

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ РДМТ НА ГАЗООБРАЗНЫХ КИСЛОРОДЕ И ВОДОРОДЕ В ИМПУЛЬСНОМ РЕЖИМЕ

© 2009 В. С. Егорычев

Самарский государственный аэрокосмический университет

Приведена совокупность смешанных уравнений, представляющая математическую модель ракетного двигателя малой тяги, работающего на газообразных кислороде и водороде, при коротком единичном включении, а также в импульсном режиме работы, когда такие короткие включения следуют с определенной частотой.

*Двигатель, ракетный двигатель малой тяги, математическая модель, топливо, окислитель, горючее, кислород, водород, импульсный режим*

Ракетный двигатель малой тяги, работающий на газообразном топливе кислород и водород, схематично изображен на рис. 1.

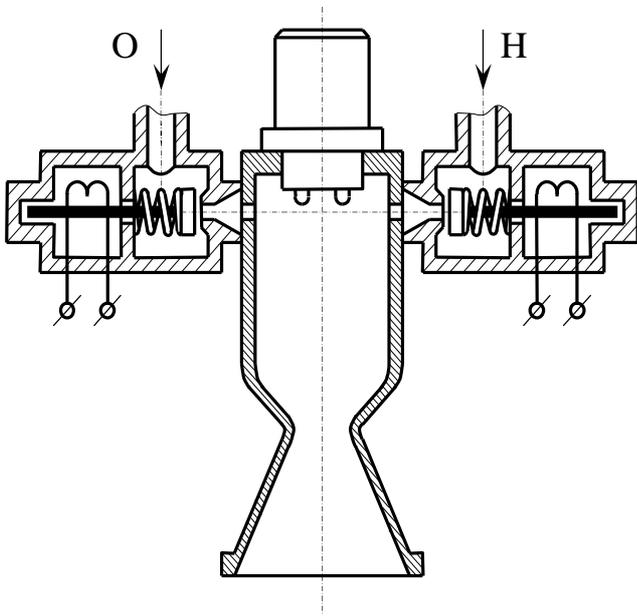


Рис. 1. Ракетный двигатель малой тяги на топливе газообразный кислород и газообразный водород

Кислород и водород подаются на вход двигателя системой подачи топлива КА. Она обеспечивает требуемую величину давления подачи обоих компонентов с заданной точностью на любом режиме работы двигателя и в период его молчания.

Запуск двигателя производится путем подачи системой управления КА электрического сигнала прямоугольной формы на электромагнитные клапаны окислителя и горючего и электроискровую систему зажигания. Через время запаздывания начала движения при открытии клапаны окислителя и горючего начинают открываться и газооб-

разные кислород и водород начинают поступать через соответствующие форсунки в камеру сгорания. Массовый расход компонентов топлива в камеру сгорания определяется проходным сечением клапанов, пока оно является лимитирующим, и давлением в камере сгорания.

Поступление компонентов топлива в камеру сгорания обуславливает рост давления в ней и одновременно её опорожнение путем истечения образовавшейся топливной смеси через критическое сечение сопла. Через период задержки подачи искры система зажигания подает высокое напряжение на электроды свечи. Образуется электроискровой разряд, поджигающий топливную смесь, находящуюся в камере сгорания, если её состав в районе электродов находится между верхним и нижним концентрационными пределами воспламенения. Воспламенение топливной смеси от искры происходит с некоторой задержкой.

После воспламенения начинается осуществление процесс горения топлива, уже находящегося в камере сгорания и вновь поступающего туда. После завершения выгорания всего топлива, заполняющего камеру сгорания, скорость выгорания становится равной массовой скорости поступления в камеру сгорания компонентов топлива. До этого момента через критическое сечение сопла истекали как продукты сгорания так и не успевшая прореагировать топливная смесь.

С момента начала горения топлива темп набора давления в камере сгорания возрастает из-за выделения тепла. После полного открытия клапанов окислителя и

горючего, давление в камере сгорания достигает установившейся величины, и двигатель выходит на стационарный режим работы.

При снятии управляющего сигнала через время задержки движения клапанов они начинают закрываться. В процессе закрытия клапанов расход компонентов в камеру сгорания уменьшается, что влечет за собой падение давления в камере сгорания. При полном закрытии обоих клапанов наступает процесс опорожнения камеры сгорания. Двигатель прекращает работу, когда давление в камере сгорания станет равным давлению окружающей среды.

