

## АНАЛИЗ ВОЗМУЩЁННОГО ТРАНСАТМОСФЕРНОГО ДВИЖЕНИЯ ПЕРВОЙ СТУПЕНИ АВИАЦИОННО-КОСМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

© 2020

**М. М. Крикунов** кандидат технических наук, старший научный сотрудник;  
Самарский национальный исследовательский университет  
имени академика С.П. Королёва;  
[krikunov.mm@ssau.ru](mailto:krikunov.mm@ssau.ru)

Рассмотрено возмущённое трансатмосферное движение первой ступени авиационно-космической системы. В качестве возмущений приняты отклонения плотности атмосферы от стандартных значений и отклонения коэффициентов аэродинамических сил от номинальных значений. Определены оптимальные программы угла атаки первой ступени. Проведён сравнительный анализ оптимальных программ управления, полученных для невозмущённого и возмущённого движения.

*Авиационно-космическая система; первая ступень; набор высоты; разгон; программа угла атаки; атмосферные возмущения; аэродинамические возмущения; оптимальное управление; метод принципа максимума*

---

**Цитирование:** Крикунов М.М. Анализ возмущённого трансатмосферного движения первой ступени авиационно-космической системы // Вестник Самарского университета. Аэрокосмическая техника, технологии и машиностроение. 2020. Т. 19, № 3. С. 18-30. DOI: 10.18287/2541-7533-2020-19-3-18-30

### Введение

Одним из возможных подходов к решению задачи оперативного запуска на орбиту искусственных спутников Земли и малых космических аппаратов является создание специализированных аэрокосмических систем (АэрКС). АэрКС включает в себя две ступени. Первая ступень использует самолётные принципы при движении в атмосфере, а вторая – является ракетой-носителем воздушного старта. Первая ступень должна обеспечить старт второй ступени для вывода полезной нагрузки на околоземную орбиту. Исследования и перспективные разработки первых ступеней АэрКС включают наряду с решением проблем аэродинамики, двигателестроения и конструкции также и вопросы определения программ управления и траекторий движения.

Известные результаты в области движения аэрокосмических летательных аппаратов (ЛА), полученные отечественными и зарубежными исследователями, обобщены в монографии [1]. Ряд результатов получен в Самарском национальном исследовательском университете имени академика С. П. Королёва, например [2–5].

В работе рассматривается первая ступень АэрКС – ЛА MPV транспортной системы RASCAL (Responsive Access Small Cargo Affordable Launch) (США), который в сочетании с ракетой воздушного старта может обеспечить вывод миниспутников массой до 200 кг на орбиту искусственного спутника Земли (ИСЗ).

Для сверхзвукового ЛА важнейшим является участок полёта, связанный с набором высоты и выполнением заданных конечных условий движения по высоте, скорости и углу наклона траектории, определяющих условия старта второй ступени АэрКС.

В работе [5] с использованием метода принципа максимума Понтрягина получено решение задачи оптимизации трансатмосферного движения ЛА с целью максимизации конечной скорости при заданных конечных значениях высоты и угла наклона траектории. Решение задачи проведено на примере пассивного набора высоты ЛА MPV. Угол атаки на большей части траектории увеличивается для обеспечения заданных конечных

значений высоты и угла наклона траектории, а затем уменьшается для обеспечения наибольшей конечной скорости.

Объектом исследования является возмущённое движение ЛА MPV транспортной системы RASCAL. Основной целью работы является получение и анализ оптимальных программ управления ЛА MPV при «атмосферных» и «аэродинамических» возмущениях.

### Математическая модель движения

Принятая в работе модель движения включает в себя:

- 1) уравнения движения,
- 2) граничные условия движения,
- 3) управление,
- 4) ограничения,
- 5) характеристики летательного аппарата MPV;

используются следующие допущения:

- 1) движение происходит в вертикальной плоскости,
- 2) поле тяжести является однородным,
- 3) атмосфера неподвижна,
- 4) аппарат является материальной точкой постоянной массы,
- 5) используются приближённые формулы для синуса и косинуса угла атаки  $\alpha$  в

виде:

$$\sin \alpha \approx \alpha, \quad \cos \alpha \approx 1 - \frac{\alpha^2}{2}.$$

С учётом принятых допущений уравнения движения ЛА в траекторной системе координат примут вид [3]:

$$\begin{cases} \dot{V} = -C_{xa} \frac{\rho V^2}{2m} S - g_0 \sin \theta, \\ \dot{\theta} = \frac{1}{V} \left( C_{ya} \frac{\rho V^2}{2m} S - g_0 \cos \theta \right) + \frac{V \cos \theta}{R_3 + h}, \\ \dot{h} = V \sin \theta. \end{cases}$$

Здесь  $V$  – скорость, м/с;  $\theta$  – угол наклона траектории, рад;  $h$  – высота полёта, м;  $m$  – масса ЛА, кг;  $\alpha$  – угол атаки, рад;  $C_{xa}$  – коэффициент лобового сопротивления;  $C_{ya}$  – коэффициент подъёмной силы;  $S$  – характерная площадь ЛА;  $\rho$  – плотность атмосферы Земли;  $R_3$  – радиус Земли, м;  $g_0$  – ускорение свободного падения, м/с<sup>2</sup>.

Аэродинамические характеристики ЛА представляются зависимостями:

$$\begin{aligned} C_{xa}(M, \alpha) &= C_{xa0}(M) + C_{xa1}(M)\alpha + C_{xa2}(M)\alpha^2, \\ C_{ya}(M, \alpha) &= C_{ya0}(M) + C_{ya1}(M)\alpha. \end{aligned} \tag{1}$$

Начальные и конечные граничные условия движения запишем в виде:

$$\begin{aligned} t = t_n : V = M_n a(h_n), \theta = \theta_n, h = h_n; \\ t = t_k : \theta = \theta_k, h = h_k. \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь  $t$  – время;  $M$  – число Маха;  $a$  – скорость звука;  $M_n, \theta_n, \theta_k, h_n, h_k$  – заданные числа.

В качестве функции управления принята программа угла атаки при ограничениях:

$$\alpha_{\min} \leq \alpha(t) \leq \alpha_{\max},$$

где  $\alpha_{\min}$  и  $\alpha_{\max}$  – значения соответственно минимального и максимального угла атаки.

