УДК 519.673 + 004.9

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НАВИГАЦИИ В ЭЛЕКТРОННЫХ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ РЕСУРСАХ

© 2009 А. В. Соловов

Самарский государственный аэрокосмический университет

Рассматриваются модели навигации в электронных образовательных ресурсах, базирующиеся на бинарных отношениях и орграфах. Обсуждаются свойства этих моделей, вводятся их интегральные характеристики. Предлагаемый подход к моделированию навигации хорошо согласуется с международными спецификациями электронного обучения SCORM и IMS, дополняя их конкретными алгоритмами для агрегации учебных объектов в электронные курсы и оказания помощи учащимся в навигации по ним.

Электронное обучение, электронные образовательные ресурсы, структуризация учебного материала, модель освоения, навигация по учебному материалу, ориентированные графы, SCORM.

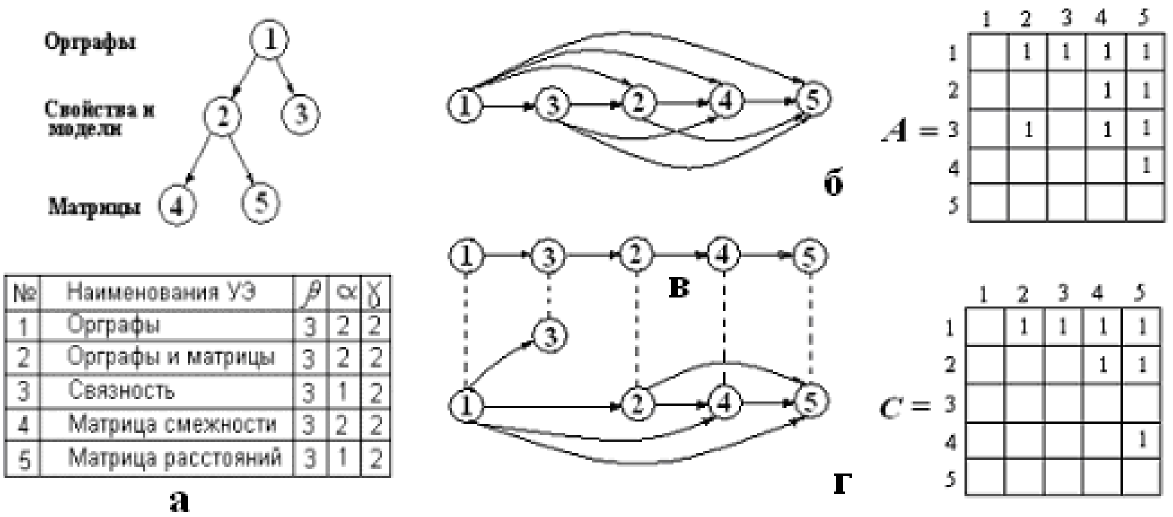
Введение

На начальном этапе проектирования электронных образовательных ресурсов (ЭОР) планируемый для изучения учебный материал обычно структурируют на отдельные учебные элементы (УЭ) [1, 2] или, как их называют в международных спецификациях электронного обучения SCORM (Advanced Distributed Learning: [сайт]. URL: http://www.adlnet.org/), на совместно используемые объекты содержания (Sharable Content Objects - SCOs). Далее должны рассматриваться два важных вопроса, связанных с навигацией: 1) какая должна быть рациональная в дидактическом плане последовательность изучения УЭ в создаваемом электронном учебном пособии или электронном курсе; 2) какие должны быть установлены логические связи между отдельными УЭ, чтобы обеспечить, например, целенаправленный «откат» из просматриваемого УЭ к какому-либо ранее изученному фрагменту учебного материала, где разъясняются исходные для рассматриваемого УЭ понятия, минуя линейную цепочку промежуточных УЭ.

В работе [1] предложен подход к решению этих вопросов, основанный на понятии модели освоения ЭОР. Это понятие включает совокупность матриц отношений очерёдности и логической связности УЭ и соответствующих им орграфов последовательности изучения и логической связности УЭ. Вид модели освоения в существенной мере определяется содержанием и формой представления учебного материала, а эти факторы, в свою очередь, зависят от субъективных дидактических воззрений авторов содержания ЭОР. Поэтому процедуры формирования модели освоения являются по своей сути интерактивными и предусматривают участие авторов содержания. В работе [1] рассмотрены «ручные», неавтоматизированные процедуры формирования моделей освоения, что затрудняет проектирование и анализ больших по объему ЭОР. Данная статья посвящена математическим, формализованным аспектам этих процедур, позволяющим автоматизировать построение моделей освоения ЭОР и, что не менее важно, осуществлять их более полноценный дидактический анализ.

Исследования данной работы опираются на понятие модели содержания ЭОР из [1] и продолжают начатое в работе [2] математическое обоснование проектных моделей ЭОР в контексте международных спецификаций SCORM и IMS. Пример модели содержания и соответствующей ей модели освоения, на котором будет иллюстрироваться дальнейшее изложение, показан на рис. 1.

