

ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ УПРАВЛЕНИЯ СЕБЕСТОИМОСТЬЮ ПРОИЗВЕДЕННОЙ И РЕАЛИЗОВАННОЙ ПРОДУКЦИИ С УЧЕТОМ СЕЗОННЫХ КОЛЕБАНИЙ СПРОСА

© 2010 О.В. Есипова

Самарский государственный аэрокосмический университет
(Национальный исследовательский университет)

Разработана экономико-математическая модель расчета себестоимости на основе метода бюджетирования, и таблиц спроса и предложения, позволяющие подобрать оптимальные цены на готовую продукцию и определить объем закупок и цены на них. Бюджетирование понимается в узком смысле, как планирование операционных бюджетов с учетом сезонности спроса на продукцию.

Себестоимость, бюджетирование, операционные бюджеты, сезонность, спрос, предложение.

В настоящее время в литературе существует большое количество экономико-математических моделей управления деятельностью коммерческих предприятий. Одни авторы решают задачи управление на стратегическом уровне (более 1 года) [1-5], другие на тактическом уровне (менее 1 года) разрабатывают системы планирования производства [6], системы по функциональным областям управления [7] или решают только финансовые задачи [8-9].

Однако необходимо отметить, что модели не связаны с бюджетированием, которое является наиболее востребованным инструментом

управления для каждого из экономических субъектов.

Бюджетирование (budgeting) – это инструмент управления, представляет собой процесс, включающий все четыре функции менеджмента – планирование, реализацию, учет и контроль, корректировку результатов деятельности экономического субъекта. Данное определение можно считать наиболее общим – «системным пониманием» термина (см. рис. 1).

В данной статье используется более узкое комплексное понимание бюджетирования – это инструмент планирования, в рамках которого с

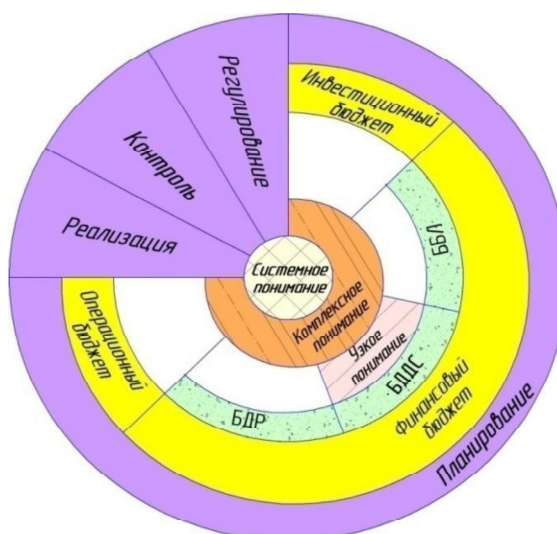


Рис. 1. Три взгляда на систему бюджетирования

определенной периодичностью составляются бюджеты, отражающие не только финансовую, но и хозяйственную деятельность экономического субъекта. Основным недостатком этого понимания является отсутствие других функций управления (реализация, учет, контроль, регулирование), которое для разрабатываемой модели является несущественным. Важной частью

бюджетирования в рамках комплексного понимания являются операционные бюджеты.

Операционный бюджет (operational budget) – входит в состав сводного бюджета организации и отражает хозяйственную деятельность через систему специальных экономико-технических показателей.

d	прогнозируемый индивидуальный спрос
D	прогнозируемый рыночный спрос
D^*	фактический спрос
i	вид готовой продукции, где $i = 1, \dots, I$
I	количество ассортиментных позиций готовой продукции
j	вид сырья и материалов $j = 1, \dots, J$
J	количество видов сырья и материалов
k	категория труда
K	количество категорий труда, используемых в производстве $k = 1, \dots, K$
L	количество труда, необходимого для всей производственной программы в трудочасах
M	объем прихода сырья на склад
m	расход в производство сырья со склада
n	номер отдельного потребителя или поставщика ($n = 1, \dots, N$)
N_c	количество потребителей
N_s	количество поставщика
p	цена единицы готовой продукции
q	объем реализованной готовой продукции
Q	объем производства готовой продукции
R	выручка от реализованной продукции
s	объем закупок у поставщика
S	суммарный объем закупок сырья и материалов по всем поставщикам
t	текущий период $t = 1, \dots, T$
T	число периодов во временном промежутке (дней в неделе, месяцев в году)
w	размер почасовой оплаты труда
W	суммарный расход на оплату труда
x	коэффициент, учитывающий повторяющиеся изменения спроса
X	остаток готовой продукции или сырья на складе
y	текущее наблюдение $y = 1, \dots, Y$
Y	количество наблюдаемых временных промежутков
z	цена за единицу сырья или материала
Z	суммарные расходы на материалы и сырье в денежном выражении
μ	технологический коэффициент (норматив) расхода сырья и материалов на единицу готовой продукции
λ	технологический коэффициент (норматив) потребности труда