Рассмотренная физическая модель рабочего процесса говорит о том, что рабочее тело в камере РДМТ представляет собой с точки зрения термодинамики рабочее тело переменной массы и состава. Для его расчета применим метод расчета процессов в термодинамике тела переменной массы и состава, основы которого изложены в работе [1]. Для построения математической модели рабочего процесса двигателя примем дополнительно к допущениям термодинамики тела переменных массы и состава следующие допущения:

- потери тепла от рабочего тела в окружающую среду отсутствуют;
- давление компонентов топлива на входе в двигатель в период молчания и в процессе запуска двигателя остается постоянным, колебания давления отсутствуют;
- коэффициенты расходов участков магистралей обоих компонентов от клапанов до камеры сгорания и сопла остаются неизменными.

С учетом сделанных допущений изменение состояния рабочего тела будет описываться с помощью расчетных дифференциальных уравнений термодинамики тела переменных массы и состава [1]. Начиная с момента подачи управляющего сигнала и до момента воспламенения топлива в камере сгорания  $0 < t \leq t_{\text{иск}} + t_{3.6}$ , система запишется в виде

$$\frac{dp}{dt} = \frac{k-1}{V} [(i_{\text{нр.г}} - i_{\text{г}}) \dot{m}_{\text{г}} + (i_{\text{нр.ок}} - i_{\text{ок}}) \dot{m}_{\text{ок}} + \frac{k}{k-1} RT (\dot{m}_{\text{ок}} + \dot{m}_{\text{г}} - \dot{m}_{\text{кр}})] + \frac{1}{k-1} \frac{pV}{R} \frac{dR}{dt};$$

$$\frac{dT}{dt} = \frac{(k-1)T}{pV} [(i_{\text{нр.г}} - i_{\text{г}}) \dot{m}_{\text{г}} + (i_{\text{нр.ок}} - i_{\text{ок}}) \dot{m}_{\text{ок}} + RT (\dot{m}_{\text{ок}} + \dot{m}_{\text{г}} - \dot{m}_{\text{кр}})];$$

$$\frac{dg_{\text{ок}}}{dt} = \frac{RT}{pV} [(1 - g_{\text{ок}}) \dot{m}_{\text{ок}} - g_{\text{ок}} \dot{m}_{\text{г}}],$$

$$\frac{dg_{\text{г}}}{dt} = \frac{RT}{pV} [(1 - g_{\text{г}}) \dot{m}_{\text{г}} - g_{\text{г}} \dot{m}_{\text{ок}}].$$

Приведем полученную систему из четырех обыкновенных дифференциальных уравнений к нормальному виду, учитывая, что

$$R = R_{\text{ок}} g_{\text{ок}} + R_{\text{г}} g_{\text{г}} + R_{\text{е}} g_{\text{е}},$$

$$\frac{dR}{dt} = R_{\text{ок}} \frac{dg_{\text{ок}}}{dt} + R_{\text{г}} \frac{dg_{\text{г}}}{dt} - R_{\text{е}} \left( \frac{dg_{\text{ок}}}{dt} + \frac{dg_{\text{г}}}{dt} \right).$$

Окончательно получаем

$$\frac{dp}{dt} = \frac{k-1}{V} [(i_{\text{нр.г}} - i_{\text{г}}) \dot{m}_{\text{г}} + (i_{\text{нр.ок}} - i_{\text{ок}}) \dot{m}_{\text{ок}} + \frac{k}{k-1} RT (\dot{m}_{\text{ок}} + \dot{m}_{\text{г}} - \dot{m}_{\text{кр}})] + \frac{T}{V} \{ R_{\text{ок}} \times [(1 - g_{\text{ок}}) \dot{m}_{\text{ок}} - g_{\text{ок}} \dot{m}_{\text{г}}] + R_{\text{г}} [(1 - g_{\text{г}}) \dot{m}_{\text{г}} - g_{\text{г}} \dot{m}_{\text{ок}}] - R_{\text{е}} [(1 - g_{\text{ок}}) \dot{m}_{\text{ок}} - g_{\text{ок}} \dot{m}_{\text{г}} + (1 - g_{\text{г}}) \dot{m}_{\text{г}} - g_{\text{г}} \dot{m}_{\text{ок}}] \};$$

