

## УЛУЧШЕНИЕ РАЗРЕШЕНИЯ НА ОСНОВЕ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ ФИЛЬТРОВ

© 2010 Д. А. Савельев<sup>1</sup>, С. Н. Хонина<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва (национальный исследовательский университет),  
<sup>2</sup>Институт систем обработки изображений РАН

Приведены результаты исследования по улучшению разрешения при использовании пространственной фильтрации. Используются пространственные фильтры Торалдо, вихревая фазовая пластина, теневой фильтр. Для уменьшения пятна рассеивания используется конический аксикон. Приводятся результаты экспериментов при использовании вышеназванных фильтров. Показана эффективность пространственной фильтрации для улучшения разрешения.

*Пространственный фильтр, оптическая система, фильтр Торалдо, вихревой фильтр, теневой фильтр, аксикон, числовая апертура.*

В последние годы в связи с развитием нанотехнологии, клеточной медицины возрос интерес к проблемам улучшения разрешения в оптике. В настоящее время достигнута реализация сверхразрешения порядка нескольких нанометров в изображениях биообъектов при использовании ближнепольных и атомных микроскопов, но обработка изображения занимает длительный срок и всё более востребованы оптические микроскопы, позволяющие визуализировать структуру в целом. В данной работе проводятся исследования различных оптических установок и типов пространственных фильтров для улучшения разрешения.

### 1. Фильтры Торалдо

В работе мы используем несколько вариантов оптических схем. Первая из них – для исследования пространственных фильтров Торалдо [1].

Фазовые пространственные фильтры используются, чтобы оптимизировать осевое распределение интенсивности и увеличить глубину фокуса для оптического захвата. С использованием данного вида фильтра ожидаемая глубина фокуса может быть в несколько раз больше, чем в оригинальной системе, и размер пятна рассеивания будет меньшим [2, 3]. Для нас актуальным является то, что использование данного типа фильтров позволяет

добиться улучшения разрешения путём уменьшения пятна рассеивания. Использовалась изображённая на рис. 1 системная установка и фильтр с изображённой структурой (рис. 2) – данная структура фильтра с чередованием 0- впервые была предложена Торалдо [1].

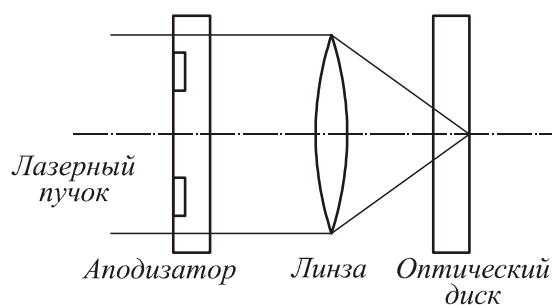


Рис. 1. Оптическая схема с фильтром Торалдо в качестве аподизатора

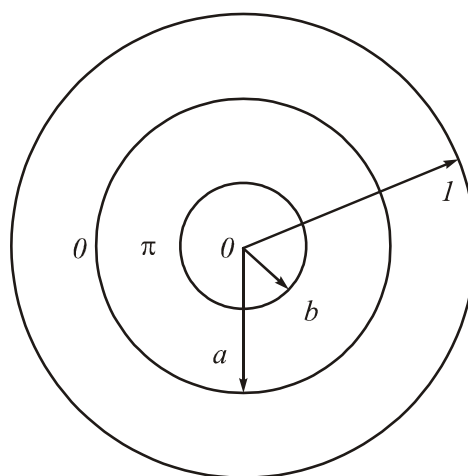


Рис. 2. Структура фильтра Торалдо

Нормализованное амплитудное распределение в плоскости фокусировки пучка имеет следующий вид:

$$G(u, v) = 2 \sum_{j=1}^N \exp(i \phi_j) \times$$

$$\times \int_{r_{j-1}}^{r_j} r J_0(ur) \exp[-(1/2) i u r^2] dr,$$

где  $r$  – радиальная координата плоскости зрачка линзы;  $\phi_j, j=1, \dots, N$  – определяет фазу зоны  $j$  на плоскости зрачка. Радиальная позиция каждой зоны задана  $\{r\} = \{r_j, j=0, \dots, N\}$ , где  $r_0 = 0$ , и  $u$  – приведённые радиальные и осевые координаты соответственно:

$$u = (2 / f) (NA) R, \tag{2}$$

$$v = (2 / f) (NA)^2 Z, \tag{3}$$

где  $R$  и  $Z$  – радиальные и осевые координаты в плоскости изображения;  $NA$  (Numerical Aperture) – числовая апертура линзы:  $NA = r_0 / f$ , где  $r_0$  – радиус оптической апертуры системы и  $f$  – фокусное расстояние оптической системы.

