

## ПРОЕКТИРОВАНИЕ АВИАКОСМИЧЕСКИХ КОНСТРУКЦИЙ МИНИМАЛЬНОЙ МАССЫ ПРИ ДЕЙСТВИИ НЕСКОЛЬКИХ СЛУЧАЕВ НАГРУЖЕНИЯ

© 2020

**А. И. Данилин** доктор технических наук, профессор кафедры эксплуатации авиационной техники;  
Самарский национальный исследовательский университет  
имени академика С.П. Королёва;  
[alexdan@ssau.ru](mailto:alexdan@ssau.ru)

Рассмотрены свойства оптимальной передачи сил в тонкостенной конструкции и с их использованием разработан метод отыскания распределения материала по элементам конструкции для достижения её минимального объёма. Предложенный метод работает при действии одного или нескольких случаев нагружения, позволяет находить оптимальные конструкции и распознавать эффект Разани, при котором конструкция с неодинаковыми напряжениями в элементах при действии нескольких нагрузок является более лёгкой, нежели условно равнопрочная. С использованием разработанного метода решена оригинальная задача Разани и проведена оптимизация крыла гипотетического гиперзвукового самолёта. Показано, что найденное распределение материала на 8,78% легче, чем в условно равнопрочной конструкции.

*Прочностная оптимизация; конфигурация гиперзвукового самолёта*

---

*Цитирование:* Данилин А.И. Проектирование авиакосмических конструкций минимальной массы при действии нескольких случаев нагружения // Вестник Самарского университета. Аэрокосмическая техника, технологии и машиностроение. 2020. Т. 19, № 4. С. 14-29. DOI: 10.18287/2541-7533-2020-19-4-14-29

### Общая теория

Назначение любой конструкции – передача (перенос) сил от точек их приложения в точки их уравнивания. Рассматривая процесс такой передачи, можно провести аналогию с термодинамическими системами, передающими тепло от источников к потребителям [1]. С этой точки зрения *при стационарности нагрузок любую конструкцию можно представить как стационарную неравновесную систему, которую силы пронизывают насквозь, причём «количество» сил, содержащихся в конструкции, от времени не зависит.*

Внутренняя энергия, накапливаемая в конструкции, является количественной мерой процесса передачи внешних нагрузок и зависит от внутренних сил, действующих в элементах конструкции:

$$E = E(F_1, F_2, \dots, F_m). \quad (1)$$

Внутренние силы  $F_i, i = 1, 2, \dots, m$  являются вторичными по отношению к внешним нагрузкам и именно они определяют эффективность переноса внешних сил к точкам уравнивания, а значит и эффективность (оптимальность) конструкции как системы, обеспечивающей перенос.

Изменение конструкции приведёт к изменению внутренних сил, а значит и к изменению накопленной в конструкции энергии. Это изменение энергии, вызванное изменением конструкции, можно выразить как

$$dE = U_1 dF_1 + U_2 dF_2 + \dots + U_m dF_m, \quad (2)$$

где

$$U_1 = \frac{\partial E}{\partial F_1}, \quad U_2 = \frac{\partial E}{\partial F_2}, \quad \dots, \quad U_m = \frac{\partial E}{\partial F_m}. \quad (3)$$

Величины  $U_i, i = 1, 2, \dots, m$  назовём потенциалами сил. Перепад потенциалов сил в конструкции определяет интенсивность (скорость) процесса передачи сил. Поскольку передача сил происходит за счёт разности потенциалов, то можно записать:

$$dF_i = \sum_{r=1}^m K_{ir} dU_r, \quad (4)$$

где

$$K_{ir} = \frac{\partial F_i}{\partial U_r}, \quad r = 1, 2, \dots, m, \quad (5)$$

и характеризуют *проводимость элементов конструкции*  $r = 1, 2, \dots, m$  относительно силы  $F_i$ .

Потенциалы сил сами являются функциями состояния конструкции, то есть, в свою очередь

$$U_i = U_i (F_1, F_2, \dots, F_m). \quad (6)$$

Тогда изменение  $i$ -го потенциала при изменении конструкции можно выразить так:

$$dU_i = \sum_{r=1}^m C_{ir} dF_r, \quad (7)$$

где величины

$$C_{ir} = \frac{\partial U_i}{\partial F_r}, \quad r = 1, 2, \dots, m, \quad (8)$$

характеризуют количественную сторону влияния внутренних сил на потенциалы.

Сравнение (5) и (8) даёт

$$C_{ri} = 1/K_{ir}; \quad i = 1, 2, \dots, m; \quad r = 1, 2, \dots, m. \quad (9)$$

Величину, обратную проводимости элемента  $r = 1, 2, \dots, m$  относительно силы  $F_i$  назовём его *сопротивлением переносу силы*  $F_i$ .

В отличие от классического понимания сопротивления материалов и конструкций здесь в понятие сопротивления переносу сил вложен иной смысл, а именно: сопротивление собственно процессу переноса (передачи) сил. Так, в вырезах проводимость конструкции относительно сил равна нулю, а сопротивление переносу сил – бесконечности; напротив, абсолютно жёсткое тело обладает нулевым сопротивлением переносу сил и бесконечной проводимостью.

Физический смысл введённых понятий для линейно-упругих систем заключается в следующем. Потенциалы сил, определяемые по (3), численно равны абсолютным деформациям элементов конструкции, причём если внутренние силы  $F_i$  понимать в обобщённом смысле, то соответствующий характер имеют и абсолютные деформации (формоизменение)  $U_i$ . Проводимость элементов конструкции  $K_{ir}$  и сопротивление переносу сил  $C_{ir}$  – суть соответственно жёсткость и податливость элементов, причём значение  $K_{ii}$  или  $C_{ii}$  показывает собственную жёсткость или податливость элемента конструкции, а  $K_{ir}$  или  $C_{ir}$  при  $i \neq r$  учитывает влияние жёсткости (податливости) элемента  $r$  на силу (формоизменение) в элементе  $i$ .

