

ОПТИМИЗАЦИЯ ПРОЦЕССА ИЗМЕНЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ ОРБИТ КОСМИЧЕСКИХ АППАРАТОВ С ПОМОЩЬЮ ВРАЩАЮЩЕЙСЯ ЭЛЕКТРОДИНАМИЧЕСКОЙ ТРОСОВОЙ СИСТЕМЫ

© 2020

Лу Хонши аспирант кафедры программных систем;
Самарский национальный исследовательский университет
имени академика С.П. Королёва;
LuHSPeter@yandex.ru

Ван Чанцин PhD, доцент института автоматки;
Северо-западный политехнический университет, г. Сиань, КНР;
wangcq@mail.ru

Ю. М. Заболотнов доктор технических наук, профессор, профессор кафедры программных систем;
Самарский национальный исследовательский университет
имени академика С.П. Королёва;
yumz@yandex.ru

Рассматривается параметрическая оптимизация процесса изменения орбитальных параметров с помощью вращающейся электродинамической тросовой системы. Изменение большой полуоси и эксцентриситета принимаются как две основные задачи и соответственно предлагаются два закона управления. Ток регулируется в зависимости от мгновенного положения проводящего троса, что позволяет обеспечить расчётное направление силы Лоренца, возникающей при взаимодействии проводника с магнитным полем Земли. Предлагается комбинированная схема управления одновременного изменения большой полуоси и эксцентриситета орбиты. Параметры законов управления оптимизируются с помощью метода Nelder-Mead с использованием различных целевых функций и ограничений. Установлено, что при использовании критериев быстрогодействия и наименьшего импульса получаются решения, которые соответствуют граничным значениям подбираемых параметров. Поэтому в качестве компромисса предлагается использовать свёртку этих критериев, что обеспечивает заданное изменение орбитальных параметров центра масс системы.

Вращающаяся электродинамическая тросовая система; изменение орбитальных параметров; большая полуось; эксцентриситет; критерий быстрогодействия; критерий наименьшего импульса; параметрическая оптимизация.

Цитирование: Лу Хонши, Ван Чанцин, Заболотнов Ю.М. Оптимизация процесса изменения параметров орбит космических аппаратов с помощью вращающейся электродинамической тросовой системы // Вестник Самарского университета. Аэрокосмическая техника, технологии и машиностроение. 2020. Т. 19, № 1. С. 64-77.
DOI: 10.18287/2541-7533-2020-19-1-64-77

Введение

Использование электродинамических тросовых систем (ЭДТС), взаимодействующих с магнитным полем Земли, является одним из способов изменения орбитальных параметров космических аппаратов (КА) и систем без затрат топлива [1]. Различают ЭДТС, которые совершают движения вблизи вертикали, и вращающиеся ЭДТС. Вращающаяся электродинамическая тросовая система (ВЭДТС) – это космическая тросовая система, которая обладает повышенной степенью устойчивости при действии возмущений по сравнению с вертикальными ЭДТС. Известно, что движения ЭДТС при постоянном токе вблизи вертикали неустойчивы [2], что требует разработки специальных методов стабилизации движения. Вращающиеся тросовые системы также могут использоваться при создании искусственной гравитации, для формирования тросовых систем со сложной конфигурацией на орбите и т. д. [3].

Хотя самая первая реализация ВЭДТС связана с миссией OEDIPUS-C в 1990-х годах [4], подробных исследований в этом направлении не было. В работах Lorenzini и Ноут отмечено, что ВЭДТС можно использовать как экономичную платформу для крупнотоннажных перевозок на орбите [5;6]. Более всестороннее исследование ВЭДТС было проведено Левиным [2]. Результаты исследований по спасению станции «Мир» в 2000 году с помощью ЭДТС изложены в [2], где ВЭДТС рассматривается им как один из перспективных типов ЭДТС.

Управление движением ВЭДТС с целью изменения орбитальных параметров имеет свои особенности. Если ток по тросу постоянный, то при движении ВЭДТС параметры орбиты будут совершать колебания относительно своих начальных значений [2]. Поэтому для изменения параметров орбиты необходимо разрабатывать методы управления током. Актуальной в этом случае является разработка оптимальных методов управления в соответствии с различными критериями.

Настоящая работа посвящена задаче изменения орбитальных параметров системы, состоящей из двух КА, соединённых проводящим тросом, причём система находится в режиме вращения относительно общего центра масс. Сначала проводится анализ динамики движения ВЭДТС без управления, чтобы получить общее представление о её движении. Затем предлагаются два закона управления для изменения большой полуоси орбиты и её эксцентриситета. Далее проводится параметрическая оптимизация рассматриваемых законов управления с помощью численного метода с использованием различных критериев.

