

АНАЛИЗ РОБАСТНОСТИ БОРТОВОГО ОБОРУДОВАНИЯ НА ОСНОВЕ COTS-ПРОДУКТОВ

© 2010 г. В. Н. Ефанов¹, А. В. Бондарев²

¹ Уфимский государственный авиационный технический университет

² Филиал Московского государственного университета технологий и управления,
г. Мелеуз

Рассматриваются вопросы анализа робастности элементов электронных схем гражданского назначения для проектирования бортового оборудования систем вооружённых сил в условиях параметрической неопределённости. Приводится методика исследования и построения математической модели многополюсника на примере автономного инвертора тока.

Многополюсник, робастность, схема, математическая модель, система уравнений, сходимости ряда, конечное приращение, интервальная переменная.

Введение

В последнее время при разработке бортового радиоэлектронного оборудования широко используются готовые к применению модули коммерческого исполнения (Commercial Off The Shelf - COTS). COTS-продукты отличаются широкой номенклатурой, более низкими ценами, в первую очередь из-за преимуществ массового производства, более короткими сроками разработки и модернизации, лучшей программной поддержкой, преемственностью, которая препятствует моральному устареванию используемых технологий и обеспечивает тем самым больший срок эксплуатации. Однако повышенные требования по устойчивости к климатическим и высотным условиям эксплуатации могут свести на нет все эти многочисленные достоинства стандартных серийных компонентов. Для разрешения этого противоречия была предложена методология NDI (Non-Developmental Item) «неразрабатываемых заново» изделий, гарантирующая 100% совместимость модулей коммерческого (гражданского) и военного назначения. Сегодня методология NDI стала основой формирования технической политики по созданию современных систем военного назначения, принятой подавляю-

щим большинством крупных подрядчиков, создающих конечные системы в интересах воздушных сил зарубежных стран.

NDI подразумевает наличие различного исполнения модульных компонентов, позволяющего расширить области применения COTS-продуктов в оборонных и аэрокосмических системах за счёт улучшения их характеристик. Следует заметить, что существующие методы разработки коммерческих изделий не всегда позволяют удовлетворительно проводить подобные улучшения, если эта возможность не была заложена в исходные спецификации [1]. Чтобы гарантировать возможность применения стандартных изделий в расширенных условиях эксплуатации, процедура их разработки должна удовлетворять определённой системе правил, охватывающих все этапы проектирования. В первую очередь это касается способности разрабатываемых изделий сохранять свои характеристики в широком диапазоне внешних воздействий. Следует, однако, отметить, что существующие методы оценки чувствительности радиоэлектронных схем предполагают наличие малых (теоретически, бесконечно малых) отклонений параметров и характеристик от расчётного (номинального) режима [2, 3]. В связи с этим в данной работе предлагается метод оценки разброса схемотехнических характеристик устройств бортового оборудования при конечных вариациях параметров электронных

компонентов, отвечающих требуемому диапазону внешних воздействий.

Постановка задачи

Считаем, что исходная модель исследуемого устройства представлена его эквивалентной схемой в виде нелинейного реактивного многополюсника, обобщённые ветви которого включают следующие элементы базового набора: линейные и нелинейные ёмкости, индуктивности, резисторы, зависимые и независимые источники тока и напряжения. Математическую модель исследуемого устройства будем строить в базисе $\Delta i, \Delta u$ – векторов конечных отклонений токов и напряжений ветвей многополюсника, возникающих вследствие воздействия возмущающих факторов. Топологию соединения электрических ветвей в многополюснике опишем с помощью следующей совокупности уравнений:

$$D \cdot \Delta i = 0; \quad B \cdot \Delta u = 0, \quad (1)$$

где D и B – соответственно матрицы главных сечений и главных контуров топологического графа многополюсника.

В свою очередь, совокупность параметрических уравнений, устанавливающая взаимосвязь отклонений токов и напряжений для всех электрических ветвей многополюсника, может быть представлена в следующем виде:

$$\Delta u_{Hz} = f(\Delta i_{Hz}), \quad \Delta i_{Hy} = (\Delta u_{Hy}), \quad (2)$$

где

$\Delta u_{Hz}, \Delta i_{Hz}$ – векторы отклонений напряжений и токов для z -ветвей многополюсника размерности n_z ;

$\Delta u_{Hy}, \Delta i_{Hy}$ – аналогичные величины для y -ветвей размерности n_y ($n_z + n_y = n$);

$f(\Delta i_{Hz}), (\Delta u_{Hy})$ – в общем случае нелинейные дифференциальные операторы, вид которых определяется характером соответствующей электрической ветви.

Считая, что топология многопо-

люсника удовлетворяет двум ограничениям:

- замкнутый контур не может состоять из одних y -ветвей;
- сечение не может содержать только z -ветви,

осуществим декомпозицию векторов приращений токов и напряжений:

$$\Delta U = [\Delta U_L^X, \Delta U_H^X, \Delta U_R^X, \Delta U_C^P, \Delta U_H^P, \Delta U_R^P]^T, \quad (3)$$

$$\Delta I = [\Delta I_C^P, \Delta I_H^P, \Delta I_R^P, \Delta I_L^X, \Delta I_H^X, \Delta I_R^X]^T,$$

где

$\Delta U_L^X, \Delta I_L^X$ – приращения напряжений и токов на индуктивных хордах; $\Delta U_C^P, \Delta I_C^P$ – приращения напряжений и токов на ёмкостных рёбрах;

$\Delta U_R^P, \Delta U_R^X, \Delta I_R^P, \Delta I_R^X$ – приращения напряжений и токов на резистивных рёбрах и хордах;

$\Delta U_H^P, \Delta U_H^X, \Delta I_H^P, \Delta I_H^X$ – приращения напряжений и токов на нелинейных рёбрах и хордах.

