

**ЗАДАЧИ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ В ОПТИМИЗАЦИИ
УПРАВЛЕНИЯ АВИАПЕРЕВОЗКАМИ НА БАЗЕ УЗЛОВОГО АЭРОПОРТА**

© 2010 И. В.Потапов, В. А.Романенко

Самарский государственный аэрокосмический университет
имени академика С.П. Королёва
(национальный исследовательский университет)

Рассмотрено решение комплекса задач оптимального управления авиаперевозками на базе узловых аэропортов путём сведения их к частично целочисленной задаче линейного программирования значительной размерности. Приводятся три математические модели системы трансферных перевозок, характеризующиеся различной степенью детализации, и результаты их сравнительного анализа для модельных примеров, полученные с использованием программной среды IBM ILOG OPL.

Задача оптимизации, математическое программирование, маршрутная сеть типа «ось-спицы», воздушное судно.

Эффективной бизнес-моделью, широко используемой зарубежными авиакомпаниями и внедряемой некоторыми их российскими коллегами, является модель авиаперевозок «ось-спицы» («hub-and-spoke»), в которой один из аэропортов, обслуживаемых сетью авиалиний авиакомпании, используется в качестве пересадочного узла (узлового аэропорта или хаба) для организации перевозок между другими (периферийными) аэропортами этой сети.

Сформированная на базе хаба радиальная сеть авиалиний называется маршрутной сетью «ось-спицы», а расписание движения воздушных судов (ВС) в пределах этой сети – «веерным» расписанием [1]. Особенность веерного расписания – волновой принцип, предполагающий наличие в течение непродолжительного интервала времени большого числа сначала прибывающих в хаб, а затем отправляющихся из хаба рейсов. Реализация волнового принципа позволяет трансферным пассажирам, совершающим пересадку в хабе, избежать длительного ожидания стыковочного рейса. Под стыковкой рейсов понимается такое совмещение времени прибытия предыдущего рейса и времени отправления следующего рейса, ко-

торое обеспечивает трансферному пассажиру и его багажу возможность пройти обслуживание в хабе и успеть на стыковочный рейс на определённой авиасвязи. Далее под авиасвязью понимается упорядоченная пара аэропортов, включающая аэропорты отправления и назначения, между которыми возможна воздушная перевозка, т.е. имеются регулярные воздушные линии. Авиасвязи в прямом и обратном направлениях рассматриваются далее как различные односторонние авиасвязи. Под трансферной авиасвязью понимается авиасвязь, предполагающая наличие аэропорта трансфера.

По пространственной конфигурации сети «ось-спицы» хабы принято разделять на два типа – «направленные» и «всенаправленные». Направленным считается хаб, расположенный между двумя группами периферийных аэропортов на примерно равном от них расстоянии. Маршрутная сеть авиакомпании, использующей направленный хаб, строится таким образом, чтобы полёты начинались в периферийном аэропорту «по одну сторону» от хаба, а заканчивались – «по другую сторону» от него. Для перевозок через направленный хаб используются ВС одного или нескольких близких типов. Сеть авиалиний всенаправленного хаба не имеет какого-либо преимущественного направления. В нём производятся стыковки дальних,

в том числе международных, и региональных рейсов из окружающих хаб аэропортов. Перевозки через всенаправленный хаб требуют применения разнообразного авиапарка.

Принятию решения авиакомпанией о переходе к работе в соответствии с моделью «ось-спицы» должен предшествовать детальный технико-экономический анализ, содержащий решение задачи оптимизации управления авиаперевозками, включающей комплекс оптимизационных подзадач, среди которых важнейшими являются [2]:

1) расстановка ВС по авиалиниям с учетом величин прямых и трансферных пассажиропотоков;

2) определение числа рейсов, выполняемых ВС в течение недели (недельной частоты движения);

3) распределение рейсов по интервалам времени, соответствующим волнам их прибытий-отправлений в хабе.

С учетом особенностей модели перевозок «ось-спицы» перечисленные задачи должны решаться совместно. Для решения используются методы математического программирования, предполагающие значительные затраты машинного времени. Поскольку сама задача оптимизации управления авиаперевозками в ряде случаев может требовать многократного решения в рамках другой, более общей оптимизационной проблемы, то детальное её решение с учетом большого числа переменных и ограничений может оказаться неприемлемо длительным. Поэтому желательно иметь набор оптимизационных моделей различной степени сложности и детализации, требующих соответственно различных временных затрат на поиск решения. Ниже по мере усложнения рассматриваются три модели. Предполагается, что авиакомпания, располагающая определенным авиапарком, планирует реализовать модель перевозок «ось-спицы» между известными аэропортами. В качестве расчётного принят не-

дельный интервал времени. Известны спрос на перевозки, себестоимость выполнения рейсов и тарифы. Критерием оптимальности является прибыль авиакомпании от перевозки пассажиров.

