

УДК 629.7.02

ИССЛЕДОВАНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ ОБШИВКИ ПОДКРЕПЛЁННЫХ ОТСЕКОВ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ ПРИ СЖАТИИ

© 2010 О. В. Борисова, Л. М. Савельев

Самарский государственный аэрокосмический университет
имени академика С. П. Королёва (национальный исследовательский университет)

Рассматриваются панели обшивки клёпанных цилиндрических отсеков летательных аппаратов при осевом сжатии. Целью настоящего исследования, основанного на методе конечных элементов (МКЭ), является установление такой зависимости критического напряжения от геометрических параметров панели, которую можно было бы рекомендовать для практического применения.

Метод конечных элементов, пластина, цилиндрическая панель, устойчивость, критическое напряжение, сжатие, форма потери устойчивости.

При осевом сжатии круговой цилиндрической оболочки решение линеаризованного уравнения устойчивости [1] приводит к классическому результату

$$\sigma_{кр} = K \frac{E\delta}{R}, \quad (1)$$

где E - модуль упругости материала, из которого изготовлена оболочка; δ , R - соответственно толщина и радиус кривизны оболочки. Для оболочки идеальной формы коэффициент устойчивости K равен

$$K = \frac{1}{\sqrt{3(1-\mu^2)}}, \quad (2)$$

где μ - коэффициент Пуассона. При $\mu = 0,3$ имеем $K = 0,605$.

Если оболочка имеет начальные несовершенства, то критическое напряжение оказывается значительно ниже. Предложены различные приближённые зависимости для коэффициента устойчивости, основанные на экспериментальных данных. Например, в [2, 3]

$$K = 0,605\psi, \quad (3)$$

где

$$\psi = 1 - 0,9 \left(1 - e^{-\frac{1}{16}\sqrt{\frac{R}{\delta}}} \right). \quad (4)$$

Формулу для определения критического напряжения цилиндрической панели (рис. 1) удобно представить в виде, аналогичном случаю плоской пластины:

$$\sigma_{кр} = K \frac{E}{(b/\delta)^2}, \quad (5)$$

где b - ширина панели.

Согласно [1], для идеальной геометрии величина K при $L > b$ в случае шарнирного опирания по всем сторонам определяется следующим образом:

$$K = \begin{cases} 3,6 + \frac{1}{39,5}\varphi^2 & \text{при } \varphi \leq 12, \\ 0,605\varphi & \text{при } \varphi > 12. \end{cases} \quad (6)$$

Здесь через $\varphi = b^2/(R\delta)$ обозначен параметр, характеризующий кривизну панели. Первое слагаемое в первой из формул (6) совпадает с коэффициентом устойчивости плоской прямоугольной панели, шарнирно опертой по всем кромкам; второе же слагаемое даёт учёт кривизны панели.

Так же, как и для замкнутой оболочки, значительное влияние на критическое напряжение панели могут оказать начальные не-правильности, которые всегда имеют место в реальных конструкциях. В [2] предложено соотношения (6) представить в виде

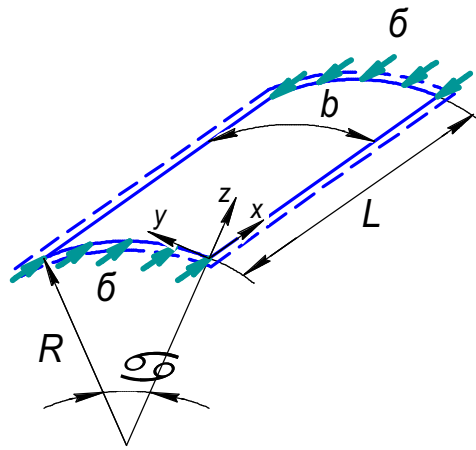


Рис. 1. Цилиндрическая панель, шарнирно опёртая по всем сторонам, при осевом сжатии

$$K = \begin{cases} K_{nl} + \frac{K_{об}^2}{4K_{nl}} \varphi^2 & \text{при } \varphi \leq \frac{2K_{nl}}{K_{об}}, \\ K_{об} \varphi & \text{при } \varphi > \frac{2K_{nl}}{K_{об}}. \end{cases} \quad (7)$$

