_2}} \cos(r, \nu) \dots dx + \int_{\Gamma_{\varphi=0}} \cos(\varphi, \nu) \dots dx + \\ &+ \int_{\Gamma_{\varphi=\theta_n}} \cos(\varphi, \nu) \dots dx = - \int_{\Gamma_{R_1}} \dots dx + \int_{\Gamma_{R_2}} \dots dx - \int_{\Gamma_{\varphi=0}} \dots dx + \int_{\Gamma_{\varphi=\theta_n}} \dots dx = 0. \end{aligned} \quad (6)$$

Полученные интегралы представляют собой массовые расходы

$$-M_{R_1} + M_{R_2} - M_{\varphi=0} + M_{\varphi=\theta_n} = 0. \quad (7)$$

Полагая $\rho = \text{const}$, можно получить объёмные расходы

$$-Q_{R_1} + Q_{R_2} - Q_{\varphi=0} + Q_{\varphi=\theta_n} = 0. \quad (8)$$

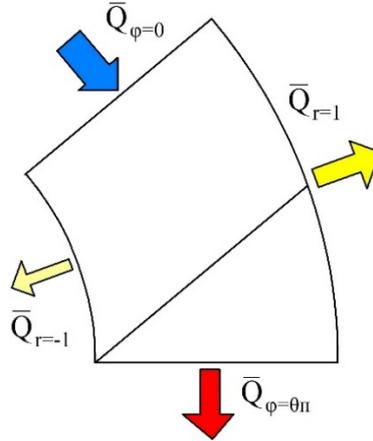


Рис. 2. Расходы смазочного слоя через внешние кромки подушки

Отклонение суммы расходов от нуля при численном расчёте представляет собой величину дисбаланса объёмного или массового расхода. В статье [12] высказывается мнение, что расход через внутреннюю боковую кромку подушки $\bar{Q}_{r=-1}$ практически равен нулю из-за насосного действия упорного диска. Минимальный расход смазки, необходимый для предотвращения режима «обеднённой» смазки, в $\bar{Q}_{r=-1}$ раза (расход через внешнюю боковую кромку) превышает общее количество подушек в подшипнике.

Связь между дифференциальными уравнениями Рейнольдса и энергии обеспечивают такие физические свойства рабочей смазки как вязкость, плотность, теплоёмкость и теплопроводность, а также толщина смазочного и пограничного слоёв, зависящая от профиля рабочей поверхности (см. рис. 1) и температурных деформаций подушки [8].

Численная реализация краевой задачи

Для численного решения уравнений в твёрдых телах (подушка и диск) был использован метод конечных элементов. Сеточная схема для уравнения Рейнольдса построена методом сумматорных тождеств. Для учёта теплообмена между областями $\bar{L}_2, \bar{L}_3, \bar{L}_4$ [6] построен метод на основе метода Лионса декомпозиции областей [13, с. 59]. Итерации метода декомпозиции для двух областей, имеющих различные скорости V_1, V_2 и коэффициенты теплопроводности K_1, K_2 , определяются уравнениями:

$$\begin{aligned} \operatorname{div}(V_1 u_1^{k+1} - K_1 \nabla u_1^{k+1}) &= f_1, & \operatorname{div}(V_2 u_2^{k+1} - K_2 \nabla u_2^{k+1}) &= f_2, \\ -(V_1 u_1^{k+1} - K_1 \nabla u_1^{k+1}) n_1 + \omega_u u_1^{k+1} &= \lambda_1^k, & -(V_2 u_2^{k+1} - K_2 \nabla u_2^{k+1}) n_2 + \omega_u u_2^{k+1} &= \lambda_2^k, \\ \lambda_1^{k+1} &= -\lambda_2^k + 2\omega_u u_2^{k+1}, & \lambda_2^{k+1} &= -\lambda_1^k + 2\omega_u u_1^{k+1}. \end{aligned} \quad (9)$$

Здесь f_1, f_2 – некоторые заданные функции.

После замены переменных уравнение энергии (2) в смазочном и пограничном слоях принимает вид

$$b \frac{\partial(\bar{\rho}t)}{\partial \bar{\tau}} + \operatorname{div}(\bar{V}t - \bar{K}\nabla \bar{t}) = f, \quad x \in \bar{\Omega}, \quad (10)$$

где f – диссипативная функция.