Модель 1 даёт возможность определить недельные частоты рейсов, выполняемых самолётами различных типов между хабом и периферийными аэропортами. Необходимость наличия стыковок рейсов в хабе учитывается опосредованно следующим образом. Все рейсы условно разбиты на два вида: перевозящие пассажиров всех категорий, включая трансферных, и перевозящие пассажиров всех категорий за исключением трансферных. Число рейсов первого вида считается одинаковым на всех авиалиниях, что позволяет допустить совместное прибытие-отправление этих рейсов в хабе, обеспечивающее возможность пересадки трансферных пассажиров. Введём следующие обозначения:

K – число периферийных аэропортов (индекс «0» соответствует хабу);

V – число типов ВС;

b_v – число ВС v -го типа, $v \in \{1, V\}$;

p_v – пассажировместимость ВС v -го типа, $v \in \{1, V\}$;

T_{vi} – продолжительность парного рейса ВС v -го типа между аэропортом i и хабом;

q_{ij} – планируемое число пассажиров из аэропорта i в аэропорт j в течение недельного периода (спрос), $i, j \in \{0, K\}$; если $i = j$, то $q_{ij} = 0$;

t_{ij} – тариф на перевозку из i -го в j -й аэропорт в одном направлении (от типа ВС не зависит), $i, j \in \{0, K\}$; если $i = j$, то $t_{ij} = 0$;

c_{vi} – расходы на рейс между аэропортом i и хабом в одном направлении принимаются одинаковыми в прямом и обратном направлении, не зависящими от числа пассажиров, длительности стоянки в аэропортах и т.п., $v \in \{1, V\}$, $i \in \{1, K\}$;

X'_{vi} – число парных рейсов ВС типа v между аэропортом i и хабом, на которых перевозятся пассажиры всех категорий, включая трансферных, $v \in \{1, V\}$, $i \in \{1, K\}$;

X''_{vi} – число парных рейсов ВС типа v между аэропортом i и хабом, на которых

перевозятся пассажиры всех категорий, исключая трансферных, $v \in \{1, V\}$, $i \in \{1, K\}$;

y_{ij} – число пассажиров авиасвязи ij ; для трансферных пассажиров: $i, j \in \{1, K\}$, $i \neq j$; для начальных пассажиров хаба: $i=0$, $j \in \{1, K\}$; для конечных пассажиров хаба: $i \in \{1, K\}$, $j=0$.

Целевая функция выражается следующей формулой:

$$\Pi = \sum_{i=0}^K \sum_{j=0}^K y_{ij} t_{ij} - 2 \sum_{v=1}^V \sum_{i=1}^K (X'_{vi} + X''_{vi}) c_{vi} \longrightarrow \max.$$

Решение оптимизационной задачи проводилось с учётом ограничений:

1) на число пассажиров, отправленных из хаба в аэропорт j на ВС всех типов:

$$\sum_{i=0}^K y_{ij} \leq \sum_{v=1}^V (X'_{vj} + X''_{vj}) p_v; \quad j \in \{1, K\};$$

2) на число пассажиров, прибывших в хаб из аэропорта i на ВС всех типов:

$$\sum_{j=0}^K y_{ij} \leq \sum_{v=1}^V (X'_{vi} + X''_{vi}) p_v; \quad i \in \{1, K\};$$

3) на число трансферных пассажиров, отправленных их хаба в аэропорт j на рейсах с пассажирами всех категорий, выполняемых ВС всех типов:

$$\sum_{i=1}^K y_{ij} \leq \sum_{v=1}^V X'_{vj} p_v, \quad j \in \{1, K\};$$

4) на число трансферных пассажиров, прибывших в хаб из аэропорта i на рейсах с пассажирами всех категорий, выполняемых ВС всех типов:

$$\sum_{j=1}^K y_{ij} \leq \sum_{v=1}^V X'_{vi} p_v, \quad i \in \{1, K\};$$

5) на общее число пассажиров авиасвязи ij , обслуженных в хабе:

$$y_{ij} \leq q_{ij}, \quad i, j \in \{0, K\};$$

6) на условие равенства числа рейсов с трансферными пассажирами на участках $i0$ и $0j$ трансферной авиасвязи ij (выражает необходимость обеспечения стыковок между рейсами с трансферными пассажирами):

$$\sum_{v=1}^V X'_{vi} = \sum_{v=1}^V X'_{vj}, \quad i, j \in \{1, K\}; y_{ij} > 0;$$

7) на имеющееся в наличии число ВС. Суммарная продолжительность всех рейсов ВС определённого типа не может превышать длительности календарного фонда времени с учётом разного рода производственных и непроизводственных простоев ВС, умноженной на число ВС данного типа:

$$\sum_{i=1}^K (X'_{vi} + X''_{vi}) T_{vi} \leq b_v (T_{\Sigma} - T_v^{Ip}), \quad v \in \{1, V\},$$

где T_{Σ} – длительность рассматриваемого интервала времени (неделя), T_v^{Ip} – продолжительность простоев ВС v -го типа в течение рассматриваемого интервала времени (простои на ТОиР, простои по метеословиям, нахождение в резерве и пр.).

Последняя формула даёт несколько завышенные значения временного фонда, поскольку не учитывает такие факторы, как необходимость ожидания ВС в периферийном аэропорту с целью обеспечения приемлемого стыковочного времени в хабе, обеспечение целого числа рейсов в течение суток и т.п.

Таким образом, необходимо определить число X'_{vi} и X''_{vi} парных рейсов между периферийными аэропортами и хабом и число y_{ij} перевозимых пассажиров, обеспечив максимальную суммарную прибыль Π от выполнения транспортных операций с учётом перечисленных ограничений.

Модель 2 позволяет учесть фактическую возможность стыковки рейсов в течение определённой волны прилётов-вылетов и определить тем самым не только недельные частоты рейсов ВС различных типов между хабом и периферийными аэропортами и необходимое число стыковок, но также потребное недельное число волн прилётов-вылетов.

