

## КОМАНДНОЕ ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ТРАЕКТОРИЯМИ ГИПЕРЗВУКОВОЙ ПЕРВОЙ СТУПЕНИ АВИАЦИОННО-КОСМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ В УСЛОВИЯХ АТМОСФЕРНЫХ ВОЗМУЩЕНИЙ

© 2020

**М. М. Крикунов** кандидат технических наук, старший научный сотрудник;  
Самарский национальный исследовательский университет  
имени академика С.П. Королёва;  
[krikunov.mm@ssau.ru](mailto:krikunov.mm@ssau.ru)

Рассмотрено возмущённое движение гиперзвуковой первой ступени авиационно-космической системы на этапе набора высоты с разгоном. Возмущениями являются отклонения плотности атмосферы от значений стандартной модели. Принят многошаговый процесс управления. На каждом шаге управления методом принципа максимума Понтрягина определяется командная программа угла атаки. На первом шаге используется номинальная программа управления. Представлены результаты моделирования возмущённого движения с командным управлением углом атаки для предельно «разреженной» и предельно «плотной» атмосферы. Для «разреженной» и «плотной» атмосферы в конце участка набора высоты с разгоном при решении краевой задачи нарушается ограничение по углу атаки. При сохранении последнего командного управления, полученного в результате решения краевой задачи, заданные конечные условия по скорости и высоте выполняются. Конечное значение угла наклона траектории для «разреженной» атмосферы меньше заданного на 10%, для «плотной» атмосферы – больше на 12%.

*Авиационно-космическая система; гиперзвуковая первая ступень; набор высоты; разгон; атмосферные возмущения; оптимальная программа угла атаки; шаг управления; минимум массы топлива; принцип максимума Понтрягина.*

Цитирование: Крикунов М.М. Командное оптимальное управление траекториями гиперзвуковой первой ступени авиационно-космической системы в условиях атмосферных возмущений // Вестник Самарского университета. Аэрокосмическая техника, технологии и машиностроение. 2020. Т. 19, № 2. С. 31-37. DOI: 10.18287/2541-7533-2020-19-2-31-37

### Введение

Вопросы движения гиперзвуковых летательных аппаратов рассматривались в [1–5]. Монография [1] посвящена оптимизации траекторий движения аэрокосмических летательных аппаратов. В работах [2;3] изучались вопросы использования силовых установок гиперзвуковых и воздушно-космических летательных аппаратов.

В [4] для гиперзвуковой первой ступени авиационно-космической системы (АКС) – гиперзвукового разгонщика (ГР) – была получена номинальная оптимальная программа управления углом атаки и соответствующая ей траектория набора высоты с минимальным расходом топлива для стандартной атмосферы и номинальных аэродинамических характеристик. При дальнейшем изучении траекторий и программ управления ГР было рассмотрено движение с возмущениями. В [5] получена номинальная «возмущённая» оптимальная программа при отклонениях плотности атмосферы от стандартных и аэродинамических характеристик от номинальных значений. Показано, что номинальная оптимальная и номинальная «возмущённая» оптимальная программы угла атаки имеют один и тот же характер. В [6] получена командная оптимальная программа угла атаки для гиперзвукового самолёта в условиях атмосферных возмущений.

Целью работы является получение командного оптимального управления ГР на основе использования принципа максимума Понтрягина [7].

Модель возмущённого движения и процедура нахождения командного оптимального управления описаны в [6].

### Моделирование движения с командным управлением

При моделировании возмущённого движения ГР использовались следующие значения нормально распределённой случайной величины, входящей в модель отклонений плотности атмосферы:  $\xi = -5,5$  и  $\xi = 5,5$ , которые соответствуют предельно «разреженной» и предельно «плотной» атмосфере.

«Возмущённые» оптимальные программы управления углом атаки для указанных случаев приведены в [5]. Этим программам соответствуют следующие конечные условия движения: высота  $h_K = 30\,000$  м, число Маха  $M_K = 6$ , угол наклона траектории  $\theta_K = 3$  градуса.

На рис. 1 представлена номинальная оптимальная программа угла атаки для стандартной атмосферы [4], которая при определении командного управления на первом шаге взята в качестве номинальной программы.