Воспользовавшись введёнными обозначениями (3), сформируем на основе уравнений (1), (2) алгоритмически разрешимую математическую модель в сокращённом гибридном базисе:

$$\begin{bmatrix} 0 & \hat{L} \\ \hat{C} & 0 \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Delta U_C^P \\ \Delta I_L^X \end{bmatrix} = Q_1 \begin{bmatrix} \Delta U_C^P \\ \Delta I_L^X \end{bmatrix} + Q_2 \begin{bmatrix} \Delta U_H^P \\ \Delta I_H^X \end{bmatrix} + F_{HEZ}^I; \quad (4)$$

$$P_1(\Delta I_H^X, \Delta U_H^P) \cdot \begin{bmatrix} \Delta U_H^P \\ \Delta I_H^X \end{bmatrix} = P_2 \cdot \begin{bmatrix} \Delta U_C^P \\ \Delta I_L^X \end{bmatrix} + F_{HEZ}^H.$$

Алгоритмическая разрешимость полученной модели обусловлена структурой системы уравнений (4), которая допускает поэтапное интегрирование дифференциальных уравнений и решение нелинейных алгебраических уравнений на каждом шаге интегрирования.

Методика исследования

Методику формирования математической модели (4) рассмотрим на примере автономного инвертора тока (АИТ), который широко применяется в бортовых системах вторичного электропитания. Исходная схема АИТ имеет вид, представленный на рис. 1. Воспользуемся физической моделью тиристора (рис. 2), на основе которой построена эквивалентная схема данного уст-

ройства (рис. 3).

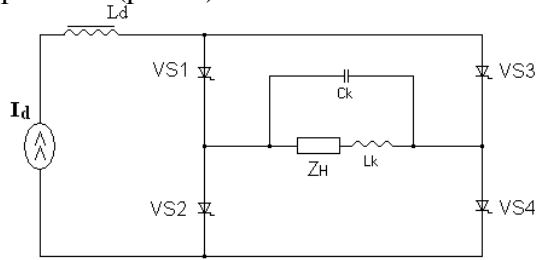


Рис. 1. Принципиальная схема АИТ

В состав этой эквивалентной схемы входят следующие элементы:

- объёмные и контактные сопротивления анода и катода – r_a, r_k ;
- распределённые, объёмные и контактные сопротивления баз – $r_{б1}, r_{б2}$;
- сопротивления утечек переходов: анод-база – r_A , база-база – r_B , катод-база – r_K ;

- катодный, управляемый ток $I_{КОЛ}''$ коллекторного перехода, источник тока $J_K = I_{КОЛ}''$, где I – инверсный коэффициент передачи коллекторного тока;
- анодный, управляемый ток $I_{КОЛ}''$ коллекторного перехода, источник тока $J_A = N I_{КОЛ}''$, где N – нормальный коэффициент передачи коллекторного тока;

- коллекторный, управляемый токами анодного и катодного переходов, источник тока $J_B = N I_K'' + I_A''$;
- нелинейное сопротивление перехода катод-база – R_{KB} (источник тока, управляемый напряжением U_{KB} на катодно-базовом переходе,

$$I_K'' = \frac{I_{OK}}{I - I_N} \left[\exp\left(\frac{U_{KB}}{T m_K}\right) - 1 \right],$$

где I_{OK} – обратный ток насыщения катодного перехода,

$\tau = \frac{e}{kT}$ – температурный потенциал (e – заряд электрона,

k – постоянная Больцмана, T – абсолютная температура),

m_K – коэффициент эмиссии перехода (обычно $1,0 < m_K < 2,5$);

- нелинейное сопротивление перехода анод-база – R_{AB} (источник тока,

управляемый напряжением U_{AB} на анодно-базовом переходе,

$$I_A'' = \frac{I_{OA}}{I - I_N} \left[\exp\left(\frac{U_{AB}}{T m_A}\right) - 1 \right],$$

где

I_{OA} – обратный ток насыщения анодного перехода,

m_A – коэффициент эмиссии перехода (как и ранее $1,0 < m_A < 2,5$);

- нелинейное сопротивление перехода база-база (коллекторного перехода) – $R_{КОЛ}$ (источник тока, управляемый напряжением $U_{КОЛ}$ на коллекторном переходе,

$$I_{КОЛ}'' = \frac{I_{OKOL}}{I - I_N} \left[\exp\left(\frac{U_{КОЛ}}{T m_{КОЛ}}\right) - 1 \right],$$

где

I_{OKOL} – обратный ток насыщения коллекторного перехода,

$m_{КОЛ}$ – коэффициент эмиссии перехода ($1,0 < m_{КОЛ} < 2,5$);

- нелинейные барьерные ёмкости катодного, анодного и коллекторного переходов:

$$C_{KB} = \begin{cases} C_{KB0} \left(\frac{\Delta_0}{\Delta_0 - U_{KB}} \right)^{n_K}, & U_{KB} < 0; \\ (1,5 \div 1,7) C_{KB0}, & U_{KB} \geq 0; \end{cases}$$

$$C_{AB} = \begin{cases} C_{AB0} \left(\frac{\Delta_0}{\Delta_0 - U_{AB}} \right)^{n_A}, & U_{AB} < 0; \\ (1,5 \div 1,7) C_{AB}, & U_{AB} \geq 0; \end{cases}$$

$$C_{КОЛБ} = \begin{cases} C_{КОЛ0} \left(\frac{\Delta_0}{\Delta_0 - U_{КОЛ}} \right)^{n_{КОЛ}}, & U_{КОЛ} < 0; \\ (1,5 \div 1,7) C_{КОЛ}, & U_{КОЛ} \geq 0; \end{cases}$$

