

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ РАБОТЫ СИСТЕМЫ ОХЛАЖДЕНИЯ «БАК – СОПЛО»

© 2020

**В. В. Шалай** доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой «Нефтегазовое дело, стандартизация и метрология», президент университета; Омский государственный технический университет; [info@omgtu.ru](mailto:info@omgtu.ru)

**К. В. Щербань** научный сотрудник научно-исследовательской лаборатории «Системы жизнеобеспечения обитаемых и необитаемых объектов»; Омский государственный технический университет; [sherban.kirill@gmail.com](mailto:sherban.kirill@gmail.com)

В настоящее время актуален вопрос повышения теплоотдачи углеводородного топлива в системах каналов систем охлаждения жидкостных ракетных двигателей. Рассматриваются результаты разработки математической модели системы охлаждения двигателя, работающей на дополнительной циркуляции топлива между баком и соплом. Данная модель позволяет определить условия, при которых кратность циркуляции керосина в контуре охлаждения сопла обеспечивает использование в качестве материала стенки сопла выбранный материал, и найти минимальное количество керосина в баке, необходимого для охлаждения сопла предлагаемым методом.

*Жидкостные ракетные двигатели; система охлаждения; теплообмен; теплоотдача; турбулизация.*

---

*Цитирование:* Шалай В.В., Щербань К.В. Математическая модель работы системы охлаждения «бак – сопло» // Вестник Самарского университета. Аэрокосмическая техника, технологии и машиностроение. 2020. Т. 19, № 1. С. 87-95. DOI: 10.18287/2541-7533-2020-19-1-87-95

### Введение

Продолжается интенсивная разработка прямоточных реактивных воздушных двигателей для гиперзвуковых летательных аппаратов [1-7]. Анализ теоретических и экспериментальных работ показал, что одной из основных проблем при создании такого типа двигателя является разработка системы охлаждения его камеры сгорания и сопла. К этим системам предъявляются жёсткие требования [8-11], так как они должны обеспечивать работу двигателя в тяжёлом температурном режиме. В предыдущих работах [12-15] авторами рассматривались возможность и целесообразность охлаждения жидкостных ракетных двигателей (ЖРД) с помощью углеводородного топлива, текущего по каналам, расположенным в стенках сопла. Проведённый параметрический анализ [12; 13], а также экспериментальное исследование [15] подтвердили возможность использования углеводородного топлива для охлаждения сопла. В статье приведена принципиальная схема системы охлаждения «Бак – сопло» и математическая модель, описывающая граничные условия, при которых предлагаемая система сможет работать, не нарушая рабочих процессов ракеты.

### Математическая модель

Как было предложено в [13], для предотвращения плавления металла в каналах системы охлаждения необходимо обеспечивать расход теплоносителя больше стехиометрического. После нагрева до  $T = T_k - \Delta T$  в каналах системы охлаждения часть потока керосина, соответствующего стехиометрическому расходу, подаётся в камеру сгорания, а оставшаяся часть возвращается обратно в бак. При этом этот возвращающийся

поток может охлаждаться в специальной системе охлаждения или не охлаждаться. В последнем случае возвращающийся в бак поток будет иметь температуру большую, чем выходящий из бака поток, на величину нагрева керосина в каналах системы охлаждения  $\Delta T$ . Этот возвращаемый в бак поток будет нагревать весь керосин в баке, т.е. температура керосина в баке будет непрерывно повышаться. Это может привести к тому, что в некоторый момент керосин в баке может выкипеть и система охлаждения прекратит работать. Для определения возможных режимов работы системы охлаждения построим модель её работы во времени. Модель основана на схеме, представленной на рис. 1.

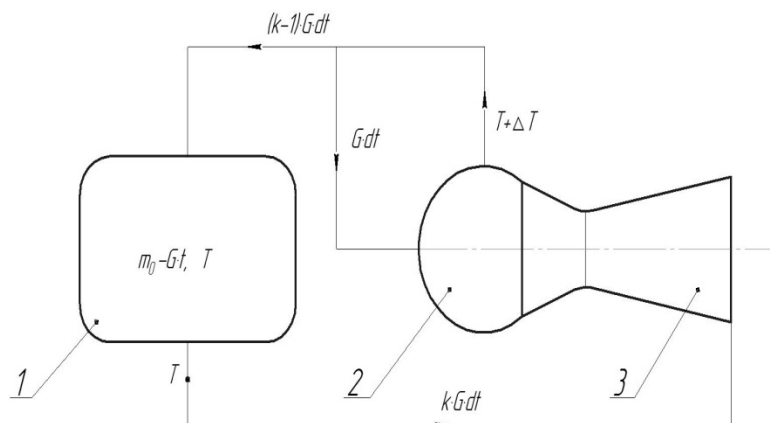


Рис 1. Схема для моделирования работы системы охлаждения во времени:  
1 – бак с керосином; 2 – камера сгорания; 3 – сопло с каналами охлаждения