Под K_{nl} понимается коэффициент устойчивости в предположении, что кривизна панели отсутствует, а под $K_{об}$ - коэффициент устойчивости для гладкой оболочки. Если принять $K_{nl} = 3,6$ и $K_{об} = 0,605$, то получим зависимости (6). Представление (7) позволяет сравнительно просто учитывать влияние начальных несовершенств оболочки или особенности закрепления кромок панели. Для этого достаточно соответствующим образом определять коэффициенты K_{nl} и $K_{об}$. В [2] предлагается в качестве $K_{об}$ брать зависимости (3) и (4), тем самым учитывая влияние начальных несовершенств. Таким образом, для шарнирно опёртой панели в соотношениях (7) предлагается использовать значения

$$K_{nl} = 3,6; \quad K_{об} = 0,605 - 0,545 \left(1 - e^{-\frac{1}{16} \sqrt{\frac{R}{\delta}}} \right). \quad (8)$$

При этом коэффициент устойчивости K оказывается функцией не только параметра φ , но и отношения R/δ .

На первый взгляд, такой подход может показаться приемлемым. Однако поправка (4) на начальные несовершенства зависит лишь от отношения R/δ , но не зависит от числа продольных подкреплений цилиндрической оболочки или, что то же самое, от величины центрального угла панели. В то же время, как показывают эксперименты, влияние начальных несовершенств снижается с увеличением числа подкрепляющих элементов.

Заметим, что в расчётной практике чаще всего используется формула

$$\sigma_{кр} = \frac{3,6E}{(b/\delta)^2} + \frac{0,15E\delta}{R}, \quad (9)$$

предложенная в [4]. Эта формула привлекает своей простотой, но является сугубо приближённой. Её можно представить в стандартном виде (5) с коэффициентом устойчивости

$$K = 3,6 + 0,15\varphi. \quad (10)$$

Линейная зависимость (10) существенно отличается от зависимостей (6) или (7), (8), что видно из рис. 2.

Таким образом, имеющиеся рекомендации по определению критических напряжений обшивки при сжатии могут приводить к сильно различающимся результатам. В связи с этим в данной работе для исследования устойчивости используется МКЭ (програм-