$$\frac{dT}{dt} = \frac{(k-1)T}{pV} [(i_{\text{нр.г}} - i_{\text{г}}) \dot{m}_{\text{г}} + (i_{\text{нр.ок}} - i_{\text{ок}}) \dot{m}_{\text{ок}} + RT (\dot{m}_{\text{ок}} + \dot{m}_{\text{г}} - \dot{m}_{\text{кр}})];$$

$$\frac{dg_{\text{ок}}}{dt} = \frac{RT}{pV} [(1 - g_{\text{ок}}) \dot{m}_{\text{ок}} - g_{\text{ок}} \dot{m}_{\text{г}}],$$

$$\frac{dg_{\text{г}}}{dt} = \frac{RT}{pV} [(1 - g_{\text{г}}) \dot{m}_{\text{г}} - g_{\text{г}} \dot{m}_{\text{ок}}].$$

Для определения энтальпий индивидуальных веществ таких как  $\text{H}_2$ ,  $\text{H}_2\text{O}$ ,  $\text{O}_2$ ,  $\text{O}$ ,  $\text{OH}$  и т. д. необходимо пользоваться таблицами справочника [2]. Данные таблиц представляются интерполяционными полиномами вида

$$i = H_T^0 - H_O^0 = \frac{4,184 \cdot 10^4}{\mu} (h_0 + h_{-1}x^{-1} + h_1x + h_2x^2 + h_2x^2 + h_3x^3 + h_4x^4 + h_5x^5 + h_6x^6 + h_7x^7 + h_8x^8) \left[ \frac{\text{кДж}}{\text{кг}} \right],$$

где  $x = T \cdot 10^{-4}$  и  $293,15 \leq T \leq 6000\text{K}$ , а значения коэффициентов  $h$  для соответствующих веществ берутся из справочника [2].

Энтальпия рабочего тела в камере сгорания до воспламенения

$$i = i_{ок}(g_{ок} + 0,233g_в) + i_г g_г + i_{N_2} 0,767g_в.$$

Массовый расход газообразного кислорода через клапан окислителя или приход в камеру сгорания

$$\dot{m}_{ок} = \mu_{ок} F_{ок} p_{вх.ок} \sqrt{\frac{2k_{ок}}{k_{ок}-1} \frac{1}{R_{ок} T_{вх.ок}} \left[ \left( \frac{p}{p_{вх.ок}} \right)^{\frac{2}{k_{ок}}} - \left( \frac{p}{p_{вх.ок}} \right)^{\frac{k_{ок}+1}{k_{ок}}} \right]}, \text{ если } p > p_{вх.ок} \left( \frac{2}{k_{ок}+1} \right)^{\frac{k_{ок}-1}{k_{ок}}},$$

т.е. в случае докритического перепада давления,

$$\dot{m}_{ок} = \mu_{ок} F_{ок} p_{вх.ок} \sqrt{\frac{k_{ок}}{R_{ок} T_{вх.ок}} \left( \frac{2}{k_{ок}+1} \right)^{\frac{k_{ок}+1}{k_{ок}}}}, \text{ если } p \leq p_{вх.ок} \left( \frac{2}{k_{ок}+1} \right)^{\frac{k_{ок}-1}{k_{ок}}},$$

т.е. в случае критического и сверхкритического перепада давления.

В последних двух уравнениях  $\mu_{ок}$  – коэффициент расхода магистрали окислителя, включая форсунки.

Аналогично может быть определен массовый расход водорода через клапан горючего или его приход в камеру сгорания.

Массовый расход рабочего тела через сопло запишется

$$\dot{m}_{кр} = \mu_{кр} F_{кр} p \sqrt{\frac{2k}{k-1} \frac{1}{RT} \left[ \left( \frac{p_H}{p} \right)^{\frac{2}{k}} - \left( \frac{p_H}{p} \right)^{\frac{k+1}{k}} \right]},$$

$$\text{если } p > p_{вх.ок} \left( \frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k}{k-1}},$$

$$\dot{m}_{кр} = \mu_{кр} F_{кр} p_{вх.ок} \sqrt{\frac{k_{ок}}{R_{ок} T_{вх.ок}} \left( \frac{2}{k_{ок}+1} \right)^{\frac{k_{ок}+1}{k_{ок}}}}, \text{ если}$$

$$p \leq p_{вх.ок} \left( \frac{2}{k_{ок}+1} \right)^{\frac{k_{ок}-1}{k_{ок}}}.$$