Краевое условие на границе с твёрдыми телами в соответствии с методом декомпозиции представляется в виде

$$(\bar{V}u_h - \bar{K}\nabla u_h)\nu + \omega_u u_h = \lambda, \quad x \in \Gamma_y. \quad (11)$$

Для численного решения краевой задачи в смазочном и пограничном слоях построена схема разрывного метода Галёркина с прямоугольными элементами. Выбор обусловлен локальной консервативностью построенных на его основе сеточных схем, малой схемной вязкостью, а также их устойчивостью для широкого класса задач с доминирующей конвекцией в широком диапазоне сеточных параметров. В построенной схеме были использованы кусочно-постоянные внутри расчётной области $\bar{\Omega}_h$ и кусочно-линейные вблизи границы Γ_y пространства аппроксимирующих функций. Способ построения схем такого вида приведён в [14]. Сеточная схема для этой задачи в операторной форме при фиксированном ρ имеет вид

$$B \left(\frac{\partial(\rho_h u_h)}{\partial \tau} \right) + (A_v + A_q + A_\gamma) u_h = F + F_\gamma, \quad (12)$$

где ρ_h, u_h – сеточные аппроксимации функций температуры \bar{t} и плотности $\bar{\rho}$ соответственно.

Операторы в уравнении (12) при любых w_h из пространства аппроксимирующих функций удовлетворяют равенствам:

$$A_v u_h w_h = \sum_{K \in \mathfrak{S}_h} \int_K (-u_h \bar{V} \cdot \bar{\nabla} w_h) dx + \sum_{\gamma \in \Gamma_y} \int_\gamma [u_{h,+p} (\bar{V} \cdot p)^- - u_{h,-p} (\bar{V} \cdot p)^+] (w_{h,+p} - w_{h,-p}) dx; \quad (13)$$

$$A_q u_h w_h = \sum_{K \in \mathfrak{S}_h} \int_K q_h \cdot \bar{\nabla} w_h dx + \sum_{\gamma \in \Gamma_y} \int_\gamma (w_{h,+p} - w_{h,-p}) q_{h,+p} \cdot p dx; \quad (14)$$

$$A_\gamma u_h w_h = \sum_{\gamma \in \Gamma_y} \int_\gamma \omega_\alpha u_h w_h dx, \quad B u_h w_h = \sum_{K \in \mathfrak{S}_h} \int_K b u w_h dx; \quad (15)$$

$$F w_h = \sum_{K \in \mathfrak{S}_h} \int_K f w_h dx, \quad F_\gamma w_h = \sum_{\gamma \in \Gamma_y} \int_\gamma \lambda w_h dx. \quad (16)$$

Здесь \mathfrak{S}_h – множество элементов разбиения области $\bar{\Omega}$; $K \in \mathfrak{S}_h$ – элемент разбиения; p – единичная нормаль к границам элементов разбиения области, ориентированная так, что $e \cdot p > 0$, $e = (1, 1, 1)/\sqrt{3}$; $(w)^\pm$ – положительная или отрицательная часть функ-

ции w . Пространства аппроксимирующих функций содержат также разрывные функции. Символами $w_{\pm p}$ здесь обозначаются предельные значения функций, прилежащих к границе элементов разбиения со стороны $\pm p$.

Для решения построенных сеточных схем разработана программа Sm2Px3Tхт на языке С++ с использованием библиотеки классов Eigen 3.0 [15]. С её помощью проведены численные эксперименты, свидетельствующие о сходимости последовательности решений сеточных схем на сгущающихся сетках. Численная реализация ПТУГД модели обеспечивает последующий строгий анализ характеристик упорного подшипника.

Результаты расчётов

Ниже представлены результаты при стационарном режиме работы упорного подшипника компрессора. Исходные данные для расчёта упорного подшипника с параллельным межподушечному каналу скосом [7]: внутренний и внешний диаметры – $D_1 = 70$ мм и $D_2 = 115$ мм; количество подушек $z = 8$; угловая протяжённость $\theta_n = 38,8$ град.; ширина и глубина скоса – $h_k = 20$ мм и $\delta_{ск} = 0,05$ мм; толщина упорного диска $H_o = 25$ мм; толщина подушки $H_n = 5$ мм. Координата произвольного центра для одностороннего подшипника принята $h_{20} = 0,05$ мм. Температура подачи смазки составляет $t_0 = 40^\circ\text{C}$; в качестве смазки применялось масло Тп-22С (ISO VG 32). На условной границе пограничного слоя задаётся температура смазки в МПК, т. е. $t = t_0$ или $\bar{t} = 0$. Частота вращения упорного диска принята равной $n = 5000$ мин⁻¹. Минимальная толщина смазочного слоя определяется как $h_{\min} = (h_{20} - y_{st}) = 50$ мкм или 20 мкм. Размеры сеток равны $N_r = 41$, $N_\varphi = 61$, $N_y = 41$, $N_{yn} = 9$, $N_{yo} = 9$.