Математическая модель движения тросовой системы

При описании движения ВЭДТС вокруг центра масс учитываются только гравитационные и электродинамические силы. Концевые тела рассматриваются как материальные точки. Для задания гравитационных сил используется ньютоновское поле тяготения. Используются следующие переменные состояния системы: 1) угол θ , определяющий положение системы относительно вертикали в плоскости орбиты; 2) угол φ , определяющий угловые колебания системы вне плоскости орбиты; 3) r – расстояние между концевыми точками; 4) A – большая полуось орбиты; 5) e – эксцентриситет орбиты; 6) Ω_u – долгота восходящего узла орбиты; 7) \mathcal{G} – истинная аномалия; 8) i – наклонение орбиты. Предполагается, что система развёрнута (длина троса фиксирована) и ВЭДТС перемещается по эллиптической орбите; трос – прямая линия (деформации троса из-за действия силы Лоренца-Ампера не учитываются). В этом случае движение ВЭДТС описывается следующими уравнениями [7;8]:

$$\begin{aligned} \frac{dA}{dt} &= 2v \sqrt{\frac{A^3}{K(1-q^2-k^2)}} \left[a_s \frac{q \sin u - k \cos u}{v} + a_t \right], \\ \frac{dq}{dt} &= \sqrt{\frac{p}{K}} \left[a_s \sin u + a_t \left(1 + \frac{1}{v} \right) \cos u + \frac{1}{v} (qa_t + ka_w \operatorname{ctg} i \sin u) \right], \\ \frac{dk}{dt} &= \sqrt{\frac{p}{K}} \left[-a_s \cos u + a_t \left(1 + \frac{1}{v} \right) \sin u + \frac{1}{v} (ka_t - qa_w \operatorname{ctg} i \sin u) \right], \\ \frac{di}{dt} &= \frac{a_w}{v} \sqrt{\frac{p}{K}} \cos u, \quad \frac{d\Omega}{dt} = \frac{a_w}{v} \sqrt{\frac{p}{K}} \frac{\sin u}{\sin i}, \\ \frac{du}{dt} &= \frac{1}{v} \sqrt{\frac{p}{K}} \left[v^3 \frac{K}{p^2} - a_w \operatorname{ctg} i \sin u \right]. \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \ddot{\theta} + \dot{\omega} - 2(\dot{\theta} + \omega)\dot{\varphi} \operatorname{tg} \varphi + 1.5\nu^{-1}\omega^2 \sin 2\theta &= Q_\theta / m_e r^2 \cos^2 \varphi, \\ \ddot{\varphi} + \left[0.5(\dot{\theta} + \omega)^2 + 1.5\nu^{-1}\omega^2 \cos^2 \theta \right] \sin 2\varphi &= Q_\varphi / m_e r^2. \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь $u = \vartheta + \omega_\pi$, ω_π – аргумент перигея, $e = \sqrt{q^2 + k^2}$, $\nu = 1 + q \cos(\vartheta) + k \sin(\vartheta)$, $p = A(1 - q^2 - k^2)$, K – гравитационная постоянная Земли; a_s, a_t, a_w – компоненты возмущающего ускорения от силы Ампера соответственно по осям орбитальной системы координат Cx, Cy, Cz , связанной с радиус-вектором центра масс системы; $\omega = \dot{\vartheta} = (K/p^3)^{1/2} \nu^2$, $\dot{\omega} = \ddot{\vartheta} = -2K\nu^3 e \sin \vartheta / p^3$; $m_e = (m_1 m_2) / (m_1 + m_2)$, $m_{1,2}$ – массы концевых тел.

Обобщённые силы Q_θ, Q_φ и ускорения a_s, a_t, a_w , зависящие от сил Ампера, имеют вид [7;9]:

$$\begin{aligned} Q_\theta &= \cos \varphi (B_z \cos \varphi - B_x \sin \varphi \cos \theta - B_y \sin \varphi \sin \theta) \Delta I r, \\ Q_\varphi &= -(B_y \cos \theta - B_x \sin \theta) \Delta I r, \\ a_s &= \frac{I r (B_z \cos \varphi \sin \theta - B_y \sin \varphi)}{m_1 + m_2}, \\ a_t &= \frac{I r (B_x \sin \varphi - B_z \cos \varphi \cos \theta)}{m_1 + m_2}, \\ a_w &= \frac{I r (B_y \cos \varphi \cos \theta - B_x \cos \varphi \sin \theta)}{m_1 + m_2}. \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь I – ток; B – модуль вектора магнитной индукции в центре масс ВЭДТС; $\Delta = 0,5r(m_2 - m_1) / (m_1 + m_2)$ – расстояние от точки приложения равнодействующей сил Ампера до центра масс системы (алгебраическая величина); B_x, B_y, B_z – проекции вектора магнитной индукции на оси Cx, Cy, Cz соответственно.

Предполагается, что магнитное поле Земли – это магнитный диполь, который имеет наклон $i_d = 11^\circ 34'$ относительно оси вращения Земли [2;9]:

$$\begin{aligned} B_x &= -2B_0 [\cos \gamma \sin i \sin u + \cos \alpha \sin \gamma (\cos \Omega_u \cos u - \cos i \sin \Omega_u \sin u) + \\ &\quad + \sin \gamma \sin \alpha (\cos u \sin \Omega_u + \cos i \cos \Omega_u \sin u)], \\ B_y &= B_0 [\cos u \cos \gamma \sin i - \cos \alpha \sin \gamma (\cos \Omega_u \sin u + \cos i \cos u \sin \Omega_u) - \\ &\quad - \sin \gamma \sin \alpha (\sin \Omega_u \sin u - \cos i \cos \Omega_u \cos u)], \\ B_z &= B_0 [\cos i \cos \gamma + \cos \alpha \sin \gamma \sin i \sin \Omega_u - \sin \gamma \cos \Omega_u \sin \alpha \sin i], \end{aligned} \quad (4)$$

где $\alpha = \Omega_e t$, $\gamma = i_d$, Ω_e – угловая скорость вращения Земли.

Закон управления для изменения большой полуоси

Для изменения большой полуоси орбиты направление силы Ампера должно быть согласовано с направлением вектора скорости центра масс. Следовательно величина и направление тока должны регулироваться в соответствии с пространственным положением ВЭДТС.