Для математического описания модели освоения будем использовать элементы теории графов и фрагменты теории отношений



№	Наименования УЭ	β	α	γ
1	Орграфы	3	2	2
2	Орграфы и матрицы	3	2	2
3	Связность	3	1	2
4	Матрица смежности	3	2	2
5	Матрица расстояний	3	1	2

Рис. 1. Пример моделей содержания и освоения для фрагмента теории орграфов из [3]: а – модель содержания; б – орграф и матрица отношений очерёдности УЭ; в – последовательность освоения УЭ; г – орграф и матрица связности УЭ

в соответствии с определениями и символикой [3].

Бинарное отношение очерёдности в модели освоения

Пусть V – конечное множество номеров УЭ размером n. На этом множестве определим бинарное отношение (V, R), смысл которого для всех $a,b \in V$ и aRb означает, что УЭ a излагается (должен изучаться) прежде УЭ b. Это бинарное отношение можно представить в виде орграфа и его матрицы смежности (рис. 1, б).

Рассмотрим следующие ***свойства*** отношения очерёдности.

Свойство 1. *Антирефлексивность* ($\sim aRa \; \forall \; a \in V$). Это свойство означает, что любой УЭ не может изучаться прежде самого себя. Поэтому главная диагональ матрицы смежности A орграфа бинарного отношения (V, R) содержит одни нули (рис. 1, б).

Свойство 2. *Асимметричность* ($aRb \Rightarrow \sim bRa \; \forall \; a,b \in V$). Это свойство означает, что если УЭ a должен изучаться прежде УЭ b, то УЭ b не может изучаться прежде УЭ a. Отсюда следует, что если коэффициент (a,b) в матрице смежности орграфа бинарного отношения (V, R) равен единице, что означает aRb, то коэффициент (b,a) этой матрицы должен быть равен нулю, что означает $\sim bRa$.

Свойство 3. *Отрицательная асимметричность* ($\sim aRb \Rightarrow bRa \; \forall \; a,b \in V$). Это свойство означает, что если УЭ a не может изучаться прежде УЭ b, то УЭ b должен изучаться прежде УЭ a. Отсюда следует, что если коэффициент (a,b) в матрице смежности орграфа бинарного отношения (V, R) равен нулю, что означает $\sim aRb$, то коэффициент (b,a) этой матрицы должен быть равен единице, что означает bRa.

Примечание. Понятие и название этого свойства введено в данной работе по аналогии с понятием отрицательной транзитивности, поскольку оно не рассматривается и не классифицируется в известных автору литературных источниках дискретной математики, но для выполнения нижеследующих выкладок оказывается весьма полезным.

Свойство 4. *Транзитивность* ($aRb, bRc \Rightarrow aRc \; \forall \; a,b,c \in V$). Это свойство означает, что если УЭ a должен изучаться прежде УЭ b и УЭ b должен изучаться прежде элемента c, то УЭ a также должен изучаться прежде УЭ c. Отсюда следует, что если коэффициенты (a,b) и (b,c) в матрице смежности орграфа бинарного отношения (V, R) равны единице, что означает aRb и bRc соответственно, то коэффициент (a,c) этой матрицы тоже должен быть равен единице, что означает aRc.

Свойство 5. *Отрицательная транзитивность* ($\sim aRb$, $\sim bRc \Rightarrow \sim aRc\ \forall\ a,b,c \in V$). Означает, что если УЭ a не должен изучаться прежде УЭ b и УЭ b не должен изучаться прежде элемента c, то УЭ a также не может изучаться прежде УЭ c. Пусть для a, b, c, принадлежащих множеству V, выполняется $\sim aRb$ и $\sim bRc$. Отсюда следует, что по свойству отрицательной асимметрии bRa и cRb, а по свойству транзитивности cRa. Последнее соотношение по свойству асимметрии приводит к $\sim aRc$. Таким образом, если коэффициенты (a,b) и (b,c) в матрице смежности орграфа бинарного отношения (V, R) равны нулю, что означает $\sim aRb$ и $\sim bRc$ соответственно, то коэффициент (a,c) этой матрицы тоже должен быть равен нулю, что означает aRc.

Свойство 6. Орграф отношения очерёдности (V, R) является односторонне связным (односторонним) орграфом со степенью (категорией) связности, равной 2.

По определению отношения очерёдности (V, R) любая пара УЭ из V является соединимой в одном направлении, следовательно, вершины орграфа односторонне достижимы, что соответствует определению одностороннего орграфа [3].

Анализируя орграф какого-либо отношения очерёдности (например, рис. 1, б), начиная с последней вершины орграфа, можно подсчитать число дуг этого орграфа (число попарных отношений очерёдности):

$$m_O = (n-1) + (n-2) + (n-3) + \ldots + (n-n) = n^2 - \sum_{k=1}^{n} k\,. \tag{1}$$

Свойство 7. Матрица достижимости R орграфа отношения очерёдности (V, R) определяется через его матрицу смежности A по формуле

$$D_o = A + I, \tag{2}$$

где I – единичная матрица.

