

УДК 629.78.018

СТАТИСТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ДВИЖЕНИЯ КАПСУЛЫ ПРИ СПУСКЕ В АТМОСФЕРУ С ПОМОЩЬЮ КОСМИЧЕСКОЙ ТРОСОВОЙ СИСТЕМЫ

© 2010 Ю. М. Заболотнов, И. А. Никонова

Самарский государственный аэрокосмический университет
имени академика С. П. Королёва (национальный исследовательский университет)

Рассматривается задача статистического анализа движения сферической капсулы при спуске в атмосферу с помощью развёртываемой на орбите тросовой системы. Статистический анализ включает в себя оценку и исследование основных вероятностных характеристик движения капсулы на внеатмосферном и атмосферном участках её полёта после отделения от орбитальной тросовой системы. Основное внимание уделяется анализу влияния тросовой системы на изменение оценок и распределений по сравнению с реализацией классических схем спуска. Оценивается влияние угла отклонения троса от вертикали на рассеивание точек посадки.

Статистический анализ, статистическое моделирование, система управления развёртыванием тросовой системы.

Постановка задачи

При проектировании и эксплуатации спускаемых капсул (СК), возвращаемых с орбиты на Землю, необходимо учитывать большую степень неопределённости при расчёте контролируемых характеристик их движения. Возникающая неопределённость вызвана неточностью знания внешних условий движения (плотности атмосферы, ветра и др.), неточностью знания начальных условий движения СК и т. д. В связи с этим важной является задача оценки основных вероятностных характеристик движения СК и их распределений, решение которой позволяет определить направления совершенствования их баллистического проектирования и повысить вероятность безопасной доставки полезного груза.

При возвращении с орбиты СК с помощью развёртываемой тросовой системы (ТС) возникает ряд особенностей, которые необходимо учитывать при статистическом анализе. К этим особенностям нужно отнести, прежде всего, возмущения, связанные с неточностью работы системы управления (СУ) развёртыванием ТС. Так, например, отделение СК от ТС может произойти не в расчётной точке, а с некоторой случайной ошибкой. Это скажется на рассеивании точек приземления СК. При этом возникает задача по оценке допустимой ошибки в положении СК.

Возникают особенности и в движении СК относительно центра масс. При развёртывании ТС на СК действует момент силы натяжения троса. Если он натянут, что обеспечивается выбором коэффициентов обратной связи СУ, то СК совершает устойчивые колебания относительно направления троса. В этом случае момент силы натяжения троса подобен восстанавливающему моменту в классической задаче о движении твёрдого тела вокруг неподвижной точки. Поэтому при отделении от ТС СК имеет известную ориентацию в пространстве с некоторой небольшой случайной ошибкой. В этом случае, пользуясь известной методикой [1], можно определить ориентацию СК при входе в атмосферу и, следовательно, спрогнозировать её дальнейшее вращательное движение в атмосфере. Отметим, что при реализации классических схем спуска с использованием тормозной двигательной установки ориентация СК при входе в атмосферу считается близкой к произвольной [1].

В связи с нелинейностью уравнений движения в атмосфере основным методом оценки вероятностных характеристик их движения является метод статистических испытаний. По результатам метода статистических испытаний обычно оцениваются эмпирические законы распределения основных контролируемых характеристик движения. К

основным контролируемым характеристикам движения СК в атмосфере относят угол атаки и модуль угловой скорости в характерных точках траектории спуска; рассеивание точки посадки, измеряемое стандартными квадратичными отклонениями (СКО) продольной и боковой дальности полета, и др.

Несмотря на большое количество работ, связанных со статистическим моделированием движения спускаемых аппаратов в атмосфере, в них рассматриваются отдельные аспекты статистического анализа (СА). Например, в [1, 2] исследуется вопрос о зависимости СА донной частью вперёд в направлении набегающего воздушного потока. В [3] производится оценка вероятности захвата в устойчивый резонансный режим движения по начальным условиям. В настоящей работе произведён по возможности наиболее полный статистический анализ движения СК массой 10 кг, значения контролируемых характеристик которой имеют ещё большую степень неопределённости. В качестве примера рассматривается схема спуска СК, реализованная в тросовом эксперименте YES2, проведённом на КА «Фотон-М3» в сентябре 2007 года [4].

