

УДК 629.785

## МЕТОДЫ ОПТИМИЗАЦИИ ПРОЕКТНО-БАЛЛИСТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ОКОЛОЗЕМНЫХ И МЕЖПЛАНЕТНЫХ КА С ЭЛЕКТРОРЕАКТИВНЫМИ ДВИГАТЕЛЯМИ МАЛОЙ ТЯГИ

© 2010 В.В. Салмин, С.А. Ишков, О.Л. Старинова, В.В. Волоцуев, М.Ю. Гоголев, Г.А. Коровкин, К.В. Петрухина, И.С. Ткаченко, А.С. Четвериков

Самарский государственный аэрокосмический университет

Излагаются методы проектно-баллистической оптимизации космических операций с электрореактивными двигателями малой тяги. Приводятся математические постановки и методы решения задач оптимизации околоземных манёвров и межпланетных перелетов. Рассматриваются особенности используемых математических моделей задач оптимизации. Приведены результаты решения серии прикладных задач для различных классов космических аппаратов, осуществляющих манёвры с двигателями малой тяги.

*Космический аппарат с электрореактивным двигателем, малая тяга, оптимальное управление, приближённые методы, геоцентрические манёвры, межпланетные перелёты*

Проблема повышения эффективности транспортных операций и режимов управления орбитами космических аппаратов (КА) в настоящее время приобретает особую актуальность.

Одним из возможных путей решения этой проблемы является использование двигательных систем, основанных на новых физических принципах. К таким системам относятся электрореактивные двигатели (ЭРД) малой тяги, использующие принцип ускорения заряженных частиц рабочего тела в электростатических или электромагнитных полях. Высокая скорость истечения рабочего тела (15-30 км/с) обеспечивает значительно меньший расход рабочего тела по сравнению с двигателем на химическом топливе. Однако перелёты с малой тягой (ускорение от тяги составляет  $0.1-1\text{мм/с}^2$ ) в «сильных» гравитационных полях достаточно продолжительны и требуют от нескольких недель до десятков месяцев [1,2]. Видимо, при оптимизации баллистических схем подобных перелётов необходимо искать компромисс между массой полезной нагрузки и продолжительностью

перелёта – основными критериями эффективности.

При решении прикладных задач необходимо рассматривать в совокупности проблемы оптимизации траекторий и законов управления движением, а также выбора оптимальных соотношений масс основных компонентов КА с электрореактивным двигателем (ЭРД) и солнечной или ядерной энергетической установкой [3,4].

Главное направление теоретических исследований в области динамики космических перелётов с малой тягой (МТ) - развитие аналитических и численных методов поиска оптимальных траекторий с учётом дополнительных факторов и ограничений в математических моделях движения и управления КА.

Усложнение математической модели движения КА ведёт к появлению новых трудностей в решении задач оптимизации. По сути дела, происходит сужение класса допустимых траекторий и управлений. В этих условиях существенно возрастает значение приближённых методов оптимизации и информационно-вычислительных технологий.

Приближённые методы расчета оптимальных перелётов с малой тягой и результаты решения серии прикладных задач были изложены в работах [5-10]. В настоящей статье развивается методический подход к решению задач синтеза проектно-баллистических характеристик космических аппаратов с электрореактивными двигателями малой тяги и описываются результаты решения новых прикладных задач.

## 1 Методический подход к решению задачи совместной оптимизации траекторий и проектных параметров космического аппарата с двигателем малой тяги

### 1.1 Математическая постановка задачи

Сформулируем проблему совместной оптимизации баллистических параметров  $b$ , управлений  $u(t)$ , траекторий  $x(t)$  динамического манёвра и проектных параметров  $p$  КА с двигателем малой тяги, а также с комбинированной двигательной установкой, сочетающей двигатели большой и малой тяги.

Под динамическим манёвром  $z$  понимается переход КА из начального состояния  $x(t_0) = x_0$  в конечное многообразие  $x(t_k) \in X_k$ . Вектор баллистических параметров манёвра определяет схему и продолжительность манёвра, начальное  $X_0$  и конечное  $X_k$  многообразия, а также внешние условия и ограничения.

Общей задачей совместной оптимизации будем называть задачу отыскания проектных параметров  $\bar{p} \in P$ , баллистических параметров  $\bar{b} \in B$  и совокупности функций  $\bar{u}(t, x, z)$ ,  $\bar{x}(t, z)$  из множества допустимых  $D$ , обеспечивающих реализацию диапазона динамических манёвров  $Z$  при минимальном (максимальном) значении заданного критерия оптимальности  $m$ .

Цель космической миссии определяет граничные условия перелёта:

$$\begin{aligned} \bar{r}(0) &= \bar{r}_0, & \bar{r}(T_1) &= \bar{r}_k, & \bar{r}(T_1') &= \bar{r}_k, \\ \bar{r}(T_2) &= \bar{r}_0, \\ \bar{V}(0) &= \bar{V}_0, & \bar{V}(T_1) &= \bar{V}_k, & \bar{V}(T_1') &= \bar{V}_k, \\ \bar{V}(T_2) &= \bar{V}_0, \\ M(0) &= M_0, \\ M(T_1) &= M_0 - M_{XPB} - M_{PTXPB} - M_{PT1}, & (1.1) \\ M(T_1') &= M(T_1) - M_{PH}, \\ M(T_2) &= M(T_1) - M_{PH} - M_{PT2}. \end{aligned}$$

Здесь через  $T_1'$  обозначено время начала обратного перелёта ( $T_1' > T_1$ ), если миссия предусматривает возвращение КА (или его части) на орбиту старта.

Для решения задачи управления движением КА используется модель, учитывающая динамику движения относительно центра масс, ограничения на ориентацию вектора тяги, зависимость тяги двигателя от расстояния КА до Солнца и от ориентации солнечных батарей, влияние несферичности Земли и сопротивления верхних слоев атмосферы, влияние гравитационных полей Солнца и планет и другие факторы [6,10]:

$$\begin{aligned} \frac{d\bar{r}}{dt} &= \bar{V}; & \frac{d\bar{V}}{dt} &= \bar{a} + \bar{g} + \bar{f} = \frac{P}{m} \bar{d} \cdot \bar{e} + \bar{g} + \bar{f}; \\ \frac{d\bar{w}}{dt} &= I_0^{-1} (\bar{M}_{en} - \bar{w} \times I_0 \bar{w}); \\ \frac{d\bar{e}}{dt} &= \bar{w} \times \bar{e}; \\ \frac{dm}{dt} &= -(q + q_{унр}) = - \left\{ \frac{P}{c} \bar{d} + q_{унр} \bar{d}_{унр} \right\} \end{aligned} \quad (1.2)$$

Здесь  $\bar{r}$  - вектор положения центра масс;  $\bar{a}$ ,  $\bar{g}$ ,  $\bar{f}$  - векторы реактивного, гравитационного и возмущающих ускорений;  $P = c \cdot q$  - тяга маршевого двигателя;  $\bar{e}$  - единичный вектор направления тяги;  $\bar{d}$  - функция включения-выключения и реверса тяги маршевого двигателя;  $q_{унр}$  и  $\bar{d}_{унр}$  - секундный расход и функция включения-выключения управляющего двигателя;  $\bar{w}$  - вектор угловой скорости;

$I_0 = I_0[m(t)] = I_0(t)$  - матрица тензора инерции,  $M_{\text{вн}}$  - главный момент внешних сил, включая управляющие моменты.

Начальную (стартовую) массу КА представим как сумму масс отдельных частей аппарата, определяемых по функциональным признакам [3]:

$$M_0 = M_{\text{ПН}} + M_{\text{ЭУ}} + M_{\text{ДУ}} + M_{\text{СПХ}} + M_{\text{РТ1}} + M_{\text{РТ2}} + M_{\text{К}} + M_{\text{ХРБ}} + M_{\text{ТХРБ}} \quad (1.3)$$

Здесь  $M_{\text{ПН}}$  - масса полезной нагрузки;  $M_{\text{ЭУ}}$  - масса энергоустановки;  $M_{\text{ДУ}}$  - масса электрореактивной двигательной установки;  $M_{\text{СПХ}}$  - масса системы подачи и хранения рабочего тела;  $M_{\text{РТ1}}$  - масса рабочего тела на прямой перелёт;  $M_{\text{РТ2}}$  - масса рабочего тела на обратный перелёт;  $M_{\text{К}}$  - масса конструкции;  $M_{\text{ХРБ}}$  - масса разгонного блока, использующего обычные двигатели большой тяги;  $M_{\text{ТХРБ}}$  - масса топлива химического разгонного блока.

Массы отдельных компонентов КА зависят от проектных параметров. Обычно эти зависимости представляются с помощью соответствующих удельных массовых характеристик  $a_{\text{ЭУ}}$ ,  $g_{\text{ДУ}}$ ,  $g_{\text{СПХ}}$ ,  $g_0$ ,  $g_{\text{К}}'$ ,  $g_{\text{К}}''$  [3]:

$$\begin{aligned} M_{\text{ЭУ}} &= a_{\text{ЭУ}} \cdot N, \\ M_{\text{ДУ}} &= g_{\text{ДУ}} \cdot (P + kP_{\text{упр}}), \\ M_{\text{СПХ}} &= g_{\text{СПХ}} \cdot M_{\text{РТ}}, \\ M_{\text{К}} &= g_0 \cdot M_0 + g_{\text{К}}' \cdot P + g_{\text{К}}'' \cdot N, \\ M_{\text{РТ}} &= \frac{P}{c} T_{\text{М}}. \end{aligned}$$

Здесь  $P$  - суммарная тяга маршевых двигателей;  $P_{\text{упр}}$  - суммарная тяга управляющих двигателей;  $T_{\text{М}}$  - «моторное» время;  $N$  - мощность энергоустановки, которая зависит от тяги двигателей и скорости истечения рабочего тела

$$N = \frac{Pc}{2} \cdot \frac{(1+c)}{h_{\text{Т}} h_{\text{ПЭ}}}, \quad (1.4)$$

где коэффициент  $c$  характеризует относительный расход рабочего тела

управляющими двигателями;  $h_{\text{Т}}$  - тяговый коэффициент полезного действия;  $h_{\text{ПЭ}}$  - КПД преобразователя энергии.

Масса конструкции химического разгонного блока (ХРБ) обычно задаётся, а масса топлива ХРБ определяется величинами «импульсов» скорости, потребными для перевода КА на промежуточную орбиту.

В качестве критерия оптимальности выберем начальную массу КА при фиксированной массе полезной нагрузки. Тогда критерий  $m$  может быть представлен в виде отношения  $m = M_0 / M_{\text{ПН}}$  (при фиксированной массе  $M_{\text{ПН}}$ ). Возможен также другой вариант, когда при фиксированной начальной массе максимизируется масса полезной нагрузки.

