

УДК 629.78 : 681.51

ОПТИМИЗАЦИЯ ПОВОРОТНЫХ МАНЕВРОВ И СИНТЕЗ ЗАКОНОВ ГИРОСИЛОВОГО НАВЕДЕНИЯ КОСМИЧЕСКИХ АППАРАТОВ ЗЕМЛЕОБОЗОРА

© 2010 ^{1,2} Г.П. Аншаков, ^{2,1} Е.И. Сомов, ^{2,1} С.А. Бутырин

¹ ФГУП «ГНПРКЦ “ЦСКБ-Прогресс”, г. Самара

² Самарский научный центр Российской академии наук

Представлены новая постановка задачи оптимизации поворотных маневров космических аппаратов (КА) с кинематическими краевыми условиями общего вида, методы точного численного и приближённого аналитического её решения, а также результаты аналитического синтеза соответствующих законов наведения КА и управления силовым гироскопическим комплексом кратной схемы на основе шести гиридинов.

Космический аппарат, гиросиловое наведение, поворотный маневр, оптимизация

Введение

Проблемы синтеза оптимального [1] программного углового движения космического аппарата (КА) при его пространственном поворотном манёвре (ПМ) наиболее актуальны для решения задач оптико-электронного наблюдения заданных участков поверхности Земли [2 - 4] и пространственной транспортировки грузов космическими роботами [5]. Поворотные манёвры КА на заданном интервале времени $t \in T_p \equiv [t_0^p, t_f^p]$, $t_f^p \equiv t_0^p + T_p$ с краевыми условиями общего вида не являются единственными. Поэтому возникают задачи синтеза как строго оптимальной программы пространственного ПМ, представляющей её предельные свойства по функционалу “управлений” из пространства Соболева $W_2^3[t_0^p, t_f^p]$ [6], так и приближённо оптимальной программы ПМ, которая вычисляется по явным аналитическим соотношениям. Работа содержит решение этих задач, а также результаты аналитического синтеза законов гиросилового наведения КА с помощью СГК кратной схемы на основе шести гиридинов (ГД) [7].

Задача оптимизации поворотного манёвра

Задача оптимизации ПМ КА на заданном интервале времени T_p состоит в

определении кватерниона ориентации $L(t)$ связанного с корпусом КА базиса $\mathbf{B} = \{\mathbf{b}_i\}$ относительно известного инерциального базиса \mathbf{I} , векторов угловой скорости $\mathbf{w}(t)$ и ускорения $\mathbf{e}(t)$ для кинематических соотношений

$$\dot{\mathbf{L}}(t) = \frac{1}{2} \mathbf{L}(t) \mathbf{o} \mathbf{w}(t);$$

$$\dot{\mathbf{w}}(t) = \mathbf{e}(t);$$

(1)

$$\dot{\mathbf{e}}(t) \equiv \mathbf{v} = \mathbf{e}^*(t) + \mathbf{w}(t) \times \mathbf{e}(t)$$

из условия минимизации интегрального квадратичного критерия

$$I_2 = \frac{1}{2} \int_{t_0^p}^{t_f^p} v^2(\tau) d\tau \Rightarrow \min \quad (2)$$

при заданных краевых условиях для кватерниона $\mathbf{L} = (\lambda_0, \mathbf{l}), \mathbf{l} = \{\lambda_i\}$, векторов $\mathbf{w} = \{\omega_i\}$ и $\mathbf{e} = \{\epsilon_i\} = \dot{\mathbf{w}}$ на левом ($t = t_0^p$) и правом ($t = t_f^p$) концах ПМ:

$$\mathbf{L}(t_0^p) = \mathbf{L}_0; \mathbf{w}(t_0^p) = \mathbf{w}_0; \mathbf{e}(t_0^p) = \mathbf{e}_0; \quad (3)$$

$$\mathbf{L}(t_f^p) = \mathbf{L}_f; \mathbf{w}(t_f^p) = \mathbf{w}_f; \mathbf{e}(t_f^p) = \mathbf{e}_f. \quad (4)$$

Здесь вектор $\mathbf{v} = \dot{\mathbf{e}}(t)$ считается “управлением” и физически представляет собой абсолютную производную вектора ускорения $\mathbf{e}(t)$ базиса \mathbf{B} относительно

базиса \mathbf{I} . Определение углового положения КА в инерциальном базисе \mathbf{I} с помощью кватерниона $L(t)$ весьма рационально, но не является единственным. При применении углов Эйлера-Крылова в последовательности 31'2" (первый элементарный поворот на угол θ , второй поворот на угол γ и, третий поворот на угол ψ) исходные прямые и обратные кинематические соотношения с использованием составленного из указанных углов вектора-столбца $\mathbf{f} = \{\theta, \gamma, \psi\}$ имеют вид

$$\mathbf{f} = \mathbf{D}(\mathbf{f})\mathbf{w}; \quad \mathbf{w} = \mathbf{C}(\mathbf{f})\mathbf{f}. \quad (5)$$

Здесь матрицы

$$\mathbf{C}(\mathbf{f}) = \begin{bmatrix} C_\psi & 0 & -S_\psi C_\gamma \\ 0 & 1 & S_\gamma \\ S_\psi & 0 & C_\psi C_\gamma \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{D}(\mathbf{f}) = \frac{1}{C_\gamma} \begin{bmatrix} C_\psi C_\gamma & 0 & S_\psi C_\gamma \\ S_\psi S_\gamma & C_\gamma & -C_\psi S_\gamma \\ -S_\psi & 0 & C_\psi \end{bmatrix},$$

где введены обозначения $C_\alpha \equiv \cos \alpha$ и $S_\alpha \equiv \sin \alpha$. Отметим, что задача оптимизации функционала (2) топологически эквивалентна задаче оптимизации

$$I_1 = \frac{1}{T_p} \int_{t_0^p}^{t_f^p} |\mathbf{v}(\tau)| d\tau = \frac{1}{T_p} \int_{t_0^p}^{t_f^p} v(\tau) d\tau \Rightarrow \min \quad (6)$$

наиболее важного для практики функционала I_1 , имеющего ясный физический смысл – среднее значение модуля ускорения КА относительно инерциального базиса \mathbf{I} в процессе его поворотного маневра.

Приближённо оптимальное движение

Задача оптимизации одноосного углового движения является элементарной, её аналитическое решение

получается на основе принципа максимума Понтрягина. Оптимальное по критерию (2) движение КА относительно произвольной k -ой оси представляется функцией $\Phi_k(t)$ в классе полиномов (сплайнов) пятой степени времени.