Использованный метод конечных разностей позволяет рассматривать разные граничные условия к дифференциальным уравнениям. Рассмотрены два граничных условия к уравнению Рейнольдса (1) по контуру подушки, представляющие собой две разные краевые задачи и являющиеся частью единого условия неотрицательности давления в зазоре [11]:

1) при $\bar{r} = -1$ и $\bar{r} = 1$, ($0 \leq \bar{\varphi} \leq \bar{\theta}_n$, $0 \leq \bar{y} \leq 1$), задаются давления $\bar{p}_{\bar{r}=-1}$ и $\bar{p}_{\bar{r}=1}$ (условие Дирихле);

2) при $\bar{\varphi} = 0$ и $\bar{\varphi} = \bar{\theta}_n$, ($-1 \leq \bar{r} \leq 1$, $0 \leq \bar{y} \leq 1$), задаётся градиент давления $\partial \bar{p} / \partial \bar{\varphi} = 0$ (условие Неймана) или вычисленные с помощью интерполяции между $\bar{p}_{\bar{r}=-1}$ и $\bar{p}_{\bar{r}=1}$ давления $\bar{p}_{\bar{\varphi}=0}$ и $\bar{p}_{\bar{\varphi}=\bar{\theta}_n}$ (условие Дирихле).

На рис. 3 представлены эпюры распределения изобар по рабочей поверхности подушки при двух граничных условиях. Координата $\bar{\varphi}_k$ соответствует границе перехода с клиновой части подушки на плоскую. В первом случае, когда заданы условия Дирихле по всему контуру подушки (рис. 3, а), максимум давления $p_{\max} = 0,82$ МПа (точка А) находится внутри подушки и смещён ближе к внешнему радиусу (координата $\bar{r}_c \neq 0$) и выходной кромке из-за влияния центробежных сил инерции и кривизны в плане подушки при $\sigma = 0,24$. Давление при изменении координат $\bar{\varphi}$ или \bar{r} монотонно возрастает от абсолютного давления подачи 0,2452 МПа до максимума и также равномерно убывает (рис. 4, а). Поскольку профиль имеет переменную высоту зазора \bar{h} по координате \bar{r} , при увеличении координаты $\bar{\varphi}$ экстремумы давления традиционно смещаются

ближе к внутреннему радиусу (горизонтальная штриховая линия) [7]. Несущая способность подшипника равна $P=2578,91$ Н.

Во втором случае, когда задаются условия Неймана, по координате $\bar{\varphi}$ наблюдается смещение координаты максимума давления, которое принимает значение $p_{\max}=1,04$ МПа (рис. 3, б, точка А). Давление на входе в смазочный слой при $\bar{\varphi}=0$ принимает повышенные значения, например на среднем радиусе 0,82 МПа (рис. 4, б). Это приводит к увеличению несущей способности подшипника до $P=3518,91$ Н. Однако это не соответствует давлению подачи смазки в подшипник и искажает общую картину. При этом давление на выходе из подушки при $\bar{\varphi}=\bar{\theta}_n$ и смещение линии экстремумов давления аналогичны условию Дирихле. В дальнейшем расчёты проведены при таком условии по всему контуру подушки.