**Основная задача оптимизации** формулируется следующим образом: определить вектор проектных параметров  $\bar{p}$  из допустимого множества  $P$ , вектор параметров баллистической схемы перелёта  $b$  и вектор функций управления  $\bar{u}(t) \in U$ , доставляющие при заданной массе полезной нагрузки и заданной продолжительности перелёта  $T = T_1 + T_2$  минимум начальной массе КА, при выполнении граничных условий прямого и обратного перелётов (1.4):

$$M_0 = \min_{p \in P, u(t) \in U} M_0(\bar{p}, \bar{u}(t), T, M_{\text{ПН}}). \quad (1.5)$$

Проблема оптимизации обычно разделяется на две независимые [3-5]:

1) **динамическую** - нахождение оптимальных программ управления и получение динамической характеристики  $S$  прямого и обратного перелётов. Этим термином обычно обозначается мера энергетических затрат на управление траекторным и угловым движением КА, представленная в виде зависимости (в явной или неявной формах) от граничных условий и проектных параметров [10]. В качестве динамической характеристики обычно используется характеристическая скорость прямого и обратного перелёта

или моторное время полёта с двигателем малой тяги. При этом вклад в динамическую задачу суммарного импульса скорости химического разгонного блока учитывается изменением начальных условий перелёта, а расход топлива ХРБ учитывается при расчёте массы КА.

$$S(\bar{p}, \bar{x}_0, \bar{x}_K) = V_{XK}(\bar{u}_{opt}(t), \bar{p}, \bar{x}_0, \bar{x}_K) = \min[V_{XK1} + V_{XK2}] \quad (1.6)$$

Соответственно, оптимальные управления определяются методами теории оптимальных процессов [16]:

прямой перелёт

$$\bar{u}_{opt1}(t, p) = \arg \min_{\bar{u} \in U} V_{XK1}(\bar{u}, \bar{p}, \bar{x}_0, \bar{x}_K),$$

обратный перелёт

$$\bar{u}_{opt2}(t, p) = \arg \min_{\bar{u} \in U} V_{XK2}(\bar{u}, \bar{p}, \bar{x}_0, \bar{x}_K); \quad (1.7)$$

2) **параметрическую** - нахождение оптимальных проектных и баллистических параметров

$$(\bar{p}_{opt}, \bar{b}_{opt}) = \arg \min_{\bar{p} \in P, \bar{b} \in B} M_0[S(\bar{p}, \bar{x}_0, \bar{x}_K), \bar{p}, T, M_{III}], \quad (1.8)$$

$$M_{III} = fixe, \quad T = fixe.$$

Задача параметрической оптимизации решается методами математического программирования.

Как правило, назначение космического аппарата предусматривает выполнение не одной, а некоторого спектра задач, каждая из которых требует определённого запаса ресурсов (запасов рабочего тела, энергетических возможностей и т.п.) на её реализацию. Пусть для КА задан определённый диапазон динамических манёвров  $Z$ . Возникает задача выбора проектных параметров, универсальных для диапазона манёвров. Задача универсализации технической системы в терминах теории оптимальных покрытий [11] формулируется следующим образом: пусть каждому манёвру  $z$  из множества  $Z$  поставлены в соответствие два важнейших критерия: динамическая характеристика  $S$  и продолжительность манёвра  $T$ . Тогда вектор проектных параметров  $\bar{p}$  универсален для

множества  $Z$ , если:

- система с параметрами  $\bar{p}$  может выполнить любой манёвр  $z \in Z$ ;
- максимальная степень неоптимальности системы  $S(z, p)$  на множестве  $Z$  имеет минимальное значение при  $p = \bar{p}$ :

$$\bar{p} = \arg \min_{p \in P} \max_{z \in Z} r(z, p), \quad (1.9)$$

где степень неоптимальности  $r(z, p)$  задаётся в виде

$$r(z, p) = \frac{m(z, p, \bar{s}, \bar{T})}{\min_{p \in P} m(z, p, \bar{s}, \bar{T})}. \quad (1.10)$$

Функция  $r(z, p)$  есть мера проигрыша в критерии эффективности  $m(z, p, \bar{s})$  при отклонении вектора проектных параметров  $p$  от оптимального для манёвра  $z$  значения  $\bar{p}(z)$ . Алгоритм решения задачи проектной оптимизации сводится к двухэтапной схеме: на первом этапе для каждого манёвра  $z \in Z$  ищется оптимальная баллистическая схема, траектории и режимы управления движением, а также определяется динамическая характеристика  $S$  как функция граничных условий и проектных параметров. На втором этапе анализируется функция  $r(z, p)$  и определяется вектор универсальных параметров  $\bar{p}$  на всём диапазоне  $Z$ .

## 1.2 Многокритериальная оптимизация

Проектирование КА с ЭРДУ, как и любой сложной технической системы, требует применения нескольких критериев эффективности. В общем случае целью миссии является доставка заданной полезной нагрузки в определённую точку (область) пространства состояний при минимальной начальной (стартовой) массе. При этом, однако, требуется обеспечить минимальную продолжительность перелёта  $T_n$ , минимальное время пребывания в

радиационных поясах Земли  $T_{рад}$ , минимальное время нахождения КА с солнечной ЭРДУ в тени Земли  $T_{тен}$ , минимальную стоимость осуществления миссии  $C$ . Для низкоорбитальных космических аппаратов важным критерием является продолжительность активного функционирования  $T_{ф}$ . Таким образом, имеется несколько критериев, по которым оценивается эффективность проекта в целом.

Для перехода от многокритериальной задачи оптимизации к однокритериальной используются известные подходы: выбор главного критерия и перевод остальных в ограничения; свёртка критериев; метод рабочих характеристик; метод уступок и другие [12].

Наиболее распространённым приёмом в практике оптимизации космических перелётов является сведение задачи к двухкритериальной. Здесь в качестве первого критерия выступает стартовая масса КА (или отношение массы полезной нагрузки к стартовой массе), а в качестве второго критерия – моторное время или суммарная продолжительность перелёта. Результатом решения задачи оптимизации должна являться зависимость одного критерия от другого (аналог зависимости «эффективность – стоимость»), построенная для различных вариантов баллистических схем перелёта и режимов управления движением. Такая зависимость отображает множество «неулучшаемых» решений - множество Парето.

Если количество критериев больше двух, предлагается следующий подход: каждой точке паретовского множества ставятся в соответствие значения второстепенных критериев, не участвующих в схеме оптимизации, а затем исключаются решения, где эти второстепенные критерии не удовлетворяют заданным ограничениям.

Окончательный выбор предпочтительных вариантов осуществляется с помощью специальных

приёмов построения и анализа морфологических таблиц, которые содержат качественные и количественные параметры: альтернативы, критерии, технические ограничения, удобство практической реализации той или иной схемы перелёта.

### 1.3 Принцип расширения - сужения множества допустимых состояний и управлений

Как правило, во многих задачах оптимизации множество допустимых состояний и управлений  $D$  задаётся посредством некоторых условий, выделяющих его из более широкого множества  $E$ . Задачу оптимизации в этом случае можно решать на указанном более широком множестве  $E$  при некоторых дополнительных условиях. Идея принципа расширения состоит в том, что функционал доопределяется на более широком множестве  $E$  так, что наименьшее значение он принимает в  $D$ . Практически это означает, что путем отбрасывания некоторых связей, ограничений и граничных условий упрощается математическая постановка и вычислительная схема решения задачи оптимизации. Полученное решение «нулевого» приближения проверяется на принадлежность множеству  $D$ . Если условие принадлежности выполняется, то задача решена, а отброшенные связи и ограничения носили надуманный характер, необоснованно усложняя постановку задачи. Если условие принадлежности не выполняется, то полученное решение служит предельной оценкой функционала на расширенном множестве допустимых траекторий и управлений [13,14]. Такая оценка может оказаться полезной и содержательной на ранних стадиях исследования. Получение подобных решений связано с последовательной редукцией математической модели задачи оптимизации, и соответствующий метод предложено называть методом последовательных расширений [6]. Затем реализуется обратный процесс: полученное решение уточняется в ходе

итерационной процедуры, множество допустимых решений сужается до тех пор, пока не будут выполнены все условия и ограничения, описанные в первоначальной постановке задачи. По существу, здесь реализуется схема последовательных приближений, а полученные предварительно оценки позволяют охарактеризовать степень близости приближённого решения к абсолютно оптимальному на любой итерации. Такой подход к решению оптимизационных задач позволяет конструировать близкие к оптимальным режимы управления, удобные с точки зрения их практической реализации, в частности, в форме явных зависимостей управлений от текущих координат.

#### 1.4 Локально-оптимальные управления

Одним из приёмов расширения множества допустимых состояний и управлений является метод локальной оптимизации [15].

Локально-оптимальными управлениями в дальнейшем будем называть такие управления  $\tilde{u}(t, x)$ , которые минимизируют не функционал динамической задачи  $J$  (интегральный), а подынтегральное выражение, то есть производную  $\frac{dJ}{dt}$  в каждый момент времени. Очевидно, если подынтегральное выражение не меняет знака и представляет собой монотонную функцию, описанная постановка эквивалентна исходной.

Решение при этом получается в виде конечных соотношений, не содержащих неопределённые величины (сопряжённые переменные в методе Л.С. Понтрягина [16]). Для решения подобной задачи применяются классические методы (в случае, когда область переменных, на которой определено подынтегральное выражение, – открытое множество). Такой приём позволяет значительно снизить трудоёмкость решаемой задачи. В частности, он

применяется для синтеза оптимальных линейных систем автоматического управления и приводит к хорошо известной структуре линейного регулятора.

В общем случае синтез локально-оптимальных управлений не гарантирует абсолютного оптимума в исходной постановке задачи. Однако, существует класс задач, содержащих малый параметр (в частности, реактивное ускорение, создаваемое ЭРД), в которых локально-оптимальные управления тем ближе к оптимальным, чем меньше малый параметр, т.е. чем слабее корректирующее управление.

Этот результат был доказан и опубликован в работе [4], где были найдены локально-оптимальные управления для широкого класса задач механики полёта с малой тягой.

#### 1.5 Метод разбиения пространства состояний

Другой разновидностью принципа расширения является разбиение области  $X$  пространства состояний на локальные области, в каждой из которых применяются свои модели и методы отыскания оптимальных управлений [6]. Наиболее известным применением этого метода является использование классической теории сфер действия при расчете межпланетных перелётов. Разобьём область  $X$  на  $m$  подобластей  $X \subseteq X_1 \cup X_2 \cup \dots \cup X_m$ . Заменяем исходную двухточечную краевую задачу на последовательность переходов:  $x_0 \rightarrow x_1 \rightarrow \dots \rightarrow x_{m-1} \rightarrow x_K$ , где  $x_R = \{x_1, \dots, x_{m-1}\}$  – граничные условия промежуточных (нефиксированных) состояний:

$$x_1 \in X_1 \cap X_2, \dots, x_{m-1} \in X_{m-1} \cap X_m. \quad (1.11)$$

Таким образом, межорбитальный переход представим в виде последовательности более простых динамических манёвров с неизвестными координатами промежуточных точек и управлениями  $u_1(t), u_2(t), \dots, u_m(t)$ :

$$z_1 = \{x_0, x_1\}^T, \dots, z_m = \{x_{m-1}, x_K\}^T. \quad (1.12)$$

Функция управления для частного манёвра  $z_i$  определяется из условия минимума функционала  $J_i$ :

$$\tilde{u}_i = \arg \min_{(u,x) \in D_i} J_i(z_i, x, u), \quad (1.13)$$

где  $D_i \subseteq X \cup U$  - допустимая область управлений и состояний.

