

ПРОГРАММЫ УПРАВЛЕНИЯ И ТРАЕКТОРИИ ДВИЖЕНИЯ СВЕРХЗВУКОВОЙ ПЕРВОЙ СТУПЕНИ АВИАЦИОННО-КОСМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

© 2010 В. И. Потапов

Самарский государственный аэрокосмический университет
имени академика С. П. Королёва (национальный исследовательский университет)

С использованием формализма принципа максимума определяются программы управления и траектории движения сверхзвуковой первой ступени авиационно-космической системы с целью набора максимальной скорости при заданном угле наклона траектории и нефиксированной высоте.

Авиационно-космическая система, сверхзвуковая первая ступень, программы управления коэффициентом подъёмной силы, траектории движения.

Введение. Для запуска на околоземные орбиты малых спутников могут быть использованы авиационно-космические системы (АКС) со сверхзвуковой первой ступенью. В качестве такой ступени может быть использован либо модернизированный сверхзвуковой самолёт, либо специально созданный аппарат.

Использование самолёта - прототипа тяжёлого истребителя МиГ-31И - рассмотрено в [1]. Показано, что при запуске второй (ракетной) ступени самолёт имеет небольшую скорость (несколько больше скорости звука) на высоте не более 30 км.

Поэтому для создания лучших условий для запуска ракетной ступени (бульшая скорость и высота) необходимо создавать специальные аппараты.

Одним из них является аппарат MPV (MIPCC-powered vehicle – аппарат с охлаждаемыми двигателями; Mass Injection Pre-Compressor Cooling - система дополнительной подачи кислорода и охлаждения двигателя) системы RASCAL (Responsive Access, Small Cargo, Affordable Launch - доступная система для запуска малых грузов по требованию) [2,3]. Прототип такого аппарата рассматривается в данной работе в качестве первой ступени АКС.

Схема манёвра. При движении первой ступени можно выделить следующие характеристики траектории.

1. Максимальная скорость полёта, которая соответствует горизонтальному полё-

ту на определённой высоте.

2. Максимальная высота полёта. Решение задачи соответствует манёвру «горка» с вырожденным прямолинейным участком [2].

3. Максимальный угол наклона траектории. Решение задачи определяется величиной перегрузки, соответствующей начальному участку манёвра [2].

При исследовании движения первой ступени АКС выделим два участка: активный (с работающей двигательной установкой - ДУ и силой тяги) и пассивный (с выключенной ДУ и отсутствием силы тяги).

На активном участке аппарат из режима горизонтального полёта начинает криволинейный набор высоты. Управляющим параметром является нормальная скоростная перегрузка n_{ya} . Активный участок продолжается до тех пор, пока не будет достигнута предельная высота работы ДУ. После выключения ДУ наступает пассивный участок, на котором движение аппарата определяется программой управления $C_{ya}(t)$ - зависимостью коэффициента аэродинамической подъёмной силы C_{ya} от времени t .

В работе рассматривается пассивный участок движения аппарата, а активный участок лишь определяет его начальные условия.

Модель движения. Система дифференциальных уравнений, описывающих пассивное движение аппарата, имеет вид:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dV}{dt} &= -C_{xa} \cdot \frac{\rho \cdot V^2 \cdot S}{2m} - g \cdot \sin \theta, \\ \frac{d\theta}{dt} &= \frac{1}{V} \left(C_{ya} \cdot \frac{\rho \cdot V^2 \cdot S}{2m} - g \cdot \cos \theta \right), \\ \frac{dh}{dt} &= V \cdot \sin \theta. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Здесь t – время, в секундах; V – скорость, в $\frac{M}{c}$; θ – угол наклона траектории; h – высота, в M ; $C_{xa} = f(C_{ya}, M)$ – коэффициент лобового сопротивления; M – число Маха; $\rho = f(h)$ – плотность воздуха на заданной высоте, в $\frac{kg}{M^3}$; S – площадь крыла, в M^2 ; g – ускорение свободного падения, в $\frac{M}{c^2}$.

При моделировании движения аппарата на активном участке используются уравнения (1), в двух первых из которых учитываются составляющие тяги ДУ.

Зависимость коэффициента лобового сопротивления от коэффициента подъёмной силы имеет вид:

$$C_{xa} = C_{xa0} + AC_{ya}^2, \quad (2)$$

где C_{xa0} – коэффициент пассивного лобового сопротивления, A – коэффициент отвала поляры.

