УДК 620.179.14+621.314

РАСЧЁТ ПАРАМЕТРОВ ВИХРЕТОКОВЫХ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ ПРИ КОНТРОЛЕ НЕСКОЛЬКИХ ИЗДЕЛИЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ФОРМЫ

© 2011 Г. М. Гайнуллина, А. В. Полулех

Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С. П. Королёва
(национальный исследовательский университет)

Получено аналитическое выражение для векторного потенциала вторичного электромагнитного поля двух эллиптических цилиндров, расположенных в переменном однородном магнитном поле. При решении использованы граничные условия Леонтовича с последующим применением метода граничной коллокации. Расчёт векторного потенциала сводится к решению конечной системы алгебраических уравнений. Полученное выражение позволяет упростить расчёт вносимых параметров вихретоковых преобразователей перемещений изделий с прерывистой формой поверхности.

Математическая модель, вихретоковый преобразователь, векторный потенциал, эллиптический цилиндр, электромагнитное поле.

Основу построения электромагнитных средств неразрушающего контроля составляет информация, содержащаяся в характере и величине искажений первичных электромагнитных полей объектами контроля. Поэтому необходимым условием повышения эффективности средств контроля является исследование вторичных электромагнитных полей локальных проводящих тел. Математически это формулируется в виде краевых электродинамических задач, решаемых с заданной степенью точности. Основным методом упрощения математического описания электромагнитных процессов в проводящих средах является использование расчётных моделей.

Как показано в работе [1], модель в виде двух протяжённых эллиптических цилиндров наиболее полно соответствует задачам контроля изделий прерывистой структуры вихретоковыми преобразователями (ВТП). Выбранная однородная структура первичного поля позволяет использовать эту модель для ВТП различных форм.

Полученное в работе [1] аналитическое выражение для векторного потенциала вторичного поля позволяет по известным методикам рассчитать распределения напряжённости магнитного и электрического полей, а также вносимые параметры измерительных преобразователей различной формы.

Непосредственное использование этого выражения представляет известные трудности, связанные с решением трёхчленных рекурсивных уравнений [2] для нахождения значений функций Матье при комплексных значениях частотного параметра g_i. Для упрощения решения задачи и анализа полученных выражений воспользуемся приближёнными граничными условиями Леонтовича с последующим применением метода граничной коллокации [3].

Для нахождения коэффициентов разложения $b_n^{(1)}$, $b_n^{(2)}$ векторного потенциала в ряд по гармоническим функциям эллиптического цилиндра используем граничные условия Леонтовича, связывающие тангенциальные компоненты векторов электрического $\bar{E}$ и магнитного $\bar{H}$ полей [3]:

$$\left[\bar{n},\bar{E}\right] = \left(1+i\right)\sqrt{\frac{\omega\mu_0\mu_j}{2\sigma_j}}\left[\left[\bar{n},\bar{H}\right]\bar{n}\right], \qquad (1)$$

где $\bar{n}$ – единичный вектор нормали к поверхности цилиндра, j=1,2 – номер цилиндра, $i = \sqrt{-1}$.

Правомерность применения приближённых граничных условий определяется тем, что при контроле используются достаточно высокие частоты (0,1÷10МГц). В скалярной форме для рассматриваемого случая уравнение (1) запишется следующим образом:

$$E_z=(1+i)\sqrt{\frac{\omega\mu_0\mu_j}{2\sigma_j}}H_\eta,\ \text{при}\ \xi_j=\xi_j^0. \qquad (2)$$

Запишем граничные условия (2) через векторный потенциал, воспользовавшись известными соотношениями [1]:

$$E_z=-i\omega A_3;$$

$$H_\eta=-\frac{1}{\mu_0 f_j\sqrt{ch^2\xi_j-cos^2\eta_j}}\frac{\partial A_3}{\partial\xi_j}. \qquad (3)$$

Подставляя (3) в (2), получим

$$f_j\sqrt{ch^2\xi_j-cos^2\eta_j}\times A_3=\gamma_j\frac{\partial A_3}{\partial\xi_j},\ \text{при}\ \xi_j=\xi_j^0,$$

где $\gamma_j=\frac{1+i}{t\omega\mu_0}\sqrt{\frac{\omega\mu_0\mu_j}{2\sigma_j}}$. (4)