В результате получается динамическая характеристика манёвра  $z_i$ :

$$S_i = \min_{(u,x) \in D_i} J_i(z_i, x, u), \quad i = \overline{1, m}. \quad (1.14)$$

Затем реализуется процедура минимизации глобального критерия  $S = \sum_i S_i$  по координатам точек стыковки отдельных этапов перелёта.

### 1.6 Метод разделения переменных управляемого движения

При решении динамической задачи оптимизации в механике полёта с малой тягой в качестве модели движения часто используются уравнения в оскулирующих элементах. Эта модель наиболее удобна для упрощения методами асимптотического разделения переменных, описывающих движение, на быстрые и медленные компоненты [17]. Это обуславливается, во-первых, наличием в явном виде малого параметра - реактивного ускорения от тяги, которое меньше гравитационного на несколько порядков; во-вторых, присутствием циклической переменной - угловой координаты, характеризующей положение КА на орбите относительно линии узлов или перицентра.

Запишем уравнения движения в общем виде, придерживаясь общепринятых в задачах такого рода обозначений:

$$\dot{x} = aX(x, j, u(t)), \quad (1.15)$$

$$\dot{j} = w(x, j) + aY(x, j, u(t)),$$

где  $x$  - вектор так называемых «медленных» переменных размерности  $n$ ;

$a$  - малый параметр;  $j$  - быстрая скалярная переменная (фаза);  $u(t) \in U$  - вектор управлений размерности  $r$ .

В общем случае в управление могут входить как быстрые, так и медленные составляющие. В связи с этим задачу выбора оптимального управления удобно разделить на две: 1) определение локально-оптимального управления как функции быстрой переменной (выбор структуры управления на витке); 2) определение законов изменения параметров этой программы от витка к витку.

В итоге реализуется схема разделения управляющей функции на быстрые и медленные компоненты. Задача определения структуры управления на витке может выбираться из соображений локальной оптимальности.

Критерий оптимальности представим в следующем виде:

$$J = a \int_0^T F_0(x, u) dt. \quad (1.16)$$

Перейдём в системе (1.14) от времени  $t$  к быстрой переменной  $j$ , введём параметр  $t$  - так называемое «медленное» время,  $t = a \cdot t$ .

В соответствии с принципом максимума Понтрягина введем сопряжённую вектор-функцию  $y$  и запишем функцию Гамильтона

$$H = y^T (a w^{-1}(x, j) \cdot X(x, j, u(t)) + y_t \cdot a w^{-1}(x, j) - a w^{-1}(x, j) \cdot F_0(x, j, u)) = aF(x, j, y, u) \quad (1.17)$$

Определим локально-оптимальное управление  $\tilde{u}$  из условия максимума Гамильтониана на отрезке  $j \in [0, 2p]$  (на витке):

$$\tilde{u} = \arg \max_{u \in U} H(x, y, u, j) = \tilde{u}(\bar{x}, \bar{y}, j). \quad (1.18)$$

Запишем теперь исходную и сопряжённую системы и проведем затем процедуру усреднения исходной и сопряжённой систем по быстро

меняющейся переменной  $j$ .  
Усреднённая система уравнений будет иметь вид:

$$\begin{aligned} \frac{d\hat{x}}{dj} &= \frac{a}{2p} \int_0^{2p} w^{-1}(x, j) \cdot X\left(\hat{x}, j, \bar{u}\left(\hat{x}, \hat{y}, j\right)\right) dj, \\ \frac{d\hat{y}}{dj} &= \frac{a}{2p} \int_0^{2p} F_x(x, j) \cdot X\left(\hat{x}, j, \bar{u}\left(\hat{x}, \hat{y}, j\right)\right) dj, \\ \frac{dt}{dj} &= \frac{a}{2p} \int_0^{2p} w^{-1}(x, j) dj. \end{aligned} \quad (1.19)$$

Исходная оптимизационная задача, сводится, таким образом, к решению краевой задачи для системы (1.18), где присутствуют только медленные переменные.

### 1.7 Управление движением КА в условиях неопределённости

Во многих задачах управления математическая модель управляемой системы обладает неопределённостью, связанной с наличием возмущений, природа которых и их характеристики известны недостаточно.

Когда траектория КА мало отличается от расчётной, можно использовать алгоритмы, основанные на отслеживании номинальной траектории или программы управления. Если же отклонения велики или не удаётся заранее построить точную модель действующих возмущений, существенно изменяющихся в процессе полёта, целесообразно применять адаптивные алгоритмы управления.

Рассмотрим следующую модель возмущений

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}(t, x, \mathbf{s}, x(t, x)). \quad (1.20)$$

Здесь  $\mathbf{s} = \{\mathbf{s}_1, \mathbf{K}, \mathbf{s}_m\}$  - вектор уточняемых параметров модели возмущений, а символом  $x(t, x)$  обозначена совокупность величин, входящих в выражение для вектор-

функции  $\mathbf{v}$  и доступных измерению (измеряемые компоненты возмущений).

Выберем номинальный закон управления в параметрической форме из условия минимума функционала. Номинальная траектория рассчитывается по заданным начальным условиям и принятой априорной модели возмущений при базовом законе управления  $u^0(t, h_s^0)$ .

Поскольку на систему действуют возмущения, отличающиеся от принятой априорной модели, математическую модель движения следует периодически приводить в соответствие с измеренными ошибками вектора фазовых координат. Предложен следующий подход к решению задачи управления движением [18,19].

Разобьём отрезок  $[t_0, t_K]$  на равные интервалы продолжительностью  $\Delta t$ . В узловых точках  $t_b$  будем проводить уточнение математической модели движения и коррекцию параметров  $\{h_s\}$  закона управления. Навигационные измерения, проведённые на интервале  $(t_{b-1}, t_b)$ , позволяют определить ошибку фазовых координат

$$\Delta x^b = x(t_b) - x^{b-1}(t_b, u^{b-1}, \mathbf{s}^{b-1}). \quad (1.21)$$

Вектор  $\Delta x^b$  характеризует отклонение истинной траектории  $x(t)$  в момент  $t_b$  от «попадающей» траектории  $(b-1)$ -й приближения,  $x^{b-1}(t)$ , соответствующей закону управления  $u^{b-1}$  и модели возмущений  $\mathbf{v}^{b-1}$ , сформированным в  $(b-1)$ -й узловой точке.

По совокупности измеренных значений  $\{x_{k_{изм}}\}$  строится аналитическая аппроксимационная модель  $x_a^b(t)$ .

После построения аппроксимационной модели  $x_a^b(t)$  задача идентификации заключается в подборе вектора уточняемых параметров  $\mathbf{s}$  так, что бы измеренный в момент  $t_b$  вектор фазовых координат  $x(t_b)$  совпал с его



прогнозируемым значением  
 $x^{b-1}(t_b, u^{b-1}, x_a^b, S^b)$ .

Пусть в момент  $t = t_b$  известен вектор состояния  $\hat{x}(t_b)$ , а также построена апостериорная модель возмущений  $v^b(t)$ . Последняя строится либо на основе прямых измерений, либо в результате согласования «расчётного» и «фактического» движений.

Траекторию, определяемую уравнением

$$\begin{aligned} \dot{x}_{np}^b &= f(t, x_{np}^b, v^b, u), \\ x_{np}^b(t_b) &= \hat{x}_{np}(t_b), \quad t \in [t_b, t_K], \end{aligned} \quad (1.22)$$

назовём траекторией прогноза.

Если прогнозируемый вектор  $x_{np}^b(t_K)$  не принадлежит области допустимых  $X_K$ , то следует построить новую программу управления  $u = u^b(t)$ . Настройка алгоритма коррекции производится из условия минимума прогнозируемого конечного промаха, но так, чтобы  $x_{np}^b(t_K) \in X_K$ .

В простейшем случае можно считать, что модель  $v^b(t)$  сохраняется на всем оставшемся промежутке времени. Однако для повышения точности прогнозирования конечного промаха можно применить метод экстраполяции возмущений на оставшемся интервале  $(t_b, t_K)$ .

### 1.8 Вычислительные аспекты решения краевых задач

Решение краевой задачи, как известно, сводится к отысканию корней системы уравнений

$$z_j(t_K, y(t_0)) = 0, \quad j = \overline{1, m}, \quad (1.23)$$

где  $z(t_K, y(t_0)) = 0$  - векторная функция невязок, зависящая от значений сопряжённых множителей  $y(t_0)$  в начальный момент времени:

$$z(t_K, y(t_0)) = \begin{pmatrix} x(t_K) - x_K \\ y(t_K) - y_K \end{pmatrix}. \quad (1.24)$$

При решении задач оптимизации, требующих учёта условий трансверсальности на концах траектории, зависимость (1.24) может носить более сложный, нелинейный характер. Однако в любом случае функция невязок определяется в результате численного интегрирования уравнений движения КА при заданных начальных условиях и управлении. Задача оптимизации считается решённой, если определено начальное значение вектора  $y(t_0)$ , удовлетворяющее уравнению (1.24) с заданной погрешностью.

Функция невязок чувствительна к начальным значениям подбираемых параметров  $y(t_0)$  и имеет многоэкстремальный, «овражистый» характер. Одним из наиболее эффективных методов решения системы нелинейных уравнений (1.24) является модифицированный метод Ньютона с автоматической оценкой сходимости и изменением шага вычисления производных и ограничений на приращения [20].

Частные производные функции невязок, присутствующие в вычислительной схеме метода Ньютона, находятся путём  $n$ -кратного интегрирования системы с поочередным варьированием начальных значений  $y(t_0)$  по формуле правой разностной производной.

Для получения решений с различными значениями проектных параметров КА и граничными условиями перелётов разработан метод продолжения по параметру [7].

Пусть известно решение баллистической части задачи оптимизации для некоторого фиксированного вектора баллистических параметров перелёта  $\bar{b}_0$ , требуется найти решение задачи в той же постановке, но для других параметров перелёта  $\bar{b}^*$ . Допустим, что при небольшом отличии  $\bar{b}_0$  от  $\bar{b}^*$  решение задачи оптимизации и критерий оптимальности будут отличаться незначительно.