Для увеличения большой полуоси необходимо, чтобы $dA/dt > 0$:

$$\frac{dA}{dt} = 2v \sqrt{\frac{A^3}{\mu(1-q^2-k^2)}} \left[a_s \frac{q \sin u - k \cos u}{v} + a_t \right] > 0. \quad (5)$$

Здесь $v = 1 + q \cos(\vartheta) + k \sin(\vartheta) > 0$ для произвольных эллиптических или круговых орбит. Поэтому, чтобы удовлетворить условию (5), необходимо:

$$a_s \frac{q \sin u - k \cos u}{v} + a_t > 0. \quad (6)$$

После подстановки a_s, a_t из (3) в (6) получим:

$$\begin{aligned} & \frac{Ir(B_z \cos \varphi \sin \theta - B_y \sin \varphi)}{m_1 + m_2} \frac{q \sin u - k \cos u}{v} + \\ & + \frac{Ir(B_x \sin \varphi - B_z \cos \varphi \cos \theta)}{m_1 + m_2} > 0. \end{aligned} \quad (7)$$

Условие (7) зависит от нескольких параметров. Поэтому целесообразно рассмотреть некоторые его упрощения. Известно, что аргумент перигея ω_π для ВЭДТС практически не изменяется [10]. Тогда, например, для $\omega_\pi = 0$ имеем $q \approx e, k \approx 0, u \approx \vartheta$. Также введём предположение, что ВЭДТС вращается в плоскости орбиты: $\varphi = 0$. В этом случае условие (7) запишется в виде:

$$\frac{B_z Ir \sin \theta}{m_1 + m_2} \frac{e \sin u}{1 + e \cos u} - \frac{B_z Ir \cos \theta}{m_1 + m_2} > 0. \quad (8)$$

Дальнейшее упрощение связано с рассмотрением почти круговых орбит: $e \approx 0$. Тогда

$$-\frac{B_z Ir \cos \theta}{m_1 + m_2} = \frac{-B_0 Ir \cos i \cos \theta}{m_1 + m_2} > 0. \quad (9)$$

Из условия (9) следует, что ток должен удовлетворять неравенству $I \cos \theta < 0$. Тогда из условия максимума ускорения получается следующий закон управления:

$$I = \begin{cases} I_{\max} & , \quad \cos \theta < \cos \lambda, \\ -I_{\max} & , \quad \cos \theta > \cos \lambda, \\ 0 & , \quad \text{по-другому,} \end{cases} \quad (10)$$

где I_{\max} – допустимая величина тока. В законе (10) угол λ (рис. 1) введён для повышения эффективности управления и является оптимизируемым параметром. Проекция силы Ампера на направление вектора скорости имеет величину, близкую к максимальной в вертикальном положении системы ($\theta = 0, \pi$), и имеет наименьшую величину при $\theta = \pi/2, 3\pi/2$. Следовательно, угол $\lambda \in (0, \pi/2]$ определяет диапазон действия тока вблизи вертикального положения ($\theta = 0, \pi$).

Для уменьшения большой полуоси орбиты направление тока в (10) должно быть изменено на противоположное. В соответствии с (10) направление тока изменяется два раза на каждом орбитальном периоде. При использовании закона управления (10) большая полуось орбиты изменяется почти линейно, а угловая скорость вращения системы и эксцентриситет орбиты колеблются вблизи своих начальных значений. Указанные утверждения подтверждаются численными результатами, приведёнными далее.

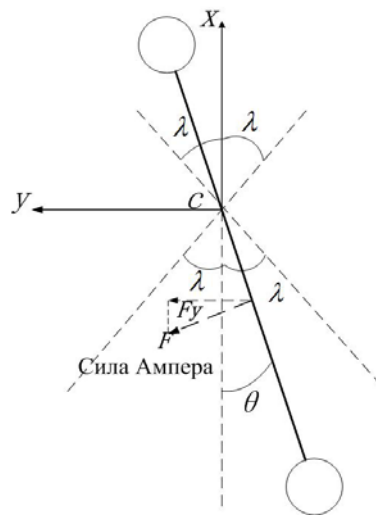


Рис. 1. Определение угла λ

Закон управления для изменения эксцентриситета

Для изменения эксцентриситета орбиты предлагается использовать следующий закон управления:

$$I = \begin{cases} I_{\max} & , \text{ если } \cos \theta < 0 \cap (\vartheta_1 < \vartheta < \vartheta_2), \\ -I_{\max} & , \text{ если } \cos \theta > 0 \cap (\vartheta_3 < \vartheta < \vartheta_4), \\ 0 & , \text{ по-другому,} \end{cases} \quad (11)$$

где $\vartheta_1, \vartheta_2, \vartheta_3, \vartheta_4$ – значения истинных аномалий, которые определяют области, в которых $I \neq 0$. Обычно интервалы $\vartheta_1 < \vartheta < \vartheta_2$ и $\vartheta_3 < \vartheta < \vartheta_4$ устанавливаются вблизи апогея или перигея, где наличие управляющего ускорения обеспечивает наибольшее приращение эксцентриситета орбиты.

При использовании закона (11) большая полуось (или высота орбиты) будет изменяться только вблизи апогея и перигея. Это напоминает переход между орбитами по эллипсу Гомана. Однако процесс изменения орбиты в этом случае происходит существенно медленнее, чем при использовании закона для изменения большой полуоси,

поскольку сила Ампера действует только в течение короткого промежутка времени на каждом орбитальном периоде. Подробный анализ этого случая будет продемонстрирован на численных результатах, приведённых далее.

