УДК 629.78.01

СКВОЗНАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ ВЕТВЯЩИХСЯ ТРАЕКТОРИЙ КОСМИЧЕСКИХ СИСТЕМ С УЧЁТОМ СЛУЧАЙНЫХ ВОЗМУЩЕНИЙ

© 2010 А. С. Филатьев, О. В. Янова

Центральный аэрогидродинамический институт имени профессора Н. Е. Жуковского

Рассмотрена задача оптимизации ветвящихся траекторий космических транспортных систем с учётом случайных атмосферных возмущений (вариаций термодинамических параметров и ветра) и ограничений на допустимые области рассеивания точек падения отделяемых частей.

Космические транспортные системы, отделяемые части, ветвящиеся траектории, сквозная оптимизация, атмосферные возмущения, области падения.

Рассматривается задача сквозной оптимизации ветвящихся траекторий космических транспортных систем (КТС) при выведении полезной нагрузки на заданную орбиту. Основная ветвь траектории КТС соответствует активному участку выведения, боковые – движению отделяемых частей (ОЧ). На каждой ветви движение элементов КТС описывается нормальной системой обыкновенных дифференциальных уравнений [1]:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{F}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t), \tag{1}$$

где $\mathbf{x}$ – фазовый вектор, $\mathbf{u}$ – вектор управления, t – время.

На управление и движение элементов КТС наложены ограничения $\mathbf{G}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t) \le 0$. В начальной, конечной и, быть может, промежуточных точках ветвей заданы граничные условия. В точках ветвления выполняются условия «склейки», т.е. условия непрерывности радиус-вектора и вектора скорости, и закон сохранения массы. В качестве управления используется орт тяги. Функционалом Φ является масса, выводимая на заданную орбиту.

На всех участках полёта учитывается систематическая составляющая атмосферных возмущений. Случайные возмущения учитываются только на боковых ветвях - траекториях неуправляемого полёта ОЧ, где их влияние не может быть компенсировано системой управления и поэтому должно учитываться при формировании номинальной траектории КТС. На области σ рассеивания точек падения ОЧ наложены ограничения: при заданном уровне вероятности P_k они должны принадлежать заданным множествам - допустимым полям падения:

$$\sigma \subset D_{доп}.$$

Таким образом, приходим к следующей задаче оптимизации ветвящихся траекторий КТС с континуумами (конусами) боковых ветвей (рис. 1): требуется найти такие функции управления, принадлежащие допустимой области $\mathbf{u}(t) \subset \mathbf{U}$, чтобы функционал задачи Φ достигал максимума при заданных связях.

Для решения задачи используется принцип максимума Понтрягина для ветвящихся процессов [2, 3]. Для учёта случайных возмущений разработан метод, основанный на идее минимаксного подхода [4, 5].

Пусть L – отклонение точки падения ОЧ от номинальной $\mathbf{r}_0$ в направлении орта $\mathbf{e}_L$, принадлежащего местной горизонтальной плоскости.

Случайные возмущения $\Delta\mathbf{w}$ рассматриваются как воздействия игрока («природы»), имеющего антагонистические интересы по отношению к функционалу Φ. Пусть $\Delta\mathbf{w}$ задается каноническим разложением

$$\Delta\mathbf{w} = \mathbf{A}(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{b}^{\mathrm{T}}(\mathbf{x}) \cdot \boldsymbol{\xi},$$