Следовательно, для коэффициента лобового сопротивления производная по коэффициенту подъёмной силы определяется следующим образом:

$$\frac{\partial C_{xa}}{\partial C_{ya}} = 2A \cdot C_{ya}. \quad (3)$$

На управление наложены ограничения:

$$C_{ya}^{\min} \leq C_{ya}(t) \leq C_{ya}^{\max}. \quad (4)$$

Минимальное значение коэффициента подъёмной силы C_{ya}^{\min} равно нулю.

Максимальное значение коэффициента подъёмной силы C_{ya}^{\max} определяется либо из условия ограничения максимально допустимой перегрузки $n_{ya\max}$, либо из условия ограничения максимального значения коэффициента подъёмной силы C_{ya}^{don} . Перегрузка определяется следующим выражением:

$$n_{ya} = \frac{Y_a}{mg} = \frac{C_{ya} \rho V^2 S}{2mg}, \quad (5)$$

где Y_a – аэродинамическая подъёмная сила.

Следовательно, C_{ya}^{\max} является наименьшим из следующих двух значений:

$$C_{ya}^{\max} = \min \left\{ \begin{aligned} &C_{ya}^{\text{don}}(M), \\ &C_{ya}^{n_{ya}} = \frac{2n_{ya} mg}{\rho V^2 S}. \end{aligned} \right. \quad (6)$$

Для летательного аппарата MPV системы RASCAL C_{ya}^{don} соответствует углу атаки, равному 20° .

Задача оптимизации. Рассмотрим задачу о максимизации скорости в конце пассивного участка движения первой ступени при заданном угле наклона траектории и нефиксированной высоте. Её решение позволит, во-первых, определить структуру управления и, во-вторых, определить зависимость между наибольшей конечной скоростью и соответствующей ей конечной высотой, которые являются начальными условиями старта второй ступени АКС.

За критерий оптимизации примем значение конечной скорости

$$V_k = \int_{t_0}^{t_k} \left(\frac{C_{xa} \rho V^2 S}{2m} + g \sin \theta \right) \rightarrow \min. \quad (7)$$

Для определения оптимального коэффициента подъёмной силы $C_{ya}^{\text{opt}}(t)$ воспользуемся формализмом принципа максимума Понтрягина.

Функция Гамильтона имеет вид:

$$H = \frac{\psi_\theta}{V} \left[C_{ya} \cdot \frac{\rho \cdot V^2 \cdot S}{2m} - g \cdot \cos \theta \right] + \psi_{h_0} \cdot V \sin \theta + \left[C_{xa} \cdot \frac{\rho \cdot V^2 \cdot S}{2m} + g \cdot \sin \theta \right], \quad (8)$$

где ψ_θ , ψ_{h_0} - сопряжённые переменные, соответствующие фазовым координатам: углу наклона траектории θ и высоте h . Система уравнений для сопряжённых переменных имеет вид:

$$\left. \begin{aligned} \dot{\psi}_\theta &= -\frac{\psi_\theta \cdot g \cdot \sin \theta}{V} - \psi_{h_0} \cdot V \cdot \cos \theta + g \cdot \cos \theta, \\ \dot{\psi}_{h_0} &= -\left(\psi_\theta \cdot C_{ya} \cdot \frac{VS}{2m} \cdot \frac{d\rho}{dh} + C_{xa} \cdot \frac{V^2 \cdot S}{2m} \cdot \frac{d\rho}{dh} \right) \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

Запишем необходимое условие экстремума функции H по управлению C_{ya} :

$$\frac{\partial H}{\partial C_{ya}} = \frac{\psi_\theta}{V} \cdot \frac{\rho \cdot V^2 \cdot S}{2m} + C_{xa} \cdot \frac{\rho \cdot V^2 \cdot S}{2m} = 0. \quad (10)$$

С учётом (3) условие (10) примет вид:

$$\frac{\psi_\theta}{V} + (2AC_{ya}) = 0,$$

откуда следует:

$$C_{ya}^{opt} = -\frac{\psi_\theta}{2VA}. \quad (11)$$

Для определения оптимальной программы управления $C_{ya}^{opt}(t)$ необходимо решать совместно уравнения движения (1) и уравнения сопряжённой системы (9).

