

МЕТОДИКА ОЦЕНКИ ВЕРОЯТНОСТИ БЕЗОТКАЗНОЙ РАБОТЫ ЭЛЕМЕНТОВ КОНСТРУКЦИЙ С РАССЛОЕНИЯМИ

© 2020

С. А. Чернякин старший преподаватель;
Самарский национальный исследовательский университет
имени академика С.П. Королёва;
chernyakin-sa@mail.ru

В статье изложена разработанная на основании подходов общей теории надёжности методика количественной оценки вероятности безотказной работы композитных конструкций, содержащих ансамбль дефектов в виде расслоений. Апробация предложенной методики проводилась относительно оценки вероятности безотказной работы конического композитного отсека с расслоениями при действии нагрузок на этапе выведения ракеты-носителя. Решение задачи статистической динамики проводилось с использованием метода статистических испытаний, который реализуется за счёт разработанных автором алгоритмов в программном продукте ANSYS. В рамках каждой реализации выполнялось решение нелинейной задачи устойчивости конического отсека. Количественная оценка вероятности безотказной работы проводилась на основании гипотезы о нормальном законе распределения несущей способности и графическим методом. Отмечается хорошее согласование полученных по двум методам результатов.

Композиционные материалы; вероятность безотказной работы; устойчивость; нелинейный анализ; расслоения; конический отсек

Цитирование: Чернякин С.А. Методика оценки вероятности безотказной работы элементов конструкций с расслоениями // Вестник Самарского университета. Аэрокосмическая техника, технологии и машиностроение. 2020. Т. 19, № 4. С. 108-118. DOI: 10.18287/2541-7533-2020-19-4-108-118

Введение

В настоящее время обеспечение надёжности современных изделий ракетно-космической и авиационной отрасли является одной из важнейших задач. Связано это в первую очередь с требованиями, предъявляемыми к ним на этапах проектирования, изготовления и эксплуатации. В соответствии с этими требованиями в рамках теории надёжности проводится исследование причин, вызывающих отказы изделий, разработка способов и методов количественной оценки показателей надёжности, а также поиск средств повышения надёжности.

Вопросам оценки предельного состояния, связанного с образованием, ростом и раскрытием дефектов в изделии, в литературе уделено незначительное внимание. Большинство научных работ по данной теме посвящены традиционным конструкционным материалам. Из наиболее значимых следует отметить работы [1; 2]. В работе [1] рассмотрены вопросы развития эллиптических трещин в трубопроводах под действием переменных нагрузок со случайными параметрами. Оценка трещиностойкости здесь выполняется с помощью инвариантного J-интеграла. Стоит отметить, что процесс роста трещины в данном случае рассматривается как совокупность равновесных состояний на конечном приращении длины дефекта. Данный подход удобен для оценки склонности роста трещин при квазистатическом изменении параметров внешних нагрузок, однако не позволяет исследовать процесс распространения магистральных трещин при нагрузках, изменяющихся во времени со средней и высокой интенсивностью, ввиду пренебрежения динамическими эффектами. Вопросы оценки надёжности в данной работе решаются через анализ вероятности безотказной работы с помощью метода Монте Карло и метода интерполяционных полиномов.

В работе [2] представлена методика определения прочности и надёжности элементов конструкций космических летательных аппаратов. При недостаточности исходных данных о входных случайных величинах для решения задачи статистической динамики используется метод интерполяционных полиномов. Отличительной особенностью работы является проведённое экспериментальное исследование трещиностойкости конструкционных материалов и влияния на неё технологических и эксплуатационных факторов.

Вопросы оценки надёжности композиционных материалов с дефектами в литературе отражены весьма небольшим количеством работ [3 – 5], относящихся к рассмотрению влияния различных технологических и эксплуатационных факторов на напряжённо-деформированное состояние изделий с дефектами. При этом оценка вероятности безотказной работы проводится с точки зрения предельного состояния, когда проводится анализ равновесных состояний дефекта. В частности, в монографии [3] рассмотрены математическая постановка и численное решение задачи о стохастическом распределении дефектов на границе волокно – матрица и влиянии указанных дефектов на прочность и жёсткость композиционного материала.