где

Δ_0 – высота потенциального барьера (обычно $\Delta_0 = 0,4$ В – для германия и $\Delta_0 = 0,9$ В – для кремния);

$n_K \approx 0,3 \div 0,5$ – коэффициент градиента примесей в катодном переходе;

$n_A, n_{КОЛ} \approx 0,01 \div 0,5$ – аналогичные коэффициенты для анодного и коллекторного переходов, начальные значения ёмкостей $C_{KB0}, C_{AB0}, C_{КОЛ0}$ могут вычисляться по об-

шей формуле

$$C_0 = \epsilon_0 S/l,$$

где ϵ_0 – диэлектрическая проницаемость материала

($\epsilon_0 = 1,44 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/см}$ – для германия, $\epsilon_0 = 1,08 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/см}$ – для кремния);

S – эффективная площадь;

l – длина соответствующего перехода;

– нелинейные диффузионные ёмкости катодного, анодного и коллекторного переходов:

$$C_{КД} = \frac{I_{0К}}{I - I_N} \cdot \frac{1}{T} e^{\frac{U_{КБ}}{T}};$$

$$C_{АД} = \frac{I_{0А}}{I - I_N} \cdot \frac{2}{T} e^{\frac{U_{АБ}}{T}};$$

$$C_{КОЛД} = \frac{I_{0КОЛ}}{I - I_N} \cdot \frac{2}{T} e^{\frac{U_{КОЛ}}{T}},$$

где τ_1 и τ_2 – эффективные времена пролета неосновных носителей через области первой и второй базы, соответственно. Приблизительно эти величины можно определить по предельным частотам коэффициентов передачи N и N_1 , на которых их значения уменьшаются в $\sqrt{2}$ раз.

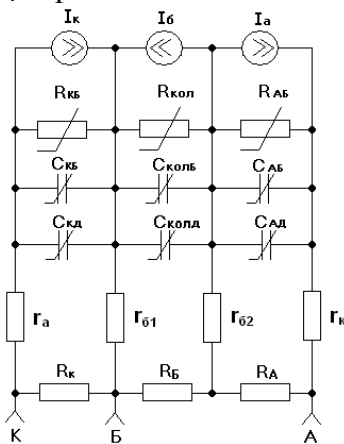


Рис. 2. Физическая модель тиристора

Таким образом, эквивалентная схема исходного инвертора будет иметь вид, представленный на рис. 3.

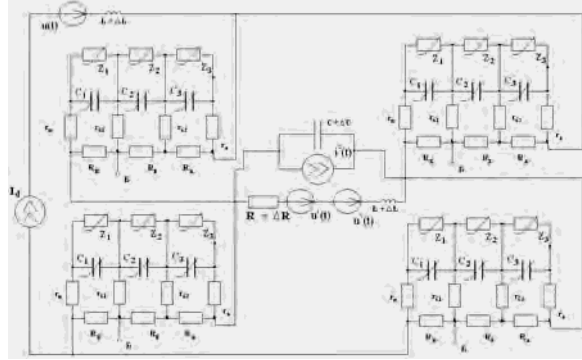


Рис. 3. Эквивалентная схема АИТ

При построении данной схемы введены обобщённые электрические ветви, включающие параллельно соединённые ёмкости

$$C_1 = C_{КБ} + C_{КД}, \quad C_2 = C_{КОЛБ} + C_{КОЛД},$$

$$C_3 = C_{АБ} + C_{АД},$$

а также резисторы утечек переходов с зависимыми источниками тока. На основе этой схемы строится топологический граф, представленный на рис. 4, который характеризуется следующими параметрами: число вершин графа $k = 28$, число ветвей – $n = 55$.

Проведём топологический анализ данного графа, выделив в нем фундаментальное дерево, разбив, таким образом, множество ветвей на рёбра и хорды. При этом учитываем требования, согласно которым все u -ветви должны быть рёбрами, а z -ветви – хордами.

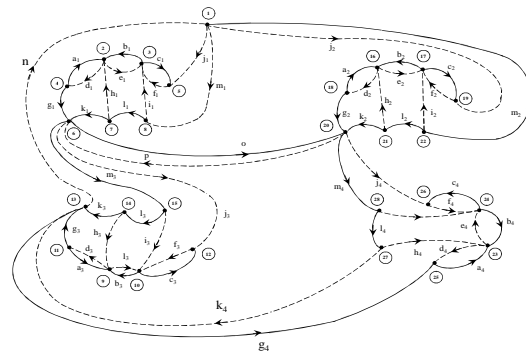


Рис. 4. Топологический граф АИТ

Осуществив декомпозицию ветвей согласно (3), получаем: число рёбер $n_p = 27$, число хорд $n_x = 28$, при этом: число индуктивных хорд

$$n_{Lx} = \dim \Delta U_L^X = \dim \Delta I_L^X = 2;$$

число нелинейных хорд

$$n_{Hx} = \dim \Delta U_H^X = \dim \Delta I_H^X = 12;$$

число резистивных хорд

$$n_{Rx} = \dim \Delta U_R^X = \dim \Delta I_R^X = 14;$$

аналогично, число ёмкостных рёбер

$$n_{Cp} = \dim \Delta U_C^P = \dim \Delta I_C^P = 13;$$

число нелинейных рёбер

$$n_{Hp} = \dim \Delta U_H^P = \dim \Delta I_H^P = 0;$$

число резистивных рёбер

$$n_{Rp} = \dim \Delta U_R^P = \dim \Delta I_R^P = 14.$$

В результате проведённой декомпозиции матрицы главных сечений D и главных контуров B приобретают следующий блочный вид:

$$D = \begin{bmatrix} E & 0 & D_I & D_{II} & D_{III} \\ 0 & E & D_{IV} & D_V & D_{VI} \end{bmatrix};$$

$$B = \begin{bmatrix} E & 0 & 0 & B_I & B_{II} \\ 0 & E & 0 & B_{III} & B_{IV} \\ 0 & 0 & E & B_V & B_{VI} \end{bmatrix}, \quad (5)$$

где E – единичная матрица.

