РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ СТАБИЛИЗАЦИИ ПРОГРАММНОГО РАЗВЁРТЫВАНИЯ ОРБИТАЛЬНОЙ ТРОСОВОЙ СИСТЕМЫ С УЧЁТОМ ОГРАНИЧЕНИЙ НА ВРАЩАТЕЛЬНОЕ ДВИЖЕНИЕ КОНЦЕВОГО ТЕЛА

© 2010 С. А. Ишков, О. Ю. Заболотнова

Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С. П. Королёва (национальный исследовательский университет)

Рассматривается решение задачи стабилизации программного развёртывания космической тросовой системы (TC) с учётом ограничений на вращательное движение концевого тела. Предлагаемый метод решения основывается на прямом расчёте параметров оптимального регулятора с использованием нелинейной модели движения TC. Предлагается критерий оптимальности, позволяющий учесть заданные ограничения при решении задачи стабилизации. Приводится пример расчёта оптимальных коэффициентов обратной связи и показывается, что данный подход позволяет существенно улучшить переходные процессы, возникающие при управлении развёртыванием TC.

Космическая тросовая система, космический аппарат, регулятор, критерии оптимальности, методы оптимизации, номинальная программа развёртывания.

Анализ решаемой задачи

Движение TC при её развёртывании с базового космического аппарата (КА) описывается системой нелинейных дифференциальных уравнений, включающей в себя уравнения движения троса с концевым телом [1] и уравнения функционирования управляющего механизма [2]. В качестве концевого тела в работе рассматривается лёгкая спускаемая капсула (СК), возвращаемая с околоземной орбиты. Поиск оптимального управления ТС при её развёртывании традиционно разбивается на две части. Сначала происходит построение номинальной программы развёртывания ТС. На этом этапе строится желаемая траектория движения СК и формируются номинальные законы изменения силы в механизме управления, а также желаемые законы изменения скорости развёртывания и длины троса. Затем решается задача стабилизации (регулирования), которая заключается в построении оптимального в некотором смысле регулятора, обеспечивающего в процессе развёртывания ТС заданное движение. При решении задачи регулирования движения ТС используются различные методы. Классическим является подход, основанный на линеаризации уравнений движения ТС в окрестности номинальной траектории с последующим решением задачи

АКОР (аналитического конструирования оптимального регулятора) [3]. Такой подход, в частности, использовался при реализации проекта YES2 [4] по спуску с орбиты СК с помощью развёртываемой ТС. Спуск был осуществлён с российского КА «Фотон МЗ» в сентябре 2007 года с использованием европейского механизма управления [2]. Эксперимент был признан частично удачным, так как на втором этапе развёртывания с большими скоростями порядка (14-17 м/с) в системе управления (СУ) произошёл сбой, СК вошла в атмосферу по нерасчётной траектории и была потеряна. Применение метода АКОР ограничено достаточно простыми математическими моделями движения ТС небольшой размерности. Кроме того, линеаризация уравнений движения требует дифференцируемости правых частей, что не всегда выполняется в задаче развёртывания ТС, например, когда трос не натянут. Существует и другой подход к построению оптимальных регуляторов, основанный на использовании нейросетевых технологий [5]. В этом случае параметры сетевого регулятора априори настраиваются по нелинейной модели движения, однако применение этого подхода ограничено в настоящее время достаточно простыми моделями [5]. Используемый в

настоящей работе подход при расчёте оптимальных регуляторов занимает промежуточное положение между описанными методами. С одной стороны, он лишён недостатков метода АКОР, так как настраивается по нелинейной модели движения ТС, а с другой стороны, характеризуется меньшим количеством подбираемых параметров и поэтому может использоваться в сочетании с более сложными моделями. Кроме того, можно легко учесть ограничения на вращательное движение СК.

Математическая постановка задачи

Уравнения движения TC можно представить в форме

$$\frac{dx}{dt} = f(x, t, u), \tag{1}$$

где $x = (x_1, x_2, ..., x_n)$ - вектор переменных состояния системы, t - время, u - скалярное управление, f(x,t,u) - известная векторфункция.