Приближённое оптимальное решение пространственной задачи основывается на необходимом и достаточном условии разрешимости классической задачи Дарбу. Решение поставленной задачи представляется как результат сложения трёх *одновременно* происходящих элементарных поворотов «вложенных» базисов \mathbf{E}_k вокруг ортов \mathbf{e}_k осей Эйлера, положение которых определяется из краевых условий (3), (4) исходной пространственной задачи. Кватернион $L(t)$ ориентации КА в базисе \mathbf{I} определяется произведением

$$L(t) = L_0 \circ L_1(t) \circ L_2(t) \circ L_3(t). \quad (7)$$

Здесь для $k = 1, 2, 3$ кватернион $L_k(t) = (\cos(\Phi_k(t)/2), \mathbf{e}_k \sin(\Phi_k(t)/2))$, где $\Phi_k(t)$ и \mathbf{e}_k – текущий угол и орт оси Эйлера k -го поворота. В силу неподвижности орта \mathbf{e}_k в базисе \mathbf{E}_{k-1} имеем $\mathbf{w}_k(t) = \Phi_k(t)\mathbf{e}_k$, $\mathbf{e}_k(t) = \Phi_k(t)\mathbf{e}_k$ и $\mathbf{e}_k(t) = \Phi_k(t)\mathbf{e}_k$. Пусть кватернион $L^* \equiv (\lambda_0^*, \mathbf{l}^*) = \tilde{L}_0 \circ L_f$ имеет орт оси Эйлера $\mathbf{e}_3 = \mathbf{l}^* / \sin(\varphi^*/2)$ третьего поворота, где угол $\varphi^* = 2 \arccos(I_0^*)$ вычисляется по значениям кватернионов L_0 и L_f . Для первого и второго элементарных поворотов принимаются начальные и конечные значения кватернионов в виде

$$\begin{aligned} L_1(t_0^p) = L_1(t_f^p) = \mathbf{1}; \\ L_2(t_0^p) = L_2(t_f^p) = \mathbf{1}, \end{aligned} \quad (8)$$

а краевые условия по кватерниону для третьего элементарного поворота – в виде $L_3(t_0^p) = \mathbf{1}$,

$L_3(t^p) = (\cos(\varphi_3^f/2), \mathbf{e}_3 \sin(\varphi_3^f/2))$, где $\varphi_3^f = \varphi^*$, $\mathbf{1}$ – единичный кватернион, что соответствует значениям углов $\varphi_1^0 = \varphi_2^0 = 0$, $\varphi_2^f = \varphi_2^0 = 0$ и $\varphi_3^0 = 0$. Орт \mathbf{e}_1 оси Эйлера первого поворота назначается из условия его ортогональности к орту \mathbf{e}_3 по простому алгоритму [8]. Орт \mathbf{e}_2 оси Эйлера второго поворота определяется по стандартной формуле $\mathbf{e}_2 = \mathbf{e}_3 \times \mathbf{e}_1$ из условия аналитического построения правого базиса на совокупности ортов \mathbf{e}_1 , \mathbf{e}_2 и \mathbf{e}_3 .

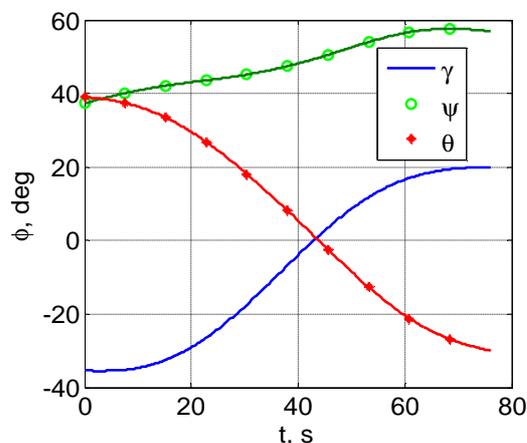
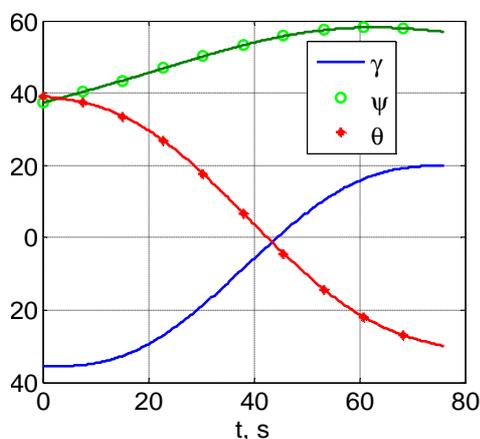
Все векторы $\mathbf{w}_k(t) = \Phi_k(t)\mathbf{e}_k$, $\mathbf{e}_k(t) = \mathfrak{E}_k(t)\mathbf{e}_k$ и $\mathfrak{E}_k(t) = \mathfrak{E}_k(t)\mathbf{e}_k$ в каждом элементарном повороте представляются в аналитическом виде при явном задании функций времени $\Phi_k(t)$, оптимальных по критерию (2) для элементарных вращений. Вектор угловой скорости $\mathbf{w}(t)$, векторы углового ускорения $\mathbf{e}(t)$ (и при необходимости его производной $\mathfrak{E}(t)$ – «управления» $\mathbf{v}(t)$ в (1)) при начальных обозначениях векторов $\mathbf{w}^{(1)}(t) = \mathbf{w}_1(t)$, $\mathbf{e}^{(1)}(t) = \mathbf{e}_1(t)$, $\mathfrak{E}^{(1)}(t) = \mathfrak{E}_1(t)$ определяются аналитически по рекуррентному алгоритму: для верхних индексов $k = 2, 3$ последовательно вычисляются

$$\begin{aligned}
 \mathbf{w}_q^k(t) &= \tilde{L}_k(t) \mathbf{o} \mathbf{w}^{(k-1)}(t) \mathbf{o} L_k(t); \\
 \mathbf{w}^{(k)}(t) &= \mathbf{w}_k(t) + \mathbf{w}_q^k(t); \\
 \mathbf{e}_q^k(t) &= \tilde{L}_k(t) \mathbf{o} \mathbf{e}^{(k-1)}(t) \mathbf{o} L_k(t); \\
 \mathbf{e}^{(k)}(t) &= \mathbf{e}_k(t) + \mathbf{e}_q^k(t) + \mathbf{w}_q^k(t) \times \mathbf{w}_k(t); \quad (9) \\
 \mathfrak{E}_q^k(t) &= \tilde{L}_k(t) \mathbf{o} \mathfrak{E}^{(k-1)}(t) \mathbf{o} L_k(t); \\
 \mathfrak{E}^{(k)}(t) &= \mathfrak{E}_k(t) + \mathfrak{E}_q^k(t) + (2\mathbf{e}_q^k(t) + \mathbf{w}_q^k(t) \times \mathbf{w}_k(t)) \times \mathbf{w}_k(t) + \mathbf{w}_q^k(t) \times \mathbf{e}_k(t),
 \end{aligned}$$

В итоге искомые векторы получаются как $\mathbf{w}(t) = \mathbf{w}^{(3)}(t)$, $\mathbf{e}(t) = \mathbf{e}^{(3)}(t)$ и $\mathfrak{E}(t) = \mathbf{v}(t) = \mathfrak{E}^{(3)}(t)$.

