

## УПРОЩЕНИЕ ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИХ РАСЧЕТОВ ТЕПЛОВЫХ МАШИН ПУТЕМ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ МОДЕЛИ ИДЕАЛЬНЫХ ГАЗОВ

© 2009 С. А. Гулина, М. Ю. Орлов

Самарский государственный аэрокосмический университет

Выполнен анализ возможности применения модели идеальных газов для термодинамических расчетов тепловых двигателей.

*Тепловой двигатель, продукты сгорания топлива, молекулярно-кинетическая теория газов, модель Ван-дер-Ваальса, теплоемкость*

Создание современных тепловых двигателей невозможно без понимания явлений, сопровождающих процессы получения энергоресурсов. Большую роль в достижении этой цели играют методы термодинамического анализа, рассматривающие явления и процессы в технических системах как обмен энергией при выработке полезной работы. Наиболее распространенными веществами, позволяющими получать полезную энергию и играющими роль рабочих тел, являются продукты сгорания топлива, воздух и пары жидкостей.

Середина и окончание XIX века ознаменовались разработкой *двух моделей* описания термодинамического состояния веществ, участвующих в циклах работы тепловых машин. К этому времени произошло бурное развитие паровых машин, которые стали активно использоваться для промышленных нужд. Непрерывное их совершенствование вызвало потребность в термодинамических расчетах для оптимизации характеристик. Основным рабочим телом для тогдашних тепловых машин были вода и ее пар. Примерно в это же время были открыты основные законы изменения параметров состояния многих газов. На основании обобщения результатов этих исследований появилась *первая модель* – молекулярно-кинетическая теория газов. Эта теория в очень простой форме дала объяснение многим явлениям, наблюдаемым в газах.

Предложенная модель исходила из нескольких фундаментальных предположений:

- все вещества состоят из частиц, молекул, находящихся в непрерывном движении;
- число молекул в грамм-молекуле (моле)

вещества и атомов в грамм-атоме (количество вещества масса которого равна его атомному весу) для всех веществ одинаковы;

- при одинаковых давлениях и температуре объемы киломолей всех веществ одинаковы.

С использованием законов динамики Ньютона была получена простейшая модель состояния веществ:  $pV = RT$ . Давление в этой модели рассматривалось как результат упругих столкновений молекул друг с другом и ограничивающими стенками. Не учитывалось влияние массовых сил – взаимного притяжения и сил земного тяготения.

Важной характеристикой вещества стала его так называемая газовая постоянная ( $R$ ). В рамках перечисленных выше предположений для киломоля любого вещества газовая постоянная имеет одну и ту же величину – 8314,3 Дж/кмольК. В инженерных расчетах основной закон молекулярно-кинетической теории газов записывают применительно к единице массы вещества:

$$pv = RT, \quad (1)$$

где  $v$ - это удельный объем вещества, м<sup>3</sup>/кг.

Газовая постоянная  $R$  отнесена к единице массы и соответственно определяется из равенства:  $R = 8314,3/\mu$ , Дж/кгК, где  $\mu$  – молекулярная масса вещества.

Зависимость, описывающая уравнение состояния веществ, явилась гениальной новинкой молекулярно-кинетической теории газов. Область существования веществ, для которой была справедлива данная модель состояния, назвали идеальными газами.

Благодаря такому подходу, появилась возможность оценивать энергетические потоки во всех процессах, так как к тому вре-

мени трудами Карно, Клаузиуса, Клапейрона и некоторыми другими были созданы основные подходы к анализу и расчету циклов работы тепловых машин.

Недостатком модели идеальных газов явилась неприменимость её для двухфазных рабочих тел паровых машин. Исследователи выяснили основные условия существования веществ как в паровой (газовой), так и жидкой фазе. Было также выявлено понятие критических параметров веществ, выше которых невозможен их переход из газообразной фазы в жидкую (основоположником такого подхода к процессам ожижения газов явился Д.И. Менделеев). Поэтому появилась потребность описания свойств веществ в обоих фазовых состояниях.