Если надо уменьшить эксцентриситет (при симметричном диапазоне действия тока вблизи апогея), то закон (11) можно переписать следующим образом:

$$I = \begin{cases} I_{\max} & , \text{ если } \cos \theta < 0 \cap \cos(\vartheta) < \cos(\Delta), \\ -I_{\max} & , \text{ если } \cos \theta > 0 \cap \cos(\vartheta) < \cos(\Delta), \\ 0 & , \text{ по-другому,} \end{cases} \quad (12)$$

где угол Δ определён на рис. 2.

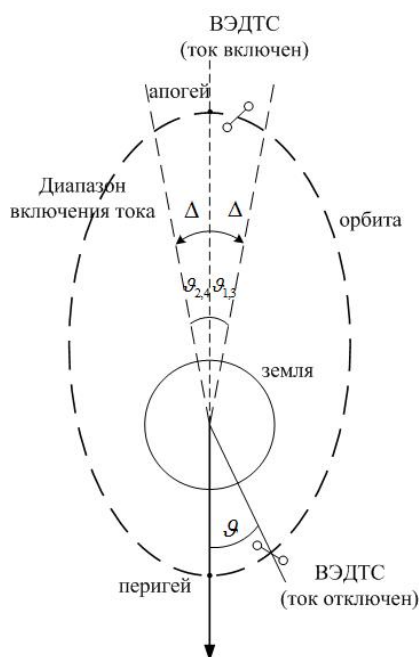


Рис. 2. Определение угла Δ

Закон управления при одновременном изменении большой полуоси и эксцентриситета

Для одновременного изменения большой полуоси и эксцентриситета орбиты законы управления, рассмотренные выше, используются последовательно.

В этом случае

$$I = \begin{cases} I_{\max} & , \text{ если } \cos \theta < 0 \cap (\text{фаза I или II}), \\ -I_{\max} & , \text{ если } \cos \theta > 0 \cap (\text{фаза I или II}), \\ 0 & , \text{ по-другому,} \end{cases} \quad (13)$$

где фазы I и II являются соответствующими фазами для изменения эксцентриситета и большой полуоси. Например, для уменьшения эксцентриситета и увеличения большой полуоси фазы определяются следующим образом:

$$\text{фаза I: } (t < t') \cap [\cos(\vartheta) < \cos(\Delta)] \cap (e \geq e_k),$$

$$\text{фаза II: } (t \geq t') \cap (A \leq A_k).$$

Здесь t' – время переключения с фазы изменения эксцентриситета на фазу изменения большой полуоси; e_k, A_k – заданные значения эксцентриситета и большой полуоси по окончанию манёвра.

В соответствии с (13) сначала изменяется эксцентриситет, а затем большая полуось орбиты, то есть сначала обеспечивается заданное значение эксцентриситета, а затем большой полуоси с небольшими колебаниями эксцентриситета во второй фазе манёвра.

Параметрическая оптимизация

Законы управления (11)-(13) можно использовать для изменения орбиты с помощью ВЭДТС. Однако они зависят от параметров, которые могут быть выбраны исходя из задаваемых критериев оптимальности (или целевых функций), то есть имеет место задача параметрической оптимизации. Для оптимизации используется метод Nelder-Mead. Если не указано иное, то в качестве начальных значений для оптимизации принимаются следующие величины: $m_1 = 30\text{кг}$, $m_2 = 500\text{кг}$, $r = 3\text{км}$, $\theta_0 = 0$, $\dot{\theta}_0 = 0,01\text{рад/с}$, $\varphi_0 = \dot{\varphi}_0 = \vartheta_0 = \omega_{\pi 0} = 0$, $i_0 = 11,5\text{град}$.

Детали алгоритма Nelder-Mead приводятся в [11;12]. Здесь необходимо отметить, что численный метод Nelder-Mead обычно определяет локальный минимум, что требует дополнительной проверки.

Для иллюстрации параметрической оптимизации приводятся результаты, соответствующие манёвру, в котором изменяются эксцентриситет и большая полуось одновременно. В качестве закона управления используется (13), то есть сначала изменяется эксцентриситет, а затем изменяется большая полуось. Такой процесс изменения орбиты системы является рациональным, так как он гарантирует, что достижение конечных значений параметров орбиты в общем случае происходит с меньшим суммарным импульсом и за меньшее время.

В качестве примера рассматриваются следующие начальные и конечные значения орбитальных параметров:

$$A_0 = 6940 \text{ км}; A_f = 6990 \text{ км};$$

$$e_0 = 0,01; e_f = 0,005.$$

Приняты следующие начальные значения оптимизируемых параметров: $\Delta = 0,9\pi$, $\lambda = \pi / 4$. Результаты численного моделирования приведены на рис. 3.

Из рис. 3 следует, что эксцентриситет уменьшается до 0,005 примерно за 221 ч, что занимает около 94% от общего времени манёвра (234 ч). Большая полуось увеличивается примерно на 35 км. Для обеспечения приращения оставшихся 15 км требуется 13.4 ч. Полное время манёвра меньше, чем если бы использовались операции изменения эксцентриситета и большой полуоси отдельно (на 11%). Суммарный импульс (произведение силы на время включения тока) также меньше (на 34%).

В фазе I изменения эксцентриситета он уменьшается ступенчато. Большая полуось увеличивается практически по линейному закону. В фазе II изменения большой полуоси эксцентриситет совершает малые колебания вблизи своего конечного значения, равного 0,005, а большая полуось увеличивается линейно. Другие параметры орбиты изменяются мало.