Из этой схемы видно, что из бака 1 керосин в течение бесконечно малого времени  $dt$  в количестве  $kGdt$  ( $G$  – стехиометрический массовый расход керосина,  $k$  – кратность циркуляции керосина) с температурой  $T$  подаётся в систему охлаждения сопла 3. В каналах системы охлаждения керосин нагревается на величину  $\Delta T$ , после чего часть керосина с массой  $Gdt$  и температурой  $(T + \Delta T)$  подаётся в камеру сгорания 2, а оставшаяся масса  $(k - 1)Gdt$  с температурой  $(T + \Delta T)$  возвращается в бак. Масса керосина в баке  $(m_0 - kGt)$ , где  $t$  – время работы двигателя;  $m_0$  – начальная масса горючего в баке.

Уравнение энергетического баланса для бака для бесконечно малого промежутка времени  $dt$  будет иметь вид

$$d[c(m_0 - Gt)T] = c(T + \Delta T)(k - 1)Gdt - cTkGdt, \quad (1)$$

где  $c$  – удельная массовая теплоёмкость керосина, Дж/(кг·К).

В этом уравнении левая часть представляет изменение внутренней энергии керосина в баке за промежуток  $dt$ . Первое слагаемое правой части характеризует внутреннюю энергию, вносимую в бак за время  $dt$  нагретым в каналах системы охлаждения керосином. Второе слагаемое правой части выражает внутреннюю энергию, выносимую из бака с керосином, уходящим в систему охлаждения.

Сокращая обе части уравнения (1) на  $G$  и  $c$ , приведём его к виду

$$d\left[\left(\frac{m_0}{G} - t\right)T\right] = (T + \Delta T)(k - 1)dt - Tk dt. \quad (2)$$

Раскроем скобки в левой части уравнения (2):

$$T d\left(\frac{m_0}{G} - t\right) + \left(\frac{m_0}{G} - t\right) dT = (T + \Delta T)(k-1) dt - T k dt.$$

Преобразуем последнее уравнение:

$$\begin{aligned} -T dt + \left(\frac{m_0}{G} - t\right) dT &= (T + \Delta T)(k-1) dt - T k dt, \\ \left(\frac{m_0}{G} - t\right) dT &= (T + \Delta T)(k-1) dt - T k dt + T dt, \\ \left(\frac{m_0}{G} - t\right) dT &= (T + \Delta T)(k-1) dt - (k-1) T dt, \\ \left(\frac{m_0}{G} - t\right) dT &= (k-1)(T + \Delta T - T) dt, \\ \left(\frac{m_0}{G} - t\right) dT &= (k-1) \Delta T dt, \\ dT &= (k-1) \Delta T \frac{dt}{\left(\frac{m_0}{G} - t\right)}, \\ dT &= -(k-1) \Delta T \frac{d\left(\frac{m_0}{G} - t\right)}{\left(\frac{m_0}{G} - t\right)}. \end{aligned}$$

Интегрируя последнее выражение, получаем

$$T = -(k-1) \Delta T \ln\left(\frac{m_0}{G} - t\right) + C. \quad (3)$$

В уравнении (3)  $C$  – постоянная интегрирования; отношение  $\frac{m_0}{G}$  – время, за которое опорожнится бак с начальной массой керосина  $m_0$ , если из него подавать керосин в камеру сгорания с расходом  $G$ .