Источники информации о массовых, геометрических, аэродинамических характеристиках ЛА указаны в [6].

Для расчётов «атмосферных» возмущений использована универсальная модель отклонений плотности атмосферы [7]:

$$\rho(h) = \rho_{cm}(h) + \xi \sigma_\rho(h), \quad (3)$$

где плотность атмосферы  $\rho(h)$  представляется как нормальная случайная функция высоты  $h$ ; математическое ожидание  $\rho_{cm}(h)$  вычисляется в соответствии со стандартной атмосферой; величина  $\xi$  – нормально распределённая случайная величина с нулевым математическим ожиданием и дисперсией, равной единице. Среднее квадратическое отклонение  $\sigma_\rho(h)$  определяется соотношением:

$$\sigma_\rho(h) = \sigma_{\rho 0} \exp(-0,15 \cdot 10^{-3} h),$$

где  $\sigma_{\rho 0} = 0,05 \text{ кг/м}^3$  – средняя величина, соответствующая условиям на нулевой высоте [7].

Действительные значения возмущений аэродинамических характеристик (АХ) для ЛА МРV неизвестны. Влияние отклонений АХ на конечные условия движения исследовалось при моделировании движения ЛА с изменёнными следующим образом коэффициентами аэродинамических сил:

$$C_{ya} = C_{ya0} (1 + \Delta C_{ya}),$$

$$C_{xa} = C_{xa0} (1 + \Delta C_{xa}).$$

Здесь  $C_{ya}, C_{xa}$  – «возмущённые» коэффициенты подъёмной силы и лобового сопротивления, соответственно;  $C_{ya0}, C_{xa0}$  – номинальные коэффициенты подъёмной силы и лобового сопротивления, соответственно;  $\Delta C_{ya}, \Delta C_{xa}$  – отклонения «возмущённого» коэффициента от номинального значения.

### Постановка и решение задачи оптимизации

Физический смысл данной постановки задачи заключается в следующем: требуется перевести ЛА за произвольное время  $T = t_k - t_n$  с начальной высоты  $h_n$  на высоту  $h_k$  (с изменением угла наклона траектории от начального значения  $\theta_n$  до значения  $\theta_k$ ) таким образом, чтобы конечная скорость  $V_k$  была максимальной. Для решения поставленной задачи используется принцип максимума Понтрягина [8].

Для того, чтобы функционал  $\Delta G = V_n - V_k$  вариационной задачи Майера достигал сильного минимума, необходимо существование на интервале времени  $t \in [0, T]$  ненулевых непрерывных функций  $\psi_V(t)$ ,  $\psi_\theta(t)$ ,  $\psi_h(t)$ , удовлетворяющих сопряжённой системе, на которых:

- 1) функция Гамильтона достигает максимума по углу атаки;
- 2) выполняется условие трансверсальности в виде:

$$[\psi_V \delta V + \psi_\theta \delta \theta + \psi_h \delta h + H \delta t + \delta G]_0^T = 0.$$

Функция Гамильтона записывается в виде:

$$H = \psi_V \dot{V} + \psi_\theta \dot{\theta} + \psi_h \dot{h}, \quad (4)$$

где  $\psi_V$ ,  $\psi_\theta$ ,  $\psi_h$  – сопряжённые переменные.

Сопряжённые переменные определяются из решения системы сопряжённых дифференциальных уравнений вида:

$$\dot{\psi}_V = -\frac{\partial H}{\partial V}, \quad \dot{\psi}_\theta = -\frac{\partial H}{\partial \theta}, \quad \dot{\psi}_h = -\frac{\partial H}{\partial h}.$$

$$\begin{cases} \dot{\psi}_V = \psi_V \left( \frac{\partial C_{xa}}{\partial V} \cdot \frac{V}{2} + C_{xa} \right) \frac{\rho V}{m} S - \psi_\theta \left[ \left( V \frac{\partial C_{ya}}{\partial V} + C_{ya} \right) \frac{\rho S}{2m} + \frac{\cos \theta}{R_3 + h} + \frac{g_0 \cos \theta}{V^2} \right] - \psi_h \sin \theta, \\ \dot{\psi}_\theta = \psi_V g_0 \cos \theta + \psi_\theta \left( \frac{V}{R_3 + h} - \frac{g_0}{V} \right) \sin \theta - \psi_h V \cos \theta, \\ \dot{\psi}_h = \psi_V \left( \frac{\partial C_{xa}}{\partial h} \rho + C_{xa} \frac{\partial \rho}{\partial h} \right) \frac{V^2 S}{2m} - \psi_\theta \left[ \left( \frac{\partial C_{ya}}{\partial h} \rho + C_{ya} \frac{\partial \rho}{\partial h} \right) \frac{VS}{2m} - \frac{V \cos \theta}{(R_3 + h)^2} \right]. \end{cases}$$

Необходимое условие максимума функции Гамильтона по углу атаки имеет вид:

$$\frac{\partial H}{\partial \alpha} = 0.$$

Оптимальный угол атаки имеет вид:

$$\alpha_{opt} = \frac{1}{2C_{xa2}} \left( \frac{1}{V} \cdot \frac{\psi_{\theta}}{\psi_V} C_{ya1} - C_{xa1} \right),$$

где  $C_{xa1}$ ,  $C_{xa2}$ ,  $C_{ya1}$  – коэффициенты из зависимостей (1).

### Оптимизация возмущённого движения

Оптимальная «номинальная» программа управления приведена на рис. 1. Этой программе соответствуют следующие конечные условия движения:  $h_k = 63158$  м,  $M_k = 2,38$ ,  $\theta_k = 20^\circ$  (табл. 1).