С учётом (5) систему топологических уравнений (1) представим следующим образом.

Перепишем уравнения системы (3) в виде

$$\begin{cases} \Delta I_C^P + D_I \cdot \Delta I_L^X + D_{II} \cdot \Delta I_H^X + D_{III} \cdot \Delta I_R^X = 0; \\ \Delta I_R^P + D_{IV} \cdot \Delta I_L^X + D_V \cdot \Delta I_H^X + D_{VI} \cdot \Delta I_R^X = 0; \\ \Delta U_L^X + B_I \cdot \Delta U_C^P + B_{II} \cdot \Delta U_R^P = 0; \\ \Delta U_H^X + B_{III} \cdot \Delta U_C^P + B_{IV} \cdot \Delta U_R^P = 0; \\ \Delta U_R^X + B_V \cdot \Delta U_C^P + B_{VI} \cdot \Delta U_R^P = 0. \end{cases} \quad (6)$$

Объединяя в (6) уравнения относительно токов и напряжений для реактивных ветвей, а также для линейных резистивных ветвей, получим систему топологических уравнений, записанных в гибридном базисе:

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \Delta U_L^X \\ \Delta I_C^P \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -B_I & 0 \\ 0 & -D_I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta U_C^P \\ \Delta I_L^X \end{bmatrix} + \\ + \begin{bmatrix} 0 \\ -D_{II} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta I_H^X \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -B_{III} & 0 \\ 0 & -D_{III} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta U_R^P \\ \Delta I_R^X \end{bmatrix}, \\ \begin{bmatrix} \Delta U_R^X \\ \Delta I_R^P \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -B_{IV} & 0 \\ 0 & -D_{IV} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta U_C^P \\ \Delta I_L^X \end{bmatrix} + \\ + \begin{bmatrix} 0 \\ -D_V \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta I_H^X \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -B_{VI} & 0 \\ 0 & -D_{VI} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta U_R^P \\ \Delta I_R^X \end{bmatrix}. \end{cases} \quad (7)$$

Рассмотрим теперь совокупность параметрических уравнений (2) для возмущённого режима работы, которые описывают поведение токов и напряжений для соответствующих ветвей в заданной окрестности расчётного режима. С этой целью проводится разложение нелинейных зависимостей в ряд Тейлора и устанавливаются условия сходимости этого ряда для заданного диапазона изменения токов и напряжений [4]. Подобный анализ позволяет выделить детерминированную составляющую параметрической модели и оценить величину неопределённых факторов, не поддающихся аналитическому описанию.

Поясним сказанное на примере построения параметрического уравнения в отклонениях для нелинейной ёмкости. В номинальном режиме процесс перезаряда ёмкости определяется характером изменения заряда:

$$\begin{aligned} i_H(t) &= \frac{dq_H(t)}{dt} = \frac{d[C_H(u) \cdot u]}{dt} = \\ &= \frac{dC_H(u)}{dt} u_H(t) + C_H(u) \frac{du_H}{dt} = \\ &= \left(\frac{dC_H(u)}{du} u_H(t) + C_H(u) \right) \frac{du_H}{dt} = C_{\text{экв}}(u) \frac{du_H}{dt}, \end{aligned} \quad (8)$$

где $C_{\text{экв}}(u)$ – эквивалентная ёмкость.

В возмущённом режиме уравнение (8) запишется следующим образом:

$$\begin{aligned} i_H(t) + \Delta i(t) &= \frac{d[C_B(u + \Delta u)(u_H + \Delta u)]}{dt} = \\ &= \frac{d[C_B(u + \Delta u)]}{du} \frac{du_H}{dt} (u_H + \Delta u) + \\ &+ C_B(u + \Delta u) \frac{d[u_H + \Delta u]}{dt}, \end{aligned} \quad (9)$$

где $C_B(u)$ – зависимость ёмкости от напря-

жения в возмущённом режиме.

Функцию $C_B(u + \Delta u)$ раскладываем в ряд Тейлора:

$$C_B(u + \Delta u) = C_B(u) + \frac{dC_B(u)}{du} \Delta u + \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n!} \frac{d^n C_B(u)}{du^n} \Delta^n u. \quad (10)$$

Фигурирующая в (9) производная от этой функции будет иметь следующий вид:

$$\frac{dC_B(u + \Delta u)}{du} = \frac{dC_B(u)}{du} + \frac{d^2 C_B(u)}{du^2} \Delta u + \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n!} \frac{d^{(n+1)} C_B(u)}{du^{(n+1)}} \Delta^n u. \quad (11)$$