Как следует из (11), C_{ya}^{opt} зависит от значения сопряжённой переменной ψ_θ . Предположим, что в начальный момент времени t_n известно значение оптимального коэффи-

циента подъёмной силы C_{ya0}^{opt} . Тогда из (10) получим выражение для ψ_{θ_0} :

$$\psi_{\theta_0} = -C_{ya} 2VA. \quad (12)$$

Для обеспечения отсутствия разрывов функции $C_{ya}(t)$ будем считать, что оптимальное значение коэффициента подъёмной силы C_{ya0}^{opt} в начальный момент времени соответствует конечному значению C_{ya} на активном участке.

Начальное значение сопряжённой переменной ψ_{h_0} неизвестно. Поэтому будем задавать ряд значений ψ_{h_0} и оценим влияние данной переменной на конечные параметры движения.

Результаты моделирования. В начальный момент времени пассивного участка ($t_n = 0$) известны скорость V_n , угол наклона траектории θ_n и высота h_n , которая равна высоте выключения ДУ ($h_n = 26,8$ км [2]). Они соответствуют конечным условиям движения на активном участке и вместе с коэффициентом подъёмной силы представлены в таблице 1 для различных значений перегрузки n_{ya} , определяемой только подъёмной силой (5). Принято, что $n_{ya \max} = 5$.

В таблице 2 для различных значений перегрузки n_{ya} на активном участке, определяющих разные начальные условия движения на пассивном участке (табл. 1), и для различных значений сопряжённой переменной ψ_{h_0} представлены полученные в результате моделирования пассивного движения конечные значения высоты h_k и скорости V_k при достижении заданного угла наклона траектории $\theta_k = 20^\circ$, соответствующего условию старта второй ступени системы RASCAL [2].

Как следует из табл.1, при перегрузке $n_{ya} = 2$ начальный угол наклона траектории θ_n меньше 20° . Поэтому при моделирова-

Таблица 1. Начальные условия движения на пассивном участке

n_{ya}	2	3	4	5
$\theta, \text{град}$	19	26,9	33,1	38,4
$V, \text{м/с}$	1193	1193	1186	1174
C_{ya}	0,145	0,217	0,292	0,374

Таблица 2. Конечные условия движения на пассивном участке

n_{ya}	2		3		4		5	
	$h, \text{км}$	$V, \text{м/с}$						
$\psi_{h_0} = 0$	30,1	1133	40,36	1040	48,8	941	56,1	832
$\psi_{h_0} = 0,1$	35,7	1061	44,24	979	51,7	888	57,9	788
$\psi_{h_0} = 0,5$	37,3	1007	46,48	919	53,7	830	59,8	737
$\psi_{h_0} = 1$	37,4	1004	46,5	915	53,8	827	59,9	728

нии движения на пассивном участке угол $\theta = 20^\circ$ достигается дважды. В табл. 2 для этой перегрузки представлены результаты, соответствующие второму, конечному значению угла наклона траектории. При других значениях перегрузки n_{ya} угол θ_n больше 20° (табл. 1), и поэтому аппарат достигает этого значения угла наклона траектории только один раз в конце пассивного участка.

По результатам моделирования обоих участков движения в качестве примера на рисунках 1 и 2 показаны зависимости коэффициента подъемной силы C_{ya} от времени t для крайних значений перегрузки: $n_{ya} = 5$ и $n_{ya} = 2$.

На рис. 1 участок АВ соответствует активному участку набора высоты. Движение происходит с максимальной перегрузкой $n_{ya}^{\max} = 5$ и соответствующей ей величиной C_{ya}^{\max} . В точке В на высоте 26,8 км происходит выключение ДУ. Дальнейший набор вы-

соты происходит в пассивном режиме при начальной скорости $V = 1174$ м/с и угле наклона траектории $\theta = 38,4^\circ$ (табл. 1) с программой управления, определяемой согласно (11) с учётом ограничений на управление (4).

Участок ВЕF соответствует движению при начальном значении сопряжённой переменной $\psi_{h_0} = 0$. На участке ВЕ коэффициент подъемной силы уменьшается до тех пор, пока не достигает в точке Е минимального значения $C_{ya}^{\min} = 0$. Принято, что дальнейшее движение (участок ЕF) происходит с этим значением C_{ya} .