Как уже отмечалось выше (шестое свойство отношения очерёдности), по определению отношения очерёдности все вершины соответствующего орграфа односторонне достижимы. Следовательно, дополняя его матрицу смежности A единичной матрицей I (что соответствует достижимости каждой вершины до самой себя), получаем матрицу достижимости R.

Свойство 8. Пусть A – матрица смежности отношения очерёдности (V, R). Тогда

$$A + A^T + I = J, \tag{3}$$

где I – единичная матрица, J – матрица, состоящая из одних единиц.

В соответствии со свойством асимметричности отношения (V, R) транспонирование матрицы A ведёт к заполнению единицами тех позиций, которые были нулевыми, и, наоборот, там, где в матрице A были нули, в матрице A^T, в соответствии со свойством отрицательной асимметричности, должны быть единицы. Исключением является главная диагональ A и A^T, которая в соответствии со свойством антирефлексивности отношения (V, R) должна быть нулевой. Следовательно, суммирование в (3) должно приводить к матрице, заполненной единицами.

Последовательность освоения учебных элементов

Для определения последовательности освоения УЭ необходимо перейти от бинарного отношения (V, R), в котором определяются лишь попарные отношения между двумя УЭ типа «изучаться прежде», к упорядоченному множеству чисел $N=1,2,3,\ldots\ldots,n$, каждое из которых соответствует какому-либо УЭ и определяет его порядковый номер в последовательности изучения учебного материала.

Сформулируем сказанное более строго и конкретно:

необходимо построить функцию g со значениями из $N=1,2,3,\ldots\ldots,n$, определенную на V так, что для бинарного отношения (V, R) будет выполнено условие

$$aRb \Leftrightarrow g(a) < g(b)\ \forall\ a,b \in V. \tag{4}$$

Функцию g часто называют *функцией полезности* или *порядковой (ординальной) функцией полезности*, а значение $g(a)$ – *полезностью* альтернативы a [3]. Применительно к задаче (4) будем трактовать g как *функцию порядка изучения* УЭ, а $g(a)$ – как *поряд-*

ковый номер расположения соответствующего УЭ в последовательности изучения учебного материала.

Функция g определяет *гомоморфизм* бинарного отношения (V, R) в числовую систему отношений $(N, <)$. Пусть, например, $V = \{a,b,c\}$ и $R = \{(a,b), (b,c), (a,c)\}$. Тогда отображение g должно быть таким, что $g(a)=1$, $g(b)=2$, $g(c)=3$. Поскольку число УЭ в V $n=3$, то $N = (1,2,3)$ и в системе $(N, <)$ упорядоченными отношениями будут пары $\{(1,2), (2,3), (1,3)\}$. Эти пары соответствуют парам в отношении R. Таким образом, $aRb \Leftrightarrow g(a) < g(b)$, что соответствует определению гомоморфизма [3].

Для определения функции g сформулируем следующую теорему.

Теорема. Пусть (V, R) – бинарное отношение очерёдности УЭ, обладающее свойствами антирефлексивности, асимметричности, отрицательной асимметричности, транзитивности и отрицательной транзитивности. Гомоморфизмом отношения (V, R) в числовую систему $(N, <)$, где $N=1,2,3,\ldots\ldots,n$, является функция g, удовлетворяющая условию (4) и определяющая строгую последовательность изучения УЭ, при этом значения этой функции вычисляются следующим образом:

g(x) = числу таких элементов y из V,
для которых ~xRy. (5)

Доказательство. Начнём с того, что проиллюстрируем соотношение (5). Пусть $V = (a,b,c,d,e)$ и $R = \{(a,b), (a,c), (a,d), (a,e), (b,d), (b,e), (c,b), (c,d), (c,e), (d,e)\}$.Функция g, определяемая (5), принимает значения:

$g(a) = 1$, поскольку из свойства антирефлексивности $\sim aRa$;

$g(b) = 3$, поскольку из свойства антирефлексивности $\sim bRb$, а из свойства асимметричности $\sim bRa$ и $\sim bRc$;

$g(c) = 2$, поскольку из свойства антирефлексивности $\sim cRc$, а из свойства асимметричности $\sim cRa$;

$g(d) = 4$, поскольку из свойства антирефлексивности $\sim dRd$, а из свойства асимметричности $\sim dRa, \sim dRb,$ и $\sim dRc$;

$g(e) = 5$, поскольку из свойства антирефлексивности $\sim eRe$, а из свойства асимметричности $\sim eRa, \sim eRb, \sim eRc$ и $\sim eRd$.

Минимальное значение $g(x) = 1$, поскольку для элемента, стоящего в последовательности изучения УЭ первым, выполняется лишь одно выражение из семейства $\sim xRy$, а именно - $\sim xRx$. Максимум $g(x) = n$ для последнего элемента в последовательности изучения УЭ, поскольку выражение $\sim xRy$ выполняется для всех n УЭ.

