

УДК 621.396

## ОБНАРУЖЕНИЕ СИГНАЛА В КАНАЛАХ С НИЗКОЙ ЭНЕРГЕТИКОЙ

© 2010 Р. Р. Халилов

ФГУП «ГНПРКЦ «ЦСКБ–Прогресс», г. Самара

В статье представлен алгоритм обнаружения сигнала, основанный на использовании статистических характеристик принимаемого сигнала.

*Сигнал, обнаружение, канал с низкой энергетикой, эксцесс*

Развитие систем передачи информации заставляет разработчиков искать методы приёма информации при низком отношении сигнал/шум. В ряде случаев для уменьшения потерь информации целесообразно проектировать работу системы связи, не рассчитывая на использование специальных синхроставок, а принимая в расчёт только специфику принимаемого сигнала. Это накладывает ограничения на выбор системы обнаружения сигнала, которую необходимо проектировать исходя из предлагаемых условий [1, 2].

Здесь предлагается метод обнаружения сигнала на фоне шума, основанный на учёте различия закона распределения аддитивного белого гауссовского шума (БГШ) и принимаемого сигнала.

Запишем принимаемый сигнал в виде [3]:

$$z(t) = \gamma s(t) + n(t), \quad (1)$$

где  $s(t)$  – передаваемый сигнал,  $n(t)$  – белый гауссовский шум, а  $\gamma = \overline{0; 1}$  – индикатор наличия сигнала.

Отсчёты сигнала и шума с выхода квадратурного расщепителя приёмника обозначим  $s$  и  $n$  соответственно.

Плотность распределения вероятностей  $s$  и  $n$ :

$$w(n) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(n-m_n)^2}{2\sigma^2}}, \quad (2)$$

$$w(s) = \frac{\delta(s-h)}{2} + \frac{\delta(s+h)}{2}, \quad (3)$$

$h$  – амплитуда  $s(t)$ .

В (3) предполагается, что в канале используется модуляция противоположными сигналами и отсутствуют квадратурные искажения.

Очевидно, что плотность распределения  $w(z)$  для  $z(t)$  отличается от  $w(n)$  тем больше, чем выше отношение сигнал/шум.

Исходя из (1), (2) и (3), найдём  $w(z)$  при  $m_n = 0$ :

$$w(z) = \int_{-\infty}^{\infty} w(s) w(z-s) ds = \int_{-\infty}^{\infty} \left( \frac{\delta(s+h)}{2} + \frac{\delta(s-h)}{2} \right) \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(z-s)^2}{2\sigma^2}} ds = \frac{1}{2\sqrt{2\pi\sigma^2}} \left( e^{-\frac{(z+h)^2}{2\sigma^2}} + e^{-\frac{(z-h)^2}{2\sigma^2}} \right) \quad (4)$$

В качестве признака наличия или отсутствия сигнала удобно выбрать соотношение моментов плотности распределения, т.к. оно не зависит от абсолютного уровня принимаемого сигнала [4].

Известно [5], что эксцесс  $\varepsilon = \frac{M_4}{M_2^2} - 3$

для нормального распределения равен 0. Здесь  $M_2$  – второй центральный момент распределения;  $M_4$  – четвёртый центральный момент распределения.

Найдём эксцесс распределения  $w(z)$ . Четвёртый момент

$$M_4 = \overline{(s+n)^4} = \overline{s^4} + 4\overline{s^3 n} + 6\overline{s^2 n^2} + 4\overline{s n^3} + \overline{n^4}. \quad (5)$$

Так как случайные величины  $s$  и  $n$

и их степени независимы, то матожидание их произведения равно произведению их матожиданий.

Учитывая, что  $m_n = 0$ ,  $\overline{s^2} = h^2$ ,  $\overline{s^4} = h^4$ , и что для  $n$ , распределенного по нормальному закону,  $\overline{n^3} = 0$ , а  $\overline{n^4} = 3\sigma^4$ , перепишем (5) в следующем виде:

$$M_4 = h^4 + 6h^2\sigma^2 + 3\sigma^4. \quad (6)$$

Второй момент

$$M_2 = h^2 + \sigma^2, \quad (7)$$

т.к. дисперсия суммы некоррелированных случайных величин равна сумме дисперсий слагаемых.

Учитывая (6) и (7), найдём эксцесс  $\varepsilon_z$  распределения  $w(z)$ :

$$\varepsilon_z = \frac{h^4 + 6h^2\sigma^2 + 3\sigma^4}{(h^2 + \sigma^2)^2} - 3. \quad (8)$$

Из (8) следует, что  $\varepsilon_z$  зависит от отношения сигнал/шум  $\rho = \frac{h^2}{\sigma^2}$ :

$$\varepsilon_z = \frac{\rho^2 + 6\rho + 3}{(\rho + 1)^2} - 3 = -2 \frac{\rho^2}{(\rho + 1)^2} = -2 \left( \frac{\rho}{\rho + 1} \right)^2. \quad (9)$$

Некоторые значения эксцесса, полученные по формуле (9), представлены в таблице 1.