Уравнения движения и действующие случайные возмущения

Уравнения движения СК, используемые при статистическом моделировании, записываются в геоцентрической неподвижной системе координат в следующем виде:

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{V}_a, \quad \frac{d\vec{V}_a}{dt} = \frac{\vec{R}_a}{m} + \vec{g}, \quad \frac{d\vec{K}}{dt} + \vec{\omega} \times \vec{K} = \vec{M}_C, \quad (1)$$

$$\frac{d\vec{l}}{dt} = \vec{l} \times \vec{\omega}, \quad \frac{d\vec{m}}{dt} = \vec{m} \times \vec{\omega}, \quad \frac{d\vec{n}}{dt} = \vec{n} \times \vec{\omega}, \quad (2)$$

где \vec{r} и \vec{V}_a - радиус-вектор и вектор абсолютной скорости центра масс; \vec{g} - вектор гравитационного ускорения; \vec{R}_a - аэродинамическая сила; m - масса; \vec{K} - вектор кинетического момента; $\vec{\omega}$ - вектор угловой ско-

рости системы координат, на которую проектируется кинетический момент \vec{K} ; \vec{M}_C - момент аэродинамических сил относительно центра масс; $\vec{l}, \vec{m}, \vec{n}$ - орты связанной с СК системы координат $OXYZ$. По значениям интегрируемых переменных системы (1)-(2) в каждый момент времени определяются все контролируемые характеристики движения.

Случайные факторы вызывают в процессе спуска отклонения параметров движения СК от их номинальных значений. Для большинства возмущающих воздействий законы их распределения либо неизвестны, либо известны недостаточно полно, и поэтому делаются некоторые предположения или предварительные аналитические оценки. Предположения основываются на практическом опыте проектирования спускаемых аппаратов, а оценки законов распределения получаются с использованием известных положений теории вероятностей или случайных процессов. Случайные возмущения, действующие при движении СК в атмосфере, можно условно разбить на следующие группы: возмущения, связанные с начальными условиями движения и ошибками в работе СУ; возмущения среды (плотности атмосферы, ветра и т.д.); возмущения из-за неточности знания аэродинамических характеристик СК и возмущения, связанные с малой геометрической и массовой асимметрией СК.

Поэтому в дальнейшем рассматривается СК, представляющая собой сферу со статической и динамической симметрией, влияние массовой и геометрической асимметрий СК не учитывается.

Математическая модель движения (1)-(2) с учётом перечисленных возмущений реализована в автоматизированной информационной системе (АИС) статистического моделирования и анализа движения в атмосфере СК [5].

Анализ движения СК на внеатмосферном участке спуска

Развёртывание ТС со СК заканчивается пассивным участком движения с постоянной длиной троса (рис. 1). Наличие этого