Покажем, что определённая соотношением (5) функция g всегда удовлетворяет условию (4). Если aRb, то для любого y из подмножества (5) $\sim aRy$ (кроме $y=a$) следует по свойству отрицательной асимметричности yRa. Учитывая свойство транзитивности для aRb и yRa, получим yRb. Таким образом, число элементов y, таких, что yRa, во всяком случае не больше, чем число элементов y, таких, что yRb. Следовательно, по меньшей мере, $g(a) \leq g(b)$. Учитывая исходное условие aRb, приходим к строгому неравенству $g(a) < g(b)$. Теорема доказана.

Рассмотрим ***практические аспекты*** построения последовательности изучения УЭ. Сначала строят матрицу смежности A орграфа отношения очерёдности (V, R). Соответствующая интерактивная процедура предусматривает анализ экспертом (автором содержания учебного материала) лишь попарных отношений очерёдности УЭ. Этот экспертный анализ можно сократить вдвое и анализировать отношения очерёдности только для верхнего либо нижнего треугольника матрицы. Другой треугольник матрицы может быть заполнен автоматически на основе свойств асимметричности и отрицательной асимметричности (например, если в заполненной экспертом ячейке матрицы (a,b) стоит единица, то в ячейку (b,a) ставится нуль, и, наоборот, если в заполненной экспертом ячейке матрицы (a,b) стоит нуль, то в ячейку (b,a) ставится единица). Таким образом, исключаются потенциальные ошибки эксперта, нарушающие свойства асимметричности и отрицательной асимметричности.

Далее последовательность освоения УЭ определяется формальным образом. Представим множество УЭ в виде вектора $V = (v_1, v_2, v_3, \ldots, v_n)$, где $v_1, v_2, v_3, \ldots, v_n$ – номера УЭ в модели содержания учебного материала. Введём вектор $F = (g(v_1), g(v_2),$

$g(v_3)$, ..., $g(v_n)$) – вектор порядковых номеров УЭ в последовательности их изучения. В соответствии с (5)

$$F = E^T(A+I), \qquad (6)$$

где A – матрица смежности орграфа бинарного отношения очерёдности (V, R); I – единичная матрица размером n; E – вектор-столбец из n единиц.

В представленном примере (рис. 1, б) вектор $F = (1, 3, 2, 4, 5)$.

Для наглядности последовательность изучения УЭ изображают в графическом виде (рис. 1, в).

Выше уже отмечалось, как избежать ошибок составляющего матрицу A эксперта, нарушающих свойства асимметричности или отрицательной асимметричности. Ошибки, нарушающие свойства транзитивности или отрицательной транзитивности, приводят к появлению в векторе F одинаковых значений. Например, если в ячейке (3, 5) матрицы A в приведённом примере (рис. 1, б) вместо единицы поставить нуль (что нарушает условия транзитивности – $3R4$ и $4R5$, но неверно, что $\sim 3R5$), то вектор $F = (1, 3, 2, 4, 4)$. Таким образом, диагностика подобных ошибок достаточно проста и может осуществляться автоматически, но их исправление требует привлечения эксперта для выявления допущенных им нарушений транзитивности или отрицательной транзитивности.

Ещё один способ формальной проверки правильности заполнения матрицы смежности отношения очерёдности базируется на его восьмом свойстве. Если какой-либо коэффициент в матрице J, полученной по формуле (3), отличается от единицы, то при определении соответствующего ему попарного отношения очерёдности эксперт допустил ошибку.

Интегральный способ проверки составления матрицы смежности А отношения очерёдности заключается в определении числа связей (дуг) соответствующего орграфа по формуле

$$m_O = E^T A E, \qquad (7)$$

где E – вектор из n единиц, и сравнение полученной величины с числом, подсчитанным по формуле (1). Несовпадение этих чисел свидетельствует об ошибке, допущенной экспертом при составлении матрицы смежности отношения очерёдности.

Отношение логической связности в модели освоения

Пусть V – конечное множество номеров УЭ размером n. На этом множестве определим бинарное отношение (V, L), смысл которого для некоторых $a,b \in V$ и aLb означает, что УЭ b логически связан с УЭ a («опирается» на него), т.е. при изложении содержания УЭ b используются понятия из a.

При практической подготовке модели освоения после заполнения матрицы смежности отношения очерёдности и построения последовательности изучения УЭ заполняют матрицу смежности C орграфа отношения логической связности (V, L). При этом эксперт проводит анализ попарных отношений логической связности (опорности) УЭ. В ячейку (a,b) матрицы ставится единица, если УЭ a является опорным для УЭ b. В противном случае в ячейку матрицы ставится нуль (рис. 1, г). Можно уменьшить трудоёмкость этого экспертного анализа, если формально использовать свойство асимметричности отношения логической связности. Например, если в заполненной экспертом ячейке матрицы (a,b) стоит единица, то в ячейку (b,a) автоматически ставится нуль. Таким образом, исключаются потенциальные ошибки эксперта, нарушающие свойства асимметричности.