Функции переходов $\Phi_k(t)$ по углам поворота в элементарных движениях относительно ортов $\mathbf{e}_k, k=1,2,3$ должны удовлетворять краевым условиям:

$$\begin{aligned}
 \Phi_k^0 &= \langle \mathbf{w}_0, \mathbf{e}_k \rangle, \quad k=1,2,3; \\
 \Phi_3^f &= \langle \mathbf{w}_f, \mathbf{e}_3 \rangle, \\
 \Phi_k^f &= \langle L^* \mathbf{o} (\mathbf{w}_f - \mathbf{e}_3 \Phi_3^f) \mathbf{o} \tilde{L}^*, \mathbf{e}_k \rangle \\
 & \quad k=1,2; \\
 \Phi_1^0 &= \langle \mathbf{e}_0, \mathbf{e}_1 \rangle - \Phi_2^0 \Phi_3^0; \\
 \Phi_2^0 &= \langle \mathbf{e}_0, \mathbf{e}_2 \rangle + \Phi_1^0 \Phi_3^0; \\
 \Phi_3^0 &= \langle \mathbf{e}_0, \mathbf{e}_3 \rangle - \Phi_1^0 \Phi_2^0; \\
 \mathbf{e}_f^m &= L^* \mathbf{o} \mathbf{e}_f \mathbf{o} \tilde{L}^*; \\
 \mathfrak{E}_1^f &= \langle \mathbf{e}_f^m, \mathbf{e}_1 \rangle - \mathfrak{E}_2^f \Phi_3^f; \\
 \mathfrak{E}_2^f &= \langle \mathbf{e}_f^m, \mathbf{e}_2 \rangle + \mathfrak{E}_1^f \Phi_3^f; \\
 \mathfrak{E}_3^f &= \langle \mathbf{e}_f^m, \mathbf{e}_3 \rangle - \mathfrak{E}_1^f \Phi_2^f.
 \end{aligned}$$



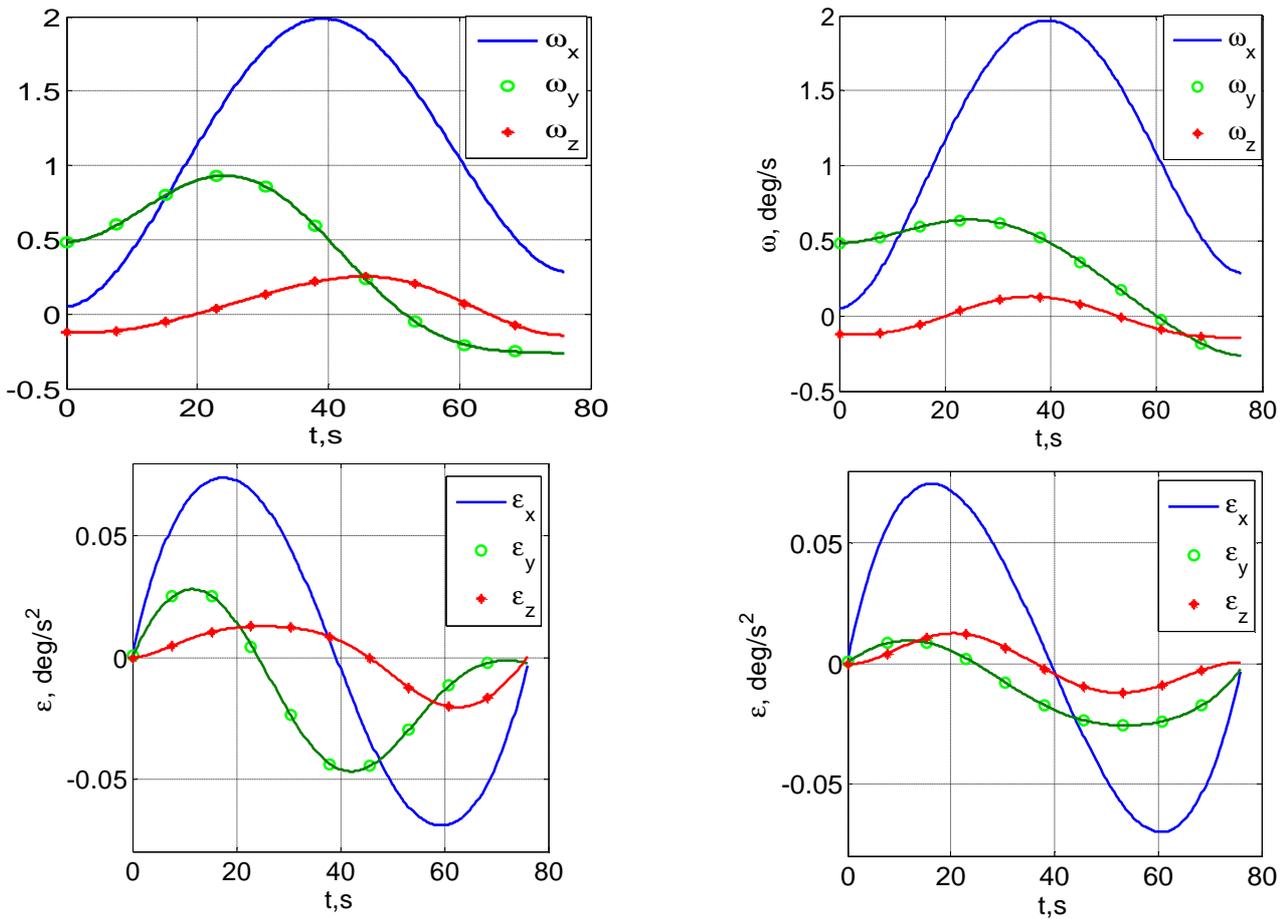


Рис. 1. Изменение кинематических параметров при поворотном манёвре: вариант а) слева