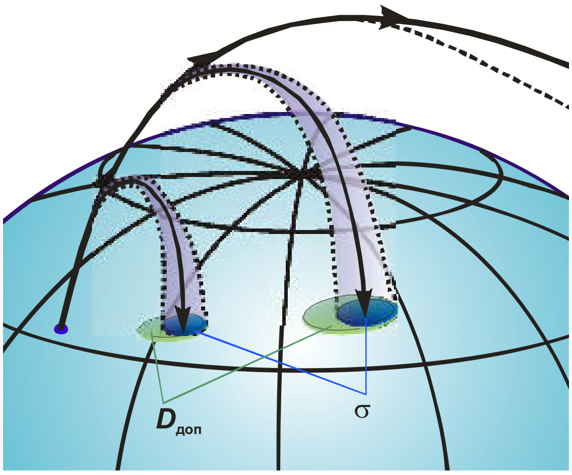

Рис. 1. Схема ветвящейся траектории

где $\mathbf{A}(\mathbf{x})$, $\mathbf{b}(\mathbf{x})$ – известные функции, ξ – вектор независимых случайных чисел с нормальным законом распределения. В этом случае ξ является вектором управления «природы». Приходим к игровой задаче, где оптимальное управление КТС $\mathbf{u}_{opt}(t)$ и вектор случайных параметров ξ_{opt} определяются условием

$$\{\mathbf{u}_{opt}(t), \xi_{opt}\} = \arg\max_{\mathbf{u}} \min_{\xi} \Phi . \quad (2)$$

Для решения поставленной задачи делаются следующие предположения:

- вероятность совокупности случайных факторов задана;

- вектор оптимального управления «природы» ξ_{opt} (наихудший с точки зрения функционала Φ) соответствует максимальному смещению (промаху) $L_{\max}$ точки падения ОЧ от $\mathbf{r}_0$ в направлении $\mathbf{e}_L$;

- вектор ξ_{opt} не зависит от $\mathbf{u}_{opt}$;

- случайные возмущения малы, так что их влияние на промах L_{max} можно оценить формулой Блисса [6], линейной по ξ.

При сделанных предположениях задача определения ξ_{opt} может быть отделена от $\mathbf{u}_{opt}(t)$. В этом случае для решения используется итерационная процедура, на каждой итерации которой определяются $\mathbf{u}_{opt}(t)\big|_{\xi=fix}$ и $\xi_{opt}\big|_{\mathbf{u}=fix}$.

Задача определения $\mathbf{u}_{opt}(t)\big|_{\xi=fix}$ решается в соответствии с принципом максимума

$$\mathbf{u}_{opt} = arg \max_{\mathbf{u}(t)\subset\mathbf{U}} \mathsf{H} , \quad (3)$$

где $\mathsf{H} = \mathbf{\Psi}^{\mathrm{T}}\mathbf{F} + \boldsymbol{\lambda}^{\mathrm{T}}\mathbf{G}$, – гамильтониан системы (1), $\boldsymbol{\lambda}$ – вектор множителей Лагранжа, $\mathbf{\Psi} = \{\mathbf{P}, \mathbf{S}, P_m\}^{\mathrm{T}}$ – сопряжённый вектор с координатами, соответствующими радиус-вектору $\mathbf{r}$, вектору скорости $\mathbf{v}$ и массе m:

$$\dot{\mathbf{\Psi}} = -\left(\frac{\partial \mathsf{H}}{\partial \mathbf{x}}\right)^{\mathrm{T}}, \quad (4)$$

где граничные условия задаются в соответствии с [1]-[3].

Процедура определения $\xi_{opt}\big|_{\mathbf{u}=fix}$ сводится к следующему. В соответствии с (2):

$$\xi_{opt} = \arg\min_{\xi\in\mathbf{I}_\sigma} \Phi(\xi) = \arg\max_{\xi\in\mathbf{I}_\sigma} L(\xi), \quad (5)$$

где $\mathbf{I}_\sigma$ – множество, определяемое заданным уровнем вероятности.