Имея матрицу смежности, можно построить соответствующий орграф, на котором более наглядно прослеживаются логические связи в модели освоения. При этом целесообразно строить этот орграф слева направо, сохраняя ранее определённую последовательность изучения (рис. 1, г).

Отношение логической связности модели освоения является эффективным механизмом помощи учащимся в навигации по ЭОР. В частности, в ходе просмотра ЭОР, используя фрагменты графа логических связей УЭ, можно целенаправленно возвращаться к нужным, ранее пройденным учебным элементам (рис. 2).

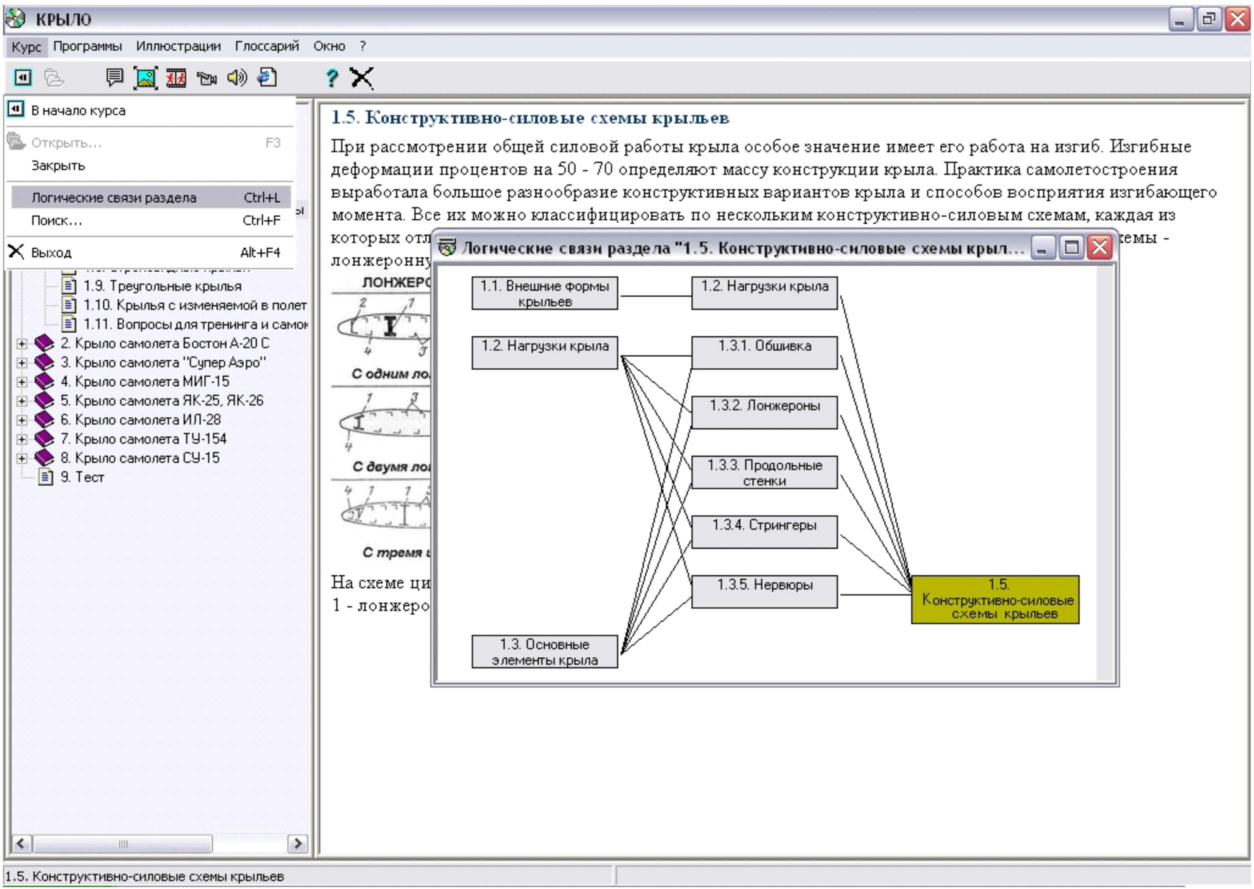


Рис. 2. Пример использования модели освоения для помощи в навигации по ЭОР [4]

Рассмотрим следующие ***свойства*** отношения логической связности.

Свойство 1. *Антирефлексивность* $(\sim aLa\ \forall\ a\in V)$. Это свойство означает, что любой УЭ не может логически «опираться» сам на себя. Поэтому главная диагональ матрицы смежности орграфа бинарного отношения *(V, L)* содержит одни нули.