Векторный потенциал A_3 поля вне цилиндров определяется суперпозицией

$A_3=A_0+A_p$, (5)

где $A_0=\mu_0 fH_0ch\xi cos\eta$ – векторный потенциал первичного поля,

$$A_p=A_{p1}+A_{p2}=b_1^{(1)}\times e^{-\xi_1}cos\eta_1=$$
$$=\sum_{n=1}^{\infty}b_n^{(1)}e^{-\xi_1}cosn\eta_1+\sum_{n=1}^{\infty}\frac{b_n^{(2)}i^{m+1}\times n}{2^m\times sin\left(n\frac{\pi}{2}\right)}\times$$
$$\times\left(\frac{f_i}{l}\right)^m\left(\frac{f_2}{l}\right)\times\left[ch\left(n\xi_1\right)cos\left(n+1\right)\times j_{21}+\right.$$
$$\left.+sh\left(n\xi_1\right)\times sin\left(n+1\right)\times j_{21}\right],$$

векторный потенциал вторичного поля цилиндров [1].

Уравнения для определения коэффициентов $b_n^{(1)}$, $b_n^{(2)}$ получаются подстановкой (5) в (4) и имеют вид:

$$f_1\sqrt{ch^2\xi_1^0-cos^2\eta_1}\times\left[-\mu_0H_0ch\xi_1^0cos\eta_1+\right.$$
$$+\sum_{n=1}^{\infty}b_n^{(1)}l^{-n\xi_1^0}cos\left(n\eta_1\right)+\sum_{n=1}^{\infty}b_n^{(2)}\times$$
$$\times\left\{\sum_{m=2,4,6...}^{\infty}i^{n+m}\left(n+m-1\right)!2^{n+m}\times\right.$$
$$\times\frac{\left(\frac{f_1}{l}\right)^m\left(\frac{f_2}{l}\right)^n cos\left(n\frac{\pi}{2}\right)}{(m-1)!2^{2m-1}cos\left(m\frac{\pi}{2}\right)2^{2n}(n-1)!}\times$$
$$\times\left[\frac{1}{m}ch(m\xi_1^0)cos(m\eta_1)cos(n+m)j_{21}+\right.$$
$$\left.+msh(m\xi_1^0)sin(m\eta_1)sin(n+m)j_{21}\right]+$$
$$+\sum_{m=1,3,5...}^{\infty}i^{n+m+1}\left(n+m-1\right)!2^{m+n}\times$$
$$\times\frac{\left(\frac{f_1}{l}\right)^m\left(\frac{f_2}{l}\right)^n cos\left(n\frac{\pi}{2}\right)}{2^{2m-1}\left(m-1\right)!sin\left(m\frac{\pi}{2}\right)2^{2n}\left(n-1\right)!}\times$$
$$\times\left[ch(m\xi_1^0)cos\left(m\eta_1\right)cos\left(n+m\right)j_{21}+\right.$$
$$\left.\left.\left.+sh\left(m\xi_1^0\right)sin\left(m\eta_1\right)sin\left(n+m\right)j_{21}\right]\right\}=$$
$$=\gamma_1\left[-\mu_0H_0ch\xi_1^0cos\eta_1-\right.$$
$$-\sum_{n=1}^{\infty}b_n^{(1)}nl^{-n\xi_1^0}cos\left(n\eta_1\right)+\sum_{n=1}^{\infty}b_n^{(2)}\times$$
$$\times\left\{\sum_{m=2,4,6...}^{\infty}i^{n+m}\left(n+m-1\right)!2^{n+m}\times\right.$$
$$\times\frac{\left(\frac{f_1}{l}\right)^m\left(\frac{f_2}{l}\right)^n cos\left(n\frac{\pi}{2}\right)}{\left(m-1\right)!2^{2m-1}cos\left(m\frac{\pi}{2}\right)2^{2n}\left(n-1\right)!}\times$$
$$\times\left[ch\left(m\xi_1^0\right)cos\left(m\eta_1\right)cos\left(n+m\right)j_{21}+\right.$$
$$\left.+m^2sh\left(m\xi_1^0\right)sin\left(m\eta_1\right)sin\left(n+m\right)j_{21}\right]+$$
$$+\sum_{m=1,3,5...}^{\infty}i^{n+m+1}\left(n+m-1\right)!2^{m+n}\times$$