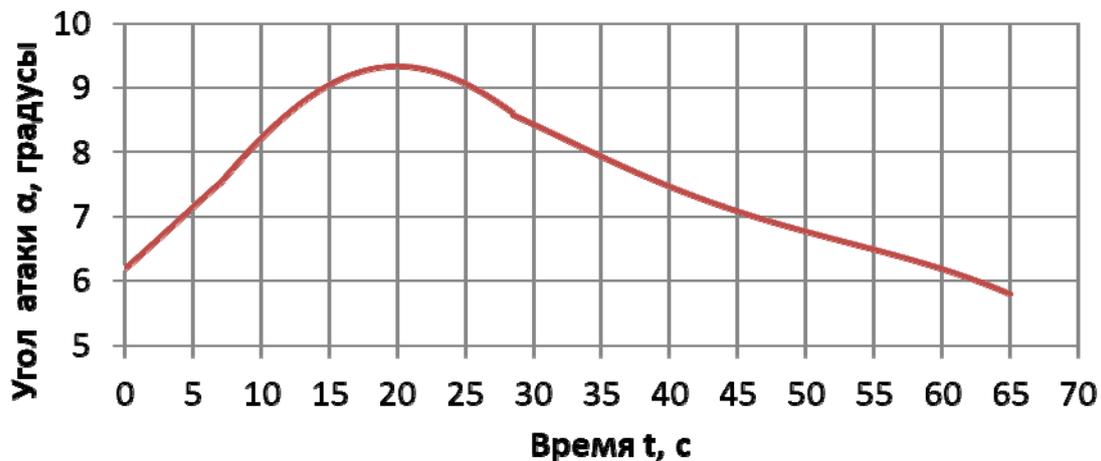


Рис. 1. Оптимальная «номинальная» программа угла атаки

В качестве критерия оптимизации принято изменение скорости

$$V = V(t_n) - V(t_k),$$

которую необходимо минимизировать.

Требуется определить программу управления углом атаки  $\alpha(t)$  для принятой системы уравнений движения в траекторной системе координат с граничными условиями (2), доставляющую минимум функционалу (4).

Задача оптимального управления, как и в [2], решалась с применением формализма принципа максимума Понтрягина [8].

**Атмосферные возмущения.** При моделировании возмущённого движения ЛА использовались следующие значения входящей в (3) нормально распределённой случайной величины  $\xi = -5,5$  и  $\xi = 5,5$ , соответствующие предельно «разреженной» и предельно «плотной» атмосфере. На рис. 2 – 5 изображены оптимальные «возмущённые» программы угла атаки  $\alpha$ , коэффициенты подъёмной силы  $C_{ya}$  и лобового сопротивления  $C_{xa}$  и аэродинамическое качество при движении с атмосферными возмущениями.

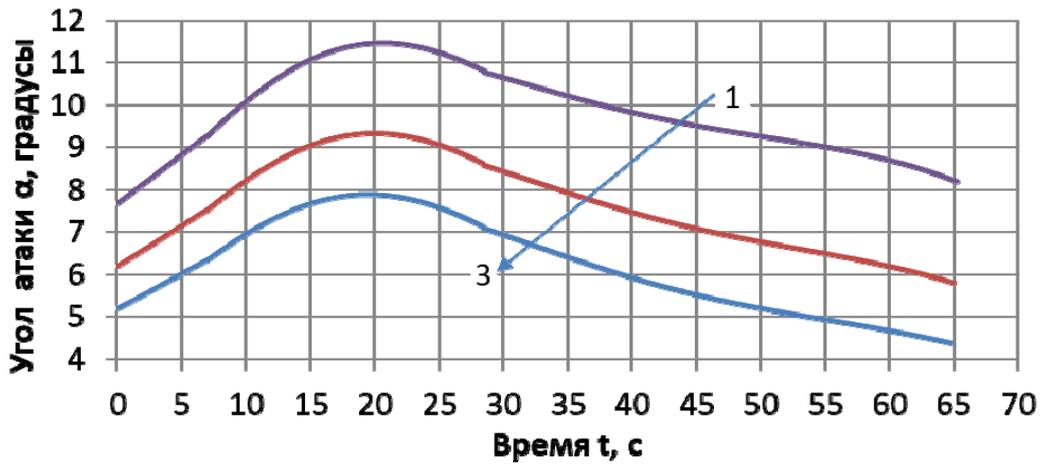


Рис. 2. Оптимальные «возмущённые» программы угла атаки при атмосферных возмущениях: 1 – предельно «разреженная» атмосфера ( $\xi = -5,5$ ); 2 – стандартная атмосфера ( $\xi = 0$ ); 3 – предельно «плотная» атмосфера ( $\xi = 5,5$ )

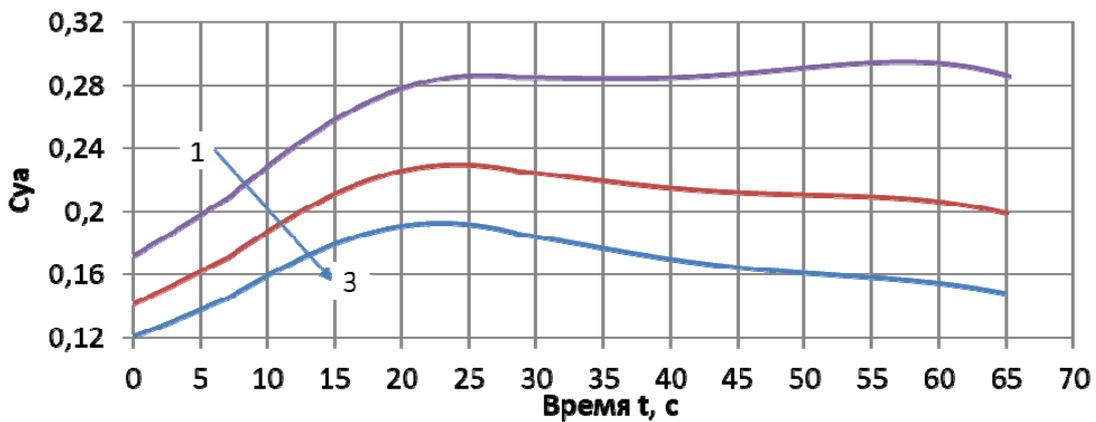


Рис. 3. Коэффициент подъёмной силы при движении с атмосферными возмущениями: 1 – предельно «разреженная» атмосфера ( $\xi = -5,5$ ); 2 – стандартная атмосфера ( $\xi = 0$ ); 3 – предельно «плотная» атмосфера ( $\xi = 5,5$ )