Свойство 2. *Асимметричность* $(aLb \Rightarrow \sim bLa\ \forall\ a,b\in V)$. Это свойство означает, что если УЭ *b* логически опирается на УЭ *a*, то УЭ *a* не может логически опираться на УЭ *b*. Отсюда следует, что если коэффициент (a,b) в матрице смежности орграфа бинарного отношения *(V, L)* равен единице, что означает *aLb*, то коэффициент (b,a) этой матрицы должен быть равен нулю, что означает $\sim bLa$.

Заметим, что в отличие от отношения очерёдности *(V, R)* отношение логической связности *(V, L)* не обладает свойствами отрицательной асимметричности (т.е. $\sim(\sim aLb \Rightarrow bLa)$), транзитивности (т.е. $\sim(aLb,\ bLc \Rightarrow aLc)$), отрицательной транзитивности (т.е. $\sim(\sim aLb,\ \sim bLc \Rightarrow\ \sim aLc)$).

Свойство 3. Пусть $C=(c_{ij})$ – матрица смежности орграфа бинарного отношения логической связности *(V, L)*. Тогда элемент $c_{ij}^{(t)}$ в матрице C^t, где *t* – степень, определяет число путей длины *t*, ведущих из вершины орграфа с номером *i* в вершину с номером *j* [3].

Свойство 4. Пусть $C=(c_{ij})$ – матрица смежности орграфа бинарного отношения логической связности *(V, L)*. Тогда элемент $C_{\Sigma ij}$ в матрице

$$C_{\Sigma} = C + C^2 + C^3 + \ldots + C^{n-1} \qquad (8)$$

определяет суммарное число путей, ведущих из вершины орграфа с номером *i* в вершину с номером *j*.

В выражении (8) суммирование ограничено величиной показателя степени *n*-1, которая равна максимально возможной длине простого пути в орграфе.

Для приведённого примера (рис. 1, г) соответствующие третьему и четвертому свойствам матрицы показаны на рис. 3. Отсюда следует, что, например, из вершины 1 в вершину 5 (рис. 1, г) существует четыре пути (один простой путь единичной длины, два пути длиной 2 и один путь длиной 3).

Свойство 5. Пусть C – матрица смежности и D_l – матрица достижимости орграфа бинарного отношения логической связности (V, L). Тогда

$$D_l = B(C_\Sigma + I), \tag{9}$$

где B – булева функция для матриц [3], I – единичная матрица.

Доказательство следует из четвёртого свойства.

Интегральные характеристики модели освоения

Рассмотрим ряд характеристик модели освоения, позволяющих сравнивать между собой различные учебные материалы и более обоснованно подходить к проектированию упражнений для тренинга и тестов для контроля.

1. Число учебных элементов n. Эта характеристика определяет число вершин орграфов отношений очерёдности и логической связности и, соответственно, размер их матриц смежности.

2. Число попарных отношений очерёдности m_O. Соответствует числу дуг орграфа отношения очерёдности. Число определяют по формулам (1) или (7).

3. Категории связности. Будем использовать определение понятия категорий связности из теории графов, которое делает более точным представление о том, что некоторые орграфы «сцеплены» лучше других [3]. В нашем случае можно говорить о различных категориях связности УЭ в учебном материале.

Орграф отношения логической связности (V, L) может иметь одну из трёх категорий связности (0,1,2), т.е. может быть соответственно несвязным, слабо связным или односторонне связным. Он не может быть сильно связным (иметь степень связности 3) в силу свойства асимметричности отношения (V, L).

В большинстве практических случаев орграф отношения логической связности (V, L) и, следовательно, учебный материал является слабо связным (категория связности равна 1). В этом случае каждая пара вершин (УЭ) в орграфе соединена (полупутем).

Гораздо реже учебный материал может иметь более высокую категорию связности, равную 2. В этом случае орграф отношения (V, L) является односторонне связным и совпадает, как и его матрица смежности, с орграфом и матрицей смежности отношения очерёдности (V, R).

В принципе возможен, хотя и маловероятен, случай несвязного учебного материала (категория связности равна 0), когда один или несколько УЭ не имеют опорных, логических связей с другими УЭ. Малая вероятность такого случая объясняется тем, что если какой-либо УЭ включён в состав учебного материала и в его модель содержания, то должна иметься связь хотя бы с наименованием темы, обуславливающая включение УЭ.