Разобьём отрезок от  $\bar{b}_0$  до  $\bar{b}_*$  на  $k$  частей и построим последовательность

$$\bar{b}_i = \bar{b}_0 + \frac{\bar{b}_* - \bar{b}_0}{k} i, \quad i = 1, \dots, k, \quad (1.25)$$

такую, что при  $i = 0$ ,  $\bar{b}_i = \bar{b}_0$ , а при  $i = k$ ,  $\bar{b}_i = \bar{b}_*$ . Так как задача оптимизации при  $\bar{b}_0$  решена, то известно начальное значение вектора подбираемых параметров  $\bar{y}_i = (\bar{x}^n(t_0), \bar{y}^n(t_0))$ . Если учитывать только линейную часть приращения вектора  $\bar{y}_i$  при изменении вектора проектно-баллистических параметров  $\bar{b}_i$  (только первую производную), то получим

$$\bar{y}(\bar{b}_{i+1}) = \bar{y}(\bar{b}_i) + A_i(\bar{b}_{i+1} - \bar{b}_i), \quad (1.26)$$

где  $A_i$  - матрица соответствующих частных производных, которая может быть вычислена по формуле

$$A_i = (\bar{y}(\bar{z}_i) - \bar{y}(\bar{b}_{i-1})) \cdot (\bar{b}_i - \bar{b}_{i-1})^{-1}. \quad (1.27)$$

Формулы (1.27), (1.28) используются в итерационной схеме решения задачи математического программирования.

используются в итерационной схеме решения задачи математического программирования.

используются в итерационной схеме решения задачи математического программирования.

### 1.9 Процедура последовательной оптимизации

Зададим последовательность математических моделей  $\{M^j\}, j = 1, 2, \dots$ , динамической задачи для конкретного манёвра  $z$  из подмножества  $Z$ . В рамках каждой из моделей  $M^j$  определим критерий оптимальности динамической задачи - функционал  $J(z, p, x, u, u)$ , а также множество допустимых траекторий и управлений  $D_j$  и получим динамическую характеристику манёвра  $S^{(j)}(z, p, u)$ . Здесь  $u$  - вектор неконтролируемых параметров, возникающих вследствие отбрасывания некоторых связей в математической модели задачи (методические факторы), а также неучтённые возмущения (неопределённые факторы). Вектор  $u$  в общем случае принадлежит некоторому множеству  $\Omega$ .

Получим некоторую последовательность значений

глобального критерия оптимальности:

$$\{m^{(j)}\} = \{m^{(j)}(z, p, S^{(j)}(z, p, u))\}, \quad j = 1, 2, \dots$$

и определим вектор оптимальных проектных параметров согласно выражению

$$\bar{p}^{(j)} = \arg \max_{p \in P_s} m(z, p, S^{(j)}(z, p, u)). \quad (1.28)$$

Процесс оптимального синтеза назовём устойчивым, если сколь угодно малым приращениям вектора проектных параметров соответствуют малые изменения критерия  $m$ . Процесс заканчивается, когда применение модели более высокого уровня не приводит к заметному изменению критерия оптимальности  $m$  и вектора проектных параметров  $\bar{p}$ .

В качестве первого приближения используются приближённо-оптимальные решения для упрощённых моделей, приближённый выбор проектных параметров, затем модель динамической задачи последовательно усложняется.

Влияние неконтролируемых факторов приводит к неопределённости динамической характеристики манёвра в пределах нижних и верхних границ её изменения  $S_H, S_B$ , которые, в свою очередь, определяются размерами области неопределённости  $\Omega$ . Поэтому сначала анализируются пределы изменения динамической характеристики  $S_H(z, p) \leq S(z, p, u) \leq S_B(z, p)$  и выбираются проектные решения  $j$ -го первого приближения  $\bar{p}_1^{(j)}, \bar{p}_2^{(j)}$ , соответствующие предельным оценкам  $S_H, S_B$ :

$$\begin{aligned} \bar{p}_1^{(j)} &= \arg \max_{p \in P} m(z, p, S_H(z, p)), \\ \bar{p}_2^{(j)} &= \arg \max_{p \in P} m(z, p, S_B(z, p)). \end{aligned} \quad (1.29)$$

Соответственно, получим и критерии оптимальности для двух вариантов решений:

$$m_1^{(j)} = m(z, p_1^{(j)}), \quad (1.30)$$

$$m_2^{(j)} = m(z, p_2^{(j)}).$$

Сравнение компонентов векторов  $\bar{p}_1^{(j)}$ ,  $\bar{p}_2^{(j)}$  и критериев  $m_1^j$ ,  $m_2^j$  позволяет установить влияние неопределённости на облик проектируемого объекта и показатели его эффективности.

По мере усложнения моделей, описывающих движение аппарата, необходимо уточнять и его проектную модель. Например, при учёте затрат на управление в уточнённой модели движения необходимо в проектной модели аппарата описывать не только массу, но и площадь и геометрические размеры солнечных батарей, зависимость энергоёмкости с панелей солнечных батарей от условий освещённости корабля на припланетных участках, деградацию их покрытия во время пребывания в радиационных поясах Земли и т.п. В результате поэтапно уточняется динамическая характеристика перелёта как мера затрат на его реализацию, зависящая от совокупности проектных, баллистических параметров и законов управления. Таким образом, процесс поиска оптимальных траекторий и проектных параметров КА носит итерационный характер, с каждой итерацией модель, описывающая систему, усложняется.

Выбранная последовательность моделей должна удовлетворять следующим требованиям:

- Результаты, полученные при оптимизации по  $n$ -ой модели, должны иметь самостоятельную ценность для различных этапов проектирования.
- Переход к более точной модели должен осуществляться наиболее простым способом, например, изменением одной фазовой координаты или ограничения.
- Результаты, полученные на  $j$ -ой модели, должны использоваться в качестве начального приближения для  $j+1$ -ой модели.
- Должны быть известны и согласованы точности моделей,

описывающих управляемое движение и проектный облик КА.

- Должен быть установлен критерий, при выполнении которого уточнение (и усложнение) моделей прекращается.

### 1.10 Информационно-вычислительная технология синтеза

Для повышения эффективности процедур поиска оптимальных решений разработана информационно-вычислительная система (ИВС), которая состоит из двух взаимосвязанных частей, предназначенных для решения проектной и динамической задач оптимизации. В её основании лежит база данных, автоматически заполняемая результатами решений, полученными в рамках различных моделей проектного облика и движения КА [7].

Работа ИВС начинается с описания цели динамического манёвра и ограничений на его баллистическую схему, определяющих множество допустимых фазовых координат  $X = \{\bar{x}(t_0), \bar{x}(t_i), \dots, \bar{x}(T)\}$ , выбора критериев оптимальности и определения последовательности моделей проектного облика и движения КА. Должно быть определено начальное приближение для векторов проектных и баллистических параметров.

Включённые в ИВС процедуры поиска позволяют в рамках выбранной  $j$ -ой модели найти решение, наиболее близкое по норме к требуемому. Если такое решение для  $j$ -ой модели не найдено, то система понижает уровень сложности модели и поиск повторяется. При понижении сложности до первого уровня решение задачи проводится по приближённым аналитическим зависимостям. Результаты этого решения в дальнейшем используются в качестве начального приближения.

После получения начального приближения решения, если требуется, осуществляется его уточнение с использованием процедур перемещения в

пространстве баллистических и проектных параметров, которые позволяют получать решение задач оптимизации при незначительном изменении одного или нескольких компонентов. Здесь формируется матрица коэффициентов влияния. Если точность модели движения не соответствует заданной, то осуществляется переход на модель следующего уровня.

При работе информационно-вычислительной системы база данных автоматически расширяется за счёт включения в неё всех решений, полученных в процессе «перемещений» в пространстве баллистических и проектных параметров и увеличении уровня сложности моделей. При достаточном количестве решений, полученных для данной модели движения, возможно использование режима обработки данных – получения или уточнения аппроксимационных зависимостей, связывающих критерий оптимальности и векторы баллистических и проектных параметров.

## **2 Результаты решения прикладных задач проектно-баллистической оптимизации космических перелётов с малой тягой**

Описанные выше методический подход, методы и вычислительные схемы позволили получить решения серии прикладных задач.

### **2.1 Оптимизация межпланетного перелёта к Марсу автоматического КА с солнечным электрореактивным двигателем [21,22].**

Задача оптимизации решалась итерационным методом, основанном на разбиении фазового пространства и использовании последовательности усложняющихся моделей. На первом этапе баллистические и проектные параметры определялись по приближённым аппроксимационным моделям; затем решалась серия вариационных задач оптимизации траекторий плоских гелиоцентрических

перелётов с переменной тягой; далее проводилась оптимизация планетоцентрических участков перелётов и производился расчёт семейства гелиоцентрических траекторий с учётом эллиптичности и некомпланарности орбит планет для различных типов граничных условий; на заключительном этапе выбирались оптимальные даты старта и проектные параметры КА. Из рассмотренного периода с 2009г. по 2019г. оптимальные даты старта лежат в окрестности 24.07.2017, продолжительность перелёта при этом составляет 350 суток. Оптимальные проектные параметры: потребная тяга блока ЭРД составляет 4.0 Н, скорость истечения 70 км/с (такие параметры можно реализовать, используя связку из восьми двигателей типа СПД-200). При массе КА на орбите старта 5380 кг конечная масса на ареоцентрической орбите составляет 3370 кг, полезная нагрузка при этом превышает 1500 кг.

Применение итерационной схемы решения задачи с последовательным усложнением проектных и баллистических моделей позволило существенно повысить эффективность процедуры поиска проектных решений, т.к. основные параметры, определяющие проектный облик КА, удалось получить уже на второй итерации. Последующие итерации показали возможность уменьшения суммарного расхода рабочего тела примерно на 8% (около 170 кг).

### **2.2 Многокритериальный синтез баллистических схем межпланетных перелётов [23,24].**

Рассматривается задача синтеза баллистических схем межпланетных перелётов методами многокритериальной оптимизации. Основными критериями оптимальности являются: суммарная продолжительность перелёта, состоящего из припланетных и гелиоцентрических участков, стартовая масса КА на околоземной орбите, стоимость осуществления миссии, надёжность транспортного модуля. Сравнимые

варианты осуществления перелёта предполагают использование: только двигателей малой тяги; химических разгонных блоков и их комбинации с ЭРД; гравитационного манёвра у Луны с целью обеспечения требуемого вектора гиперболического избытка скорости. Рассматривались также варианты вывода КА на опорную околоземную орбиту с помощью ракет-носителей различного класса («Союз-2», «Протон»). В качестве химических разгонных блоков (ХРБ) может быть использован ХРБ «Фрегат», а также перспективный разгонный блок с улучшенными энергетическими характеристиками. Структура электрореактивного транспортного модуля предполагает как использование хорошо отработанных стационарных плазменных двигателей СПД-100, так и ЭРД увеличенной тяги (СПД-140, СПД-200). В качестве источника энергии для ЭРДУ рассматривались как солнечные батареи с фотоэлементами из традиционного кремния, так и современные батареи пакетного типа с фотоэлементами из арсенида галлия.