$$\times\frac{\left(\frac{f_1}{l}\right)^m\left(\frac{f_2}{l}\right)^n cos\left(n\frac{\pi}{2}\right)}{2^{2m-1}(m-1)!sin\left(m\frac{\pi}{2}\right)2^{2n}(n-1)!}\times$$

$$\times\left[mch\left(m\xi_1^0\right)cos\left(m\eta_1\right)cos\left(n+m\right)j_{21}+\right.$$

$$\left.+msh\left(m\xi_1^0\right)sin\left(m\eta_1\right)sin\left(n+m\right)j_{21}\right]\Big\}.$$

$$f_2\sqrt{ch^2\xi_2^0-cos^2\eta_1}\left[-\mu_0H_0ch\xi_2^0cos\eta_2+\right.$$

$$+\sum_{n=1}^{\infty}b_n^{(2)}l^{-n\xi_2^0}cos\left(n\eta_2\right)+\sum_{n=1}^{\infty}b_n^{(1)}\times$$

$$\times\Bigg\{\sum_{m=2,4,6...}^{\infty}i^{n+m}\left(n+m-1\right)!2^{n+m}\times$$

$$\times\frac{\left(\frac{f_2}{l}\right)^m\left(\frac{f_1}{l}\right)^n cos\left(n\frac{\pi}{2}\right)}{(m-1)!2^{2m-1}cos\left(m\frac{\pi}{2}\right)2^{2n}(n-1)!}\times$$

$$\times\left[\frac{1}{m}ch\left(m\xi_2^0\right)cos\left(m\eta_2\right)cos\left(n+m\right)j_{12}+\right.$$

$$\left.+msh\left(m\xi_2^0\right)sin\left(m\eta_2\right)sin\left(n+m\right)j_{12}\right]+$$

$$+\sum_{n=1,3,5...}^{\infty}i^{n+m+1}\left(n+m-1\right)!2^{m+n}\times$$

$$\times\frac{\left(\frac{f_2}{l}\right)^m\left(\frac{f_1}{l}\right)^n cos\left(n\frac{\pi}{2}\right)}{2^{2m-1}(m-1)!sin\left(m\frac{\pi}{2}\right)2^{2n}(n-1)!}\times$$

$$\times\left[ch\left(m\xi_2^0\right)cos\left(m\eta_2\right)cos\left(n+m\right)j_{12}+\right.$$

$$\left.+sh\left(m\xi_2^0\right)sin\left(m\eta_2\right)sin\left(n+m\right)j_{12}\right]\Big\}=$$

$$=\gamma_2\left[-\mu_0H_0ch\xi_2^0cos\eta_2-\right.$$

$$-\sum_{n=1}^{\infty}b_n^{(2)}nl^{-n\xi_1^0}cos\left(n\eta_2\right)+\sum_{n=1}^{\infty}b_n^{(1)}\times$$

$$\times\Bigg\{\sum_{m=2,4,6...}^{\infty}i^{n+m}\left(n+m-1\right)!2^{n+m}\times$$

$$\times\frac{\left(\frac{f_2}{l}\right)^m\left(\frac{f_1}{l}\right)^n cos\left(n\frac{\pi}{2}\right)}{(m-1)!2^{2m-1}cos\left(m\frac{\pi}{2}\right)2^{2n}(n-1)!}$$

$$\times\left[ch\left(m\xi_2^0\right)cos\left(m\eta_2\right)cos\left(n+m\right)j_{12}+\right.$$

$$\left.+m^2sh\left(m\xi_2^0\right)sin\left(m\eta_2\right)sin\left(n+m\right)j_{12}\right]+$$

$$+\sum_{m=1,3,5...}^{\infty}i^{n+m+1}\left(n+m-1\right)!2^{m+n}\times$$

$$\times\frac{\left(\frac{f_2}{l}\right)^m\left(\frac{f_1}{l}\right)^n cos\left(n\frac{\pi}{2}\right)}{2^{2m-1}(m-1)!sin\left(m\frac{\pi}{2}\right)2^{2n}(n-1)!}\times$$

$$\times\left[mch\left(m\xi_2^0\right)cos\left(m\eta_2\right)cos\left(n+m\right)j_{12}+\right.$$

$$\left.+msh\left(m\xi_2^0\right)sin\left(m\eta_2\right)sin\left(n+m\right)j_{12}\right]\Big\}. \qquad (6)$$