Если элемент конструкции  $r$  в каком-либо из случаев нагружения находится в сложном напряжённом состоянии, то есть передаёт силы  $F_i$  различных направлений, то из (2), (3) и (8) следует, что его общее сопротивление переносу сил равно сумме сопротивлений переносу каждой силы.

Из (4) видно, что при одинаковой разности потенциалов сил изменение самих сил будет больше там, где имеет место бóльшая проводимость. То есть сила идёт по пути бóльшей проводимости или, другими словами, по пути наибольшей жёсткости конструкции.

Оптимальность конструкции как системы, осуществляющей передачу внешних нагрузок, напрямую связана с понятиями проводимости и сопротивления переносу сил.

**Гипотеза 1.** При действии одного случая нагружения оптимальной конструкцией, выполненной из заданного объёма материала, является конструкция минимального сопротивления (максимальной проводимости) передачи приложенных внешних сил.

**Гипотеза 2.** При действии нескольких нагрузок (случаев нагружения) оптимальная конструкция, выполненная из заданного объёма материала, будет обладать минимальным значением суммы сопротивлений переносу сил каждого из случаев нагружения.

Если можно выразить аналитически энергию, накопленную в системе, а также сопротивление переносу внешних сил в форме функции от приложенных нагрузок, то можно непосредственно найти оптимальное распределение материала по силовым элементам конструкции. В общем случае этого сделать невозможно, поэтому продолжим обсуждение проблемы.

### Линейно-упругие системы

Универсальным методом расчёта напряжённо-деформированного состояния упругих тел является метод конечных элементов, который в настоящее время применяется очень широко и доступен в виде коммерческих пакетов программ.

Пусть имеется конечно-элементная модель исследуемой конструкции. Энергия переноса *внешних* нагрузок от точек их приложения в точки уравнивания равна энергии деформаций и в терминах метода конечных элементов определяется как

$$E = \{R\}^T [C] \{R\}, \quad (10)$$

где  $\{R\}$  – вектор внешних нагрузок, а  $[C]$  – матрица податливости. Рассматривая процесс передачи внешних сил, по аналогии с (2), (3) и (8) сопротивление конструкции переносу сил определим как вторую производную от энергии переноса по действующим нагрузкам:

$$\frac{d^2 E}{d\{R\}^2} = [C]. \quad (11)$$

Формула (11) определяет матрицу податливости в качестве численной характеристики сопротивления переносу внешних сил, но *не даёт возможности найти необходимые значения её коэффициентов, а значит параметров конструктивных элементов для оптимального восприятия конкретного спектра нагрузок.*

Таким образом, хотя конструкция должна передавать (переносить) внешние силы, но величину энергии, а значит и сопротивление переносу, необходимо определять через внутренние усилия, вторичные по отношению к внешним нагрузкам.

Вернёмся к формуле (11). Величина матрицы, согласно теории матриц, в общем виде оценивается как

$$\|[C]\| = \max_{\{x\} \neq 0} \frac{\|[C]\{x\}\|}{\|\{x\}\|}, \quad (12)$$

где  $\|\dots\|$  означает какую-либо норму вектора. Нам необходимо минимизировать сопротивление переносу конкретных нагрузок, поэтому в качестве вектора  $\{x\}$  примем вектор внешних сил  $\{R\}$  и тогда

$$\|[C]\| = \frac{\|[C]\{R\}\|}{\|\{R\}\|} = \frac{\|\{d\}\|}{\|\{R\}\|}, \quad (13)$$

где  $\{d\}$  – вектор упругих перемещений от нагрузки  $\{R\}$ .

Формула (13) даёт интегральную оценку сопротивления конструкции переносу внешних сил  $\{R\}$  и выражает зависимость сопротивления переносу как от самих сил  $\{R\}$ , так и от распределения материала по элементам конструкции.

При действии нескольких случаев нагружения, в соответствии с гипотезой 2, величина, подлежащая минимизации для достижения оптимальности конструкции, с учётом (13) определится как

$$C_{\Sigma} = \sum_{j=1}^k \frac{\|\{d\}_j\|}{\|\{R\}_j\|}, \quad (14)$$

где  $j = 1, 2, \dots, k$  – номер случая нагружения.

### Общий алгоритм проектирования линейно-упругих систем

Пусть имеется конструкция с произвольным распределением материала, все элементы которой работают в пределах упругости в любом из случаев нагружения. Пусть также имеется конечно-элементная модель этой конструкции, позволяющая вычислить векторы упругих перемещений  $\{d\}_j$ , где  $j=1,2,\dots,k$  – номер случая нагружения. Примем в качестве нормы вектора  $\{d\}_j$  сумму абсолютных значений его компонентов:

$$\|\{d\}_j\| = \sum_{l=1}^n |d_l|_j. \quad (15)$$

Введём в рассмотрение вектор  $\{\bar{R}\}_j$ , все компоненты которого равны  $\pm 1$ , причём знак компонента  $\{\bar{R}\}_j$  совпадает со знаком соответствующего компонента вектора  $\{d\}_j$ . Тогда (15) можно записать так:

$$\|\{d\}_j\| = \sum_{l=1}^n |d_l|_j = \{\bar{R}\}_j^T [C] \{R\}_j. \quad (16)$$

Из анализа конечного выражения формулы (16) следует, что если вектор  $\{\bar{R}\}_j$  принять в качестве единичной нагрузки и в соответствии с ним вычислить обобщённое перемещение  $d_j^*$ , то его значение будет равно принятой норме вектора  $\{d\}_j$ . С другой стороны, обобщённое перемещение можно вычислить через внутренние усилия в элементах конструкции с помощью интегралов Максвелла-Мора. Пусть, для определённости, элементы работают в плоском напряжённом состоянии и тогда:

$$\|\{d\}_j\| = \sum_{l=1}^n |d_l|_j = \{\bar{R}\}_j^T [C] \{R\}_j = \sum_{i=1}^m \frac{A_i [F_{ij}^*]}{\delta_i E_i}, \quad (17)$$

$$[F_{ij}^*] = [\bar{F}_{ijx} (F_{ijx} - \mu_i F_{ijy}) + \bar{F}_{ijy} (F_{ijy} - \mu_i F_{ijx}) + 2(1 + \mu_i) \bar{F}_{ijxy} F_{ijxy}],$$