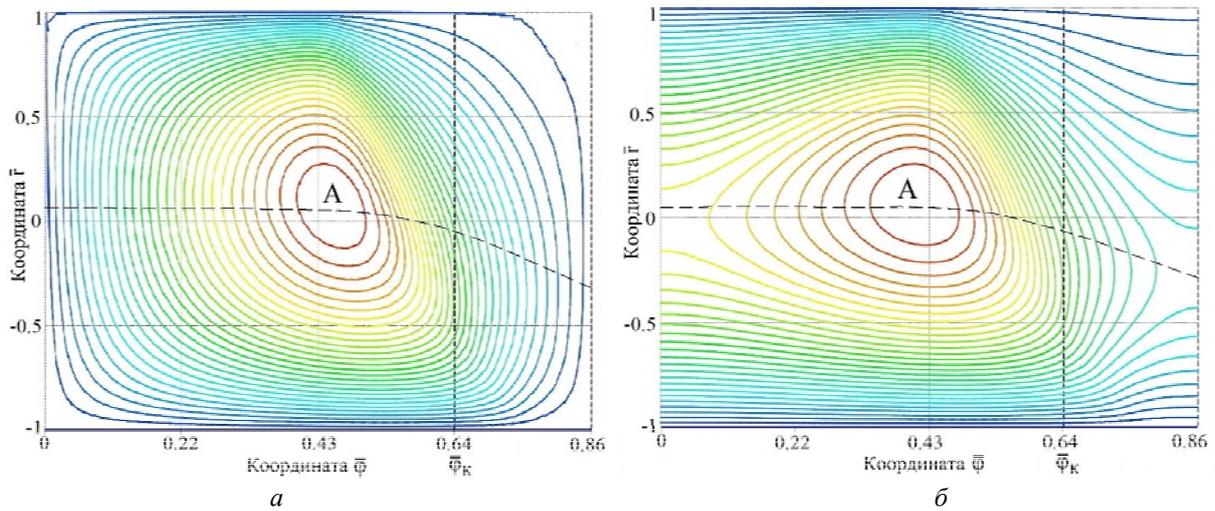


Рис. 3. Этюра распределения изобар по поверхности подушки, зазор $h_{\min}=50$ мкм: а – условия Дирихле; б – частичные условия Неймана

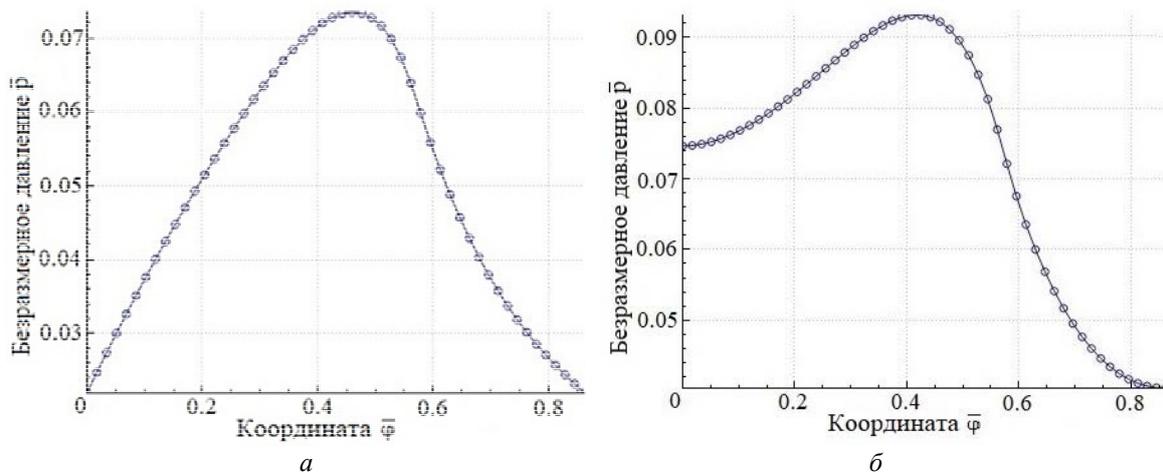


Рис. 4. Распределение давления на среднем радиусе подушки при $\bar{r}=0$, зазор $h_{\min}=50$ мкм: а – условия Дирихле; б – частичные условия Неймана

На рис. 5 показано распределение изотерм в сечении смазочного и пограничного слоёв на среднем радиусе подушки при $\bar{r} = 0$. Поверхность подушки находится снизу, а упорного диска – сверху. По мере движения смазки вдоль рабочего зазора при возрастании координаты $\bar{\varphi}$ происходит выделение и накопление теплоты за счёт необратимой диссипации механической энергии при вязком сдвиге слоёв смазки. Это приводит к повышению температурного уровня по ходу течения смазки. При гидродинамическом процессе в смазке необходимо рассматривать конвективный и кондуктивный перенос теплоты. При относительно высоких зазорах (рис. 5, а, $h_{\min} = 50$ мкм) преобладает влияние конвективного теплообмена за счёт переноса общей массы смазки [11]. В этом случае максимум температуры $t_{\max} = 63,6$ °С находится ближе к внешнему радиусу поверхности диска за счёт переноса нагретой смазки с предыдущей подушки. При сужении зазора до $h_{\min} = 20$ мкм возрастает влияние кондуктивного теплообмена за счёт теплопроводности с поверхностями диска и подушки (рис. 5, б, $h_{\min} = 20$ мкм). Максимум температуры $t_{\max} = 83,6$ °С смещается к поверхности подушки ближе к её выходной кромке при $\bar{\varphi} = \bar{\theta}_n$ и внешнему радиусу. Также отчётливо можно заметить поступление свежей смазки из МПК в пограничный слой с температурой $t_0 = 40$ С через условную границу пограничного слоя при $(-1 \leq \bar{r} \leq 1, \bar{\theta}_n \leq \bar{\varphi} \leq 1, \bar{y} = 1)$. Смешиваясь с горячей смазкой из предыдущей подушки, она формирует температуру на входе в последующую подушку при $\bar{\varphi} = 0$ и понижает общий температурный уровень. При уменьшении зазора до $h_{\min} = 20$ мкм наблюдается более глубокое проникновение холодной волны из МПК в пограничный слой.