Табл. 1. Зависимость  $\varepsilon_z$  от отношения  $\rho$

|                     |   |         |      |         |          |
|---------------------|---|---------|------|---------|----------|
| $\rho$              | 0 | 0,5     | 1    | 2       | $\infty$ |
| $\varepsilon_{z,c}$ | 0 | -0,2(2) | -0,5 | -0,8(8) | -2       |

При обнаружении сигнала возможны два неблагоприятных исхода: ложное обнаружение, когда сигнала нет, а обнаружитель фиксирует наличие сигнала – и пропуск сигнала, когда сигнал есть, а обнаружитель фиксирует отсутствие сигнала. Обозначим вероятность ложного обнаружения  $\beta$ , а вероятность пропуска сигнала  $\alpha$ . Воспользуемся критерием Неймана–Пирсона, который предполагает наличие некоторого порога, относительно которого минимизируется вероятность пропуска сигнала при фиксированной вероятности ложного обнаружения [3,6,7].

В качестве порога введём величину  $\varepsilon_{\text{пор}}$ , изменяющуюся в пределах от 0 до -2.

В процессе передачи сигнала значение эксцесса возможно определить лишь с некоторой погрешностью, по статистическим данным, полученным приёмником, поэтому введём понятие выборочного эксцесса распределения смеси сигнала с шумом и обозначим его  $\hat{\varepsilon}_z$ . Значение  $\hat{\varepsilon}_z$  будем определять через выборочные значения второго и четвёртого моментов:

$$\hat{\varepsilon}_z = \frac{\hat{M}_4}{\hat{M}_2^2} - 3, \quad (10)$$

где  $\hat{M}_2 = \frac{\sum z_i^2}{N}$ ,  $\hat{M}_4 = \frac{\sum z_i^4}{N}$ ,  $N$  – объём выборки.

Таким образом, решающее правило обнаружения можно записать в следующем виде:

$$\hat{\gamma} = \begin{cases} 1, & \hat{\varepsilon}_z \leq \varepsilon_{\text{пор}} \\ 0, & \hat{\varepsilon}_z > \varepsilon_{\text{пор}} \end{cases}. \quad (11)$$

Следовательно,

$$\alpha = P(\hat{\gamma} = 0 | \gamma = 1),$$

$$\beta = P(\hat{\gamma} = 1 | \gamma = 0). \quad (12)$$

Для выявления качественных характеристик обнаружителя было проведено статистическое имитационное моделирование (СИМ) при различном отношении сигнал/шум и различном количестве отсчётов принимаемого сигнала  $N$  на интервале анализа и вынесения решения.

Моделирование проводилось следующим образом. Сначала генерировалась последовательность в  $N = 100; 500; 900$  элементов сигнала и такая же последовательность элементов шума, после чего проводилось их сложение.

Полученная последовательность попадала на обработку, в которой находилось выборочное значение эксцесса. Оно сравнивалось с заранее заданным пороговым значением. При величине эксцесса выше порога первый счётчик прибавлял единицу к текущему значению.

Та же последовательность шума (без сигнала) направлялась на другую ветвь обработки, в которой выполнялись те же операции вычисления эксцесса. Полученное во второй ветви значение эксцесса сравнивалось с тем же порогом, что и в первой ветви обработки. Если полученное значение оказывалось ниже порога, второй счётчик прибавлял единицу к своему текущему значению. Данные операции проводились 10000 раз для каждого порогового значения. Полученные значения в счётчиках делились на 10000. Так были получены искомые значения оценок вероятностей  $\alpha$  и  $\beta$ .

В результате были получены следующие зависимости вероятностей  $\alpha$  и  $\beta$  от порогового уровня обнаружителя  $\epsilon_{пор}$  (рис. 1, рис. 2, рис. 3.). На рис.1 параметр  $\rho=1$ .

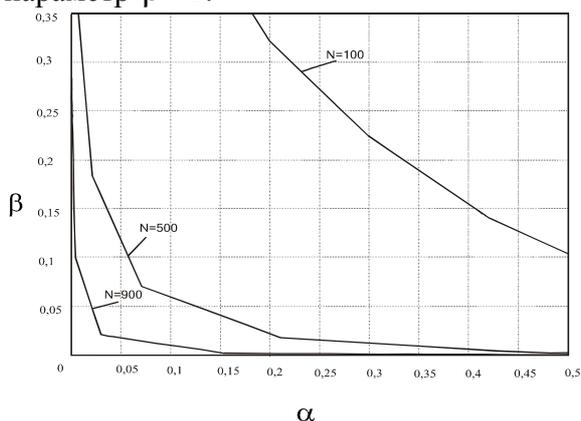


Рис. 1. Характеристики помехоустойчивости обнаружителя при отношении сигнал/шум, равном 1 (в линейном масштабе).

Для наглядности, эти же зависимости представлены на рис. 2 в логарифмическом масштабе.