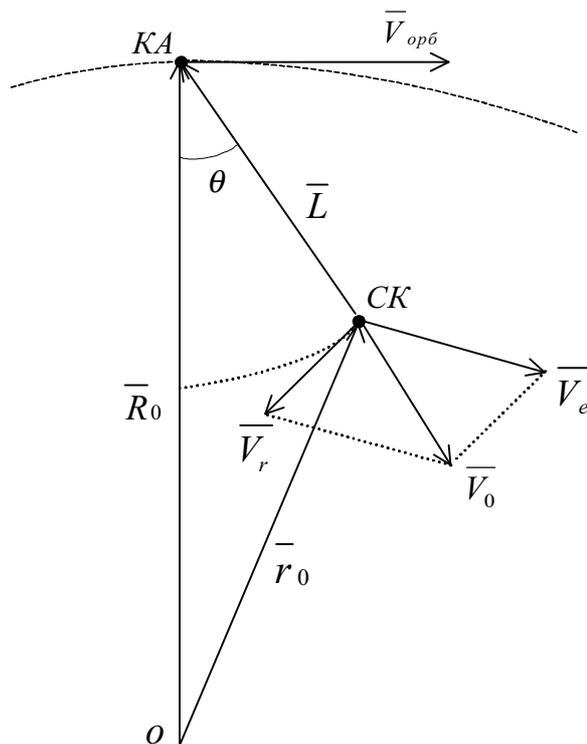


Рис. 1. Маятниковое движение СК на тросе

участка, на котором гравитационный маятник совершает колебательное движение против направления вектора скорости базового космического аппарата (КА), позволяет почти вдвое увеличить эффективный тормозной импульс при сходе СК с орбиты. Однако отделение СК, которое должно в идеальном случае произойти при прохождении местной вертикали, осуществляется по времени. С учётом достаточно большой длительности процесса развёртывания ТС (порядка 8300 с) и возможных ошибок работы СУ существует большая вероятность того, что отделение СК произойдёт с некоторым ненулевым углом отклонения троса от вертикали. Это приведёт к изменению начального положения и начальной скорости СК в момент её отделения от троса.

На рисунке 1 показаны: \vec{V}_{orb} - орбитальная скорость КА на круговой орбите; θ - угол отклонения троса; L - длина троса; \vec{V}_0 и \vec{r}_0 - начальная скорость и начальный радиус-вектор СК при отделении от троса; \vec{V}_e и \vec{V}_r - переносная и относительная скорости;

O - центр Земли; R_0 - радиус орбиты КА; \vec{r}_0 - радиус-вектор СК.

Пересчёт начального вектора положения и начальной скорости СК можно осуществить с помощью следующих векторных выражений (рис. 1):

$$\vec{V}_0 = \vec{V}_e + \vec{V}_r, \quad \vec{r}_0 = \vec{R}_0 + \vec{L}. \tag{3}$$

Проведём анализ вращательного движения СК на внеатмосферном участке полёта с высотой выше 110 км после её отделения от троса. В невозмущённом движении ось динамической симметрии совпадает с направлением троса, который ориентирован по местной вертикали СК. На рисунке 2 показано распределение углов при отделении СК от троса (рис. 2, а) и распределение углов в момент входа СК в атмосферу (рис. 2, б).

На рисунке 2, а показаны: \vec{V}_0 - вектор скорости центра масс СК; Ox_0 - ось динамической симметрии СК; α_n - угол между вектором скорости центра масс СК и осью её динамической симметрии; O - центр масс