При исследовании чувствительности обычно ограничиваются главными членами рядов вида (10), (11) в предположении, что $\Delta u \rightarrow 0$. Необходимо исследовать их сходимость при конечных приращениях. Для равномерной сходимости ряда (10) для любых $|\Delta u| < r$ необходимо и достаточно, чтобы его остаточный член $R_n = \sum_{k=n}^{\infty} \frac{1}{k!} \frac{d^k C_B(u)}{du^k} \Delta^k u$ стремился к нулю, $\lim_{n \rightarrow \infty} R_n = 0$. Поскольку

для остаточного члена справедлива формула Тейлора

$$|R_n| \leq \frac{\Delta^n u}{n!} \sup_{0 < v < \Delta u} \left| \frac{d^n C_B(v)}{dv^n} \right|, \quad (12)$$

то ряд (10) сходится равномерно везде, где

$$\sup_{0 < v < \Delta u} \left| \frac{d^n C_B(v)}{dv^n} \right| < \frac{n^n \sqrt{2}}{(re)^n}. \quad (13)$$

Для физически реализуемых компонентов соотношение (13) выполняется почти всюду, за исключением, может быть, конечного числа (часто единственной) точек разрыва функциональной зависимости $C_B(u)$.

Аналогичные рассуждения справедливы и относительно сходимости ряда (11).

В большинстве практически значимых случаев удастся найти конечную

верхнюю грань, фигурирующую в соотношении (12):

$$\sup_{0 < v < \Delta u} \left| \frac{d^n C_B(v)}{dv^n} \right| \leq C_{max}^{(n)}. \quad (14)$$

Тогда оценка величины остаточного члена ряда $|R_n| \leq \frac{r^n}{n!} C_{max}^{(n)}$ может быть использована для определения числа слагаемых, позволяющих с требуемой точностью описывать процессы перезаряда ёмкости, а также учитывать неопределённость её характеристик в заданном диапазоне. Действительно, пусть величины p_1 и p_2 такие, что

$$\frac{r^{p_1}}{p_1!} C_{max}^{(p_1)} < 1, \quad \frac{r^{p_2}}{p_2!} C_{max}^{(p_2+1)} < 2,$$

тогда для (10) и (11) получаем

$$C_B(u + \Delta u) = C_B(u) + \frac{dC_B(u)}{du} \Delta u + \sum_{n=2}^{p_1} \frac{1}{n!} \frac{d^n C_B(u)}{du^n} \Delta^n u + C_B^{неонр}(u); \quad (15)$$

$$\frac{dC_B(u + \Delta u)}{du} = \frac{dC_B(u)}{du} + \frac{d^2 C_B(u)}{du^2} \Delta u + \sum_{n=2}^{p_2} \frac{1}{n!} \frac{d^{(n+1)} C_B(u)}{du^{(n+1)}} \Delta^n u + C_B'^{неонр}(u),$$

где $C_B^{неонр}(u) \in [-1; 1]$, $C_B'^{неонр}(u) \in [-2; 2]$ – интервально заданные функции.

Подставляя (11) и (10) в (9) с учётом (15) и группируя отдельные слагаемые, получим уравнение в отклонениях для нелинейной ёмкости:

$$\Delta i(t) = J_{нез}^C + G_{нез}^C \Delta u + C_{нез} \frac{d\Delta u}{dt} + G_{зав}^C(\Delta u) \Delta u + C_{зав}(\Delta u) \frac{d\Delta u}{dt} + J_{зав}^C(\Delta u), \quad (16)$$

где

$J_{нез}^C \in [J_0^C - J_1^C; J_0^C + J_1^C]$ – интервально заданный независимый источник тока

$$J_0^C = \left(\frac{d(C_B(u) - C_H(u))}{du} u_H + \right) \frac{du_H}{dt},$$

$$J_1^C = (u_H)_{max} + 1 \left(\frac{du_H}{dt} \right)_{max};$$

$G_{нез}^C \in [G_0^C - G_1^C; G_0^C + G_1^C]$ – интер-
вально заданная независимая проводи-
мость ($G_0^C = \left(\frac{d^2 C_B(u)}{du^2} u_H + 2 \frac{dC_B(u)}{du} \right) \frac{du_H}{dt}$,

$$G_1^C = 2 \left(\frac{du_H}{dt} \right)_{max};$$

$C_{нез} \in [C_B(u) - ; C_B(u) +]$ – интерваль-
но заданная независимая ёмкость;

$$G_{заб}^C(\Delta u) = \left[\frac{\frac{d^2 C_B(u)}{du^2} \Delta u + \sum_{n=2}^{p_2} \frac{1}{n!} \frac{d^{(n+1)} C_B(u)}{du^{(n+1)}} \Delta^n u}{du} \frac{du_H}{dt} \right] -$$

нелинейная проводимость, величина
которой зависит от приращения Δu ;

$$C_{заб}(\Delta u) = \frac{dC_B(u)}{du} \Delta u + \sum_{n=2}^{p_1} \frac{1}{n!} \frac{d^n C_B(u)}{du^n} \Delta^n u -$$

нелинейная ёмкость, величина которой
также зависит от приращения Δu ;

$$J_{заб}^C(\Delta u) = \left(\frac{\sum_{n=2}^{p_1} \frac{1}{n!} \frac{d^n C_B(u)}{du^n} \Delta^n u + \left(\sum_{n=2}^{p_2} \frac{1}{n!} \frac{d^{(n+1)} C_B(u)}{du^{(n+1)}} \Delta^n u \right) u_H}{dt} \right)$$

– зависимый источник тока, управляе-
мый приращением Δu .

Аналогичные зависимости были
получены для всех типов базового на-
бора электрических элементов.

Для линейного резистора:

$$\Delta u = E_{нез}^n + (R + \Delta R) \Delta i,$$

где $E_{нез}^n = i_H \Delta R$.