Наряду с обозначениями, используемыми в модели 1, введём ряд дополнительных:

D – число потенциально возможных волн прилётов-вылетов рейсов в течение недели;

y_{dvwij} – число пассажиров авиасвязи ij , пересаживающихся в хабе с ВС типа v на ВС типа w в течение волны d . Для трансферных пассажиров: $d \in \{1, D\}$, $v, w \in \{1,$

$V\}$, $i, j \in \{1, K\}$, $i \neq j$. Поскольку при выполнении одного парного рейса в перевозке начальных и конечных пассажиров в хаб или из хаба участвует ВС только одного типа, отсутствие другого типа ВС обозначается индексом «0». Поэтому для начальных пассажиров: $d \in \{1, D\}$, $v \neq 0$, $w \in \{0, V\}$, $i \neq 0$, $j \in \{1, K\}$; а для конечных пассажиров: $d \in \{1, D\}$, $v \in \{0, V\}$, $w \neq 0$, $i \in \{1, K\}$, $j \neq 0$;

x_{dvi} – логическая переменная, соответствующая наличию парного рейса ВС типа v в хаб из периферийного аэропорта i в течение волны d :

$$x_{dvi} = \begin{cases} 1 & \text{– есть рейс,} \\ 0 & \text{– нет рейса,} \end{cases}$$

$d \in \{1, D\}$, $v \in \{1, V\}$, $i \in \{1, K\}$.

Целевая функция имеет вид:

$$\Pi = \sum_{d=1}^D \sum_{v=0}^V \sum_{w=0}^V \sum_{i=0}^K \sum_{j=0}^K y_{dvwij} t_{ij} - 2 \sum_{d=1}^D \sum_{v=1}^V \sum_{i=1}^K x_{dvi} c_{vi} \longrightarrow \max$$

при ограничениях:

1) на число пассажиров, вылетающих из хаба в аэропорт j на ВС типа w в течение волны d :

$$\sum_{v=0}^V \sum_{i=0}^K y_{dvwij} \leq x_{dwi} p_w,$$

$d \in \{1, D\}$, $w \in \{1, V\}$, $j \in \{1, K\}$;

2) на число пассажиров, прилетевших в хаб из аэропорта i на ВС типа v в течение волны d :

$$\sum_{w=0}^V \sum_{j=0}^K y_{dvwij} \leq x_{dvi} p_v,$$

$d \in \{1, D\}$, $v \in \{1, V\}$, $i \in \{1, K\}$;

3) на общее число пассажиров, обслуженных в хабе:

$$\sum_{d=1}^D \sum_{v=0}^V \sum_{w=0}^V y_{dvwij} \leq q_{ij}, \quad i, j \in \{0, K\};$$

4) на максимальное число ВС каждого типа, используемых в течение волны d :

$$\sum_{i=1}^K x_{dvi} \leq b_v, \quad d \in \{1, D\}, \quad v \in \{1, V\};$$

5) на общее число ВС, используемое в течение недельного интервала:

$$\sum_{d=1}^D \sum_{i=1}^K x_{dvi} T_{vi} \leq b_v (T_{\Sigma} - T_v^{np}), \quad v \in \{1, V\};$$

$V\}$;

б) на число типов ВС на одной авиалинии в течение одной волны. В целях оптимизации использования авиапарка предполагается, что авиалиния между аэропортом i и хабом в течение волны d обслуживается одним v -м типом ВС:

$$\sum_{v=1}^V x_{dvi} \leq 1, \quad d \in \{1, D\}, \quad i \in \{1, K\}.$$

Таким образом, необходимо определить значения логических переменных x_{dvi} , задающих наличие парного рейса между периферийным аэропортом и хабом, и число y_{dvwij} перевозимых пассажиров, обеспечив максимальную суммарную прибыль Π от выполнения транспортных операций с учётом перечисленных ограничений.

Недостатком моделей 1 и 2 является невозможность составления графиков оборота ВС – замкнутой цепи выполняемых в определённой последовательности рейсов, начинающейся и заканчивающейся в базовом аэропорту. Данный недостаток нивелируется в случае интенсивного использования ВС, предполагающего сложные графики оборота, когда авиапарк задействован в перевозках не только в пределах сети «ось-спицы», но и на других авиалиниях.

Модель 3 позволяет составить графики оборота эксплуатируемых ВС ценой введения ряда допущений. Предполагается, что конфигурация аэропортовой сети и возможности авиапарка позволяют ВС в течение одних суток выполнять не менее двух парных рейсов в любой из периферийных аэропортов. Для организации стыковок рейсов движение ВС в хабе скоординировано – прилёты ВС в хаб и вылеты из него образуют в течение суток две волны. Таким образом, суточный интервал разбивается на четыре временных промежутка, отводимых для выполнения рейса в одном направлении. Возможности выполнения рейсов между периферийными аэропортами не учитываются.