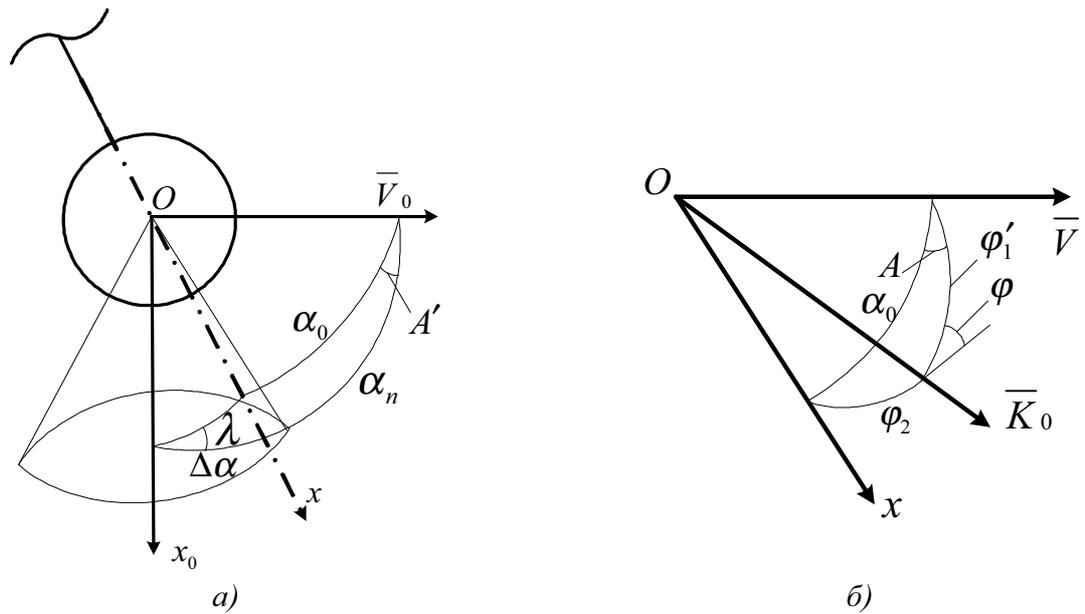


Рис. 2. Определение углов при движении СК

СК; α_0 - начальный угол атаки СК; $\Delta\alpha$ - угол отклонения оси динамической симметрии СК от направления троса; Ox - направление троса; λ - пространственный угол между плоскостью (Ox, Ox_0) и плоскостью $(\overline{V_0}, Ox_0)$; A' - пространственный угол между плоскостью $(\overline{V_0}, Ox)$ и плоскостью $(\overline{V_0}, Ox_0)$.

На рисунке 2,б показаны: $\overline{K_0}$ - вектор кинетического момента СК; φ - пространственный угол между плоскостью $(Ox, \overline{K_0})$ и плоскостью $(\overline{V}, \overline{K_0})$; φ_1 - угол между векторами $\overline{K_0}$ и \overline{V} ; φ_2 - угол между осью Ox и вектором $\overline{K_0}$.

Вектор скорости $\overline{V_0}$ составляет угол $\alpha_n = \frac{\pi}{2}$ с осью динамической симметрии Ox_0 , и поэтому номинальный угол атаки СК в момент отделения равен $\frac{\pi}{2}$. Так как СК совершает колебания относительно направле-

ния троса, то в момент отделения угол отклонения $\Delta\alpha$ оси динамической симметрии от направления троса имеет некоторое случайное значение. Будем считать, что направление оси динамической симметрии принадлежит конусу с углом полураствора $\Delta\alpha_{\max}$. Если любое направление в этом конусе равновероятно, то функция F распределения угла

$\Delta\alpha$ имеет вид $F(\Delta\alpha) = \frac{1 - \cos(\Delta\alpha)}{1 - \cos(\Delta\alpha_{\max})}$. Зная

$\Delta\alpha$ и используя формулы сферической тригонометрии, получим выражение для угла атаки α_0 :

$$\cos \alpha_0 = \cos \alpha_n \cdot \cos \Delta\alpha + \sin \alpha_n \cdot \sin \Delta\alpha \cdot \cos \lambda, \quad (4)$$

где $\Delta\alpha = \arccos[1 - (1 - \cos \Delta\alpha_{\max})u]$;

$u \sim R[0;1]$ - стандартная равномерно распределенная случайная величина; $\lambda \sim R[0;2\pi]$.

Необходимо также учесть нормальное распределение начальных угловых скоростей $\omega_{x_0}, \omega_{y_0}, \omega_{z_0} \sim N(M_\omega, \sigma_\omega)$. Для этого вычислим угол φ_2 между осью Ox и вектором кинетического момента $\overline{K_0}$:

$$\cos \varphi_2 = \frac{|I_x \omega_{x0}|}{\sqrt{I_x^2 \omega_{x0}^2 + I^2 (\omega_{y0}^2 + \omega_{z0}^2)}}. \quad (5)$$

После поворота вектора скорости \vec{V} СК на внеатмосферном участке на угол $\Delta\theta$ угол атаки при входе в атмосферу α_{ex} определится из рис. 3.

На рисунке 3 показаны: \vec{V}_{ex} - вектор скорости СК в момент входа в атмосферу; φ_1 - угол между векторами \vec{K}_0 и \vec{V}_{ex} .