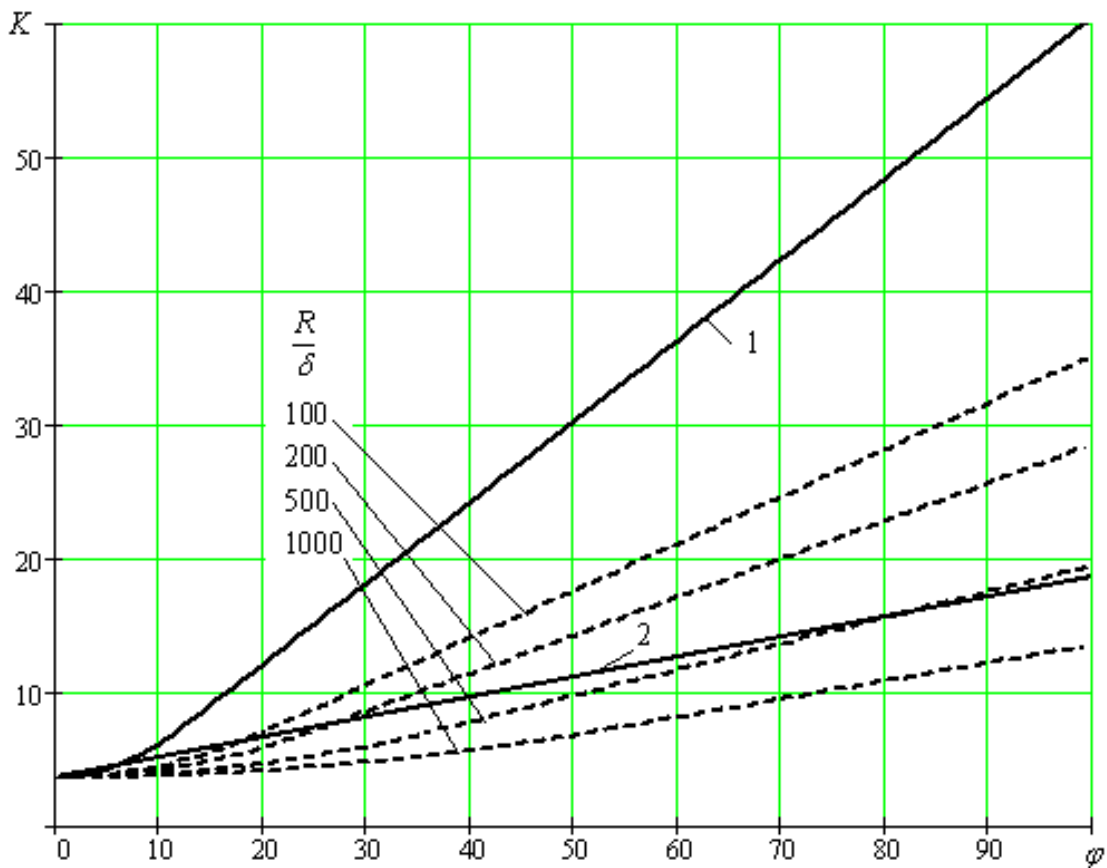


Рис. 2. Теоретические зависимости $K(\varphi)$ для цилиндрической панели при сжатии
 1 – по (6); 2 – по (10); - - - - - по (7), (8)

мный комплекс MSC PATRAN / NASTRAN 2001).

Конечно-элементная модель панели показана на рис. 3. Панель считается шарнирно опертой по всем сторонам, причём связи, ограничивающие перемещения сторон, ориентировались в радиальном направлении. Помимо них вводились также дополнительные связи, фиксирующие панель в пространстве как жёсткое тело.

Значение коэффициента устойчивости

определялось по формуле:
$$K = \frac{\pi^2 k}{12(1 - \mu^2)},$$

где $k = \frac{b^2}{\pi^2 D} \lambda \frac{q}{\delta}$. Здесь $D = \frac{E\delta^3}{12(1 - \mu^2)}$ - изгибная жёсткость; q - погонная сила, интенсивность которой для расчёта начального равновесного состояния принималась равной

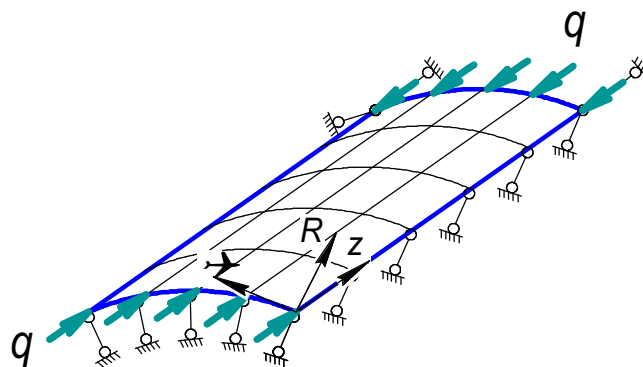


Рис. 3. Конечно-элементная модель цилиндрической панели

1; λ - критическое значение коэффициента нагрузки, которое показывает, во сколько раз нужно увеличить приложенную нагрузку, чтобы получить её критическую величину. При $\mu = 0,3$ имеем $K = 0,904k$. При проведении расчётов принималось фиксированное отношение сторон $\gamma = L/b = 2$.

Было рассмотрено влияние размера сетки конечных элементов на точность получаемых результатов. В качестве эталона принималась весьма мелкая сетка, для которой вдоль направляющей взято 100 конечных элементов, а вдоль образующей - 200. Было установлено, что при $L/b = 2$ сетка 25×50 обеспечивает достаточную точность расчётов (не менее трёх верных значащих цифр для λ).

Принято, что коэффициент устойчивости является функцией параметра φ . Расчёты проводились следующим образом: фиксировались толщина панели $\delta = 1$ мм, её ширина $b = 100$ мм и длина $L = 200$ мм, а радиус R менялся для получения различных значений φ . Отдельно рассматривался случай плоской пластины. В табл. 1 представлены значения коэффициентов устойчивости k и

K для пластины при различных отношениях b/δ . Форма потери устойчивости в этом случае (рис. 4) соответствует классическим представлениям (одна полуволна в поперечном направлении и две в продольном). В связи с тем, что в используемом программном пакете конечные элементы строятся на основе гипотез типа Тимошенко, получаемые значения коэффициента устойчивости несколько отличаются от классического результата ($k = 4$ для $\gamma = 2$), полученного в предположении о том, что пластина является тонкой и подчиняется гипотезам Кирхгофа. Как видно из табл. 1, лишь для очень тонких пластин ($b/\delta \geq 100$) результаты, полученные по МКЭ, практически совпадают с классическим результатом (различие составляет менее 1%). Для не слишком тонких пластин значения коэффициента устойчивости оказываются меньше. В дальнейших расчётах геометрия выбиралась таким образом, чтобы $b/\delta = 100$ для сопоставления результатов по МКЭ с аналитическими результатами.