Введём дополнительно обозначения:

$G = 2D + 1$ – число интервалов для выполнения рейсов в одном направлении (из хаба или в хаб) при реализации веерного расписания;

B_v – число ВС типа v , $v \in \{1, V\}$;

b – порядковый номер ВС. ВС первого типа имеют порядковые номера $b \in \{1, \dots, B_1\}$, ВС второго типа – $b \in \{(B_1 + 1), \dots, (B_1 + B_2)\}$ и т.д.;

p_b – пассажироместимость ВС с порядковым номером b ;

c_{bij} – параметр, выражающий величину расходов на рейс. При $i = 0, j \neq 0$ либо $i \neq 0, j = 0$ этот параметр представляет собой значение себестоимости рейса между хабом и аэропортом в прямом или обратном направлениях соответственно. В общем случае расходы на рейс «туда» могут отличаться от расходов на рейс «обратно»: $c_{bij} \neq c_{bji}$. При $i = j$ параметр c_{bij} выражает величину затрат на сверхнормативную стоянку b -го ВС, командировочные экипажа и т.д. в случаях, когда оно остаётся в аэропорту, «пропуская» очередной интервал для выполнения рейса. Чтобы исключить возможность реализации случая $i \neq j, i, j \neq 0$, соответствующего прямому рейсу из одного периферийного аэропорта в другой, величина c_{bij} принимается равной бесконечности;

h_{bg} – номер аэропорта назначения b -го ВС, выполняющего рейс в течение g -го интервала, $h_{bg} \in \{0, K\}$, $b \in \{1, B\}$, $g \in \{1, G\}$. Если $h_{b(g-1)} = h_{bg}$, b -ое ВС остаётся в аэропорту g ;

y_{bdi}^O – число прибывших в хаб из аэропорта i пассажиров, отправленных из хаба рейсом, выполненным b -м ВС в течение d -й волны, $b \in \{1, B\}$, $d \in \{1, D\}$, $i \in \{0, K\}$. Если $i = 0$ – пассажиры начальные, в противном случае – трансферные;

y_{bdj}^{Π} – число отправленных из хаба в аэропорт j пассажиров, прибывших в хаб рейсом, выполненным b -м ВС в течение d -й волны, $b \in \{1, B\}$, $d \in \{1, D\}$, $i \in \{0, K\}$. Если $j = 0$ – пассажиры конечные, в противном случае – трансферные;

z_{bdij}^O – число прибывших в хаб из аэ-

ропорта i пассажиров, отправленных из хаба в аэропорт j рейсом, выполненным b -м ВС в течение d -й волны, $b \in \{1, B\}$, $d \in \{1, D\}$, $i, j \in \{0, K\}$. Величина z_{bdi}^O связана с y_{bdi}^O следующим выражением:

$$z_{bdij}^O = \begin{cases} y_{bdi}^O, & \text{если } h_{b(2d+1)} = j, \\ 0, & \text{в противном случае;} \end{cases}$$

z_{bdij}^{Π} – число отправленных из хаба в j -ый аэропорт пассажиров, прибывших в хаб из аэропорта i рейсом, выполненным b -м ВС в течение d -й волны, $b \in \{1, B\}$, $d \in \{1, D\}$, $i, j \in \{0, K\}$. Величина z_{bdij}^{Π} связана с y_{bdi}^O :

$$z_{bdij}^{\Pi} = \begin{cases} y_{bdi}^{\Pi}, & \text{если } h_{b(2d-1)} = i, \\ 0, & \text{в противном случае.} \end{cases}$$

Выражение для целевой функции запишется следующим образом:

$$\Pi = \sum_{b=1}^B \sum_{d=1}^D \sum_{j=1}^K z_{bd0j}^O t_{0j} + \sum_{b=1}^B \sum_{d=1}^D \sum_{i=1}^K z_{bd0i}^{\Pi} t_{i0} + \sum_{b=1}^B \sum_{d=1}^D \sum_{i=1}^K \sum_{j=1}^K z_{bdij}^{\Pi} t_{ij} - \sum_{b=1}^B \sum_{g=2}^G c_{b[h_b(g-1)]h_{bg}} \rightarrow \max.$$

В накладываемых на задачу ограничениях выделяются две группы. Первая из них связана с числом пассажиров различных категорий, обслуживаемых в хабе, а вторая – с требованиями, предъявляемыми к маршруту движения ВС в рамках веерного расписания. Маршрут ВС представляет собой ориентированный граф, в котором все дуги попарно различны (цепь). Запрещены полёты ВС из одного периферийного аэропорта в другой, минуя хаб. Маршрут движения ВС не должен иметь разрывов, т.е. аэропорт, из которого ВС отправляется в хаб для последующего формирования волны прилётов-вылетов, должен совпадать с аэропортом, в который ВС ранее прибыло из хаба. По окончании рассматриваемого интервала времени ВС должно возвращаться в аэропорт, из которого оно вылетело в начале интервала.

Имеются следующие ограничения:

1) на суммарное число пассажиров, следующих через хаб из нескольких аэропортов, отправленных из хаба одним рейсом на ВС b в течение волны d :

$$\sum_{i=0}^K y_{bdi}^O \leq x_{bd}^O p, \quad d \in \{1, D\}, \quad b \in \{1, V\},$$

где x_{bd}^O - логическая переменная, определяющая наличие отправленного из хаба рейса b -го ВС в течение волны d :

$$x_{bd}^O = \begin{cases} 1, & \text{если } h_{b(2d)} \neq h_{b(2d+1)}, \\ 0 & \text{в противном случае;} \end{cases}$$

2) на суммарное число пассажиров, следующих через хаб в несколько аэропортов, прибывших в хаб одним рейсом на ВС b в течение волны d :

$$\sum_{i=0}^K y_{bdi}^{\Pi} \leq x_{bd}^{\Pi} P, \quad d \in \{1, D\}, \quad b \in \{1, V\},$$

где

x_{bd}^{Π} - логическая переменная, определяющая наличие прибывшего в хаб рейса b -го ВС в течение волны d :

$$x_{bd}^{\Pi} = \begin{cases} 1, & \text{если } h_{b(2d-1)} \neq h_{b(2d)}, \\ 0 & \text{в противном случае;} \end{cases}$$