Анализ уравнений точно описывающих движение топливных электромагнитных клапанов типовых конструкций ЖРДМТ показывает, что они с достаточной для практики точностью могут быть аппроксимированы степенными зависимостями вида:

$$\triangleright \text{ при открытии } x = At^2,$$

$$\triangleright \text{ при закрытии } x = h_я - Bt^{2,5}.$$

Коэффициенты  $A$  и  $B$  при проектировании клапанов находят, используя точные расчетные зависимости по методу наименьших квадратов. Если двигатель уже изготовлен, то их определяют по измеренным величинам хода якоря клапана  $h_я$  и времени его открытия.

Изменение проходного сечения клапана компонента топлива

$$F = \pi d_к x.$$

За время единичного включения двигателя изменение проходного сечения клапана горючего функционально запишется следующим образом

$$t \leq t_u$$

$$F_г = 0 \text{ при } t \leq t_{мп.г};$$

$$F_г = A'_г (t - t_{мп.г})^2$$

$$F_г = F_{г.макс}, \text{ если } A'_г (t - t_{мп.г})^2 > F_{г.макс} \left. \vphantom{F_г} \right\} \text{ при } t_{мп.г} <$$

$$< t < t_{мп.г} + t_{дв.г};$$

$$F_г = F_{г.макс} \text{ при } t \geq t_{мп.г} + t_{дв.г};$$

$$t > t_u$$

$$F_г = 0 \text{ при } t_{мп.г} \geq t \geq t_u + t'_{мп.г} + t'_{дв.г};$$

$$F_г = 2\pi r_{к.г} h_{я.г} - B'_г (t - t_u + t'_{мп.г})^{2,5}$$

$$F_г = F_{г.макс}, \text{ если } 2\pi r_{к.г} h_{я.г} - B'_г (t - t_u + t'_{мп.г})^{2,5} > F_{г.макс} \left. \vphantom{F_г} \right\}$$

$$\text{при } t_u + t'_{мп.г} + t'_{дв.г} > t > t_u + t'_{мп.г} \text{ и } t_u \geq t_{мп.г} + t_{дв.г} + t'_{мп.г};$$

$$F_г = F_{г.макс} \text{ при } t \leq t_u + t'_{мп.г} \text{ и } t_u \geq t_{мп.г} + t_{дв.г} + t'_{мп.г};$$

$$F_г = 2\pi r_{к.г} h_{я.г} - B'_г (t - 2t_u + t_{мп.г} + t_{дв.г})^{2,5}$$

$$F_г = F_{г.макс}, \text{ если } 2\pi r_{к.г} h_{я.г} - B'_г (t - 2t_u + t_{мп.г} + t_{дв.г})^{2,5} > F_{г.макс} \left. \vphantom{F_г} \right\}$$

$$> F_{г.макс}$$

$$\text{при } 2t_u - t_{мп.г} - t_{дв.г} + t'_{дв.г} > t > 2t_u - t_{мп.г} - t_{дв.г} \text{ и}$$

$$t_{мп.г} + t_{дв.г} < t_u < t_{мп.г} + t_{дв.г} + t'_{мп.г};$$

$$F_г = A'_г (t_u - t_{мп.г})^2 - B'_г (t - t_u)^{2,5}$$

$$F_г = F_{г.макс}, \text{ если } A'_г (t_u - t_{мп.г})^2 - B'_г (t - t_u)^{2,5} > F_{г.макс} \left. \vphantom{F_г} \right\}$$

$$F_г = 0, \text{ если } A'_г (t_u - t_{мп.г})^2 - B'_г (t - t_u)^{2,5} < 0$$

$$\text{при } t_{мп.г} < t_u \leq t_{мп.г} + t_{дв.г};$$

$$F_г = 0 \text{ при } t_u \leq t_{мп.г};$$

$$\text{где } A'_г = 2\pi r_{к.г} A_г; \quad B'_г = 2\pi r_{к.г} B_г.$$

Аналогично записывается система уравнений для определения проходного сечения клапана окислителя.

