

УДК 629.786

## МЕТОД УЧЁТА ХАРАКТЕРИСТИК ТРОСА ПРИ МОДЕЛИРОВАНИИ ДВИЖЕНИЯ ОРБИТАЛЬНОЙ ТРОСОВОЙ СИСТЕМЫ

© 2010 Е.В. Лаптев

ФГУП «ГНПРКЦ «ЦСКБ-Прогресс», г. Самара

Рассматривается задача моделирования движения орбитальной тросовой системы (ОТС) с учётом характеристик троса.

*Орбитальная тросовая система, раздельное пошаговое моделирование, псевдосвободное движение, движение подтягивания*

Орбитальные тросовые системы в современной космической технике вызывают существенный интерес. Большое значение для их практического использования имеют вопросы моделирования процессов их развёртывания и движения. В большинстве известных работ, посвящённых данному вопросу, используется допущение о невесомости троса, связывающего объекты ОТС, что может привести к весьма существенным отличиям результатов моделирования от реального движения ОТС. Для учёта характеристик троса предложен ряд методов, основанных на его представлении в виде гибкой материальной нити или в виде цепочки сосредоточенных масс, что значительно усложняет модель движения и увеличивает трудоёмкость моделирования [1,2].

В данной работе предлагается метод, позволяющий простыми средствами учесть влияние на движение ОТС массы троса и действующих на него внешних сил.

С этой целью ОТС рассматривается в виде совокупности трёх материальных тел (базового, отделяемого космического объекта и связывающего их гибкого троса), движущейся под действием показанной на рисунке 1 системы внешних и внутренних сил.

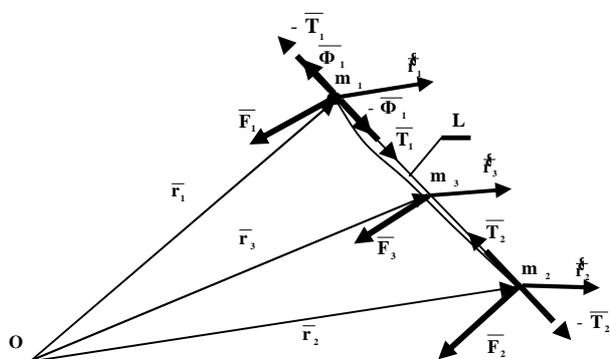


Рис. 1. Схема ОТС и действующих на неё внешних и внутренних сил

Уравнения поступательного движения указанных тел в поле Земли можно представить в виде

$$\begin{aligned} m_1 \ddot{\vec{r}}_1 &= \vec{F}_1 + \vec{T}_1 + \vec{\Phi}_1; \\ m_2 \ddot{\vec{r}}_2 &= \vec{F}_2 + \vec{T}_2; \\ m_3 \ddot{\vec{r}}_3 &= \vec{F}_3 - \vec{T}_1 - \vec{T}_2 - \vec{\Phi}_1; \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \ddot{\vec{E}} &= \vec{w}_{\text{тр}}; \\ \dot{m}_1 &= -m_{\text{п}} \dot{\vec{E}}; \\ \dot{m}_3 &= m_{\text{п}} \dot{\vec{E}}; \end{aligned}$$

где  $m_1$ ,  $m_2$ ,  $m_3$  - массы объектов ОТС и выпущенного троса, соответственно;  $\vec{r}_1$ ,  $\vec{r}_2$ ,  $\vec{r}_3$  - радиус-векторы, определяющие положение центров масс объектов ОТС и троса относительно центра масс Земли;  $\vec{F}_1$ ,  $\vec{F}_2$ ,  $\vec{F}_3$  - равнодействующие внешних сил, действующих на объекты ОТС и трос;

$\bar{T}_1, \bar{T}_2$  - силы натяжения троса в местах его крепления к объектам ОТС;  $\bar{\Phi}_1$  - реактивная сила, действующая на базовый объект ОТС и трос в месте его выпуска;  $L$  - длина выпущенного троса;  $w_{тр}$  - закон выпуска (втягивания) троса;  $m_n$  - погонная масса троса;  $D = |\bar{r}_2 - \bar{r}_1|$  - расстояние между объектами ОТС.