На этапе предварительной оценки альтернативных баллистических и проектных схем перелета используется метод линейной свёртки критериев, приведённых к относительным значениям. Для сравнения альтернатив используется метод морфологического анализа, основанный на построении морфологической таблицы, в которой перечисляются все основные элементы, описывающие миссию в целом (параметры баллистической схемы полёта, траектории, возможности ракет-носителей и разгонных блоков, проектные параметры межпланетного аппарата и его энергодвигательной системы).

Анализировались варианты доставки полезной нагрузки с околоземной орбиты на орбиту спутника Марса. В зависимости от массы полезной нагрузки выбирался класс ракеты-носителя. Затраты на осуществление проекта определялись на основе известных статистических данных и

аппроксимационных формул. Неотъемлемым элементом построения схемы морфологического анализа являлось решение проектно-баллистической задачи оптимизации (выбор баллистической схемы полёта, траекторий и дат старта). Надёжность осуществления миссии оценивалась на основе методик, принятых в проектных организациях. Анализ морфологической таблицы, построенной по результатам расчётов, позволил выделить следующие классы перелётов: 1) перелёт с доставкой максимальной массы полезной нагрузки; 2) перелёт наименьшей продолжительности; 3) перелёт с наименьшими затратами. В качестве примера рассматривался вариант доставки массы полезной нагрузки, превышающей 836 кг, с длительностью перелёта менее 600 суток, предельной стоимостью осуществления миссии 180 млн. долларов и минимального уровня надёжности 0.7.

На основании серии расчётов построено множество неулучшаемых решений (множество Парето) в координатах: масса полезной нагрузки – продолжительность перелёта. Комплексная оценка миссии с учётом всех указанных критериев отображалась с помощью лепестковых диаграмм. В результате анализа остались три конкурентоспособных варианта, в которых используется ракета-носитель «Союз-2», разгонный блок «Фрегат», блок ЭРДУ на основе двигателей СПД-100, солнечные батареи на основе арсенида галлия, а баллистическая схема может предусматривать осуществление гравитационного манёвра у Луны, набор гиперболической скорости у Земли целиком за счет ХРБ «Фрегат», а также формирование промежуточной высокоэллиптической орбиты с помощью ХРБ «Фрегат» с дальнейшим доразгоном и перелётом с помощью блока ЭРДУ.

### 2.3 Оптимизация перелетов с малой тягой в системе Земля-Луна [25,26].

Проектно-баллистическая

оптимизация перелётов между околоземными и селеноцентрическими орбитами проводится в рамках ограниченной задачи трёх тел. Пространственное движение космического аппарата с двигателем малой тяги описывается в комбинированной барицентрической системе координат. В качестве критериев оптимальности используется минимальная длительность перелёта или минимальный расход рабочего тела. Рассматривается частный случай постановки задачи, когда проектные параметры КА выбраны и оптимизируются только траектории и законы управления движением. Решение динамической задачи оптимизации в рамках формализма принципа максимума Понтрягина сводится к шестипараметрической краевой задаче, решение которой связано со значительными вычислительными трудностями. Здесь удобнее реализовать подход, связанный с использованием последовательности усложняющихся моделей, допускающий переходы между моделями при непрерывном изменении баллистических параметров, т.е. описанный выше численный метод продолжения по параметру. В качестве исходной модели «нулевого приближения» используется модель «плоского» движения КА без учёта притяжения Луны. Здесь в качестве начальных приближений для значений сопряжённых множителей используются результаты решения задачи перелёта между круговыми компланарными орбитами с нефиксированной угловой дальностью, порядок краевой задачи снижается до трёх. На следующей итерации осуществляется непрерывное изменение гравитационного параметра Луны от нуля до конечного значения и производится переход к модели круговой ограниченной задачи трёх тел с нефиксированной угловой дальностью. На следующем этапе вводится условие достижения требуемой угловой дальности, т.е. приведения КА в окрестность Луны. Краевая задача

становится четырёхпараметрической. Оптимальное управление определяется методом перемещения по параметру.

Если минимизируется расход рабочего тела при фиксированной продолжительности перелёта, управляющими функциями являются не только углы ориентации вектора тяги, но и функция включения-выключения двигателя. Следующая модель в указанной последовательности сводится к пространственной ограниченной круговой задаче трёх тел и шестипараметрической краевой задаче. Подобная методика позволяет существенно упростить процедуру подбора начальных значений сопряжённых переменных и получать решения для различных граничных условий перелёта.

Решение системы нелинейных уравнений, к которым сводится шестипараметрическая краевая задача, осложняется многоэкстремальным овражистым характером функции невязок. Здесь используется модифицированный метод Ньютона с автоматической оценкой сходимости, изменением шага вычисления производных и ограничений на приращения. Влияние значений проектных параметров на результат решения динамической задачи учитывается с помощью матриц коэффициентов влияния.

Моделирование движения осуществлялось для космического аппарата – аналога исследовательского КА Европейского космического агентства Smart 1, начальная масса равнялась 400 кг, скорость истечения – 15 км/с, тяга – 0,1 Н. Моделировалась задача достижения окрестности Луны с пролётом на угловом расстоянии 5 градусов. После достижения окрестности Луны двигатель выключался. Конечная скорость относительно Луны была такова, что после вхождения в сферу действия Луны осуществлялся захват КА её гравитационным полем. Заключительный этап манёвра состоял в формировании селеноцентрической

орбиты с заданными параметрами. Здесь удобно применять локально-оптимальные законы управления эксцентриситетом, наклоном и периодом обращения селеноцентрической орбиты. Длительность перелёта составила 39-45 суток при радиусе орбиты старта 100000 км, расход рабочего тела – 22,8 кг.

#### 2.4 Оптимизация проектно-баллистических характеристик многоорбитального межорбитального транспортного аппарата [27-29].

Межорбитальные транспортные аппараты (МТА) с электрореактивной двигательной установкой (ЭРДУ) предназначены для доставки различных полезных грузов на удалённые орбиты. Они характеризуются значительными размерами и массой, а продолжительность активного участка межорбитального перелёта такого аппарата чрезвычайно высока (150-400 сут.). При оптимизации проектно-баллистических характеристик МТА возникает проблема взаимосвязи параметрической и динамической задач.

Задачи баллистической и проектной оптимизации могут решаться с использованием моделей различной степени точности. Обычно на начальном этапе оптимизации МТА представляется точкой переменной массы с «идеальным» и «бесплатным» управлением вектора тяги. На последующих этапах используются более сложные модели, учитывающие угловое движение МТА, дополнительные ограничения на проектные параметры, траектории, режимы управления.

Реализация перелётов между некомпланарными околоземными орбитами возможна с помощью двух типов энергоустановок: солнечной и ядерной. Надёжные и экологически чистые солнечные энергоустановки имеют однако чрезмерно большую площадь панелей (200-400 м<sup>2</sup>) даже при использовании высокоэффективных фотопреобразователей на основе GaAs. Ядерные энергоустановки мегаваттного

класса [30] обладают такими преимуществами как независимость вырабатываемой мощности от освещённости орбиты, ориентации КА и удалённости КА от Солнца. К недостаткам ядерных энергоустановок (ЯЭУ) нужно отнести повышенное требование к обеспечению безопасности во время перелёта. Кроме того, компоновка с ЯЭУ предусматривает вытянутую форму аппарата с максимальной удалённостью реактора от зоны полезной нагрузки. Это, в свою очередь, существенно увеличивает момент инерции МТА относительно нормальной оси и требует дополнительной проработки вопросов управления вектором тяги.

Управление вектором тяги при перелётах между некомпланарными орбитами требует изменение знака бинормальной составляющей реактивного ускорения дважды за виток [4].

Учитывая взаимосвязь движения центра масс КА по орбите и развороты КА вокруг связанной оси, получены выражения для управляющих моментов по связанным осям  $M_{x1}, M_{y1}, M_{z1}$  и программных управляющих ускорений по всем трём осям  $\epsilon_{x1}, \epsilon_{y1}, \epsilon_{z1}$  [1].

Вектор основных проектных параметров, задающих проектный облик МТА, содержит мощность энергоустановки  $N$ , уровень тяги маршевых ЭРД  $P$  и скорость истечения рабочего тела  $c$ . Далее процесс оптимизации ведётся в ходе итерационной процедуры.

На начальном этапе выбор параметров, задающих базовый проектный облик МТА, ведётся по расчётному значению характеристической скорости  $V_K^0$ .

Затем проводится анализ условий реализации выбранных программных траекторий с точки зрения возможности управления угловым движением КА: оценивается уровень требуемых управляющих моментов и угловых

скоростей разворота, дополнительных затрат рабочего тела и т.п.

Процедура поиска оптимальных параметров разделяется на два этапа: на первом эти параметры выбираются из условия минимума только характеристической скорости перелёта; а на втором уточняются, обеспечивая максимум по глобальному критерию - относительной массе полезной нагрузки.

Здесь  $V_{K1}$ ,  $V_{K2}$  берутся из решения динамической задачи, параметр  $T$  варьируется в диапазоне  $[T_{min}, T_{max}]$ . Подобная процедура реализуется для каждого динамического манёвра  $z$  из указанного множества  $Z$ .

На заключительном этапе уточняются дополнительные затраты энергии на реализацию перелёта и задаётся закон управления в форме обратной связи. Здесь учитываются основные возмущения, методические погрешности и ошибки исполнения программы управления. В результате определяется окончательная баллистическая схема перелёта, прогнозируется распределение коррекций. Окончательное значение  $V_K^{(j)}$  характеристической скорости служит для синтеза оптимальных параметров МТА третьего приближения.

«Оптимальная» программа управления вектором тяги может быть модифицирована с учётом ограничений на управляющий момент и максимальный радиус переходной орбиты. В этом случае на начальном участке МТА осуществляет разгон до достижения радиуса  $r^*$ , при котором располагаемый управляющий момент способен реализовать оптимальную программу поворотов. Кроме того, вводилось ограничение на максимальный радиус переходной орбиты, так, чтобы он не превышал  $r_{ГСО}$ .

Для оценки потребного управляющего момента рассчитываются в первом приближении массово-инерционные характеристики МТА, который принимается состоящим из набора типовых элементов с

равномерным распределением масс. Последовательное уточнение траекторий и проектных параметров МТА отображалось в виде графической информации и проектной трёхмерной модели КА с использованием пакета Solid Works.

## 2.5 Оптимизация комбинированных схем выведения полезной нагрузки на геостационарную орбиту [31,32].

Решается задача выбора оптимальных баллистических схем перелёта КА на геостационарную орбиту с использованием двигателей большой и малой тяги. Предлагается схема решения многокритериальной задачи оптимизации для комбинированных перелётов на геостационарную орбиту: в качестве главных критериев принимаются масса полезной нагрузки на целевой орбите и продолжительность перелёта, а остальные критерии (общее время пребывания КА в радиационных поясах Земли и длительность теневых участков) переводятся в разряд ограничений. Предложен следующий итерационный метод: на первой итерации решается двухкритериальная задача оптимизации посредством выделения множества Парето-оптимальных решений; на второй итерации проводится проверка выполнения ограничений; на третьей итерации производится синтез проектно-баллистических характеристик перелёта в целом.