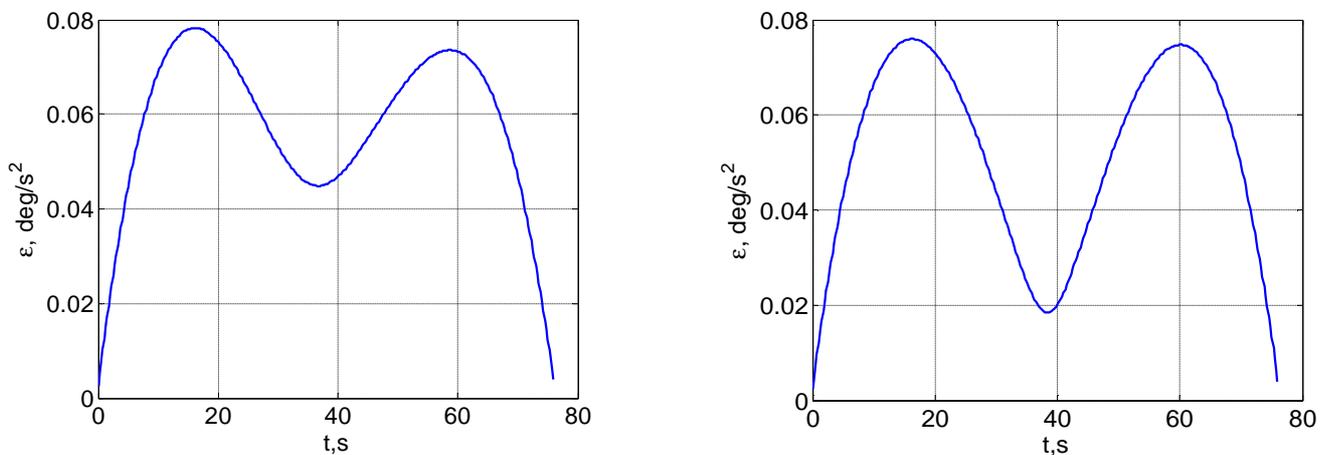


Рис.2. Изменение модуля ускорения при поворотном манёвре: вариант а) слева

Элементарные повороты конечно можно выполнять и при совмещении ортов Эйлера \mathbf{e}_k с ортами \mathbf{b}_k базиса \mathbf{B} . При этом функции переходов $\Phi_k(t)$ по углам поворота в элементарных движениях соответствуют углам Эйлера-Крылова в выбранной последовательности и краевые условия должны вычисляться на основе существенно *нелинейных* кинематических

соотношений (5). Рассмотрим практический пример ПМ, соответствующий пространственному угловому переходу КА к цели наблюдения на противоположенной стороне полосы обзора за время $T_p = 76$ с. Пусть заданы краевые условия $\mathbf{f}_0 = \{-35.4, 37.2, 8.39, 0.9\}^\circ$; $\mathbf{f}_f = \{20, 56.92, -30\}^\circ$;

$$\mathbf{w}_0 = \{0.05, 0.485, -0.125\}^\circ / c;$$

$$\mathbf{w}_f = \{0.286, -0.265, -0.142\}^\circ / c;$$

$$\mathbf{e}_0 = \{0.002459, 0.000575, -0.000240\}^\circ / c^2;$$

$$\mathbf{e}_f = \{-0.003241, -0.002348, 0.000320\}^\circ / c^2.$$

Пространственный поворотный маневр выполняется по оптимальному закону для каждого элементарного поворота в двух вариантах:

a) для указанных углов Эйлера-Крылова относительно ортов \mathbf{b}_k базиса \mathbf{B} ;

b) для последовательности поворотов относительно выбранных ортов Эйлера \mathbf{e}_k .

Полученные численные результаты представлены на рис. 1, 2. Функционал I_1 (б) принимает значения $I_1 = 0.057$ рад/ c^2 в варианте a) и $I_1 = 0.051$ рад/ c^2 в варианте b). По функционалу I_1 вариант b) имеет «выигрыш» в 11%. По исходному функционалу I_2 (2) такой «выигрыш» составляет 22%. Рис. 2 ясно иллюстрирует преимущества варианта b) также в отношении максимального уровня модуля ускорения. На основании многочисленных расчётов с самыми разнообразными краевыми условиями установлено, что вариант b) формирования приближённо оптимального ПМ *всегда имеет выигрыш* по сравнению с вариантом a) до 40% по функционалу I_1 при больших углах поворотного манёвра КА.

Оптимальный поворотный манёвр

Для исходной нелинейной задачи (1) – (4) составляется функция Гамильтона

$$H = -\frac{1}{2} \langle \mathbf{v}, \mathbf{v} \rangle + \frac{1}{2} \langle \text{vect}(\tilde{\mathbf{L}} \circ \mathbf{Y}), \mathbf{w} \rangle$$

$$+ \langle \mathbf{m}, \mathbf{e} \rangle + \langle \mathbf{p}, \mathbf{v} \rangle,$$

а для сопряжённых переменных (кватерниона $\mathbf{Y} = \mathbf{C}_\varphi \circ \mathbf{L}$, где

$\mathbf{C}_\varphi = (c_{\varphi_0}, \mathbf{c}_\varphi)$ – постоянный кватернион

[1], и векторов \mathbf{m}, \mathbf{p}) – сопряжённая

система дифференциальных уравнений

$$\dot{\mathbf{Y}} = -\partial H / \partial \mathbf{L} = \frac{1}{2} \mathbf{Y} \circ \mathbf{w};$$

$$\dot{\mathbf{w}} = -\partial H / \partial \mathbf{w} = -\frac{1}{2} \text{vect}(\tilde{\mathbf{L}} \circ \mathbf{Y})$$

$$= -\frac{1}{2} \tilde{\mathbf{L}} \circ \mathbf{c}_\varphi \circ \mathbf{L};$$

$$\dot{\mathbf{p}} = -\partial H / \partial \mathbf{e} = -\mathbf{m},$$

где постоянный [1] вектор $\mathbf{c}_\varphi = \{c_{\varphi_k}\}$ в

дальнейшем должен определяться.

Условие оптимальности

$\partial H / \partial \mathbf{v} = -\mathbf{v} + \mathbf{p} = \mathbf{0}$ в соответствии с

принципом максимума приводит к

оптимальному управлению $\mathbf{v}(t) = \mathbf{p}(t)$.