Используя теоремы сферической тригонометрии, запишем алгоритм вычисления начального угла атаки α_{ex} :

$$\cos \alpha_{ex} = \cos \varphi_1 \cos \varphi_2 - \sin \varphi_1 \sin \varphi_2 \cos \varphi_3,$$

$$\cos \varphi_1 = \cos \varphi'_1 \cos \Delta\theta + \sin \varphi'_1 \sin \Delta\theta \cos \Delta A, \quad (6)$$

$$\sin A = \frac{\sin \varphi_2}{\sin \alpha_0} \sin \varphi.$$

Здесь $\varphi \sim R[0; 2\pi]$, а угол φ'_1 находится путём решения уравнения

$$\cos \alpha_0 = \cos \varphi'_1 \cos \varphi_2 - \sin \varphi'_1 \sin \varphi_2 \cos \varphi,$$

в котором угол α_0 определяется соотношением (4).

Используя формулы (4)-(6), можно определить закон распределения угла атаки α_{ex} при входе в атмосферу при известных законах распределения переменных $\omega_{x0}, \omega_{y0}, \omega_{z0}, \varphi, \lambda$.

Так как аналитическое определение закона распределения угла α_{ex} довольно громоздко, приведём гистограмму его плотности распределения $f(\alpha_{ex})$ при 1000 испытаний (рис. 4). Из неё следует, что в отличие от классического случая, когда плотность распределения f на границе атмосферы на отрезке $[0, \pi]$ близка к закону $f(\alpha_{ex}) = \frac{1}{2} \sin \alpha_{ex}$

[1], при входе СК в атмосферу после отделения от троса плотность распределения f близка к усечённому с обеих сторон этому закону. Однако максимумы плотностей распределения f практически совпадают и равны

приблизительно $\frac{\pi}{2}$. Можно существенно улучшить условия входа СК в атмосферу, если обеспечить её закрутку вокруг динамической оси симметрии. Это связано с тем, что угол поворота вектора скорости на внеатмосферном участке полёта СК примерно равен $\frac{\pi}{2}$

(например, в эксперименте YES2). Поэтому если СК закручена, то она будет сохранять

