

## ОБОСНОВАНИЕ ВЫБОРА ШИРИНЫ ФИЛЬТРА ПРИ ИСПОЛЬЗОВАНИИ СПЕКТРА ОГИБАЮЩЕЙ В ВИБРОДИАГНОСТИКЕ ДЕФЕКТОВ РОТОРНЫХ МАШИН

© 2020

**А. Е. Сундуков** кандидат технических наук, директор;  
ООО «Турбина СК», г. Самара;  
[sunduckov@mail.ru](mailto:sunduckov@mail.ru)

Показана определённая неоднозначность границы узкополосности случайных процессов, полученная разными авторами. Использование фильтров разной ширины при получении спектра огибающей затрудняет сопоставление полученных результатов по оценке глубины амплитудной модуляции в вибродиагностике дефектов роторных машин. Исследовались результаты полосовой фильтрации только шумового процесса, а также амплитудно-модулированного шума. Анализ результатов фильтрации широкополосного нормального случайного процесса с постоянной спектральной плотностью и представления ширины спектра полученных колебаний через спектральные моменты показал, что узкополосными следует считать процессы, выделенные фильтром не более 1/3 октавы. Моделирование по амплитуде широкополосного шума гармоническим процессом и оценка зависимости амплитуды модулирующей гармоники, глубины амплитудной модуляции, асимметрии и эксцесса и характеристик огибающей от ширины выделяющего фильтра позволила установить, что при использовании спектра огибающей следует применять относительную ширину фильтра в 30%.

*Роторные машины; вибродиагностика; узкополосность; спектр огибающей; ширина фильтра*

---

*Цитирование:* Сундуков А.Е. Обоснование выбора ширины фильтра при использовании спектра огибающей в вибродиагностике дефектов роторных машин // Вестник Самарского университета. Аэрокосмическая техника, технологии и машиностроение. 2020. Т. 19, № 3. С. 100-108. DOI: 10.18287/2541-7533-2020-19-3-100-108

---

### Введение

При решении задач вибродиагностики роторных машин широкое распространение получил спектр огибающей [1; 2]. Он позволяет оценивать степень развития дефектов, возбуждаемых силами механического, аэродинамического и гидродинамического трений даже по однократному измерению параметров вибраций. Широкая практика его использования подтверждает высокую эффективность метода.

Процедура применения спектра огибающей заключается в следующем. На основе анализа автоспектра вибрации определяется частотная область для последующего анализа. Это может быть область достаточно интенсивного вибрационного шума, область резонансных колебаний элементов конструкции машины, зона, содержащая определённую дискретную составляющую спектра. В выбранной частотной области узкополосным фильтром выделяется исследуемый процесс, рассчитывается огибающая с последующей оценкой её автоспектра. Для выявленных в спектре огибающей дискретных составляющих определяется глубина амплитудной модуляции (АМ). Величина этого параметра определяет степень развития дефекта. Например, применительно к подшипникам качения авторы метода дают следующую градацию [3]:

- слабая степень развития дефекта – глубина АМ 5-7%;
- средняя 12-15%;
- сильная 20%.

При выборе ширины фильтра неизбежно встаёт вопрос о границе узкополосности. В практике вибродиагностики часто используются фильтры шириной в 1/3 октавы (23% относительно центральной частоты). Однако встречаются работы, в которых применя-

ются октавные фильтры (~67%). В статистической радиотехнике [4] узкополосными считаются процессы с относительной шириной

$$\frac{\Delta f}{f_0} \ll 1,$$

где  $\Delta f, f_0$  – соответственно ширина фильтра и его центральная частота.

В работе [5] к классу узкополосных предлагается отнести процессы, удовлетворяющие условию  $\Delta f/f_0 \leq 2/3$ . Авторы работы [6] считают узкополосными процессы, когда  $\Delta f/f_0 \leq 0,2$ . Известны ещё ряд предложений по определению этой границы. Очевидно, что отмеченное разнообразие в определении узкополосности связано с тем, что авторы определяют её при решении различных задач. При решении задач вибродиагностики использование разными авторами фильтров с отличающейся шириной затрудняет сопоставление полученных ими результатов. Предметом данной работы является обоснование выбора ширины используемого фильтра для оценки глубины АМ при использовании спектра огибающей.