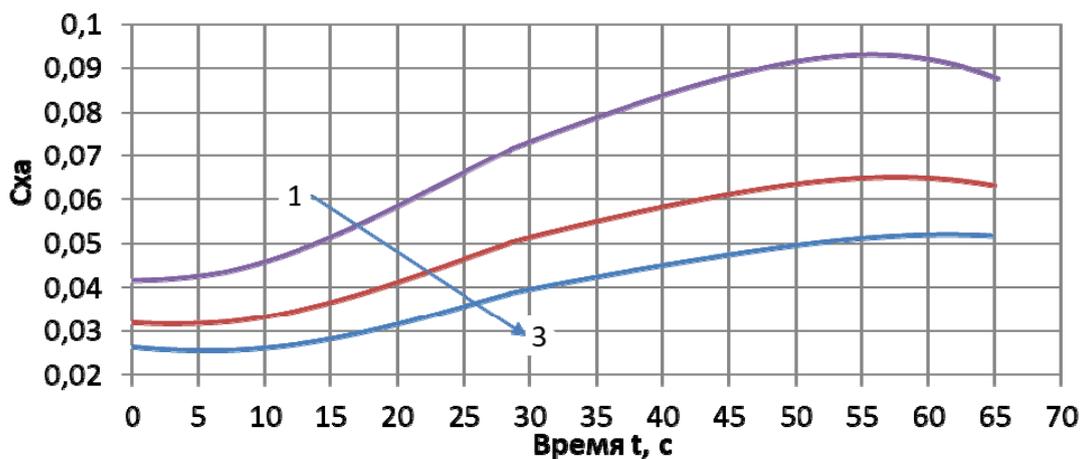


Рис. 4. Коэффициент лобового сопротивления при движении с атмосферными возмущениями: 1 – предельно «разреженная» атмосфера ( $\xi = -5,5$ ); 2 – стандартная атмосфера ( $\xi = 0$ ); 3 – предельно «плотная» атмосфера ( $\xi = 5,5$ )

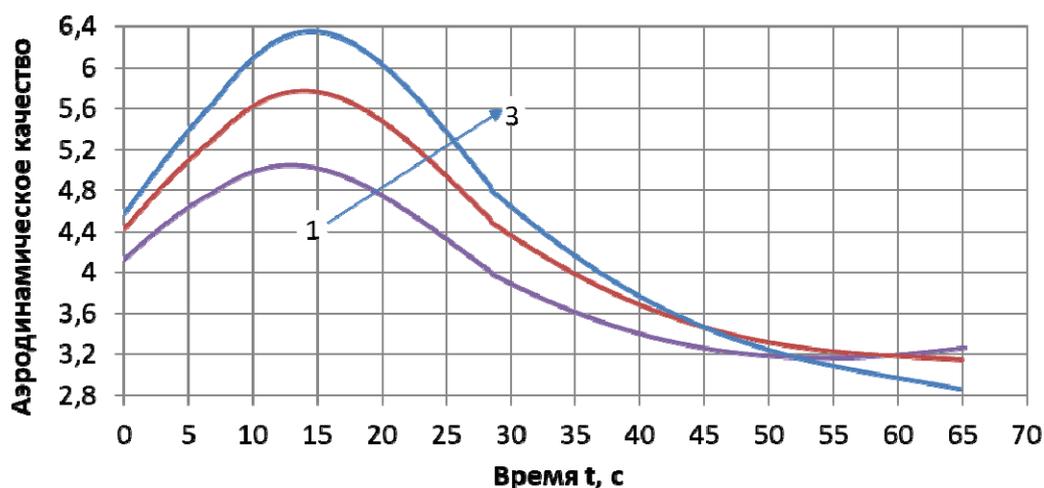


Рис. 5. Аэродинамическое качество при движении с атмосферными возмущениями:  
 1 – предельно «разреженная» атмосфера ( $\xi = -5,5$ ); 2 – стандартная атмосфера ( $\xi = 0$ );  
 3 – предельно «плотная» атмосфера ( $\xi = 5,5$ )

Таблица 1. Конечные значения параметров движения при наличии атмосферных возмущений

Параметр	Оптимальная «номинальная программа»	Оптимальная «возмущённая» программа при предельно «разреженной» атмосфере	Оптимальная «возмущённая» программа при предельно «плотной» атмосфере
$t_K, c$	64,98	65,24	64,81
$V_K, м/с$	783,42	774,56	788,18
$M_K$	2,38	2,35	2,39
$\theta_K, градусы$	20,01	20,00	20,02
$h_K, м$	63158	63160	63153

Из табл. 1 следует, что конечная скорость при предельно «разреженной» атмосфере меньше, чем при оптимальной «номинальной программе», а при предельно «плотной» атмосфере больше, чем при оптимальной «номинальной программе». Граничные условия выполняются.

**Аэродинамические возмущения.** При аэродинамических возмущениях задача оптимального управления решена для значений отклонений коэффициентов подъемной силы  $\Delta C_{ya}$  и лобового сопротивления  $\Delta C_{xa}$  равных  $\{\pm 0,025; \pm 0,05\}$ .

Для отклонений коэффициентов подъемной силы  $\Delta C_{ya}$  на рис. 6 – 9 приведены оптимальные программы управления угла атаки, коэффициенты подъемной силы и лобового сопротивления и аэродинамическое качество.