где  $\bar{F}_{ij}$  – погонные усилия в  $i$ -ом элементе конструкции от единичной нагрузки  $\{\bar{R}\}_j$ , соответствующей упругим перемещениям  $\{d\}_j$ ;  $F_{ij}$  – погонные усилия в  $i$ -ом элементе конструкции от расчётной нагрузки  $\{R\}_j$ ;  $A_i$  – площадь элемента в плане;  $\delta_i$  – толщина  $i$ -го элемента;  $E_i$ ,  $\mu_i$  – модуль упругости материала и коэффициент Пуассона;  $m$  – количество элементов. Погонные усилия вычисляются как  $F_i = \delta_i \sigma_i$ .

Таким образом, величина сопротивления конструкции переносу внешних сил  $\{R\}_j$  определена через внутренние усилия в элементах конструкции и формула (13) с учётом (17) примет вид:

$$\| [C] \| = \frac{\| \{d\}_j \|}{\| \{R\}_j \|} = \frac{1}{\| \{R\}_j \|} \sum_{i=1}^m \frac{A_i [F_{ij}^*]}{\delta_i E_i^*}. \quad (18)$$

При действии нескольких случаев нагружения формула (14), определяющая общее сопротивление конструкции в соответствии с гипотезой 2, с учётом (17) преобразуется к виду:

$$C_\Sigma = \sum_{j=1}^k \frac{\| \{d\}_j \|}{\| \{R\}_j \|} = \sum_{j=1}^k \frac{1}{\| \{R\}_j \|} \sum_{i=1}^m \frac{A_i [F_{ij}^*]}{\delta_i E_i^*}. \quad (19)$$

В результате имеем следующую задачу условной минимизации: найти такое распределение заданной массы  $M_0$  по элементам конструкции, которое обеспечивает

$$C_\Sigma \Rightarrow \min \quad (20)$$

при

$$\sum_{i=1}^m \rho_i A_i \delta_i - M_0 = 0. \quad (21)$$

На этапе вывода рекуррентных соотношений будем считать, что внутренние усилия в элементах конструкции не зависят от распределения материала. Эту зависимость учтём позднее при построении итерационного алгоритма отыскания конструкции минимального сопротивления переносу внешних нагрузок.

Решение поставленной задачи проведём методом множителей Лагранжа. Здесь минимизируемая функция

$$Lg = C_\Sigma + \lambda \left( \sum_{i=1}^m \rho_i A_i \delta_i - M_0 \right), \quad (22)$$

где  $\lambda$  – множитель Лагранжа. Условия минимума имеют вид:

$$\begin{cases} \frac{\partial Lg}{\partial \delta_i} = -\frac{1}{\delta_i^2 E_i^*} \sum_{j=1}^k \frac{[F_{ij}^*]}{\| \{R\}_j \|} + \lambda \rho_i = 0 ; & i = 1, 2, \dots, m; \\ \frac{\partial Lg}{\partial \lambda} = \sum_{i=1}^m \rho_i A_i \delta_i - M_0 = 0. \end{cases} \quad (23)$$

Первые  $m$  уравнений системы (23) устанавливают условия обеспечения минимума сопротивления конструкции переносу внешних нагрузок  $\{R\}_j, j = 1, 2, \dots, k$ . Эти условия будем считать критериями оптимальности конструкции:

$$\frac{1}{\rho_i \delta_i^2 E_i^*} \sum_{j=1}^k \frac{[F_{ij}^*]}{\| \{R\}_j \|} = \lambda = \text{const}; i = 1, 2, \dots, m; \quad (24)$$

Выражая  $\delta_i$  из (24) и подставляя в последнее уравнение системы (23), найдём значение  $\lambda$ :

$$\lambda = \frac{\left( \sum_{l=1}^m A_l \sqrt{\frac{\rho_l}{E_l^*} \sum_{j=1}^k \frac{[F_{lj}^*]}{\|R_j\|}} \right)^2}{M_0^2}. \quad (25)$$

Подставим  $\lambda$  в уравнение (24) и найдём требуемые толщины элементов  $\delta_i$ , которые при сделанных допущениях доставляют функции  $C_\Sigma$  минимальное значение:

$$\delta_i = \frac{M_0}{\sum_{l=1}^m A_l \sqrt{\frac{\rho_l}{E_l^*} \sum_{j=1}^k \frac{[F_{lj}^*]}{\|R_j\|}}} \left[ \frac{1}{\sqrt{\rho_i E_i^*}} \sqrt{\sum_{j=1}^k \frac{[F_{ij}^*]}{\|R_j\|}} \right], \quad i = 1, 2, \dots, m. \quad (26)$$

Из (26) видно, что новые толщины элементов конструкций  $\delta_i$  нужно назначать пропорционально корню квадратному из суммы пронормированных по нагрузкам каждого случая нагружения подынтегральных функций интегралов Максвелла-Мора, поделённых на произведение плотности и модуля упругости материала элемента. *Но все ли случаи нагружения в равной мере определяют облик конструкции?*

**Определение.** Назовём *расчётным* тот случай нагружения, при действии которого хотя бы в одном элементе конструкции возникает напряжённое состояние, превосходящее напряжённое состояние в данном элементе от всех остальных случаев нагружения.

Поскольку распределение внутренних усилий в элементах конструкции в общем случае зависит от распределения материала, значит в зависимости от него может меняться и номенклатура расчётных случаев нагружения, учитываемых при оптимизации.

Теперь мы имеем весь набор теоретических предпосылок для разработки собственно алгоритма проектирования линейно-упругих систем. В качестве расчётного метода вычисления упругих деформаций и напряжений будем использовать метод конечных элементов, поэтому все действия относятся к конечно-элементной модели конструкции.

1. Пусть задан материал элементов конструкции и его некоторая начальная масса  $M_0$ . Заданы также внешние нагрузки на конструкцию, которые стационарны и не зависят от распределения материала.