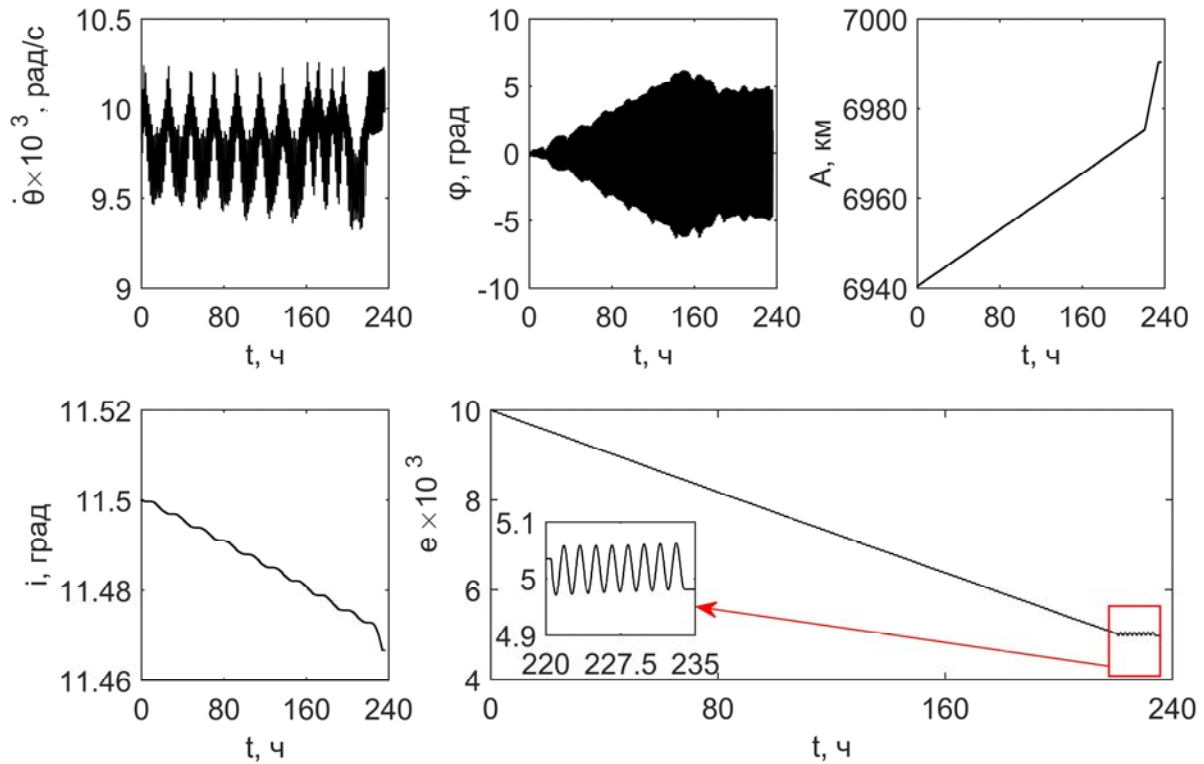


Рис. 3. Характеристики движения системы при изменении эксцентриситета и большой полуоси одновременно

В обеих фазах комбинированной миссии угловая скорость $\dot{\theta}$ колеблется вокруг своих начальных значений, наклонение орбиты незначительно уменьшается, угол φ не превышает 6 градусов.

Оптимизируемые параметры – это два угла λ, Δ и конечное время t_k . Приращение эксцентриситета, большой полуоси и угловой скорости $\dot{\theta}$ включены в целевые функции и в ограничения в зависимости от постановки задачи оптимизации. Диапазон изменения угла $\lambda \in [1; 90]$ град, угол Δ изменяется в диапазоне $[0; 5,1)\pi$. В соответствии с различными требованиями конечное время t_k (критерий быстродействия), импульс I_{sp} (наименьшие затраты) и их комбинация (свёртка) определяются как целевые функции. Целевая функция определяются как сумма:

$$J = J_1 + J_2, \tag{14}$$

где J_1 – основная часть целевой функции, которая определяет цель оптимизации; J_2 – штрафная часть целевой функции.

Для основной части целевых функций время, импульс и их свёртка определяются следующим образом:

$$J_{11} = \bar{t}_k = \left| \frac{t_k - t_{k0}}{t_{k0}} \right|, \tag{15}$$

$$J_{12} = \bar{I}_{sp} = \left| \frac{I_{sp} - I_{sp0}}{I_{sp0}} \right|, \tag{16}$$

$$I_{sp} = \int_0^{t_k} F dt = \int_0^{t_k} B_0 I r dt,$$

$$J_{13} = \nu_1 \bar{t}_k + \nu_2 \bar{I}_{sp}, \tag{17}$$

где t_{k0}, I_{sp0}, A_0 – начальные значения времени, импульса и большой полуоси соответственно; ν_1, ν_2 – весовые коэффициенты в свёртке, $\nu_1 + \nu_2 = 1$.

Функции штрафа определяются выражениями

$$J_{2i} = c_{2i} \left| \frac{x_i - x_{i\text{limit}}}{x_{i\text{limit}}} \right|, \tag{18}$$

$$c_{2i} = \begin{cases} k_{2i}, & \text{если } x_i \notin N_i, \\ 0, & \text{по-другому,} \end{cases}$$

где $x_{i\text{limit}}$ – предельные значения i -го параметра; c_{2i} – весовой коэффициент, соответствующий i -му параметру; k_{2i} – i -я константа, определяющая величину штрафа; N_i – область, определяющая заданные ограничения.