Структура решения необходимых далее

векторных компонентов сопряжённой

системы такова:

$$\mathbf{m}(t) = \mathbf{c}_\omega - \frac{1}{2} \int_{t_0^p}^t \tilde{\mathbf{L}}(\tau) \circ \mathbf{c}_\varphi \circ \mathbf{L}(\tau) d\tau;$$

$$\mathbf{p}(t) = \mathbf{v}(t) = \mathbf{c}_\varepsilon - \mathbf{c}_\omega (t - t_0^p)$$

$$+ \frac{1}{2} \int_{t_0^p}^t \int_{t_0^p}^{\tau} (\tilde{\mathbf{L}}(s) \circ \mathbf{c}_\varphi \circ \mathbf{L}(s) ds) d\tau,$$

где векторы $\mathbf{c}_\omega = \{c_{\omega_k}\}$ и $\mathbf{c}_\varepsilon = \{c_{\varepsilon_k}\}$

подлежат определению. Это позволяет

представить структуру решения всех

компонентов исходной прямой системы

(1) в аналитическом виде, где постоянные

векторы \mathbf{c}_φ , \mathbf{c}_ω и \mathbf{c}_ε должны быть

выбраны на основе численных методов с

удовлетворением краевых условий (3) и

(4).

Для численного построения строго

оптимального по критерию (2) управления

для нелинейной задачи (1) – (4)

применяется стандартный итерационный

метод Ньютона. При этом в качестве

решения «стартовой» задачи принимается

аналитическое приближённо оптимальное

движение, составленное из трёх

одновременно выполняемых

элементарных вращений относительно

специально выбранных трёх ортов Эйлера

\mathbf{e}_k . В такой «стартовой» задаче

постоянные векторы $\mathbf{c}_\varphi = \{c_{\varphi_k}\}$,

$\mathbf{c}_\omega = \{c_{\omega_k}\}$ и $\mathbf{c}_\varepsilon = \{c_{\varepsilon_k}\}$ имеют

компоненты, аналитически полученные

для оптимального движения в каждом

элементарном повороте. Уточнение

значений этих постоянных векторов

выполняется итерационно, с

использованием совместного численного

интегрирования прямой и сопряжённой систем дифференциальных уравнений, линеаризованных в окрестности решения на предыдущей итерации. Установлено, что при таком выборе начальной точки («стартовой» задачи) итерационного процесса по методу Ньютона имеется быстрая сходимость – обычно необходимо 2-3 итерации для получения численного решения с приемлемой точностью. Различие между приближённо оптимальным управлением (аналитическим решением «стартовой» задачи) и строго оптимальным управлением весьма незначительное – до 3% по функционалу I_1 для практически

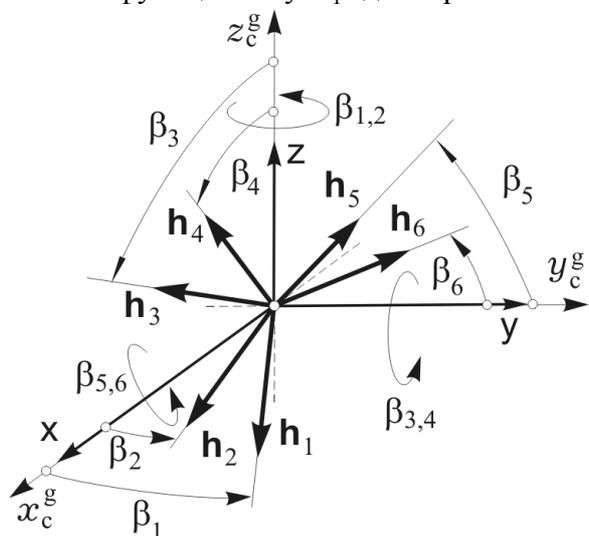


Рис. 3. Краткая схема 3-SPE и отсчет углов ГД

Силовой гироскопический комплекс

При выборе схемы расположения гиродинов (ГД) в связанном базисе \mathbf{B} учитываются требования, предъявляемые к гиросиловой системе управления движением КА. Как известно, применение групп (в простейшем случае пар) ГД с коллинеарными осями подвеса даёт очень важное преимущество при формировании схемы силового гироскопического комплекса (СГК), поскольку все внутренние сингулярные состояния такой схемы являются строго *проходимыми*. При использовании шести ГД рациональна классическая схема 3-SPE

важных поворотных манёвров КА с произвольными краевыми условиями (3) и (4).

Разработаны методы точного численного и приближённого аналитического расчета оптимального управления поворотным манёвром КА при наличии произвольно заданного условия $\mathbf{e}(t_f^p) \equiv \mathbf{v}(t_f^p) = \mathbf{e}^*(t_f^p) + \mathbf{w}(t_f^p) \times \mathbf{e}(t_f^p)$ на правом конце ПМ и ограничения на модуль вектора $\mathbf{w}(t)$ угловой скорости КА в процессе ПМ КА [9].

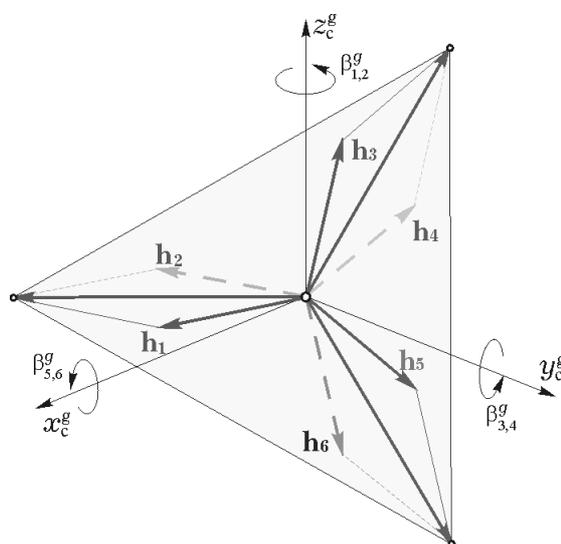


Рис. 4. Парковое состояние СГК

(система 3 ножничных пар – 3 Scissored Pair Ensemble), состоящая из трёх ортогонально ориентированных пар ГД (рис. 3). Введём вектор-столбец $\mathbf{b} = \{\beta_p, p = 1 \div 6\}$, составленный углов ГД относительно осей их подвеса, (рис. 3). Парковое состояние СГК данной схемы, когда вектор нормированного суммарного кинетического момента (КМ) СГК $\mathbf{h}(\mathbf{b}) = \sum \mathbf{h}_p(\beta_p) = \mathbf{0}$, представлено на рис. 4. Введём обозначения проекций ортов КМ каждого ГД на оси ортогонального канонического гироскопического базиса $\mathbf{G}_c = \{x_c^g, y_c^g, z_c^g\}$, (рис. 3):

$$x_1 = C_1 \equiv \cos\beta_1; \quad x_2 = C_2 \equiv \cos\beta_2;$$

$$y_1 = S_1 \equiv \sin\beta_1; \quad y_2 = S_2 \equiv \sin\beta_2;$$

$$\begin{aligned}x_3 &= S_3 \equiv \sin \beta_3; & x_4 &= S_4 \equiv \sin \beta_4; \\z_3 &= C_3 \equiv \cos \beta_3; & z_4 &= C_4 \equiv \cos \beta_4; \\y_5 &= C_5 \equiv \cos \beta_5; & y_6 &= C_6 \equiv \cos \beta_6; \\z_5 &= S_5 \equiv \sin \beta_5; & z_6 &= S_6 \equiv \sin \beta_6.\end{aligned}$$