Рис. 2. Описание переменных экономико-математической модели операционных бюджетов

Операционный бюджет состоит из ряда бюджетов: бюджета, отражающего доходы – это бюджет продаж; основных бюджетов – бюджета производства, бюджета производственных запасов; а также бюджетов, отражающие расходы – бюджет трудовых, материальных затрат, бюджет накладных, коммерческих расходов; сводный бюджет – бюджет себестоимости.

Модель операционного бюджета включает переменные, указанные на рис. 2.

Отправной и исходной точкой всего процесса бюджетирования является бюджет продаж – это операционный бюджет, содержащий информацию об ассортименте, объемах продаж, ценах и доходе от реализации каждого вида продукции. Бюджет может составляться при наличии неопределенности на основе эконометрических методов прогнозирования, а при наличии «твердых заказов» – на основе вытягивающего спроса. В данной статье предлагается формировать бюджет продаж на основе функций спроса.

Данные функции спроса можно аппроксимировать, анализируя статистические данные об изменениях объемов продаж в предыдущих периодах, либо суммируя данные из анкет отдельных потребителей, в которых они указывают свои индивидуальные платежеспособные потребности при различных уровнях цен.

Если ввести следующие обозначения: N_C – количество потребителей, $n = 1, \dots, N_C$ – номер отдельного потребителя, I – количество ассортиментных позиций готовой продукции, $i = 1, \dots, I$ – вид готовой продукции, p_i – цена единицы готовой продукции i -го вида, d_{in} – спрос на i -й вид продукции со стороны n -го

потребителя, то функция рыночного спроса представляет собой сумму функций индивидуального спроса по всем потребителям готовой продукции:

$$D_i(p_i) = \sum_{n=1}^{N_C} d_{in}(p_i).$$

Если предположить, что цена по каждому из видов продукции изменяется в ограниченном диапазоне – от минимального до максимального значения $\forall i = 1, \dots, I \quad p_i^{\min} \leq p_i \leq p_i^{\max}$, то с учетом вышеуказанных обозначений данные, необходимые от каждого из потребителей для формирования функции рыночного спроса, можно представить в виде таблицы, используемой как форма для анкетирования (см. табл. 1).

При прогнозировании спроса предлагается использовать специальный коэффициент x_i^t , учитывающий сезонные колебания, чтобы учесть повторяющиеся изменения спроса в определенные промежутки времени.

Коэффициент рассчитывается в виде отношения среднего объема спроса для каждого из периодов к среднему объему спроса по всем периодам [10]:

$$x_i^t = \frac{\bar{D}_i^{*t}}{\bar{D}_i^*}.$$

С учетом рассчитанного таким образом коэффициента в каждый из периодов можно провести корректировку объемов спроса

$$\forall i = 1, \dots, I \wedge \forall t = 1, \dots, T \quad \tilde{D}_i^t(p_i) = D_i(p_i) \cdot x_i^t.$$

В предположении, что весь спрос потребителей должен быть удовлетворен, объем продаж организации равен объему спроса, зависит от цены на готовую продукцию и скорректирован в случае необходимости с учетом повторяющихся колебаний.

Таблица 1. Таблица функции индивидуального спроса

Цена	p_i^{\min}	...	p_i	...	p_i^{\max}
Объем спроса	$d_{in}(p_i^{\min})$...	$d_{in}(p_i)$...	$d_{in}(p_i^{\max})$

Тогда формула показывает зависимость объема реализованной

продукции i -го вида в t -ом периоде от установленной цены.

$$q_i^t(p_i) \equiv \tilde{D}_i^t(p_i)$$

или при отсутствии повторяющихся колебаний $q_i^1(p_i) = q_i^t(p_i) = q_i^T(p_i) \equiv D_i(p_i)$.