Анализ литературы позволяет сделать вывод о недостаточной проработке вопроса об исследовании вероятности безотказной работы конструкций из композиционных полимерных волокнистых материалов с расслоениями, которые являются наиболее характерным и наиболее опасным дефектом для многослойных композиционных материалов. В связи с этим целью данной работы является разработка методики оценки надёжности элементов конструкций с расслоениями.

Методика оценки вероятности безотказной работы элементов конструкций с расслоениями при внезапном отказе

При наличии дефектов технологического или эксплуатационного происхождения надёжность можно рассматривать как вероятностную прочность или как вероятность невыброса случайного процесса за заданный уровень. В последнем случае параметр качества системы и область предельного состояния являются функциями времени. Ракетно-космические композитные несущие конструкции и их элементы, как правило, являются одноразовыми. Кроме того, основные нагрузки на них приходятся на этапе выведения ракеты-носителя. В этом случае, когда время выведения в среднем длится около 15 минут, вводить параметр времени не имеет особого смысла. В противном случае должны учитываться динамические эффекты, что существенно усложнит решение задачи. Поэтому несущая способность и эксплуатационная нагрузка рассматриваются как случайные величины. Показателем надёжности в данном случае является вероятность превышения несущей способности над эксплуатационной нагрузкой. Полагая законы распределения несущей способности и эксплуатационной нагрузки известными в заданный момент времени, надёжность можно оценить как вероятность выполнения следующего условия:

$$H(t) = P\{R(t) > N(t)\},$$

где $R(t), N(t)$ – несущая способность и эксплуатационная нагрузка соответственно. Поскольку несущая способность и эксплуатационная нагрузка являются независимыми величинами, надёжность можно определить исходя из выражения [6]:

$$H(t) = \int_0^{\infty} f_N(N) [1 - F_R(N)] dN, \quad (1)$$

где $f_N(N)$ – плотность распределения эксплуатационной нагрузки; $F_R(N)$ – закон распределения несущей способности как функция эксплуатационной нагрузки.

Зачастую на практике законы распределения случайных величин не известны и приходится пользоваться лишь информацией о числовых характеристиках соответствующих величин – математическом ожидании, дисперсии и среднеквадратическом отклонении. Для практической оценки надёжности вводят гипотезы о виде законов распределения случайных величин и применении численных методов.

При отсутствии законов распределения случайных величин методика оценки надёжности композитных конструкций и их элементов с расслоениями включает в себя 4 этапа.

1. Схематизация системы и внешних воздействий на неё. На данном этапе выполняется постановка задачи в рамках механики деформируемого твёрдого тела с учётом изложенной в работах [7; 8] методики численного моделирования роста расслоений в многослойных композиционных материалах.

2. Выбор параметра качества системы и области допустимых состояний на основании технологических и эксплуатационных требований. Трудность реализации данного этапа заключается в правильном выборе параметра качества системы и области допустимых состояний. В зависимости от особенности силовой работы и восприятия нагрузок указанные величины могут существенно отличаться. Применительно к задаче о росте расслоений в структуре композиционного материала за параметр качества системы должна выбираться величина несущей способности конструкции с учётом наличия расслоений, а за область допустимых состояний – соответствующее предельное значение несущей способности.

3. Определение стохастического поведения системы по известным её свойствам и при известных внешних воздействиях. Реализация данного этапа должна выполняться с применением численных методов статистической динамики на основе данных экспериментальных исследований физико-механических свойств композиционных материалов.

Наибольшее распространение в настоящее время численных методов решения задачи статистической динамики получили метод интерполяционных полиномов и метод статистических испытаний (метод Монте-Карло).