### Метод решения

В работе [7] показано, что наиболее универсальной характеристикой ширины энергетического спектра является его представление через спектральные моменты

$$\varepsilon = \left( 1 - \frac{m_2^2}{m_0 m_4} \right)^{1/2}, \quad (1)$$

где  $m_0, m_2, m_4$  – спектральные моменты 0, 2, 4 порядка;  $m_0$  – дисперсия процесса.

Соотношение (1) можно записать в виде

$$\varepsilon = \left[ \left( 1 - \frac{\bar{\omega}}{\bar{\omega}_m} \right)^2 \right]^{1/2},$$

где  $\bar{\omega} = \left( \frac{m_2}{m_0} \right)^{1/2}$ ,  $\bar{\omega}_m = \left( \frac{m_4}{m_2} \right)^{1/2}$ . Здесь  $\bar{\omega}$  – средняя частота следования нулей стационарного случайного нормального процесса;  $\bar{\omega}_m$  – средняя частота следования его экстремальных значений.

Выполнен анализ отношения  $\beta = \frac{\bar{\omega}_m}{\bar{\omega}}$  процесса, полученного при прохождении нормального стационарного широкополосного шума с постоянной спектральной плотностью через фильтр с прямоугольной амплитудно-частотной характеристикой и шириной  $\Delta f = f_2 - f_1$ . Полученные аналитические зависимости позволили разделить исследованный диапазон изменений величины  $\Delta f/f_0$  (0 ÷ 1) на два поддиапазона, соответствующих узкополосному и широкополосному шуму.

Выполнено моделирование широкополосного нормально распределённого шума с постоянной спектральной плотностью, модулированного гармоническим процессом. Для этого гармонический процесс смещался в положительную область и перемножался

с шумовым компонентом. Полученный широкополосный модулированный процесс последовательно фильтровался полосовым фильтром Чебышева, выделялась огибающая посредством преобразования Гильберта, рассчитывался автоспектр и оценивалась глубина АМ. Величина  $\Delta f / f_0$  менялась от 0,05 до 1 с шагом 0,05. По полученным данным строились зависимости исследуемых параметров в функции ширины используемого фильтра. Моделирование и обработка данных выполнены с использованием пакета WinПОС expert НПП «Мера».

### Результаты и их обсуждение

Как известно [7; 8], величины  $\bar{\omega}$ ,  $\bar{\omega}_m$  через спектральные моменты можно представить следующим образом:

$$\bar{\omega} = \frac{1}{2\pi} \left[ \frac{\int_0^{\infty} f^4 S(f) dt}{\int_0^{\infty} f^2 S(f) dt} \right]^{1/2}, \quad (2)$$

$$\bar{\omega}_m = \frac{1}{2\pi} \left[ \frac{\int_0^{\infty} f^2 S(f) dt}{\int_0^{\infty} S(f) dt} \right]^{1/2}, \quad (3)$$

где  $S(f)$  – спектральная плотность шума. Тогда, учитывая, что  $S(f) = \text{const}$ , соответствующие моменты спектра определяются как

$$m_0 = (f_2 - f_1)S(f), \quad m_2 = \frac{1}{3}(f_2^3 - f_1^3)S(f), \quad m_4 = \frac{1}{5}(f_2^5 - f_1^5)S(f).$$

Отсюда соотношения (2) и (3) примут вид

$$\bar{\omega} = \frac{1}{2\pi} \left[ \frac{3(f_2^5 - f_1^5)}{5(f_2^3 - f_1^3)} \right]^{1/2}, \quad (4)$$

$$\bar{\omega}_m = \frac{1}{2\pi} \left[ \frac{(f_2^3 - f_1^3)}{3(f_2 - f_1)} \right]^{1/2}. \quad (5)$$