Участок ВСDE`F` соответствует движению при начальном значении сопряжённой переменной $\psi_{h_0} = 1$. После выключения ДУ коэффициент подъемной силы принимает значение, соответствующее максимальной перегрузке $n_{ya}^{\max} = 5$ (участок ВС). Значение коэффициента подъемной силы C_{ya} увеличивается (поскольку увеличивается C_{ya}^{\max}) до тех

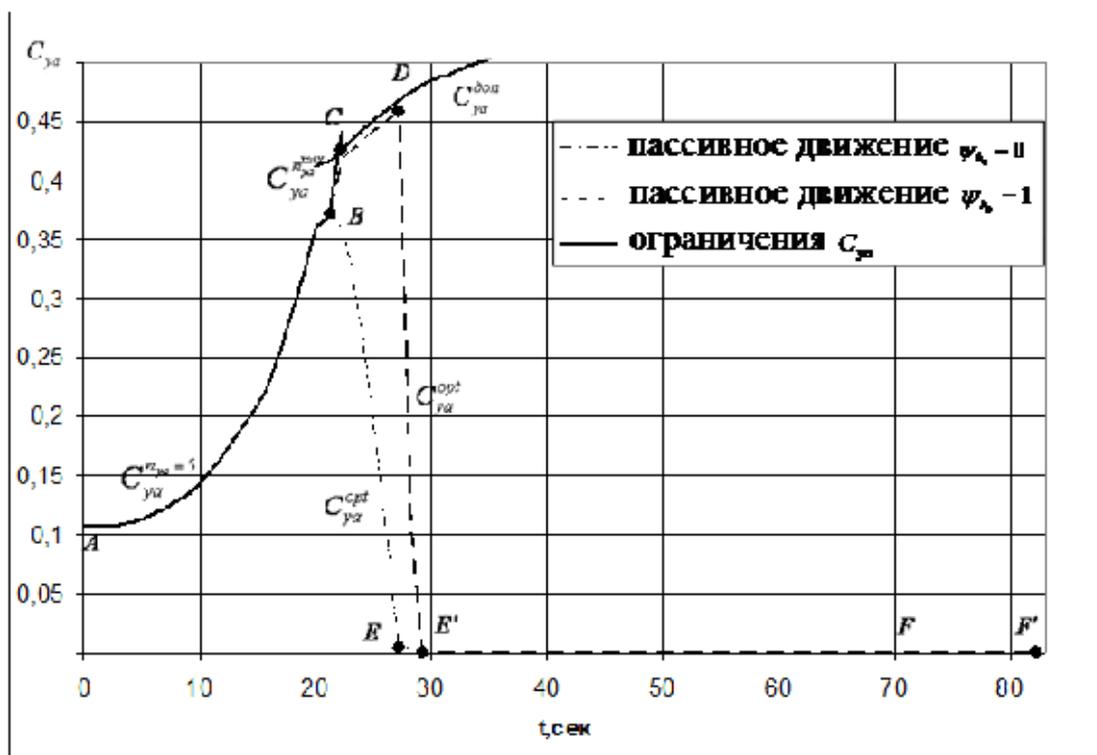


Рис. 1. Зависимость коэффициента подъёмной силы C_{ya} от времени t при $n_{ya} = 5$

пор, пока не достигает в точке C максимального допустимого значения C_{ya}^{don} . Дальнейшее движение происходит с $C_{ya} = C_{ya}^{don}$ (участок CD). На участке DE' происходит резкое уменьшение коэффициента подъёмной силы с максимального значения в точке D до минимального значения ($C_{ya}^{min} = 0$) в точке E' . Принято, что дальнейшее движение (участок $E'F'$) происходит с этим значением C_{ya} .

Принципиальное отличие характера этих двух траекторий заключается в следующем.

Первая траектория $ABEF$ соответствует малым значениям C_{ya} и, как следствие, малым значениям коэффициента лобового сопротивления C_{xa} , что приводит к большей скорости в конце траектории. В то же время малые значения C_{ya} приводят к меньшей конечной высоте.

Вторая траектория $ABCDE'F'$ реализуется с большим значением C_{ya} . В результате

увеличивается угол наклона траектории θ , что приводит к росту конечной высоты. Большие значения C_{ya} приводят к увеличению коэффициента лобового сопротивления C_{xa} , и как следствие, к уменьшению конечной скорости. Таким образом, в конце манёвра при угле наклона траектории $\theta_k = 20^\circ$ первая траектория обеспечивает большую конечную скорость при меньшей высоте, а вторая, напротив, большую высоту при меньшей скорости (табл. 2).