Метод решения динамической части задачи базируется на использовании принципа расширения допустимых состояний и управлений при переходе от задачи оптимизации в строгой постановке (в соответствии с принципом максимума Л.С. Понтрягина) к задаче локальной оптимизации, в которой максимизируется производная функционала – суммарной невязки граничных условий перелёта по большой полуоси, эксцентриситету и наклонению орбиты. Показано, что такой метод позволяет формировать управление элементами орбиты, не прибегая к вычислительной схеме решения краевой



задачи.

Серия проведённых расчетов показывает, что в среднем при стартовой массе 6900 кг масса полезной нагрузки лежит в пределах от 1000 кг до 1700 кг, а время перелёта изменяется от 50 до 90 суток. При этом время пребывания в радиационных поясах существенно уменьшается с возрастанием большой полуоси и эксцентриситета переходного эллипса и составляет для проведённых расчетов от 3 до 20 суток. Для ряда расчётов, выполненных с различными значениями большой полуоси переходного эллипса, время пребывания КА в тени составляет от 0 до 7 суток; оптимальные ( $T_{\text{тени}} = 0$ ) и неоптимальные ( $T_{\text{тени}} = \max$ ) даты старта повторяются с периодичностью 6 месяцев. Кроме того, существуют достаточно широкие окна старта, при которых  $T_{\text{тени}} = 0$ . Предложенная схема декомпозиции задачи позволила построить эффективные алгоритмы поэтапной оптимизации комбинированных схем перелёта.

## **2.6 Синтез основных проектных характеристик малого многофункционального космического аппарата с двигателем малой тяги [31,32].**

Многофункциональный малый КА с ЭРДУ предназначен для решения следующих классов задач: компенсация возмущающего воздействия верхней атмосферы Земли в течение заданного срока активного существования КА на солнечно-синхронной орбите; поддержание структуры космической системы за счет манёвренных возможностей по высоте и угловому положению; возможность решения задачи сопровождения других КА, функционирующих на соседней орбите путем маневрирования и удержания в заданной области.

Проведён анализ изменения параметров рабочей орбиты малого КА с учётом влияния силы сопротивления верхней атмосферы Земли.

Аналитический метод расчёта и численное моделирование движения показывают, что для околокруговой орбиты со средней высотой 400 км (примерно соответствует рабочей орбите спутника TacSat) за 10 суток полёта падение периода обращения составляет примерно 1.5 с, при этом спутник смещается вдоль орбиты (уходит вперёд) примерно на 1000 км. Синтез оптимального закона управления периодом обращения и смещением вдоль орбиты проводился с использованием упрощённой модели движения в виде линеаризованных уравнений. Закон управления получен с помощью принципа максимума Понтрягина, настраивается на минимальную продолжительность манёвра восстановления орбиты или на минимальные затраты рабочего тела. В основу закона управления положены аналитические решения задачи коррекции орбиты, что приводит к некоторым методическим погрешностям. Эти погрешности на два порядка меньше, чем результаты воздействия верхних слоёв атмосферы, и могут быть ликвидированы с использованием более точных моделей. Таким образом, циклограмма работы двигателя, компенсирующего влияние атмосферы, включает в общем виде два участка - разгонный и тормозной, разделённые участком пассивного движения. Задавая размеры области допустимого смещения космического аппарата по периоду обращения и дальности, можно рассчитать необходимые затраты рабочего тела и экстраполировать эти затраты на любой срок существования КА, учитывая различные уровни плотности атмосферы. Анализ показал, что для поддержания рабочей орбиты со средней высотой 400 км при баллистическом коэффициенте КА 0.004 км/кг подходит двигатель СПД-50 с тягой 0.02 Н, при этом затраты рабочего тела на год существования спутника составят от 0.5 до 2 кг.

Другой задачей подобного КА является контроль областей

космического пространства В соответствии с принципом расширения, сначала строилось управление по угловому положению на орбите и среднему значению большой полуоси. Режимы управления движением для оптимального по быстрдействию достижения заданной точки фазового пространства найдены с помощью алгоритма принципа максимума Понтрягина [35]. Результаты решения получены в виде численно-аналитического алгоритма, на основе которого разработана методика построения областей достижимости в пространстве указанных параметров. Так при располагаемых запасах характеристической скорости 5 м/с удаётся получить приращение большой полуоси  $\pm 8$  км и смещение по угловому положению  $\pm 5$  градусов. Увеличение запаса характеристической скорости до 20 м/с позволяет получить приращение большой полуоси  $\pm 35$  км, а угловой дальности  $\pm 110$  градусов. Эти результаты позволяют вести проектный анализ маневрирующего космического аппарата, пригодного для инспекции и сопровождения орбитальных объектов. Затем, добавляя в математическую модель соотношения для изменения эксцентриситета и наклона орбиты, удалось получить приближённые аналитические решения для оценки затрат характеристической скорости сложного динамического манёвра, построить области достижимости для указанных элементов орбиты, включая большую полуось и сформировать законы последовательного или совместного управления элементами орбиты. Проведены оценки проектных характеристик и схем управления движением для многофункционального КА, рассчитанного на срок активного существования 5 лет. На основании гарантирующего подхода определены затраты рабочего тела (около 40 кг ксенона), мощность энергоустановки (500 Вт), площадь и масса солнечных батарей.

## 2.6 Оценка эффективности применения электрореактивных двигателей для поддержания низких орбит спутников Земли [33,34].

Одним из путей повышения срока целевого функционирования низкоорбитального КА является использование для коррекции орбиты электроракетной двигательной установки, которая позволяет использовать относительно малый запас рабочего тела для поддержания параметров орбиты и увеличить срок службы КА на низких орбитах.

На этапе предварительного анализа строились области эффективного применения ЭРДУ для коррекции орбиты. Границы указанных областей определяются соотношением проектных характеристик космического аппарата, характеристик ЭРДУ и факторов окружающей среды.

Задача оптимального синтеза проектных характеристик и решалась следующим образом. Задаётся множество баллистических параметров (параметры рабочей орбиты ИСЗ, параметры, характеризующие состояние атмосферы); множество проектных параметров (характеристики ЭРД, количество ЭРД в корректирующей двигательной установке); критерии предпочтения (срок активного существования КА ( $T_{сущ} \rightarrow \max$ ); масса рабочего тела ( $M_{РТ} \rightarrow \min$ ); относительная масса полезной нагрузки ( $m \rightarrow \max$ )); ограничения (потребляемая ЭРДУ мощность не превышает допустимой величины; масса ЭРДУ не более допустимой величины).

Математическая модель для анализа эволюции орбит и синтеза проектных характеристик КА с ЭРД включает в себя: модель баллистического коэффициента КА, массовую модель КА, модель тяги ЭРДУ, энергетическую модель КА, модель эволюции орбиты в поле земного сфероида с учётом возмущающего влияния атмосферы и малой тяги с оптимальной структурой управления; модель плотности верхней атмосферы Земли).

Проводилась оценка затрат

рабочего тела на коррекцию низкой орбиты КА с заданными массой и баллистическим коэффициентом. Для этого строились области расхода рабочего тела на коррекцию орбиты КА, зависящие от срока активного существования и проектных характеристик, при начальном наиболее плотном состоянии атмосферы и при начальном наименее плотном состоянии атмосферы. В результате определяется максимальный и минимальный запас топлива для коррекции, требуемый для поддержания орбиты в течение планируемого срока существования спутника.

С помощью указанных моделей и методов получены решения двух прикладных задач.

1. Расчёт циклограмм коррекции орбиты и оценка гарантирующих затрат рабочего тела КА ДЗЗ «TasSat-2» (США), запущенного в 2006 году и имеющего на борту ионный микродвигатель на основе эффекта Холла для компенсации снижения высоты орбиты из-за торможения в верхних слоях атмосферы (удельный импульс двигателя – 1600 сек, тяга – 4-17 мН, уровень энергопотребления в пределах 50-300 Вт при номинальной мощности электропитания 200 Вт, масса двигателя менее 1 кг.). По результатам анализа сделаны выводы, что КА класса «TasSat» при использовании для коррекции орбиты химической двигательной установки в течение 5 лет затратит порядка 23 кг топлива, а при использовании ЭРДУ масса затраченного рабочего тела составит около 5 кг.

2. Анализ возможности применения ЭРДУ для поддержания низких орбит ( $H = 350...400$  км) КА дистанционного зондирования Земли (ДЗЗ) класса «Ресурс». В расчётах принимаются: стартовая масса КА  $M_{КА} \approx 6500$  кг, баллистический коэффициент  $S \approx 0,0036$  кг/м<sup>2</sup>. Масса ЭРДУ для поддержания орбиты данного спутника составляет 150 кг, масса рабочего тела ЭРДУ составляет 60 кг. Размещение ЭРДУ на КА ДЗЗ класса «Ресурс» осуществляется за счёт уменьшения

запасов рабочего тела химической двигательной установки, что не приводит к увеличению общей массы спутника. Использование ЭРДУ для коррекции орбиты позволяет увеличить срок существования КА на срок от 1 до 1,5 лет.

Авторы выражают признательность члену-корреспонденту РАН Г.П. Аншакову за постоянную поддержку и внимание к работе.

#### Библиографический список

1. Tsien H.S. Take-Off from Satellite Orbit. J.Am.Rocket Soc. 23, 233 (1953)
2. Ирвинг Д. Полеты с малой тягой в гравитационных полях при переменной скорости истечения // Космическая техника / Под ред. Г. Сейферта. М.: Наука, 1964.
3. Гродзовский Г.Л., Иванов Ю.Н., Токарев В.В. Механика космического полета. Проблемы оптимизации. М.: Наука. 1975.
4. Лебедев В.Н. Расчет движения космического аппарата с малой тягой, - М: ВЦ АН СССР, 1968.
5. Салмин В.В. Оптимизация космических перелётов с малой тягой. Проблемы совместного управления траекторным и угловым движением. – М.: Машиностроение, 1978.
6. Салмин В.В., Ишков С.А., Старинова О.Л. Методы решения вариационных задач механики космического полета с малой тягой. – Самара: Издательство Самарского научного центра РАН, 2006.
7. Старинова О.Л. Расчет межпланетных перелетов космических аппаратов с малой тягой. – Самара: Издательство Самарского научного центра РАН, 2007.
8. Салмин В.В., Васильев В.В., Ишков С.А., Романенко В.А., Соколов В.О., Старинова О.Л., Юрин В.В. Приближенные методы расчета оптимальных перелетов космических аппаратов с двигателями малой тяги // Вестник СГАУ №1 (11).-2007. – С. 37-52.