Второй моделью состояния веществ явилась модель Ван-дер-Ваальса. В своей диссертации «Непрерывность газообразных и жидких состояний» Ван-дер-Ваальс предложил и обосновал следующее уравнение:

$$\left(p + \frac{a}{v^2}\right)(v - b) = RT. \quad (2)$$

Он ввел поправку к давлению, учитывающую взаимодействие масс молекул, а объем вещества уточнялся им на величину физического объема молекул. При этом обе поправки играли заметную роль только тогда, когда удельные объемы вещества представляли собой малые величины. Коэффициенты  $a$  и  $b$  в уравнении Ван-дер-Ваальса по идее автора были однозначно связаны с параметрами вещества в критической точке ( $p_k, v_k$  и  $T_k$ ):

$$p = p_k = \frac{a}{27b^2}, \quad v = v_k = 3b, \quad (3)$$

$$T = T_k = \frac{8a}{27Rb}.$$

Так как для всех веществ известны параметры состояния в критической точке, то нахождение коэффициентов в уравнении Ван-дер-Ваальса не представляет особого труда.

Ван-дер-Ваальс пошел дальше и утверждал, что в приведенных координатах все вещества имеют единую поверхность термодинамического состояния. Параметрами для построения единой поверхности по его мнению должны быть:

- приведенное давление  $\pi = p/p_k$ ,

- приведенный удельный объем  $\varphi = v/v_k$ ,  
 - приведенная температура вещества  $\tau = T/T_k$ .

Математическое описание указанной диаграммы состояния веществ может быть представлено в виде:

$$\left(\pi + \frac{3}{\varphi^2}\right)(3\varphi - 1) = 8\tau. \quad (4)$$

При этом исследователи обратили внимание на необычное поведение изотерм, так как экспериментально изотермы в двухфазной области состояния веществ изображаются в виде, предложенном Эндрюсом и подтвержденном экспериментально.

Поведение изотерм по Ван-дер-Ваальсу попытались объяснить простотой математической модели (уравнение относительно приведенного объема третьей степени с тремя корнями). Более поздние исследования с применением уравнений до восьмой степени для описания поверхностей состояния различных веществ в газовой и жидкостных фазах [2] действительно подтвердили характер протекания изотерм по Ван-дер-Ваальсу. Характерные линии, соединяющие точки минимумов и максимумов функций на изотерме получили специальные названия – бинодаль и спинодаль соответственно (рис.1.).

Линии бинодали и спинодали играют свою роль в кипении или конденсации жидкостей во всем объеме [1].

Квазиспинодаль описывает протяженность по координате  $p$  (или  $T$ ) области, в которой протекание изотерм в районе критической точки имеет искривления, отличающие их от изотерм идеальных газов. Действительно, классические изотермы идеальных газов являются равнобокими гиперболоми относительно осей  $p$  и  $v$ . На приведенной диаграмме Ван-дер-Ваальса можно четко увидеть область, где для всех веществ изотермы протекают по модели идеальных газов.

Таким образом, модель Ван-дер-Ваальса определила область справедливости применения модели идеальных газов для любых веществ. Можно говорить, что применение модели идеальных газов правомочно при температурах  $\tau = T/T_k > 1,5$ .

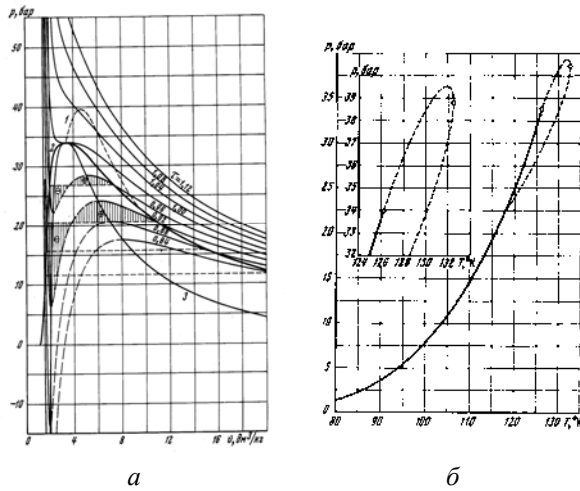


Рис.1. Изображение (а) квазистинодали -1, бинадали -2, стинодали -3 в координатах p-v и (б) квазистинодали в координатах p-T для воздуха

В табл. 1 приведены для некоторых веществ, работающих в тепловых машинах, значения рабочих температур, при которых применима модель идеальных газов [2,3].

Таблица 1 - Анализ области соответствия веществ модели идеального газа

Газы	Химическая формула	Молекулярная масса	T <sub>к</sub> , К	Область соответствия модели ид. га-за T > 1,5T <sub>к</sub> , К
Азот	N <sub>2</sub>	28	126,06	>189,09
Водород	H <sub>2</sub>	2	33,26	>49,89
Водяной пар	H <sub>2</sub> O	18	647,36	>971,04
Воздух	смесь газов	29	132,26	>198,39
Гелий	He	4	5,26	>7,89
Кислород	O <sub>2</sub>	32	154,36	>231,54
Углекислота	CO <sub>2</sub>	44	304,16	>456,24

Таблица 1 показывает, что для воздуха можно применять модель идеального газа в расчетах тепловых двигателей на любых высотах применения, включая в том числе и авиацию. Применение же модели идеальных газов для водяных паровых машин следует признать неправомерным, для рабочих значений температур пара в циклах Карно и Ренкина.