Для нелинейного резистора:

$$\Delta u = E_{нез}^n + Z(\Delta i),$$

где $E_{нез}^n = u_6(i_n) - u_n(i_n)$,

$Z(\Delta i) \in [Z_0(\Delta i) - ; Z_0(\Delta i) +]$ – интер-
вально заданный зависимый резистор,

$$(Z_0(\Delta i) = \sum_{n=1}^{p_3} \left(\frac{\partial^n u_6(i)}{\partial i^n} \right)_{i=i_n} \frac{\Delta i^n}{n!}.$$

Для линейной ёмкости:

$$\Delta i(t) = J_{нез}(t) + (C + \Delta C) \frac{d\Delta u(t)}{dt},$$

где $J_{нез}(t) = \Delta C \frac{du_H(t)}{dt}$.

Для линейной индуктивности:

$$\Delta u(t) = E_{нез}(t) + (L + \Delta L) \frac{d\Delta i(t)}{dt},$$

где $E_{нез}(t) = \Delta L \frac{di_H(t)}{dt}$.

Для нелинейной индуктивности:

$$\Delta u(t) = E_{нез}^L + Z_{нез}^L \Delta i + L_{нез} \frac{d\Delta i}{dt} + Z_{заб}^L(\Delta i) \Delta i +$$

$$+ L_{заб}(\Delta i) \frac{d\Delta i}{dt} + E_{заб}^L(\Delta i).$$

Объединяя полученные параметриче-
ские уравнения для линейных резистивных
ветвей, получим следующую матричную
форму записи:

$$\begin{bmatrix} \Delta U_R^X \\ \Delta I_R^P \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \hat{R} \\ \hat{Y} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta U_R^P \\ \Delta I_R^X \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} E_{HE3}^R \\ J_{HE3}^R \end{bmatrix}, \quad (17)$$

где $\hat{R} = diag\{R_k + \Delta R_k\}$, $k = \overline{1, n_{Rk}}$;

$\hat{Y} = diag\{Y_k + \Delta Y_k\}$, $k = \overline{1, n_{Rp}}$;

$$E_{HE3}^R = \left[(E_{нез}^n)_k \right]_{n_{Rk} \times 1}; J_{HE3}^R = \left[(J_{нез}^n)_k \right]_{n_{Rp} \times 1}.$$

Приравнивая правые части второй
группы уравнений системы (7) и уравнения
(17), находим

$$\begin{bmatrix} B_{VI} & \hat{R} \\ \hat{Y} & D_{VI} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta U_R^P \\ \Delta I_R^X \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -B_{IV} & 0 \\ 0 & -D_{IV} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta U_C^P \\ \Delta I_L^X \end{bmatrix} +$$

$$+ \begin{bmatrix} 0 \\ -D_V \end{bmatrix} \Delta I_H^X - \begin{bmatrix} E_{HE3}^R \\ J_{HE3}^R \end{bmatrix}. \quad (18)$$

Отсюда можно выразить зависимые
переменные резистивных ветвей через соот-
ветствующие переменные реактивных и не-
линейных ветвей:

$$\begin{bmatrix} \Delta U_R^P \\ \Delta I_R^X \end{bmatrix} = G_1 \cdot \begin{bmatrix} \Delta U_C^P \\ \Delta I_L^X \end{bmatrix} + G_2 \cdot \Delta I_H^X - M \cdot \begin{bmatrix} E_{HE3}^R \\ J_{HE3}^R \end{bmatrix}, \quad (19)$$

где

$$\begin{bmatrix} B_{VI} & \hat{R} \\ \hat{Y} & D_{VI} \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} -B_{IV} & 0 \\ 0 & -D_{IV} \end{bmatrix} = G_1;$$

$$\begin{bmatrix} B_{VI} & \hat{R} \\ \hat{Y} & D_{VI} \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ -D_V \end{bmatrix} = G_2;$$

$$\begin{bmatrix} B_{VI} & \hat{R} \\ \hat{Y} & D_{VI} \end{bmatrix}^{-1} = M.$$

Исключая переменные, относящиеся к линейным резистивным ветвям, можно существенно сократить размерность обобщенной математической модели. Для этого объединим вначале параметрические уравнения для линейных и нелинейных реактивных элементов:

$$\begin{bmatrix} \Delta U_L^X \\ \Delta I_C^P \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \hat{L} \\ \hat{C} & 0 \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Delta U_C^P \\ \Delta I_L^X \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & Z_{\text{ЭКВ}} \\ V_{\text{ЭКВ}} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta U_C^P \\ \Delta I_L^X \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} E_{\text{ЭКВ}}^L \\ J_{\text{ЭКВ}}^C \end{bmatrix}, \quad (20)$$

где

$$\hat{L} = \begin{bmatrix} \text{diag}\{L_k + \Delta L_k\} & 0 \\ 0 & \text{diag}\{L_l^{\text{нез}} + L_l^{\text{зав}}(\Delta i)\} \end{bmatrix} -$$

матрица индуктивностей

$$(k = \overline{1, n_{\text{ЛЛ}}^X}, l = \overline{1, n_{\text{ЛЛ}}^X},$$

$$n_{\text{ЛЛ}}^X + n_{\text{ЛЛ}}^X = n_{\text{ЛЛ}} = \dim \Delta U_L^X);$$

$$\hat{C} = \begin{bmatrix} \text{diag}\{C_k + \Delta C_k\} & 0 \\ 0 & \text{diag}\{C_l^{\text{нез}} + C_l^{\text{зав}}(\Delta u)\} \end{bmatrix} -$$