В качестве управления при развёртывании TC обычно рассматривается сила, возникающая в механизме разматывания троса, расположенном на KA: $u = F_y$. Пусть выбрано некоторое допустимое или оптимальное по некоторому критерию номинальное управление $u^0(t)$ развёртыванием TC. Этому управлению соответствует номинальная траектория $x^0(t)$, которая может быть получена интегрированием системы (1) при $u = u^0(t)$:

$$\frac{dx^0}{dt} = f(x^0, t, u^0).$$
⁽²⁾

Номинальная программа развёртывания задаётся в виде таблицы значений некоторых переменных состояния системы от времени. В качестве таких переменных чаще всего используют длину троса, выпущенного с механизма развёртывания $L^0(t)$, и его скорость развёртывания $V_L^0(t)$. Необходимо определить поправки к управлению

 $\Delta u = \Delta F_y$ при решении задачи стабилизации программного развёртывания TC из условия минимума критерия оптимальности *J*. В классическом случае [3] задаваемый критерий обычно зависит от ошибок управления

$$\Delta L = L - L^0$$
, $\Delta V = V - V^0$ и поправок ΔF_y .

При построении алгоритма регулирования номинальной программы управления учтём ограничения на угол α между направлением троса и осью динамической симметрии СК и на модуль угловой скорости СК α

$$\varphi_1 = \alpha - \alpha_{\max} < 0, \ \varphi_2 = \omega - \omega_{\max} < 0, \tag{3}$$

где $\alpha_{\max}, \omega_{\max}$ - максимально допустимые значения указанных величин.

При решении задачи стабилизации используем принцип обратной связи (ОС) и линейный регулятор вида

$$\Delta F_{y} = K_{L} \Delta L + K_{V} \Delta V_{L}, \qquad (4)$$

где K_L , K_V - коэффициенты, которые выбираются исходя из минимума критерия оптимальности с учётом ограничений (3).

Математическая модель движения тросовой системы

Уравнения движения ТС могут быть представлены в различных формах и при различных допущениях [1]. Запишем уравнения движения ТС в геоцентрической системе координат (ГСК).

При построении уравнений движения TC учитываем гравитационные силы и силу упругости троса, а аэродинамическими силами пренебрегаем:

$$\frac{d\vec{r}_i}{dt} = \vec{V}_i,\tag{5}$$

$$m_i \frac{d\vec{V}_i}{dt} = \vec{G}_i + \vec{F}_{T_i}, \qquad (6)$$

где i = 1, 2; индексы 1 и 2 соответствуют СК и КА; $\vec{r_i}, \vec{V_i}$ - радиусы-векторы и скорости тел в ГСК; m_i - массы тел; $\vec{G_i} = -\frac{K}{r_i^3}\vec{r_i}$ - гравитационные силы в центральном поле Земли;

$$\vec{F}_{Ti} = F_T \frac{\vec{r}_a - \vec{r}_b}{\left| \vec{r}_a - \vec{r}_b \right|}$$
 и $\vec{F}_{T2} = -F_{T1}$ - силы упругос-

ти, действующие на СК и КА соответственно; \vec{r}_a и \vec{r}_b - радиусы-векторы точек крепления троса на КА и на СК соответственно; F_T модуль силы упругости троса. Взаимное положение КА и СК на орбите как твёрдых тел конечных размеров показано на рис. 1.

Так как трос не работает на сжатие, модуль силы упругости вычисляется по закону Гука из выражения

$$F_{T} = \begin{cases} c \frac{\left|\vec{r}_{a} - \vec{r}_{b}\right| - L}{\left|\vec{r}_{a} - \vec{r}_{b}\right|}, \ ecnu \ \left|\vec{r}_{a} - \vec{r}_{b}\right| - L \ge 0\\ 0, \ ecnu \ \left|\vec{r}_{a} - \vec{r}_{b}\right| - L < 0 \end{cases}$$
(7)

где L - нерастянутая длина выпущенного из механизма троса, c = ES - коэффициент уп-

ругости, *E* - модуль Юнга, $S = \pi \frac{D^2}{4}$ - площадь поперечного сечения троса, *D* - диаметр троса.

К этим уравнениям необходимо присоединить уравнения движения тормозного механизма, которые запишем в следующем виде:

$$\frac{dL}{dt} = V_L, \ m_K \frac{dV_L}{dt} = F_T - F_y, \tag{8}$$

где m_K - коэффициент, характеризующий инерционность механизма разматывания (эквивалентная масса); F_y - сила в механизме разматывания троса.



