УДК 519.711.3

МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕМПЕРАТУРНОГО ПОЛЯ ПОТОКА ЖИДКОСТИ ПРИ ПАРАМЕТРИЧЕСКИХ ВОЗМУЩЕНИЯХ

©2010 И.А. Данилушкин

Самарский государственный технический университет

Разработана методика моделирования параметрических возмущений при исследовании температурного поля потока жидкости как объекта управления с распределёнными параметрами. В качестве модели объекта используется уравнение первого порядка в частных производных. Полученные результаты позволяют реализовать ступенчатое изменение параметров объекта в компьютерных пакетах численного моделирования динамических систем.

Объект с распределёнными параметрами, параметрическое возмущение, моделирование

Учёт пространственной распределённости объектов управления при синтезе систем автоматического управления позволяет повысить точность моделей, а, в ряде случаев, является единственно возможным способом получения адекватной модели. Процесс нагрева потока жидкости за счёт теплообмена со стенкой трубки может быть описан дифференциальным уравнением в частных производных первого порядка:

$$\frac{\partial Q(x,t)}{\partial t}+v(t)\cdot\frac{\partial Q(x,t)}{\partial x}=b(t)\cdot\left(Q_T(t)-Q(x,t)\right),$$

$$Q(0,t)=g(t),\; Q(x,0)=Q_0(x),\; 0<x<L, \quad (1)$$

где $Q(x,\ t)$ – температурное поле жидкости, находящейся в трубке длиной L; $Q_T(t)$ – температура стенки трубки, которая принимается одинаковой по всей длине; $v(t)$ – скорость потока, изменяющаяся во времени. Приведённый коэффициент теплообмена $b(t)$, зависящий от радиуса трубки, физических свойств жидкости и коэффициента конвективного теплообмена между стенкой трубки и жидкостью также может изменяться во времени.

Решение уравнения (1) для $v(t)$ и $b(t)$ не может быть получено аналитически. Возможный подход к получению передаточных функций по каналам скорость потока – температура потока и приведённый коэффициент теплообмена – температура потока предполагает рассмотрение процесса в отклонениях от установившегося режима [1] с последующей линеаризацией дифференциального уравнения и исключения из рассмотрения произведения приращений, как бесконечно малых высшего порядка. Подобный подход не обеспечивает параметрических изменений модели, а лишь привносит аддитивное возмущение на выход объекта [1].

Для оценки влияния параметрического возмущения в виде ступенчатого воздействия на температурное распределение потока предлагается в качестве начального распределения $Q_0(x)$ в (1) принять температурное распределение, соответствующее установившемуся режиму для фиксированных значений параметров $v(t)=v_0$, $b(t)=b_0$, $Q_T=Q_{TC}$. Тогда, решение уравнения (1) при других значениях параметров $v(t)=v_1$ и/или $b(t)=b_1$ будет описывать реакцию объекта на соответствующее параметрическое возмущение.

Рассмотрим математическую модель объекта, описываемого следующим уравнением:

$$\frac{\partial Q(x,t)}{\partial t}+v\cdot\frac{\partial Q(x,t)}{\partial x}+b\cdot Q(x,t)=b\cdot Q_T(t). \quad (2)$$

Решение неоднородного уравнения (2) с учётом начальных и граничных условий может быть найдено методами структурной теории распределённых систем [2, 3], как результат пространственного интегрирования передаточной функции распределённого объекта:

$$W(x,\xi,p) = \mathbf{1}(x-x)\cdot\frac{1}{v}\cdot\exp\left(-\frac{p+b}{v}(x-x)\right) \quad (3)$$

и стандартизирующей функции

$$w(x,p) = b\cdot Q_T(p) + Q_0(x) + v\cdot d(x)\cdot g(p), \quad (4)$$

где p – оператор преобразования Лапласа.

В установившемся режиме влияние начального температурного распределения отсутствует. Поэтому, приняв $Q_0(x) = 0$, получим

$$Q(x,p) = \int_0^L W(x,\xi,p)\cdot w(x,p)\cdot dx =$$

$$= Q_T(p)\cdot\frac{b}{p+b}\cdot\left(1-\exp\left(-\frac{p+b}{v}x\right)\right) + \quad (5)$$

$$+ g(p)\cdot\exp\left(-\frac{p+b}{v}x\right).$$

Из (5) можно получить температурное распределение потока, соответствующее установившемуся режиму, при $Q_T(p) = \frac{1}{p}\cdot Q_{TC}$, $Q_{TC} \equiv const$, $g(p) = \frac{1}{p}\cdot g_C$, $g_C \equiv const$. Согласно предельной теореме

$$Q_\infty(x) = Q(x,\infty) = \lim_{p\to 0}\left[p\cdot Q(x,p)\right] =$$

$$= Q_{TC}\cdot\left(1-\exp\left(-\frac{b}{v}x\right)\right) + g_C\cdot\exp\left(-\frac{b}{v}x\right). \quad (6)$$