Поскольку расстояние между объектами ОТС не может быть больше длины выпущенного троса, то в процессе её движения должно выполняться ограничение

$$D \leq L. \quad (2)$$

Из системы (1) следует, что закон движения ОТС зависит от входящих в неё сил, которые по своей природе существенно различны. Если реактивную и внешние силы можно считать известными и изменяющимися по законам, не зависящим от характера движения ОТС, то силы натяжения троса  $\bar{T}_1$  и  $\bar{T}_2$  неизвестны. Закон их изменения, в свою очередь, зависит от закона движения ОТС, вследствие чего моделирование её движения с использованием системы (1) в представленном выше виде является трудноразрешимой задачей.

Для устранения указанного противоречия предлагается метод, основанный на последовательном исключении сил натяжения из уравнений движения.

Отметим, что движение ОТС в общем случае может состоять из характерных участков двух типов: участков, на которых силы натяжения троса равны нулю ( $\bar{T}_1 = \bar{T}_2 = 0$ ), и участков, где силы его натяжения отличны от нуля.

Моменты перехода между характерными участками определяются путём сравнения расстояния между объектами ОТС и скорости его изменения с длиной выпущенного троса и скоростью его выпуска.

Если

$$(D < L) \cup (D = L \cup D < L), \quad (3)$$

то трос не натянут и силы его натяжения можно считать равными нулю ( $\bar{T}_1 = \bar{T}_2 = 0$ ). В противном случае трос натянут и указанные силы отличны от нуля.

На участках первого типа трос никакого влияния на движение объектов ОТС не оказывает, вследствие чего уравнение движения его центра масс из системы (1) целесообразно исключить и рассматривать её в виде

$$\begin{aligned} m_1 \ddot{r}_1 &= \bar{F}_1 + \bar{\Phi}_1; \\ m_2 \ddot{r}_2 &= \bar{F}_2; \\ \dot{L} &= w_{тр}; \end{aligned} \quad (4)$$

$$\dot{m}_1 = -m_n \dot{L};$$

$$\dot{m}_3 = m_n \dot{L}.$$

Система (4) не содержит неизвестных сил и её интегрирование не представляет затруднений.

Для участков, на которых трос натянут и силы его натяжения отличны от нуля, введём в рассмотрение новые переменные

$$m_2' = m_2 + m_3; \quad (5)$$

$$\bar{r}_2' = \frac{m_2 \bar{r}_2 + m_3 \bar{r}_3}{m_2 + m_3}. \quad (6)$$

В силу того, что масса троса в единицу времени изменяется незначительно, т. е.  $\dot{m}_3 \gg 0$ , допустим, что

$$\ddot{r}_2' = \frac{m_2 \ddot{r}_2 + m_3 \ddot{r}_3}{m_2 + m_3}, \quad (7)$$

$$\dot{m}_2' = \frac{m_2 \dot{m}_2 + m_3 \dot{m}_3}{m_2 + m_3}. \quad (8)$$

Кроме того, на участках натяжения троса можно считать, что трос, силы его натяжения и реактивная сила направлены вдоль прямой, соединяющей объекты ОТС, вследствие чего

$$\bar{r}_3 = \frac{\bar{r}_1 + \bar{r}_2}{2}; \quad (9)$$

$$\bar{T}_1 = T_1 \frac{\bar{r}_2' - \bar{r}_1}{D}; \quad (10)$$

$$\bar{\Phi}_1 = -m_n \ddot{\mathbf{E}} \times \frac{\bar{\mathbf{r}}_2' - \bar{\mathbf{r}}_1}{D\dot{\zeta}}; \quad (11)$$