Предполагается, что при развёртывании ТС космический аппарат ориентирован по местной вертикали и удерживается в этом положении с помощью собственной системы стабилизации. Для приближённого расчёта вращательного движения СК рассматривается плоский случай. Поэтому

$$I\frac{d\omega}{dt} = -\Delta r_1 F_T \sin(\alpha), \ \frac{d\alpha}{dt} = \omega + \Delta \omega, \qquad (9)$$

где *I* - момент инерции СК, Δr_1 - расстояние от точки крепления троса (В) до центра масс

СК (рис. 1), $\Delta \omega = -\frac{d\theta}{dt}$ - угловая скорость

вращения троса при развёртывании ТС.

Для завершения описания математической модели развёртывания ТС в ГСК необходимо задать коэффициенты ОС в выражении (4).

Система уравнений (5), (6), (8), (9) представляет собой систему обыкновенных дифференциальных уравнений, которая может быть проинтегрирована с помощью любого стандартного метода.

На основании построения системы уравнений движения можно сформулировать основные допущения рассматриваемой модели:

1. Гравитационное поле является центральным.

2. Сила упругости задаётся с помощью одностороннего закона Гука.

3. Диссипативные силы внутри TC не учитываются.

4. На концевое тело TC действуют только гравитационные и упругие силы.

5. Трос считается невесомым.

6. При расчёте вращательного движения тела рассматривается плоский случай.

Сила F_y является управляющей силой и задаётся в соответствии с принципом ОС согласно (4). Принципы создания этой силы могут быть различными.

1. Механизм с лебёдкой, в котором трос намотан на барабан с радиусом r_L , и управляющее воздействие заключается в создании вращающего момента $M_b = F_y r_L$, приложенного к барабану.

2. Механизм, в котором трос соскальзывает с барабана и в котором сила F_y имеет знак «плюс», поскольку она лишь подтормаживает трос.

Рассматриваемые критерии и методы оптимизации

Используются два критерия оптимальности для решения задачи регулирования программного развёртывания TC.

1. Классический интегральный квадратичный критерий оптимальности

$$J = \int_{0}^{T} (a\Delta L^{2} + b\Delta V^{2} + c\Delta F_{y}^{2})dt, \qquad (10)$$

где *Т* - полное время развёртывания TC; *a*, *b*, *c* - положительные весовые коэффициенты.

2. Минимаксный критерий, позволяющий минимизировать не только максимальные ошибки управления, но и исключать отрицательные значения силы F_v :

$$J = a \max_{t} |\Delta L(t)| + b \max_{t} |\Delta V(t)| - c \min_{t} \Delta F_{y}(t),$$
(11)

где слагаемое с весовым коэффициентом c > 0 позволяет учесть ограничения на минимальную величину силы F_y . Этот критерий используется для механизма развёртывания, который лишь подтормаживает трос, то есть имеется ограничение на силу: $F_y > 0$.

Формы критериев (10), (11) включают в себя некоторые часто используемые известные критерии оптимальности как частные случаи. Так, например, форма критерия (10) при c = 0 превращается в критерий, использование которого ведёт к минимальным ошибкам стабилизации. При a = b = 0 эта форма превращается в критерий, приводящий к минимальным «затратам» на управление.

В рассмотренных критериях оптимальности весовые коэффициенты *a*, *b*, *c* являются положительными. В критерии оптимальности (11) знак «минус» перед коэффициентом *c* позволяет поднять уровень мини-

мальных значений силы F_v и тем самым

уменьшить по модулю отрицательные значения силы F_y в механизме разматывания. Это особенно важно при использовании механизмов разматывания, работающих по принципу соскальзывания нити и не предусматривающих намотку троса. К таким механизмам относится, в частности, механизм, использовавшийся в проекте YES2 [2].