Когда число фазовых переходов в фильтре от нуля до равно двум (рис. 2), осевое распределение интенсивности зависит от двух коэффициентов – числа Штреля:

$$S = [G_{a \neq b}(0, 0) / G_{a=b=0}(0, 0)]^2 = [1 - 2(a^2 - b^2)]^2 \tag{4}$$

и внутреннего радиуса фильтра  $b$ .

Численные эксперименты выполнялись в соответствии с оптической схемой, приведённой в [2]. Амплитуда входного пучка полагалась равномерной в круге с приведённым радиусом, а вид фазовых фильтров Торалдо показан в первом столбце табл. 1. Во втором и третьем столбцах показаны результаты преобразования Фурье:

$$G(u, v) = \frac{k}{f} \iint_{-\infty}^{\infty} g(x, y) \times \exp\left[-\frac{ik}{f}(xu + yv)\right] dx dy. \tag{5}$$

Во втором столбце – амплитуда комплексного распределения в фокальной

плоскости (изображения инвертированы), а в третьем столбце – сечение амплитуды.

Исследования проводились при различных параметрах фазового фильтра  $a$  и  $b$ . Как видно из результатов, показанных в табл. 1, можно достичь уменьшения размера фокального пятна в 1,14 раза (12,5%) с ростом боковых лепестков до уровня не более 30% от значения в центре.

### 2. Вихревая и низкочастотная/высокочастотная фильтрация

Вторая из рассмотренных оптических схем – классическая четырёхфокусная система – показана на рис. 3, где  $A_1$  – входная плоскость,  $A_3$  – выходная плоскость,  $L$  – сферическая линза,  $A_2$  – плоскость фильтра,  $f$  – фокусное расстояние линзы.

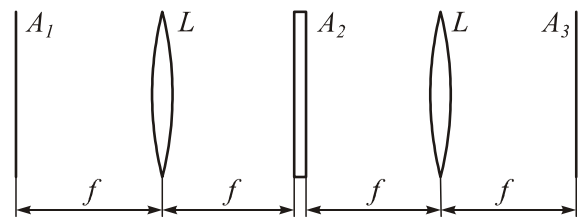


Рис. 3. 4f-система

В качестве точечных источников использовались гауссовы пучки:

$$F = \exp\left(-\frac{((x-x_0)^2 + (y-y_0)^2)}{2\sigma_0^2}\right), \tag{6}$$

как одиночные (рис. 4а), так и парные, близко расположенные (рис. 4б).

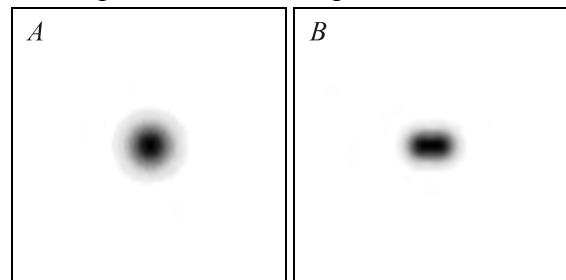


Рис. 4. Входное изображение одиночного (А) и двойного (В) гауссовых пучков

В качестве фильтра использовалась вихревая фазовая пластинка [4]:

$$V_m(\phi) = \exp(im\phi) \tag{7}$$

в сочетании с фильтром высоких частот [5], он же теневой фильтр. Также для теневого фильтра производилось усечение

высоких частот. Следовательно, по сути, производилось кольцевое диафрагмирование пространственного спектра.

Были проведены исследования зависимости размера центрального пятна на выходе оптической  $4f$ -системы от внешнего и внутреннего радиусов кольцевой диафрагмы в спектральной плоскости. Также исследовалась возможность разрешения в такой системе двух близкорасположенных гауссовых источников. Моделирование выполнялось с помощью алгоритма быстрого преобразования Фурье с дополнением

нулями, которое позволяет детально прописывать выходное распределение.

Результаты моделирования изображения гауссового пучка ( $b = 0,15$ ) (рис. 4а) с помощью  $4f$ -системы при использовании теневого фильтра показаны в табл. 2: фильтрация в спектральной плоскости показана в первом столбце, амплитуда выходного распределения после прохождения системы и её сечение показаны во втором и третьем столбцах соответственно.