Начиная с момента воспламенения топлива в камере сгорания при запуске двигателя и начала горения, когда  $t > t_{иск} + t_{з.в}$ , изменение состояния рабочего тела будет описываться с помощью расчетных дифференциальных уравнений термодинамики тела переменных массы и состава [1]

$$\frac{dp}{dt} = \frac{R}{C_v V} \left[ (I_T - I_{n.p}) \dot{m}_x (i_{нпр\Gamma} - i_\Gamma) \dot{m}_\Gamma + (i_{нпрок} - i_{ок}) \dot{m}_{ок} + T(R + C_v)(\dot{m}_{ок} + \dot{m}_\Gamma - \dot{m}_{кр}) + \frac{C_v p V}{R^2} \frac{dR}{dt} \right];$$

$$\frac{dT}{dt} = \frac{RT}{pVC_v} \left[ (I_T - I_{n.p}) \dot{m}_x (i_{нпр\Gamma} - i_\Gamma) \dot{m}_\Gamma + (i_{нпрок} - i_{ок}) \dot{m}_{ок} + RT(\dot{m}_{ок} + \dot{m}_\Gamma - \dot{m}_{кр}) \right];$$

$$\frac{dg_{ок}}{dt} = \frac{RT}{pV} [(1 - g_{ок}) \dot{m}_{ок} - g_{ок} \dot{m}_\Gamma];$$

$$\frac{dg_\Gamma}{dt} = \frac{RT}{pV} [(1 - g_\Gamma) \dot{m}_\Gamma - g_\Gamma \dot{m}_{ок}];$$

$$\frac{dg_{n.p}}{dt} = \frac{RT}{pV} [\dot{m}_x - g_{n.p}(\dot{m}_{ок} - \dot{m}_\Gamma)].$$

Приведем эту систему обыкновенных дифференциальных уравнений к нормальному виду. Для этого преобразуем общую часть квадратных скобок первого и второго уравнений системы

$$(I_T - I_{n.p}) \dot{m}_x (i_{нпр\Gamma} - i_\Gamma) \dot{m}_\Gamma + (i_{нпрок} - i_{ок}) \dot{m}_{ок} = (I_{нпр\Gamma} - I_{n.p}) \dot{m}_x + (i_{нпр\Gamma} - i_\Gamma) (\dot{m}_\Gamma - g_\Gamma \dot{m}_x) + (i_{нпрок} - i_{ок}) \times [\dot{m}_{ок} - (g_{ок} + 0,233 g_\Gamma) \dot{m}_x],$$

т. к.  $I_{нпр\Gamma} - I_T = i_{нпр\Gamma} - i_T$ , а  $\frac{dI_T}{dT} = \frac{di_T}{dT}$ ,

и получим выражения для производной газовой постоянной рабочего тела и коэффициента избытка окислителя по времени в виде

$$\frac{dR}{dt} = \frac{dp}{dt} \frac{R_o p}{\sum_{i=1}^7 p_i \mu_i} g_{n.p} \left( \frac{1}{p} - \frac{\sum_{i=1}^7 \frac{\partial p_i}{\partial p} \mu_i}{\sum_{i=1}^7 p_i \mu_i} \right) + \frac{dT}{dt} \times \left( - \frac{R_o p}{\sum_{i=1}^7 p_i \mu_i} g_{n.p} \frac{\sum_{i=1}^7 \frac{\partial p_i}{\partial T} \mu_i}{\sum_{i=1}^7 p_i \mu_i} - \frac{d\alpha_{ок}}{dt} \frac{R_o p}{\sum_{i=1}^7 p_i \mu_i} g_{n.p} \times \right.$$

$$\times \frac{\sum_{i=1}^7 \frac{\partial p_i}{\partial \alpha_{ок}} \mu_i}{\sum_{i=1}^7 p_i \mu_i} + \frac{dg_{n.p}}{dt} \left( \frac{R_o p}{\sum_{i=1}^7 p_i \mu_i} - R_{см} + 0,767 g_\Gamma \times \right. \\ \left. \times R_{N_2} \right) + \frac{dg_{ок}}{dt} [(R_{ок} - R_\Gamma)(1 - g_{n.p}) - 0,767 g_{n.p} R_{N_2}] + \\ + \frac{dg_\Gamma}{dt} [(R_\Gamma - R_\Gamma)(1 - g_{n.p}) - 0,767 g_{n.p} R_{N_2}]. \\ \frac{d\alpha_{ок}}{dt} = \frac{1}{g_\Gamma \alpha^o} \left[ 0,767 \frac{dg_{ок}}{dt} - (0,233 + \alpha^o \alpha_{ок}) \frac{dg_\Gamma}{dt} \right].$$