Исходные данные для целевых функций приведены в табл. 2.

Таблица 2. Определение целевых функций для одновременного изменения эксцентриситета и большой полуоси

Номер задачи	Целевая функция	Параметры для оптимизации	Конечное условие для расчёта	Ограничения
1	Время $J_{11} = \bar{t}_k$	Углы Δ, λ	$e(t_k) = e_k$ $\Delta A = A(t_k) - A_0$	$I_{\text{max}} \equiv \text{const}$
2	Импульс $J_{12} = \bar{I}_{sp}$			$ e(t_k) - e_k \leq \delta e_{\text{max}}$
3	Свёртка $J_{13} = \nu_1 \bar{I}_{sp} + \nu_2 \bar{t}_k$			$ A(t_k) - A_k \leq \delta A_{\text{max}}$ $ \dot{\theta}(t_k) - \dot{\theta}_0 < \delta \dot{\theta}_{\text{max}}$ $0,5\pi \leq \Delta < \pi$ $0 \leq \lambda \leq \pi/2$

В качестве примера используются следующие границы для ограничений:

$$\delta e_{\text{max}} = e(t_k) - e_k = 0,001; \delta A_{\text{max}} = 0,005; \Delta A = 250 \text{ м}; \delta \dot{\theta}_{\text{max}} = 0.005 \text{ рад/с.}$$

Прежде чем использовать метод Nelder-Mead, полезно знать как зависят время манёвра и импульс от углов Δ и λ .

Из результатов моделирования следует, что меньшие углы Δ и λ соответствуют меньшему импульсу, но требуют большего времени. Влияние угла Δ более значительно, поскольку большее время тратится на изменение эксцентриситета (фаза I). Однако точки минимума обеих целевых функций (15) и (16) расположены не в середине заданного диапазона. Наименьший импульс соответствует практически граничному случаю: $\Delta = 0,99\pi, \lambda = 1$ град ($I_{sp} = 20237 \text{ Н}\cdot\text{с}, t_k = 2500 \text{ ч}, J = 0.889$).

Для времени манёвра зависимость от рассматриваемых углов более сложная. Наименьшее время достигается вблизи значения $\Delta = 0,50\pi$. Однако, когда $\Delta < 0,54\pi$, то изменение большой полуоси превышает 50 км, а вторая фаза манёвра просто отсутствует, так как заданные конечные значения A_f и e_f достигаются в первой фазе. Таким образом, наименьшее время имеет место при $\Delta = 0,54\pi$ (λ не влияет на результат), при этом $I_{sp} = 24806 \text{ Н}\cdot\text{с}$, $t_k = 68 \text{ ч}$, $J = 0,292$.

Здесь необходимо отметить, что случай минимального импульса приводит к слишком большому времени манёвра (время увеличивается в 10 раз по сравнению с начальными данными). Однако случай минимального времени можно считать вполне приемлемым, так как время уменьшилось более чем на 70%, а импульс увеличился всего на 9% по сравнению с минимальным. С другой стороны, свёртки времени и импульса имеют свои глобальные минимумы, а соответствующие им значения углов вполне приемлемы. Зависимости для свёрток показаны на рис. 4 – 6.