На рис. 5 также можно заметить дополнительные два экстремума температуры (точки Б, В при координате $\bar{y} = 0,5$), которые, по-видимому, возникают из-за допущения раздельного расчёта скорости \bar{V}_y при интегрировании уравнения неразрывности со стороны упорного диска и подушки и возникновения разрыва скорости в месте схождения.

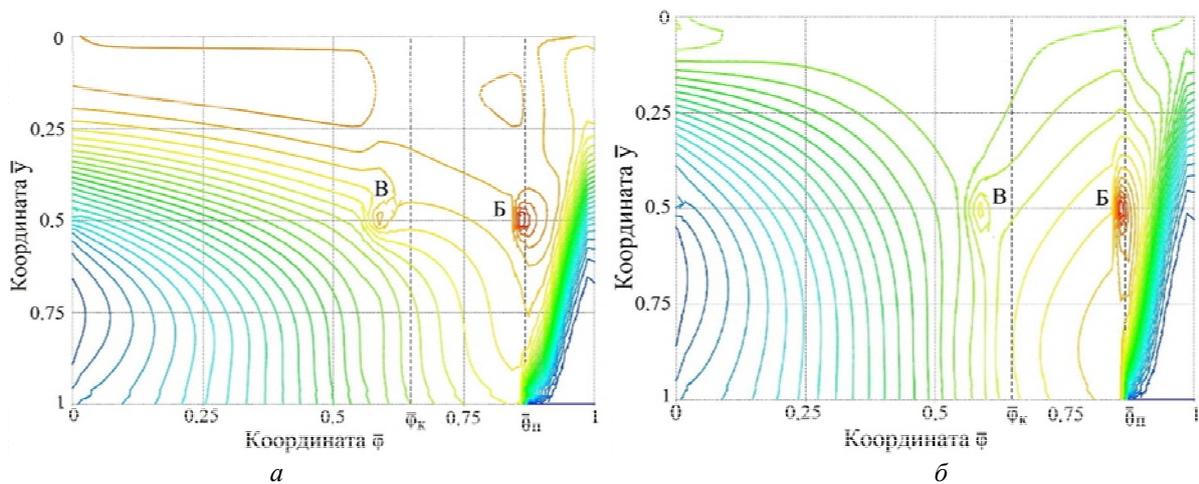


Рис. 5. Распределение изотерм в сечении смазочного и пограничного слоёв на среднем радиусе подушки при $\bar{r} = 0$: а – зазор $h_{\min} = 50$ мкм; б – зазор $h_{\min} = 20$ мкм