4. Степень опорности учебных элементов. Будем рассматривать абсолютную и относительную степени опорности УЭ. *Абсолютная степень опорности УЭ* определяется числом других УЭ, опирающихся на

$$C_\Sigma = C + C^2 + C^3 + C^4 = \begin{array}{c|c} & \begin{array}{ccccc}1&2&3&4&5\end{array} \\ \begin{array}{c}1\\2\\3\\4\\5\end{array} & \begin{bmatrix} & 1 & 1 & 1 & 1 \\ & & & 1 & 1 \\ & & & & \\ & & & & 1 \\ & & & & \end{bmatrix} \end{array} + \begin{array}{c|c} & \begin{array}{ccccc}1&2&3&4&5\end{array} \\ \begin{array}{c}1\\2\\3\\4\\5\end{array} & \begin{bmatrix} & & & 1 & 2 \\ & & & & 1 \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \end{bmatrix} \end{array} + \begin{array}{c|c} & \begin{array}{ccccc}1&2&3&4&5\end{array} \\ \begin{array}{c}1\\2\\3\\4\\5\end{array} & \begin{bmatrix} & & & & 1 \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \end{bmatrix} \end{array} + \begin{array}{c|c} & \begin{array}{ccccc}1&2&3&4&5\end{array} \\ \begin{array}{c}1\\2\\3\\4\\5\end{array} & \begin{bmatrix} & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \end{bmatrix} \end{array} = \begin{array}{c|c} & \begin{array}{ccccc}1&2&3&4&5\end{array} \\ \begin{array}{c}1\\2\\3\\4\\5\end{array} & \begin{bmatrix} & 1 & 1 & 2 & 4 \\ & & & 1 & 2 \\ & & & & \\ & & & & 1 \\ & & & & \end{bmatrix} \end{array}$$

Рис. 3. Пример матриц, иллюстрирующих третье и четвёртое свойства отношения логической связности данный учебный элемент. *Относительную степень опорности УЭ* будем определять как отношение абсолютной степени опорности УЭ к n-1 – максимально возможному (в потенциале) числу УЭ, которые могут опираться на данный учебный элемент.

Будем обозначать абсолютную степень опорности i-го УЭ – O_{Ai}, относительную – O_{Oi}, а векторы абсолютных и относительных степеней опорности УЭ - $\overline{O_A}$ и $\overline{O_O}$ соответственно. Векторы определены следующим образом:

$$\overline{O_A} = CE, \quad \overline{O_O} = CE\,/\,(n\text{-}1), \tag{10}$$

где C – матрица смежности орграфа отношения логической связности; E – вектор-столбец из n единиц.

Для приведённого примера (рис. 1, г) $\overline{O_A} = (4,2,0,1,0)$, $\overline{O_O} = (1,0.5,0,0.25,0)$.

Степень опорности УЭ определяет степень дидактической значимости УЭ для остального учебного материала. Например, во фрагменте учебного материала по теории орграфов (рис. 1, а, г) понятие категорий связности (УЭ 3, $O_{A3} = 0$, $O_{O3} = 0$) можно исключить из рассмотрения без ущерба для изучения других УЭ. Но исключение из рассмотрения УЭ 4 (понятие матрицы смежности, $O_{A4} = 1$, $O_{O4} = 0.25$) или УЭ 2 (понятие орграфов и матриц, $O_{A2} = 2$, $O_{O2} = 0.5$,), или, тем более, УЭ 1 (понятие орграфов, $O_{A1} = 4$, $O_{O1} = 1$) влечёт за собой нарушение логики в изложении других УЭ.

Очевидно, что чем выше степень опорности УЭ, тем более тщательно должен готовиться его учебный материал, тем большее внимание следует обращать на подготовку упражнений для компьютерного тренинга, чтобы обеспечить более полноценное и гарантированное освоение всех понятий данного УЭ.

5. Степень опорности учебного материала. Будем различать абсолютную O_A и относительную O_O степени опорности учебного материала и определять их по формулам

$$O_A = E^T\overline{O_A} = E^TCE, \tag{11}$$

$$O_O = O_A\,/\,m_O = E^TCE\,/\,m_O = E^TCE\,/\,(n^2 - \sum_{k=1}^{n} k). \tag{12}$$

Величина O_A равна числу опорных связей (дуг) в орграфе отношения логической связности модели освоения учебного материала. Величина $O_O \in [0,1]$ характеризует степень близости орграфа отношения логической связности к орграфу отношения очерёдности. В приведённом выше примере (рис. 1, г) $O_A = 7$, $m_O = 10$, $O_O = 0.7$.

6. Степень логической связности учебных элементов. Будем рассматривать абсолютную и относительную степени логической связности УЭ. *Абсолютная степень логической связности УЭ* определяется числом других УЭ, на которые он опирается. *Относительную степень логической связности УЭ* будем определять как отношение абсолютной степени логической связности УЭ к n-1 – максимально возможному (в потенциале) числу УЭ, на которые может опираться данный учебный элемент.

Будем обозначать абсолютную степень логической связности i-го УЭ – L_{Ai}, относительную – L_{Oi}, а векторы абсолютных и относительных степеней логической связности УЭ - и соответственно. Векторы

$$\overline{L_A} = C^TE, \quad \overline{L_O} = C^TE\,/(n\text{-}1). \tag{13}$$

Для приведённого примера (рис. 1, г) $\overline{L_A} = (0,1,1,2,3)$, $\overline{L_O} = (0, 0.25, 0.25, 0.5, 0.75)$.