4. Оценка надёжности системы. Оценка надёжности системы выполняется с учётом полученных на предыдущем этапе данных. Напрямую выполнить интегрирование по формуле (1) невозможно (поскольку используется численный метод решения задачи статистической динамики). В этом случае применялся графический метод определения надёжности как вероятности безотказной работы. Данный метод подробно описан в [6] и заключается в построении функций $G = 1 - F_R(N)$ и $J = F_N(N)$. Площадь под кривой зависимости $G(J)$ будет численно равна вероятности безотказной работы.

Другой же подход заключался в использовании соотношения

$$H = \Phi \left(\frac{m_R - m_N}{\sqrt{S_R^2 + S_N^2}} \right) = \Phi(\gamma) \quad (2)$$

в предположении о нормальном законе распределения несущей способности и эксплуатационной нагрузки, где Φ – нормальная функция распределения; γ – Гауссова мера надёжности; m_R, m_N – математические ожидания соответственно несущей способности и эксплуатационной нагрузки; S_R, S_N – средние квадратические отклонения соответственно несущей способности и эксплуатационной нагрузки.

Апробация методики

В качестве объекта исследования был выбран конический композитный подкреплённый агрегатный отсек, предназначенный для восприятия и передачи корпусных нагрузок с космического аппарата на конструкцию переходного отсека ракеты-носителя, а также размещения аппаратуры обеспечения жизнедеятельности и размещения двигательной установки для довыведения космического аппарата на заданную орбиту. Схема отсека представлена на рис. 1. Основным видом нагрузок, которые воспринимает данная конструкция на этапе выведения, являются сжимающая и перерезывающая силы, а также изгибающий момент. В данном случае под отказом, т.е. исчерпанием несущей способности, надо понимать потерю устойчивости отсека, когда конструкция теряет способность воспринимать внешнюю нагрузку. В этом случае для анализа возможности потери устойчивости можно свести силовые факторы к эквивалентной сжимающей нагрузке, используя соотношение

$$P = N + \frac{4M}{D},$$

где N, M – есть осевая сила и изгибающий момент соответственно; D – средний диаметр отсека.

Воздействием перерезывающей силы на потерю устойчивости в данном случае пренебрегается. При наличии расслоений несущая способность конструкции будет снижаться. Для учёта этого обстоятельства и оценки надёжности при восприятии внешних нагрузок в конструкции предполагается наличие ансамбля таких дефектов, заключающихся в нарушении адгезионной связи между подкреплениями и конической оболочкой отсека. Расположение и размеры расслоений полагаются случайными величинами. Наибольшее число дефектов, которые могут возникнуть в конструкции, полагается равным 3. В табл. 1 приведены числовые характеристики случайных величин, которые были приняты при реализации метода статистических испытаний. Сами реализации конкретных случайных величин получались с использованием датчика псевдослучайных чисел.

В качестве материала конструкции был выбран углепластик с укладкой $[0/45/90/-45]_s$ для оболочки и $[0]$ для подкреплений. Для удобства моделирования поведения системы и выполнения заданного количества реализаций на языке APDL была написана программа-макрос. Для удобства использования исходных данных они подготавливались заранее в программе Mathcad с помощью созданной процедуры и записывались в текстовый файл.

В качестве конечных элементов модели был выбран элемент слоистой оболочки SHELL181. Для моделирования условий нагружения от соседнего отсека создавались элементы жёсткого тела (Rigid Body Element), имеющие в качестве независимого созданный заранее узел в центре конструкции, а в качестве зависимых – узлы, принадлежащие верхней торцевой поверхности.