2. Примем некоторое начальное распределение материала  $\delta_{0i}$  по элементам конструкции. Будем считать, что конструкция состоит из мембранных элементов, работающих в плоском напряжённом состоянии, причём в пределах одного элемента напряжения одинаковы во всех его точках.

3. В каждом случае нагружения вычислим упругие перемещения  $\{d\}_j, j = 1, 2, \dots, k$ , а по ним напряжения в элементах конструкции, в том числе и те, которые определяют прочность самого элемента. Для мембранных элементов таковыми являются эквивалентные напряжения:

$$\sigma_{ij}^{equ} = \sqrt{\sigma_{ijx}^2 + \sigma_{ijy}^2 - 2 \mu_i \sigma_{ijx} \sigma_{ijy} + 2(1 + \mu_i) \sigma_{ijxy}} ; \quad (27)$$

4. По  $\sigma_{ij}^{equ}$  выделим  $t$  расчётных случаев в соответствии с введённым ранее *определением*,  $t \leq k$ .

5. Для расчётных случаев нагружения сформируем векторы единичных нагрузок  $\{\bar{R}\}_j$ ,  $j = 1, 2, \dots, k$  и вычислим подынтегральные функции  $[F_{ij}^*]$ , см. (17).

6. Рассчитаем по (24) критерий оптимальности  $\lambda_i$  для всех элементов конструкции  $i = 1, 2, \dots, m$ ; выберем его максимальное и минимальное значение. Если

$$\left( \frac{\lambda_{\max} - 1}{\lambda_{\min}} \right) \leq \varepsilon , \quad (28)$$

где  $\varepsilon$  – малая, наперёд заданная величина, то переходим к пункту 9.

7. Назначим новые толщины  $\delta_i$  по (26), рассматривая  $t$  случаев нагружения.

8. Примем толщины  $\delta_i$  в качестве исходных  $\delta_{0i}$  и перейдём к пункту 3.

9. Выход из итераций. Здесь необходимо привести найденное распределение материала в соответствие с требованиями прочности элементов конструкции. Для этого найдём коэффициент изменения толщин элементов

$$K_\sigma = \max_{i=1, \dots, m} \left[ \max_{j=1, \dots, t} \left( \frac{\sigma_{ij}^{equ}}{[\sigma]_i} \right) \right] \quad (29)$$

и определим их новые значения

$$\delta_i^\sigma = K_\sigma \delta_i , \quad (30)$$

где  $\delta_i$  – толщины, найденные в результате итераций 3-8. Поскольку мы пропорционально изменили толщины всех элементов конструкции, сохранив их соотношения, то относительное распределение усилий в конструкции не изменится. Здесь же можно определить и массу такой конструкции

$$M^\sigma = \sum_{i=1}^m \rho_i A_i K_\sigma \delta_i = K_\sigma M_0 . \quad (31)$$

### Тестирование метода: задача Разани [2]

Проверим наши положения и Гипотезу 2 на задаче Разани [2]. Трёхстержневая ферма воспринимает две нагрузки  $R^I$  и  $R^{II}$ , которые действуют в разное время (рис. 1).

Разани решал эту задачу при следующих исходных данных: модуль упругости материала стержней  $E^* = 1$ ; плотность  $\rho = 1$ ; внешние нагрузки  $R^I = R^{II} = 1$ ; допускаемое напряжение  $[\sigma] = 1$ ; длина стержня № 2 равна  $L = 1$ .



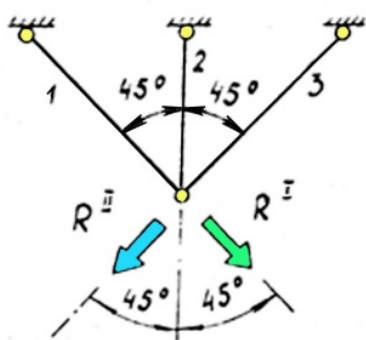


Рис. 1. Ферма Разани

Равнопрочная конструкция при  $S_2 = 0$  и  $S_1 = S_3 = 1$  имеет массу  $M = 2,828$ , тогда как оптимальная конструкция имеет следующие параметры:  $S_2 = 0,408$ ;  $S_1 = S_3 = 0,789$ ;  $S_1/S_2 = 1,93$ ; масса стержней  $M_{opt} = 2,638$ . При этом требования прочности НЕ нарушаются, но одинаковых напряжений во всех стержнях не достигается, центральный стержень №2 в обоих случаях нагружения имеет напряжения, которые меньше допускаемых.

Наш алгоритм легко решает эту задачу и полностью повторяет решение Разани [2].

Сейчас методы оптимизации используются в авиационной промышленности не только для параметрической оптимизации, например для определения оптимального распределения материала по силовым элементам в рамках заданной силовой схемы но также и для прочностной оптимизации, когда надо определить силовую схему авиационных конструкций. Типичный план действий при поиске силовой схемы следующий.

В геометрическую область, где в дальнейшем должна быть размещена конструкция, поместим континуальную модель, которая содержит все возможные силовые схемы. Обычно это конечно-элементная модель. К этой модели приложим весь спектр нагрузок и закреплений. Назначим некоторое начальное распределение материала и запустим итерационный алгоритм того или иного метода оптимизации для отыскания распределения материала. Во время работы алгоритма материал в модели перераспределяется: некоторые области увеличивают свою жёсткость, а другие вырождаются. В результате получим силовую схему конструкции, которая покажет пути и тип передачи сил (растяжение-сжатие, сдвиг), которыми внешние нагрузки передаются от точек их приложения к точкам поглощения (уравновешивания). На основе анализа этой информации проектировщик предлагает силовую схему конструкции и выполняет её параметрическую оптимизацию.