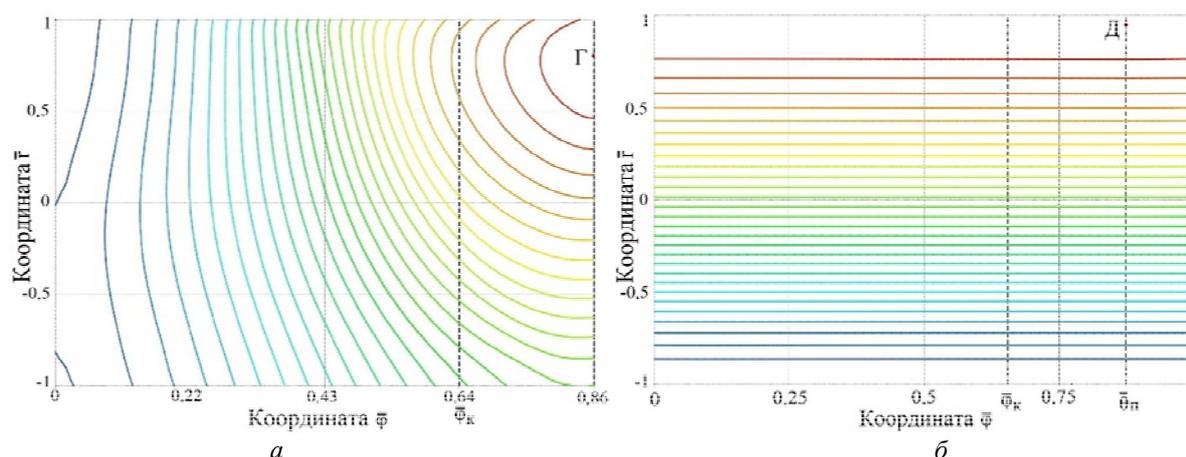


Рис. 6. Распределение изотерм на рабочих поверхностях:
 а – подушки при $\bar{y}_n = 0$; б – упорного диска при $\bar{y}_o = \Psi_o$; зазор $h_{\min} = 20$ мкм

На рис. 6 представлены распределения изотерм на рабочих поверхностях подушки и упорного диска. Вследствие непрерывного внутреннего вязкого сдвига при возрастании координаты $\bar{\varphi}$ происходит выделение и накопление теплоты и передача её в тело подушки за счёт теплопроводности (рис. 6, а). Температура подушки увеличивается и достигает значения $T_n = 77,4^\circ\text{C}$. Максимум температуры (точка Г) смещён ближе к выходной кромке и внешнему радиусу из-за влияния окружной скорости диска. Это отчасти оправдывает измерение температуры подушки для контроля и диагностики при работе компрессора в точке 75/75 (API 670, 4-е издание). Из-за влияния теплообмена с окружающей средой посредством теплоотдачи температура подушки вблизи поверхностей внешнего и внутреннего радиуса и тыльной стороны несколько понижается.

Для упорного диска (рис. 6, б) характерно преобладающее влияние конвективного теплообмена по направлению вращения (координата $\bar{\varphi}$) по сравнению с кондуктивным теплообменом со смазочным и пограничным слоями в поперечном направлении (координата \bar{y}). Это приводит к постоянной осредненной температуре диска в окружном направлении, которая достигает максимального значения вблизи внешнего радиуса $T_o = 68,8^\circ\text{C}$ (точка Д). Однако за счёт существенного влияния окружной скорости диска и относительно малого зазора $h_{\min} = 20$ мкм возникает градиент температуры на рабочей поверхности диска по координате \bar{r} : увеличение температуры происходит с разницей $\Delta T_o = 12,8^\circ\text{C}$. При приближении к внешним поверхностям диска за счёт теплообмена теплоотдачей температура диска закономерно понижается.

Заключение

В результате проведённых исследований можно сделать следующие выводы:

1) разработана периодическая термоупругогидродинамическая математическая модель с учётом трёхмерного распределения температур и методы её численной реализации, оформленные в виде программы расчётов упорного подшипника скольжения с неподвижными подушками Sm2Px3Tхт [15];

2) программа Sm2Px3Tхт позволяет определять и проводить анализ распределённых, локальных, интегральных характеристик при статическом и динамическом режиме работы упорного подшипника центробежного или осевого компрессора;

3) проведённые численные эксперименты показали большую сходимость граничного условия Дирихле к уравнению Рейнольдса и реальным физическим процессам смазки;

4) при работе в толще смазочного и пограничного слоёв смазки за счёт вязкого сдвига выделяется значительное количество теплоты, которая уносится за счёт конвекции и передаётся стенкам подшипника за счёт теплопроводности, при этом необходимо учитывать поток свежей смазки из межподушечного канала в пограничный слой;

5) при работе за счёт кондуктивного теплообмена с нагретым смазочным слоем происходит непрерывное увеличение температуры рабочей поверхности подушки, температура же диска по направлению вращения постоянна из-за существенного конвективного теплообмена.

Результаты численных экспериментов с помощью программы расчётов Sm2Px3Tht статических и динамических режимов работы упорных подшипников скольжения внедрены в практику создания компрессорных машин.

Библиографический список

1. He M., Byrne J.M. Fundamentals of fluid film thrust bearing operation and modeling // Proceedings of the 48th Turbomachinery and 35th Pump Symposia (September, 9-12, 2019, Houston, Texas).

2. Максимов В.А., Баткис Г.С. Основы триботехники и герметологии: учебник. Казань: Титул-Казань, 2007. 312 с.

3. Сержкина Л.П., Зарецкий Е.И. Осевые подшипники мощных паровых турбин. М.: Машиностроение, 1988. 176 с.

4. Усков М.К., Максимов В.А. Гидродинамическая теория смазки: этапы развития, современное состояние, перспективы. М.: Наука, 1985. 143 с.