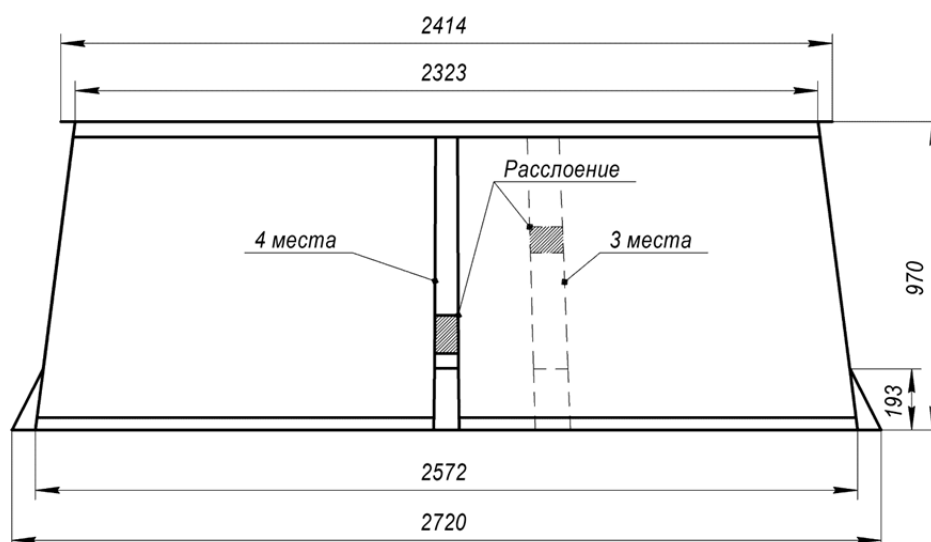


Рис. 1. Схема конструкции

Таблица 1. Числовые характеристики случайных величин

№ п/п	Случайная величина	Закон распределения	Числовые характеристики
1	Модуль упругости вдоль волокон E_x	Нормальный	Математическое ожидание $\langle E_x \rangle = 77,3 \cdot 10^3$ МПа Среднеквадратическое отклонение $S_{E_x} = 8,73 \cdot 10^3$ МПа
2	Модуль упругости поперёк волокон E_y	Нормальный	Математическое ожидание $\langle E_y \rangle = 7,9 \cdot 10^3$ МПа Среднеквадратическое отклонение $S_{E_y} = 0,15 \cdot 10^3$ МПа
3	Модуль сдвига в плоскости $xу$ G_{xy}	Нормальный	Математическое ожидание $\langle G_{xy} \rangle = 4,24 \cdot 10^3$ МПа Среднеквадратическое отклонение $S_{G_{xy}} = 0,596 \cdot 10^3$ МПа
4	Вязкость разрушения по моде I	Нормальный	Математическое ожидание $\langle G_I \rangle = 0,37$ Н/мм Среднеквадратическое отклонение $S_{G_I} = 0,13$ Н/мм
5	Вязкость разрушения по моде II	Нормальный	Математическое ожидание $\langle G_{II} \rangle = 1,44$ Н/мм Среднеквадратическое отклонение $S_{G_{II}} = 0,065$ Н/мм
6	Размер i -го дефекта	Равномерный	$l_{\min} = 0,1 \cdot 727,5$ мм $l_{\max} = 0,9 \cdot 727,5$ мм
7	Эквивалентная осевая сила	Нормальный	Математическое ожидание $\langle P \rangle = 240$ кН Среднеквадратическое отклонение $S_P = 12$ кН

После выполнения всех реализаций проводилась статистическая оценка числовых характеристик распределения выходной случайной величины, в качестве которой была выбрана нагрузка, соответствующая потере устойчивости. Характерный вид зависимости «нагрузка – перемещение» представлен на рис. 2. На данном рисунке цифрой 1 отмечена зависимость, полученная при мягком нагружении, а цифрой 2 – при жёстком нагружении. Видно, что в первом случае критическая нагрузка несколько ниже, что можно отнести в запас прочности. На рис. 3 представлена форма потери устойчивости отсека, полученная при нелинейном анализе.

После выполнения статистической обработки случайной выходной величины по формулам теории вероятности были получены следующие данные:

- 1) математическое ожидание – $\bar{x} = 296,8 \text{ кН}$,
- 2) дисперсия – $D = 1798 \cdot 10^4 (\text{кН})^2$,
- 3) среднее квадратическое отклонение – $S = 13,41 \text{ кН}$;
- 4) коэффициент вариации – $\nu = 4,518\%$.