Поделив (5) на (4) с учётом, что  $f_1 = f_0 - \frac{z}{2}$ ,  $f_2 = f_0 + \frac{z}{2}$ ,  $z = \frac{\Delta f}{f_0}$ , получим

$$\beta = \sqrt{\frac{9}{5}} \frac{\left[ \left( \left( 1 + \frac{z}{2} \right)^5 - \left( 1 - \frac{z}{2} \right)^5 \right) z \right]^{1/2}}{\left( 1 + \frac{z}{2} \right)^3 - \left( 1 - \frac{z}{2} \right)^3}. \quad (6)$$

В соотношении (6) проведём замену переменной  $z$  на параметр  $c = \frac{1}{z} - 0,5$ , получим:

$$\beta = \sqrt{\frac{9}{5}} \frac{\left\{ \left[ \left( \frac{2c+2}{2c+1} \right)^5 - \left( \frac{2c}{2c+1} \right)^5 \right] \frac{1}{c+0,5} \right\}^{1/2}}{\left( \frac{2c+2}{2c+1} \right)^3 - \left( \frac{2c}{2c+1} \right)^3}. \quad (7)$$

Графическая зависимость  $\beta(c)$  соотношения (7) представлена на рис. 1.

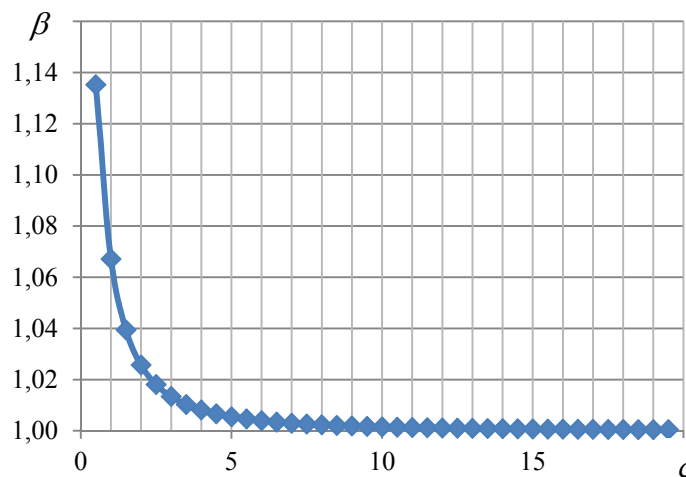
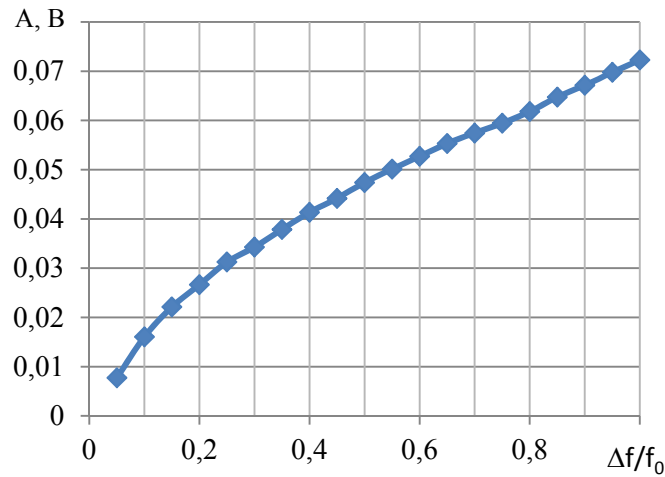