При выводе (6) использовалась формула сложения, полученная в [1], позволяющая записать гармонические функции j-ого цилиндра в координатах s-ого цилиндра (j, s = 1,2):

$$e^{-m\xi_j}cos\left(m\eta_j\right)=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{i^{m+n}\left(n+m-1\right)!}{2^{m+n-1}m!\left(n-1\right)!}\times$$

$$\times\frac{sin\left(m\frac{\pi}{2}\right)}{sin\left(n\frac{\pi}{2}\right)}\times\left(\frac{f_s}{l}\right)^n\left(\frac{f_j}{l}\right)^m\times \qquad (7)$$

$$\times\left[ch\left(n\xi_s\right)cos\left(n\eta_s\right)cos\left(n+m\right)j_{js}\right)+$$

$$\left.+sh\left(n\xi_s\right)sin\left(n\eta_s\right)sin\left(n+m\right)j_{js}\right].$$

Система уравнений (6) позволяет определить коэффициенты $b_n^{(1)}$, $b_n^{(2)}$ с любой наперёд заданной точностью. Для решения таких уравнений получил распространение метод граничной коллокации [3]. Решение краевой задачи находится в виде ряда, точно удовлетворяющего дифференциальному уравнению задачи. Для нахождения неизвестных постоянных коэффициентов $b_n^{(1)}$, $b_n^{(2)}$ используются граничные условия, которые удовлетворяются не на всём контуре [$0\leq\eta_j\leq2\pi$], а в особых, наперёд заданных точках (точках коллокации). Таким образом, задача сводится к решению системы линейных алгебраических уравнений относительно искомых коэффициентов $b_n^{(1)}$, $b_n^{(2)}$. Выбор закона распределения точек коллокации на контуре (границе раздела) имеет существенное значение. Число точек коллокации, а, следовательно, и число уравнений в системе (6), которую необходимо решить, определяется геометрией области и требуемой точностью приближения. Отметим, что число точек коллокации определяет число членов рядов в выражениях для вторичного поля (5).

Как показано в работе [3], выбор точек коллокации в нулях полинома Чебышева первого или второго рода обеспечивает эффективное с точки зрения сходимости решение задачи.

Корни (нули) полиномов Чебышева располагаются в следующих точках:

$$s_\kappa = \frac{1+\cos\dfrac{\kappa\pi}{n-1}}{2}, \tag{8}$$

где s_κ – длина дуги контура от начала отсчёта; κ – номер точки коллокации, κ=1,2,…,n; n – число точек коллокации.

Таким образом, получаем n неравномерно расположенных точек, рассеянных по всему контуру. При таком распределении нулей получается номинальное приближение, погрешность которого колеблется практически одинаково ко всему заданному интервалу.

Для удобства вычислений перейдём в системе уравнений (6) к интервалу [0...1]. Длину дуг, соответствующих (8), определим следующим образом:

$$\begin{aligned} z_{\kappa j} &= s_\kappa \int_0^{2\pi} f_j \sqrt{ch^2\xi_j^0 - \cos^2\eta_j}\, d\eta_j = \\ &= \frac{1}{2}\left(1+\cos\frac{\kappa\pi}{n-1}\right)\int_0^{2\pi} f_j \sqrt{ch^2\xi_j^0 - \cos^2\eta_j}\, d\eta_j . \end{aligned} \tag{9}$$

Приведём интервал в (9) к нормальной форме

$$\begin{aligned} z_{\kappa j} &= f_j ch\xi_j^0 \frac{1}{2}\left(1+\cos\frac{\kappa\pi}{n-1}\right)\times \\ &\times \int_0^{2\pi} \sqrt{1-\kappa_{0j}^2\cos^2\eta_j}\, d\eta_j , \end{aligned} \tag{10}$$

где $\kappa_{0j}^2 = \dfrac{1}{ch^2\xi_j^0}$; $0<\kappa_{0j}^2 £ 1$.