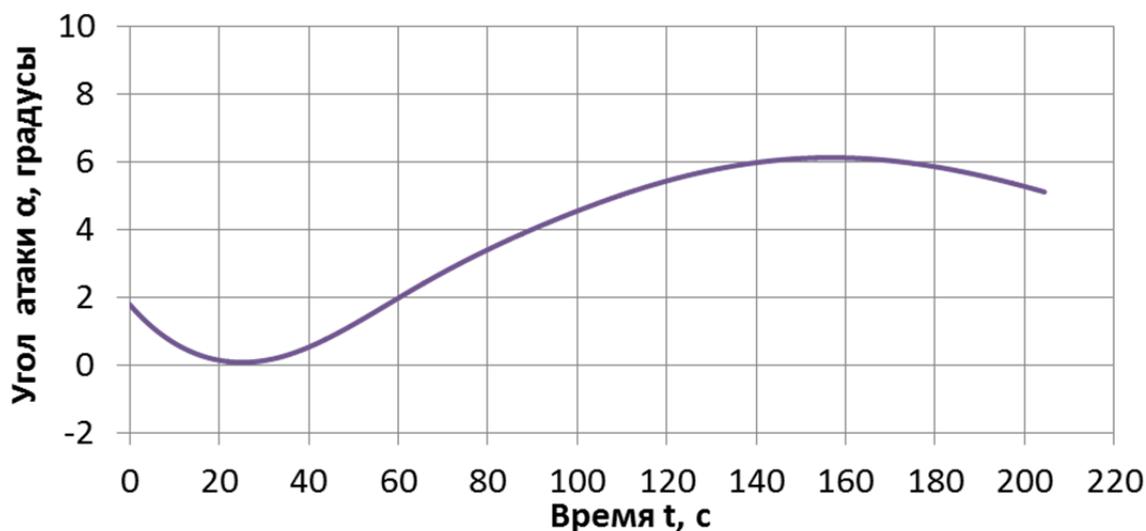


Рис. 1. Номинальная оптимальная программа угла атаки

### Командное управление при предельно «разреженной» атмосфере

Проведено моделирование при шаге управления длительностью 5 секунд.

Была выбрана точность решения  $\varepsilon = 1\%$  для фазовых координат  $V_K, h_K, \theta_K$ . Для конечного значения Гамильтониана  $H_K$ , который согласно принципу максимума Понтрягина должен равняться нулю на всём временном интервале оптимального управления, точность  $\varepsilon = 0,01$ . Следовательно решение считается найденным, если отклонения фазовых координат и Гамильтониана в правом конце составляют не более:

$$\Delta V = 181 \text{ м/с}, \Delta \theta = 0,03 \text{ градусов}, \Delta h = 300 \text{ м}, \Delta H = 0,01.$$

В табл. 1 представлены конечные значения параметров движения при предельно «разреженной» атмосфере.

Таблица 1. Конечные значения параметров движения при предельно «разреженной» атмосфере

| Параметр             | «Возмущённая» программа | Командная программа |
|----------------------|-------------------------|---------------------|
| $t_K$ , с            | 202,92                  | 203,61              |
| $\theta_K$ , градусы | 3,01                    | 2,69                |
| $h_K$ , м            | 29 939                  | 29 885              |
| $M_K$                | 6,00                    | 6,00                |
| $m_K$ , кг           | 278 345                 | 278 341             |

Из табл. 1 видно, что значения конечных высоты и скорости достигают заданных, но значение конечного угла наклона траектории меньше трёх градусов на 10%. При этом время полёта и конечная масса по сравнению с «возмущённой» программой практически не изменяются.

На рис. 2 представлены «возмущённая» и командная программы угла атаки для предельно «разреженной» ( $\xi = -5,5$ ) атмосферы.