Таблица 1. Исследование действия пространственного фильтра Торалдо

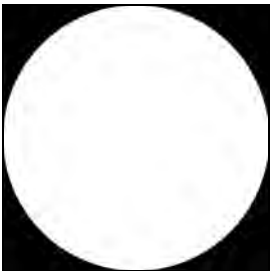
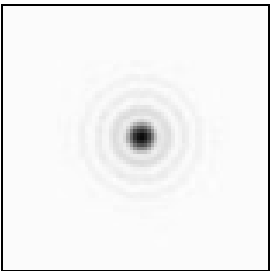
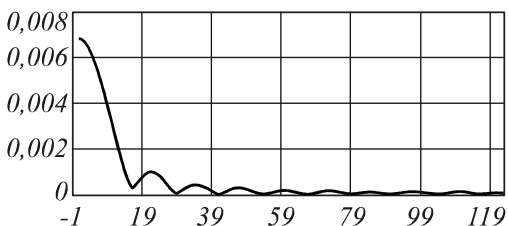
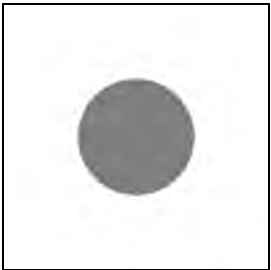
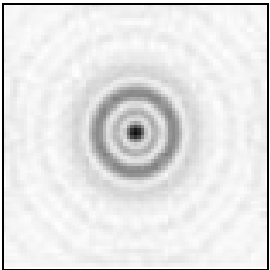
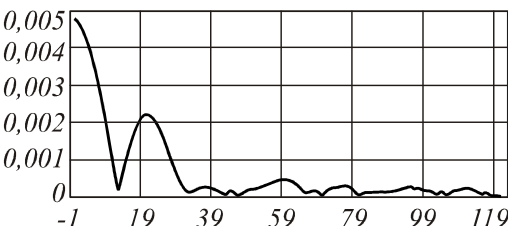
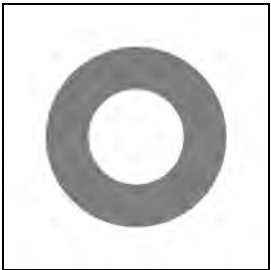
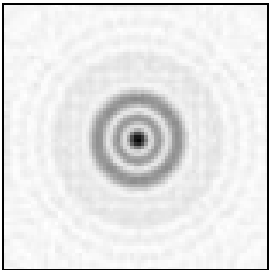
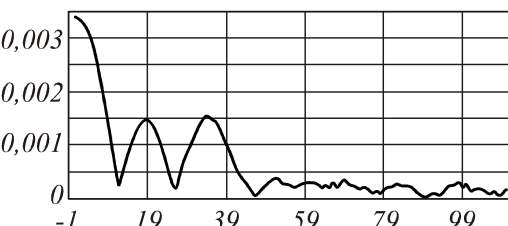
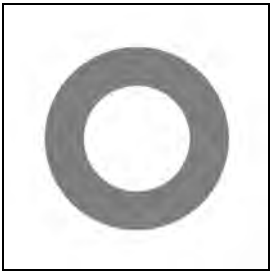
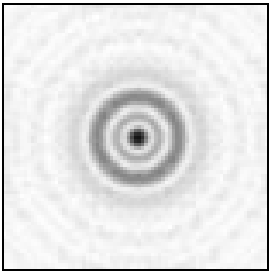
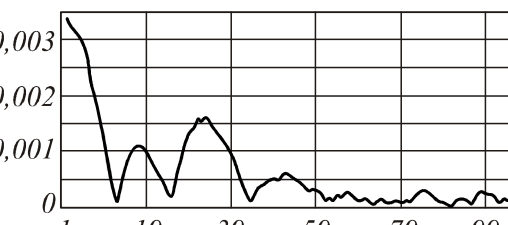
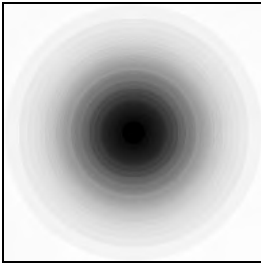
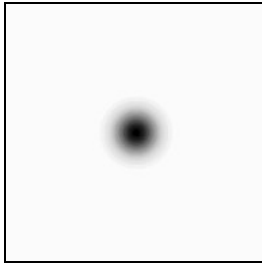
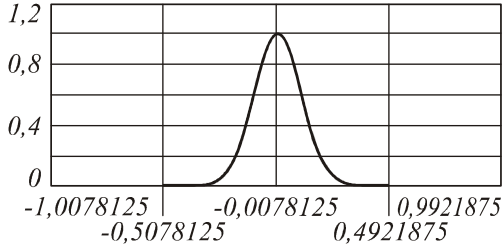
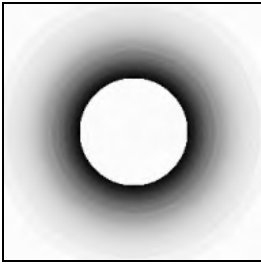
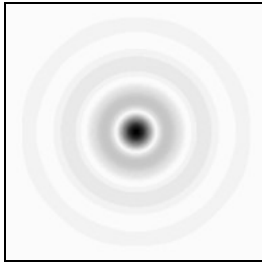
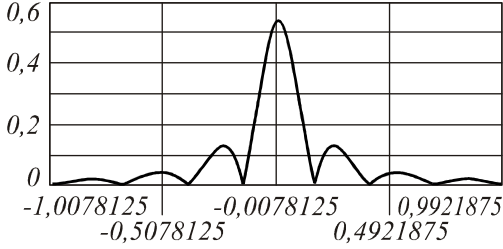
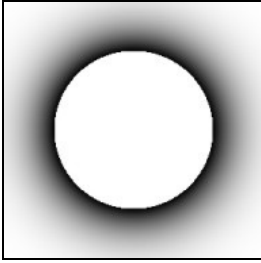
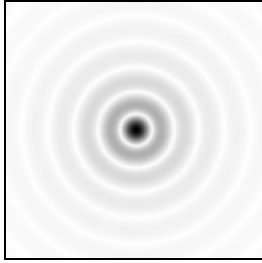
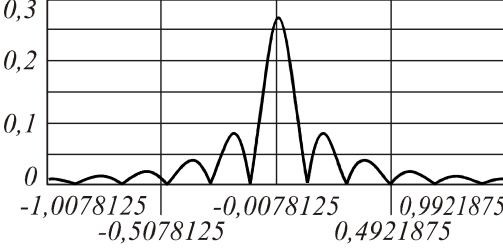
Распределение на входе	Амплитуда в фокусе	Сечение амплитуды в фокусе
 Без фильтра ( $a=0, b=0$ )		
 Фильтр: $a=0,4; b=0$		
 Фильтр: $a=0,58; b=0,3$		
 Фильтр: $a=0,62; b=0,35$		