5. Максимов В.А., Хадиев М.Б., Федотов Е.М. Определение гидродинамических и тепловых характеристик упорных подшипников математическим моделированием // Вестник машиностроения. 2004. № 6. С. 39-45.

6. Sokolov N.V., Khadiev M.B., Maksimov T.V., Fedotov E.M., Fedotov P.E. Mathematical modeling of dynamic processes of lubricating layers thrust bearing turbochargers // Journal of Physics: Conference Series. 2019. V. 1158, Iss. 4. DOI: 10.1088/1742-6596/1158/4/042019

7. Хадиев М.Б., Соколов Н.В., Федотов Е.М. Гидродинамические, тепловые и деформационные характеристики смазочных слоёв упорных подшипников со скосом, параллельным радиальному межподушечному каналу // Вестник машиностроения. 2014. № 6. С. 54-59.

8. Хадиев М.Б. Гидродинамические, тепловые и деформационные характеристики смазочных слоёв упорных подшипников турбомашин. Казань: КГТУ, 2001. 96 с.

9. Mikula A.M., Gregory R.S. A comparison of tilting pad thrust bearing lubricant supply methods // Journal of Tribology. 1983. V. 105, Iss. 1. P. 39-45. DOI: 10.1115/1.3254540

10. He M., Byrne J.M., Cloud C., Vazquez J. Steady state performance predictions of directly lubricated fluid film journal bearings // Proceedings of the 41st Turbomachinery Symposium (September, 24-27, 2012, Houston, Texas). DOI: 10.21423/R1PM0P

11. Подольский М.Е. Упорные подшипники скольжения: Теория и расчёт. Л.: Машиностроение, Ленинградское отделение, 1981. 261 с.

12. Gardner W.W. Tilting pad thrust bearing tests – Influence of oil flow rate on power loss and temperatures // Tribology Series. 1988. V. 34. P. 211-217. DOI: 10.1016/S0167-8922(98)80076-X

13. Dolean V., Jolivet P., Nataf F. An introduction to domain decomposition methods: algorithms, theory and parallel implementation. France. Master. 2015. 284 p.

14. Федотов Е.М. Предельные схемы Галёркина-Петрова для нелинейного уравнения конвекции-диффузии // Дифференциальные уравнения. 2010. Т. 46, № 7. С. 1033-1043.

15. Федотов П.Е., Федотов Е.М., Соколов Н.В., Хадиев М.Б. Sm2Px3Tхт – Динамически нагруженный упорный подшипник скольжения при постановке прямой задачи: свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2020615227, 2020.

THREE-DIMENSIONAL PERIODIC THERMOELASTIC HYDRODYNAMIC MODELING OF HYDRODYNAMIC PROCESSES OF A THRUST BEARING

© 2021

N. V. Sokolov Candidate of Science (Engineering), Associate Professor of the Compressor Machines and Units Department;
Kazan National Research Technological University, Kazan, Russian Federation;
Scientific Secretary of JSC NIIturbokompressor named after V.B. Schnepp,
Kazan, Russian Federation;
sokol-88@list.ru

M. B. Khadiev Doctor of Science (Engineering), Professor, Professor of the Compressor Machines and Units Department;
Kazan National Research Technological University, Kazan, Russian Federation;
mullagali@gmail.com

P. E. Fedotov Postgraduate Student of the Department of Computational Mathematics;
Kazan (Volga Region) Federal University, Kazan, Russian Federation;
paulfedotov@mail.ru

E. M. Fedotov Doctor of Science (Phys. & Math.), Associate Professor, Deputy Director;
“AST Povolzhie” LLC, Kazan, Russian Federation;
eugeny.fedotov@mail.ru

The article presents the basic principles of three-dimensional mathematical modeling of the operation of a thrust plain bearing with fixed pads of the compressor. The model is based on the periodic thermoelastichydrodynamic (PTEHD) theory which allows calculating the temperature at the inlet to the pad and considering the complete thermal pattern. A description of the main provisions of the numerical implementation is given. In the stationary mode of the bearing's operation, using the Sm2Px3Tхт program, numerical experiments were carried out aimed at studying different boundary conditions to the Reynolds equation, the physics of the hydrodynamic process in the lubricating and boundary films of the bearing and the heat propagation in the body of the pad and thrust collar.