Важной характеристикой веществ является теплоемкость. Теплоемкость – это количество тепловой энергии, которое необходимо для повышения температуры единицы массы или объема вещества на единицу изменения температуры. В связи с единицей

измерения количества вещества различают молярную, объемную и массовую (на 1 кг массы) теплоемкости. По условиям подвода тепла различают теплоемкости при постоянном объеме и при постоянном давлении. По данному свойству различают замкнутую и открытую термодинамические системы. Под замкнутой системой понимают ограниченный в пространстве объем рабочего тела, например в поршневом двигателе, когда рабочее тело не перемещается в пространстве. В таких системах применяют понятие теплоемкости при постоянном объеме, c<sub>v</sub>. Для открытой термодинамической системы, под которой понимают процессы в движущемся потоке вещества, применяют понятие теплоемкости при постоянном давлении, c<sub>p</sub>. Врач по образованию и пылкий исследователь Майер установил, что эти два вида теплоемкостей существенно различны и предложил зависимость между ними, названную его именем. Для киломоля вещества имеется зависимость c<sub>p</sub> - c<sub>v</sub> = R.

Еще одним важным показателем свойств веществ является отношение теплоемкостей, называемое показателем Пуассона

$$\text{или адиабаты } \frac{c_p}{c_v} = k .$$

На основе молекулярно-кинетической теории объяснены различия молярных теплоемкостей от числа атомов в молекулах. Введено понятие числа степеней свободы движения атомов внутри молекул. Для одноатомных возможны представляются три степени свободы – кинетическая энергия по трем координатам. Для двух атомных добавляются вращательная относительно двух взаимно перпендикулярных осей. Для многоатомных число степеней свободы равно 6.

Учитывая уравнение Майера и показатель адиабаты, можно получить простую зависимость для теплоемкостей:

$$c_p = \frac{k}{k-1} R \quad \text{и} \quad c_v = \frac{1}{k-1} R .$$

Как увидим в дальнейшем, эти соотношения совместно с уравнением состояния  $pv = RT$  позволяют получать простые выражения для расчета количеств теплоты и работы в процессах циклов тепловых машин. Использование модели идеальных

газов упрощает математическую задачу рассмотрения циклов работы, получения выражений для КПД различных циклов, оптимизации параметров циклов работы тепловых машин.

Таблица 2 - Молярные теплоемкости веществ и показатель адиабаты

Структура молекулы	Число степеней свободы, $i$	$c_v = \frac{i}{2} R$	$c_p = \frac{i+2}{2} R$	$k = \frac{c_p}{c_v} = \frac{i+2}{i}$
1-атомная	3	1,5 R	2,5R	1,66
2-атомная	5	2,5R	3,5R	1,4
Многоатомная	6	3,0R	4,0R	1,33

Основоположником рассмотрения циклов тепловых машин явился Карно. Основные принципы его подхода следующие:

- рабочий цикл тепловой машины состоит из замкнутой последовательности процессов,
- необходимо к рабочему телу цикла подводить теплоту  $q_1$ ,
- необходимо от рабочего тела отводить теплоту  $q_2$ ,
- работа цикла равна разности этих количеств теплоты.

Степень совершенства цикла оценивается отношением работы цикла к подведенному количеству теплоты.

Теплоемкость при расчете величины теплоты зависит от типа термодинамической системы - замкнутой или открытой. В первом случае это теплоемкость при постоянном объеме, во втором – при постоянном давлении.

Процессы, из которых состоят идеальные циклы тепловых машин реализуются при условии постоянства одного из параметров состояния – давления (изобара), объема (изохора) или температуры (изотерма). Одним из условий может стать отсутствие обмена энергией с окружающей средой (адиабата)- $dq=0$ .

Рассмотрим пример определения КПД поршневого двигателя (подвод теплоты при  $v = const$ )- (рис.2).