Программы управления для малой перегрузки $n_{ya} = 2$ на активном участке представлены на рисунке 2.

На рис. 2 участок AB соответствует активному участку движения. В точке B на высоте 26,8 км происходит выключение ДУ и начинается пассивный участок движения с программой управления, определяемой согласно (11) с учётом ограничений на управление (4).

Участок BE соответствует движению при начальном значении сопряжённой пере-

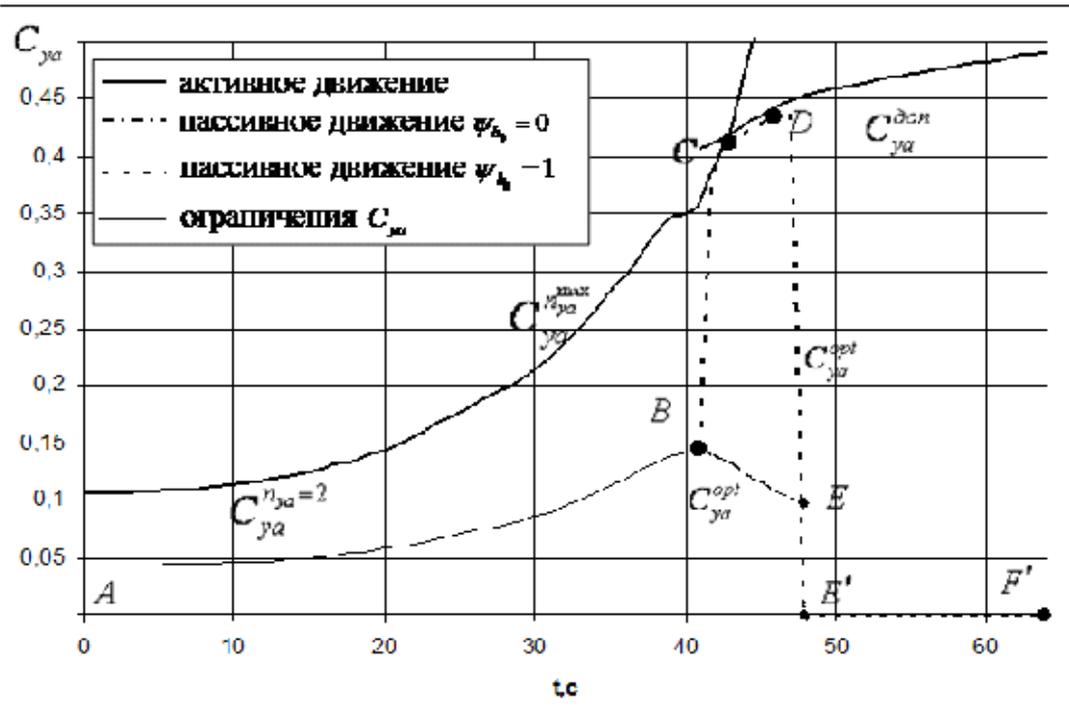


Рис. 2. Зависимость коэффициента подъёмной силы C_{ya} от времени t при $n_{ya} = 2$

менной $\psi_{h_0} = 0$. На участке BE коэффициент подъёмной силы уменьшается.

Участок BCDE`F` соответствует движению при начальном значении сопряжённой переменной $\psi_{h_0} = 1$. На участке BC коэффициент подъёмной силы быстро растёт, пока не достигает в точке C максимально допустимого значения C_{ya}^{don} . Дальнейшее движение происходит с коэффициентом подъёмной силы, соответствующим этому значению.

На участке DE, аналогично рис. 1, происходит резкое уменьшение коэффициента подъёмной силы с максимального значения (C_{ya}^{don}) в точке D до минимального значения ($C_{ya}^{min} = 0$) в точке E. Принято, что на участке E`F` движение происходит с этим значением C_{ya} .

Из рис. 1 и 2 можно сделать вывод о том, что коэффициент подъёмной силы $C_{ya}(t)$ уменьшается к концу пассивного уча-

стка движения независимо от величины перегрузки n_{ya} на активном участке движения.