Ферменные структуры в соответствии с их природой уже являются силовыми схемами конструкций, поскольку силы могут передаваться только вдоль стержней, и если конструктор не предусмотрел путь передачи силы, то есть не поставил стержень, то для силы этот возможный путь закрыт. Континуальная модель с элементами, которые работают в плоском или объёмном напряжённом состоянии, имеет больше степеней свободы. Такие модели предоставляют внешним силам больше возможностей в выборе путей от точек их приложения к точкам поглощения (уравновешивания). Поэтому неудивительно, что возник вопрос: могут ли методы синтеза силовых схем, применяемые континуальные модели распознать феномен Разани [2] и, при его наличии, отыскать конструкцию с неодинаковыми напряжениями в элементах при действии нескольких нагрузок. Сравним результаты предлагаемой теории и алгоритма отыскания силовой схемы на задаче, показанной на рис. 2.

Оптимизация выполнена с применением пакета «DRACO», реализующего метод конечных элементов и различные алгоритмы, основанные на критериях оптимальности. Результаты оптимизации показаны на рис. 3, 4.

Видно, что разработанный алгоритм позволяет находить эффективные конструкции и распознавать феномен Разани [2], при котором неравнопрочная конструкция при нескольких случаях нагружения легче, чем конструкция с одинаковыми напряжениями в элементах. В рассмотренном примере распределение материала на рис. 4 легче на 5,046% равнопрочного распределения материала, показанного на рис. 3.

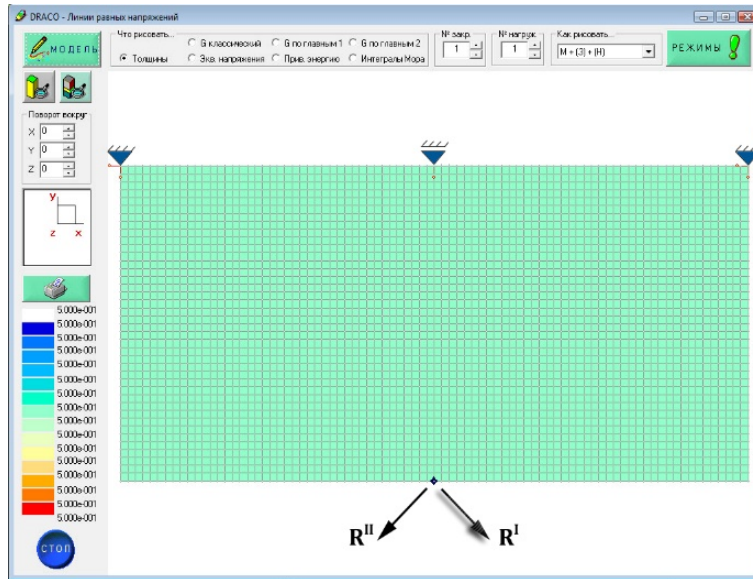


Рис. 2. Задача Разани

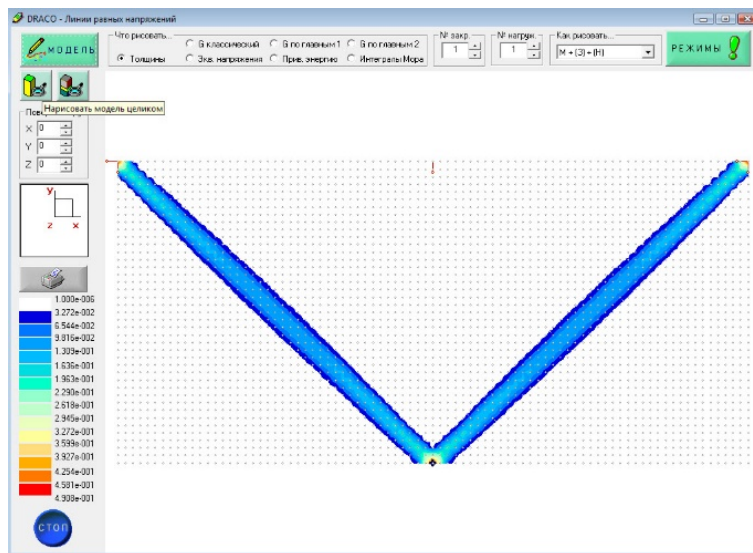


Рис. 3. Равнопрочное распределение материала

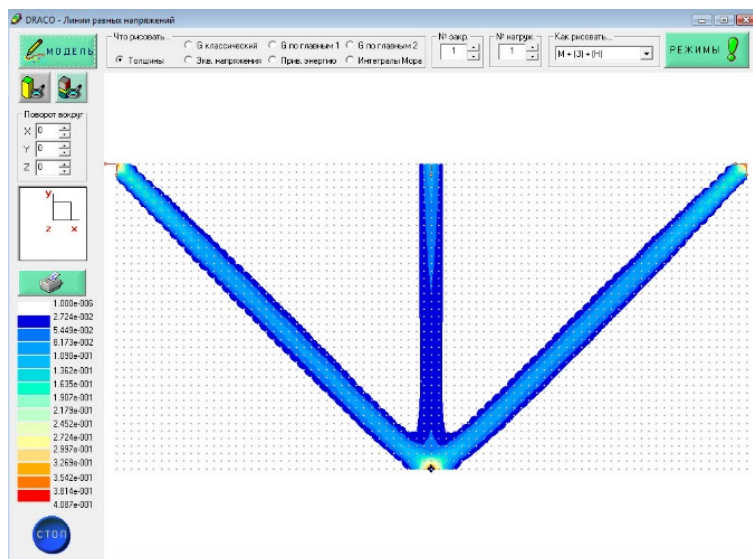


Рис. 4. Найденное распределение материала

## Предварительное проектирование гиперзвукового самолёта

Развитие коммерческой авиации всегда связано с уменьшением времени транспортировки на большие расстояния. Современный парк пассажирских самолётов состоит из дозвуковых самолётов, летающих на высотах 10-12 км со скоростью 800-950 км/ч. При этом полёт на дистанцию 6000-8000 км занимает 8-12 часов, что в современном динамичном мире бизнеса и мобильности больше не удовлетворяет потребности пассажиров.