Таблица 2. Использование теневого фильтра в спектральной плоскости при изображении одиночного гауссового пучка  $s = 0,15$

Спектральная плоскость (амплитуда)	Выходная плоскость (амплитуда)	Сечение амплитуды в выходной плоскости
		
		
		

Измеряемыми характеристиками на выходе оптической системы были: радиус центрального пятна до первого нуля ( $ZR$ ) и диаметр центрального пятна по уровню полуспада от максимального значения ( $FWHM$ ). Зависимости этих характеристик от внешнего радиуса диафрагмы в спектральной плоскости  $R$  показаны на рис. 5. По графикам зависимости  $ZR$  и

$FWHM$  от  $R$ , видно, что улучшение разрешения для теневого фильтра составило: по  $ZR$  – в 2,72 раза, по  $FWHM$  – в 1,7 раза.

В работах [4, 5] было показано, что вихревой фильтр (7) действует аналогично теневого фильтру. В табл. 3 приведены результаты моделирования при использовании в спектральной плоскости вихревого фильтра в сочетании с теневым.

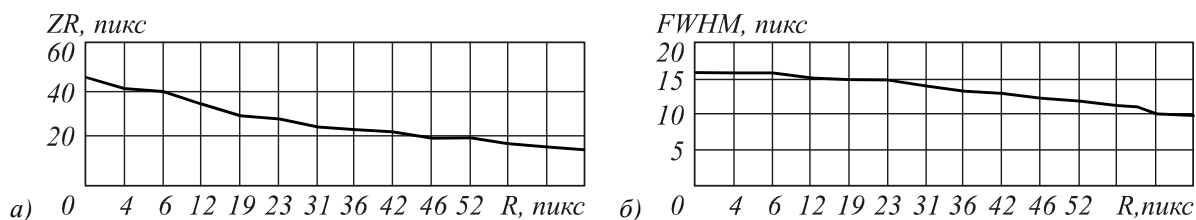
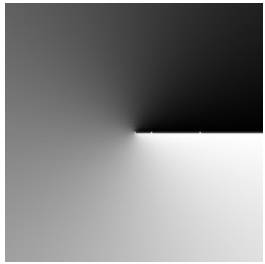
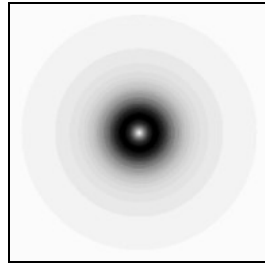
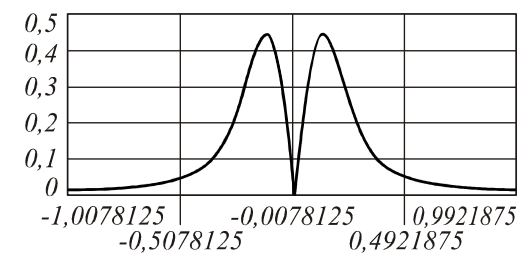

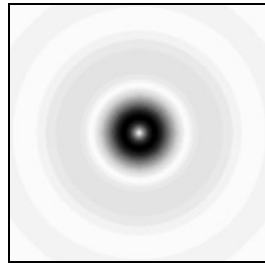
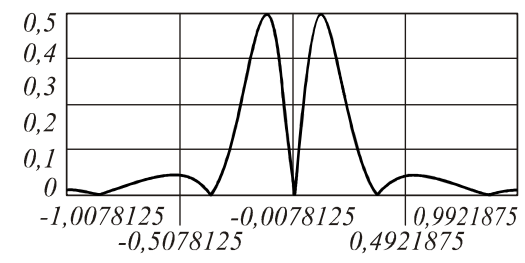