9. Салмин В.В., Васильев В.В., Ишков С.А., Романенко В.А., Соколов В.О., Старинова О.Л., Юрин В.В. Приближенные методы расчета оптимальных перелетов космических аппаратов с двигателями малой тяги // Вестник СГАУ Ч.1, 2. Самара: Изд-во СГАУ, 2008. №1.
10. Ишков С.А., Салмин В.В. Оптимизация траекторий и параметров межорбитальных транспортных аппаратов с двигателями малой тяги // Космические исследования. – 1989. Т27, №1.- С.42-53.
11. Пиявский С.А., Брусов В.С., Е.А. Хвилон. Оптимизация параметров многоцелевых летательных аппаратов. М.: Машиностроение, 1974.
12. Лебедев А.А. Введение в анализ и синтез систем. - М.: Изд-во МАИ, 2001.
13. Гурман В.И. Принцип расширения в задачах управления. – М.: Наука, 1985.
14. Кротов В.Ф., Гурман В.И. Методы и задачи оптимального управления. М.: Наука, 1973.
15. Моисеев Н.Н. Элементы теории оптимальных систем, М.: Наука, 1975, 528с.
16. Понтрягин Л.С. Математическая теория оптимальных процессов / Л.С.Понтрягин, А.Г.Болтянский [и др.]; под ред. Л.С. Понтрягина .- М.: Наука, 1976.
17. Боголюбов Н.Н., Митропольский Ю.А. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний. М.: Физматгиз, 1958.
18. Салмин В.В. Аналитическая оценка оптимальности многошаговых адаптивных алгоритмов управления // Космические исследования. – 1980. Т18, №3.- С.332-342.
19. Васильев В.В., Салмин В.В. Многошаговые алгоритмы коррекции орбиты спутника Земли двигателем малой тяги // Космические исследования. – 1984. Т22, №4.- С.507-519.
20. Исаев В.К., Сонин В.В. Об одной модификации метода Ньютона численного решения краевых задач // ЖВМ и МФ. 1963. Т.3, №6. С. 770-800.
21. Ишков С.А., Милокумова О.Л., Салмин В.В. Оптимизация замкнутых межпланетных перелетов Земля – Марс – Земля с малой тягой // Космические исследования. – 1995. Т33, №2.- С.210-218.
22. Салмин В.В., Старинова О.Л. Оптимизация межпланетных перелетов КА с двигателями малой тяги с учетом эллиптичности и некомпланарности орбит планет // Космические исследования. – 2001. Т39, №1.- С.51-59.
23. Коровкин Г.А. Анализ некоторых схем перелета «Земля – Марс» межпланетного автоматического космического аппарата с двигателями малой тяги // Сб. трудов XIII Всероссийского научно-технического семинара по управлению движением и навигации летательных аппаратов: часть 1 / Самар. гос. аэрокосм. ун-т. – Самара. 2007.
24. Коровкин Г.А. Метод многокритериальной оптимизации баллистических схем межпланетных перелетов автоматического космического аппарата с электродвигательной установкой // Сб. трудов XIII Всероссийского научно-технического семинара по управлению движением и навигации летательных аппаратов: часть 1 / Самар. гос. аэрокосм. ун-т. Самара. 2007.
25. Старинова О.Л. Оптимизация движения космического аппарата с двигателем малой тяги в системе Земля-Луна. Известия Самарского научного центра РАН, 2006, Т.8, №2, С.144-152.
26. Старинова О.Л. Оптимальное по быстродействию движение между круговыми компланарными орбитами //Известия Самарского научного центра РАН, Т. 7, №1, 2005, с. 92 – 99.

27. Гоголев М.Ю. Выбор проектных схем и режимов функционирования электроракетных энергодвигательных модулей для перспективных транспортных космических аппаратов и низкоорбитальных спутников Земли [Текст] / Рыжов Ю.А., Алифанов А.М., Соколов В.П., Пайсон Д.Б., Гоголев М.Ю., Волоцуев В.В., Коровкин Г.А. / «Полет в будущее» состоялся // Общероссийский научно-технический журнал «ПОЛЕТ», - 2005, №1, с. 22-23.

28. Салмин В.В., Гоголев М.Ю. Выбор основных проектных параметров и законов управления вектором тяги универсального электроракетного энергодвигательного модуля // Сб. трудов XIII Всероссийского научно-технического семинара по управлению движением и навигации летательных аппаратов: часть 1 / Самар. гос. аэрокосм. ун-т, - Самара. 2007.

29. Четвериков А.С. Выбор оптимальных проектных характеристик межорбитального транспортного аппарата с солнечной электрореактивной двигательной установкой // Сборник трудов студентов и аспирантов факультета летательных аппаратов: выпуск 9 / Самар. гос. аэрокосм. ун-т. Самара. 2008.

30. Афанасьев И. Ядерный космос России // Новости космонавтики №2, 2010.- С.44-47.

31. Салмин В.В., Петрухина К.В. Выбор приближенно-оптимальных схем перелета на геостационарную орбиту космического аппарата с химическим разгонным блоком и электроракетной двигательной установкой малой тяги // Сб. трудов XIII Всероссийского научно-технического семинара по управлению движением и навигации летательных аппаратов: часть 1 / Самар. гос. аэрокосм. ун-т. Самара. 2007.

32. Салмин В.В., Петрухина К.В. Оптимизация схем выведения космического аппарата с химическим разгонным блоком и электрореактивной

двигательной установкой на геостационарную орбиту // Сб. трудов XIV Всероссийского научно-технического семинара по управлению движением и навигации летательных аппаратов: часть 1 / Самар. гос. аэрокосм. ун-т. Самара. 2009.

33. Ткаченко И. С., Волоцуев В. В., Сафронов С. Л. Разработка концепции и выбор основных проектных характеристик малого университетского космического аппарата дистанционного зондирования Земли/ Вісник Дніпропетровського університету 2007, № 9/2 Серія Ракетно-космічна техніка, Випуск 11, том 2. – С. 205-211.

34. Салмин В.В., Волоцуев В.В., Ткаченко И.С. Концепция применения электроракетных двигателей для управления движением малых низкоорбитальных космических аппаратов многофункционального назначения/ Системный анализ, управление и навигация: Сборник тезисов докладов – М.: Изд-во МАИ-ПРИНТ, 2009. – С.51-52.

35. Салмин В.В., Соколов В.О. Приближенный расчет маневров формирования орбиты спутника Земли с двигателем малой тяги // Космические исследования. – 1991. Т29, №1.- С.872-888.

36. Салмин В. В. Оптимизация проектных параметров электроракетной энергодвигательной установки для низкоорбитальных космических аппаратов наблюдения [Текст] / Салмин В. В., Волоцуев В. В. // Тезисы докладов / 5-я международная конференция «Авиация и космонавтика 2006». - Москва, МАИ, - 2006. с.226.

37. Волоцуев В. В. Анализ эффективности применения электроракетных двигателей для коррекции низких орбит искусственных спутников Земли [Текст] / Салмин В. В., Волоцуев В. В. // Сб. трудов XIII Всероссийского научно-технического семинара по управлению движением и навигации летательных аппаратов: часть 1

/ Самар. гос. аэрокосм. ун-т, Самара, - 2007. - с.189–194.

### References

1. Tsien H.S. Take-Off from Satellite Orbit. *J.Am.Rocket Soc.* 23, 233 (1953).
2. Irving D. Flights with low thrust in gravitational fields at variable speed of the expiration // *The Space technics / Under the editorship of G. Sejfert.* M: A science, 1964.
3. Grodzovsky G.L., Ivanov J.N., Tokarev V.V. *Mechanics of space flight. Optimization problems.* M: the Science. 1975.
4. Lebedev V. N. Calculation of a space vehicle movement with low thrust, - M: VTS AH the USSR, 1968.
5. Salmin V.V. Optimization of space flights with low thrust. Joint control problems by trajectory and angular movement. – M: Mechanical engineering, 1978.
6. Salmin V.V., Ishkov S.A., Starinova O.L. *Methods of the variation problems decision of space flight mechanics with low thrust.* – Samara: Publishing house of the Samara centre science of the Sciences Russian Academy, 2006.
7. Starinova O.L. Calculation of interplanetary flights of space vehicles with low thrust. – Samara: Publishing house of the Samara centre science of the Sciences Russian Academy, 2007, 196 p.
8. Salmin V.V., Vasilev V.V., Ishkov S.A., Romanenko V. A, Sokolov V.V., Starinova O. L, Yurin V.V. Approximated methods of calculation of space vehicles optimum flights with low thrust engines // *Vestnik of SSAU №1 (11).*-2007. – P. 37-52.
9. Salmin V.V., Vasilev V.V., Ishkov S.A., Romanenko V. A, Sokolov V.V., Starinova O. L, Yurin V.V. Approximated methods of calculation of space vehicles optimum flights with low thrust engines // *Vestnik of SSAU №1 (2).*-2008. – P. 74-88.
10. Ishkov S.A., Salmin V.V. Optimization of trajectories and parameters of interorbital vehicles with low thrust engines // *Space researches.* – 1989. V 27, №1. - P.42-53.
11. Pijavskij S.A., Brusov V. S, Hvilon E.A.. Optimization of multi-purpose flying vehicles parameters. M: Mechanical engineering, 1974.
12. Lebedev A.A. Introduction in the analysis and synthesis of systems. - M: Publishing house MAI, 2001.
13. Gurman V. I. An expansion principle in control problems. – M: the Science, 1985.
14. Krotov V. F, Gurman V. I. *Methods and optimum control problems.* M: The Science, 1973.
15. Moiseyev N.N. *Elements of the optimum systems theory.* - M: The Science, 1975.
16. Pontryagin L.S., Boltjansky A.G. *The mathematical theory of optimum processes / under the editorship of L.S. Pontrjagin.* M: The Science, 1976.
17. Bogoljubov N.N., Mitropolsky Yu.A. *Asymptotic methods in the theory of nonlinear fluctuations.* M: Phismathgiz, 1958.
18. Salmin V.V. Analytical estimation of multistage adaptive control algorithms optimality // *Space researches.* – 1980. V 18, №3. - P. 332-342.
19. Vasilev V.V., Salmin V.V. Multistage algorithms of orbit correction of the Earth satellite by the low thrust engine // *Space researches.* – 1984. V 22, №4. - P.507-519.
20. Isaev V. K, Sonin V.V. About one modification of a method of Newton of the numerical decision of boundary value problems // *JVM and MF.* 1963. V.3, №6. P. 770-800.
21. Ishkov S.A., Milokumova O.L, Salmin V.V. Optimization of the closed interplanetary flights the Earth – Mars – the Earth with low thrust // *Space researches.* – 1995. V 33, №2. - C.210-218.
22. Salmin V.V., Starinova O.L. Optimization of space vehicles interplanetary flights with low thrust engines with the account ellipticity and non-coplanarity of planets orbits // *Space researches.* – 2001. V 39, №1. - C.51-59.

23. Korovkin G.A. The analysis of some schemes of flight «the Earth – Mars» an interplanetary automatic space vehicle with low thrust engines // the Collection Works of XIII All-Russia scientific and technical seminar on traffic control and navigation of flying vehicles: Part1 / Samara state aerospace university, - Samara. 2007.