Выручка организации по всем ассортиментным позициям в t -ом периоде получается в результате суммирования дохода по всем продуктам:

$$R^t(p) = \sum_{i=1}^I R_i^t(p_i) = \sum_{i=1}^I q_i^t(p_i) \cdot p_i.$$

Здесь и далее используется вектор цен на готовую продукцию $p = (p_1, \dots, p_i, \dots, p_I)$.

Таким образом, общая выручка организации по всему прогнозируемому временному периоду в целом рассчитывается, как сумма дохода:

$$R(p) = \sum_{t=1}^T R^t(p) = \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^I R_i^t(p_i) = \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^I q_i^t(p_i) \cdot p_i$$

Далее формируется бюджет производства – это операционный бюджет, содержащий информацию об объемах производства готовой продукции, объемах незавершенного производства и о запасах готовой продукции в натуральных показателях.

Остатки готовой продукции на конец $(t+1)$ -го периода $X_{Q_i}^{t+1}$ будут равны сумме остатков на начало t -го периода $X_{Q_i}^t$ и объема выпуска Q_i^t за вычетом расхода готовой продукции, реализованной потребителям $q_i^t(p_i)$:

$$X_{Q_i}^{t+1} = X_{Q_i}^t + Q_i^t - q_i^t(p_i).$$

Следующим формируется бюджет материальных затрат – это операционный бюджет, содержащий информацию о прямых производственных затратах в части расходования материальных и финансовых оборотных ресурсов (сырье, материалы, комплектующие) за бюджетный период.

Если J – количество видов исходного сырья и материалов, используемых в производстве на самом низшем уровне технологии, то для j -го вида сырья и материалов ($j = 1, \dots, J$) остатки на конец $(t+1)$ -го периода $X_{M_j}^{t+1}$ будут равны сумме остатков на начало t -го

периода $X_{M_j}^t$ и объемам прихода их на склад M_j^t за вычетом расхода в производство m_j^t :

$$X_{M_j}^{t+1} = X_{M_j}^t + M_j^t - m_j^t.$$

Классическим способом калькуляции прямых затрат (материальных и трудовых) является метод технологического нормирования, при котором, исходя из технологии производства, определяются удельные прямые затраты в физическом выражении (например, в кг. или трудочасах) на единицу выпуска:

$$m_j^t(Q^t) = \sum_{i=1}^I m_{ij}^t(Q_i^t), \quad m_{ij}^t(Q_i^t) = Q_i^t \cdot \mu_{ij},$$

где m_{ij}^t – потребность в материалах и сырье j -го вида при производстве готовой продукции i -го вида в t -м периоде в объеме Q_i^t , $Q^t = (Q_1^t, \dots, Q_i^t, \dots, Q_I^t)$ – вектор объемов производства в t -м периоде, μ_{ij} – технологический коэффициент (норматив) расхода сырья и материалов на единицу готовой продукции.

В общем случае из бюджета материальных затрат необходимо выделять бюджет закупок производственных запасов.

Бюджет закупок производственных запасов – это операционный бюджет, содержащий информацию об объемах закупаемого сырья и материалов, ценах на них и объемах необходимых для этого денежных средств за бюджетный период.

Для формирования бюджета закупок необходимо знать функции предложения поставщиков на каждый из видов производственных запасов.

Данные функции предложения можно аппроксимировать, анализируя статистические данные предыдущих периодов, либо данные из анкет отдельных поставщиков, в которых они указывают свои индивидуальные цены при различных объемах закупок.

Если использовать следующие обозначения: N_S – количество поставщиков, $n = 1, \dots, N_S$ – номер отдельного поставщика, J – количество видов сырья и материалов, $j = 1, \dots, J$ –

конкретный вид производственных запасов, $z_{jn}(s_{jn})$ – цена единицы сырья или материала j -го вида у n -го поставщика, s_{jn} – объем закупок j -го вида сырья и материалов у n -го поставщика, S_j – суммарный объем закупок j -го вида сырья и материалов по всем поставщикам по всем временным периодам, то функция предложения представляет собой средневзвешенную цену закупки по всем поставщикам:

$$z_j(S_j) = \frac{1}{S_j} \sum_{n=1}^{N_s} z_{jn}(s_{jn}) \cdot s_{jn}, \text{ где } S_j = \sum_{n=1}^{N_s} s_{jn}.$$

Если предположить, что объем закупок по каждому из видов сырья и материалов и для каждого поставщика изменяется в ограниченном диапазоне $\forall j=1, \dots, J, \forall n=1, \dots, N_s \quad s_j^{\min} \leq s_{jn} \leq s_j^{\max}$, то с учетом вышеуказанных обозначений данные, необходимые от каждого из поставщиков для формирования функции предложения, можно представить в виде таблицы, используемой как форма для анкетирования (см. табл. 2).