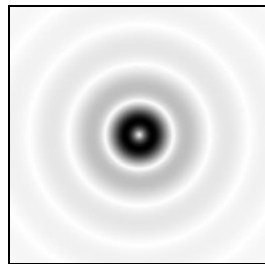
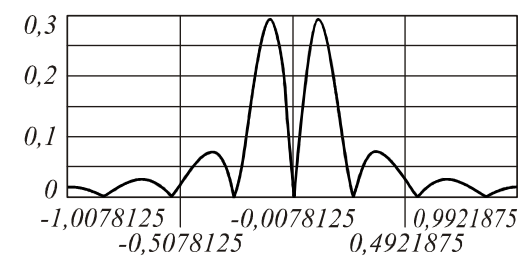


Рис. 5. Зависимости  $ZR$  (а) и  $FWHM$  (б) от внешнего радиуса диафрагмы в спектральной плоскости  $R$

Таблица 3. Использование в спектральной плоскости вихревого фильтра в сочетании с теневым при изображении одиночного гауссового пучка с  $\sigma = 0,15$

Спектральная плоскость (амплитуда)	Выходная плоскость (амплитуда)	Сечение амплитуды в выходной плоскости
		
		
		

Как видно из табл. 3, действие вихревого фильтра кардинально искажает изображение гауссового пучка, превращая световое пятно в кольцо. Таким образом, использование вихревых фильтров в изображающих системах нужно использовать с учётом такого эффекта и скорее для выполнения определенных операций обработки изображений [6].

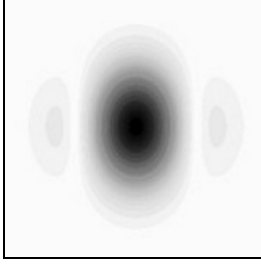

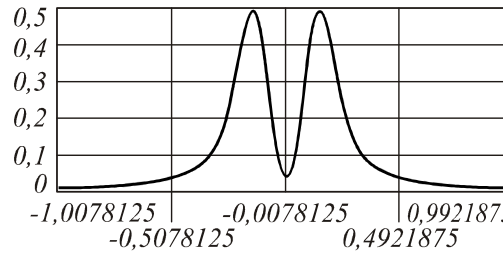
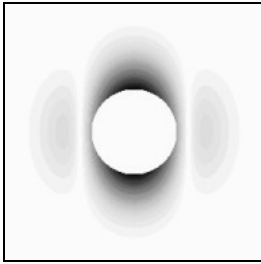

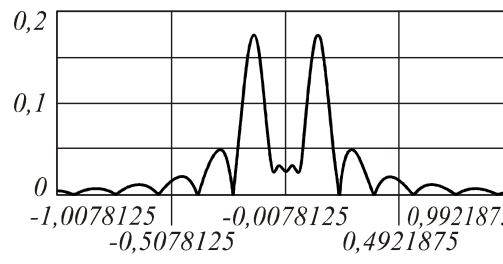
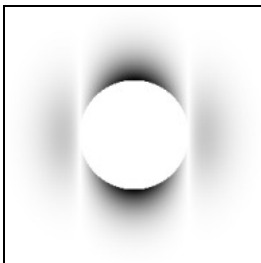
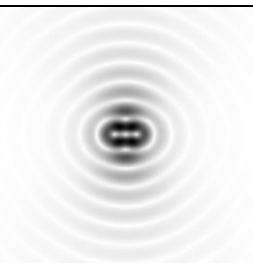
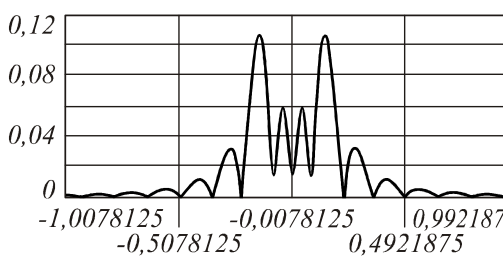
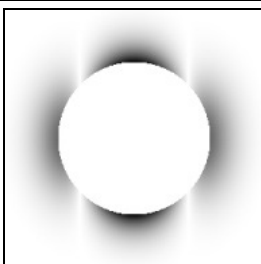
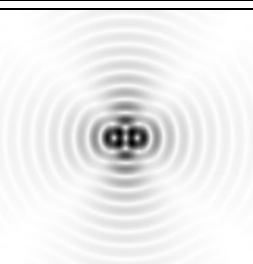
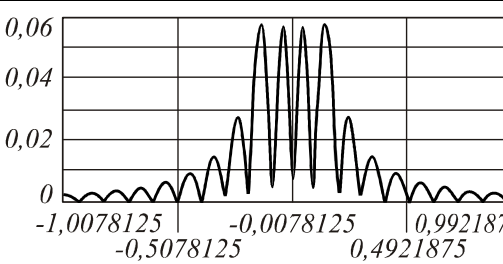
В табл. 4 приведены результаты исследования возможности разрешения двух близкорасположенных гауссовых источников при использовании в спектральной плоскости теневого фильтра совместно с вихревым. Из результатов видно, что при увеличении  $R$  наблюдается появление новых центральных пиков, чего не происходит при одиночном гауссовом пучке (табл. 3).