где

$$D\dot{\zeta} = |\bar{\mathbf{r}}_2' - \bar{\mathbf{r}}_1|. \quad (12)$$

Складывая второе и третье уравнения системы (1), с учётом принятых выше обозначений и допущений приведём её к виду

$$\begin{aligned} m_1 \ddot{\mathbf{F}}_1 &= \bar{\mathbf{F}}_1 + \mathbf{T}_1 \times \frac{\bar{\mathbf{r}}_2' - \bar{\mathbf{r}}_1}{D\dot{\zeta}}; \\ m_2 \ddot{\mathbf{F}}_2 &= \bar{\mathbf{F}}_2 - \mathbf{T}_1 \times \frac{\bar{\mathbf{r}}_2' - \bar{\mathbf{r}}_1}{D\dot{\zeta}}; \\ \ddot{\mathbf{E}} &= \mathbf{w}_{\text{тр}}; \\ m_1 \dot{\mathbf{E}} &= -m_n \dot{\mathbf{E}}; \\ m_2 \dot{\mathbf{E}} &= m_n \dot{\mathbf{E}}, \end{aligned} \quad (13)$$

где

$$\bar{\mathbf{F}}_1' = \bar{\mathbf{F}}_1 + \bar{\Phi}_1; \quad (14)$$

$$\bar{\mathbf{F}}_2' = \bar{\mathbf{F}}_2 + \bar{\mathbf{F}}_3 - \bar{\Phi}_1. \quad (15)$$

Система (13) описывает поступательное движение центров масс базового объекта и связки **трос+отделяемый объект** под действием силы натяжения троса  $\bar{\mathbf{T}}_1$  и внешних сил  $\bar{\mathbf{F}}_1'$  и  $\bar{\mathbf{F}}_2'$ , показанных на рисунке 2.

Если параметры их движения известны, то с помощью соотношений (5-9) несложно определить и параметры движения центра масс отделяемого объекта.

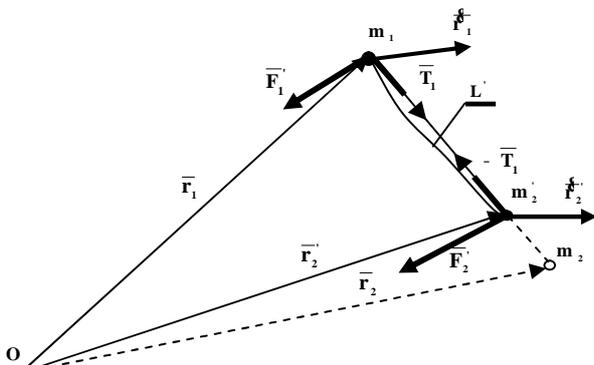


Рис. 2. Система двух точечных масс ( центров масс базового объекта и связки **трос+отделяемый объект**) и действующих на неё сил

Система (13) аналогична системе движения двух точечных масс, связанных

невесомым тросом, и содержит только одну неизвестную силу  $\bar{\mathbf{T}}_1$ , для исключения которой из уравнений движения может быть применен разработанный автором метод раздельного пошагового моделирования.

Согласно указанному методу движение указанных масс на малых интервалах времени с помощью замены переменных раскладывается на **псевдосвободное** движение и движение **подтягивания**. Под **псевдосвободным** движением при этом понимается их движение под действием системы сил, из которой исключается сила натяжения троса, а её влияние учитывается в виде дополнительных добавок, определяемых по конечным соотношениям.

Уравнения **псевдосвободного** движения центров масс базового объекта и связки **трос +отделяемый объект** имеют вид

$$\begin{aligned} m_1 \ddot{\mathbf{F}}_1 &= \bar{\mathbf{F}}_1; \\ m_2 \ddot{\mathbf{F}}_2 &= \bar{\mathbf{F}}_2; \\ \ddot{\mathbf{E}} &= \mathbf{w}_{\text{тр}}; \\ m_1 \dot{\mathbf{E}} &= -m_n \dot{\mathbf{E}}; \\ m_2 \dot{\mathbf{E}} &= m_n \dot{\mathbf{E}} \end{aligned} \quad (16)$$

и интегрируются с начальными условиями

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{r}}_1(t_i) &= \bar{\mathbf{r}}_1(t_i); \quad \dot{\bar{\mathbf{r}}}_1(t_i) = \dot{\bar{\mathbf{r}}}_1(t_i); \\ \bar{\mathbf{r}}_2'(t_i) &= \bar{\mathbf{r}}_2'(t_i); \quad \dot{\bar{\mathbf{r}}}_2'(t_i) = \dot{\bar{\mathbf{r}}}_2'(t_i) \end{aligned} \quad (17)$$

на каждом шаге.