Постоянная  $C$  определяется из условия, что в начальный момент времени при  $t = 0$  температура в баке равна  $T_0$ . Подставляя это условие в (3), выразим  $C$ :

$$C = T_0 + (k-1) \Delta T \ln\left(\frac{m_0}{G}\right).$$

Подставляя  $C$  в (3), получаем

$$T = T_0 + (k-1) \Delta T \ln\left(\frac{m_0}{G}\right) - (k-1) \Delta T \ln\left(\frac{m_0}{G} - t\right).$$

После преобразования получаем

$$T = T_0 - (k-1)\Delta T \ln \left( \frac{\frac{m_0}{G} - t}{\frac{m_0}{G}} \right),$$

или

$$T = T_0 - (k-1)\Delta T \ln \left( 1 - \frac{t}{m_0/G} \right). \quad (4)$$

Поскольку  $\frac{m_0}{G}$  – это время, за которое опорожняется бак с массой керосина  $m_0$  (время полёта ракеты), то  $\frac{t}{m_0/G}$  – это относительное текущее время, которое обозначим как  $\tau$  ( $\tau \in [0; 1]$ ).

С учётом этого выражение (4) примет вид

$$T = T_0 - (k-1)\Delta T \ln(1-\tau),$$

или в безразмерном виде

$$\frac{T}{T_0} = 1 - (k-1)\frac{\Delta T}{T_0} \ln(1-\tau). \quad (5)$$

Выражение (5) устанавливает зависимость относительной температуры оставшегося в баке керосина ( $T/T_0$ ) от относительного времени  $\tau$ , нагрева керосина в канале системы охлаждения сопла  $\Delta T$  и кратности циркуляции керосина  $k$ .

На рис. 2, 3 представлены графики этой зависимости. Например, для условий однозначности:  $T_0 = 293$  К,  $T_{пр} = T_{кш} = 423$  К ( $150^\circ\text{C}$ ), величина  $k$  равна 2 (рис. 2), а «дельта  $T$ » =  $\Delta T = 100$  К (рис. 3).

Из этих графиков видно, что с течением времени температура керосина в баке будет возрастать, причём тем быстрее, чем больше нагрев керосина в канале системы охлаждения «дельта  $T$ » =  $\Delta T$  и чем больше кратность циркуляции  $k$ .

Система подачи топлива в камеру сгорания в рассмотренном режиме будет работать до тех пор, пока керосин будет возвращаться в состояние жидкости. Предельным случаем этого режима будет момент времени  $\tau_0$ , когда после нагрева керосина в канале системы охлаждения он будет возвращаться в бак при нижней температуре кипения ( $T_{кш} = 150^\circ\text{C}$ ). В этом случае температура керосина в баке будет  $T = T_{кш} - \Delta T$ .

Подставляя это значение  $T$  в (5), получим

$$\frac{T_{кш} - \Delta T}{T_0} = 1 - (k-1)\frac{\Delta T}{T_0} \ln(1-\tau_0).$$

Выразим из этого уравнения время  $\tau_0$ :

$$\tau_0 = 1 - \frac{1}{\exp\left(\frac{T_{кш} - T_0 - \Delta T}{(k-1)\Delta T}\right)}. \quad (6)$$

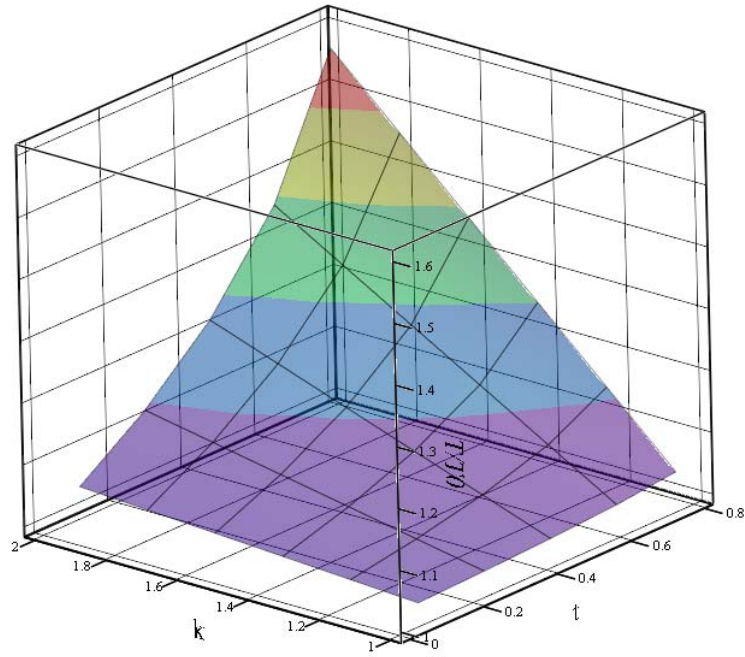


Рис. 2. Графическое изображение зависимости относительной текущей температуры керосина в баке  $T/T_0$  от относительного времени  $t$  и кратности циркуляции керосина  $k$