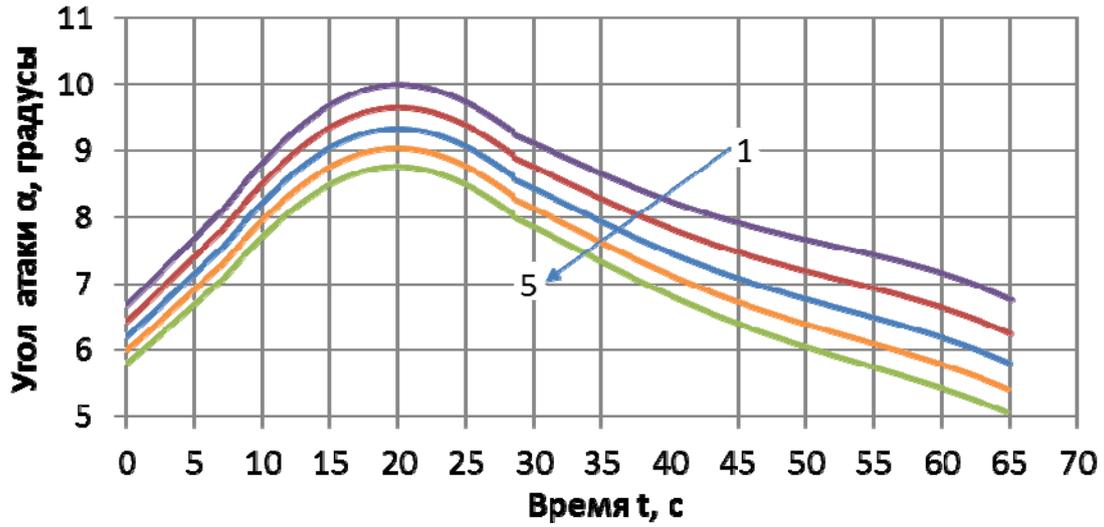


Рис. 6. Оптимальные «возмущённые» программы угла атаки при аэродинамических возмущениях  $\Delta C_{ya}$  :

1 –  $\Delta C_{ya} = -0,05$ ; 2 –  $\Delta C_{ya} = -0,025$ ; 3 –  $\Delta C_{ya} = 0$ ; 4 –  $\Delta C_{ya} = 0,025$ ; 5 –  $\Delta C_{ya} = 0,05$

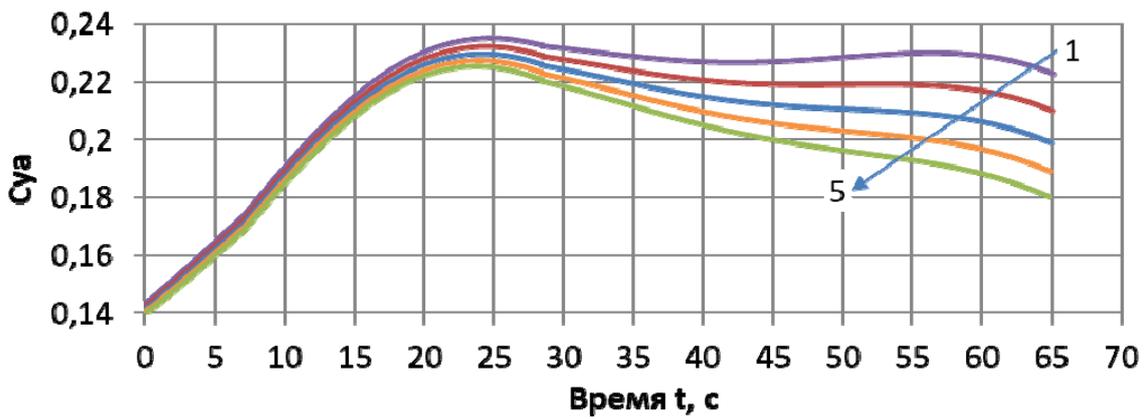


Рис. 7. Коэффициент подъёмной силы при движении с аэродинамическими возмущениями  $\Delta C_{ya}$  :

1 –  $\Delta C_{ya} = -0,05$ ; 2 –  $\Delta C_{ya} = -0,025$ ; 3 –  $\Delta C_{ya} = 0$ ; 4 –  $\Delta C_{ya} = 0,025$ ; 5 –  $\Delta C_{ya} = 0,05$

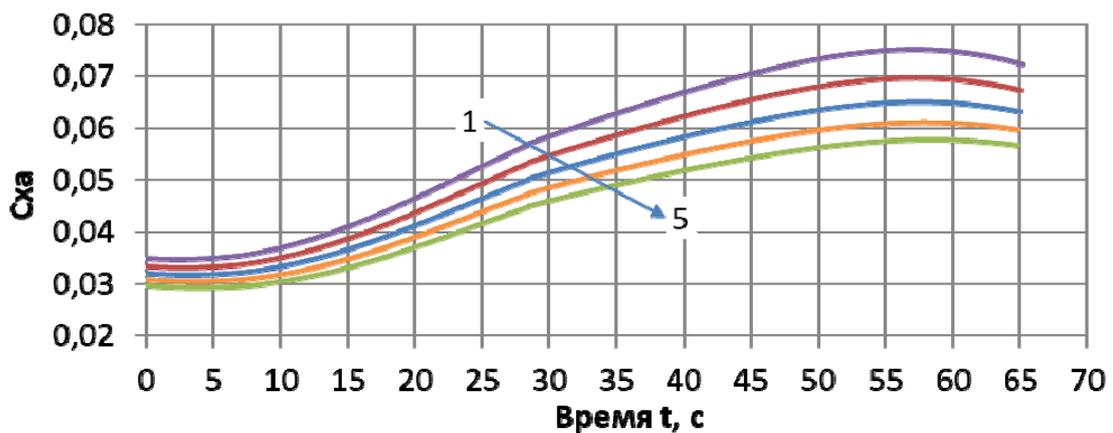


Рис. 8. Коэффициент лобового сопротивления при движении с аэродинамическими возмущениями  $\Delta C_{ya}$  :

1 –  $\Delta C_{ya} = -0,05$ ; 2 –  $\Delta C_{ya} = -0,025$ ; 3 –  $\Delta C_{ya} = 0$ ; 4 –  $\Delta C_{ya} = 0,025$ ; 5 –  $\Delta C_{ya} = 0,05$