Тогда вектор-столбец нормированного суммарного КМ СГК \mathbf{h} в гироскопическом базисе \mathbf{G}_c и градиентная матрица $\mathbf{A}_h(\mathbf{b}) = \partial \mathbf{h} / \partial \mathbf{b}$ представляются в виде

$$\mathbf{h} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_1 + C_2 + S_3 + S_4 \\ S_1 + S_2 + C_5 + C_6 \\ C_3 + C_4 + S_5 + S_6 \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{A}_h = \begin{bmatrix} -S_1 & -S_2 & C_3 & C_4 & 0 & 0 \\ C_1 & C_2 & 0 & 0 & -S_5 & -S_6 \\ 0 & 0 & -S_3 & -S_4 & C_5 & S_6 \end{bmatrix}.$$

Сингулярное состояние данной схемы возникает при таких угловых положениях ГД, когда матрица Грамма $\mathbf{G}(\mathbf{b}) \equiv \mathbf{A}_h(\mathbf{b})\mathbf{A}_h^T(\mathbf{b})$ теряет полный ранг, т.е. при $\det(\mathbf{G}(\mathbf{b})) = 0$. Принципиальной проблемой управления СГК избыточной структуры является выбор функции распределения потребного суммарного КМ СГК между ГД – синтез так называемого закона настройки СГК. Наиболее рациональными с позиций синтеза законов наведения, бортовой реализации алгоритмов управления СГК и прогнозирования динамической реализуемости потребных угловых манёвров КА являются *явные* законы настройки ГД, которые позволяют получить все характеристики движения каждого ГД (угловые перемещения, скорости, ускорения) по явным аналитическим соотношениям.

Синтез законов гиросилового наведения

Задача синтеза законов гиросилового наведения заключается в создании алгоритмов углового перемещения каждого ГД в составе СГК, гарантирующих абсолютно точную реализацию заданного программного углового движения КА, например при

выполнении их пространственных поворотных манёвров, оптимальных по потребному среднему ускорению (6). Избыточность числа ГД в схеме *3-SPE* (три оси управления при шести ГД, формирующих управляющие гироскопические моменты) и возможные сингулярные состояния этой схемы исключаются с помощью явного векторного закона настройки СГК. При обозначениях

$$x_{12} = x_1 + x_2; \quad x_{34} = x_3 + x_4;$$

$$y_{12} = y_1 + y_2; \quad y_{56} = y_5 + y_6;$$

$$z_{34} = z_3 + z_4; \quad z_{56} = z_5 + z_6;$$

$$\tilde{x}_{12} = \frac{x_{12}}{\sqrt{4 - y_{12}^2}}; \quad \tilde{x}_{34} = \frac{x_{34}}{\sqrt{4 - z_{34}^2}};$$

$$\tilde{y}_{12} = \frac{y_{12}}{\sqrt{4 - x_{12}^2}}; \quad \tilde{y}_{56} = \frac{y_{56}}{\sqrt{4 - z_{56}^2}};$$

$$\tilde{z}_{34} = \frac{z_{34}}{\sqrt{4 - x_{34}^2}}; \quad \tilde{z}_{56} = \frac{z_{56}}{\sqrt{4 - y_{56}^2}}$$

компоненты явного векторного закона настройки

$$\mathbf{f}_\rho(\mathbf{b}) = \{f_{\rho 1}, f_{\rho 2}, f_{\rho 3}\} \equiv \mathbf{0} \quad (10)$$

СГК схемы *3-SPE* принимаются в виде

$$f_{\rho 1}(\mathbf{b}) \equiv \tilde{x}_{12} - \tilde{x}_{34} + \rho(\tilde{x}_{12}\tilde{x}_{34} - 1);$$

$$f_{\rho 2}(\mathbf{b}) \equiv \tilde{y}_{56} - \tilde{y}_{12} + \rho(\tilde{y}_{56}\tilde{y}_{12} - 1);$$

$$f_{\rho 3}(\mathbf{b}) \equiv \tilde{z}_{34} - \tilde{z}_{56} + \rho(\tilde{z}_{34}\tilde{z}_{56} - 1),$$

где постоянный параметр ρ удовлетворяет условию $0 < \rho < 1$.

Аналитически доказано, что при таком законе настройки отсутствуют сингулярные состояния для всех внутренних точек области вариации нормированного суммарного КМ СГК. В силу наличия обобщённого векторного интеграла суммарного вектора кинетического момента механической системы (КА+СГК) потребное изменение вектора нормированного КМ СГК является известной функцией $\mathbf{h}(t)$ на заданном интервале времени $t \in T_p \equiv [t_0^p, t_f^p]$. При законе настройки (10) для каждого момента времени имеется система шести нелинейных алгебраических уравнений с шестью

неизвестными – углами гиродинов $\beta_p(t)$, $p = 1 \div 6$ относительно осей их подвеса. Получить явное аналитическое решение такой системы весьма затруднительно, поэтому эффективно численное решение по методу простой итерации [10]. Последующий расчёт скоростей и ускорений ГД относительно

осей их подвеса выполняется по явным аналитическим соотношениям. В качестве примера на рис. 5 представлены скорости прецессии всех шести ГД в составе СГК, соответствующие поворотному маневру КА по варианту *b*) с указанными выше краевыми условиями.