### 3. Аксикон

Известно, узкий кольцевой спектр соответствует бesselевым пучкам [7], которые также можно производить с помощью аксиконов [8].

Аксикон – это оптический элемент, формирующий конический волновой фронт, комплексная функция аксикона описывается формулой:  $\exp(-ik)$ , где  $k$  – соответствует числовой апертуре аксикона, которая связана с углом наклона лучей к оптической оси  $\theta$ ,  $k = \sin \theta$ . При использовании рефракционного аксикона с углом при вершине конуса  $\alpha$  и показателем преломления материала, из которого изготовлен аксикон,  $n$  – параметр  $k = (n-1) \cdot \sin(\alpha/2)$ .

Таблица 4. Использование в спектральной плоскости теневого фильтра при изображении двух близкорасположенных гауссовых источников с  $\sigma = 1$ 

Спектральная плоскость (амплитуда)	Выходная плоскость (амплитуда)	Сечение амплитуды в выходной плоскости
		
		
		
		

Применение аксиконов для улучшения разрешения оптических систем связано с тем фактом, что аксикон формирует световое пятно меньшего размера, чем сферическая линза с той же самой числовой апертурой [9].

В данном разделе для моделирования использовалась оптическая схема, приведенная на рис. 6: аксикон и идущие после него две линзы с различными фокусными расстояниями, которые используются в тене-вых микроскопах [10]. В качестве входного поля использовался круг с равномерной амплитудой радиусом  $R = 0,2$  мм, до-

полненный нулевыми значениями в квадратной матрице размером  $2 \text{ мм} \times 2 \text{ мм}$  (число отсчетов  $256 \times 256$ ). После прохождения аксикона полученные распределения подавались на вход системы из двух линз с разными фокусными расстояниями – такими, чтобы образовывать требуемую систему. В дальнейшем ограничимся тем, что будем просто указывать фокусные расстояния соответствующих линз (для первой –  $f_1$ , для второй –  $f_2$ ). Фокус второй линзы должен быть меньше, чем первой [10].

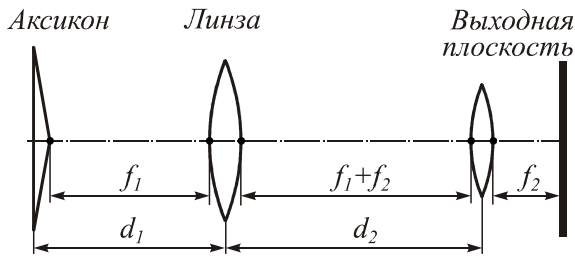
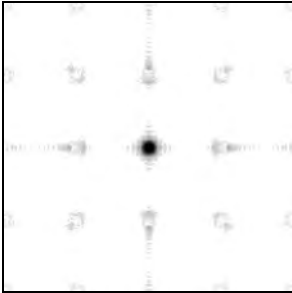
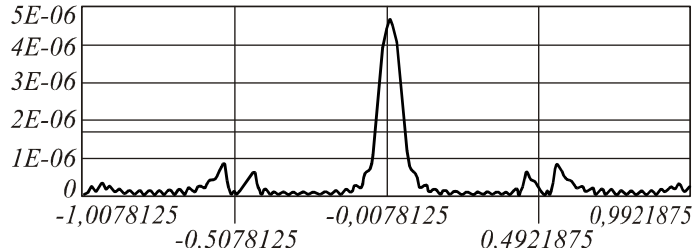
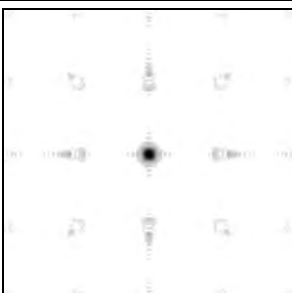
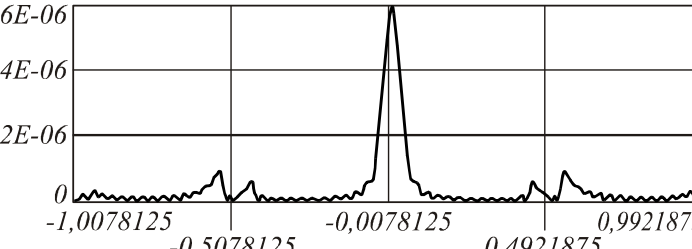
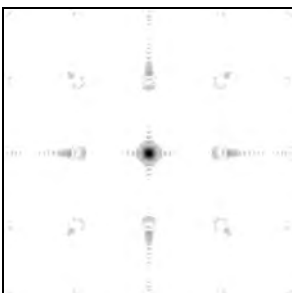
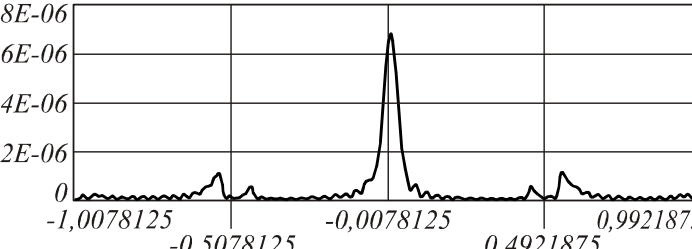