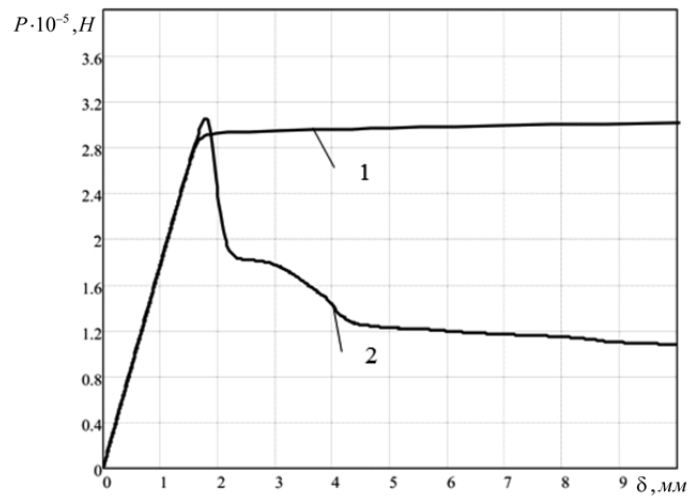
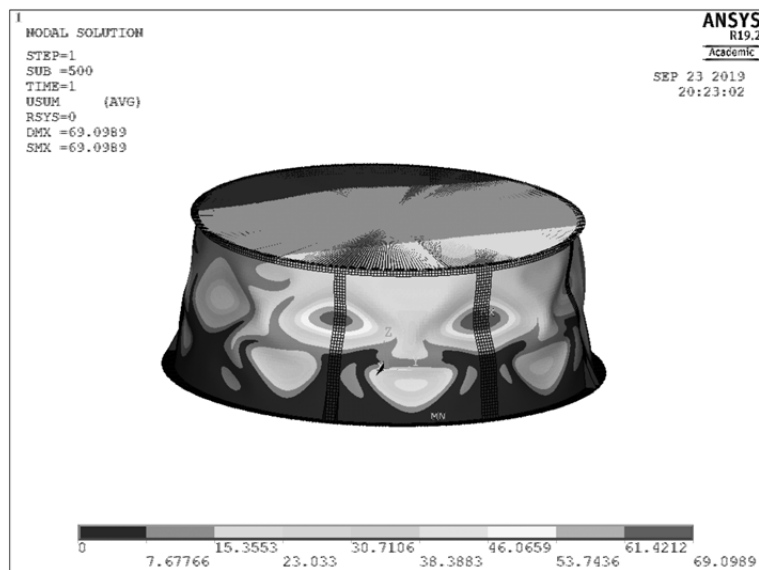


Рис. 2. Кривая устойчивости при различной схеме нагружения



3. Форма потери устойчивости

Рис.

Оценка надёжности проводилась по двум методам, описанным ранее. Полученные результаты сравнивались. Вначале использовали гипотезу о нормальном законе распределения. Для её проверки использовался критерий χ^2 . В этом случае нулевой гипотезой являлась гипотеза о нормальном законе распределения, альтернативной – гипотеза о равномерном законе распределения. Для использования критерия χ^2 вычислялись наблюдаемые и теоретические частоты. Диапазон наблюдаемых значений случайной величины был разбит на пять отрезков, после чего было подсчитано количество попаданий случайной величины на заданные участки. Вычисление теоретических частот проводилось по соотношениям:

$$\begin{aligned} n_i &= n p_i; \\ p_i &= \Phi(z_{i+1}) - \Phi(z_i); \\ z_i &= \frac{x_i - \bar{x}}{S}, \end{aligned}$$

где n_i – теоретические (выравнивающие) частоты; n – количество реализаций (опытов); p_i – вероятность попадания на i -й интервал; z – нормированная случайная величина.

После вычисления теоретических и наблюдаемых частот выполнялось вычисление χ^2 – статистики и сравнение её с критическим значением. Результаты вычислений по приведённым выше формулам сведены в табл. 2.