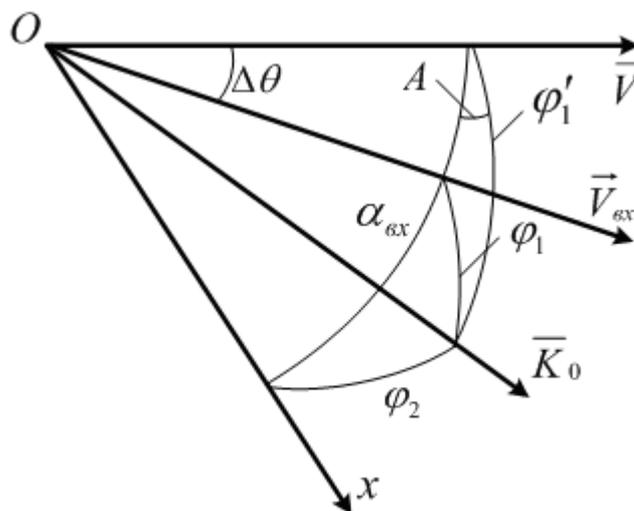


Рис. 3. Определение углов на границе атмосферы

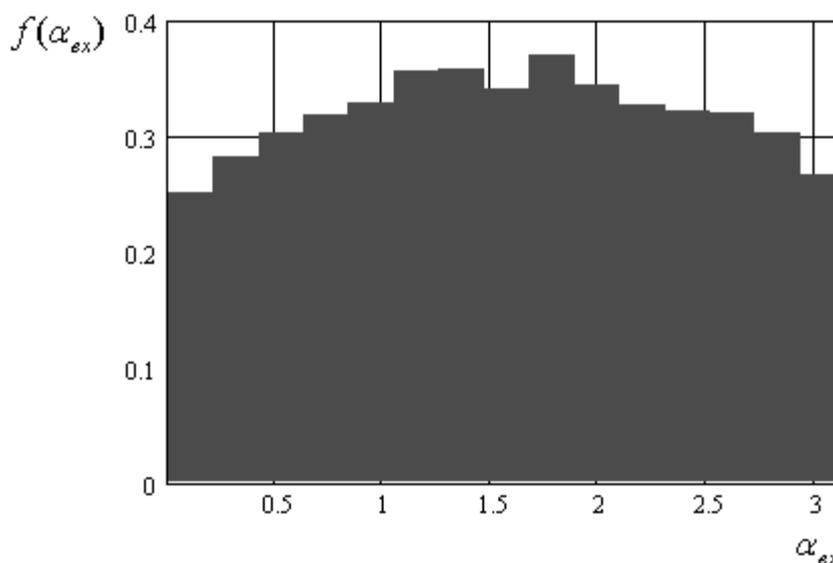


Рис. 4. Гистограмма плотности распределения угла атаки при входе в атмосферу на высоте 110 км

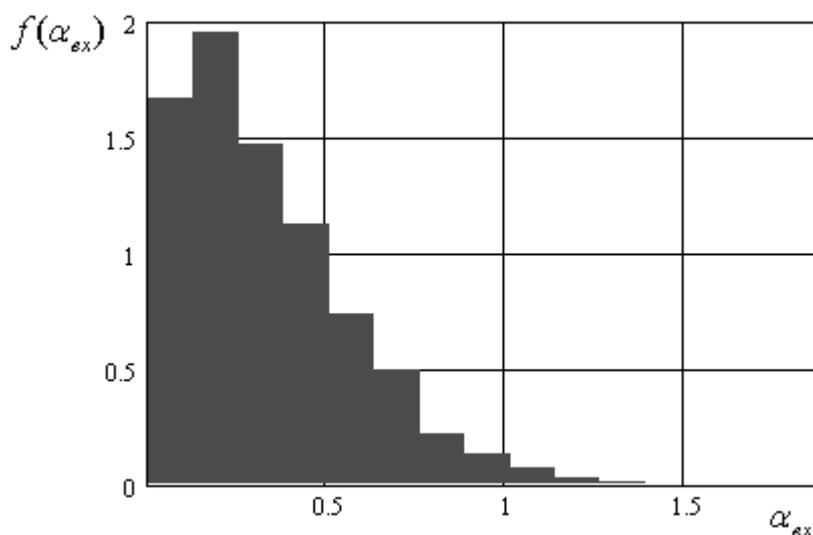


Рис. 5. Гистограмма плотности распределения угла атаки при входе в атмосферу при закрутке СК с угловой скоростью крена, равной $\omega_{x0} = 0,5c^{-1}$

свою ориентацию в пространстве и войдёт в атмосферу с существенно меньшими углами атаки, что подтверждает гистограмма плотности распределения $f(\alpha_{ax})$, приведённая на рис. 5.

Результаты статистического моделирования на атмосферном участке движения СК

Совокупность случайных возмущений, принятая при статистическом моделировании движения СК атмосфере, приведена в табл. 1.

В качестве контролируемых характеристик движения СК рассматривались: продольная дальность полёта L и угол атаки СК в момент прохождения максимального теплового потока α_Q .

Номинальные данные для статистического расчёта соответствовали исходным данным тросового эксперимента YES2:

$$m = 10\text{кг}, H_0 = 270\text{км}, R = 0.2\text{м}, H_{КА} = 300\text{км},$$

где H_0 - номинальная начальная высота, оп-

Таблица 1

№ п	Возмущение	Закон распределения	Параметры закона
1	Случайные вариации плотности атмосферы	Нормальный	ГОСТ 25645.101 – 83 ГОСТ 25645.166 – 2004
2	Случайные вариации скорости ветра	Нормальный	ГОСТ 24728 – 81
3	Угол отклонения троса от вертикали	Равномерный	$\pm \Delta\theta$ $\Delta\theta = 1^\circ$
4	Начальные угловые скорости вращения	Нормальный	$M(\omega_i) = 0, \sigma(\omega_i) = 0.1 c^{-1}$ $i = x, y, z$
5	Начальная ориентация СК в пространстве (произвольная)	Равновероятный в конусе с углом $\Delta\alpha_{max} = 10^\circ$	$\alpha \in [0^\circ; 180^\circ]$
6	Отклонения коэффициента лобового сопротивления C_{xa}	Нормальный	$\sigma(C_{xa}) = 0.07 M(C_{xa}),$ $M(C_{xa})$ - математическое ожидание

ределяющая положение СК в момент обреза троса; R - радиус сферической СК, $H_{КА}$ - высота круговой орбиты базового КА.