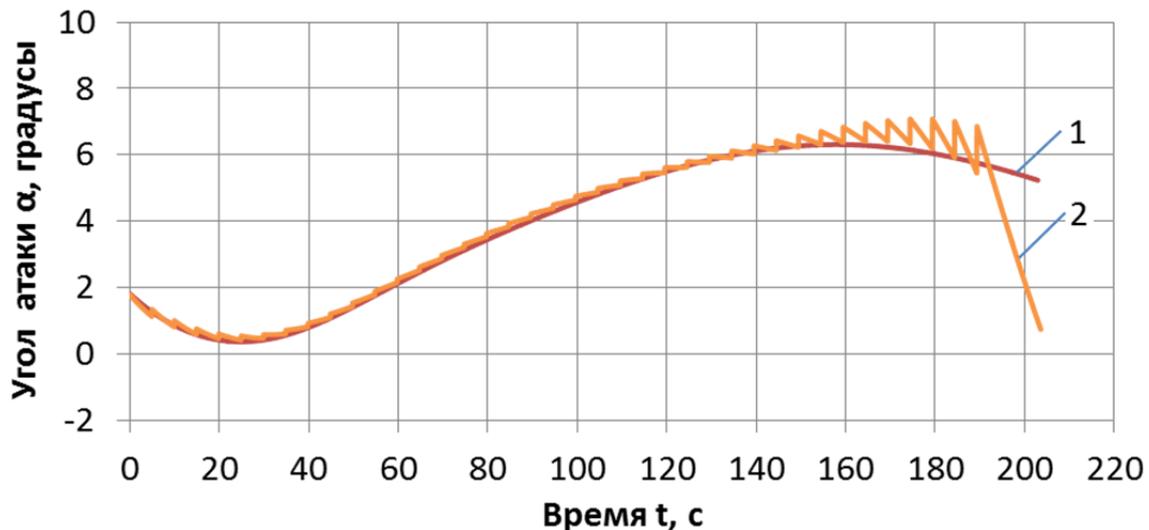


Рис. 2. Программы угла атаки для предельно «разреженной» атмосферы:  
1 – «возмущённая» программа; 2 – командная программа

Из рис. 2 следует, что почти на всех шагах управления «возмущённая» и командная программы близки друг к другу. До 39-го шага управления краевые задачи были решены не более чем за три итерации. На 39-м шаге управления, который начинается с  $t = 195$  с, решение краевой задачи найти не удалось, так как на одной из итераций угол атаки превысил максимальное значение ( $\alpha_{\max} = 10$  градусов). Поэтому на 39-м и 40-м шагах используется управление, полученное на 38-м шаге.

На рис. 3 представлены траектории набора высоты с разгоном для предельно «разреженной» атмосферы.

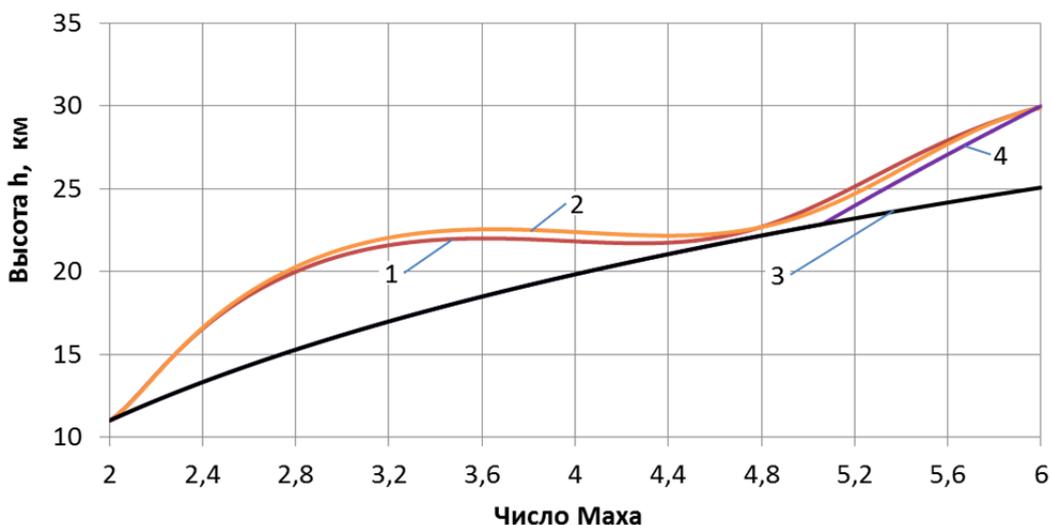


Рис. 3. Траектории набора высоты с разгоном при предельно «разреженной» атмосфере:  
 1 – «возмущённая» программа; 2 – командная программа;  
 3 – максимальный скоростной напор; 4 – максимальный тепловой поток

Из рис. 3 следует, что траектории набора высоты при «возмущённой» и командной программах близки друг к другу. Ограничения по скоростному напору и тепловому потоку не нарушаются.

### Командное управление при предельно «плотной» атмосфере

В табл. 2 представлены конечные значения параметров движения при предельно «плотной» атмосфере.