Таблица 2. Проверка согласованности нормального закона распределения по критерию χ^2

Средины отрезков, $\frac{x_i + x_{i+1}}{2}$, кН	Наблюдаемые частоты, n_i	Теоретические частоты, n_i	$\frac{(n_i - \hat{n}_i)^2}{n_i}$
257,2	1	1	0,000
272,7	12	9	1,000
288,1	29	33	0,485
303,6	49	43	0,837
319	9	14	1,786
Σ	100	100	4,108

На рис. 4 представлено распределение наблюдаемых частот, полученных на основании расчётных данных, и «выравнивающая» кривая, демонстрирующая теоретические частоты.

Далее по таблице критических точек распределения χ^2 , задаваясь необходимым уровнем значимости (принято $\alpha = 0,05$), числом интервалов в которых распределена случайная величина (принято 5) и, вычисляя число степеней свободы $k = 5 - 2 = 3$, определялось критическое значение $\chi_{кр}^2 = 6$.

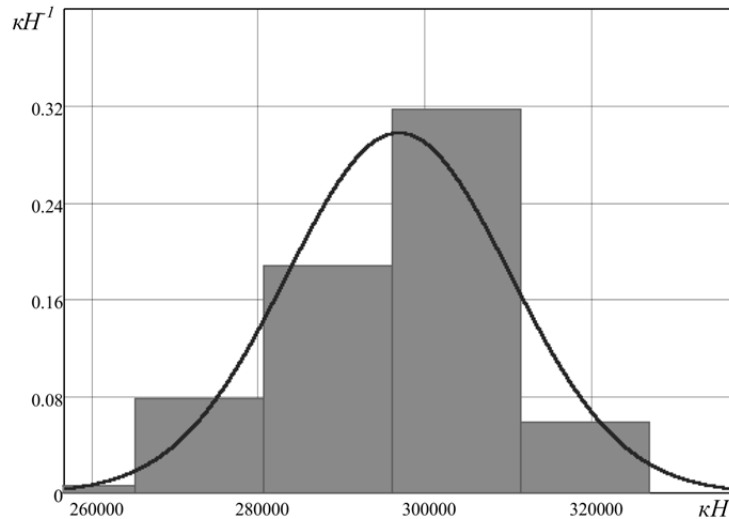


Рис. 4. Распределение наблюдаемых и теоретических частот

Сравнивая полученное значение с критическим, можно сделать вывод о достоверности принятой нулевой гипотезы, т.е. можно считать, что случайная выходная величина распределена по нормальному закону. Тогда в соответствии с формулой (2) и принимая, что $m_N = 240$ кН, $S_N = 12$ кН, вероятность безотказной работы будет равна

$$H = \Phi \left(\frac{(296,8 - 240) \cdot 10^3}{\sqrt{(13,41 \cdot 10^3)^2 + (12 \cdot 10^3)^2}} \right) = \Phi(3,1566) = 0,9992.$$

Далее применялся геометрический метод. Для этого строились ряды распределения для эксплуатационной нагрузки и несущей способности. Данные ряды представляют собой законы распределения случайной величины (рис. 5).