Рис. 1. Зависимость параметра  $\beta$  от  $c$

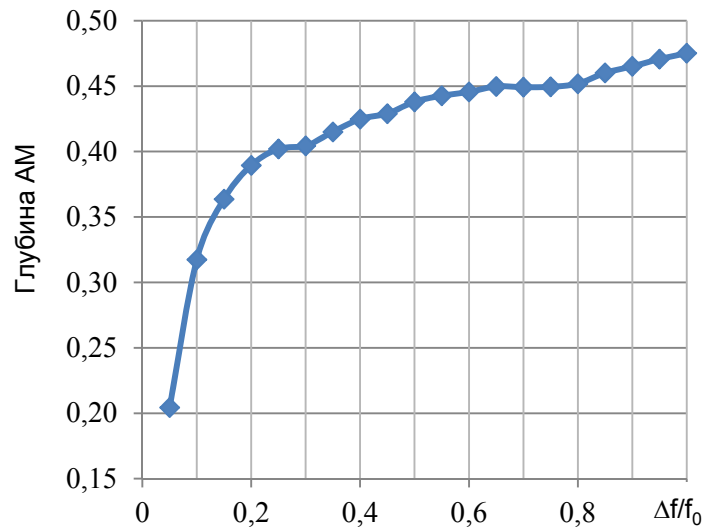
Анализ соотношения (7) показывает, что после  $c = 3,85$  изменение величины  $\beta$  носит практически линейный характер и не превышает 1%. Тогда зону  $c (0 \div 3,85)$  следует считать областью широкополосных процессов, а зону  $c > 3,85$  – областью узкополосных процессов. При  $c = 3,85 - \Delta f / f_0 = 0,23$ . Следовательно при прохождении стационарного нормального широкополосного шума с постоянной спектральной плотностью через фильтры с относительной шириной  $\Delta f / f_0 \leq 23\%$  формируются узкополосные случайные процессы.

Выполнен анализ модулированного по амплитуде широкополосного стационарного нормального шума с постоянной спектральной плотностью гармоническим процессом частотой 40 Гц. Исследовались изменения амплитуды модулирующей гармоники ( $A$ ), глубины  $AM$ , асимметрии и эксцесса процесса, среднего ( $\bar{A}$ ) и среднеквадратического ( $S_A$ ) значений огибающей и коэффициента вариации ( $\nu$ ) при прохождении ис-

ходного процесса через фильтр с последовательно меняющейся шириной. Центральная частота фильтра  $f_0 = 1000$  Гц, относительная ширина фильтра менялась с 0,05 до 1 с шагом 0,05. Анализировались данные в широком диапазоне отношений среднеквадратического значения шума ( $S_{ш}$ ) и гармоник ( $S_{г}$ ),  $S_{ш}/S_{г} = 1, 10, 20, 100$ . На рис. 2 – 8 представлен графический вид полученных зависимостей при  $S_{ш}/S_{г} = 10$ , где размерные величины представлены в вольтах (В).



*Рис. 2. Зависимость амплитуды модулирующей гармоники от величины  $\Delta f/f_0$*