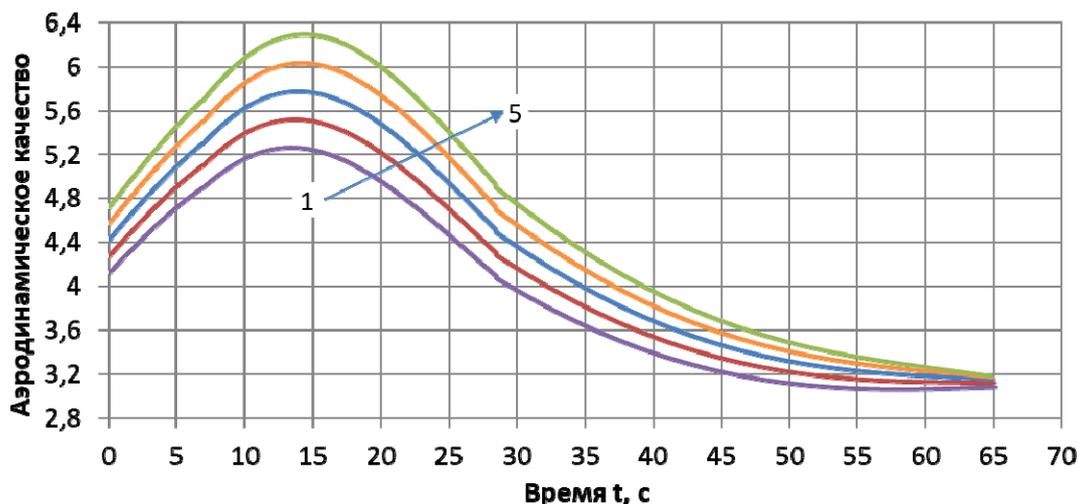


Рис. 9. Аэродинамическое качество при движении с аэродинамическими возмущениями  $\Delta C_{ya}$  :  
 1 –  $\Delta C_{ya} = -0,05$ ; 2 –  $\Delta C_{ya} = -0,025$ ; 3 –  $\Delta C_{ya} = 0$ ; 4 –  $\Delta C_{ya} = 0,025$ ; 5 –  $\Delta C_{ya} = 0,05$

Конечные значения параметров движения при аэродинамических возмущениях  $\Delta C_{ya}$ ,  $\Delta C_{xa}$  приведены в табл. 2, 3.

Таблица 2. Конечные значения параметров движения при аэродинамических возмущениях  $\Delta C_{ya}$

Параметр	Оптимальная «номинальная» программа	Оптимальная «возмущённая» программа при аэродинамических возмущениях			
		$\Delta C_{ya} = -0,05$	$\Delta C_{ya} = -0,025$	$\Delta C_{ya} = 0,025$	$\Delta C_{ya} = 0,05$
$t_K, c$	64,98	65,14	65,04	64,91	64,85
$V_K, м/с$	783,42	776,50	780,20	786,35	789,00
$M_K$	2,38	2,35	2,37	2,38	2,39
$\theta_K, градусы$	20,01	20,01	20,02	20,00	20,00
$h_K, м$	63158	63156	63154	63160	63160

Из табл. 2 следует, что при увеличении аэродинамических возмущений  $\Delta C_{ya}$  конечная скорость увеличивается. При положительной величине отклонения конечная скорость больше, чем при оптимальной «номинальной программе», а при отрицательной – меньше, чем при оптимальной «номинальной программе». Граничные условия выполняются.

Для отклонений коэффициентов лобового сопротивления  $\Delta C_{xa}$  на рис. 10 – 13 приведены оптимальные программы управления угла атаки, коэффициенты подъёмной силы и лобового сопротивления и аэродинамическое качество.

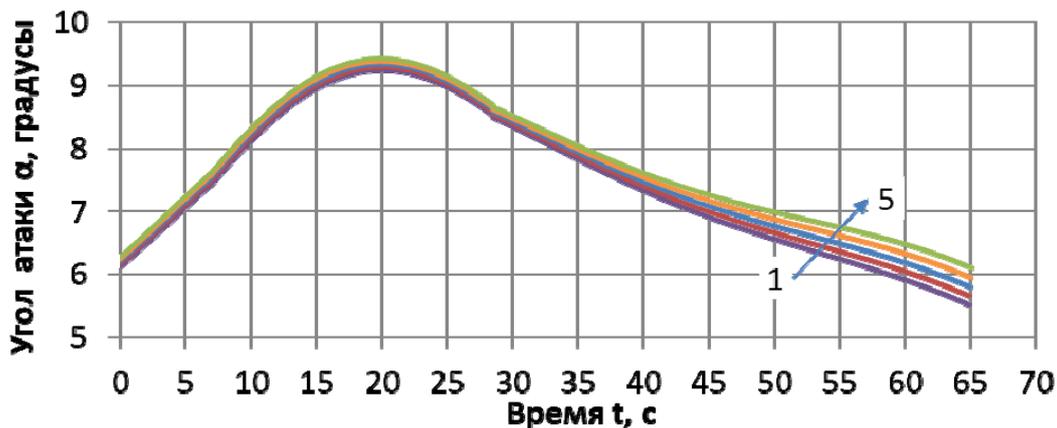


Рис. 10. Оптимальные «возмущённые» программы угла атаки при аэродинамических возмущениях  $\Delta C_{xa}$  :

1 –  $\Delta C_{xa} = -0,05$  ; 2 –  $\Delta C_{xa} = -0,025$  ; 3 –  $\Delta C_{xa} = 0$  ; 4 –  $\Delta C_{xa} = 0,025$  ; 5 –  $\Delta C_{xa} = 0,05$

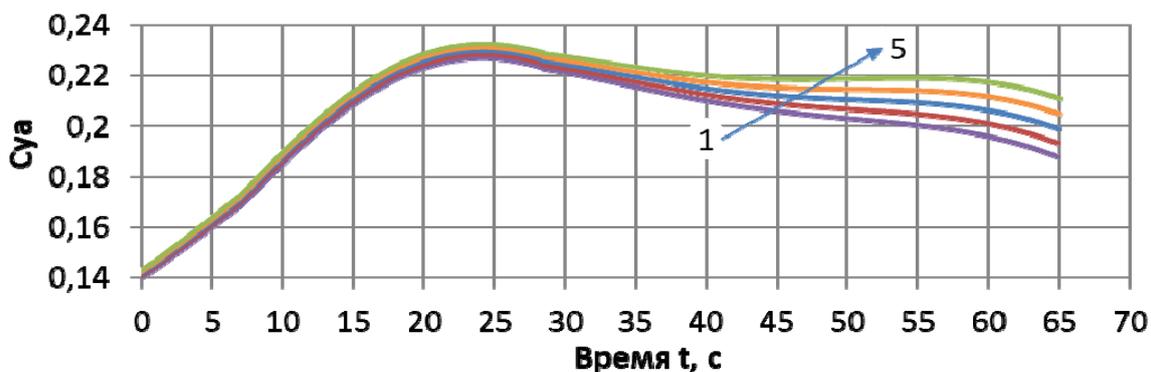


Рис. 11. Коэффициент подъёмной силы при движении с аэродинамическими возмущениями  $\Delta C_{xa}$  :