В табл. 2 и на рис. 5а представлены результаты расчётов на устойчивость панелей для некоторых значений параметра φ . Зна-

Таблица 1. Значения коэффициентов устойчивости для пластины при сжатии ($\gamma = 2$)

b/δ	k	K
20	3,8184	3,4511
50	3,9413	3,5621
100	3,9754	3,5929
200	3,9898	3,6059
500	3,9962	3,6118
1000	3,9977	3,6131

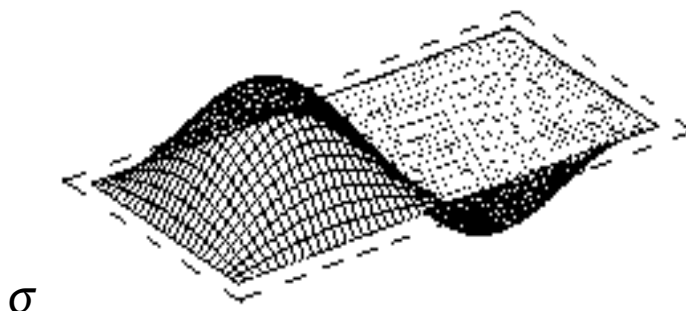


Рис. 4. Форма потери устойчивости прямоугольной пластины в случае $\gamma = 2$

Таблица 2. Коэффициент устойчивости цилиндрической панели при осевом сжатии

φ	K	φ	K	φ	K	φ	K
0	3,5929	0,8	3,6129	16	5,7299	34	9,3125
0,06	3,6758	0,9	3,6016	18	6,2278	36	9,7289
0,08	3,5698	1	3,6044	20	6,7564	38	10,1595
0,1	3,6323	2	3,6323	21	7,0308	40	10,6077
0,2	3,5787	4	3,7401	22	7,2046	50	13,0551
0,3	3,5981	6	3,9208	24	7,5082	60	15,7756
0,4	3,6102	8	4,1747	26	7,8301	70	18,6841
0,5	3,6164	10	4,4825	28	8,1726	80	21,7097
0,6	3,5998	12	4,8503	30	8,5342	90	24,8111
0,7	3,6061	14	5,2685	32	8,9146	100	27,9531