Результаты статистического моделирования показали, что закон распределения угла атаки близок к распределению Эрланга четвёртого порядка:

$$f(\alpha_{ox}) = \frac{\lambda(p+1)[\lambda(p+1)\alpha_{ox}]^p}{p!} \exp(-\lambda(p+1)\alpha_{ox}),$$

где $p = 4$.

Математическое ожидание $M(\alpha_{ox})$ и дисперсия $D(\alpha_{ox})$ для этого распределения

$$\text{равны } M(\alpha_{ox}) = \frac{1}{\lambda}, D(\alpha_{ox}) = \frac{1}{\lambda^2(p+1)}.$$

С помощью метода статистических испытаний была решена также задача оценки допустимой величины ошибки $\pm \Delta\theta$ по положению СК в момент отделения от троса. Определялись требования по точности работы СУ развёртыванием ТС. На рис. 6 приведена зависимость СКО $\sigma(L)$ продольной дальности полёта СК от ошибки $\Delta\theta$.

Из рисунка 6 следует, что ошибка $\Delta\theta$ оказывает значительное влияние на разброс точек посадки СК.

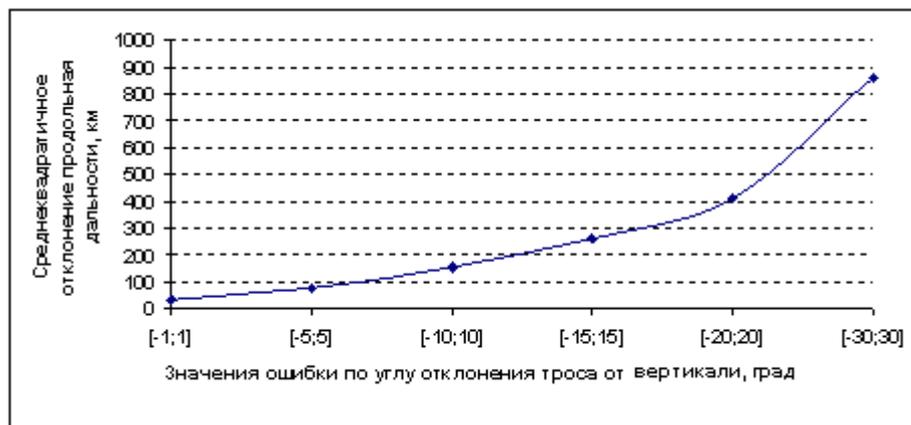


Рис. 6. Зависимость среднеквадратичного отклонения продольной дальности полёта СК от ошибки $\Delta\theta$

Библиографический список

1. Ярошевский В. А. Движение неуправляемого тела в атмосфере. - М.: Машиностроение, 1978.
2. Кеньшов Е. А., Тимбай И. А. Переход плоского вращательного движения космического аппарата с асимметрией в колебательное при входе в атмосферу // Космические исследования – 2004. - Том 42. - №3. - С. 1-7.
3. Белоконов В. М., Заболотнов М. Ю. Оценка вероятности захвата в резонансный режим движения космического аппарата при спуске в атмосферу // Космические исследования – 2002. - Том 40. - №5. - С. 503-514.
4. Young Engineer's Satellite [Electronic resource]: Official YES2 project site / by Delta Utec SRC - Electronic text data - Delta Utec SRC, The Netherlands, last updated in September 2008 - Access mode: <http://www.yes2.info/>, free. - Title from screen. - Language: English.
5. Щетинина (Никонова) И. А. Автоматизированная информационная система статистического анализа движения в атмосфере лёгких спускаемых капсул. Регистрационный номер статьи 6142, 2006 г. [Электронный ресурс] Электронный многопредметный научный журнал «Исследовано в России» / МФТИ – электронный текстовый документ – М: МФТИ, 1998-2007. - Режим доступа: <http://zhurnal.ape.relarn.ru/>. – Язык: Русский.