На рис. 3 в качестве примера для перегрузки $n_{ya} = 5$ показаны изменения скорости V , угла наклона траектории θ и высоты h для начальных значений сопряжённой переменной $\psi_{h_0} = 0$ и $\psi_{h_0} = 1$.

Из рис. 3 следует, что независимо от начальной величины сопряжённой переменной ψ_{h_0} высота h монотонно возрастает, скорость V монотонно падает, угол наклона траектории θ вначале увеличивается и достигает максимального значения, а затем снижается до заданного конечного значения $\theta_k = 20^\circ$. При $\psi_{h_0} = 0$ в конце траектории достигается большая скорость при меньшей высоте, а при $\psi_{h_0} = 1$ достигается большая высота при меньшей скорости (табл. 2).

На рисунках 4 и 5 показаны зависимости конечных условий движения: скорости

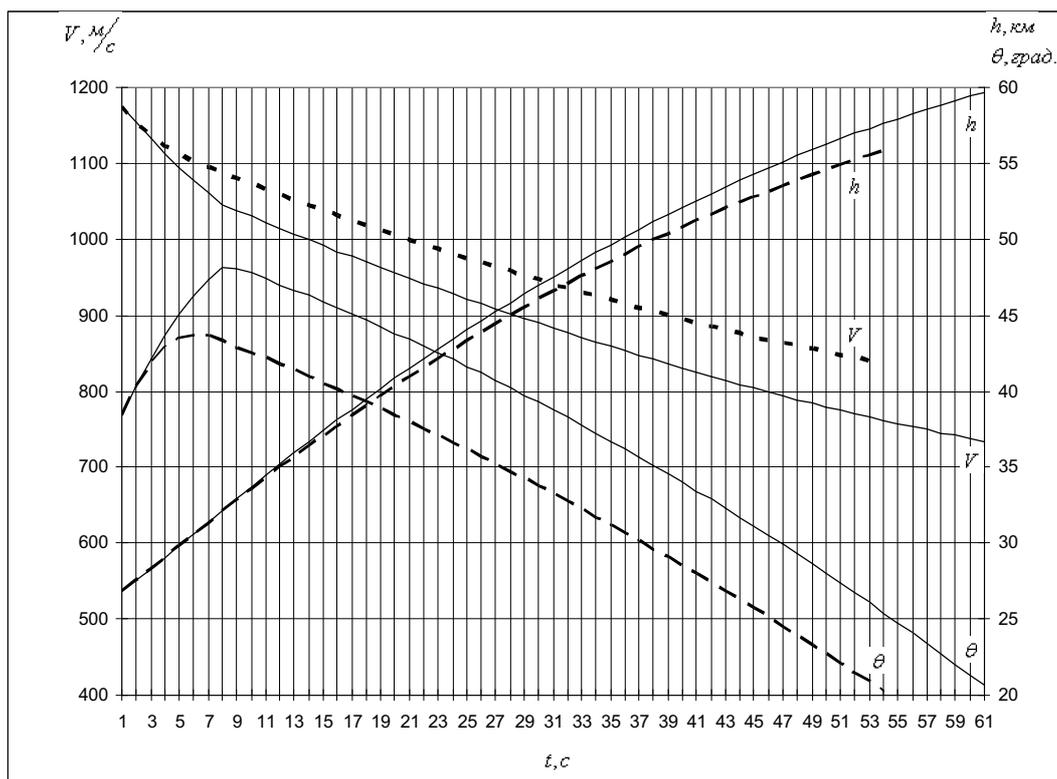


Рис. 3. Зависимости скорости V , угла наклона траектории θ и высоты h от времени t ;
 — $\psi_{h_0} = 1$, - - - $\psi_{h_0} = 0$