Окончательный вид нормальной системы из пяти обыкновенных дифференциальных уравнений запишется

$$\frac{dp}{dt} = \frac{1}{1 - \frac{p}{D}} \left\{ \frac{R + ET}{VC_v} [(I_T - I_{n.p}) \dot{m}_x (i_{нпр\Gamma} - i_\Gamma) (\dot{m}_\Gamma - g_\Gamma \dot{m}_x) + (i_{нпрок} - i_{ок}) [\dot{m}_{ок} - (g_{ок} + 0,233 g_\Gamma) \dot{m}_x]] + \right. \\ \left. + TR(\dot{m}_{ок} + \dot{m}_\Gamma - \dot{m}_{кр}) \right\} + \frac{TR}{V} (\dot{m}_{ок} + \dot{m}_\Gamma - \dot{m}_{кр}) + \frac{p}{R} C \};$$

$$\frac{dT}{dt} = \frac{RT}{pVC_v} [(I_{нпр\Gamma} - I_{n.p}) \dot{m}_x + (i_{нпр\Gamma} - i_\Gamma) (\dot{m}_\Gamma - g_\Gamma \dot{m}_x) + (i_{нпрок} - i_{ок}) [\dot{m}_{ок} - (g_{ок} + 0,233 g_\Gamma) \dot{m}_x]] + RT(\dot{m}_{ок} + \dot{m}_\Gamma - \dot{m}_{кр});$$

$$\frac{dg_{ок}}{dt} = \frac{RT}{pV} [(1 - g_{ок}) \dot{m}_{ок} - g_{ок} \dot{m}_\Gamma];$$

$$\frac{dg_\Gamma}{dt} = \frac{RT}{pV} [(1 - g_\Gamma) \dot{m}_\Gamma - g_\Gamma \dot{m}_{ок}];$$

$$\frac{dg_{n.p}}{dt} = \frac{RT}{pV} [\dot{m}_x - g_{n.p}(\dot{m}_{ок} - \dot{m}_\Gamma)];$$

где  $D = \frac{R_o p}{\sum_{i=1}^7 p_i \mu_i} g_{n.p} \left( \frac{1}{p} - \frac{\sum_{i=1}^7 \frac{\partial p_i}{\partial p} \mu_i}{\sum_{i=1}^7 p_i \mu_i} \right);$

$$E = - \frac{R_o p}{\sum_{i=1}^7 p_i \mu_i} g_{n.p} \frac{\sum_{i=1}^7 \frac{\partial p_i}{\partial T} \mu_i}{\sum_{i=1}^7 p_i \mu_i}.$$

Начальными условиями для данной системы обыкновенных дифференциальных уравнений будут значения давления  $p$ , температуры  $T$  и массовых долей компонентов

топлива кислорода  $g_{ок}$  и водорода  $g_{г}$ , полученные при интегрировании системы дифференциальных уравнений, описывающих изменение состояния рабочего тела до момента воспламенения и начала горения топливной смеси в момент времени  $t = t_u + t_{3.в}$ , а продукты реакции в рабочем теле отсутствуют  $g_{n.p}|_{t=t_u+t_{3.в}} = 0$

По известному значению коэффициента избытка окислителя топлива в камере сгорания, определяемому по уравнению

$$\alpha_{ок} = \frac{g_{ок} + 0,233g_{г}}{g_{г} \alpha^o},$$

можно составить условную химическую формулу топлива

$$H_2O_{\alpha_{ок}}.$$

Проведенные ранее расчеты показывают, что при любом составе топливной смеси в равновесном составе продуктов сгорания кислорода и водорода отсутствуют ионизированные вещества, поэтому система уравнений для определения равновесного состава диссоциированных продуктов сгорания будет иметь вид