Закупки производственных запасов по объемам могут точно соответствовать потребностям производства $\forall t=1, \dots, T, \forall j=1, \dots, J \quad S_j^t = M_j^t$ или не соответствовать из-за складских и транспортных особенностей, но при этом остаток на складе всегда должен поддерживаться не менее определенного неснижаемого уровня, что можно записать в формализованном виде следующим образом $\forall t=1, \dots, T, \forall j=1, \dots, J \quad \sum_{\tau=1}^t S_j^\tau \geq \sum_{\tau=1}^t M_j^\tau$

Таблица 2. Таблица функции индивидуального спроса

Объем закупок	s_j^{\min}	...	s_{jn}	...	s_j^{\max}
Цена	$z_{jn}(s_j^t)$...	$z_{jn}(s_{jn}^t)$...	$z_{jn}(s_j^t)$

Здесь λ_{ik} – технологический коэффициент (норматив) потребности труда k -ой категории на единицу готовой продукции i -го вида, причем $k=1, \dots, K$, где

Расходы организации на закупку по всем видам сырья и материалов в t -ом периоде получаются в результате суммирования расходов по всем комплектующим:

$$Z^t(S) = \sum_{j=1}^J Z_j^t(S) = \sum_{j=1}^J z_j(S_j) \cdot S_j^t.$$

Таким образом, общие расходы на закупку по всему прогнозируемому временному периоду в целом рассчитывается:

$$Z(S) = \sum_{t=1}^T Z^t(S) = \sum_{t=1}^T \sum_{j=1}^J Z_j^t(S) = \sum_{t=1}^T \sum_{j=1}^J z_j(S_j) \cdot S_j^t.$$

Далее рассматривается бюджет прямых затрат на труд или бюджет трудовых затрат – это операционный бюджет, содержащий информацию о затратах по оплате труда, который может быть непосредственно отнесен на производство каждой единицы готовой продукции.

Как уже было отмечено ранее, классическим способом расчета прямых затрат, в том числе трудовых, является метод технологического нормирования, при котором определяются удельные прямые затраты в физическом выражении (в трудочасах) на единицу выпуска. Тогда трудовые затраты в t -м периоде, выраженные в трудочасах, которые необходимы для производства объема готовой продукции i -го вида, рассчитываются умножением этого объема Q_i^t на норму затрат труда:

$$l_{ik}^t(Q_i^t) = Q_i^t \cdot \lambda_{ik}.$$

K – количество категорий труда (специальностей и разрядов), используемых в производстве.

Операция суммирования трудовых затрат по всем видам продукции даст

количество труда, необходимого для всей производственной программы в трудочасах:

$$L_k^t = \sum_{i=1}^I l_{ik}^t(Q_i^t) = \sum_{i=1}^I Q_i^t \cdot \lambda_{ik}.$$

В этом же бюджете определяются затраты прямого труда в денежном выражении путем умножения необходимого рабочего времени на соответствующие часовые ставки оплаты

$$\text{труда } W_k^t(Q^t) = L_k^t(Q^t) \cdot w_k = w_k \cdot \sum_{i=1}^I Q_i^t \cdot \lambda_{ik},$$

где w_k – размер почасовой оплаты труда k -ой категории, определяемой по тарифной сетке или в соответствии с системой оплаты труда в организации.

При суммировании по всем категориям работников можно оценить фонд оплаты труда в t -ом периоде:

$$W^t(Q^t) = \sum_{k=1}^K W_k^t(Q^t).$$

Нормативы трудовых затрат определяются по той же технологической схеме, что и нормативы материальных затрат, но только при вычислении трудовых норм суммируется время, необходимое для проведения отдельных операций, обозначенных на рисунке стрелками. В формализованном виде можно записать, что для k -ой категории труда нормативы будут представлять собой $\lambda_k = (\lambda_{1k}, \dots, \lambda_{ik}, \dots, \lambda_{rk})$. Для всех категорий труда нормативы сформируют матрицу.