Степень логической связности УЭ определяет степень интеграции в данном УЭ остального учебного материала. Такая трактовка может быть полезна, например, при выделении ключевых УЭ для итогового контроля уровня усвоения всего учебного материала. Целесообразно готовить тесты, прежде всего, для УЭ с более высокой степенью логической связности, чтобы при итоговом контроле с ограниченным числом тестов обеспечить более широкий охват учебного материала.

7. Степень логической связности учебного материала. Будем различать абсолютную L_A и относительную L_O степени логической связности учебного материала и определять их по формулам

$$L_A = E^T \overline{L_A} = E^T C^T E, \qquad (14)$$

$$L_O = L_A / m_O = E^T C^T E / (n^2 - \sum_{k=1}^{n} k). \qquad (15)$$

Величина L_A равна числу логических связей (дуг) в орграфе отношения логической связности модели освоения учебного материала. Величина $L_O \in [0,1]$ и характеризует степень близости орграфа отношения логической связности к орграфу отношения очерёдности.

Очевидно, что показатели опорности и логической связности учебного материала равны между собой, т.е. $O_A = L_A$ и $O_O = L_O$.

Таким образом, используя интегральные характеристики модели освоения, можно анализировать и сравнивать различные учебные материалы между собой, оценивать логическую связность учебного материала, обоснованно планировать тип и количество упражнений для тренинга и контроля, минимизировать трудоёмкость подготовки упражнений для тренинга и тестов для контроля за счет устранения дублирования и, соответственно, уменьшить трудоёмкость тренинговых и контрольных процедур электронного обучения.

Заключение

Рассмотренная модель освоения ЭОР позволяет:

- определять и визуально представлять рациональную последовательность изучения учебного материала, логические опорные связи между его различными фрагментами;

- обеспечивать эффективную помощь учащимся в навигации по учебному материалу;

- анализировать и сравнивать различные учебные материалы, оценивать уровень дидактической значимости различных учебных элементов;

- минимизировать трудоёмкость подготовки упражнений для тренинга и тестов для контроля и трудоёмкость тренинговых и контрольных процедур электронного обучения.

Предлагаемый подход к моделированию навигации хорошо согласуется с международными спецификациями электронного обучения SCORM и IMS, дополняя их конкретными алгоритмами для агрегации учебных объектов (SCOs) в электронные курсы и оказания помощи учащимся в навигации внутри агрегаций SCOs.

Работа выполнена в рамках федеральной целевой программы «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России».

Библиографический список

1. Соловов А.В. Проектирование компьютерных систем учебного назначения: учебное пособие. - Самара: СГАУ, 1995. - 140 с.

2. Соловов А.В. Математическое моделирование содержания электронных образовательных ресурсов // Вестник СГАУ. 2009. № 4 (20). С. ??-??.

3. Робертс Ф.С. Дискретные математические модели с приложениями к социальным, биологическим и экологическим задачам. - М.: Наука, 1986. - 494 с.

4. Соловов А.В., Меньшикова А.А. Авторские инструментальные программные средства системы КАДИС // Современные научно-методические проблемы высшего образования: сборник трудов. Выпуск 2. - Самара: СГАУ, 2002. - С. 149-162.

References

1. Solovov A.V. Designing of computer systems of educational purpose: the manual. Samara: SSAU, 1995. 140 pp.

2. Solovov, A.V. Mathematical modeling of the contents of electronic educational resources. // SSAU Vestnik (Bulletin) No. 4 (20). - 2010. – pp. ??-??.

3. Roberts F.S. Discrete mathematical models with applications to social, biological and ecological problems. M.: Science, 1986. 494 pp.

4. Solovov A.V., Menshikova A.A. Author’s tool software of system CADIS // Modern scientific-methodical problems of higher education: the Collection of works. Release 2. Samara: SSAU, 2002. pp. 149-162.

MATHEMATICAL MODELLING OF NAVIGATION IN ELECTRONIC EDUCATIONAL RESOURCES

© 2009 A. V. Solovov

Samara State Aerospace University

The paper presents models of navigation in electronic educational resources based on binary relations and orgraphs. Properties of these models are discussed, their integral characteristics are introduced. The proposed approach to navigation modeling is in good agreement with the international specifications of SCORM and IMS electronic education, complementing them with specific algorithms for aggregating educational objects into electronic courses and helping students to navigate them.

Electronic education, electronic educational resources, structurization of educational material, model of assimilation, navigation in educational material, oriented graphs, SCORM.

Информация об авторе

Соловов Александр Васильевич, кандидат технических наук, профессор, директор центра новых информационных технологий, профессор кафедры общей информатики, Самарский государственный аэрокосмический университет. Область научных интересов: проблематика электронного обучения. E-mail: solovov@ssau.ru.

Solovov, Alexander Vasilyevitch, candidate of technical science, professor, director of the centre of new information technologies, professor of the department of general information science, Samara State Aerospace University/ Area of research: problems of electronic education. E-mail: solovov@ssau.ru.