Окончательно запишем

$$z_{\kappa j} = f_j ch\xi_j^0 E\left(\kappa_{0j}\right)\frac{1}{2}\left(1+\cos\frac{\kappa\pi}{n-1}\right), \tag{11}$$

где κ=1,2,3,…,n; $E(\kappa_{0j})$ – полный эллиптический интеграл 2-ого рода в нормальной форме, κ_{0j} – модуль интеграла.

Далее необходимо определить значение углов $\eta_{\kappa j}$, соответствующих дуге $z_{\kappa j}$:

$$\begin{aligned} z_{\kappa j} &= \int_0^{\eta_{\kappa j}} f_j \sqrt{ch^2\xi_j^0 - \cos^2\eta_j}\, d\eta_j = \\ &= f_j ch\xi_j^0 \int_0^{\eta_{\kappa j}} \sqrt{1-\kappa_{0j}\cos^2\eta_j}\, d\eta_j = \\ &= f_j ch\xi_j^0 E\left(\eta_{\kappa j}, \kappa_{0j}\right), \end{aligned} \tag{12}$$

где $E(\eta_{kj}, \kappa_{0j})$ – неполный эллиптический интеграл 2-ого рода в нормальной форме Лежандра. Приравнивая (12) и (11), получим

$$\begin{aligned} & f_j ch\xi_{j0} E\left(\eta_{\kappa j}, \kappa_{0j}\right) = \\ &= f_j ch\xi_{j0} E\left(\kappa_{0j}\right)\frac{1}{2}\left(1+\cos\frac{\kappa\pi}{n-1}\right), \end{aligned}$$

откуда

$$E\left(\eta_{\kappa j}, \kappa_{0j}\right) = E\left(\kappa_{0j}\right)\frac{1}{2}\left(1+\cos\frac{\kappa\pi}{n-1}\right), \tag{13}$$

где κ = 1, 2, 3, …, n.

Значения η_{kj} могут быть определены из уравнения (13) следующим образом: вычисляется правая часть уравнения (13) при κ = 1, 2, 3, …, n; затем по найденному значению правой части, модулю κ_{0j} и таблице значений $E(\eta_{kj}, \kappa_{0j})$ определяется η_{kj}. Найденное значение η_{kj} подставляется в систему уравнений (6), из решения которой находятся искомые коэффициенты $b_n^{(1)}$, $b_n^{(2)}$. Размерность получаемой системы уравнений определяется числом точек коллокации κ. Как показано в работе [3], достаточно ограничиться числом κ=8. При этом погрешность вычислений векторных потенциалов A_{p1} и A_{p2} по формулам (13), (14) для широко используемого в электромагнитной технике диапазона частот (50 Гц – 10МГц) составит не более 1% во всей используемой области изменения геометрических параметров расчётной модели.

Следовательно, для определения коэффициентов $b_n^{(1)}$, $b_n^{(2)}$ (n=1,2,…,8) необходимо решить систему линейных алгебраических уравнений 16 порядка:

$$\begin{cases} F_{1\kappa}\left[H_{0\kappa}^{(1)}+\sum\limits_{n=1}^{8}b_n^{(1)}b_{n\kappa}^{(1)}+\sum\limits_{n=1}^{8}\sum\limits_{m=1}^{8}b_n^{(2)}c_{mn\kappa}^{(2)}\right]= \\ =\gamma_1\left[\left(H_{0\kappa}^{(1)}\right)+\sum\limits_{n=1}^{8}b_n^{(1)}\left(b_{n\kappa}^{(1)}\right)+\sum\limits_{n=1}^{8}\sum\limits_{m=1}^{8}b_n^{(2)}\left(c_{mn\kappa}^{(2)}\right)\right] \\ F_{2\kappa}\left[H_{0\kappa}^{(2)}+\sum\limits_{n=1}^{8}b_n^{(2)}b_{n\kappa}^{(2)}+\sum\limits_{n=1}^{8}\sum\limits_{m=1}^{8}b_n^{(1)}c_{mn\kappa}^{(1)}\right]= \\ =\gamma_2\left[\left(H_{0\kappa}^{(2)}\right)+\sum\limits_{n=1}^{8}b_n^{(2)}\left(b_{n\kappa}^{(2)}\right)+\sum\limits_{n=1}^{8}\sum\limits_{m=1}^{8}b_n^{(1)}\left(c_{mn\kappa}^{(1)}\right)\right], \end{cases} \qquad (14)$$

где κ=1,2,3,…,8.