В соответствии с формулой Блисса [6]:

$$L_{\max} = \max_{\xi \in I_\sigma} L(\xi) = \mathbf{L}_\xi^{\mathrm{T}} \xi_{opt},$$

$$\mathbf{L}_\xi^{\mathrm{T}} = \int_{t_i}^{t_f} \mathbf{\Psi}_L^{\mathrm{T}}(t)\Big|_{\xi=0} \cdot \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \xi}\, dt. \qquad (6)$$

Здесь $\mathbf{\Psi}_L(t) = \{\mathbf{P}_L, \mathbf{S}_L, P_{mL}\}^{\mathrm{T}}$ – решение сопряжённой системы при $\xi = 0$ с условием трансверсальности на правом конце ветви в виде

$$\mathbf{P}_L(t_f) = \mathbf{e}_L - \frac{\mathbf{e}_L^{\mathrm{T}} \mathbf{e}_V}{\mathbf{e}_R^{\mathrm{T}} \mathbf{e}_V} \cdot \mathbf{e}_R,\ \mathbf{S}_L(t_f) = 0,\ P_{mL} = 0, \qquad (7)$$

где $\mathbf{e}_R$ – орт из центра Земли в номинальную точку падения ОЧ, $\mathbf{e}_V$ – орт скорости.

Индекс $(\ )_L$ в (6), (7) используется для того, чтобы подчеркнуть зависимость сопряжённого вектора от $\mathbf{e}_L$.

Пусть множество случайных возмущений $\mathbf{I}_\sigma = \{\xi : \|\xi\| \le \kappa_\sigma\}$ – гипершар с радиусом κ_σ, определяемым заданной вероятностью событий P_k.

Тогда получаем ξ_{opt} в явном виде:

$$\xi_{opt} = \frac{\kappa_\sigma}{\|\mathbf{L}_\xi\|} \mathbf{L}_\xi.$$

Физический смысл ξ_{opt} состоит в том, что он задаёт критический (расчётный) профиль возмущений $\Delta \mathbf{w}(\mathbf{x}, \xi_{opt})$ для исследуемого объекта.

Рассмотрим вопрос об обосновании выбора $\mathbf{e}_L$. Очевидно, что для этого можно руководствоваться критерием, аналогичным (5):

$$\mathbf{e}_L = \arg\min\left(L_{\partial on}(\mathbf{e}_L) - L_{\max}(\mathbf{e}_L)\right),$$

где $L_{\partial on}(\mathbf{e}_L)$ – удаление границы допустимой области D от $\mathbf{r}_0$ в направлении вектора $\mathbf{e}_L$. Если вращать орт $\mathbf{e}_L$ вокруг точки $\mathbf{r}_0$ в местной горизонтальной плоскости, то $L_{\partial on}(\mathbf{e}_L)$ описывает границу допустимого района падения D, а $L_{\max}(\mathbf{e}_L)$ – области рассеивания точек падения ОЧ σ (для заданной P_k).

При этом отметим, что для построения области рассеивания ОЧ в соответствии с предлагаемым методом интегрирование возмущённых траекторий и сопряжённой системы (4), (7) для «веера» направлений $\mathbf{e}_L$ не требуется. Действительно, во-первых, возмущение фазовых переменных (отклонение точки падения ОЧ от $\mathbf{r}_0$) оценивается по формуле Блисса (6), в которую входят фазовые переменные только для номинальной (невозмущённой $\xi = 0$) траектории. Во-вторых, в силу линейности (4) по $\mathbf{\Psi}$ (на неуправляемых траекториях ОЧ $\mathbf{u}$ не зависит от $\mathbf{\Psi}$) интегрирование сопряжённой системы (4) для граничных условий (7), варьируемых вслед за изменением $\mathbf{e}_L$, может быть заменено линейным преобразованием с переходной матрицей. Эта матрица известна также из номинального решения фазовой и сопряжённой систем [7]. В целом предлагаемый подход позволяет сократить объём вычислений в $10^5 \div 10^7$ раз по сравнению, например, с широко распространённым методом Монте-Карло.