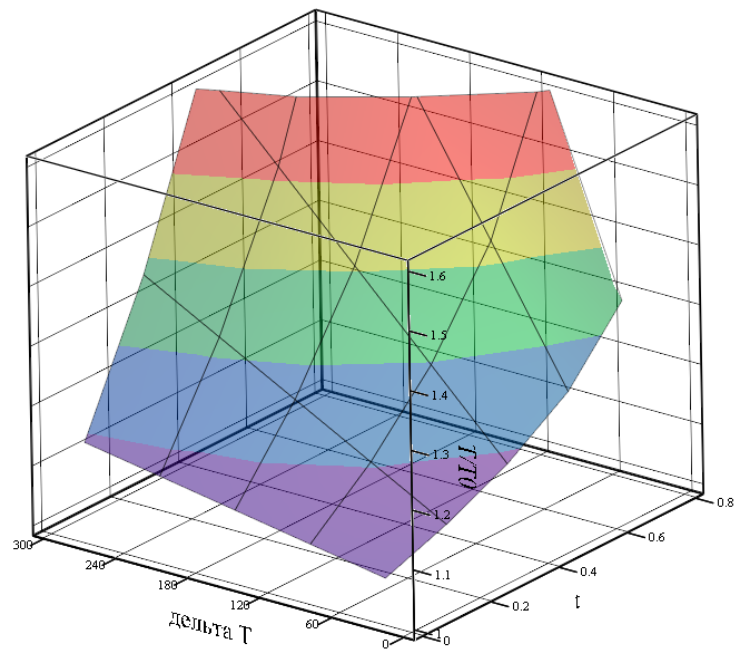


Рис. 3. Графическое изображение зависимости относительной текущей температуры керосина в баке  $T/T_0$  от относительного времени  $t$  и величины нагрева керосина в канале системы охлаждения сопла «дельта  $T$ »

На рис. 4 изображена зависимость времени  $\tau_0$  от величины нагрева керосина в канале системы охлаждения сопла «дельта  $T$ » =  $\Delta T$  и кратности циркуляции керосина  $k$ .

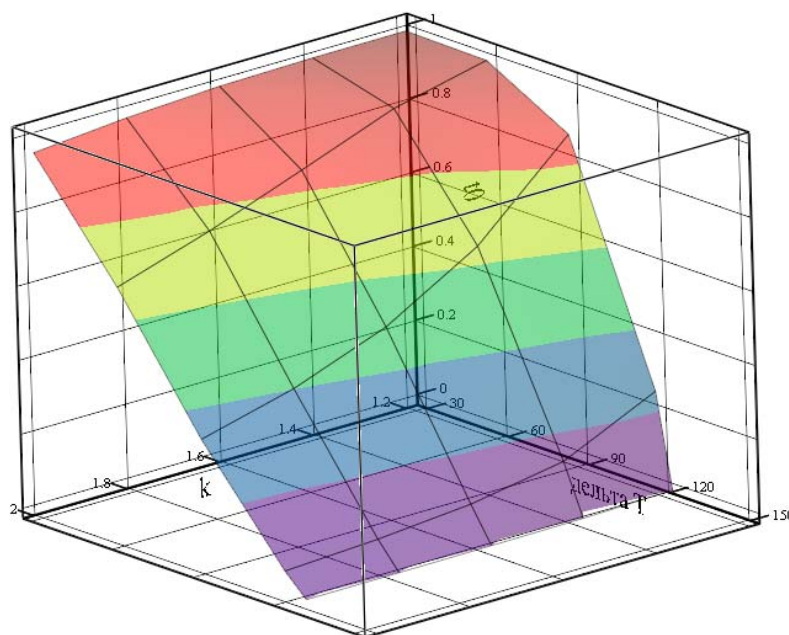


Рис. 4. Зависимость относительного времени  $\tau_0$  от величины нагрева керосина в канале системы охлаждения сопла «дельта  $T$ » =  $\Delta T$  и кратности циркуляции керосина  $k$

Из рис. 4 видно, что относительное время работы системы подачи керосина в жидкостном режиме  $\tau_0$  возрастает с уменьшением величины нагрева керосина в канале системы охлаждения сопла «дельта  $T$ » =  $\Delta T$  и уменьшением кратности циркуляции керосина  $k$ .