На каждом шаге при этом определяются

$$d\dot{\zeta} = |\bar{\mathbf{r}}_2' - \bar{\mathbf{r}}_1|; \quad d\dot{\zeta}^0 = \frac{\bar{\mathbf{r}}_2' - \bar{\mathbf{r}}_1}{d\dot{\zeta}}; \quad (18)$$

$$\mathbf{d}' = (\dot{\bar{\mathbf{r}}}_2' - \dot{\bar{\mathbf{r}}}_1) \times \mathbf{d}'^0; \quad L' = \frac{m_2' + m_2}{2m_2'} \cdot L \quad (19)$$

и проводится проверка условий

$$(d\dot{\zeta} < L) \cup (d\dot{\zeta} = L) \cup (d\dot{\zeta} < \dot{\mathbf{E}}), \quad (20)$$

эквивалентных условиям (3).

Если условия (20) не выполняются, то силы натяжения троса отличны от нуля и параметры движения центров масс базового объекта и связки **трос+отделяемый объект** складываются из параметров их **псевдосвободного** движения и движения **подтягивания**

$$\bar{\mathbf{r}}_1 = \bar{\mathbf{r}}_1 + \frac{m_2'}{m_1 + m_2'} (d\bar{\mathbf{c}} - \mathbf{L}\bar{\mathbf{c}}) \times d\bar{\mathbf{c}}^0; \quad (21)$$

$$\bar{\mathbf{r}}_2' = \bar{\mathbf{r}}_2' - \frac{m_1}{m_1 + m_2'} (d\bar{\mathbf{c}} - \mathbf{L}\bar{\mathbf{c}}) \times d\bar{\mathbf{c}}^0;$$

$$\bar{\mathbf{r}}_1' = \bar{\mathbf{r}}_1' + \frac{m_2'}{m_1 + m_2'} (d\bar{\mathbf{c}} - \mathbf{L}\bar{\mathbf{c}}) \times d\bar{\mathbf{c}}^0; \quad (22)$$

$$\bar{\mathbf{r}}_2' = \bar{\mathbf{r}}_2' - \frac{m_1}{m_1 + m_2'} (d\bar{\mathbf{c}} - \mathbf{L}\bar{\mathbf{c}}) \times d\bar{\mathbf{c}}^0$$

После этого проводится переход к следующему шагу интегрирования системы (16).

Если условия (20) выполняются, то  $\bar{\mathbf{T}}_1 = \bar{\mathbf{T}}_2 = \mathbf{0}$  и проводится переход к интегрированию системы (4) при начальных условиях

$$\bar{\mathbf{r}}_1 = \bar{\mathbf{r}}_1; \quad \bar{\mathbf{r}}_2 = \frac{2m_2'\bar{\mathbf{r}}_2' - (m_2' - m_2)\bar{\mathbf{r}}_1}{m_2' + m_2}; \quad (23)$$

$$\bar{\mathbf{r}}_1' = \bar{\mathbf{r}}_1'; \quad \bar{\mathbf{r}}_2' = \frac{2m_2'\bar{\mathbf{r}}_2' - (m_2' - m_2)\bar{\mathbf{r}}_1'}{m_2' + m_2}; \quad (24)$$

в процессе интегрирования также проводится пошаговая проверка условий натяжения троса и в зависимости от их выполнения либо продолжается интегрирование системы (4), либо проводится переход к интегрированию системы (13) с начальными условиями

$$m_2' = m_2 + m_3; \quad (25)$$

$$\bar{\mathbf{r}}_2' = \frac{(2m_2 + m_3)\bar{\mathbf{r}}_2 + m_3\bar{\mathbf{r}}_1}{2(m_2 + m_3)}; \quad (26)$$

$$\bar{\mathbf{r}}_2' = \frac{(2m_2 + m_3)\bar{\mathbf{r}}_2' + m_3\bar{\mathbf{r}}_1'}{2(m_2 + m_3)}. \quad (27)$$