Разработанный метод реализован в новой версии программного комплекса ASTER [7]. Эффективность его применения апробирована на примере оптимизации выведения трёхступенчатой ракеты-носителя (РН) типа «Протон» на низкую околоземную орбиту в условиях ветровых возмущений. На рис. 2 показаны оптимальные программа управления углом тангажа РН и критические профили ветра $\Delta \mathbf{w}(\mathbf{x}, \xi_{opt})$ для ОЧ первой ступени. На рис. 3 показаны граница области рассеивания точек падения ОЧ, рассчитанная в соответствии с предложенным методом для P_k=0,9973 для старта в декабре, и точки падения, полученные в результате статистического моделирования 100000 траекторий падения ОЧ по методу Монте-Карло.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 09-08-01-140), которому авторы выражают свою благодарность.

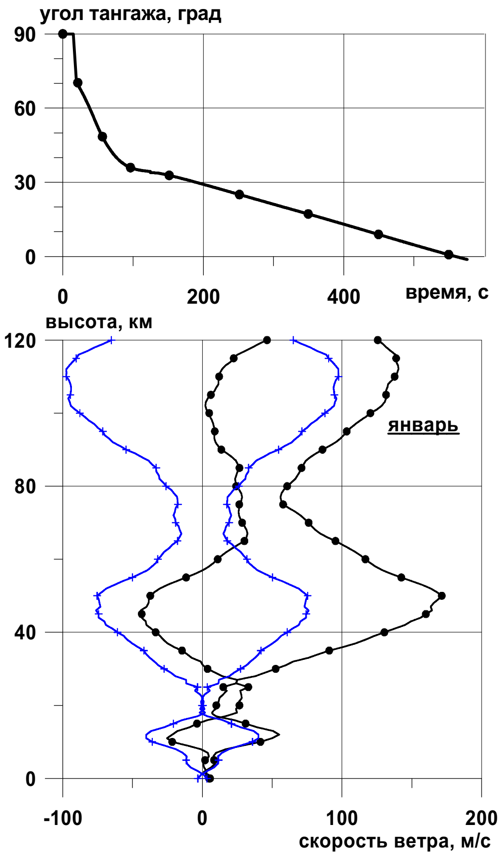

Рис. 2. Программа изменения угла тангажа РН и критические профили ветра, «наихудшие» для смещения точки падения ОЧ в плоскости ортодромии (—●—) и в ортогональной ей плоскости (—+—)

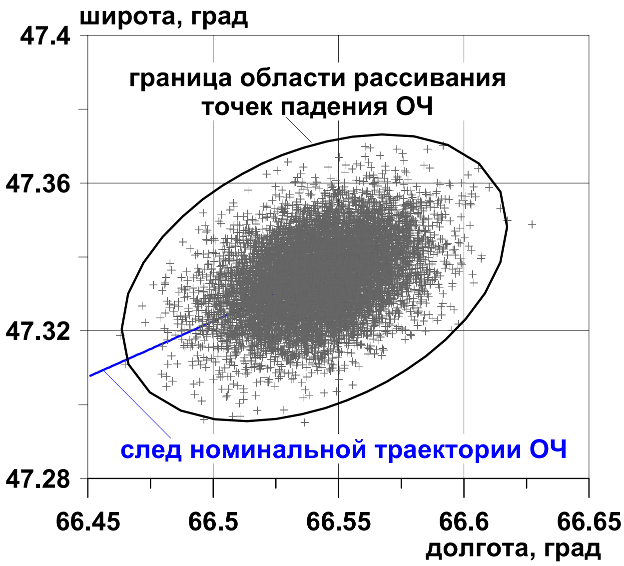

Рис. 3. Область рассеивания точек падения ОЧ в условиях ветровых возмущений, рассчитанная для уровня вероятности P_k=0,9973

Библиографический список

1. Филатьев А. С. Оптимальный запуск искусственного спутника Земли с использованием аэродинамических сил // Космические исследования, т.29, вып. 2. - 1991. - С. 255-271.

2. Понтрягин Л. С., Болтянский В. Г., Гамкрелидзе Р. В., Мищенко Е. Ф. Математическая теория оптимальных процессов. - М.: Наука, 1969.