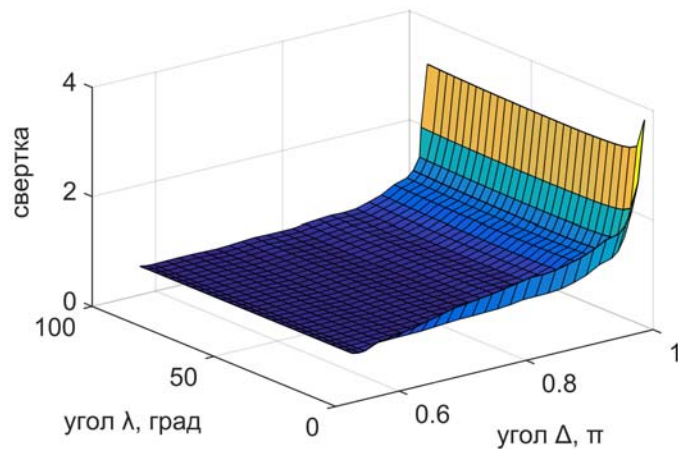


Рис. 4. Зависимость свёртки от углов λ, Δ при $v_1 = 0,7$, $v_2 = 0,3$

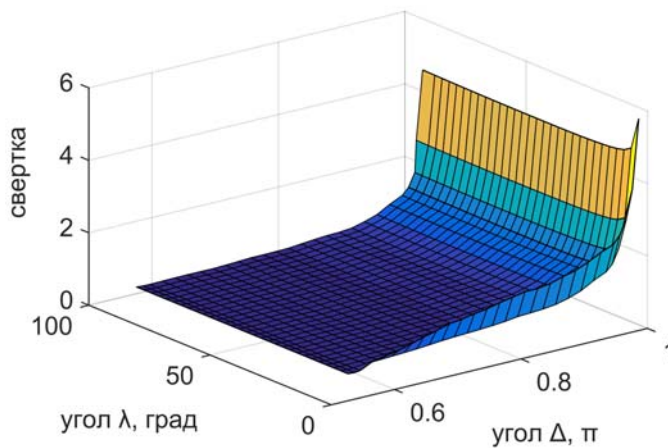


Рис. 5. Зависимость свёртки от углов λ, Δ при $v_1 = 0,5$, $v_2 = 0,5$

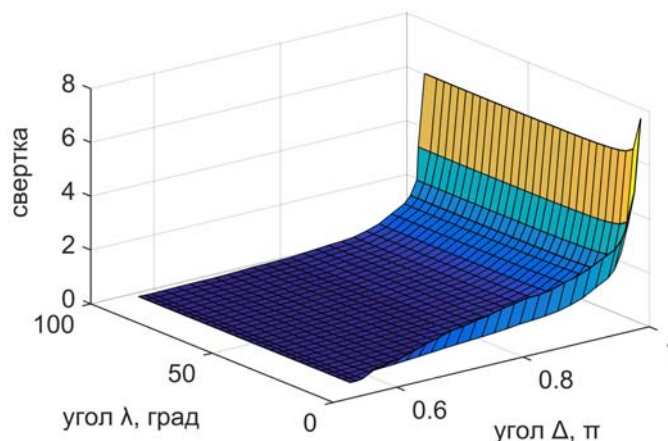


Рис. 6. Зависимость свёртки от углов λ, Δ при $\nu_1 = 0,3, \nu_2 = 0,7$

Целевые функции (17) (свёртки) на рис. 4 – 6 задаются в соответствии с исходными данными: $I_{sp0} = 22764 \text{ Н} \cdot \text{с}$, $t_{k0} = 234 \text{ ч}$, $\Delta_0 = 0,9\pi$, $\lambda_0 = 45 \text{ град}$. Три варианта свёрток (рис. 4 – 6) достигают глобальных минимумов соответственно при $\Delta = 0,65\pi$, $\lambda = 34 \text{ град}$; $\Delta = 0,65\pi$, $\lambda = 43 \text{ град}$; $\Delta = 0,55\pi$, $\lambda = 49 \text{ град}$. Результаты оптимизации сведены в табл. 3.

Таблица 3. Результаты параметрической оптимизации

Свёртка $J = \nu_1 \bar{I}_{sp} + \nu_2 \bar{t}_k$	Начальные значения целевой функции	Конечные значения целевой функции	Конечные значения параметров оптимизации
$\nu_1 = 0,7, \nu_2 = 0,3$	1	0,815	$\Delta_{opti} = 0,653\pi, \lambda_{opti} = 0,629,$ $I_{sp-opti} = 23077 \text{ Нс}, t_{k-opti} = 82 \text{ ч}$
$\nu_1 = 0,5, \nu_2 = 0,5$		0,683	$\Delta_{opti} = 0,646\pi, \lambda_{opti} = 0,744,$ $I_{sp-opti} = 23226 \text{ Нс}, t_{k-opti} = 80 \text{ ч}$
$\nu_1 = 0,3, \nu_2 = 0,7$		0,526	$\Delta_{opti} = 0,547\pi, \lambda_{opti} = 0,891$ $I_{sp-opti} = 24415 \text{ Нс}, t_{k-opti} = 68 \text{ ч}$

Заключение

Разработаны методы управления вращающимися электродинамическими тросовыми системами с целью изменения их параметров орбиты и проведена параметрическая оптимизация законов управления.

По результатам исследований можно сделать следующие выводы.

1. Показано, что предлагаемые законы управления всегда обеспечивают достижения заданных значений эксцентриситета и большой полуоси орбиты, при этом другие параметры орбиты мало изменяются. В варианте, когда эксцентриситет и большая полуось орбиты изменяются одновременно, предложено разделять задачу на две фазы. Такой подход обеспечивает лучшие возможности для проектирования манёвра, экономит его время и затраты по сравнению с другими вариантами.

2. Оптимальные решения, соответствующие только критериям минимального времени или импульсу, всегда находятся на границе заданных ограничений.

3. С помощью параметрической оптимизации показано, что использование свёрток целевых функций является предпочтительным выбором при проектировании рассматриваемых манёвров.

Дальнейшие исследования в этом направлении связаны с задачей стабилизации движения концевых тел относительно направления троса (их движения относительно центра масс).

Работа выполнена при поддержке фонда CSC (China Scholarship Council, КНР) для обучения в аспирантуре Самарского университета и программы Fundamental Research Funds for the Central Universities (No.3102017JC06002) и Shaanxi Science and Technology Program, КНР (2017KW-ZD-04).

Библиографический список

1. Van Pelt M. Space tethers and space elevators. Springer Science & Business Media, 2009. 215 p.
2. Levin E.M. Dynamic analysis of space tether missions. Univelt Incorporated, 2007. 453 p.
3. Gou X.-W., Li A.-J., Tian H.-C., Wang C.-Q., Lu H.-S. Overload control of artificial gravity facility using spinning tether system for high eccentricity transfer orbits // Acta Astronautica. 2018. V. 147. P. 383-392. DOI: 10.1016/j.actaastro.2018.03.005
4. Tyc G., Vigneron F., Jablonski A., Han R., Modi V., Misra A. Flight dynamics results from the OEDIPUS-C tether mission // Astrodynamics Conference. 1996. P. 39-50. DOI: 10.2514/6.1996-3573
5. Lorenzini E.C., Cosmo M.L., Kaiser M., Bangham M.E., Vonderwell D.J., Johnson L. Mission analysis of spinning systems for transfers from low orbits to geostationary // Journal of Spacecraft and Rockets. 2000. V. 37, Iss. 2. P. 165-172. DOI: 10.2514/2.3562
6. Hoyt R. Moon & Mars orbiting spinning tether transport. NASA: Final Report on NASA Institute for Advanced Concepts, Contract 07600-034, 2001.
7. Воеводин П.С., Заболотнов Ю.М. Моделирование и анализ колебаний электродинамической тросовой системы на орбите спутника Земли // Математическое моделирование. 2017. Т. 29, № 6. С. 21-34.
8. Kluever C.A. Space flight dynamics. John Wiley & Sons, 2018. 562 p.
9. Белецкий В.В., Левин Е.М. Динамика космических тросовых систем. М.: Наука, 1990. 336 с.
10. Воеводин П.С., Заболотнов Ю.М. К задаче о стабилизации движения низкоорбитальной электродинамической тросовой системы // Известия РАН. Теория и системы управления. 2019. № 2. С. 117-132. DOI: 10.1134/S0002338819020173
11. Nelder J.A., Mead R. Simplex method for function minimization // The Computer Journal. 1965. V. 7, Iss. 4. P. 308-313. DOI: 10.1093/comjnl/7.4.308
12. Boyd S., Vandenberghe L. Convex optimization. Cambridge University Press, 2004. 716 p.