Силы натяжения троса на участках его натяжения по известным кинематическим параметрам движения объектов ОТС при необходимости могут быть определены из приведённых ниже соотношений, которые несложно получить из уравнений (1) и (13) с учётом кинематических связей

$$\begin{aligned} \mathbf{T}_1 &= \frac{m_1 m_2'}{m_1 + m_2'} (\bar{\mathbf{a}}_2' - \bar{\mathbf{a}}_1') \times \bar{\mathbf{R}}^0 - \\ &- \frac{m_1 (m_2' + m_2)}{2(m_1 + m_2')} (\bar{\mathbf{L}} - w^2 \mathbf{L}); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{T}_2 &= \frac{m_2 (2m_1 + m_3)}{m_1 (m_2' + m_2)} \mathbf{T}_1 + \\ &+ \frac{m_2}{m_2' + m_2} (m_3 (\bar{\mathbf{a}}_1 + \bar{\mathbf{a}}_2) - 2\bar{\mathbf{F}}_3) \times \bar{\mathbf{R}}^0 + \\ &+ \frac{m_2 (2m_1 + m_3)}{m_1 (m_2' + m_2)} \bar{\Phi} \times \bar{\mathbf{R}}^0; \end{aligned}$$

где

$$w^2 = \frac{D\bar{\mathbf{V}}' \times D\bar{\mathbf{V}}' - (D\bar{\mathbf{V}}' \times \bar{\mathbf{R}}^0)}{(\bar{\mathbf{R}}')^2};$$

$$D\bar{\mathbf{V}}' = \bar{\mathbf{r}}_2' - \bar{\mathbf{r}}_1'; \quad \bar{\mathbf{R}}' = |\bar{\mathbf{r}}_2' - \bar{\mathbf{r}}_1'|;$$

$$\bar{\mathbf{a}}_1 = \frac{\bar{\mathbf{F}}_1}{m_1}; \quad \bar{\mathbf{a}}_2 = \frac{\bar{\mathbf{F}}_2}{m_2};$$

$$\bar{\mathbf{a}}_1' = \bar{\mathbf{a}}_1 + \frac{\bar{\Phi}_1}{m_1}; \quad \bar{\mathbf{a}}_2' = \bar{\mathbf{a}}_2 + \frac{\bar{\mathbf{F}}_2 - \bar{\Phi}_1}{m_2};$$

Предлагаемый метод с помощью весьма простых средств позволяет учесть влияние на движение ОТС массы троса и любых действующих на него и объекты ОТС внешних сил и обеспечить за счёт этого высокую степень соответствия результатов моделирования реальному движению ОТС.

### Библиографический список

1. Иванов В.А., Ситарский Ю.С. Динамика полёта системы гибко связанных космических аппаратов. М., Машиностроение, 1986.

2. А.П.Алпатов, В.В.Белецкий и др. Динамика космических систем с тросовыми и шарнирными соединениями. Москва-Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика». Институт компьютерных исследований, 2007.

### References

1. V.A.Ivanov, Y.S.Sitarsky – “Flight dynamics of flexibly coupled satellites system” - Mechanical Engineering, 1986, Moscow,.

2. A.P.Alpatov, V.V.Beletsky – “Dynamics of space system with tether and hinge joint” – Moscow-Izhevsk: Research Center “Regular and random dynamics”. Institute of information technologies, 2007.

## **TETHER PARAMETERS CONSIDERATION DURING MOTION SIMULATION OF ORBITAL TETHER SYSTEM**

© 2010 E.V.Laptev

SRP SRC 'TsSKB-Progress', Samara

Major task of orbital tether system motion simulation (OTS) taking into account its parameters is represented in the article.

*Orbital tether system, step-by-step simulation, pseudofree motion, tightening motion*

### **Информация об авторе**

**Лаптев Евгений Васильевич**, ведущий инженер конструктор ФГУП «ГНПРКЦ «ЦСКБ-Прогресс», E-mail: [csdb@mail.samtel.ru](mailto:csdb@mail.samtel.ru). Область научных интересов: динамика полёта КА, моделирование процессов управления космическими аппаратами.

**Laptev Evgeniy Vasiljevich**, principal design engineer State Research and Production Space Center "TsSKB-Progress", E-mail address: [csdb@mail.samtel.ru](mailto:csdb@mail.samtel.ru). Field of research: SC flight dynamics, simulation of SC control procedure.