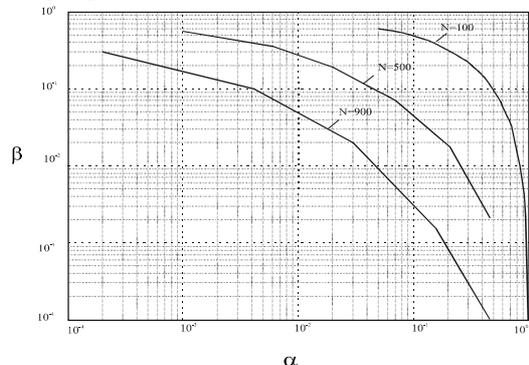


Рис. 2. Характеристики помехоустойчивости обнаружителя при отношении сигнал/шум, равном 1 (в логарифмическом масштабе).

Характеристики, полученные для отношения  $\rho=2$ , представлены на рис. 3.

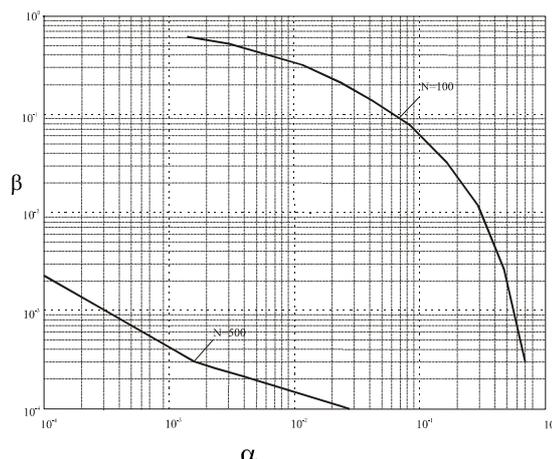


Рис. 3. Характеристики помехоустойчивости обнаружителя при отношении сигнал/шум, равном 2 (в логарифмическом масштабе).

Анализ рис. 2 и рис. 3 позволяет сделать выводы:

1.  $\epsilon_z$  – величина случайная, и она приближается к  $\epsilon_z$  с увеличением отношения сигнал/шум и увеличением  $N$ . При необходимости можно найти компромисс между отношением сигнал/шум и объёмом выборки  $N$ .

2. Вероятности ложного обнаружения и пропуска сигнала уменьшаются с увеличением отношения сигнал/шум, что подтверждает результат, полученный в (9).

3. Вероятности ложного обнаружения и пропуска сигнала уменьшаются с увеличением объёма выборки, что эквивалентно увеличению задержки в принятии решения обнаружителем.

### Библиографический список:

1. Финк Л. М. Теория передачи дискретных сообщений. – М.: Советское радио, 1970. – 728 с.
2. Николаев Б. И. Последовательная передача дискретных сообщений по непрерывным каналам с памятью. – М.: Радио и связь, 1988. – 262 с.
3. Сосулин Ю. Г. Теория обнаружения и оценивания стохастических сигналов. – М.: Советское радио, 1978. – 320 с.
4. Некоторые проблемы

обнаружения сигнала, маскируемого флюктуационной помехой/ Под ред. И.И. Шнер. – М.: Советское радио, 1965.–264 с.

5. Вентцель Е. С., Овчаров Л. А. Теория вероятностей и её инженерные приложения. – М.: Наука, 1988. – 480 с.

6. Теория обнаружения сигналов/ Под ред. П.А. Бакута. – М.: Радио и Связь, 1984. – 440 с.

7. Ван Трис Г. Теория обнаружения, оценок и модуляции Том I Нью-Йорк, 1968. Пер, с англ., под ред. проф. В. И. Тихонова М., «Советское радио», 1972, 744 с.

### References

1. L.M.Fink “Discrete messaging theory” – Moscow, Soviet radio, 1970. – p.728.

2. B.I.Nikolaev “Serial transfer of discrete messages via memory channels” –

Moscow, Radio and communication, 1988. – p.262.

3. Y.G.Sosoolin “Detection and estimation theory of stochastic signals” – Moscow, Soviet radio, 1978. – p.320.

4. I.I.Shner “Some problems of signal detection masked by fluctuating disturbance” – Moscow, Soviet radio, 1965. – p.264.

5. E.S.Ventsel, L.A.Ovcharov “Probability theory and its engineering application” – Moscow, Science, 1988 – p.480.

6. P.A.Bakuta “Signal determination theory”, Moscow, Radio and communication, 1984 – p.440.

7. G.Van Tris “Determination, estimation and modulation theory”, volume I, New-York, 1968 translated by V.I.Tikhonov, Moscow, Soviet radio, 1972 – p.744.

## SIGNAL DETECTION VIA CHANNELS WITH IOW ENERGY

© 2010 R.R. Khalilov

Samara Space Center “TsSKB-Progress”, Samara

This article contains signal detection algorithms based on statistical characteristics application of received signal.

*Signal, delection, low energy channel, excess.*

### Информация об авторе

**Халилов Ринат Рашидович**, Заместитель начальника Центра получения и обработки информации «Самара», Электронная почта: [halilovr82@mail.ru](mailto:halilovr82@mail.ru). Область научных интересов: цифровая обработка сигналов.

**Khalilov Rinat Rashidovich**, Deputy Head of Samara Ground Center of data acquisition and processing, E-mail: [halilovr82@mail.ru](mailto:halilovr82@mail.ru). Field of research: Digital signal processing