24. Korovkin G.A. A method multicriterion optimization of ballistic schemes of interplanetary flights of an automatic space vehicle with electrojet propulsion // the Collection Works of XIII All-Russia scientific and technical seminar on traffic control and navigation of flying vehicles: Part1 / Samara state aerospace university, - Samara. 2007.

25. Starinova O.L. Optimization of a space vehicle movement with the low thrust engine in system the Earth-Moon. News of the Samara centre science of the Sciences Russian Academy, 2006, V.8, №2, P.144-152.

26. Starinova O.L. Optimum movement on speed between circular coplanar orbits// News of the Samara centre science of the Sciences Russian Academy, T. 7, №1, 2005, p. 92 – 99.

27. Ryzhov J.A., Alifanov A.M., Sokolov V.O., Pajson D.B., Gogolev M. Yu., Volotsuev V.V., Korovkin G.A. The choice of design schemes and modes of functioning of electrorocket power impellent modules for perspective transport space vehicles and low-orbit satellite of the Earth / «Flight in the future» has taken place//the All-Russian scientific and technical magazine "WEEDS«, - 2005, №1, p. 22-23.

28. Salmin V.V., Gogolev M. Yu. A choice of the basic design parameters and control laws of a thrust vector of the universal electrorocket power impellent module // The Collection Works of XIII All-Russia scientific and technical seminar on traffic control and navigation of flying vehicles: Part1 / Samara State Aerospace University, - Samara. 2007.

29. Chetverikov A.S. The choice of optimum design characteristics of the interorbital transport vehicle with solar electrojet impellent installation // the Collection of students works and post-

graduate students of faculty of aircraft construction: release 9 / Samara State Aerospace University, - Samara. 2008.

30. Afanasiev I. Nuclear space of Russia // News of astronautics №2, 2010. - P.44-47.

31. Salmin V.V., Petrukhina K.V. The choice of approximately-optimum schemes of flight into a geostationary orbit of a space vehicle with chemical boosters and electrorocket engines of low thrust // The Collection Works of XIII All-Russia scientific and technical seminar on traffic control and navigation of flying vehicles: Part1 / Samara State Aerospace University, - Samara. 2007.

32. Salmin V.V., Petrukhina K.V. Optimization of a space vehicle delivery schemes with chemical booster and electrojet impellent propulsion system into a geostationary orbit // The Collection Works of XIII All-Russia scientific and technical seminar on traffic control and navigation of flying vehicles: Part1 / Samara State Aerospace University, - Samara. 2007.

33. Tkachenko I.S., Volotsuev V.V., Safronov S.L. Working out of the concept and choice of the basic design characteristics of a small university space vehicle of the Earth remote sounding / the Bulletin of the Dnepropetrovsk university 2007, № 9/2 Series "Space-rocket technics", Release 11, volume 2. – P. 205-211.

34. Salmin V.V., Volotsuev V.V., Tkachenko I.S. The concept of application of electrorocket engines for traffic control small low-orbit space vehicles of multipurpose appointment / the System analysis, control and navigation: the Collection of theses of reports – M: Publishing house the MAI-PRINT, 2009. – P.51-52/

35. Salmin V.V., Sokolov V.O. The approached calculation of orbit formation maneuvers of the Earth satellite with low thrust engine //Space researches. – 1991. V 29, №1. - P.872-888

36. Salmin V.V., Volotsuev V.V. Optimization of design parameters of electrorocket propulsion system for low-orbit supervision space vehicles //Theses of reports / 5th international conference

«Aircraft and astronautics 2006». - Moscow, MAI, - 2006, - p.226.

37. Salmin V.V., Volotsuev V.V. The efficiency analysis of electrorocket engines application for correction of low orbits of the Earth artificial satellites // The

Collection Works of XIII All-Russia scientific and technical seminar on traffic control and navigation of flying vehicles: Part I / Samara state aerospace university, - Samara, - 2007

## OPTIMIZATION METHODS OF DESIGN-BALLISTIC CHARACTERISTICS CIRCUMTERRANEAN AND INTERPLANETARY SPACE VEHICLE WITH ELECTROJET ENGINES OF LOW THRUST

© 2010 V.V. Salmin, S.A. Ishkov, O.L. Starinova, V.V. Volotsuev, M.Yu. Gogolev, G.A. Korovkin, K.V. Petrukhnina, I.S. Tkachenko, A.S. Chetverikov

Samara State Aerospace University

Design-ballistic optimization methods of space operations are stated by elektrojet engines of low thrust. Mathematical statements and decision methods of optimization problems of circumterrestrial maneuvers and interplanetary flights are resulted. Features used mathematical models of optimization problems are considered. Results of the decision of applied problems series for various classes of the space vehicles which are carrying out maneuvers with engines of low thrust are resulted.

*Space vehicle with the electrojet engine, low thrust, the optimum control, the approached methods, geocentric maneuvers, interplanetary flights*

### Информация об авторах

**Салмин Вадим Викторович**, заведующий кафедрой летательных аппаратов, д.т.н., профессор, Самарский государственный аэрокосмический университет, телефон: 8 (846) 267-46-88. e-mail: [sputnik@ssau.ru](mailto:sputnik@ssau.ru). Область научных интересов: полеты с малой тягой, электрореактивные двигатели, теория оптимального управления, синтез сложных технических систем.

**Ишков Сергей Алексеевич**, профессор кафедры динамики полета и систем управления, д.т.н., профессор, Самарский государственный аэрокосмический университет, телефон: 8 (846) 267-46-88, e-mail: [ishkov@ssau.ru](mailto:ishkov@ssau.ru). Область научных интересов: полеты с малой тягой, относительное движение космического аппарата, управление космическим аппаратом

**Старинова Ольга Леонардовна**, профессор кафедры летательных аппаратов, д.т.н., профессор, Самарский государственный аэрокосмический университет, телефон: 8 (846) 267-46-88, e-mail: [solleo@mail.ru](mailto:solleo@mail.ru). Область научных интересов: межпланетные перелеты, полеты с малой тягой, численные методы, методы оптимизации

**Волоцув Владимир Валериевич**, ассистент кафедры летательных аппаратов, к.т.н., Самарский государственный аэрокосмический университет, телефон: 8 (846) 267-46-88, e-mail: [volotsuev@mail.ru](mailto:volotsuev@mail.ru). Область научных интересов: низкоорбитальные спутниковые системы, электрореактивные двигатели, системы автоматизированного проектирования

**Гоголев Михаил Юрьевич**, инженер кафедры летательных аппаратов, Самарский государственный аэрокосмический университет, телефон: 8 (846) 267-46-88, e-mail: [mixa1980@mail.ru](mailto:mixa1980@mail.ru). Область научных интересов: программирование, динамика полета, численные методы

**Коровкин Григорий Александрович**, ведущий конструктор, ЗАО «ЗТИ» г. Самара, Гаражный пр-д. 2а, телефон: +7 927 755 83 49, e-mail: [Kogra\\_2000@mail.ru](mailto:Kogra_2000@mail.ru). Область научных интересов: аэродинамика неотрывных течений, динамика полета, численные методы, моделирование и автоматизация процессов



**Петрухина Ксения Вячеславовна**, инженер кафедры летательных аппаратов, Самарский государственный аэрокосмический университет, телефон: 8 (846) 267-46-88, e-mail: [ksusha\\_10\\_05@mail.ru](mailto:ksusha_10_05@mail.ru). Область научных интересов: динамика полета, полеты с малой тягой, методы оптимизации

**Ткаченко Иван Сергеевич**, инженер кафедры летательных аппаратов, Самарский государственный аэрокосмический университет, телефон: 8 (846) 267-46-88, e-mail: [innovatore@mail.ru](mailto:innovatore@mail.ru). Область научных интересов: малые космические аппараты, системы автоматизированного проектирования, методы оптимизации

**Четвериков Алексей Сергеевич**, инженер кафедры летательных аппаратов, Самарский государственный аэрокосмический университет, телефон: 8 (846) 267-46-88, e-mail: [???@mail.ru](mailto:???@mail.ru). Область научных интересов: динамика полета, межорбитальные транспортные аппараты, программирование

**Salmin Vadim Viktorovich**, head of aircraft construction department, doctor of technical sciences, professor, Samara State Aerospace University, phone: 8 (846) 267-46-88, e-mail: [sputnik@ssau.ru](mailto:sputnik@ssau.ru). Area of research: flights with low thrust, electrojet engines, the optimum control theory, synthesis of difficult technical systems

**Ishkov Sergey Alekseevich**, professor of dynamics of flight and control system department, doctor of technical sciences, professor, Samara State Aerospace University, phone: 8 (846) 267-46-88, e-mail: [ishkov@ssau.ru](mailto:ishkov@ssau.ru). Area of research: flights with low thrust, relative movement of a space vehicle, space vehicle control

**Starinova Olga Leonardovna**, professor of aircraft construction department, doctor of technical sciences, professor, Samara State Aerospace University, phone: 8 (846) 267-46-88, e-mail: [solleo@ssau.ru](mailto:solleo@ssau.ru). Area of research: interplanetary flights, flights with low thrust, numerical methods, optimization methods

**Volotsuev Vladimir Valerievich**, assistant of aircraft construction department, candidate of technical sciences, Samara State Aerospace University, phone: 8 (846) 267-46-88, e-mail: [volotsuev@ssau.ru](mailto:volotsuev@ssau.ru). Area of research: low-orbit satellite systems, electrojet engines, systems of the automated designing

**Gogolev Michael Yurevich**, engineer of aircraft construction department, Samara State Aerospace University, phone: 8 (846) 267-46-88, e-mail: [mixa1980@mail.ru](mailto:mixa1980@mail.ru). Area of research: programming, dynamics of flight, numerical methods

**Korovkin Grigory Aleksandrovich**, leading designer, JOINT-STOCK COMPANY "ZTI" Samara, Garagny journey, 2a, phone: +7 927 755 83 49, e-mail: [kogra\\_2000@mail.ru](mailto:kogra_2000@mail.ru). Area of research: aerodynamics of continuous currents, dynamics of flight, numerical methods, modelling and automation of processes

**Petrukhina Ksenya Vjacheslavovna**, engineer of aircraft construction department, Samara State Aerospace University, phone: 8 (846) 267-46-88, e-mail: [ksusha\\_10\\_05@mail.ru](mailto:ksusha_10_05@mail.ru). Area of research: dynamics of flight, flights with low thrust, optimization methods

**Tkachenko Ivan Sergeevich**, engineer of aircraft construction department, Samara State Aerospace University, phone: 8 (846) 267-46-88, e-mail: [innovatore@mail.ru](mailto:innovatore@mail.ru). Area of research: small space vehicles, systems of the automated designing, optimization methods

**Chetverikov Alexey Sergeevich**, engineer of aircraft construction department, Samara State Aerospace University, phone: 8 (846) 267-46-88, e-mail: [donni@mail.ru](mailto:donni@mail.ru). Area of research: dynamics of flight, interorbital transport vehicles, programming