3) на суммарное число начальных пассажиров хаба:

$$\sum_{b=1}^B \sum_{d=1}^D z_{bd0}^O \leq q_{0j}, \quad j \in \{1, K\};$$

4) на суммарное число конечных пассажиров хаба:

$$\sum_{b=1}^B \sum_{d=1}^D z_{bdi0}^{\Pi} \leq q_{i0}, \quad i \in \{1, K\};$$

5) на суммарное число трансферных пассажиров:

$$\sum_{b=1}^B \sum_{d=1}^D z_{bdij}^O \leq q_{ij}, \quad \sum_{b=1}^B \sum_{d=1}^D z_{bdij}^{\Pi} \leq q_{ij}, \quad i, j \in \{1, K\};$$

6) на условие равенства отправок и прибытий трансферных пассажиров в хабе на определённой трансферной авиасвязи в течение одной волны:

$$\sum_{b=1}^B z_{bdij}^O = \sum_{b=1}^B z_{bdij}^{\Pi}, \quad d \in \{1, D\}, \quad i, j \in \{1, K\};$$

7) на условия отсутствия разрывов – в цепи и отсутствия дуг, связывающих два периферийных аэропорта (должно выполняться одно из двух условий):

а) $h_{b(2d)} = 0$ – ВС направляется в хаб из периферийного аэропорта;

б) $h_{b(2d-1)} = h_{b(2d)}$ и $h_{b(2d)} = h_{b(2d+1)}$ – ВС остаётся в аэропорту;

8) на условие совпадения пункта начала и конца маршрута движения каж-

дого ВС:

$$h_{b1} = h_{bG}, \quad b \in \{1, B\}.$$

Задача оптимизации управления перевозками в этом случае формулируется следующим образом: распределить по рейсам имеющиеся в наличии ВС нескольких типов, сформировать их графики оборота на основе веерного расписания узлового аэропорта, обеспечив максимальную суммарную прибыль Π от выполнения транспортных операций.

Помимо перечисленных ограничений каждая из трех моделей может быть дополнена и рядом других: на дальность полёта ВС, на возможность приёма ВС заданного типа в том или ином аэропорту, на постановку на линию только одного типа ВС и т.п. Модели 2 и 3 позволяют учитывать также важное ограничение на недельные частоты перевозки. На прямой авиасвязи частота перевозки равняется недельному числу рейсов на авиалинии хаб - периферийный аэропорт; на трансферной – недельному числу стыковок.

Слабой стороной модели 3 является её ориентация на так называемые лепестковые графики оборота, при которых ВС следует из одного периферийного аэропорта в другой обязательно через хаб, имея возможность совершать не менее двух парных рейсов «хаб-периферийный аэропорт» в течение суток. Это делает описываемую модель малоприменимой для анализа сетей авиалиний, требующих более гибких графиков оборота ВС.

В каждой из трёх моделей величина тарифа на перевозку не входит в число оптимизируемых параметров и задаётся заранее. Считается, что расчёт тарифов производится авиакомпанией в предположении о неполной занятости кресел, выражающейся коэффициентом K_{3M} . Уровень тарифов должен обеспечивать авиакомпании возможность получения определённой недельной величины операционных доходов D :

$$D = C(1 + K_p),$$

где K_p – плановая рентабельность перевозки, C – суммарная плановая себестоимость перевозки всех пассажиров.

Тариф на прямую перевозку из периферийного аэропорта в хаб или обратно называется базовым; тариф на трансферную перевозку между двумя периферийными аэропортами через хаб, состоящую из двух участков, – трансферным. В соответствии с принципом дифференцирования уровня тарифных ставок в зависимости от расстояния перевозки величина трансферного тарифа составляет определённую долю K_T от суммы базовых тарифов по участкам.

В случае выполнения перевозок на авиалинии ВС различных типов в моделях используется максимальная из предварительно рассчитанных для каждого типа ВС величина тарифа, которая принимается одинаковой для всех типов ВС.

Сравнительный анализ описанных выше моделей проводился на основе двух наборов исходных данных. Первый набор соответствует системе трансферных перевозок, сформированной на основе ярко выраженного «направленного» хаба, условно названного «Аэропорт А». Его прообразом послужил аэропорт Храброво (г. Калининград), на базе которого в 2007-2009 гг. выполнялись массовые пассажирские трансферные перевозки между аэропортами РФ и Западной Европы. На начальном этапе проекта сеть «ось-спицы», в которую были включены 10-12 аэропортов РФ и 14 западноевропейских аэропортов, обслуживалась 14-15 ВС типа Boeing-737. В рамках веерного расписания ежедневно утром осуществлялись вылеты из городов РФ в Калининград. В интервале 9:00-11:00 происходило «волновое» прибытие ВС в Храброво. Трансферные пассажиры проходили обслуживание и ожидали посадку на международные рейсы в пределах одного терминала. С 12:15 с интервалом в 5-10 мин осуществлялся «волновой» вылет рейсов в Европу. Обратное движение ВС из Европы в Россию реализовалось аналогично со стыковкой в Храброво в диапазоне 19:00-

22:00 местного времени. На ночную стоянку ВС размещались в аэропортах РФ.

Второй набор исходных данных соответствует «всенаправленному» хабу, прототипом которого послужил один из крупных аэропортов Поволжья («Аэропорт В»), в течение ряда лет прилагающий усилия по организации трансферных перевозок из малых аэропортов региона в крупные политические и экономические центры РФ и за рубеж.