Для решения задач условной минимизации критериев (10)-(11) по коэффициентам обратной связи K_L, K_V с учётом ограничений (3) использовался метод штрафных функций [6] в сочетании с методами случайного поиска [7] и циклического координатного спуска [8]. Критерий оптимальности Ω , который зависит от задаваемых коэффициентов K_L, K_V и может быть вычислен путём численного интегрирования системы (5), (6), (8), (9), записывается с учётом ограничений (3) в виде

$$\Omega(K_L, K_V, \lambda) = J(K_L, K_V) + \lambda \Psi(\varphi_1, \varphi_2), \quad (12)$$

где λ - параметр метода штрафных функций,

$$\Psi(\varphi_1,\varphi_2) = \sum_{k=1}^2 \phi(\varphi_k), \ \phi(\tau) = \begin{cases} \tau, \ \tau \ge 0\\ 0, \ \tau < 0 \end{cases}.$$

Таким образом, линейный регулятор (4) настраивается на заданную номинальную программу управления посредством минимизации критерия (12) с помощью методов нелинейного программирования с использованием нелинейной математической модели движения TC. Отметим, что данный подход может быть использован в сочетании с любой другой более полной системой уравнений движения TC.

Номинальная программа развёртывания тросовой системы

Номинальные зависимости для длины

 $L^{0}(t)$ и скорости развёртывания $V_{L}^{0}(t)$ троса представлены на рис. 2, 3 соответственно. Процесс развёртывания TC состоит из двух этапов.

1. На первом этапе производится развёртывание с малыми скоростями для обеспечения безопасного отделения СК от КА. Этап заканчивается при длине троса 3 км и длится около 6000 секунд.

2. На втором этапе развёртывание происходит с большими скоростями. На этом этапе обеспечивается заданный угол отклонения троса от вертикали. Этап заканчивается при длине троса 30 км и длится около 2335 секунд.



Рис. 2. Номинальная зависимость длины троса от времени



Рис. 3. Номинальная зависимость скорости развёртывания от времени

Пример оптимизации процесса управления

Приведём результаты оптимизации для СУ развёртыванием ТС. Процесс развёртывания ТС разделяется на два этапа, которые существенно различаются динамикой развёртывания (значениями скоростей и ускорений). На первом этапе при t < 6000 с производилась оптимизация коэффициентов ОС. На втором этапе при оптимальных коэффициентах, определённых для первого этапа, искался минимум для каждого критерия оптимальности (10), (11).

В качестве примера приведём результаты численного моделирования процесса развёртывания TC на первом этапе для произвольных и оптимальных коэффициентов OC. На рис. 4 показана зависимость управ-



Рис. 4. Зависимость управляющей силы от времени на первом этапе развертывания для произвольных коэффициентов ОС ($K_L = K_V = 1$)

ляющей силы от времени $F_y(t)$ на первом этапе развёртывания. Коэффициенты ОС выбирались произвольно и были приняты равными: $K_L = K_V = 1$. При этих коэффициентах наблюдаются отрицательные значения управляющей силы, что недопустимо. Ошибки управления в данном случае небольшие (по длине троса не превышают 2,1 м, по скорости - 0,08 м/с), но вращательное движение капсулы неустойчивое, и она совершает много оборотов вокруг своего центра масс.

Если же коэффициенты ОС оптимальны, то все отрицательные значения управляющей силы исчезают (рис. 5), а колебания СК относительно центра масс становятся устойчивыми (рис.6). Использовался минимаксный критерий оптимальности (11) с весовыми коэффициентами: a = b = 1, c = 100

и с ограничениями: и $\phi_1 = \alpha - \frac{\pi}{2} \le 0$ и

$$\phi_2 = \omega - \frac{1}{2} \le 0$$
. Значение полученных опти-

мальных коэффициентов ОС на первом этапе развёртывания: $K_L = 0,243$, $K_V = 7,824$.

Аналогичные результаты были получены на втором этапе развёртывания TC при t > 6000 с для оптимальных коэффициентов:

 $K_L = 0,0055$, $K_V = 0,3427$ (рис. 6, 7).

Влияние ошибок отделения спускаемой капсулы на качество процесса управления

Полученные результаты соответствуют идеальному отделению СК от КА, то есть скорость отделения направлена по вертикали и равна номинальной, отделение происходит при нулевых угловых скоростях. Исследовано влияние ошибок отделения на развёртывание ТС при оптимальных значениях коэффициентов ОС, определённых ранее. Возмущения, действующие на систему регулирования при отделении СК: 1) ошибки по скорости V_0 отделения СК и её направлению

 θ_{v} ; 2) ошибки в угловой скорости ω отделения СК и в угле α ориентации СК.