$$\ln p_{H_2O} - 2 \ln p_H - \ln p_O + \ln K_{p_{H_2O}} = 0;$$

$$\ln p_{HO_2} - 2 \ln p_O - \ln p_H + \ln K_{p_{HO_2}} = 0;$$

$$\ln p_{OH} - \ln p_O - \ln p_H + \ln K_{p_{OH}} = 0;$$

$$\ln p_{H_2} - 2 \ln p_H + \ln K_{p_{H_2}} = 0;$$

$$\ln p_{O_2} - 2 \ln p_O + \ln K_{p_{O_2}} = 0;$$

$$\ln(2p_{H_2} + p_{OH} + 2p_{H_2O} + p_{HO_2} + p_H) - \ln M_T - \ln 2 = 0;$$

$$\ln(2p_{O_2} + p_{OH} + 2p_{HO_2} + p_{H_2O} + p_O) - \ln M_T - \ln \alpha_{ок} = 0;$$

$$\ln(p_{H_2} + p_{O_2} + p_H + p_O + p_{OH} + p_{H_2O} + p_{HO_2}) - \ln p = 0;$$

Это система нелинейных алгебраических уравнений. Наиболее приемлемым методом решения её является метод Ньютона с коэффициентом коррекции шага  $\sigma$

Система уравнений для определения частных производных равновесного состава продуктов сгорания топлива кислород и водород по давлению  $p$  запишется

$$2p_H p_O \frac{\partial p_H}{\partial p} + p_H^2 \frac{\partial p_O}{\partial p} - K_{p_{H_2O}} \frac{\partial p_{H_2O}}{\partial p} = 0$$

$$p_O^2 \frac{\partial p_H}{\partial p} + 2p_H p_O \frac{\partial p_O}{\partial p} - K_{p_{HO_2}} \frac{\partial p_{HO_2}}{\partial p} = 0;$$

$$p_H \frac{\partial p_O}{\partial p} + p_O \frac{\partial p_H}{\partial p} - K_{p_{OH}} \frac{\partial p_{OH}}{\partial p} = 0;$$

$$2p_H \frac{\partial p_H}{\partial p} - K_{p_{H_2}} \frac{\partial p_{H_2}}{\partial p} = 0;$$

$$2p_O \frac{\partial p_O}{\partial p} - K_{p_{O_2}} \frac{\partial p_{O_2}}{\partial p} = 0;$$

$$2 \frac{\partial p_{H_2}}{\partial p} + \frac{\partial p_{O_2}}{\partial p} + 2 \frac{\partial p_{H_2O}}{\partial p} + \frac{\partial p_{HO_2}}{\partial p} + \frac{\partial p_H}{\partial p} - 2 \frac{\partial M_T}{\partial p} = 0$$

$$2 \frac{\partial p_{O_2}}{\partial p} + \frac{\partial p_{OH}}{\partial p} + 2 \frac{\partial p_{HO_2}}{\partial p} + \frac{\partial p_{H_2O}}{\partial p} + \frac{\partial p_O}{\partial p} - \alpha_{ок} \frac{\partial M_T}{\partial p} = 0$$

$$\frac{\partial p_{H_2}}{\partial p} + \frac{\partial p_{O_2}}{\partial p} + \frac{\partial p_H}{\partial p} + \frac{\partial p_O}{\partial p} + \frac{\partial p_{OH}}{\partial p} + \frac{\partial p_{HO_2}}{\partial p} + \frac{\partial p_{H_2O}}{\partial p} = 1$$

Система уравнений для определения частных производных равновесного состава продуктов сгорания топлива кислород и водород по температуре  $T$  будет следующей

$$2p_H p_O \frac{\partial p_H}{\partial T} + p_H^2 \frac{\partial p_O}{\partial T} - K_{p_{H_2O}} \frac{\partial p_{H_2O}}{\partial T} - p_{H_2O} \frac{dK_{p_{H_2O}}}{dT} = 0;$$

$$2p_H p_O \frac{\partial p_O}{\partial T} + p_O^2 \frac{\partial p_H}{\partial T} - K_{p_{HO_2}} \frac{\partial p_{HO_2}}{\partial T} - p_{HO_2} \frac{dK_{p_{HO_2}}}{dT} = 0;$$