Приняв (6) начальным температурным распределением потока при скорости $v = v_0$, можно записать выражение для температурного распределения потока при скорости $v = v_1$. Для этого необходимо выполнить процедуру пространственного интегрирования произведения передаточной функции (3) с выражением (6). Полученный результат позволит записать выражение для температурного распределения потока при ступенчатом изменении скорости:

$$\begin{aligned} Q(x,p) &= Q_T(p)\cdot\frac{b}{p+b}\cdot\left(1-\exp\left(-\frac{p+b}{v_1}x\right)\right) + \\ &+ g(p)\cdot\exp\left(-\frac{p+b}{v_1}x\right) + \\ &+ Q_{TC}\cdot\frac{1}{p+b}\cdot\left(1-\exp\left(-\frac{p+b}{v_1}x\right)\right) + \\ &+ \left(g_C - Q_{TC}\right)\cdot\frac{v_0}{v_0 p + b\left(v_0 - v_1\right)}\times \\ &\times\left[\exp\left(-\frac{b}{v_0}x\right) - \exp\left(-\frac{p+b}{v_1}x\right)\right]. \end{aligned} \quad (8)$$

Аналогично может быть получено выражение для температурного распределения потока при ступенчатом изменении приведённого коэффициента теплообмена b с b_0 на b_1:

$$\begin{aligned} Q(x,p) &= Q_T(p)\cdot\frac{b_1}{p+b_1}\cdot\left(1-\exp\left(-\frac{p+b_1}{v}x\right)\right) + \\ &+ g(p)\cdot\exp\left(-\frac{p+b_1}{v}x\right) + \\ &+ Q_{TC}\cdot\frac{1}{p+b_1}\cdot\left(1-\exp\left(-\frac{p+b_1}{v}x\right)\right) + \\ &+ \left(g_C - Q_{TC}\right)\cdot\frac{1}{p+b_1-b_0}\times \\ &\times\left[\exp\left(-\frac{b_0}{v}x\right) - \exp\left(-\frac{p+b_1}{v}x\right)\right]. \end{aligned} \quad (9)$$

Выражения (8) и (9) могут быть реализованы в компьютерных пакетах численного моделирования сосредоточенных динамических систем при моделировании поведения температуры в фиксированной точке x.

Библиографический список

1. Данилушкин А.И., Рапопорт Э.Я. Алгоритмы функционирования процесса непрерывно-последовательного индукционного нагрева// Алгоритмизация и автоматизация технологических процессов и промышленных установок. Межвузовский сборник научных трудов. Вып. VII. – Куйбышев: КПтИ, 1976. – С. 118–124.

2. Бутковский А.Г. Структурная теория распределённых систем. М.: Наука, 1977.

3. Рапопорт Э.Я. Анализ и синтез систем автоматического управления с распределёнными параметрами: Учеб. пособие. М.: Высш. шк., 2005.

References

1. Danilushkin A.I, Rapoport E.Ya. Algorithms for the operation of the process of continuous-sequential induction heating// Algorithmization and automation of technological processes and industrial plants. Interuniversity collection of scientific papers. – Vol. VII. – Kuybyshev: KPtI, 1976. – pp. 118–124.

2. Butkovskiy A.G. Structural theory of distributed systems. – Moscow: Nauka, 1977.

3. Rapoport E.Ya. Analysis and synthesis of automatic control systems with distributed parameters: tutorial.– Moscow: Vysshaya Shkola, 2005.

SIMULATION OF THERMAL FIELD OF FLUID FLOW IN THE PRESENCE OF PARAMETRIC DISTURBANCES

©2010 I.A. Danilushkin

Samara State Technical University

The method of simulation of parametric disturbances during the research of thermal field of fluid flow as a plant with distributed parameters is developed. A first-order partial differential equation is used as a plant model. The obtained results allow simulating a stepped variation of plant parameters in program packages of computational modeling of dynamic systems.

Plant with distributed parameters, parametric disturbance, simulation

Информация об авторе

Данилушкин Иван Александрович, к.т.н., доцент, кафедра автоматики и управления в технических системах Самарского государственного технического университета, idanilushkin@mail.ru. Область научных интересов: объекты и системы с распределёнными параметрами.

Danilushkin Ivan, PhD in Technical Sciences, associate professor, automation and control in technical systems department of Samara State Technical University, idanilushkin@mail.ru. Research interests: plants and systems with distributed parameters.