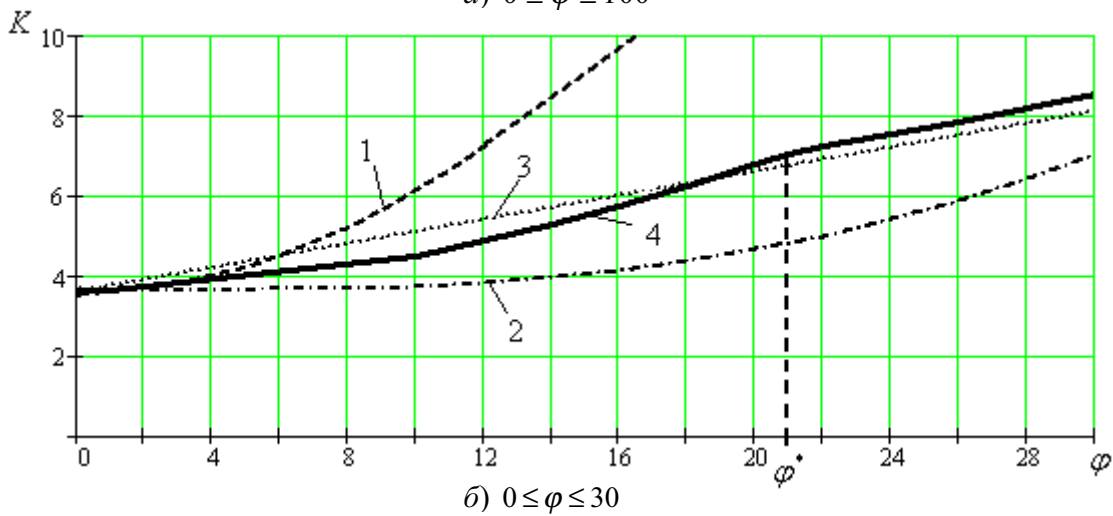
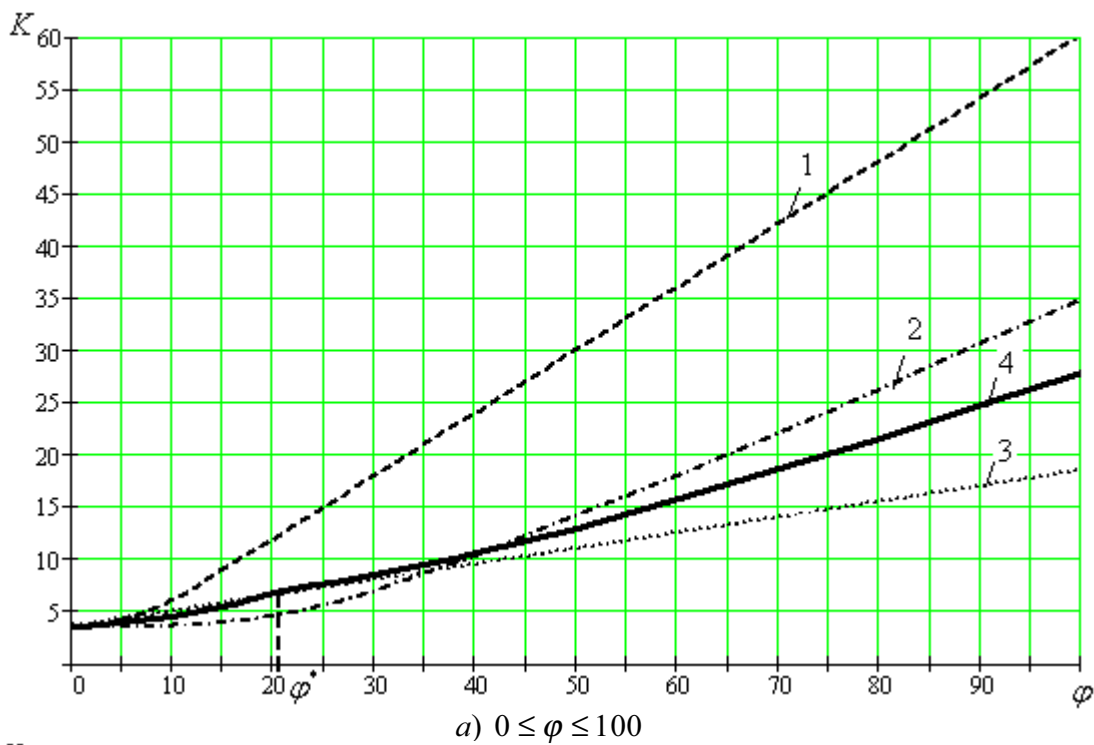


Рис. 5. Зависимости $K(\varphi)$ для цилиндрической панели
 1 – по (6); 2 – по (7), (8); 3 – по (10); 4 – МКЭ

чение коэффициента устойчивости при $\varphi = 0$ взято по результатам расчётов пластины при $b/\delta = 100$. На рис. 5б показаны зависимости коэффициента устойчивости от параметра кривизны φ для диапазона, являющегося наиболее важным для практического приложения.

На графике наблюдается излом при значении $\varphi^* \approx 21$. Он объясняется тем, что при $\varphi > \varphi^*$ панель охватывает сравнительно большой центральный угол α , и её работа на устойчивость приближается к работе гладкой замкнутой цилиндрической оболочки. Формы потери устойчивости для $\varphi \leq \varphi^*$ и $\varphi > \varphi^*$ изображены на рис. 6.

На рис. 5 приведены также приближённые аналитические зависимости $K(\varphi)$ применительно к случаю $b/\delta = 100$. Как и следовало ожидать, формула (6) дает сильно завышенные результаты. Это связано с тем, что на устойчивость реальной оболочки значительное влияние оказывают начальные не правильности. Приближённые зависимости, предложенные в [2] и [4], значительно луч-

ше согласуются с результатами, полученными по МКЭ. Но обе эти зависимости при тех или иных значениях φ могут давать как заниженное, так и завышенное значение критического напряжения. Следует заметить, что при выполнении численных расчётов по МКЭ формально начальные не правильности в виде отклонений от идеальной цилиндрической формы не вводились в конечно-элементную модель. Но докритическое состояние, рассчитанное по МКЭ, оказывается всегда моментным, так что возмущение начального безмоментного напряженного состояния при расчёте на устойчивость здесь всегда присутствует.