Рис. 5. Зависимость управляющей силы от времени для оптимальных коэффициентов OC (при t < 6000 c: $K_L = 0,243$, $K_V = 7,824$; при t > 6000 c: $K_L = 0,0055$, $K_V = 0,3427$)



Рис. 6. Зависимость угла между осью симметрии СК и тросом от времени для оптимальных коэффициентов OC (при t < 6000 c: $K_L = 0,243$, $K_V = 7,824$; при t > 6000 c: $K_L = 0,0055$, $K_V = 0,3427$)



Рис. 7. Зависимость управляющей силы от времени

В табл. 1 приведены максимальные ошибки и экстремальные значения управляющей силы при действии возмущений на первом этапе развёртывания ТС. Вариант 1 соответствует идеальному случаю отделения. Вариант 2 соответствует случаю, когда скорость отделения меньше номинальной (номинальная скорость $V_0 = 1,98 \, \text{м/c}$, ошибка $\Delta V_0 = -0.3 \ \text{м/c}$). Это приводит к появлению отрицательных значений управляющей силы, что недопустимо. На рис. 7 видны начальные резкие изменения управляющей силы. Отрицательные значения управляющей силы на рис. 7 не видны, так как они наблюдаются в первую секунду и сливаются с осью ординат. Движение вокруг центра масс осталось устойчивым, хотя угол αувеличился примерно до 70°.

Вариант 3 характеризует случай, когда скорость отделения больше номинальной скорости (ошибка $\Delta V_0 = 1 \ m/c$). Управляющая сила остаётся положительной, а увеличиваются лишь её максимальные значения. Движение вокруг центра масс остаётся устойчивым. Только в начальный момент наблюдается увеличение ошибок по скорости развёртывания троса до 1 м/с.

Проанализируем влияние ошибок по направлению отделения. Если СК отделяется с ошибкой против направления орбитального движения $\theta_v = 10^{\circ}$, то это не приводит к существенному изменению ошибок управления (вариант 4) и нет отрицательных значений управляющей силы. Отклонение СК от вертикали в конце первого этапа развёртывания увеличивается и составляет 130 метров. Если СК отделяется с ошибкой по направлению орбитального движения $\theta_v = -10^\circ$, то появляются небольшие по модулю отрицательные значения управляющей силы (вариант 5). Отклонение СК от вертикали увеличивается до 185 метров.

Ошибки в угловой скорости отделения приводят к постепенному увеличению угла α при развёртывании TC, и при некотором предельном значении начальной угловой скорости $\omega_0 = 0.1 c^{-1}$ вращательное движение СК становится неустойчивым. Ошибки в ориентации СК при отделении приводят к аналогичному результату.

Выводы

По результатам проведённых исследований можно сделать следующие выводы:

1. Предложенный способ определения коэффициентов регулятора, основанный на прямой минимизации критерия оптимальности с учётом ограничений на вращательное движение концевого тела, позволяет улучшить переходные процессы при развёртывании TC.

2. Отделение СК от КА желательно производить с несколько большими скоростями по сравнению с номинальной скоростью и против направления орбитального движения для обеспечения натяжения троса на начальном этапе развёртывания.

Данная работа выполнена в рамках реализации мероприятия 1.3.2 ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009 – 2013 годы (по направлению «Создание и управление новыми видами транспортных систем»).

№ варианта	$max \Delta L$, м	$max \Delta V$, м/с	$max F_y$, H	min F_y , H
1	2,01	0,07	0,24	0
2	2,01	0,30	2,35	-2.35
3	2,01	1,01	7,88	0
4	2,00	0,08	0,60	0
5	0,93	0,07	0,28	-0.004

Таблица 1. Экстремальные значения ошибок управления и силы

Библиографический список

1. Белецкий В. В., Левин Е. М. Динамика космических тросовых систем. – М.: Наука, 1990. – 336 с.

2. A European Barberpole Mechanism for Space Tether Deployment // Menon C. and others. – IAC-05-C2.P.02. – The Netherlands. - 2005. - 13 p.

3. Летов А. М. Динамика полёта и управление. – М.: Наука, 1969. – 360 с.