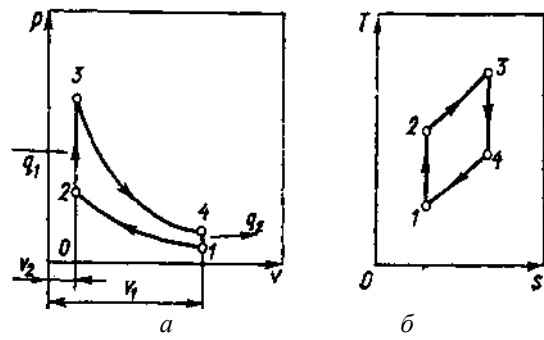


Рис.2. Цикл поршневого двигателя с подводом тепла при  $v = const$

Цикл состоит из последовательных процессов:

- 1-2 – адиабатное сжатие;
- 2-3 – изохорный подвод тепла;
- 3-4 – адиабатное расширение;
- 4-1 – изохорный отвод тепла.

Вводят понятие степени сжатия  $\epsilon = v_1 / v_2$  и степени повышения давления  $\lambda = p_3 / p_2$ .

Определим термический КПД данного цикла:

$$\eta_t = (q_1 - q_2) / q_1 = 1 - q_2 / q_1. \quad (5)$$

Количества теплоты:

$$q_1 = c_v(T_3 - T_2) \text{ и } q_2 = c_v(T_4 - T_1),$$

откуда

$$\eta = 1 - \frac{q_2}{q_1} = 1 - \frac{c_v(T_4 - T_1)}{c_v(T_3 - T_2)} = 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2}.$$

В адиабатных процессах связь параметров описывается уравнениями

$$p_1 v_1^k = p_2 v_2^k,$$

$$T_2 / T_1 = (v_1 / v_2)^{k-1}.$$

Тогда  $T_4 = T_1 \epsilon^{k-1} \times \lambda (1 / \epsilon^{k-1}) = T_1 \lambda$ ,

$$T_3 / T_2 = p_3 / p_2 = \lambda \text{ и } T_3 = T_2 \lambda = T_1 \epsilon^{k-1} \lambda.$$

Подставляя значения температур и производя сокращения, получим

$$\eta_t = 1 - [(T_1 \lambda - T_1) / (T_1 \epsilon^{k-1} \lambda - T_1 \epsilon^{k-1})] = 1 - (1 / \epsilon^{k-1})$$

Коэффициент полезного действия двигателя с подводом теплоты при  $v = const$  (цикл Отто) зависит только от степени сжатия воздуха.

Можно видеть, что термодинамический анализ циклов при использовании модели идеального газа очень прост и доступен при минимальном знании математики.

Аналогично может быть получено ре-

шение задачи оптимизации циклов работы ВРД (рис.3).

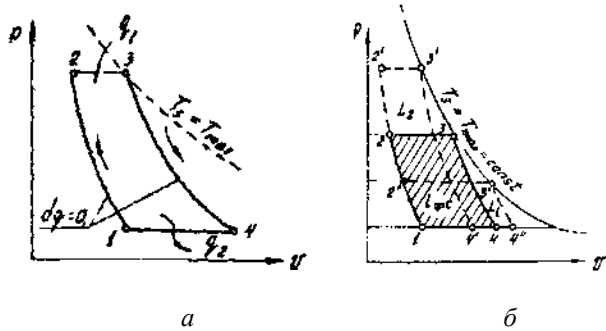


Рис. 3. Цикл Брайтона (а) и оптимизация его (б) для получения максимальной работы

Находится максимум функции  $\ell = f(\pi_k)$  при заданных значениях начальной  $T_0$  и максимальной  $T_3$  температур цикла и адиабатности процессов сжатия и расширения с постоянным значением показателя адиабаты  $k$ . Здесь символом  $\ell$  обозначена полезная работа цикла.

При выводе предполагается скоростное сжатие воздуха на входе в ГТД во входном устройстве с учетом числа Маха полета  $M$ .

Работа цикла

$$\ell_y = q_1 - q_2 = c_p (T_3 - T_2 - T_5 + T_0).$$

Здесь  $T_2$  и  $T_5$  соответственно температуры воздуха за компрессором и газа за турбиной.