Таблица 2. Конечные значения параметров движения при предельно «плотной» атмосфере

| Параметр             | «Возмущённая» программа | Командная программа |
|----------------------|-------------------------|---------------------|
| $t_K$ , с            | 206,05                  | 204,93              |
| $\theta_K$ , градусы | 3,01                    | 3,37                |
| $h_K$ , м            | 29 991                  | 29 997              |
| $M_K$                | 6,00                    | 5,98                |
| $m_K$ , кг           | 278 100                 | 278 111             |

Из табл. 2 видно, что значения конечных высоты и скорости достигают заданных, а значение конечного угла наклона траектории больше трёх градусов на 12%. При этом время полёта и конечная масса по сравнению с «возмущённой» программой практически не изменяются.

На рис. 4 представлены «возмущённая» и командная программы угла атаки для предельно «плотной» атмосферы.

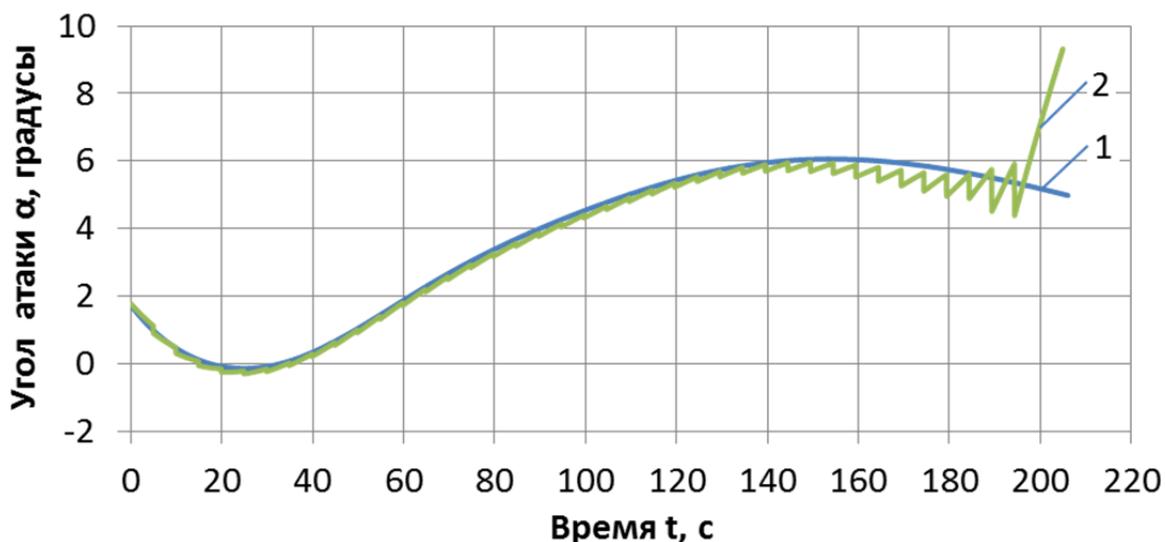


Рис. 4. Программы угла атаки для предельно «плотной» атмосферы:  
1 – «возмущённая» программа; 2 – командная программа

Из рис. 4 следует, что почти на всех шагах управления «возмущённая» и командная программы близки друг к другу. До 40-го шага управления краевые задачи были решены не более чем за три итерации. На 40-м шаге управления, который начинается с  $t = 200$  с, решение краевой задачи найти не удалось, так как на одной из итераций угол атаки превысил максимальное значение ( $\alpha_{\max} = 10$  градусов). Поэтому на заключительном 40-м шаге используется управление, полученное на 39-м шаге.

На рис. 5 представлены траектории набора высоты с разгоном для предельно «плотной» атмосферы.