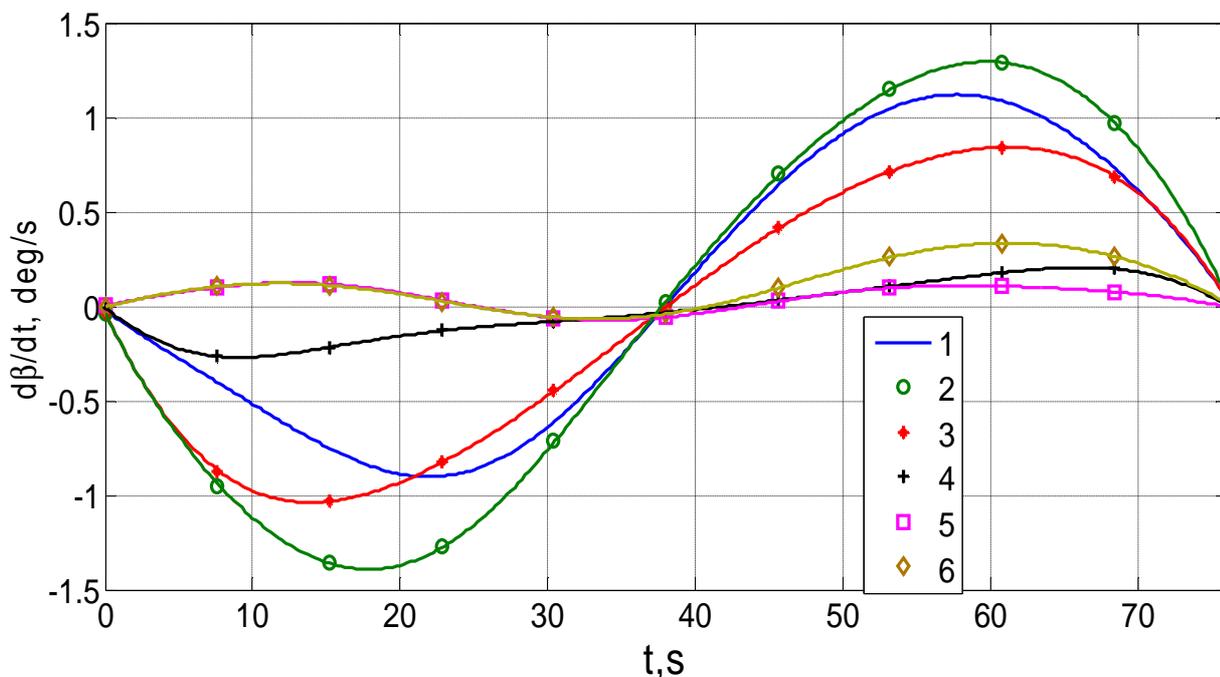


Рис. 5. Скорости прецессии шести ГД в составе СГК при поворотном маневре КА

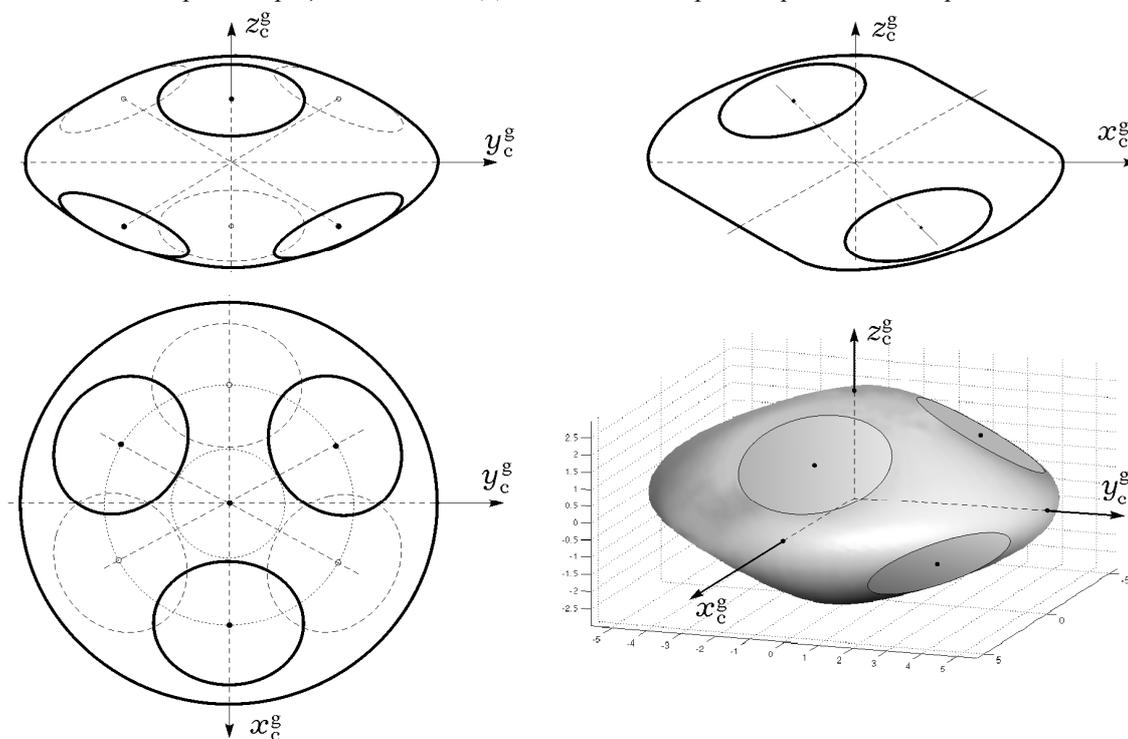


Рис. 6. Оболочка области вариации КМ СГК при расположении осей подвеса ГД на поверхности конуса

Изменение формы области вариации КМ SGK легко достигается наклоном осей подвеса ГД, (рис.6), где угол полураствора конуса равен 30° .

Заключение

Сформулирована новая постановка задачи оптимизации поворотного манёвра космических аппаратов с кинематическими краевыми условиями общего вида. Разработаны методы точного численного и приближенного аналитического решения этой задачи. Представлены результаты аналитического синтеза соответствующих законов гиросилового наведения КА и управления силовым гироскопическим комплексом кратной схемы на основе шести гиродинов. В процессе такого «профилированного» наведения естественным способом достигается слабое возбуждение упругих колебаний конструкции КА наблюдения за счёт достаточной «гладкости» аналитически рассчитанного гиросилового управления.

Работа поддержана РФФИ (проекты 08-08-999101 и 08-08-00512) и Отделением энергетики, механики, машиностроения и процессов управления РАН (программа 15).

Библиографический список

1. Бранец В.Н., Шмыглевский П.П. Применение кватернионов в задачах ориентации твердого тела. М: Наука. 1973.
2. Kozlov D.I., Anshakov G.P., Antonov Yu.G., Makarov V.P., Somov Ye.I. Precise flight control systems of Russian remote sensing spacecraft // Space Technology. 1999. Vol. 19. № 3-4. P. 149-163.
3. Аншаков Г.П., Сомов Е.И., Бутырин С.А. Динамика прецизионных гиросиловых систем управления космическими аппаратами землеобзора // Труды XI Санкт-Петербургской Международной конференции по интегрированным навигационным системам. Санкт Петербург: ЦНИИ «Электроприбор». 2004. С. 169-170.