3. Filatyev, A. S. Optimization of Branched Trajectories for Aerospace Transport Systems. ICAS-94-5.2.3, 19th ICAS Congress, 1994, Anaheim CA, USA.

4. Малышев В. В., Кибзун А. И. Анализ и синтез высокоточного управления летательными аппаратами. - М.: Машиностроение, 1987.

5. Ярошевский В. А., Кузьмин В. П. Оценка предельных отклонений фазовых координат динамической системы при случайных возмущениях. - М.: Наука, 1995.

6. Bliss G. A. Mathematics for Exterior Ballistics. N. Y., 1944.

7. Filatyev, A. S. and Yanova, O. V. ASTER Program Package for the Thorough Trajectory Optimization, AIAA 2001-4391, 41st AIAA GN&C Conference, 2001, Montreal, Canada.

References

1. Filatyev, A. S. Optimal launch of an artificial Earth satellite with the use of Aerodynamic Forces, Cosmicheskie Issledovania, V. 29, Issue 2, pp. 255-271.

2. Pontryagin, L. S., Boltyansky, V. G., Gamkrelidze, R. V., Mishchenko, Ye. F. Mathematical Theory of Optimal Processes, Moscow.: Nauka, 1969.

3. Filatyev, A. S. Optimization of Branched Trajectories for Aerospace Transport Systems. ICAS-94-5.2.3, 19th ICAS Congress, 1994, Anaheim CA, USA.

4. Malyshev, V. V., Kibzun F. I. Analysis and synthesis of high-precision aircraft control. Moscow: Mashinostroyeniye, 1987.

5. Yaroshevsky, V. A. Kuzmin V. P. Estimation of limit deviations of a dynamic system's phase coordinates caused by random disturbances. Moscow, Nauka, Publishing Company Fizmatlit, 1995.

6. Bliss, G. A. Mathematics for Exterior Ballistics. N. Y., 1944.

7. Filatyev, A. S., Yanova, O. V. ASTER Program Package for Thorough Trajectory Optimization, AIAA 2001-4391, 41st AIAA GN&C Conference, 2001, Montreal, Canada.

THROUGH OPTIMIZATION OF BRANCHING TRAJECTORIES IN VIEW OF RANDOM DISTURBANCES

© 2010 A. S. Filatyev, O. V. Yanova

Central Aerohydrodynamics Institute named after professor N. Ye. Zhukovsky

The problem of through optimization of branching spatial trajectories of space transportation systems is considered in view of random atmospheric disturbances (variations of thermodynamic parameters and wind) and constraints on admissible areas of dispersion of separated parts fall points.

Space transportation systems, separated parts, branching trajectories, through optimization, atmospheric disturbances, areas of fall.

Информация об авторах

Филатьев Александр Сергеевич, руководитель программы аэрокосмических исследований ФГУП «ЦАГИ», доктор технических наук, Федеральное государственное унитарное предприятие «Центральный аэрогидродинамический институт имени профессора Н. Е. Жуковского». Область научных интересов: динамика и управление движением летательных аппаратов, методы оптимизации, выведение и вход в атмосферу космических летательных аппаратов. E-mail: filatyev@tsagi.ru.

Янова Ольга Васильевна, ведущий научный сотрудник, кандидат технических наук, Федеральное государственное унитарное предприятие «Центральный аэрогидродинамический институт имени профессора Н. Е. Жуковского». Область научных интересов: динамика и управление движением летательных аппаратов, методы оптимизации, выведение космических летательных аппаратов. E-mail: yanova@progtech.ru.

Filatyev Alexander Sergeevitch, head of Aerospace Department, doctor of technical science (Eng.), Central Aerohydrodynamic Institute, filatyev@tsagi.ru. Area of research: flight dynamics and control, optimization methods, aerospace vehicle ascent and reentry.

Yanova Olga Vassilievna, Leading Research Scientist, candidate of technical science, Central Aerohydrodynamic Institute, yanova@progtech.ru. Area of research: flight dynamics and control, optimization methods, aerospace vehicle ascent.