При выводе зависимостей (5), (6) кратность циркуляции  $k$  и величина нагрева керосина в канале системы охлаждения сопла «дельта  $T$ » =  $\Delta T$  рассматривались как независимые друг от друга величины. На самом деле между ними существует зависимость, причём можно предполагать, что увеличение кратности циркуляции  $k$  приведёт к снижению величины нагрева керосина  $\Delta T$ . Эта зависимость устанавливается посредством проведения теплового расчёта системы охлаждения сопла. Для различных систем охлаждения (различных конфигурации и площади поперечного сечения канала, шаге навивки канала, толщине стенки канала и т.д.) эти зависимости будут различными. Наложение зависимости  $\Delta T = f(k)$  на поверхность рис. 4 или подстановка её в уравнение (6) позволит получить однозначное соответствие между кратностью циркуляции  $k$  и величиной  $\tau_0$ . Установление этой зависимости для различных конфигураций системы охлаждения является задачей дальнейшего исследования.

В первом приближении, рассматривая величины  $k$  и  $\Delta T$  как независимые и зная их значения, из (6) можно найти время  $\tau_0$ . Зная потребное относительное время работы системы подачи топлива в расчётном режиме, время работы двигателя и массовый расход керосина  $G$ , можно найти минимальное количество керосина в баке  $m_0$ . Рассмотренная модель работы системы подачи топлива позволяет определить условия, при которых кратность циркуляции керосина в контуре охлаждения сопла обеспечивала бы использование в качестве материала стенки сопла выбранный материал.

## Заключение

Разработанная математическая модель системы охлаждения двигателя, работающей на дополнительной циркуляции топлива между баком и соплом, позволяет определить условия, при которых кратность циркуляции керосина в контуре охлаждения сопла обеспечивает использование в качестве материала стенки сопла выбранный материал, и найти минимальное количество керосина в баке, необходимого для охлаждения сопла предлагаемым методом.

## Библиографический список

1. Балмина Р.В., Губанов А.А., Иванькин М.А., Лапинский Д.А. Состояние и перспективы разработки гиперзвукового вооружения // *Техническая информация*. 2012. № 1-2 (1821-1822). С. 1-72.
2. Лаптев А.Г., Николаев Н.А., Башаров М.М. Методы интенсификации и моделирования тепломассообменных процессов. М.: Теплотехник, 2011. 335 с.
3. Сухов Е.В. Совершенствование конструкций и метода расчёта компактных спирально-змеевиковых узлов охлаждения компрессорных агрегатов. Дис. ... канд. техн. наук. Омск, 2012. 196 с.
4. Misra A. Composite materials for aerospace propulsion related to air and space transportation // In book: «Lightweight Composite Structures in Transport». Cambridge: Woodhead Publishing, 2016. P. 305-327.
5. Hiroyasu H., Arai M. Structures of fuel spray in diesel engines // *SAE Technical Paper Series*. 1990. DOI: 10.4271/900475
6. Chen Yu., Wang Yu., Bao Z., Zhang Q., Li X.-Y. Numerical investigation of flow distribution and heat transfer of hydrocarbon fuel in regenerative cooling panel // *Applied Thermal Engineering*. 2016. V. 98. P. 628-635. DOI: 10.1016/j.applthermaleng.2015.12.088
7. Moiseeva N.P., Pokhodun A.I. Investigation of the non-uniqueness and subrange in consistencies of ITS-90 using platinum resistance thermometers in the 0-961.78 °C range // *Temperature: Its Measurement s and Control in Science and Industry*. 1992. V. 6. P. 187-191.
8. Михайлов А.М. Паровая конверсия углеводородов как метод химической регенерации тепла // *Научно-технические ведомости Санкт-Петербургского государственного политехнического университета*. 2013. № 3 (178). С. 95-100.
9. Дорофеев А.А. Основы теории тепловых ракетных двигателей: теория, расчёт и проектирование. М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2014. 571 с.
10. Мякочин А.С., Яновский Л.С. Образование отложений в топливных системах силовых установок и методы их подавления. М.: Изд-во МАИ, 2001. 223 с.
11. Кутепов А.М., Стерман Л.С., Стюшин Н.Г. Гидродинамика и теплообмен при парообразовании. М.: Высшая школа, 1986. 448 с.
12. Чернов Г.И., Щербань К.В. Математическая модель теплоотдачи при течении углеводородного топлива в каналах системы охлаждения ЖРД и обоснование возможности её интенсификации // *Материалы XI Всероссийской научной конференции «Проблемы разработки, изготовления и эксплуатации ракетно-космической техники и подготовки инженерных кадров для авиакосмической отрасли» (30-31 мая 2017 г., Омск)*. Омск: ОмГТУ, 2017. С. 114-127.
13. Юша В.Л., Чернов Г.И., Щербань К.В. Влияние расхода и схемы движения углеводородного топлива в каналах системы охлаждения сопла и его расхода на температурные поля в различных элементах сопла // *Материалы XII Всероссийской научной конференции «Проблемы разработки, изготовления и эксплуатации ракетно-*