В модельных примерах использованы скорректированные данные о распределении пассажиропотоков аэропортов по 10 их основным авиасвязям. Рассматривались возможности использования авиапарка, включающего один (для аэропорта А) или два (для аэропорта В) типа ВС, имеющих крейсерскую скорость и дальность, обеспечивающие возможность выполнения полётов в любой из периферийных аэропортов.

Для описания исходных данных по уровню недельного спроса строится так называемая трансферная матрица \mathbf{D}_T , имеющая размерность $(K+1) \times (K+1)$. Её элемент d_{Tij} представляет собой долю пассажиропотока на авиасвязи из i -го в j -й аэропорт в общем планируемом недельном пассажиропотоке хаба Q :

$$Q = Q_H + Q_K + Q_T = \sum_{j=1}^K q_{0j} + \sum_{i=1}^K q_{i0} + \sum_{i=1}^K \sum_{j=1}^K q_{ij} = \sum_{i=0}^K \sum_{j=0}^K q_{ij},$$

где Q_H , Q_K , Q_T – соответственно планируемое число начальных, конечных и трансферных пассажиров.

Набор исходных данных для решения задач оптимизации управления авиaperевозками на базе аэропорта А приводится в таблице 1. Он включает значения компонентов d_{Tij} трансферной матрицы для авиасвязей хаба с десятью wybranными российскими и западноевропейскими аэропортами, обеспечивающими наиболее интенсивные пассажиропотоки. Для каждого аэропорта приводятся следующие параметры:

категория перевозки (внутренние воздушные линии (ВВЛ) или международные воздушные линии (МВЛ));

расстояние L_i между хабом и аэропортом;

себестоимости c_{vi}^* рейсов ВС двух типов ($p_1 = 140$ человек и $p_2 = 70$ человек);

затраты $c_{b(i=j)}^*$, связанные со стоянкой ВС в аэропорту в случае, если ВС «пропускает» очередной интервал для выполнения рейса, отнесённые к себе-

стоимости ВС первого типа в первый периферийный аэропорт.

Последний параметр используется только в модели 3. Модельные данные по стоимостным характеристикам перевозки соответствуют реальным приближенно.

Таблица 1. Исходные данные для аэропорта А

j i	$d_{Tij}, \%$										L_i , км	c_{1i}^*	c_{2i}^*	$c_{b(i=j)}^*$, $b \in \{1, \dots, B_1\}$	$c_{b(i=j)}^*$, $b \in \{(B_1+1), \dots, (B_1+B_2)\}$	Категория перевозки	
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9							10
0	0	3.85	3.85	3.85	3.85	2.57	4.49	4.49	1.92	2.57	1.92	-	-	-	0.01	0.01	-
1	3.85	0	0	0	0	0	.92	1.05	.59	.60	.59	1460	1.00	0.55	0.03	0.02	ВВЛ
2	3.85	0	0	0	0	0	.98	1.19	.39	.58	.38	1580	1.30	0.70	0.04	0.02	ВВЛ
3	3.85	0	0	0	0	0	1.05	1.18	.38	.58	.43	3290	1.70	0.95	0.05	0.03	ВВЛ
4	3.85	0	0	0	0	0	.97	1.17	.62	.80	.60	1915	1.20	0.67	0.04	0.02	ВВЛ
5	2.57	0	0	0	0	0	.79	.77	.41	.59	.37	3350	1.50	0.85	0.04	0.02	ВВЛ
6	4.49	.92	.94	.90	.89	.65	0	0	0	0	0	1005	0.60	0.33	0.06	0.03	МВЛ
7	4.49	.96	.92	.92	.94	.54	0	0	0	0	0	950	0.60	0.33	0.06	0.03	МВЛ
8	1.92	.46	.47	.45	.31	.33	0	0	0	0	0	1560	0.90	0.50	0.05	0.03	МВЛ
9	2.57	.62	.62	.60	.59	.31	0	0	0	0	0	2015	1.30	0.70	0.07	0.04	МВЛ
10	1.92	.43	.45	.46	.31	.34	0	0	0	0	0	1415	0.80	0.44	0.06	0.03	МВЛ

Следует отметить, что прямое сопоставление результатов моделей 1, 2, с одной стороны, и модели 3, с другой, не вполне корректно, поскольку эти модели имеют существенно различную степень детализации и реализуют различные подходы к формированию графиков оборота ВС в различных сетях типа «ось-спицы». Так, авиасвязи аэропорта А характеризуются равномерным распределением пассажиропотока. Среди них нет ни одной, требующей организации значительно более высокочастотного сообщения. Трансферная матрица имеет блочную структуру, что объясняется направленным типом хаба, в котором система стыковок формировалась таким образом, чтобы обеспечить авиасвязи между парой «аэропорт РФ - аэропорт Западной Европы». Перечисленные особенности сети хаба А позволяют выдвинуть предположение о возможности использования лепестковых графиков оборота ВС с двумя ежедневными волнами прилётов-вылетов, что делает использование модели 3 обоснованным. В противном случае необходимо ис-

пользовать модели 1 или 2.

Для аэропорта А оптимизация проводилась с применением всех трёх описанных выше моделей. Оценивалось влияние на целевую функцию таких параметров, как уровень спроса, величина тарифов, наличие ограничений на минимальные частоты перевозки.