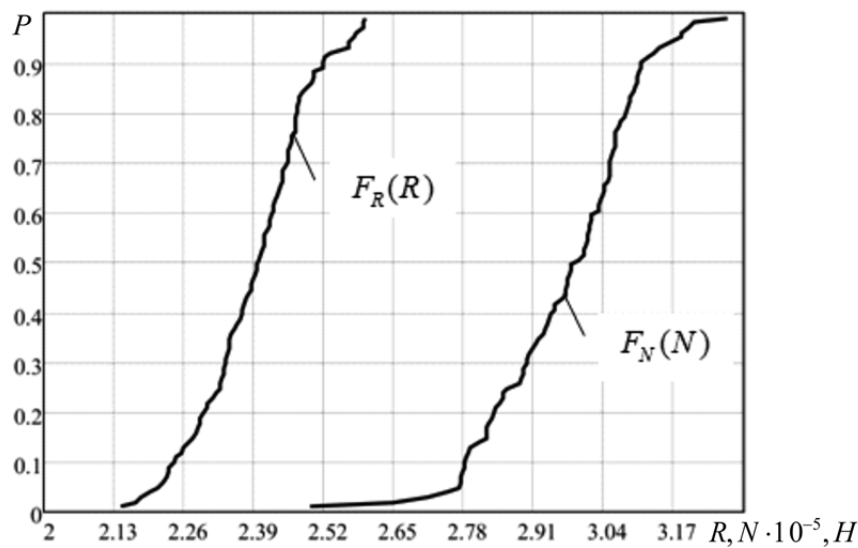


Рис. 5. Законы распределения несущей способности и эксплуатационной нагрузки

После этого были вычислены значения G и J и построена зависимость $G(J)$, приведённая на рис. 6. Площадь под кривой численно равна вероятности безотказной работы

$$H = \int_0^1 G dJ = 0,9954.$$



Рис. 6. Зависимость $G(J)$

Заключение

Представлена разработанная методика оценки вероятности безотказной работы композитных конструкций, содержащих ансамбль дефектов в виде расслоений. Методика базируется на разработанной в более ранних работах методике численного моделирования процессов роста расслоений в структуре многослойных композиционных материалов, а также использовании экспериментальных данных, получаемых при исследовании физико-механических свойств композиционных материалов.

Апробация предложенной методики проводится относительно оценки вероятности безотказной работы конического композитного отсека с расслоениями при действии нагрузок на этапе выведения ракеты-носителя. Решение задачи статистической динамики проводится с использованием метода статистических испытаний. Количественная оценка вероятности безотказной работы проводится с использованием: гипотезы о нормальном законе распределения несущей способности, графического метода. Отмечается хорошее согласование полученных по двум методам результатов.

Разработанная методика позволяет получать достоверные оценки вероятности безотказной работы композитных элементов конструкций с дефектами в виде расслоений на этапе проектирования и эксплуатации изделий авиационной и ракетно-космической отрасли.

Библиографический список

1. Глушков С.В. Разработка методов оценки надёжности и нормирования размеров поверхностных трещин в нефте- и газопроводах. Дис. ... канд. техн. наук. Самара, 2015. 180 с.
2. Русаков А.В. Расчётно-экспериментальное обеспечение надёжности элементов конструкций космических летательных аппаратов на этапе проектирования. Дис. ... канд. техн. наук. Самара, 2000. 164 с.
3. Kaminski M.M. Computational mechanics of composite materials: sensitivity, randomness and multiscale behavior. London: Springer-Verlag London, 2005. 418 p. DOI: 10.1007/b137775
4. Riddle T., Donnelly P., Cairns D.S., Nelson J.W. Use of statistical learning in a reliability program for risk assessment of composite structures with defects // 54th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference (April, 8-11, 2013, Boston, Massachusetts). 2013. P. 1686. DOI: 10.2514/6.2013-1686
5. Zhou X.Y., Gosling P.D. Influence of stochastic variations in manufacturing defects on the mechanical performance of textile composites // Composite Structures. 2018. V. 194. P. 226-239. DOI: 10.1016/j.compstruct.2018.04.003
6. Аграфенин Ю.В., Перов С.Н., Скворцов Ю.В., Тарасов Ю.Л. Обеспечение надёжности трубопроводных систем. Самара: Издательство СНЦ, 2008. 246 с.
7. Чернякин С.А., Скворцов Ю.В. Анализ роста расслоений в композитных конструкциях // Вестник Сибирского государственного аэрокосмического университета им. академика М.Ф. Решетнёва. 2014. № 4 (56). С. 249-255.
8. Skvortsov Yu.V., Chernyakin S.A., Glushkov S.V., Perov S.N. Simulation of fatigue delamination growth in composite laminates under mode I loading // Applied Mathematical Modelling. 2016. V. 40, Iss. 15-16. P. 7216-7224. DOI: 10.1016/j.apm.2016.03.019