Полученную зависимость коэффициента устойчивости K от кривизны можно представить приближённо в виде простых зависимостей:

$$K = \begin{cases} K_{nl}(1 + \omega^2) & (\omega \leq 1), \\ K_{nl}(1,35 + 0,65\omega^{3/2}) & (\omega > 1). \end{cases} \quad (11)$$

В этих формулах K_{nl} выбирается в зависимости от отношения b/δ согласно табл. 1 (для тонких пластин можно принимать

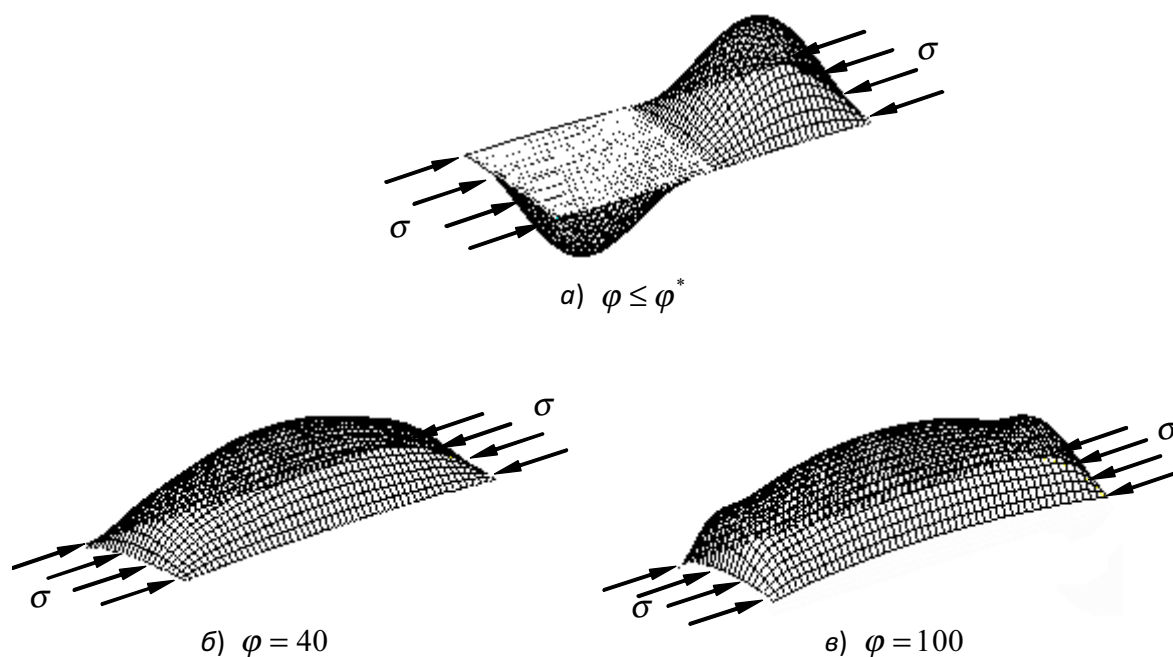


Рис. 6. Формы потери устойчивости цилиндрической панели

$K_{nl} = 3,6$), а параметр ω определяется выражением

$$\omega = \varphi / (6K_{nl}). \quad (12)$$

На рис. 7 сплошной линией показана зависимость (11), кружками – результаты, полученные по МКЭ.

Таким образом, использование МКЭ даёт возможность уточнить значения критических напряжений. Результаты расчётов в случае осевого сжатия панели можно свести к приближённым соотношениям (11), которые могут быть рекомендованы для практического употребления в широком диапазоне изменения параметра кривизны φ .