Рис. 6. Изображающая система с аксиконом

Зафиксируем фокусы первой ( $f_1 = 400$  мм) и второй ( $f_2 = 100$  мм) линз и будем варьировать только параметр аксикона  $k = a$ . Изображения, полученные после второй линзы, приведены в табл. 5, из которой видно, что применение аксикона позволяет улучшить разрешение в изображающей системе из двух линз.

Таблица 5. Исследование оптической системы с аксиконом

Выходная плоскость (амплитуда)	Сечение амплитуды в выходной плоскости
 <p><math>a = 0</math> (соответствует отсутствию аксикона)</p>	 <p>FWHM составляет в сечении 6 пиксел</p>
 <p><math>a = 5</math></p>	 <p>FWHM составляет в сечении 5 пиксел</p>
 <p><math>a = 10</math></p>	 <p>FWHM составляет в сечении 4 пиксела</p>

### Заключение

В работе были рассмотрены три оптических системы и несколько пространственных фильтров. Проведенные исследования показывают, что наилучшие результаты получены при использовании фильтра Торалдо и теневого фильтра. Для теневого фильтра улучшение составило:

по  $ZR$  – в 2,72 раза, по FWHM – в 1,7 раза. Для фильтра Торалдо в 1,1 раза и 1,14 раз соответственно, для аксикона по FWHM улучшение составило 1,43 раза. В дальнейших исследованиях перспективным видится использование аксикона. Таким образом, была подтверждена возмож-

ность улучшения разрешения при использовании пространственной фильтрации.

### Благодарности

Работа выполнена при поддержке российско-американской программы «Фундаментальные исследования и высшее образование» (грант CRDF PG08-014-1), грантов РФФИ 10-07-00109-а, 10-07-00438-а и гранта Президента РФ поддержки ведущих научных школ НШ-7414.2010.9.

### Библиографический список

1. **Toraldo di Francia, G.** Degrees of freedom of an image [Text] / G. Toraldo di Francia // J. Opt. Soc. Am. 1969. – Vol. 59, No. 7. – P. 799-804.

2. **Wang, H.** High focal depth with a pure-phase apodizer [Text] / H. Wang, F. Gan. // Applied optics. – 2001. – Vol. 40, No. 31. – P. 5658-5662.

3. **Cox, I.J.** Reappraisal of arrays of concentric annuli as superresolving filters [Text] / I.J. Cox, C.J.R. Sheppard, T. Wilson // Optical Society of America. – 1982. – Vol. 72, No. 9. – P. 1287-1291.

4. **Ritsch-Marte, M** Singular optics for novel biomedical tools [Text] / M. Ritsch-Marte, S. Bernet, A. Jesacher, S. Furhapter, C. Maurer, A. Schwaighofer. – Conference on Coherence and Quantum Optics, June 2007.

### References

1. **Toraldo di Francia, G.** Degrees of freedom of an image [Text] / G. Toraldo di Francia // J. Opt. Soc. Am. 1969. – Vol. 59, N 7. – P. 799-804.

2. **Wang, H.** High focal depth with a pure-phase apodizer [Text] / H. Wang, F. Gan. // Applied optics. – 2001. – Vol. 40, N 31. – P. 5658-5662.

3. **Cox, I.J.** Reappraisal of arrays of concentric annuli as superresolving filters [Text] / I.J. Cox, C.J.R. Sheppard, T. Wilson // Optical Society of America. – 1982. – Vol. 72, N 9. – P. 1287-1291.

4. **Ritsch-Marte, M** Singular optics for novel biomedical tools [Text] / M. Ritsch-Marte, S. Bernet, A. Jesacher,

5. **Crabtree, K.** Optical processing with vortex-producing lenses [Text] / K. Crabtree, J.A. Davis, I. Moreno // Applied Optics. – 2004. – Vol. 43, No. 6. – P. 1360-1367.