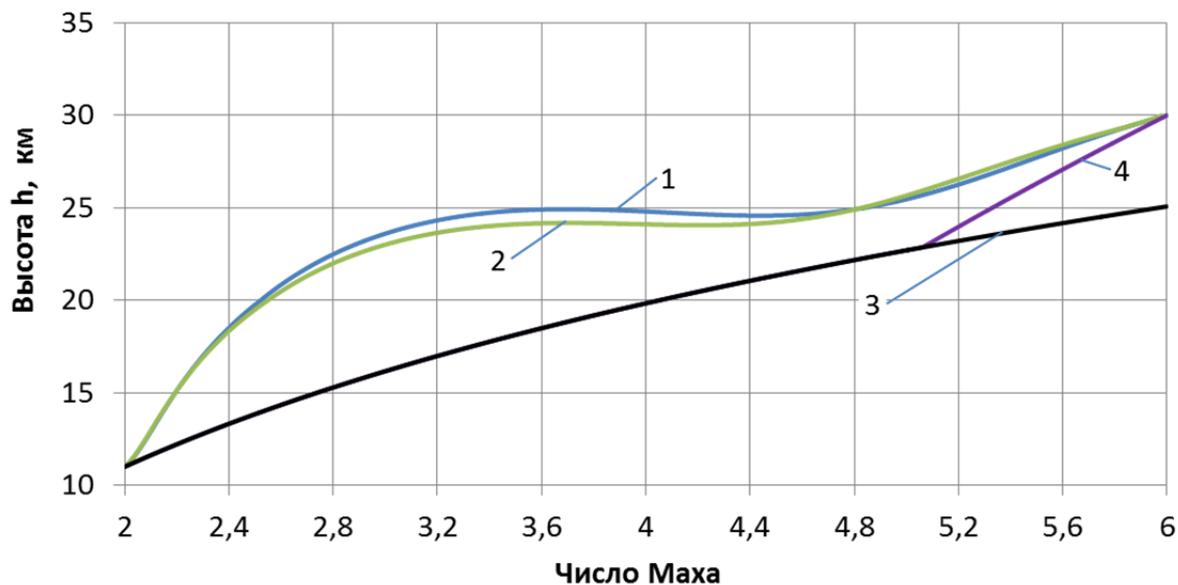


Рис. 5. Траектории набора высоты с разгоном при предельно «плотной» атмосфере:  
1 – «возмущённая» программа; 2 – командная программа;  
3 – максимальный скоростной напор; 4 – максимальный тепловой поток

Из рис. 5 следует, что траектории набора высоты при «возмущённой» и командной программах близки друг к другу. Ограничения по скоростному напору и тепловому потоку не нарушаются.

### **Заключение**

Задача получения командного оптимального управления траекториями гиперзвуковой первой ступени авиационно-космической системы в условиях атмосферных возмущений может быть решена с использованием принципа максимума Понтрягина.

Отметим следующие особенности, возникшие при решении задачи.

Для «разреженной» и «плотной» атмосферы в конце участка набора высоты с разгоном при решении краевой задачи нарушается ограничение по углу атаки. Для «разреженной» атмосферы конечное значение угла наклона траектории при сохранении управления, полученного на 38-м шаге, меньше заданного на 10%, для «плотной» – при сохранении управления, полученного на 39-м шаге, больше заданного на 12%. Заданные конечные условия по скорости и высоте выполняются.

### **Библиографический список**

1. Бузулук В.И. Оптимизация траекторий движения аэрокосмических летательных аппаратов. М.: ЦАГИ, 2008. 476 с.
2. Нечаев Ю.Н. Силовые установки гиперзвуковых и воздушно-космических летательных аппаратов. М.: Российская академия космонавтики, 1996. 214 с.
3. Нечаев Ю.Н., Полев А.С., Никулин А.В. Моделирование условий работы пароводородного РТД в составе силовой установки гиперзвукового летательного аппарата // Вестник Академии космонавтики. Научно-технические проблемы космонавтики. Выпуск 2. Материалы научных докладов на заседаниях направления в 1996-1997 гг. М.: Российская академия космонавтики, 1998. С. 159-191.
4. Балакин В.Л., Крикунов М.М. Анализ программ управления и траекторий набора высоты гиперзвуковой первой ступени авиационно-космической системы // Вестник Самарского университета. Аэрокосмическая техника, технологии и машиностроение. 2019. Т. 18, № 1. С. 18-29. DOI: 10.18287/2541-7533-2019-18-1-18-29
5. Балакин В.Л., Крикунов М.М. Возмущённое движение гиперзвуковой первой ступени авиационно-космической системы при наборе высоты // Вестник Самарского университета. Аэрокосмическая техника, технологии и машиностроение. 2019. Т. 18, № 3. С. 16-28. DOI: 10.18287/2541-7533-2019-18-3-16-28
6. Крикунов М.М. Командное оптимальное управление траекториями гиперзвукового самолёта в условиях атмосферных возмущений // Вестник Самарского университета. Аэрокосмическая техника, технологии и машиностроение. 2020. Т. 19, № 1. С. 41-50. DOI: 10.18287/2541-7533-2020-19-1-41-50
7. Понтрягин Л.С., Болтянский В.Г., Гамкрелидзе Р.В., Мищенко Е.Ф. Математическая теория оптимальных процессов. М.: Наука, 1983. 393 с.