матрица ёмкостей

$$(k = \overline{1, n_{\text{ЛС}}^P}, l = \overline{1, n_{\text{ЛС}}^P},$$

$$n_{\text{ЛС}}^P + n_{\text{ЛС}}^P = n_{\text{ЛС}} = \dim \Delta I_C^P);$$

$$Z_{\text{ЭКВ}} = \begin{bmatrix} [0]_{n_{\text{ЛЛ}}^X \times n_{\text{ЛЛ}}^X} & \text{diag}\{Z_{\text{нез}}^L + Z_{\text{зав}}^L(\Delta i)\}_l \end{bmatrix},$$

($l = \overline{1, n_{\text{ЛЛ}}^X}$), – матрицы эквивалентных сопротивлений и

$$V_{\text{ЭКВ}} = \begin{bmatrix} [0]_{n_{\text{ЛС}}^P \times n_{\text{ЛС}}^P} & \text{diag}\{G_{\text{нез}}^C + G_{\text{зав}}^C(\Delta u)\}_l \end{bmatrix},$$

($l = \overline{1, n_{\text{ЛС}}^P}$), – эквивалентных проводимостей нелинейных индуктивностей и ёмкостей;

$$E_{\text{ЭКВ}}^L = \begin{bmatrix} [(E_{\text{нез}}^L)_k]_{n_{\text{ЛЛ}}^X \times l} & [(E_{\text{нез}}^L + E_{\text{зав}}^L(\Delta i))_k]_{n_{\text{ЛЛ}}^X \times l} \end{bmatrix}^T,$$

$$J_{\text{ЭКВ}}^C = \begin{bmatrix} [(J_{\text{нез}}^C)_k]_{n_{\text{ЛС}}^P \times l} & [(J_{\text{нез}}^C + J_{\text{зав}}^C(\Delta u))_k]_{n_{\text{ЛС}}^P \times l} \end{bmatrix}^T -$$

эквивалентные векторы источников токов и напряжений.

Объединяя (20) с первой группой топологических уравнений (7), с учётом (19) получим

$$\begin{bmatrix} 0 & \hat{L} \\ \hat{C} & 0 \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Delta U_C^P \\ \Delta I_L^X \end{bmatrix} = Q_1 \begin{bmatrix} \Delta U_C^P \\ \Delta I_L^X \end{bmatrix} + Q_2 \Delta I_H^X +$$

$$+ Q_3 \underbrace{\begin{bmatrix} E_{\text{НЕЗ}}^R \\ J_{\text{НЕЗ}}^R \end{bmatrix}}_{F_{\text{НЕЗ}}^I} - \begin{bmatrix} E_{\text{ЭКВ}}^L \\ J_{\text{ЭКВ}}^C \end{bmatrix}, \quad (21)$$

где

$$\begin{bmatrix} -B_I & -Z_{\text{ЭКВ}} \\ -V_{\text{ЭКВ}} & -D_I \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -B_{III} & 0 \\ 0 & -D_{III} \end{bmatrix} \cdot G_I = Q_1;$$

$$\begin{bmatrix} -B_{III} & 0 \\ 0 & -D_{III} \end{bmatrix} \cdot M = Q_3;$$

$$\begin{bmatrix} 0 \\ -D_{II} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -B_{III} & 0 \\ 0 & -D_{III} \end{bmatrix} \cdot G_2 = Q_2.$$

Выполнив аналогичные операции с параметрическими уравнениями для нелинейных резисторов $\Delta i_H^X = E_{\text{нез}}^H + Z(\Delta i_H^X)$ и оставшейся группой топологических уравнений (6), получаем систему нелинейных уравнений следующего вида:

$$Z(\Delta i_H^X) = P_1 \cdot \begin{bmatrix} \Delta U_C^P \\ \Delta I_L^X \end{bmatrix} + P_2 \cdot \Delta i_H^X + F_{\text{НЕЗ}}^H, \quad (22)$$

$$\text{где } P_1 = \begin{bmatrix} -(B_{III} + B_{IV} G_{11}^{(1)}) & -B_{IV} G_{12}^{(1)} \end{bmatrix};$$

$$P_2 = -B_{IV} G_{11}^{(2)};$$

$$F_{\text{НЕЗ}}^H = [B_{VI} M_{11}; B_{VI} M_{12}] \cdot \begin{bmatrix} E_{\text{НЕЗ}}^R \\ J_{\text{НЕЗ}}^R \end{bmatrix} - F_{\text{НЕЗ}}^H.$$

Объединяя (21) и (22), окончательно получим математическую модель исследуемого многополюсника в сокращённом гибридном базисе:

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} 0 & \hat{L} \\ \hat{C} & 0 \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Delta U_C^P \\ \Delta I_L^X \end{bmatrix} = Q_1 \begin{bmatrix} \Delta U_C^P \\ \Delta I_L^X \end{bmatrix} + Q_2 \Delta i_H^X + F_{\text{НЕЗ}}^I; \\ Z(\Delta i_H^X) = P_1 \cdot \begin{bmatrix} \Delta U_C^P \\ \Delta I_L^X \end{bmatrix} + P_2 \cdot \Delta i_H^X + F_{\text{НЕЗ}}^H. \end{cases} \quad (23)$$

Обсуждение результатов

Полученная математическая модель АИТ в сокращённом гибридном базисе учитывает процессы, протекающие в структуре полупроводниковых приборов, и основные параметры, характеризующие условия эксплуатации. В связи с этим данная модель позволяет оценивать поведение СОТС-продуктов в бортовых условиях эксплуатации. Дело в том, что температурный диапазон эксплуатации СОТС-продуктов лежит, как правило, в пределах от 0 до +60°C. При

этом модули, выполненные с использованием коммерческих компонентов, предусматривают воздушное охлаждение в соответствии с IEEE1101.1. В свою очередь, номинальный температурный диапазон эксплуатации специальных бортовых модулей составляет -55 ... +105°C (при использовании чисто военных компонентов этот диапазон увеличивается до -55 ... +125°C). Такие модули выполняются с использованием контактного охлаждения в соответствии с IEEE 1101.2 и отличаются наиболее жёсткими механическими характеристиками для обеспечения заданных противоударных и антивибрационных свойств. Кроме того, к таким изделиям предъявляются повышенные требования по устойчивости к климатическим и высотным условиям эксплуатации.