космической техники и подготовки инженерных кадров для авиакосмической отрасли» (30 мая 2018 г., Омск). Омск: ОмГТУ, 2018. С. 133-147.

14. Юша В.Л., Чернов Г.И., Щербань К.В. Конструкция системы интенсификации теплообмена углеводородного топлива в охлаждающих каналах жидкостного ракетного двигателя // Известия высших учебных заведений. Машиностроение. 2018. № 8 (701). С. 86-91. DOI: 10.18698/0536-1044-2018-8-86-91

15. Шалай В.В., Щербань К.В. Разработка модернизированного экспериментального стенда для исследования систем охлаждения с интенсификацией в поле инерционных сил // Омский научный вестник. Серия «Авиационно-ракетное и энергетическое машиностроение». 2019. Т. 3, № 1. С. 73-81. DOI: 10.25206/2588-0373-2019-3-1-73-81

## MATHEMATICAL MODEL OF THE “TANK – NOZZLE” COOLING SYSTEM

© 2020

**V. V. Shalay** Doctor of Science (Engineering), Professor, Head of Oil and Gas Engineering, Standardization and Metrology Department, President of OmSTU; Omsk State Technical University (OmSTU), Omsk, Russian Federation; [info@omgtu.ru](mailto:info@omgtu.ru)

**K. V. Shcherban** Research Fellow, Laboratory of Life Support Systems for Inhabited and Uninhabited Objects; Omsk State Technical University (OmSTU), Omsk, Russian Federation; [shcherban.kirill@gmail.com](mailto:shcherban.kirill@gmail.com)

The task of increasing heat transfer of hydrocarbon fuel in the channels of cooling systems of liquid rocket engines is a matter of current interest. The article discusses the results of developing a mathematical model of an engine cooling system operating on super-circulation of fuel between the tank and the nozzle. The model makes it possible to determine the conditions under which the ratio of kerosene circulation in the nozzle cooling circuit would ensure that the selected material is used as the nozzle wall material, to find the minimum amount of kerosene in the tank required for cooling the nozzle by the proposed method.

*Liquid rocket engines; cooling system; heat transfer; heat exchange; turbulence transition.*

---

*Citation:* Shalay V.V., Shcherban K.V. Mathematical model of the “tank – nozzle” cooling system. *Vestnik of Samara University. Aerospace and Mechanical Engineering*. 2020. V. 19, no. 1. P. 87-95. DOI: 10.18287/2541-7533-2020-19-1-87-95

### References

1. Balmina R.V., Gubanov A.A., Ivan'kin M.A., Lapinskiy D.A. The state and prospects for the development of hypersonic weapons. *Tekhnicheskaya Informatsiya*. 2012. No. 1-2 (1821-1822). P. 1-72. (In Russ.)

2. Laptev A.G., Nikolaev N.A., Basharov M.M. *Metody intensifikatsii i modelirovaniya teplomassoobmennykh protsessov* [Methods of intensification and modeling of heat and mass transfer processes]. Moscow: Teplotekhnika Publ., 2011. 335 p.

3. Sukhov E.V. *Sovershenstvovanie konstruktsiy i metoda rascheta kompaktnykh spiral'no-zmeevikovykh uzlov okhlazhdeniya kompressornykh agregatov. Dis. ... kand. tekhn. nauk* [Improvement of designs and calculation method for compact spiral-coil cooling systems of compressor units]. Omsk, 2012. 196 p.