## OPTIMAL COMMAND CONTROL OF FLIGHT PATHS OF AEROSPACE SYSTEM HYPERSONIC FIRST STAGE IN CONDITIONS OF ATMOSPHERIC DISTURBANCES

© 2020

**M. M. Krikunov** Candidate of Science (Engineering), Senior Research Associate;  
Samara National Research University, Samara, Russian Federation;  
[krikunov.mm@ssau.ru](mailto:krikunov.mm@ssau.ru)

The paper deals with disturbed motion of the hypersonic first stage of an aerospace system in accelerated climb. Disturbances are deviations of atmospheric density from the values of a standard model. A multistep control process is accepted. The command angle-of-attack schedule is specified at each step of control using the method of Pontryagin's maximum principle. The nominal control program is applied at the first step. We present the results of modeling disturbed motion with command control of the angle of attack for maximum "rarified" and maximum "dense" atmosphere. The angle-of-attack constraint is violated for "rarified" and "dense" atmosphere at the end of the accelerated flight segment when a boundary value problem is solved. If command control obtained as a result of solving the boundary value problem is maintained the target terminal speed and altitude conditions are fulfilled. The finite value of the flight path inclination angle for "rarefied" atmosphere is 10% lower than the target one, while for "dense" atmosphere it is 12% higher.

*Aerospace system; hypersonic first stage; climb; acceleration; atmospheric disturbances; optimal angle-of-attack schedule; control step; propellant mass minimum; Pontryagin's maximum principle.*

---

*Citation:* Krikunov M.M. Optimal command control of flight paths of aerospace system hypersonic first stage in conditions of atmospheric disturbances. *Vestnik of Samara University. Aerospace and Mechanical Engineering*. 2020. V. 19, no. 2. P. 31-37. DOI: 10.18287/2541-7533-2020-19-2-31-37

### References

1. Buzuluk V.I. *Optimizatsiya traektoriy dvizheniya aerokosmicheskikh letatel'nykh apparatov* [Optimization of aerospace vehicle flight paths]. Moscow: Central Aerohydrodynamic Institute Publ., 2008. 476 p.
2. Nechaev Yu.N. *Silovye ustanovki giperzvukovykh i vozdushno-kosmicheskikh letatel'nykh apparatov* [Power units of hypersonic and space-air vehicles]. Moscow: Rossiyskaya Akademiya Kosmonavtiki Publ., 1996. 214 p.
3. Nechaev Yu.N., Polev A.S., Nikulin A.V. Modelirovanie usloviy raboty parovodorodnogo RTD v sostave silovoy ustanovki giperzvukovogo letatel'nogo apparata. *Vestnik Akademii kosmonavtiki. Nauchno-tekhnicheskie problemy kosmonavtiki*. Vypusk 2. Materialy nauchnykh dokladov na zasedaniyakh napravleniya v 1996-1997 gg. Moscow: Rossiyskaya Akademiya Kosmonavtiki Publ., 1998. P. 159-191. (In Russ.)
4. Balakin V.L., Krikunov M.M. Analysis of control programs and climb paths of the hypersonic first stage of an aerospace system. *Vestnik of Samara University. Aerospace and Mechanical Engineering*. 2019. V. 18, no. 1. P. 18-29. (In Russ.). DOI: 10.18287/2541-7533-2019-18-1-18-29
5. Balakin V.L., Krikunov M.M. Disturbed motion of the hypersonic first stage of an aerospace system in climb. *Vestnik of Samara University. Aerospace and Mechanical Engineering*. 2019. V. 18, no. 3. P. 16-28. (In Russ.). DOI: 10.18287/2541-7533-2019-18-3-16-28
6. Krikunov M.M. Optimal command control of hypersonic aircraft flight path in conditions of atmospheric disturbances. *Vestnik of Samara University. Aerospace and Mechanical Engineering*. 2020. V. 19, no. 1. P. 41-50. (In Russ.). DOI: 10.18287/2541-7533-2020-19-1-41-50
7. Pontryagin L.S., Boltyanskiy V.G., Gamkrelidze R.V., Mishchenko E.F. *Matematicheskaya teoriya optimal'nykh protsessov* [Mathematical theory of optimal processes]. Moscow: Nauka Publ., 1983. 393 p.