4. Evolutionary Computation of the Deployment Trajectories with Application to YES2 // Williams P. and others. – AAS 07 – 192. – The Netherlands. -2007. – 21 p.

5. Adaptive neural control of the deployment procedure for tether-assisted re-entry // Glebel H. and others. – Aerospace Science and Technology. – 2004. – 8. – pp. 73-80.

6. Пшеничный Б. Н., Данилин Ю. М. Численные методы в экстремальных задачах. – М.: Наука, 1975. – 320 с.

7. Соболь И. М. Численные методы Монте-Карло. - М.: Наука, 1973. – 311 с.

8. Васильев Ф. П. Численные методы решения экстремальных задач. – М.: Наука, 1988. – 198 с.

References

1. Beletsky, V. V., Levin Ye. M. Space tether system dynamics. – Moscow: Nauka, 1990. – 336 p.

2. A European Barberpole Mechanism for Space Tether Deployment // Menon C. and others. – IAC-05-C2.P.02. - The Netherlands. -2005. – 13 p.

3. Letov, A. M. Flight dynamics and control. – Moscow: Nauka, 1969. – 360 p.

4. Evolutionary Computation of the Deployment Trajectories with Application to YES2 // Williams P. and others. – AAS 07 – 192. – The Netherlands. - 2007. – 21 p.

5. Adaptive neural control of the deployment procedure for tether-assisted re-entry // Glebel H. and others. – Aerospace Science and Technology. - 2004. - 8. - pp. 73-80.

6. Pshenichny, B. N., Danilin Yu. M. Numerical methods in extremum problems. – Moscow: Nauka, 1975. – 320 p.

7. Sobol, I. M. Monte Carlo methods. -Moscow: Nauka, 1973. – 311 p.

8. Vasilyev, F. P. Numerical methods of solving extremum problems. – Moscow: Nauka, 1988. – 198 p.

SOLVING THE PROBLEM OF STABILIZING PROGRAM DEPLOYMENT OF AN ORBITAL TETHER SYSTEM TAKING INTO ACCOUNT LIMITATIONS ON THE ROTARY MOTION OF THE TIP BODY

© 2010 S. A. Ishkov, O. Yu. Zabolotnova

Samara State Aerospace University named after academician S. P. Korolyov (National Research University)

The paper deals with the problem of stabilizing programme deployment of a space tether system with regard to limitations on the tip body rotary motion. The method proposed is based on direct calculation of the parameters of an optimal regulator using a non-linear model of tether system motion. A criterion of optimality is proposed that makes it possible to take into account the limitations specified when solving the stabilization problem. An example of calculating optimal feedback coefficients is given and the approach described is shown to enable considerable improvement of transition processes that arise in controlling the tether system deployment.

Space tether system, spacecraft, regulator, criteria of optimality, method's of optimization, nominal program of deployment, geocentric coordinate system.

Информация об авторах

Ишков Сергей Алексеевич, профессор, доктор технических наук, директор института дополнительного профессионального образования Самарского государственного аэрокосмического университета имени академика С. П. Королёва (национального исследовательского университета). Область научных интересов: расчёт и оптимизация орбитальных манёвров космических аппаратов с двигателями малой и средней тяги, управление орбитальными тросовыми системами. E-mail: <u>ishkov@ssau.ru</u>.

Заболотнова Ольга Юрьевна, аспирант кафедры динамики полёта и систем управления Самарского государственного аэрокосмического университета имени академика С. П. Королёва (национального исследовательского университета). Область научных интересов: управление орбитальными тросовыми системами. E-mail: <u>o.zabolotnova@inbox.ru</u>.

Ishkov Sergey Alexeyevitch, professor, doctor of technical science, director of the institute of continuing professional education, Samara State Aerospace University named after academician S. P. Korolyov (National Research University), <u>ishkov@ssau.ru</u>. Area of research: computation and optimization of orbital maneuvers of spacecraft with low and mean thrust propulsion, control of orbital tether systems.

Zabolotnova Olga Yuryevna, post-graduate student of the department of flight dynamics and control systems, Samara State Aerospace University named after academician S. P. Korolyov (National Research University), <u>o.zabolotnova@inbox.ru</u>. Area of research: control of orbital tether systems.