TECHNIQUE FOR ASSESSING THE PROBABILITY OF SURVIVAL OF STRUCTURAL MEMBERS WITH DELAMINATIONS

© 2020

S. A. Chernyakin Senior Lecturer;
Samara National Research University, Samara, Russian Federation;
chernyakin-sa@mail.ru

The paper presents a technique of quantitative assessment of probability of failure-free operation of composite structures containing an ensemble of defects in the form of delamination. This method is based on approaches of general reliability theory. The proposed method was validated relative to the assessment of reliability of a composite conical bay with multiple delaminations generated under loads at the stage of inserting the launch vehicle into orbit. The statistical dynamic problem was solved by using Monte Carlo method which was implemented by means of algorithms developed by the author in ANSYS software. Nonlinear analysis of the conical bay buckling was carried out for each implementation. Quantitative assessment of survival probability was conducted on the basis of the hypothesis of the law of Gaussian distribution of load-bearing capacity and using the graphical method of reliability calculation. Good agreement of the results obtained by both methods was noted.

Composite materials; reliability; buckling; nonlinear analysis; delaminations; conical bay

Citation: Chernyakin S.A. Technique for assessing the probability of survival of structural members with delaminations. *Vestnik of Samara University. Aerospace and Mechanical Engineering*. 2020. V. 19, no. 4. P. 108-118. DOI: 10.18287/2541-7533-2020-19-4-108-118

References

1. Glushkov S.V. *Razrabotka metodov otsenki nadezhnosti i normirovaniya razmerov poverkhnostnykh treshchin v nefte- i gazoprovodakh. Diss. ... kand. tekhn. nauk* [Development of techniques of reliability assessment and surface crack size limitation in petroleum and gas transmission pipelines. Candidate's dissertation (Engineering)]. Samara, 2015. 180 p.
2. Rusakov A.V. *Raschetno-eksperimental'noe obespechenie nadezhnosti elementov konstruktivnykh kosmicheskikh letatel'nykh apparatov na etape proektirovaniya. Diss. ... kand. tekhn. nauk* [Computational and experimental reliability control of spacecraft structural elements at the design stage. Candidate's dissertation (Engineering)]. Samara, 2000. 164 p.
3. Kaminski M.M. *Computational mechanics of composite materials: sensitivity, randomness and multiscale behavior*. London: Springer-Verlag London, 2005. 418 p. DOI: 10.1007/b137775
4. Riddle T., Donnelly P., Cairns D.S., Nelson J.W. Use of statistical learning in a reliability program for risk assessment of composite structures with defects. *54th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference (April, 8-11, 2013, Boston, Massachusetts)*. 2013. P. 1686. DOI: 10.2514/6.2013-1686
5. Zhou X.Y., Gosling P.D. Influence of stochastic variations in manufacturing defects on the mechanical performance of textile composites. *Composite Structures*. 2018. V. 194. P. 226-239. DOI: 10.1016/j.compstruct.2018.04.003
6. Agrafenin Yu.V., Perov S.N., Skvortsov Yu.V., Tarasov Yu.L. *Obespechenie nadezhnosti truboprovodnykh sistem* [Reliability control of pipeline systems]. Samara: SNTs Publ., 2008. 246 p.
7. Chernyakin S.A., Skvortsov Yu.V. Analysis of delamination propagation in composite structures. *Vestnik SibGAU*. 2014. No. 4 (56). P. 249-255. (In Russ.)
8. Skvortsov Yu.V., Chernyakin S.A., Glushkov S.V., Perov S.N. Simulation of fatigue delamination growth in composite laminates under mode I loading. *Applied Mathematical Modelling*. 2016. V. 40, Iss. 15-16. P. 7216-7224. DOI: 10.1016/j.apm.2016.03.019