В (14) введены следующие обозначения:

$$H_{0\kappa}^{(j)}=-\mu_0 H_0 ch\xi_j^0 cos\eta_\kappa ,$$

$$\left(H_{0\kappa}^{(j)}\right)^{/}=\frac{\partial H_{0\kappa}^{(j)}}{\partial\xi_i};$$

$$B_{n\kappa}^{(j)}=l^{-n\xi_j^0}cos\eta_\kappa;$$

$$\left(B_{n\kappa}^{(j)}\right)^{/}=\frac{\partial B_{n\kappa}^{(j)}}{\partial\xi_i};$$

$$C_{mn\kappa}^{(j)}=\sum_{m=2,4,6,8} i^{n+m}\left(n+m-1\right)!2^{n+m}\times$$

$$\times\frac{\left(\frac{f_j}{l}\right)^m\left(\frac{f_s}{l}\right)^n cos\left(n\frac{\pi}{2}\right)}{\left(m-1\right)!2^{2m-1}cos\left(m\frac{\pi}{2}\right)2^{2n}\left(n-1\right)!}\times$$

$$\times\left[\frac{1}{m}ch\left(m\xi_j^0\right)cos\left(m\eta_\kappa\right)cos\left(n+m\right)j_{\ js}+\right.$$

$$\left.+mch\left(m\xi_j^0\right)sin\left(m\eta_\kappa\right)sin\left(n+m\right)j_{\ js}\right]+$$

$$+\sum_{n=1,3,5,7} i^{n+m+1}\left(n+m-1\right)!2^{m+n}\times$$

$$\times\frac{\left(\frac{f_j}{l}\right)^m\left(\frac{f_s}{l}\right)^n cos\left(n\frac{\pi}{2}\right)}{2^{2m-1}\left(m-1\right)!cos\left(m\frac{\pi}{2}\right)2^{2n}\left(n-1\right)!}\times$$

$$\times\left[ch\left(m\xi_j^0\right)cos\left(m\eta_\kappa\right)cos\left(n+m\right)j_{\ js}+\right.$$

$$\left.+\left[ch\left(m\xi_j^0\right)sin\left(m\eta_\kappa\right)sin\left(n+m\right)j_{\ js}\right]\right.;$$

$$\left(C_{mn\kappa}^{(j)}\right)^{/}=\frac{\partial C_{mn\kappa}^{(j)}}{\partial\xi_i}.$$

Если в (14) устремить $l\to\infty$ и считать $ch^2\xi_j^0>>1$, то получим

$$A_{p1}=f_1\mu_0 H_0\frac{f_1 ch^2\xi_j^0-\gamma_1 ch\xi_1^0}{f_1 ch\xi_1^0+\gamma_1}l^{-\xi_1}cos\eta_1 . \qquad (15)$$

Полученное выражение (15) для векторного потенциала полностью совпадает с известным для одного цилиндра, что подтверждает правильность полученного решения.

Полученные в [1] аналитические выражения для векторных потенциалов вместе с системой уравнений (14) определяют поле вне цилиндров. Вторичное поле может быть записано в любой локальной системе координат. Так, например, в локальных координатах первого цилиндра выражение для векторного потенциала вторичного поля будет иметь следующий вид:

$$\dot{A}_p = \dot{A}_{p1} + \dot{A}_{p2} =$$

$$= \sum_{n=1}^{8} b_n^{(1)} e^{-n\xi_1} cos(n\eta_1) + \sum_{n=1}^{8} b_n^{(2)} \times$$

$$\times \left\{ \sum_{n=2,4,6,8} i^{n+m} (n+m-1)! 2^{n+m} \times \right.$$

$$\times \frac{\left(\frac{f_j}{l}\right)^m \left(\frac{f_s}{l}\right)^n cos\left(n\frac{\pi}{2}\right)}{(m-1)! 2^{2m-1} cos\left(m\frac{\pi}{2}\right) 2^{2n} (n-1)!} \times$$