Новые пассажирские самолёты, которые появляются каждые 4-5 лет, более эффективны, однако они не имеют существенно новых, прорывных технологий. Улучшаются аэродинамические свойства крыла и характеристики двигателей, снижается уровень шума и экологических загрязнений; кресло пассажира сейчас выглядит как индивидуальный центр развлечений, но в то же время нет революционных переходов на новый технологический уровень перевозки пассажиров.

Если проблемы сверхзвукового полёта со скоростями 2000-2500 км/ч решены достаточно успешно, то увеличение скорости до 4000-10000 км/ч сталкивается с новыми физическими явлениями, что требует новых идей, технологических исследований и необычных конструкторских решений. Но только на этом пути возможно добиться *прорыва* в технологии гиперзвуковых воздушных перевозок.

Рассмотрим проблему внешней компоновки, одинаково эффективной на взлётно-посадочных режимах полёта и на гиперзвуковой крейсерской скорости. Большое количество исследований направлено на аэродинамику гиперзвукового крейсерского полёта, однако никто не рассматривает достижения этой гиперзвуковой скорости. Исследователи предлагают оптимальные аэродинамические формы для различных диапазонов гиперзвуковых скоростей, однако самолёт начинает движение с нулевой скорости и предлагаемые аэродинамические формы на дозвуковых скоростях просто не обеспечивают необходимую подъёмную силу. Мы предлагаем новую схему самолёта, которая может удовлетворить различные требования к характеристикам крыла на различных режимах полёта (рис. 5, 6).



Рис. 5. Конфигурация для начальных стадий полёта

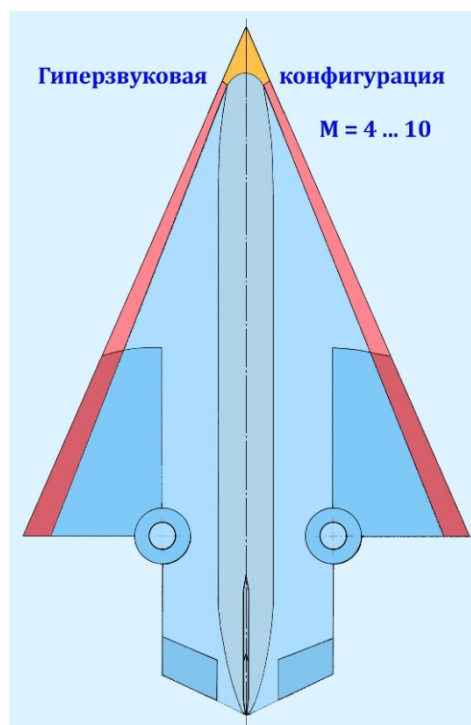


Рис. 6. Крейсерская гиперзвуковая конфигурация

Предложенная конструкция обладает следующими особенностями:

1. Элевоны во взлётно-посадочной конфигурации превращаются в отклоняемый носок в гиперзвуковой конфигурации для управления присоединением ударной волны (скачка уплотнения) на различных числах Маха.

2. В трансзвуковой и сверхзвуковой конфигурации все нагрузки на консоль воспринимаются поворотным узлом. Во взлётно-посадочной и гиперзвуковой конфигурации консоль дополнительно скрепляется с неподвижной частью крыла в четырёх точках цапговыми зажимами, как показано на модели (рис. 7, 8).

3. Поскольку в поворотной секции лонжероны и нервюры меняются местами в различных конфигурациях, мы предлагаем радиальную силовую схему, подобную паутине, которая показана на рис. 7.

Расчёт на прочность в трёх различных конфигурациях показал, что распределения напряжений и деформаций во взлётно-посадочной и дозвуковой конфигурации практически совпадают, поскольку поворотный узел имеет несравнимо большую жёсткость по сравнению с цапговыми зажимами и берёт на себя всю внешнюю нагрузку. Поэтому для оптимизации рассмотрим два случая нагружения: взлётно-посадочный и гиперзвуковой.

Профиль крыла в классическом смысле здесь не присутствует, крыло представим как пластину, и аэродинамическое давление на крыло будем считать равномерным.

Размах внешнего крыла (от поворотного узла до конца крыла) равен 21 м во взлётно-посадочной конфигурации и 11,5 м – в гиперзвуковой конфигурации.

Эксплуатационную перегрузку во взлётно-посадочном режиме примем  $n_y = 1,5$ , а в гиперзвуковом режиме  $n_y = 3$ . Часть взлётной массы, приходящаяся на поворотную консоль, равна 20 378 кг. Допускаемое напряжение  $[\sigma] = 400$  МПа.

Выполним оптимизацию конструкции поворотной секции крыла с использованием разработанного метода и сравним результаты с классическим полнонапряжённым (равнопрочным) распределением материала [4].

Результаты оптимизации для каркаса показаны на рис. 9, 10, а для обшивки – на рис. 11, 12.