Принималось, что  $T_3 = \rho T_2$ , тогда

$$\rho = \frac{T_3}{T_0 \left(1 + \frac{k-1}{2} M^2\right) \pi_k^{\frac{k-1}{k}}} = \frac{T_3}{B \pi_k^{\frac{k-1}{k}}},$$

где

$$B = T_0 \left(1 + \frac{k-1}{2} M^2\right).$$

После подстановки в исходное выражение для работы и преобразований получаем

$$\ell_y = c_p \left( T_3 - B \pi_k^{\frac{k-1}{k}} - \frac{T_0 T_3}{B \pi_k^{\frac{k-1}{k}}} + T_0 \right).$$

Для нахождения оптимального значения степени сжатия первую производную полученного выражения по  $\pi_k$  приравняем к 0.

$$\frac{d\ell}{d\left(\pi_k^{\frac{k-1}{k}}\right)} = c_p \left( -B + \frac{T_0 T_3}{B \left(\pi_k^{\frac{k-1}{k}}\right)^2} \right) = 0,$$

откуда

$$\left(\pi_k\right)_{opt} = \left( \frac{T_3}{T_0 \left(1 + \frac{k-1}{2} M^2\right)^2} \right)^{\frac{k}{2(k-1)}}. \quad (6)$$

Выражение (6) показывает, что оптимальная степень сжатия в цикле Брайтона определяется значениями относительной максимальной температуры цикла  $T_3/T_0$ , приведенной скорости полета  $M$  и значения показателя адиабаты (величина  $k$  меняется от высоты полета).

Следует обратить внимание, что при выводе формулы суммарная степень сжатия в цикле условно разделена на сжатие воздуха от скоростного напора во входном устройстве и сжатия в компрессоре.

Приведенные примеры применения модели идеальных газов при термодинамическом анализе циклов работы, в частности поршневых и воздушно-реактивных двигателей, свидетельствуют о значительном упрощении задач, что особенно удобно в учебном процессе.

### Библиографический список

1. Авдеевский, В.С. Основы теплопередачи в авиационной и ракетно-космической технике / В.С. Авдеевский [и др.]. - М.: Машиностроение, 1975. - 624 с.
2. Вассерман, А.А. Теплофизические свойства воздуха и его компонентов / А.А. Вассерман, Я.З. Казавчинский, В.А. Рабинович. - М.: Наука, 1966. - 375 с.
3. Жуковский, В.А. Термодинамика / В.А. Жуковский. - М.: Энергоатомиздат, 1983. - 304 с.

### References

1. Avduevskii V.S., Galiceiskii V.M., Glebov G.A., Danilov U.I., Kalinin E.K., Koshkin V.K., Koshmarov U.A., Mihailova M.M., Mihailova T.V., Miheev U.S., Rigkov U.A., Soln-

- cev V.P. Bases of teploperedachi are in an aviation and rocket-space technique., M., «Engineer», 1975.- p. 624.
2. Vasserman A.A., Kazavchinskii Ya.Z., Rabinovich V.A. Teplofizicheskie of property of air and his components. «Science», M., 1966.- p. 375.
3. Gykovskii V.A. Thermodynamics. - M.: Energoatomizdat, 1983.- p. 304.

## THE SIMPLIFICATION OF HEAT ENGINES THERMODYNAMICS CALCULATION WITH USING OF IDAEAL GAS' MODEL

© 2009 S. A. Gulina, M. Y. Orlov

Samara State Aerospace University

The analysis of possibility of application of model of ideal gases is executed for the calculations of thermodynamics of heat-engines.

*Heat-engine, products of combustion of fuel, molecular-kinetic theory of gases, model of Van-der-vaal'sa, heat capacity*

### Информация об авторах

**Гулина Светлана Анатольевна**, старший преподаватель Уральского государственного технического университета, г. Екатеринбург, аспирант кафедры «Теплотехника и тепловые двигатели» Самарского государственного аэрокосмического университета. Тел. (846) 335-18-12. E-mail: [Teplotex\\_ssau@bk.ru](mailto:Teplotex_ssau@bk.ru). Область научных интересов: тепломассообмен, термодинамика.

**Орлов Михаил Юрьевич**, кандидат технических наук, доцент кафедры «Теплотехника и тепловые двигатели» Самарского государственного аэрокосмического университета. Тел. (846) 335-18-12. E-mail: [Teplotex\\_ssau@bk.ru](mailto:Teplotex_ssau@bk.ru). Область научных интересов: тепломассообмен, термодинамика.

**Gulina Svetlana Anatol'evna**, senior teacher, Ural State Technical University, Ekaterinburg, aspirant of department thermotechnics and heat engines of Samara state aerospace university. Phone: (846) 335-18-12. E-mail: [Teplotex\\_ssau@bk.ru](mailto:Teplotex_ssau@bk.ru). Area of research: thermodynamics.

**Orlov Michail Yr'evich**, candidate of technical science, the senior lecturer of department thermotechnics and heat engines of Samara state aerospace university. Phone: (846) 335-18-12. E-mail: [Teplotex\\_ssau@bk.ru](mailto:Teplotex_ssau@bk.ru). Area of research: thermodynamics.