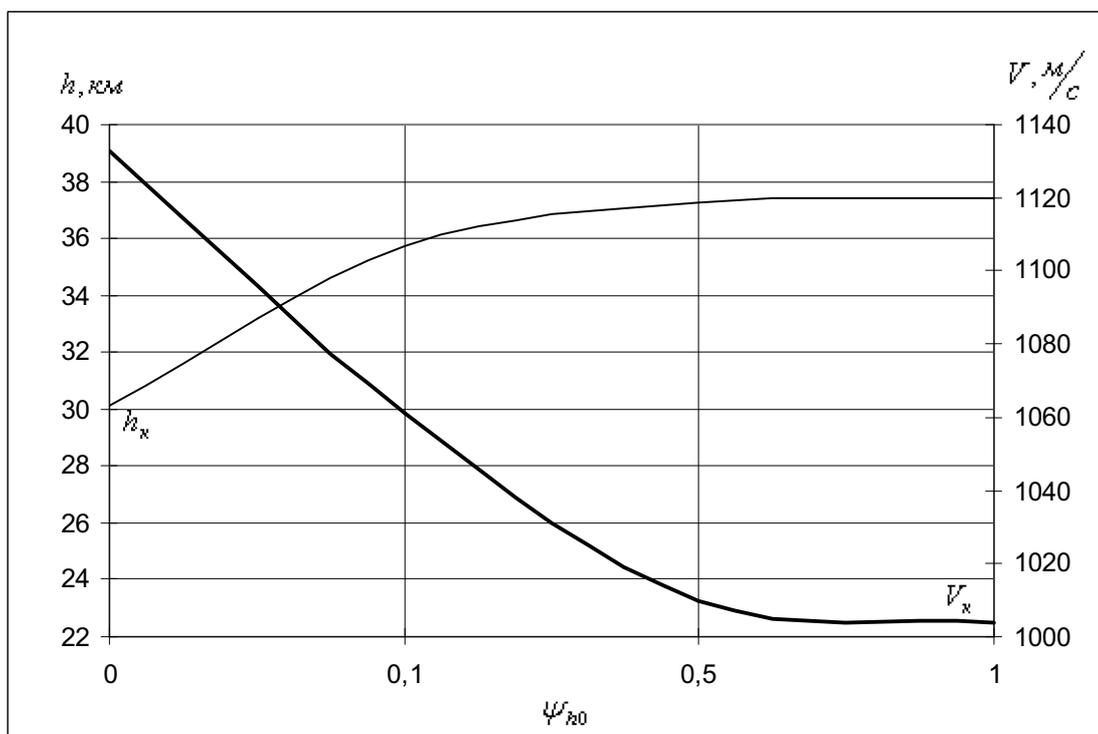


Рис. 4. Зависимость конечных условий движения первой ступени от начального значения сопряжённой переменной ψ_{h_0} при $n_{ya} = 2$