После бюджетов прямых затрат формируется бюджет накладный и коммерческих расходов. К накладным обычно относятся все расходы организации, кроме прямой заработной платы и прямых материальных затрат. Они вызваны подготовкой, организацией, обслуживанием и управлением. Накладные расходы подразделяются на две группы: общепроизводственные (производственные) и общехозяйственные (непроизводственные). Производственные

накладные расходы включают в себя постоянную и переменную части. Постоянная часть (амортизация, текущий ремонт и т.д.) планируется в зависимости от реальных потребностей производства, а переменная часть использует подход, основанный на нормативах. Бюджет коммерческих расходов – бюджет, в котором учитываются расходы организации, связанные с продвижением и сбытом продукции на рынке. Коммерческие расходы предприятия состоят из общих коммерческих и сбытовых (прямых коммерческих) расходов. В этом бюджете детализируются все предполагаемые расходы, связанные со сбытом продукции и услуг в будущем периоде. За разработку, а затем исполнение бюджета коммерческих расходов может нести ответственность отдел продаж.

Завершающим операционным бюджетом является бюджет себестоимости. Данный бюджет является расчетным и необходим для определения планируемой производственной себестоимости и себестоимости реализованной продукции, а также остатков на конец периода. Бюджет себестоимости формируется на основании бюджетов производства, потребления материалов, оплаты труда и накладных затрат.

Показатели себестоимости используются в управленческом учете для анализа точки безубыточности по каждой ассортиментной позиции готовой продукции, что позволяет сделать вывод об увеличении объемов производства или сокращения, вплоть до снятия с производства.

Существуют несколько подходов расчета себестоимости. Расчет себестоимости может осуществляться по произведенной и по реализованной продукции (см. рис. 3).