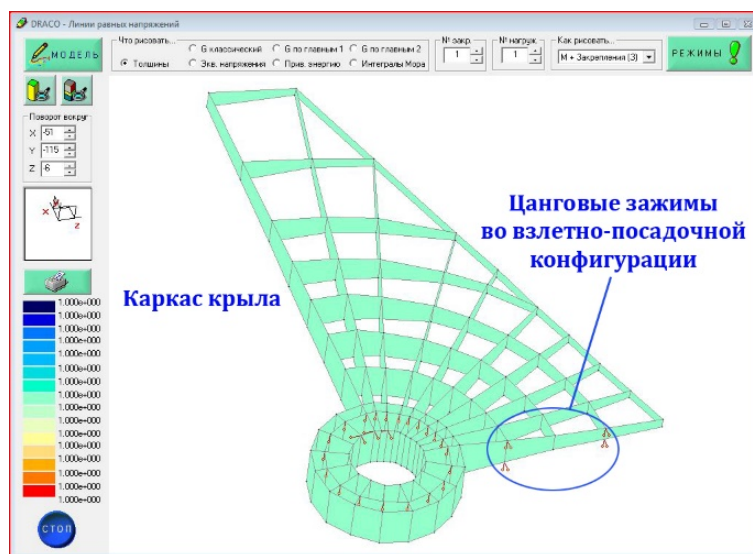


Рис. 7. Каркас крыла



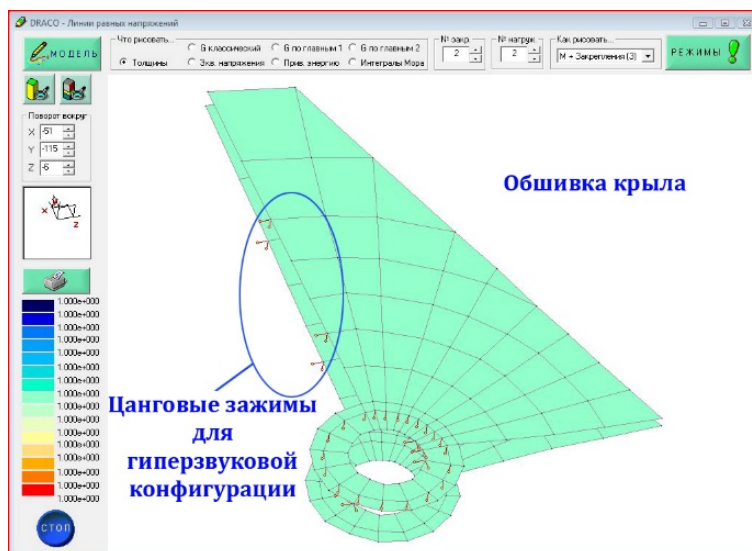


Рис. 8. Обшивка крыла

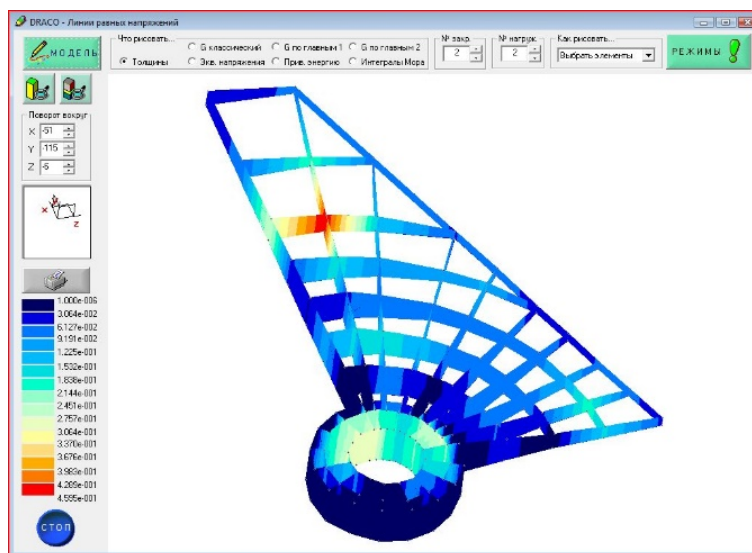


Рис. 9. Равнорное распределение материала по стенкам каркаса  $\delta_{\max} = 4,6$  мм

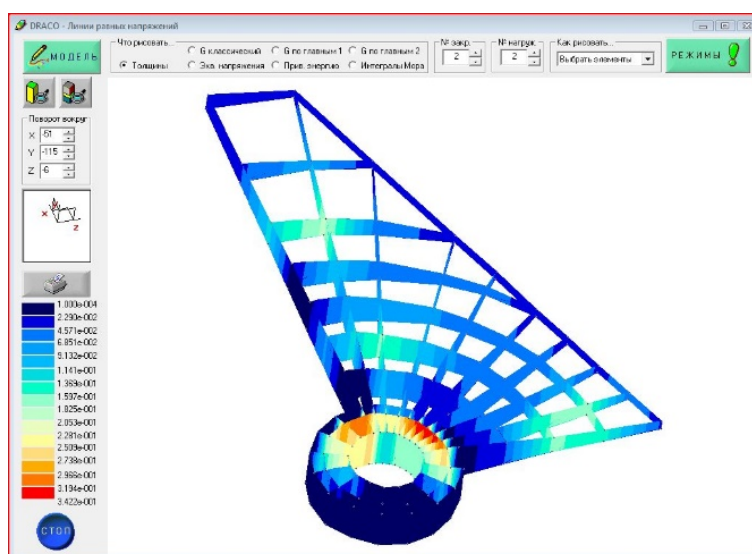


Рис. 10. Распределение материала по стенкам каркаса по нашей теории:  $\delta_{\max} = 3,4$  мм

При таких условиях масса равнопрочного распределения материала равна 2677 кг, тогда как масса конструкции, полученной по нашей теории, равна 2442 кг. Наша конструкция легче равнопрочной. *Выигрыш массы составляет 8,78%*. Запас прочности  $k = \sigma_{\max} / [\sigma]$  обеих конструкций примерно одинаковый: для равнопрочной конструкции  $k = 1,00528$ ; для нашей конструкции  $k = 0,999964$ .

Сравнение рис. 9, 10 и рис. 11, 12 показывает, что распределение материала, полученное по предлагаемой теории, существенно отличается от равнопрочного распределения.

Детальный анализ результатов показывает, что в нашей конструкции большая часть элементов работает в обоих случаях нагружения, тогда как в равнопрочной конструкции можно найти много элементов, которые работают в одном случае нагружения, но не работают в другом. Поэтому равнопрочная конструкция при действии нескольких случаев нагружения не всегда является оптимальной.