Рассмотрены два варианта, отвечающие двум уровням спроса. Базовый вариант соответствует зафиксированному недельному пассажиропотоку на рассматриваемых авиасвязях аэропорта А, составляющему около 7600 пассажиров. Модельный вариант соответствует двукратному увеличению спроса.

Уровень тарифов определялся посредством использования коэффициента K_p . При расчёте тарифов принимались коэффициенты $K_{зм} = 0.7$; $K_T = 0.8$.

В качестве ограничений на минимальные частоты перевозки предполагалось, что частота перевозки на различных трансферных авиасвязях изменяется в пределах от 1 до 4.

Некоторые результаты решения за-

дач оптимизации с использованием трёх моделей в виде графиков зависимостей оптимального числа рейсов и коэффициента занятости мест от величины K_p для авиапарка в составе четырех ВС вместимостью 140 человек представлены на рис.1.

Модели 1 и 2 дают идентичные или очень близкие результаты для всех сочетаний исходных данных. Отличия результатов модели 3 особенно заметны в случае неполного использования авиапарка при малых уровнях пассажиропотока.

Учёт ограничений по недельным частотам перевозки в модели 2 слабо влияет на результаты (на рис.1 не показано). В модели 3 учёт этих ограничений при малых уровнях доходности и малых

пассажиропотоках приводит к значительному снижению прибыли, что вызвано необходимостью выполнения заданного числа рейсов при малой занятости мест. Необходимость поддержания доходности при такой частоте перевозки обеспечивается привлечением трансферных пассажиров.

Наличие значительного пассажиропотока, соответствующего модельному варианту спроса, приводит к необходимости интенсивной эксплуатации авиапарка: ВС выполняют максимально возможное число рейсов (4 ВС x 7 дней x 2 парных рейса/день = 56 рейсов/нед.) при средней занятости кресел более 90%.

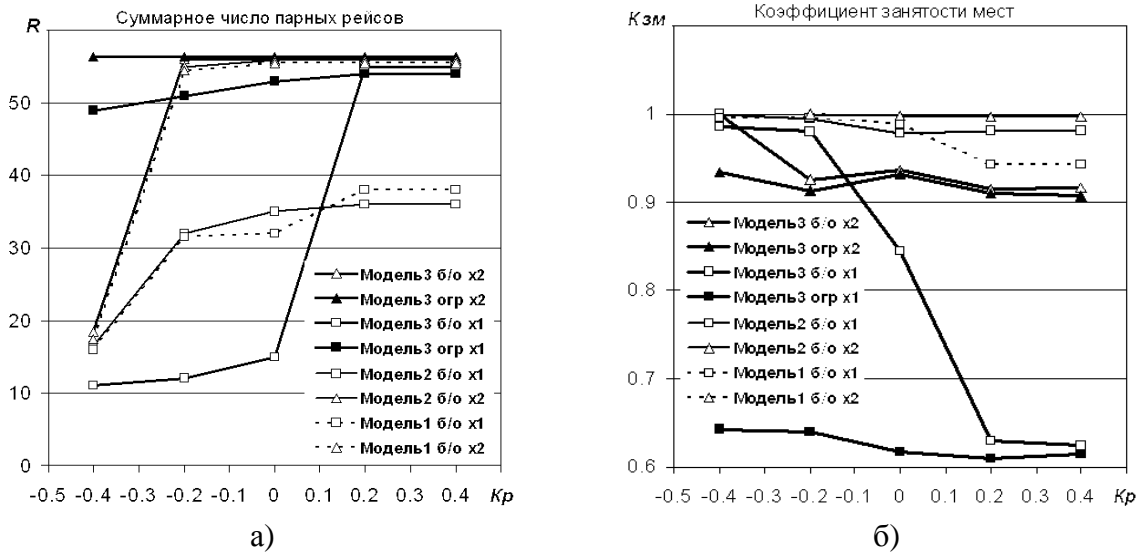


Рис.1. Влияние уровня рентабельности на характеристики транспортной операции:
 а – суммарное недельное число парных рейсов;
 б – коэффициент занятости мест;
 огр – с учётом ограничений на минимальные частоты перевозки;
 б/о – без учёта ограничений на минимальные частоты перевозки;
 x1 – базовый уровень спроса;
 x2 – модельный уровень спроса

Исходные данные и результаты решения задачи оптимизации управления трансферными перевозками на базе хаба В приведены в таблице 2. Всенаправленность хаба В приводит к отсутствию упорядоченности структуры его трансферной матрицы и выраженной неравномерности уровней спроса на авиасвязях. С учётом названного выше недостатка модели 3, ограничивающего её использование в отношении подобных маршрутных сетей, применительно к аэропорту В оптимизация проводилась на базе моделей 1 и 2. Рассматривался авиапарк в составе двух типов ВС различной пассажировместимости: $p_1 = 175$ человек и $p_2 = 86$ человек.