1 –  $\Delta C_{xa} = -0,05$  ; 2 –  $\Delta C_{xa} = -0,025$  ; 3 –  $\Delta C_{xa} = 0$  ; 4 –  $\Delta C_{xa} = 0,025$  ; 5 –  $\Delta C_{xa} = 0,05$

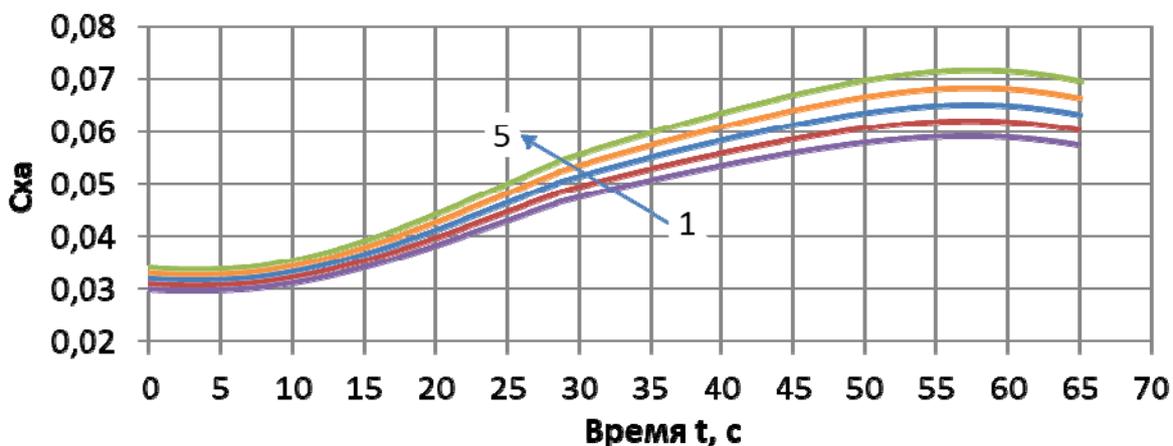


Рис. 12. Коэффициент лобового сопротивления при движении с аэродинамическими возмущениями  $\Delta C_{xa}$  :

1 –  $\Delta C_{xa} = -0,05$  ; 2 –  $\Delta C_{xa} = -0,025$  ; 3 –  $\Delta C_{xa} = 0$  ; 4 –  $\Delta C_{xa} = 0,025$  ; 5 –  $\Delta C_{xa} = 0,05$

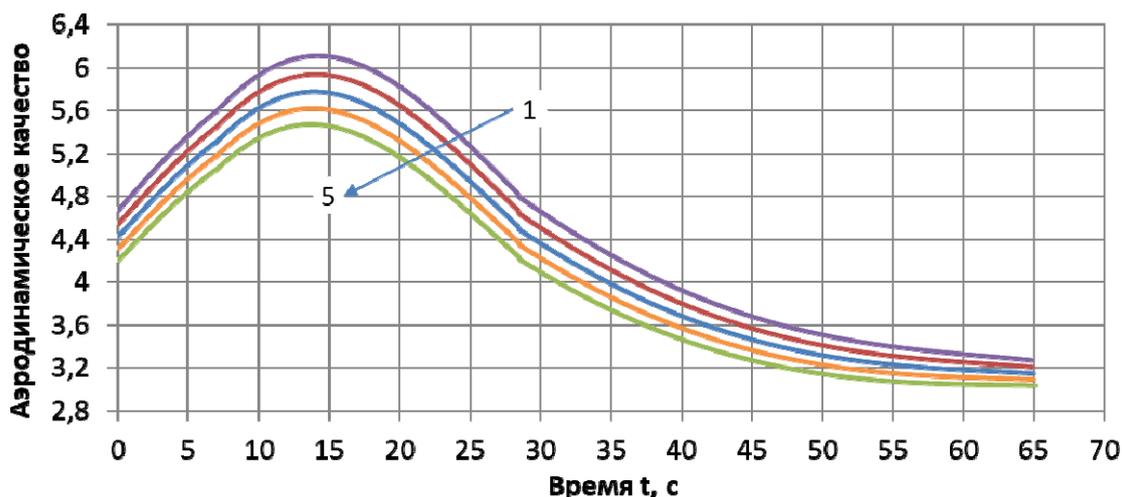


Рис. 13. Аэродинамическое качество при движении с аэродинамическими возмущениями  $\Delta C_{xa}$  :  
 1 –  $\Delta C_{xa} = -0,05$  ; 2 –  $\Delta C_{xa} = -0,025$  ; 3 –  $\Delta C_{xa} = 0$  ; 4 –  $\Delta C_{xa} = 0,025$  ; 5 –  $\Delta C_{xa} = 0,05$

Таблица 3. Конечные значения параметров движения при наличии аэродинамических возмущений  $\Delta C_{xa}$

Параметр	Оптимальная «номинальная программа»	Оптимальная «возмущённая» программа при аэродинамических возмущениях			
		$\Delta C_{xa} = -0,05$	$\Delta C_{xa} = -0,025$	$\Delta C_{xa} = 0,025$	$\Delta C_{xa} = 0,05$
$t_K, c$	64,98	64,88	64,91	65,01	65,08
$M_K, м/с$	783,42	787,66	785,61	781,30	779,04
$V_K$	2,38	2,39	2,38	2,37	2,36
$\theta_K,$ градусы	20,01	20,00	20,02	20,02	20,01
$h_K, м$	63158	63158	63153	63153	63157

Из табл. 3 следует, что при увеличении аэродинамических возмущений  $\Delta C_{xa}$  конечная скорость уменьшается. При положительной величине отклонения конечная скорость меньше, чем при оптимальной «номинальной программе», а при отрицательной – больше, чем при оптимальной «номинальной программе». Граничные условия выполняются.