Bearing pad, thrust disc, mathematical model of hydrodynamic processes; lubricant and boundary films; numerical method; boundary value problem; isobar; isotherm

Citation: Sokolov N.V., Khadiev M.B., Fedotov P.E., Fedotov E.M. Three-dimensional periodic thermoelastichydrodynamic modeling of hydrodynamic processes of a thrust bearing. *Vestnik of Samara University. Aerospace and Mechanical Engineering*. 2021. V. 20, no. 3. P. 138-151. DOI: 10.18287/2541-7533-2021-20-3-138-151

References

1. He M., Byrne J.M. Fundamentals of fluid film thrust bearing operation and modeling. *Proceedings of the 48th Turbomachinery and 35th Pump Symposia (September, 9-12, 2019, Houston, Texas)*.

2. Maksimov V.A., Batkis G.S. *Osnovy tribotekhniki i germetologii: uchebnik* [Fundamentals of triboengineering and hermetology: textbook]. Kazan: Titul-Kazan Publ., 2007. 312 p.
3. Serezhkina L.P., Zaretskiy E.I. *Osevye podshipniki moshchnykh parovykh turbin* [Axial bearings for high- power steam turbines]. Moscow: Mashinostroenie Publ., 1988. 176 p.
4. Uskov M.K., Maksimov V.A. *Gidrodinamicheskaya teoriya smazki: etapy razvitiya, sovremennoe sostoyanie, perspektivy* [Hydrodynamic theory of lubrication: stages of development, state-of-the-art, prospects]. Moscow: Nauka Publ., 1985. 143 p.
5. Maksimov V.A., Khadiev M.B., Fedotov E.M. Determination of hydrodynamic and thermal characteristics of thrust bearings by mathematical modeling. *Vestnik Mashinostroeniya*. 2004. No. 6. P. 39-45. (In Russ.)
6. Sokolov N.V., Khadiev M.B., Maksimov T.V., Fedotov E.M., Fedotov P.E. Mathematical modeling of dynamic processes of lubricating layers thrust bearing turbochargers. *Journal of Physics: Conference Series*. 2019. V. 1158, Iss. 4. DOI: 10.1088/1742-6596/1158/4/042019
7. Khadiev M.B., Sokolov N.V., Fedotov E.M. Hydrodynamic, heat and deformation characteristics of lubrication layers of thrust bearings with chamfers parallel to radial inter-pad channel. *Vestnik Mashinostroeniya*. 2014. No. 6. P. 54-59. (In Russ.)
8. Khadiev M.B. *Gidrodinamicheskie, teplovye i deformatsionnye kharakteristiki smazochnykh sloev upornykh podshipnikov turbomashin* [Hydrodynamic, thermal and deformation characteristics of lubricating films of thrust bearings of turbomachines]. Kazan: Kazan State Technical University Publ., 2001. 96 p.
9. Mikula A.M., Gregory R.S. A comparison of tilting pad thrust bearing lubricant supply methods. *Journal of Tribology*. 1983. V. 105, Iss. 1. P. 39-45. DOI: 10.1115/1.3254540
10. He M., Byrne J.M., Cloud C., Vazquez J. Steady state performance predictions of directly lubricated fluid film journal bearings. *Proceedings of the 41st Turbomachinery Symposium (September, 24-27, 2012, Houston, Texas)*. DOI: <https://doi.org/10.21423/R1PM0P>
11. Podolskiy M.E. *Upornye podshipniki skol'zheniya: Teoriya i raschet* [Thrust plain bearings: Theory and calculation]. Leningrad: Mashinostroenie, Leningradskoe Otdelenie Publ., 1981. 261 p.
12. Gardner W.W. Tilting pad thrust bearing tests - Influence of oil flow rate on power loss and temperatures. *Tribology Series*. 1988. V. 34. P. 211-217. DOI: 10.1016/S0167-8922(98)80076-X
13. Dolean V., Jolivet P., Nataf F. An introduction to domain decomposition methods: algorithms, theory and parallel implementation. France. Master. 2015. 284 p.
14. Fedotov E.M. Limit Galerkin-Petrov schemes for the nonlinear convection-diffusion equation. *Differential Equations*. 2010. V. 46, Iss. 7. P. 1042-1052. DOI: 10.1134/S0012266110070116
15. Fedotov P.E., Fedotov E.M., Sokolov N.V., Khadiev M.B. *Sm2Px3Txτ – Dinamicheski nagruzhenny upornyy podshipnik skol'zheniya pri postanovke pryamoy zadachi* [Sm2Px3Txτ – Dynamically loaded thrust plain bearing in a direct problem setting]. Certificate of state registration for a computer program, no. 2020615227, 2020.