*Рис. 3. Зависимость глубины AM от величины  $\Delta f/f_0$*

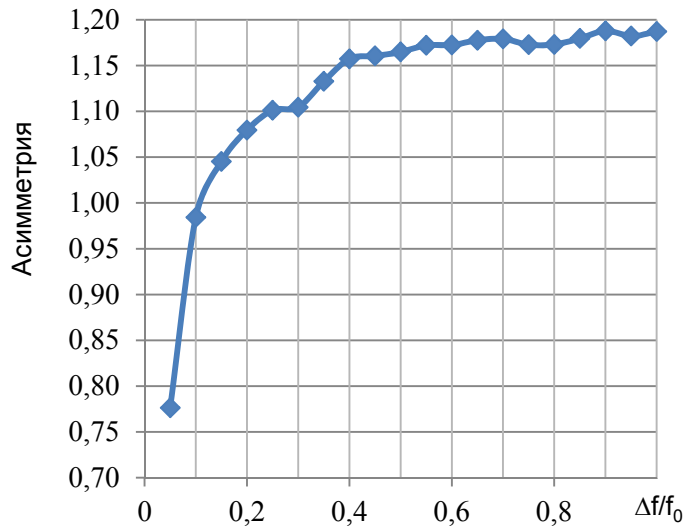


Рис. 4. Зависимость асимметрии от величины  $\Delta f / f_0$

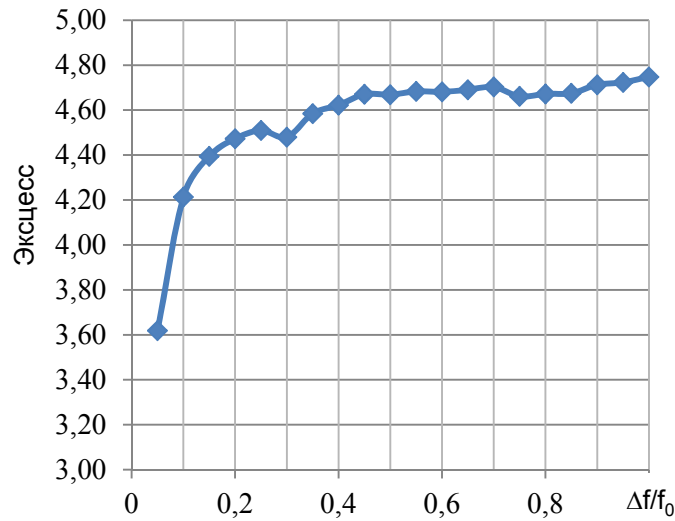


Рис. 5. Зависимость эксцесса от величины  $\Delta f / f_0$

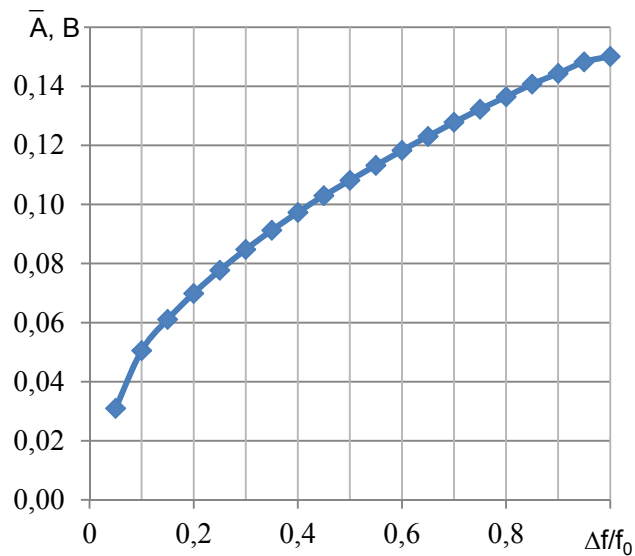


Рис. 6. Зависимость средней амплитуды огибающей от величины  $\Delta f / f_0$

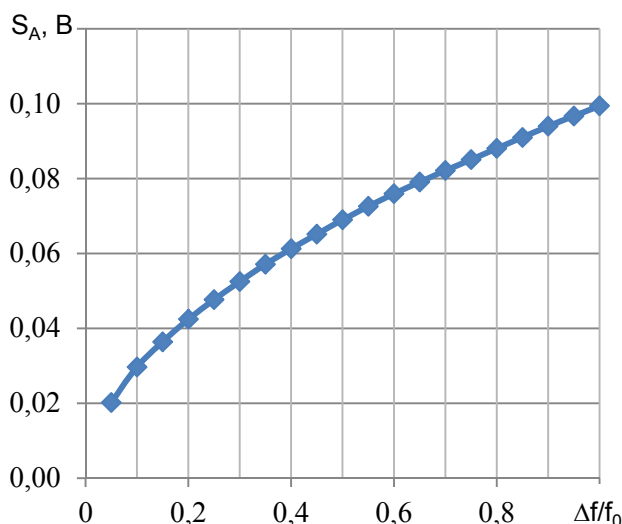


Рис. 7. Зависимость среднеквадратического значения огибающей от величины  $\Delta f/f_0$