### Заключение

Для принятых атмосферных и аэродинамических возмущений полученные оптимальные программы угла атаки имеют характер, аналогичный «номинальной» оптимальной программе. При предельно «разреженной» атмосфере конечная скорость меньше, чем при оптимальной «номинальной программе», а при предельно «плотной» атмосфере больше, чем при оптимальной «номинальной программе». При увеличении аэродинамических возмущений коэффициента подъемной силы конечная скорость увеличивается. При положительной величине отклонения конечная скорость больше, чем при оптимальной «номинальной программе», а при отрицательной – меньше. При увеличении аэродинамических возмущений коэффициента лобового сопротивления конечная скорость уменьшается. При положительной величине отклонения конечная скорость меньше, чем при оптимальной «номинальной программе», а при отрицательной – больше.

### Библиографический список

1. Бузулук В.И. Оптимизация траекторий движения аэрокосмических летательных аппаратов. М.: ЦАГИ, 2008. 476 с.
2. Балакин В.Л., Крикунов М.М. Возмущённое движение гиперзвуковой первой ступени авиационно-космической системы при наборе высоты // Вестник Самарского университета. Аэрокосмическая техника, технологии и машиностроение. 2019. Т. 18, № 3. С. 16-28. DOI: 10.18287/2541-7533-2019-18-3-16-28
3. Балакин В.Л., Бебяков А.А., Кочян А.Г. Оптимизация движения гиперзвукового самолёта-разгонщика двухступенчатой авиационно-космической системы // Вестник Самарского государственного аэрокосмического университета имени академика С.П. Королёва. 2008. № 1 (14). С. 23-32.
4. Балакин В.Л., Крикунов М.М. Возмущённое движение гиперзвукового самолёта при наборе высоты // Вестник Самарского университета. Аэрокосмическая техника, технологии и машиностроение. 2019. Т. 18, № 2. С. 7-20. DOI: 10.18287/2541-7533-2019-18-2-7-20
5. Балакин В.Л., Ишков С.А., Храмов А.А. Оптимизация трансатмосферного движения летательного аппарата на основе метода принципа максимума Понтрягина // Вестник Самарского университета. Аэрокосмическая техника, технологии и машиностроение. 2018. Т. 17, № 1. С. 7-19. DOI: 10.18287/2541-7533-2018-17-1-7-19
6. Young D. Responsive access small cargo affordable launch (RASCAL) independent performance evaluation. 2004. 54 p. <https://www.yumpu.com/en/document/view/11944862/responsive-access-small-cargo-affordable-launch-rascal->
7. Школьный Е.П., Майборода А. Атмосфера и управление движением летательных аппаратов. Л.: Гидрометеиздат, 1973. 308 с.
8. Понтрягин Л.С., Болтянский В.Г., Гамкредидзе Р.В., Мищенко Е.Ф. Математическая теория оптимальных процессов. М.: Наука, 1983. 393 с.

### DISTURBED TRANSATMOSPHERIC MOTION OF THE FIRST STAGE OF AN AEROSPACE SYSTEM

© 2020

**M. M. Krikunov** Candidate of Science (Engineering), Senior Research Associate;  
Samara National Research University, Samara, Russian Federation  
[krikunov.mm@ssau.ru](mailto:krikunov.mm@ssau.ru)

The paper deals with disturbed transatmospheric motion of the first stage of an aerospace system. Deviations of atmospheric density and deviations of aerodynamic force coefficients from reference values are taken as disturbances. Optimal angle-of-attack schedules for the first stage are specified. Comparative analysis of optimal control programs for disturbed and undisturbed motion is carried out.

*Aerospace system; first stage; climb; boost; angle-of-attack schedule; atmospheric disturbances; aerodynamic disturbances; optimal control; maximum principle method.*

*Citation:* Krikunov M.M. Disturbed transatmospheric motion of the first stage of an aerospace system. *Vestnik of Samara University. Aerospace and Mechanical Engineering*. 2020. V. 19, no. 3. P. 18-30. DOI: 10.18287/2541-7533-2020-19-3-18-30

## References

1. Buzuluk V.I. *Optimizatsiya traektoriy dvizheniya aerokosmicheskikh letatel'nykh apparatov* [Optimization of aerospace vehicle flight paths]. Moscow: Central Aerohydrodynamic Institute Publ., 2008. 476 p.
2. Balakin V.L., Krikunov M.M. Disturbed motion of the hypersonic first stage of an aerospace system in climb. *Vestnik of Samara University. Aerospace and Mechanical Engineering*. 2019. V. 18, no. 3. P. 16-28. (In Russ.). DOI: 10.18287/2541-7533-2019-18-3-16-28
3. Balakin V.L., Bebyakov A.A., Kotchyan A.G. Optimizing the propulsion of a hypersonic accelerator aircraft of a two-stage aerospace system. *Vestnik of the Samara State Aerospace University*. 2008. No. 1 (14). P. 23-32. (In Russ.)
4. Balakin V.L., Krikunov M.M. Disturbed motion of a hypersonic vehicle in climb. *Vestnik of Samara University. Aerospace and Mechanical Engineering*. 2019. V. 18, no. 2. P. 7-20. (In Russ.). DOI: 10.18287/2541-7533-2019-18-2-7-20
5. Balakin V.L., Ishkov S.A., Khramov A.A. Optimizing a vehicle trans-atmospheric motion using Pontryagin's maximum principle. *Vestnik of Samara University. Aerospace and Mechanical Engineering*. 2018. V. 17, no. 1. P. 7-19. (In Russ.). DOI: 10.18287/2541-7533-2018-17-1-7-19
6. Young D. Responsive access small cargo affordable launch (RASCAL) independent performance evaluation. 2004. 54 p. Available at: <https://www.yumpu.com/en/document/view/11944862/responsive-access-small-cargoaffordable-launch-rascal->
7. Shkol'nyy E.P., Mayboroda A. *Atmosfera i upravlenie dvizheniem letatel'nykh apparatov* [Atmosphere and aircraft motion control]. Leningrad: Gidrometeoizdat Publ., 1973. 308 p.
8. Pontryagin L.S., Boltyanskiy V.G., Gamkrelidze R.V., Mishchenko E.F. *Matematicheskaya teoriya optimal'nykh protsessov* [Mathematical theory of optimal processes]. Moscow: Nauka Publ., 1983. 393 p.