Обе модели дали одинаковое число рейсов для каждого типа ВС. В таблице 2 число рейсов представлено в виде дроби,

Таблица 2. Исходные данные и результаты оптимизации для аэропорта В

Исходные данные														Результаты оптимизации						
$d_{Tij}, \%$														$L_i,$ км	C_{1i}^*	C_{2i}^*	Категория перевозки	Число рейсов		$K_{зм}, \%$
j	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	BC1	BC2							
0	0	1.96	1.09	3.49	.37	1.09	.79	35.06	.04	.16	.38	-	-	-	-	-	-	-		
1	1.76	0	.12	2.44	0	.03	.49	.86	.01	.01	.03	2180	1.00	0.55	МВЛ	5/5	1/1	91		
2	1.09	.04	0	.01	1.03	.19	.39	0	.25	0	.30	1770	0.73	0.40	ВВЛ	3/3	0/0	96		
3	3.60	.87	.02	0	0	0	0	.05	0	0	0	1360	0.81	0.44	ВВЛ	5/5	1/1	95		
4	.38	0	.92	0	0	0	0	0	0	.09	0	1450	0.88	0.48	МВЛ	0/0	3/3	92		
5	1.09	.01	.27	0	0	0	0	.01	0	.12	0	1350	0.60	0.33	ВВЛ	1/1	1/1	87		
6	.82	.04	.38	0	0	0	0	.01	0	.18	0	1230	0.61	0.34	ВВЛ	2/2	0/0	77		
7	35.10	.29	.01	.03	0	.01	.01	0	0	.01	.01	870	0.48	0.26	ВВЛ	31/7	1/0	100		
8	.04	0	.26	0	0	0	0	.01	0	.04	0	1380	0.97	0.54	МВЛ	0/0	1/1	62		
9	.18	.01	0	0	.16	.09	.09	.01	.05	0	.22	2005	1.56	0.86	ВВЛ	1/1	0/0	93		
10	.37	0	.24	0	0	0	0	.01	0	.46	0	1155	0.76	0.42	ВВЛ	1/1	0/0	93		

Программным средством реализации описанных выше оптимизационных моделей послужил пакет IBM ILOG OPL, использование которого даже на ПЭВМ с типовыми характеристиками не приводило к чрезмерным затратам машинного времени.

Результаты сравнительного анализа моделей позволяют сделать следующие выводы:

- модели 1 и 2 могут использоваться для получения начальных приближений оп-

в числителе которой указано общее число рейсов, предполагаемое для рассматриваемого типа ВС, а в знаменателе – число рейсов с трансферными пассажирами, включённое в систему волн. С помощью модели 2 определено потребное количество волн, составившее 9. Число рейсов, стыкуемых в ходе каждой волны, колеблется от 2 до 9, в среднем составляя 4.

Оптимальная схема перевозок при отсутствии ограничений на их частоту обеспечивает высокий коэффициент занятости мест (около 90%).

тимального решения задачи управления авиаперевозками;

- модели 1 и 2 дают идентичные или близкие решения;

- модель 3 в рамках своей области применимости обеспечивает более детальное и достоверное решение по сравнению с моделями 1 и 2, использование которых даёт завышенное значение критерия максимума прибыли;

- модели 1 и 2 требуют значительно (в несколько десятков раз) меньших затрат

машинного времени на поиск оптимального решения по сравнению с моделью 3.

Библиографический список

1. Романенко, В.А. Математические модели функционирования аэропортов в условиях современного авиатранспортного рынка [Текст] / В.А.Романенко. – Самара: Издательство «АсГард», 2010. – 244 с.
2. Бородин, В.М. Оптимизация управления авиаперевозками. Часть 2. Моделирование оптимального управления авиаперевозками [Текст] / В.М. Бородин. – СПб.: Академия ГА, 1995. – 88 с.

References

1. Romanenko, V. A. Mathematical models of functioning of airports in modern air-transport market conditions [Text] / V. A. Romanenko. – Samara: Publishing house "AsGard", 2010. – 244 p.
2. Borodin, V. M. Optimization of air transport service control. Part 2. Simulation of optimum control of air transport services [Text] / V. M. Borodin. – St.-Petersburg: Academy of Civil Aviation, 1995. – 88 p.

PROBLEMS OF MATHEMATICAL PROGRAMMING IN OPTIMIZATION OF CONTROLLING AIR TRANSPORTATION ON THE BASIS OF A HUB AIRPORT

© 2010 I. V. Potapov, V. A. Romanenko

Samara State Aerospace University named after academician S. P. Korolyov
(National Research University)

The paper deals with the solution of a set of problems of optimum air transportation control on the basis of hub airports by reducing them to a partially integer problem of linear programming of significant dimension. Three mathematical models of transfer transportation systems are presented, with various degrees of elaboration, and the results of their comparative analysis for modeling examples obtained by using the IBM ILOG OPL environment are given.

Optimization problem, mathematical programming, "hub and spoke" routing network, aircraft.

Информация об авторах

Романенко Владимир Алексеевич, кандидат технических наук, доцент кафедры организации и управления перевозками на транспорте. Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С. П. Королёва (национальный исследовательский университет). Область научных интересов: оптимизация и моделирование системы обслуживания перевозок узловых аэропортов. E-mail: vla_rom@mail.ru.

Потапов Иван Валентинович, кандидат технических наук, доцент кафедры организации и управления перевозками на транспорте. Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С. П. Королёва (национальный исследовательский университет). Область научных интересов: оптимальное управление перевозками на транспорте. E-mail: ivp-55@mail.ru.

Romanenko Vladimir Alekseevitch, candidate of technical sciences, associate professor of the department of transportation organization and management. Samara State Aerospace University named after academician S. P. Korolyov (National Research University). Area of research: optimization and simulation of hub airport transportations servicing system. E-mail: vla_rom@mail.ru.

Potapov Ivan Valentinovitch, candidate of technical sciences, associate professor of the department of transportation organization and management. Samara State Aerospace University named after academician S. P. Korolyov (National Research University). Area of research: optimum control of transportations. E-mail: ivp-55@mail.ru.