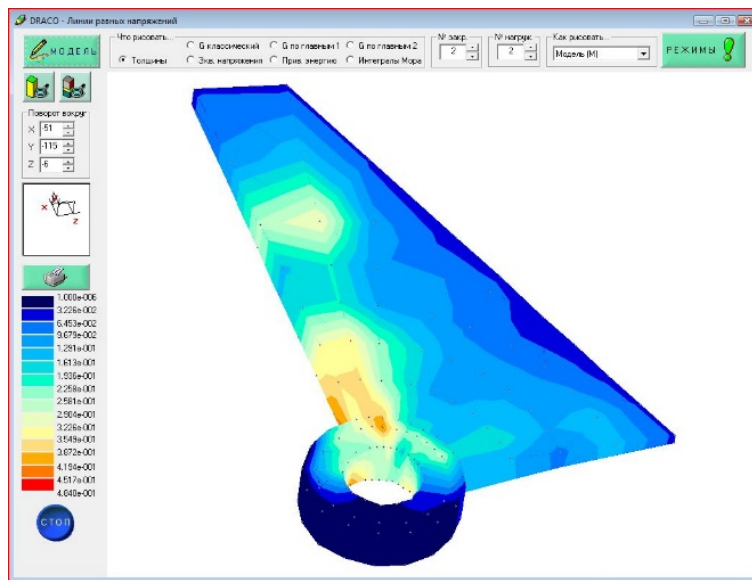


Рис. 11. Равнопрочное распределение материала по обшивке:  $\delta_{\max} = 4,8$  мм

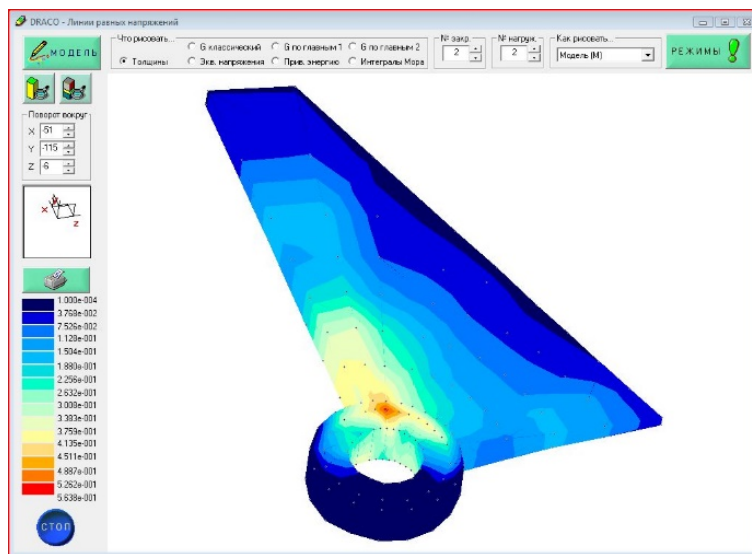


Рис. 12. Распределение материала по обшивке по нашей теории:  $\delta_{\max} = 5,6$  мм

## Заключение

Разработан новый метод, который отыскивает оптимальную конструкцию при действии нескольких случаев нагружения. Проведено тестирование его на задаче Разани и решена модельная задача оптимизации гипотетического крыла гиперзвукового самолёта. Показано, что предлагаемый метод имеет некоторые преимущества в достижении конструкций минимальной массы и даёт конструктору новый инструмент для прочностной оптимизации на ранних стадиях проектирования авиационных конструкций.

## Библиографический список

1. Данилин А.И. Термодинамическая аналогия в оптимальном проектировании упругих систем. Депонирована в ВИНТИ № 1230-В88Деп. 1988. 36 с.
2. Razani R. Behavior of fully stressed design of structures and its relationship to minimum-weight design // *AIAA Journal*. 1965. V. 3, Iss. 12. P. 2262-2268. DOI: 10.2514/3.3355
3. Danilin A.I. The new optimality criteria for structural design with constraining elastic displacements (non-composite forward swept wing without divergence) // *Proceedings of the 28th Congress of the International Council of the Aeronautical Sciences, ICAS-2012 (23-28 September, 2012, Brisbane, Australia)*. V. 3. P. 2275-2280.
4. Данилин А.И. Об энергетических критериях оптимальности // *Вестник Самарского государственного аэрокосмического университета имени академика С.П. Королёва (национального исследовательского университета)*. 2010. № 4 (24). С. 74-79. DOI: 10.18287/2541-7533-2010-0-4(24)-74-79

## DESIGNING OF MINIMUM MASS AIRFRAMES UNDER SEVERAL LOADINGS

© 2020

**A. I. Danilin** Doctor of Science (Engineering), Full Professor of the Department of Aircraft Maintenance;  
Samara National Research University, Samara, Russian Federation;  
[alexdan@ssau.ru](mailto:alexdan@ssau.ru)

We discuss the features of optimal force transfer in a thin-walled structure and use them to develop a method for defining the distribution of material over the structure elements for minimizing its volume. The suggested method works with one or several external loadings and allows one to determine the optimal structure and to recognize the phenomenon of Razani in which a structure with unequal stresses due to several loadings is more light-weight than a fully-stressed one. Using the developed method, we solved the original Razani problem and applied it for the optimization of the wing structure of a novel hypersonic airplane. It is shown that the determined material distribution is 8.78% lighter than that in a conventionally fully-stressed structure.

*Structural optimization; hypersonic aircraft configuration*

---

*Citation:* Danilin A.I. Designing of minimum mass airframes under several loadings. *Vestnik of Samara University. Aerospace and Mechanical Engineering*. 2020. V. 19, no. 4. P. 14-29. DOI: 10.18287/2541-7533-2020-19-4-14-29

### References

1. Danilin A.I. Thermodynamic analogy in optimal design of elastic systems. VINITI no. 1230-B88Dep. 1988. 36p. (In Russ.)
2. Razani R. Behavior of fully stressed design of structures and its relationship to minimum-weight design. *AIAA Journal*. 1965. V. 3, Iss. 12. P. 2262-2268. DOI: 10.2514/3.3355
3. Danilin A.I. The new optimality criteria for structural design with constraining elastic displacements (non-composite forward swept wing without divergence). *Proceedings of the 28th Congress of the International Council of the Aeronautical Sciences, ICAS-2012 (23-28 September, 2012, Brisbane, Australia)*. V. 3. P. 2275-2280.
4. Danilin A.I. Energy optimality criteria. *Vestnik of the Samara State Aerospace University*. 2010. No. 4 (24). P. 74-79. (In Russ.). DOI: 10.18287/2541-7533-2010-0-4(24)-74-79