References

1. Yaroshevsky, V. A. Uncontrolled body motion in the atmosphere. Moscow: Mashinostroyeniye, 1978.
2. Kenschov, Ye. A., Timbay B. A. Transition from plane rotary motion of spacecraft with asymmetry to oscillatory motion during its reentry into the atmosphere // Kosmicheskiye issledovaniya (Space research) – 2004. – Vol. 42. – No.3. – pp. 1-7.
3. Belokonov, V. M., Zabolotnov M. Yu. Estimating the probability of spacecraft motion capture in the resonance mode during the reentry into the atmosphere // Kosmicheskiye issledovaniya (Space research) – 2002. – Vol. 40. – No.5. – pp. 503-514.
4. Young Engineer's Satellite [Electronic resource]: Official YES2 project site / by Delta Utec SRC - Electronic text data - Delta Utec SRC, The Netherlands, last updated in September 2008 -.- Access mode: <http://www.yes2.info/>, free. – Title from screen. – Language: English.
5. Shchetinina (Nikonova) I. A. Automatic information system of statistical analysis of light reentry capsule motion in the atmosphere. Registration number of the paper: 6142, 2006. [Electronic resource] Electronic multisubject scientific journal «Issledovano v Rossii (Investigated in Russia)» / Moscow Institute of Physics and Technology – electronic text document – Moscow: Moscow Institute of Physics and Technology, 1998-2007. Access mode: <http://zhurnal.ape.relarn.ru/>. – Language: Russian.

STATISTICAL ANALYSIS OF A CAPSULE'S MOTION DURING ITS REENTRY INTO THE ATMOSPHERE WITH THE AID OF A SPACE TETHER SYSTEM

© 2010 Yu. M. Zabolotnov, I. A. Nikonova

Samara State Aerospace University
named after academician S. P. Korolyov (National Research University)

The paper deals with the task of statistical analysis of a spherical capsule's motion during its reentry into the atmosphere with the aid of a tether system deployed in the orbit. Statistical analysis includes the evaluation and analysis of the basic probability characteristics at the extra-atmospheric and atmospheric segments of the capsule's flight after it is separated from the orbital tether system. The emphasis is on the analysis of the tether system's influence on the evaluations and distributions as compared to classical descent schemes. The influence of the angle of the tether's deviation from the vertical on the scattering of landing points is determined.

Statistical analysis, statistical modelling, tether deployment control system.

Информация об авторах

Заболотнов Юрий Михайлович, заведующий кафедрой математики и механики, доктор технических наук, профессор, Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С. П. Королёва (национальный исследовательский университет). Область научных интересов: теория космического полета, спуск КА в атмосфере, динамика тросовых систем, теория колебаний. E-mail: yumz@yandex.ru.

Никонова Ирина Анатольевна, аспирант, Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С. П. Королёва (национальный исследовательский университет). Область научных интересов: лёгкие спускаемые капсулы, статистический анализ, статистическое моделирование, системы управления развёртыванием тросовой системы. E-mail: Nikonova.Irina.Anatolevna@gmail.com.

Zabolotnov Yoriy Mikhailovitch, doctor of technical sciences, professor, head of mathematics and mechanics department, Samara State Aerospace University named after academician S. P. Korolyov (National Research University), yumz@yandex.ru. Area of research: space flight theory, spacecraft vehicle descent in the atmosphere, tether system dynamics, theory of oscillations.

Nikonova Irina Anatolyevna, post-graduate student, Samara State Aerospace University named after academician S. P. Korolyov (National Research University), Nikonova.Irina.Anatolevna@gmail.com. Area of research: light re-entry capsules, statistical analysis, statistical modeling, tether deployment control systems.