4. Misra A. Composite materials for aerospace propulsion related to air and space transportation. In book: «*Lightweight Composite Structures in Transport*». Cambridge: Woodhead Publishing, 2016. P. 305-327.
5. Hiroyasu H., Arai M. Structures of fuel spray in diesel engines. *SAE Technical Paper Series*. 1990. DOI: 10.4271/900475
6. Chen Yu., Wang Yu., Bao Z., Zhang Q., Li X.-Y. Numerical investigation of flow distribution and heat transfer of hydrocarbon fuel in regenerative cooling panel. *Applied Thermal Engineering*. 2016. V. 98. P. 628-635. DOI: 10.1016/j.applthermaleng.2015.12.088
7. Moiseeva N.P., Pokhodun A.I. Investigation of the non-uniqueness and subrange in consistencies of ITS-90 using platinum resistance thermometers in the 0-961.78 °C range. *Temperature: Its Measurement s and Control in Science and Industry*. 1992. V. 6. P. 187-191.
8. Mikhaylov A.M. Steam reforming of hydrocarbons as a method of chemical heat recovery. *St. Petersburg State Polytechnical University Journal*. 2013. No. 3 (178). P. 95-100. (In Russ.)
9. Dorofeev A.A. *Osnovy teorii teplovykh raketnykh dvigateley: teoriya, raschet i proektirovanie* [Fundamentals of the theory of thermal rocket engines: theory, calculation and design]. Moscow: Bauman Moscow State Technical University Publ., 2014. 571 p.
10. Myakochin A.S., Yanovskiy L.S. *Obrazovanie otlozheniy v toplivnykh sistemakh silovykh ustanovok i metody ikh podavleniya* [Formation of deposits in fuel systems of power plants and methods for their suppression]. Moscow: Moscow Aviation Institute Publ., 2001. 223 p.
11. Kutepov A.M., Sterman L.S., Styushin N.G. *Gidrodinamika i teploobmen pri paroobrazovanii* [Hydrodynamics and heat transfer during vaporization]. Moscow: Vysshaya Shkola Publ., 1986. 448 p.
12. Chernov G.I., Shcherban K.V. Matematicheskaya model' teplootdachi pri techenii uglevodorodnogo topliva v kanalakh sistemy okhlazhdeniya ZhRD i obosnovanie vozmozhnosti ee intensivifikatsii. *Materialy XI Vserossiyskoy nauchnoy konferentsii «Problemy razrabotki, izgotovleniya i ekspluatatsii raketno-kosmicheskoy tekhniki i podgotovki inzhenernykh kadrov dlya aviakosmicheskoy otrasli» (May, 30-31, 2017, Omsk)*. Omsk: Omsk State Technical University Publ., 2017. P. 114-127. (In Russ.)
13. Yusha V.L., Chernov G.I., Shcherban K.V. Vliyanie raskhoda i skhemy dvizheniya uglevodorodnogo topliva v kanalakh sistemy okhlazhdeniya sopla i ego raskhoda na temperaturnye polya v razlichnykh elementakh sopla. *Materialy XII Vserossiyskoy nauchnoy konferentsii «Problemy razrabotki, izgotovleniya i ekspluatatsii raketno-kosmicheskoy tekhniki i podgotovki inzhenernykh kadrov dlya aviakosmicheskoy otrasli» (May, 30, 2018, Omsk)*. Omsk: Omsk State Technical University Publ., 2018. P. 133-147. (In Russ.)
14. Yusha V.L., Chernov G.I., Shcherban K.V. Design of a heat transfer intensification system for hydrocarbon fuel in the cooling channels of the liquid rocket engine. *Proceedings of Higher Educational Institutions. Machine Building*. 2018. No. 8 (701). P. 86-91. (In Russ.). DOI: 10.18698/0536-1044-2018-8-86-91
15. Shalay V.V., Shcherban K.V. Design of modernized test bench for analysis of cooling systems with intensification under inertial forces field. *Omsk Scientific Bulletin. Series Aviation-Rocket and Power Engineering*. 2019. V. 3, no. 1. P. 73-81. (In Russ.). DOI: 10.25206/2588-0373-2019-3-1-73-81