OPTIMIZING THE PROCESS OF CHANGING SPACECRAFT ORBITAL PARAMETERS BY USING A SPINNING ELECTRODYNAMIC TETHER SYTEM

© 2020

Lu Hongshi Postgraduate Student of the Department of Software Systems;
Samara National Research University, Samara, Russian Federation;
LuHSPeter@yandex.ru

Wang Changqing PhD, Associate Professor, Institute of Automation;
Northwestern Polytechnical University, Xian, China;
wangcq@mail.ru

Yu. M. Zabolotnov Doctor of Science (Engineering), Professor, Professor of the Department
of Software Systems;
Samara National Research University, Samara, Russian Federation;
yumz@yandex.ru

The paper considers parametric optimization of the process of changing orbital parameters by using a spinning electrodynamic tether system. Changes in the semi-major axis and eccentricity are taken as the two major goals, and two control laws are proposed accordingly. Current is regulated according to the instantaneous position of the conductive tether, which allows ensuring the calculated direction of the Lorentz force produced by the interaction of the conductive tether with the Earth's magnetic field. A combined control scheme for simultaneous changes in the semi-major axis and eccentricity is proposed. The parameters of control laws are optimized on the basis of the Nelder-Mead method by using different objective functions and constraints. It is also shown that, by using the criteria of quick response and minimum impulse, we obtain optimal solutions corresponding to the boundary values of the selected parameters. Therefore, a convolution of these criteria is proposed as a compromise, which ensures a specified change in the orbital parameters of the system mass center.

Spinning electrodynamic tether system; changing of orbital parameters; semi-major axis; misalignment; fast response criterion; minimum impulse criterion; parametric optimization; objective function.

Citation: Lu Hongshi, Wang Changqing, Zabolotnov Yu.M. Optimizing the process of changing spacecraft orbital parameters by using a spinning electrodynamic tether sytem. *Vestnik of Samara University. Aerospace and Mechanical Engineering*. 2020. V. 19, no. 1. P. 64-77. DOI: 10.18287/2541-7533-2020-19-1-64-77

References

1. Van Pelt M. Space tethers and space elevators. Springer Science & Business Media, 2009. 215 p.
2. Levin E.M. Dynamic analysis of space tether missions. Univelt Incorporated, 2007. 453 p.
3. Gou X.-W., Li A.-J., Tian H.-C., Wang C.-Q., Lu H.-S. Overload control of artificial gravity facility using spinning tether system for high eccentricity transfer orbits. *Acta Astronautica*. 2018. V. 147. P. 383-392. DOI: 10.1016/j.actaastro.2018.03.005
4. Tyc G., Vigneron F., Jablonski A., Han R., Modi V., Misra A. Flight dynamics results from the OEDIPUS-C tether mission. *Astrodynamics Conference*. 1996. P. 39-50. DOI: 10.2514/6.1996-3573
5. Lorenzini E.C., Cosmo M.L., Kaiser M., Bangham M.E., Vonderwell D.J., Johnson L. Mission analysis of spinning systems for transfers from low orbits to geostationary. *Journal of Spacecraft and Rockets*. 2000. V. 37, Iss. 2. P. 165-172. DOI: 10.2514/2.3562
6. Hoyt R. Moon & Mars orbiting spinning tether transport. NASA: Final Report on NASA Institute for Advanced Concepts, Contract 07600-034, 2001.

7. Voevodin P.S., Zabolotnov Yu.M. Modeling and analysis of oscillations of electrodynamic tether system on orbit of Earth satellite. *Matematicheskoe Modelirovanie*. 2017. V. 29, no. 6. P. 21-34. (In Russ.)
8. Kluever C.A. Space flight dynamics. John Wiley & Sons, 2018. 562 p.
9. Beletskiy V.V., Levin E.M. *Dinamika kosmicheskikh trosovykh system* [Dynamics of space tether systems]. Moscow: Nauka Publ., 1990. 336 p.
10. Voevodin P.S., Zabolotnov Yu.M. Stabilizing the motion of a low-orbit electrodynamic tether system. *Journal of Computer and Systems Sciences International*. 2019. V. 58, Iss. 2. P. 270-285. DOI: 10.1134/S1064230719020175
11. Nelder J.A., Mead R. Simplex method for function minimization. *The Computer Journal*. 1965. V. 7, Iss. 4. P. 308-313. DOI: 10.1093/comjnl/7.4.308
12. Boyd S., Vandenberghe L. Convex optimization. Cambridge University Press, 2004. 716 p.