6. **Ананьин, М.А.** Моделирование оптической обработки изображений с использованием вихревого пространственного фильтра [Текст] / М.А. Ананьин, С.Н. Хонина // Компьютерная оптика. – 2009. – Том 33, № 4. – С. 466-472.

7. **Durnin, J.** Diffraction-free beams [Text] / J. Durnin, J.J. Miceli, Jr., and J.H. Eberly // Phys. Rev. Lett. – 1987. – V. 58. – P. 1499-1501.

8. **McLeod, J.H.** The Axicon: A New Type of Optical Element [Text] / J.H. McLeod // Journal of the optical society of America. – 1954. – Vol. 44, No. 8. – P. 592-597.

9. **Хонина, С.Н.** Исследование применения аксиконов в высокоапертурной фокусирующей системе [Текст] / С.Н. Хонина, С.Г. Волоотовский // Компьютерная оптика. – 2010. – Т. 34, № 1. – С. 35-51.

10. **Lei, M.** Multifunctional darkfield microscopy using an axicon [Text] / M. Lei, B. Yao // Journal of Biomedical Optics. – 2008. – Vol. 13, No. 4. – P. 044024-1 – 044024-4.

S. Furhapter, C. Maurer, A. Schwaighofer. – Conference on Coherence and Quantum Optics, June 2007.

5. **Crabtree, K.** Optical processing with vortex-producing lenses [Text] / K. Crabtree, J.A. Davis, I. Moreno // Applied Optics. – 2004. – Vol. 43, N 6. – P. 1360-1367.

6. **Ananin, M.A.** Modelling of optical processing of images with use of the vortical spatial filter [Text] / M.A. Ananin, S.N. Khonina, // Computer optics. – 2009. – Vol. 33, N 4. – P. 466-472. – [in Russian].

7. **Durnin, J.** Diffraction-free beams [Text] / J. Durnin, J.J. Miceli, Jr., and J.H. Eberly // Phys. Rev. Lett. – 1987. – Vol. 58. – P. 1499-1501.



8. **McLeod, J.H.** The Axicon: A New Type of Optical Element [Text] / J.H. McLeod // Journal of the optical society of America. – 1954. – Vol. 44, N 8. – P. 592-597.

9. **Khonina, S.N.** Investigation of axicon application in high-aperture focusing system [Text] / S.N. Konina, S.G. Vo-

lotovsky // Computer optics. – 2010. – Vol. 34, N 1. – P. 35-51. – [in Russian].

10. **Lei, M.** Multifunctional darkfield microscopy using an axicon [Text] / M. Lei, B. Yao // Journal of Biomedical Optics. – 2008. – Vol. 13, No. 4. – P. 044024-1 – 044024-4.

## IMPROVEMENT OF THE RESOLUTION ON THE BASIS OF USE OF SPATIAL FILTERS

© 2010 D.A. Savelyev<sup>1</sup>, S.N. Khonina<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Samara State Aerospace University named after academician S. P. Korolyov  
(National Research University)

<sup>2</sup>Image Processing Systems Institute of the Russian Academy of Sciences

Researches on resolution improvement at use of a spatial filtration are given. Spatial filters such as Toraldo, the vortex phase plate, the shadow filter are used. For reduction of a spot of confusion conical axicon is used. Results of experiments are given at use of the above-named filters. Efficiency of a spatial filtration for resolution improvement is shown.

*Spatial filter, optical system, Toraldo filter, vortex phase plate, shadow filter, axicon, numerical aperture.*

### Информация об авторах

**Савельев Дмитрий Андреевич**, бакалавр по направлению «прикладная математика и информатика». Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П.Королева (национальный исследовательский университет). Область научных интересов: оптическая и цифровая обработка изображений, дифракционная оптика. E-mail: [d.a.savelev@mail.ru](mailto:d.a.savelev@mail.ru).

**Хонина Светлана Николаевна**, доктор физико-математических наук, профессор, ведущий научный сотрудник. Институт систем обработки изображений РАН. Область научных интересов: дифракционная оптика, сингулярная оптика, модовые и поляризационные преобразования, оптическое манипулирование, оптическая и цифровая обработка изображений. E-mail: [khonina@smr.ru](mailto:khonina@smr.ru).

**Savelyev Dmitry Andreevich**, the bachelor of applied mathematics and computer science. Samara State Aerospace University named after academician S.P. Korolyov (National Research University). Area of research: optical and digital image processing, diffractive optics. E-mail: [d.a.savelev@mail.ru](mailto:d.a.savelev@mail.ru).

**Khonina Svetlana Nikolaevna**, doctor of physical and mathematical sciences, professor, leading researcher. Image Processing Systems Institute of the Russian Academy Sciences. Area of research: diffractive optics, singular optics, mode and polarization transformations, optical manipulating, optical and digital image processing. E-mail: [khonina@smr.ru](mailto:khonina@smr.ru).