Предложенный способ моделирования динамических характеристик позволяет определить «запас прочности» коммутационных характеристик выбранных схемотехнических решений на базе COTS-продуктов. С этой целью моделирование выполняется для минимально и максимально допустимых температур переходов (в зависимости от типов полупроводников): в отрицательном диапазоне от -40 до 0°C, в положительном – от +70 до +105°C. При этом появляется также возможность оценивать конструктивные решения, направленные на расширение области высоких температур. Эти решения должны обеспечивать условия, при которых температура перехода каждого полупроводникового элемента всегда будет ниже некоторого определённого максимума, даже при самой высокой температуре окружающей среды. Моделирование коммерческих полупроводниковых приборов, эксплуатируемых в жёстких условиях, позволяет ответить на вопрос, обеспечивают ли такие конструктивные решения, как установка греющихся компонентов по краям платы для облегчения рассеяния тепла, требования к максимальной температуре переходов,

или насколько необходимо снизить максимальную рабочую частоту, чтобы обеспечить работоспособность цифровых КМОП-микросхем при заданной температуре полупроводниковых переходов.

Таким образом, использование COTS-продуктов в комплексе с методологией NDI, составным элементом которой является предлагаемая методика моделирования, позволяет минимизировать затраты на разработку бортовой аппаратуры по сравнению с созданием специальных изделий, предназначенных для использования в жёстких условиях эксплуатации.

Библиографический список

1. Бодрунов, С.Д. Открытые архитектуры в концепции авионики пятого поколения [Текст] / С.Д. Бодрунов, В.Н. Ефанов // Мир авионики: Журнал Российского приборостроительного альянса. – 2004. – №5 – С. 4-17.
2. Калниболотский, Ю.М. Расчёт чувствительности электронных схем [Текст] / Ю.М. Калниболотский, Н.Н. Казанджан, В.В. Нестер. - Киев: Техніка, 1982. – 176 с.
3. Райншке, К. Модели надёжности и чувствительности систем. / К. Райншке. - М.: Мир. – 1979. – 452 с.
4. Бондарев, А.В. Вычислительная процедура исследования чувствительности временных характеристик энергетических комплексов [Текст] / А.В. Бондарев // Системы управления и информационные технологии. – 2008. – № 2(32). – С. 21-24.

References

1. Bodrunov, S. D. Open architectures in the concept of the fifth-generation avionics [Text] / S. D. Bodrunov, V. N. Yefanov // World of avionics: Journal of the Russian alliance of instrument making. – 2004. – No. 5. – pp. 4-17.
2. Kalnibolotsky, Yu. M. Calculation of sensitivity of electronic circuits [Text] / Yu. M. Kalnibolotsky, N. N. Kazandzhan, V. V. Nester. – Kiev: Technika, 1982. – 176 p.
3. Reinschke, K. Models of system reliability and sensitivity [Text] / K. Reinschke. – Moscow: Mir, 1979. – 452 p.
4. Bondarev, A. V. Computational procedure of analyzing the sensitivity of temporal charac-

ANALYSIS OF ON-BOARD EQUIPMENT ROBUSTNESS ON THE BASIS OF COTS-PRODUCTS

© 2010 V. N. Yefanov¹, A. V. Bondarev²

¹Ufa State Aviation Technical University

²Branch of Moscow State University of technologies and management in Meleuz

The paper deals with issues of analyzing the robustness of elements of civil-purpose electronic circuits for the design of on-board equipment of systems of armed forces in conditions of parametric uncertainty. A procedure for analyzing and constructing a mathematical model of a multi-port circuit is presented, an autonomous current inverter taken as an example.

Multi-port circuit, robustness, circuit, mathematical model, system of equations, row convergence, finite increment, interval variable.

Информация об авторах

Ефанов Владимир Николаевич, доктор технических наук, заведующий кафедрой авиационного приборостроения. Уфимский государственный авиационный технический университет. Область научных интересов: исследования в области создания высокоэффективных комплексов бортового оборудования. E-mail: bondarevav@rambler.ru.

Бондарев Андрей Владимирович, старший преподаватель кафедры информационных технологий и систем управления. Филиал Московского государственного университета технологий и управления в г. Мелеуз. Область научных интересов: исследования в области схмотехнического проектирования сложных радиоэлектронных систем. E-mail: bondarevav@rambler.ru.

Yefanov Vladimir Nikolaevich, doctor of technical sciences, head of the department of aviation instrument making. Ufa State Aviation Technical University. Area of research: creation of highly effective complexes of onboard equipment. E-mail: bondarevav@rambler.ru.

Bondarev Andrey Vladimirovich, senior teacher of the department of information technology and control systems. Branch of the Moscow State University of technologies and management in Meleuz. Area of research: technical designing of complex radio-electronic systems. E-mail: bondarevav@rambler.ru.