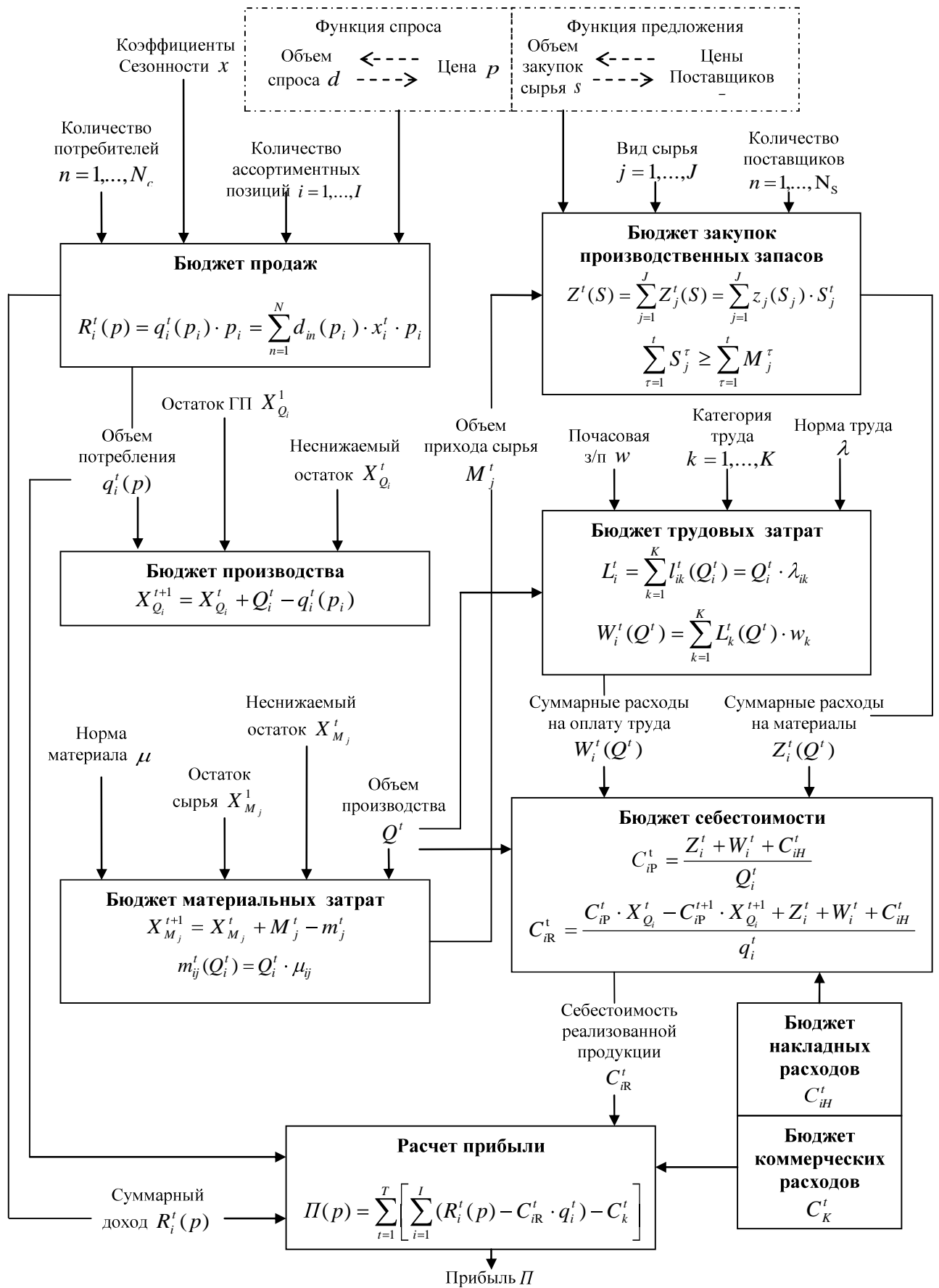


Рис. 3. Экономико-математическая модель расчета себестоимости

Себестоимость по произведенной продукции рассчитывается как сумма C_{iH} накладных расходов, W_i^t трудовых расходов и прямых материальных затрат Z_i^t на единицу готовой продукции:

$$C_{iP}^t = \frac{Z_i^t + W_i^t + C_{iH}^t}{Q_i^t}.$$

Себестоимость реализованной продукции вычисляется как результат от частного деления себестоимости остатка произведенной продукции на начало периода за вычетом себестоимости произведенной продукции на конец периода, плюс прямые материальные, трудовые и накладные расходы на количество реализуемой продукции:

$$C_{iR}^t = \frac{C_{iP}^t \cdot X_{Q_i}^t - C_{iP}^{t+1} \cdot X_{Q_i}^{t+1} + Z_i^t + W_i^t + C_{iH}^t}{q_i^t}.$$

Показатели себестоимости могут быть использованы в финансовых бюджетах для расчета прибыли организации. Прибыль по всем месяцам рассчитывается как доход за вычетом

Библиографический список

1. Rink, D. Financial management and planning with the product life concept [Text] / D. Rink, D. Roden, H. Fox // *Business Horizon*. – 1999. – № 42(5). – P.65–72.
2. Vidal, C.J. A global Supply Chain model with transfer pricing and transportation cost allocation [Text] / M.A. Goetschackx, C.J. Vidal // *European Journal of Operational Research*. – 2001. – № 129(1). – P. 134–158.
3. Gul, F. Free cash flow, debt monitoring and managers lifo/ fifo policy choice [Text] / F. Gul // *Journal of Corporate Finance*. – 2001. – № 7(4). – P. 475–492.
4. Premachandra, J. A diffusion approximation model for managing cash in firms: An alternative approach to the Miller Orr model [Text] / J.A. Premachandra // *European Journal of Operational Research*. – 2003. – № 28(5). – P. 443–452.
5. Богатырев, В.Д. Механизм согласованного управления инвестиционными проектами [Текст] / В.Д. Богатырев, Д.Г. Гришанов, О.В.

общих издержек предприятия:

$$\Pi(p) = \sum_{t=1}^T \left[R^t(p) - \sum_{i=1}^I C_{iR}^t \cdot q_i^t - C_k^t \right],$$

где C_k^t – коммерческие расходы предприятия направленные на реализацию товара в t -ом периоде.

Таким образом, в статье разработана экономико-математическая модель позволяющая рассчитать себестоимость произведенной и реализованной продукции на основе метода бюджетирования с учетом сезонности спроса. В процессе расчета себестоимости последовательно формируются операционные бюджеты: бюджет продаж, бюджет производства, бюджет закупок производственных запасов, бюджет материальных и трудовых затрат, бюджет коммерческих и накладных расходов и бюджет себестоимости. С учетом выходных данных вышеуказанных бюджетов может быть определена прибыль по итогам всех плановых периодов.