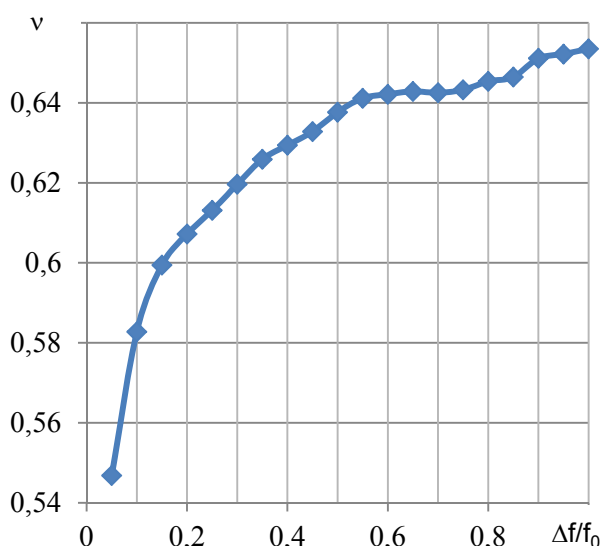


Рис.8. Зависимость коэффициента вариации огибающей от величины  $\Delta f/f_0$

Выполненный анализ показал, что характер поведения исследуемых параметров при изменении величины  $S_{III}/S_T$  остаётся практически неизменным.

Из представленных данных видно, что с увеличением  $\Delta f/f_0$  :

– монотонно растут амплитуда модулирующей гармоники, средняя амплитуда огибающей, среднеквадратическое значение огибающей;

– монотонный рост глубины АМ, асимметрии и эксцесса нарушается дважды. Первый перегиб зависимостей происходит при значении  $\Delta f/f_0 = 0,30$ , второй – при  $\Delta f/f_0 = 0,70 \div 0,80$ ;

– перегиб коэффициента вариации происходит при значении  $\Delta f/f_0 = 0,70$ .

При исследовании вибрационного состояния роторных машин желательно получать максимально возможное значение диагностических признаков дефектов. Учитывая это обстоятельство, полученные данные дают основание заключить, что для получения сопоставимых и однозначных результатов по глубине АМ широкополосного вибраци-

онного шума его фильтрацию необходимо проводить фильтром с шириной 30% относительно центральной частоты.

### Заключение

1. При фильтрации широкополосного стационарного нормального шума с постоянной спектральной плотностью следует считать узкополосными процессы, выделенные фильтром не более  $1/3$  октавы.

2. При использовании спектра огибающей при расчёте глубины АМ её спектральных составляющих целесообразно проводить после фильтрации исследуемого вибрационного процесса фильтром шириной в 30% относительно его центральной частоты.

### Библиографический список

1. Генкин М.Д., Соколова А.Г. Виброакустическая диагностика машин и механизмов. М.: Машиностроение, 1987. 288 с.
2. Неразрушающий контроль. Справочник в 7 т. Т. 7, кн. 2. Вибродиагностика / под ред. В.В. Клюева. М.: Машиностроение, 2005. 828 с.
3. Барков А.В., Баркова Н.А., Азовцев Ю.А. Мониторинг и диагностика роторных машин по вибрации: учеб. пособие. СПб.: Изд. центр СПбГМТУ, 2000. 159 с.
4. Гоноровский И.С. Радиотехнические цепи и сигналы. М.: Радио и связь, 1986. 512 с.
5. Надеинская Н.С. Представление узкополосных действительных сигналов при помощи неравномерно смещённых базисных функций с положительными коэффициентами // Радиотехника и электроника. 1972. Т. 17, № 7. С. 1533-1535.
6. Аграновский А.В., Елисеев Л.А., Покровский А.В. Анализ ошибок формирования квадратурных составляющих преобразованием Гильберта // Межвуз. сборник научных трудов «Вибродиагностика качества механизмов приборов». Вып. 188. Ленинград: ЛИАП, 1987. С. 79-83.
7. Ерохин С.К. О ширине энергетического спектра аддитивной смеси стационарного нормального шума и гармонического сигнала // Радиотехника и электроника. 1971. Т. 16, № 11. С. 2005-2007.
8. Cartwright D.E., Longuet-Higgins M.S. The statistical distribution of the maxima of a random function // Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences. 1956. V. 237, Iss. 1209. P. 212-232. DOI: 10.1098/rspa.1956.0173