$$\times \left[\frac{1}{m} ch(m\xi_1) cos(m\eta_1) cos(n+m) j_{21} + \right.$$

$$\left. + mch(n\xi_1) sin(n\eta_1) sin(n+m) j_{21} \right] +$$

$$+ \sum_{n=1,3,5,7} i^{n+m+1} (n+m-1)! 2^{m+n} \times$$

$$\times \frac{\left(\frac{f_2}{l}\right)^n \left(\frac{f_1}{l}\right)^m cos\left(n\frac{\pi}{2}\right)}{2^{2m-1} (m-1)! cos\left(m\frac{\pi}{2}\right) 2^{2n} (n-1)!} \times$$

$$\times \left[ch(m\xi_1) cos(m\eta_1) cos(n+m) j_{21} + \right.$$

$$\left.\left. + ch(m\xi_1) sin(n\eta_1) sin(n+m) j_{21} \right] \right\}.$$

Таким образом, получено аналитическое выражение для векторного потенциала вторичного электромагнитного поля двух эллиптических цилиндров, расположенных в переменном однородном магнитном поле. При этом расчёт векторного потенциала сводится к решению конечной системы алгебраических уравнений.

Библиографический список

1. Гайнуллина, Г. М. Моделирование изделий с прерывистой поверхностью при электромагнитном контроле [Текст] / Г. М. Гайнуллина, А. В. Полулех // Естественные и технические науки. – 2009. – №6(44). – С. 502-506.
2. Бейтмен, Г. Высшие трансцендентные функции [Текст] / Г. Бейтмен, А. Эрдейн. – М.: Наука, 1978. – 296 с.
3. Альтшуллер, И. Б. Расчёт электромагнитных полей в электрических машинах [Текст] / И. Б. Альтшуллер. – М.: Энергия, 1968. – 88 с.

References

1. Gainullina, G. M. Modelling items with a discontinuous surface during electromagnetic control [Text]/ G. M. Gainullina, A. V. Polulekh // Natural and technical sciences. – 2009. – No.6(44). – pp. 502-506.
2. Beytmen, G. Highest transcendental functions [Text]/ G. Beytmen, A. Erdeyn. – Moscow: Nauka, 1978. – 296 p.
3. Altschuller, I. B. Calculation of electromagnetic fields in electric devices [Text]/ I. B. Altschuller. – Moscow: Energiya, 1968. –88p.

CALCULATING THE PARAMETERS OF EDDY CURRENT CONVERTERS WHEN TESTING SEVERAL SAMPLES OF CYLINDRICAL SHAPE

© 2011 G. M. Gainullina, A. V. Polulekh

Samara State Aerospace University named after academician S. P. Korolyov
(National Research University)

Analytical expression for the vector potential of a secondary electromagnetic field of two elliptical cylinders located in an alternating homogeneous magnetic field is obtained. Leontovich boundary conditions have been used in the process of deriving, with subsequent use of the boundary collocation method. The calculation of the vector potential amounts to the solution of a finite system of algebraic equations. The expression obtained makes it possible to simplify the calculation of the parameters being introduced, i. e. the parameters of eddy-current converters of displacement of samples having discontinuous surfaces.

Mathematical model, eddy-current converter, vector potential, elliptical cylinder, electromagnetic field.

Информация об авторах

Гайнуллина Гелия Мухаматкамиловна, ведущий инженер, ассистент кафедры общей информатики, Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С. П. Королёва (национальный исследовательский университет), (846) 2674837. Область научных интересов: математическое моделирование, комплексы программ.

Полулех Александр Владимирович, доцент, кандидат технических наук, доцент кафедры электротехники, Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С. П. Королёва (национальный исследовательский университет), (846) 2674837. Область научных интересов: математическое моделирование, комплексы программ.

Gainullina Gelia Mukhamatkamilovna, leading engineer, assistant of the general information science department, Samara State Aerospace University named after academician S. P. Korolyov (National Research University), (846) 2674837. Area of research: mathematical modeling, software complexes.

Polulekh Alexander Vladimirovitch, associate professor, candidate of technical sciences, associate professor of the electrical engineering department, Samara State Aerospace University named after academician S. P. Korolyov (National Research University), (846) 2674837. Area of research: mathematical modeling, software complexes.