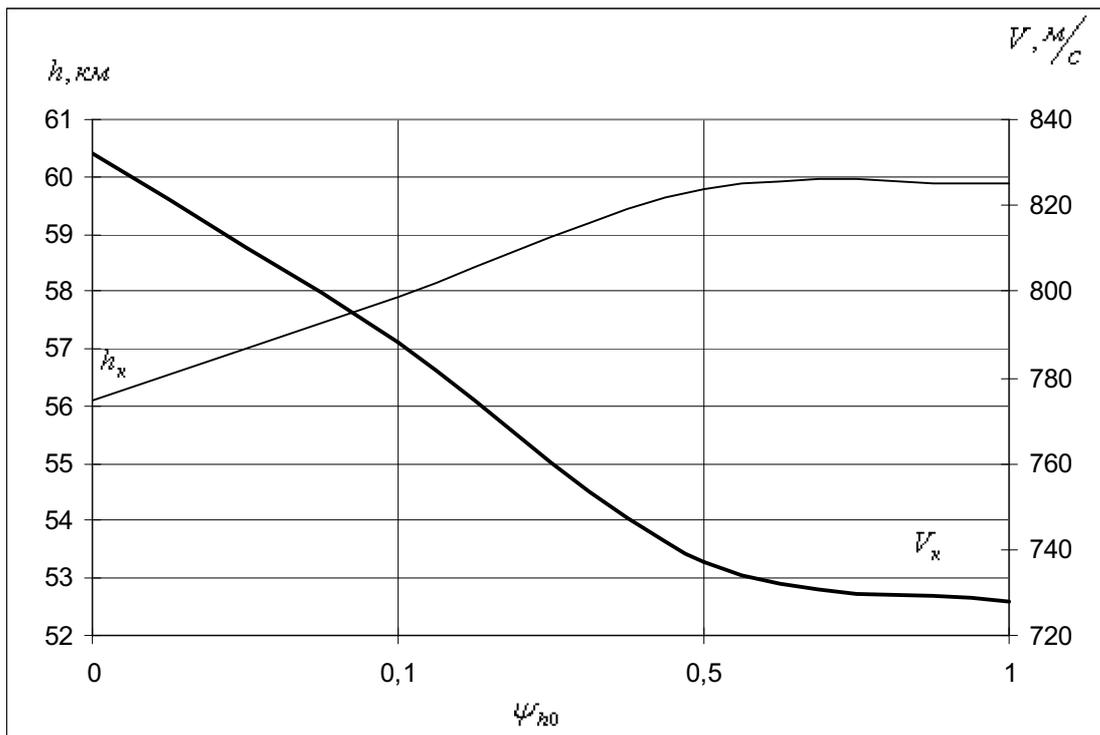


Рис. 5. Зависимость конечных условий движения от начального значения сопряжённой переменной ψ_{h_0} при $n_{ya}=5$

V_k и высоты h_k от начального значения сопряжённой переменной ψ_{h_0} для крайних значений перегрузки: $n_{ya}=2$ и $n_{ya}=5$.

Дальнейшее увеличение ψ_{h_0} не приводит к существенным изменениям конечных условий движения V_k и h_k .

Заключение. В конце участка пассивного движения для уменьшения торможения аппарата и максимизации конечной скорости коэффициент подъёмной силы уменьшается и может принимать минимальное значение.

Большие значения перегрузки n_{ya} позволяют достигнуть большего угла наклона траектории на пассивном участке движения, что приводит к большей конечной высоте при меньшей конечной скорости.

Библиографический список

1. Балакин, В. Л. Траектории движения сверхзвукового самолёта как первой ступени авиационно-космической системы [Текст]/В. Л. Балакин, В. И. Потапов//Вест-

ник Самарского государственного аэрокосмического университета. – 2009. – №2(18). – С. 7-13.

2. Responsive Access Small Cargo Affordable Launch (RASCAL) Independent Performance Evaluation David Young AE8900 Special Project Report May 3, 2004 School of Aerospace Engineering Space System Design Laboratory Georgia Institute of Technology Atlanta, Georgia 30332-0150. <http://hdl.handle.net/1853/8372>.

3. Балакин, В. Л. Траектории движения летательного аппарата с охлаждаемыми турбореактивными двигателями как первой ступени авиационно-космической системы [Текст]/В. Л. Балакин, В. И. Потапов//Вестник Самарского государственного аэрокосмического университета. – 2009. – №3(19), часть 3. – С. 273-278.

References

1. Balakin, V. L. Motion trajectories of supersonic aircraft as the first stage of aerospace systems / V. L. Balakin, V. I. Potapov// Journal of Samara State Aerospace University – 2009. – No. 2(18). – pp. 7-13.

2. Responsive Access Small Cargo Affordable Launch (RASCAL) Independent Performance Evaluation David Young AE8900 Special Project Report May 3, 2004 School of Aerospace Engineering Space System Design Laboratory Georgia Institute of Technology Atlanta, Georgia 30332-0150. <http://hdl.handle.net/1853/8372>.

3. Balakin, V. L. Motion trajectories of aircraft with mass injection pre-compressor cooling turbojet engines as the first stage of aircraft-space systems/ V. L. Balakin, V. I. Potapov// Journal of Samara State Aerospace University – 2009. – No. 3(19), part 3. – pp. 273-278.

CONTROL PROGRAMS AND MOTION TRAJECTORIES OF HYPERSONIC FIRST STAGE OF AN AEROSPACE SYSTEM

© 2010 V. I. Potapov

Samara State Aerospace University
named after academician S. P. Korolyov (National Research University)

Control programs and motion trajectories of the hypersonic first stage of an aerospace system are defined using the maximum principle. The aim is to reach maximum velocity at a given trajectory slope and altitude.

Aerospace system, hypersonic first stage, lift coefficient control programs, motion trajectories.

Информация об авторе

Потапов Валентин Иванович, аспирант кафедры динамики полёта и систем управления, Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва (национальный исследовательский университет) . Область научных интересов: динамика и управление движением летательных аппаратов. E-mail: balakin@ssau.ru.

Potapov Valentin Ivanovitch, post-graduate student, Samara State Aerospace University named after academician S. P. Korolyov (National Research University), balakin@ssau.ru. Area of research: dynamics and control of aircraft propulsion.