Павлов // Управление большими системами. – 2003. – №4. – С. 35–40.

6. Федосеев, С.А. Модель оптимального планирования производства на тактическом уровне с нечеткими ограничениями и критериями [Текст] / А.В. Вожаков, М.Б. Гитман, С.А. Федосеев // *Вестник МГТУ им. Г.И. Носова*. – 2009. – № 4. – С. 57–64.

7. Бром, А.Е. Динамическая модель потоковых процессов промышленного предприятия [Текст] / А.Е. Бром // *Экономика и управление в машиностроении*. – 2009. – № 1. – С. 3–10.
8. Baumol, W.J. The transaction demand for cash: An inventory approach [Text] / W.J. Baumol // *The Quarterly Journal of Economics*. – 1952. – № 66(4). – P. 545–556.
9. Girlich, H.J. Transaction cost in finance and inventory research / H.J. Girlich [Text] // *International Journal of Production Economics*. – 2002. – № 81–82. – P. 341–350.

10. Богатырев, В.Д. Моделирование финансовых потоков предприятия с сезонным характером спроса [Текст] / В.Д. Богатырев, А.В. Иваницhev, С.С. Корнилов

// Управление большими системами. – 2003. – №5. – С. 5-10.

References

1. Rink, D. Financial management and planning with the product life concept [Text] / D. Rink, D. Roden, H. Fox // Business Horizon. – 1999. - № 42(5). – С.65–72.
2. Vidal, C.J. A global Supply Chain model with transfer pricing and transportation cost allocation [Text] / M.A. Goetschackx, C.J. Vidal // European Journal of Operational Research. – 2001. – № 129(1). – С. 134–158.
3. Gul, F. Free cash flow, debt monitoring and managers lifo/ fifo policy choice [Text] / F. Gul // Journal of Corporate Finance. – 2001. – № 7(4). – С. 475–492.
4. Premachandra, J. A diffusion approximation model for managing cash in firms: An alternative approach to the Miller Orr model [Text] / J.A. Premachandra // European Journal of Operational Research. – 2003. – № 28(5). – С. 443–452
5. Bogaturev, V.B. Coordinated management investment project [Text] / V.D. Bogaturev, D.G. Grishanov, O.V. Pavlov // Management of big systems. – 2003. – №4. – С. 35-40.

6. Fedoseev, S.A. Model of optimal production planning in tactical dimension with constraint and measure [Text] / S.A. Fedoseev, M.B. Gitman, A.V. Vojakov // Journal MGTU name of G.I. Nosova. – 2009. – № 4. – С. 57-64.
7. Brom, A.E. Dynamic model of streaming processes on industrial enterprise [Text] / A.E. Brom // Economics and management in machinery construction. – 2009. – № 1. – С. 3-10.
8. Baumol, W.J. The transaction demand for cash: An inventory approach [Text] / W.J. Baumol // The Quarterly Journal of Economics. – 1952. – № 66(4). – С. 545–556.
9. Girlich, H.J. Transaction cost in finance and inventory research / H.J. Girlich [Text] // International Journal of Production Economics. – 2002. – № 81–82. – С. 341–350.
10. Bogaturev, V.B. Modelling of enterprise financial flow seasonal variation of demand [Text] / V.D. Bogaturev, A.V. Ivanovich, S.S. Kornilov // Management of systems. – 2003. – №5. – С. 5-10.

ECONOMIC MATHEMATICAL MODEL OF PRIME COST MANAGEMENT PRODUCTION AND SELLING PRODUCT WITH SEASONAL VARIATION OF DEMAND

© 2010 O.V. Esipova

Samara State Aerospace University
(National research university)

Economico-mathematical model of prime cost estimate developed on the basis of budgeting, demand and suggestion tables determining optimal price on finished product and determine volume of purchase and price. Budgeting understand in narrow meaning, it is planning operating budget with seasonal variation of demand on product.

Budgeting, economic mathematical model, prime cost, operating budget, seasonal variation of demand.

Информация об авторе

Есипова Ольга Васильевна, аспирант кафедры экономики Самарского государственного аэрокосмического университета. E-mail: olga.esipova@mail.ru. Область научных интересов: моделирование бюджетов.

Esipova Olga, postgraduate of Samara State Aerospace University. E-mail: olga.esipova@mail.ru. Area of research: budgeting.