### ARGUMENTATION OF FILTER WIDTH SELECTION WITH THE USE OF ENVELOPE SPECTRUM IN VIBRATION DIAGNOSTICS OF ROTARY MACHINE DEFECTS

© 2020

**A. E. Sundukov** Candidate of Science (Engineering), Director;  
Turbine SK LLC, Samara, Russian Federation;  
[Sunduckov@mail.ru](mailto:Sunduckov@mail.ru)

The paper shows certain ambiguity of the narrow-band boundary of random processes obtained by different authors. The use of filters of different widths in obtaining the envelope spectrum makes it difficult to compare the obtained results by estimating the depth of amplitude modulation in vibration diagnostics of defects in rotary machines. We studied the results of bandpass filtering of the noise process only, as well as of amplitude-modulated noise. The analysis of the results of filtering of a broadband normal random process with constant spectral density and the representation of the



spectrum width of the resulting oscillations through spectral moments showed that processes selected by a filter of no more than 1/3 octave bandwidth should be considered narrowband. Simulation of the amplitude of a broadband noise by the harmonic process and estimating the dependence of the modulating harmonic amplitude, the depth of amplitude modulation, skewness and kurtosis, as well as envelope characteristics on the width of the selecting filter allowed us to establish that a relative filter width of 30% should be applied when the envelope spectrum is used.

*Rotary machines; vibrations; narrowband; envelope spectrum; filter width.*

---

*Citation:* Sundukov A.E. Argumentation of filter width selection with the use of envelope spectrum in vibration diagnostics of rotary machine defects. *Vestnik of Samara University. Aerospace and Mechanical Engineering*. 2020. V. 19, no. 3. P. 100-108. DOI: 10.18287/2541-7533-2020-19-3-100-108

## References

1. Genkin M.D., Sokolova A.G. *Vibroakusticheskaya diagnostika mashin i mekhanizmov* [Vibroacoustic diagnostics of machines and mechanisms]. Moscow: Mashinostroenie Publ., 1987. 288 p.
2. *Nerazrushayushchiy kontrol'. Spravochnik v 7 t. T. 7, kn. 2. Vibrodiagnostika / pod red. V.V. Klyueva* [Nondestructive testing: Handbook. In 7 volumes. V. 7. Book 2. Vibration-based diagnostics / ed. by V.V. Klyuev]. Moscow: Mashinostroenie Publ., 2005. 828 p.
3. Barkov A.V., Barkova N.A., Azovtsev Yu.A. *Monitoring i diagnostika rotornykh mashin po vibratsii: ucheb. posobie* [Vibration-based monitoring and diagnostics of rotary machines. Textbook]. SPb.: Izd. Tsentr SMTU Publ., 2000. 159 p.
4. Gonorovskiy I.S. *Radiotekhnicheskie tsepi i signaly* [Radio engineering circuits and signals]. Moscow: Radio i Svyaz' Publ., 1986. 512 p.
5. Nadeinskaya N.S. Representation of narrow-band real signals using unevenly displaced basis functions with positive coefficients. *Radio Engineering and Electronic Physics*. 1972. V. 17, no. 7. P. 1533-1535.
6. Agranovskiy A.V., Eliseev L.A., Pokrovskiy A.V. Analiz oshibok formirovaniya kvadraturnykh sostavlyayushchikh preobrazovaniem Gil'berta. *Mezhvuz. sbornik nauchnykh trudov «Vibrodiagnostika kachestva mekhanizmov priborov»*. Vyp. 188. Leningrad: LIAP Publ., 1987. P. 79-83. (In Russ.)
7. Erokhin S.K. About the width of the energy spectrum of an additive mixture of stationary normal noise and a harmonic signal. *Radio Engineering and Electronic Physics*. 1971. V. 16, no. 11. P. 2005-2007.
8. Cartwright D.E., Longuet-Higgins M.S. The statistical distribution of the maxima of a random function. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences*. 1956. V. 237, Iss. 1209. P. 212-232. DOI: 10.1098/rspa.1956.0173