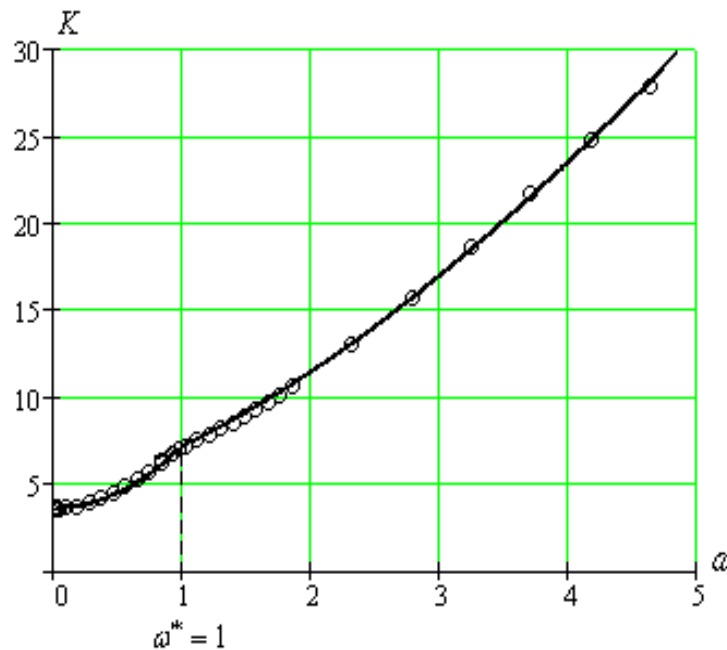


Рис. 7. Зависимость K от параметра ω

Библиографический список

1. Вольмир, А. С. Устойчивость упругих систем [Текст]: / А. С. Вольмир. – М.: Физматгиз, 1963. – 879 с.
2. Прочность ракетных конструкций [Текст]: учеб. пособие для машиностр. спец. вузов/ Моссаковский В. И., Макренков А. Г., Никитин П. И. – М.: Высш. шк., 1990. – 359 с.
3. Основы строительной механики ракет. [Текст]: учеб. пособие для студентов высших учебных заведений/ Балабух Л. И., Колесников К. С., Зарубин В. С. – М.: Высш. шк., 1969. – 496 с.
4. Кан, С. Н. Расчет самолета на прочность. [Текст]: / С. Н. Кан, И. А. Сverdlov. – М.: Оборонгиз, 1940. – 638 с.

References

1. Volmir, A. S. Buckling of elastic systems / A. S. Volmir – Moscow: Physmatgiz, 1963. – 879 p.
2. Strength of rocket elements : teaching aid for mechanical engineering specialization of higher educational institutions / Mossakovsky V. I., Makrenkov A. G., Nikitin P. I. – Moscow: Vysshaya shkola (Higher school), 1990. – 359 p.
3. Basics of rocket structural mechanics: teaching aid for students of higher educational institutions / Balabukh L. I., Kolesnikov K. S., Zarubin V. S. – Moscow: Vysshaya shkola (Higher school), 1969. – 496 p.
4. Kan, S. N. Aircraft strength design / S. N. Kan, I. A. Sverdlov – Moscow: Oborongiz, 1940. – 638 p.

**ANALYSIS OF BUCKLING OF SUPPORTED AIRCRAFT MODULE
SKIN UNDER COMPRESSIVE LOAD**

© 2010 O. V. Borisova, L. M. Savelyev

Samara State Aerospace University
named after academician S. P. Korolyov (National Research University)

The paper deals with panels of aircraft riveted cylindrical module skin under axial compression. The aim of the research based on the finite element method is to establish the dependence of critical stress on the panel's geometrical parameters that could be recommended for practical use.

Finite element method, plate, cylindrical panel, buckling, critical stress, compression, buckling mode.

Информация об авторах

Борисова Оксана Владимировна, ассистент кафедры прочности летательных аппаратов, Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С. П. Королева (национальный исследовательский университет). Область научных интересов: устойчивость тонкостенных подкрепленных отсеков летательных аппаратов. E-mail: ok-borisova@rambler.ru.

Савельев Леонид Макарович, кандидат технических наук, доцент кафедры прочности летательных аппаратов, Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С. П. Королева (национальный исследовательский университет). Область научных интересов: динамика, прочность и устойчивость конструкций летательных аппаратов.

Borisova Oksana Vladimirovna, assistant, Samara State Aerospace University named after academician S. P. Korolyov (National Research University), department of aircraft strength, ok-borisova@rambler.ru. Area of research: buckling of thin-walled supported aircraft modules.

Savelyev Leonid Makarovitch, associate professor, candidate of technical science, Samara State Aerospace University named after academician S. P. Korolyov (National Research University), department of aircraft strength, ok-borisova@rambler.ru. Area of research: dynamics, strength and buckling of aircraft structures.