4. Сомов Е.И., Бутырин С.А. Аналитический синтез программного движения космических аппаратов наблюдения // Известия Самарского научного центра РАН. 2004. Том 6. № 1. С. 168-179.

5. Сомов Е.И. Аналитический синтез программного гиросилового управления свободнолетающим космическим роботом. Проблемы управления. № 6. 2006. С. 72-78.

6. Василенко В.А. Слайн - функции: теория, алгоритмы, программы. Новосибирск: Наука. 1983.

7. Сомов Е.И., Бутырин С.А., Сорокин А.В., Платонов В.Н. Управление силовыми гироскопическими комплексами космических аппаратов // Труды X Санкт-Петербургской Международной конференции по интегрированным навигационным системам. С.- Петербург, ЦНИИ «Электроприбор». 2003. С. 278-294.

8. Сомов Е.И. Оптимизация поворотного маневра и синтез законов гиросилового наведения космических аппаратов и свободнолетающих роботов // Известия Самарского научного центра РАН. 2007. Том 9. №3. С. 824-834.

9. Сомов Е.И., Бутырин С.А. Экономичные способы обеспечения высокой информативности землеобзора при гиросиловом наведении космических аппаратов // Известия Самарского научного центра РАН. 2009. Том 11. № 3. С. 141-152.

10. Сомов Е.И., Мещеряков С.С. Оценка реализуемости поворотного маневра космического аппарата при неопределенности накопленного кинетического момента силового гироскопического комплекса // Известия Самарского научного центра РАН. 2008. Том 10. № 3. С. 799-807.

References

1. Branetz V.N., Shmyglevsky I.P. Application of quaternions for problems of rigid body attitude. 1973. Moscow: Nauka.
2. Kozlov D.I., Anshakov G.P., Antonov Yu.G., Makarov V.P., Somov Ye.I. Precise flight control systems of Russian

remote sensing spacecraft // Space Technology. 1999. Vol. 19. No. 3&4. P. 149-163.

3. Anshakov G.P., Somov Ye.I., Butyrin S.A. Dynamics of precise gyromoment control systems by the land-survey spacecraft // Proceedings of 11th Saint Petersburg International conference on integrated navigation systems. 2004. P. 289-290. St.-Petersburg: CSRI "Elektropribor".

4. Somov Ye.I., Butyrin S.A. Analytical synthesis of a programmed motion for remote sensing spacecraft // Izvestiya of Samara Scientific Center RAS. 2004. Vol. 6. No. 1. P. 168-179.

5. Somov Ye.I. Analytic synthesis of a programmed gyromoment control by free-flying space robot. Control Problems. 2006. No. 6, P. 72-78.

6. Vasilenko V.A. Spline-functions: theory, algorithms, software. 1983. Novosibirsk: Nauka.

7. Somov Ye.I., Butyrin S.A., Sorokin A.V., Platonov V.N. Steering the spacecraft

control moment gyroscope clusters // Proceedings of 10th Saint Petersburg International conference on integrated navigation systems. 2003. P. 403-419. St.-Petersburg: CSRI "Electropribor".

8. Somov Ye.I. Optimization of a rotation maneuver and synthesis of gyromoment guidance laws for spacecraft and free-flying robots // Izvestiya of Samara Scientific Center RAS. 2007. Vol. 9. No. 3. P. 824-834.

9. Somov Ye.I., Butyrin S.A. Economical methods for ensuring a high informativity of land-survey at a spacecraft gyromoment guidance // Izvestiya of Samara Scientific Center RAS. 2009. Vol. 11. No. 3. P. 141-152.

10. Somov Ye.I., Meshcheryakov S.S. Estimation of realizability for a spacecraft rotational maneuver at uncertainty by an accumulated angular momentum of gyromoment cluster // Izvestiya of Samara Scientific Center RAS. 2008. Vol. 10. No. 3. P. 799-807.

THE ROTATION MANEUVERS AND SYNTHESIS OF GYROMOMENT GUIDANCE LAWS FOR LAND-SURVEY SPACECRAFT

© 2010 G.P. Anshakov^{1,2}, Ye. I. Somov^{2,1}, S. A. Butyrin^{2,1}

¹ State Research –Production Rocket – Space Center "TsSKB-Progress", Samara

² Samara Scientific Center, Russian Academy of Sciences

New statement of problem for the rotation maneuvers optimizing the land-survey spacecraft with general kinematic boundary condition, is presented. There are considered fine numerical and approximate analytic methods for solving that problem. Some results on analytic synthesis of guidance and control of the gyromoment cluster by multiply scheme based on six gyrodines, are presented.

Spacecraft, gyromoment guidance, rotational maneuver, optimization

Информация об авторе

Аншаков Геннадий Петрович, д.т.н., проф., чл.-корр. РАН, зам. генерального конструктора ГНП РКЦ «ЦСКБ-Прогресс», научный руководитель отдела «Динамики и управления движением» СамНЦ РАН, E-mail gennadyanshkov@pochta.ru

Сомов Евгений Иванович, к.т.н., с.н.с., доц., зав. отделом «Динамики и управления движением» СамНЦ РАН, вед. научный сотрудник ГНП РКЦ «ЦСКБ-Прогресс», E-mail e_somov@mail.ru

Бутырин Сергей Анфимович, к.т.н., с.н.с., вед. научный сотрудник отдела «Динамики и управления движением» СамНЦ РАН, вед. научный сотрудник ГНП РКЦ «ЦСКБ-Прогресс», E-mail butyrinsa@mail.ru

Anshakov Gennady Petrovich, Doctor of Science, Professor, RAS Corresponding Member, Deputy General Designer , SRP SC “TsSKB-Progress”, Research Supervisor of Motion dynamics and control Department at RAS Samara Research Center, E-MAIL: gennadyanshskov@pochta.ru

Somov Evgeny Ivanovich, Candidate of Science, senior staff scientist, associate professor, Head of Motion dynamics and control Department at RAS Samara Research Center, key research staff specialist at SRP SC “TsSKB-Progress”, e-mail: e_somov@mail.ru

Butyrin Sergey Anfimovich, Candidate of Science, senior staff scientist, key research staff specialist at Motion dynamics and control Department at RAS Samara Research Center , key research staff specialist at SRP SC “TsSKB-Progress”, e-mail: bytyrinsa@mail.ru