$$p_H \frac{\partial p_O}{\partial T} + p_O \frac{\partial p_H}{\partial T} - K_{p_{OH}} \frac{\partial p_{OH}}{\partial T} - p_{OH} \frac{dK_{p_{OH}}}{dT} = 0;$$

$$2p_H \frac{\partial p_H}{\partial T} - K_{p_{H_2}} \frac{\partial p_{H_2}}{\partial T} - p_{H_2} \frac{dK_{p_{H_2}}}{dT} = 0;$$

$$2p_O \frac{\partial p_O}{\partial T} - K_{p_{O_2}} \frac{\partial p_{O_2}}{\partial T} - p_{O_2} \frac{dK_{p_{O_2}}}{dT} = 0;$$

$$2 \frac{\partial p_{H_2}}{\partial T} + \frac{\partial p_{OH}}{\partial T} + 2 \frac{\partial p_{H_2O}}{\partial T} + \frac{\partial p_{HO_2}}{\partial T} + \frac{\partial p_H}{\partial T} - 2 \frac{\partial M_T}{\partial T} = 0$$

$$2 \frac{\partial p_{O_2}}{\partial T} + \frac{\partial p_{OH}}{\partial T} + 2 \frac{\partial p_{HO_2}}{\partial T} + \frac{\partial p_{H_2O}}{\partial T} + \frac{\partial p_O}{\partial T} - \alpha_{ок} \frac{\partial M_T}{\partial T} = 0$$

$$\frac{\partial p_{H_2}}{\partial T} + \frac{\partial p_{O_2}}{\partial T} + \frac{\partial p_H}{\partial T} + \frac{\partial p_O}{\partial T} + \frac{\partial p_{OH}}{\partial T} + \frac{\partial p_{HO_2}}{\partial T} + \frac{\partial p_{H_2O}}{\partial T} = 0$$

Система уравнений для определения частных производных равновесного состава продуктов сгорания топлива кислород и водород по коэффициенту избытка окислителя  $\alpha_{ок}$  запишется

$$2p_H p_O \frac{\partial p_H}{\partial \alpha_{ок}} + p_H^2 \frac{\partial p_O}{\partial \alpha_{ок}} - K_{p_{H_2O}} \frac{\partial p_{H_2O}}{\partial \alpha_{ок}} = 0$$

$$2p_H p_O \frac{\partial p_O}{\partial \alpha_{ок}} p_O^2 \frac{\partial p_H}{\partial \alpha_{ок}} - K_{p_{H_2O}} \frac{\partial p_{H_2O}}{\partial \alpha_{ок}} = 0;$$

$$p_H \frac{\partial p_O}{\partial \alpha_{ок}} + p_O \frac{\partial p_H}{\partial \alpha_{ок}} - K_{p_{OH}} \frac{\partial p_{OH}}{\partial \alpha_{ок}} = 0;$$

$$2p_H \frac{\partial p_H}{\partial \alpha_{ок}} - K_{p_{H_2}} \frac{\partial p_{H_2}}{\partial \alpha_{ок}} = 0;$$

$$2p_O \frac{\partial p_O}{\partial \alpha_{ок}} - K_{p_{O_2}} \frac{\partial p_{O_2}}{\partial \alpha_{ок}} = 0;$$

$$2 \frac{\partial p_{H_2}}{\partial \alpha_{ок}} + \frac{\partial p_{OH}}{\partial \alpha_{ок}} + 2 \frac{\partial p_{H_2O}}{\partial \alpha_{ок}} + \frac{\partial p_{HO_2}}{\partial \alpha_{ок}} + \frac{\partial p_H}{\partial \alpha_{ок}} - 2 \frac{\partial M_T}{\partial \alpha_{ок}} = 0;$$

$$2 \frac{\partial p_{O_2}}{\partial \alpha_{ок}} + \frac{\partial p_{OH}}{\partial \alpha_{ок}} + 2 \frac{\partial p_{HO_2}}{\partial \alpha_{ок}} + \frac{\partial p_{H_2O}}{\partial \alpha_{ок}} + \frac{\partial p_O}{\partial \alpha_{ок}} - \alpha_{ок} \frac{\partial M_T}{\partial \alpha_{ок}} = M_T;$$

$$\frac{\partial p_{H_2}}{\partial \alpha_{ок}} + \frac{\partial p_{O_2}}{\partial \alpha_{ок}} + \frac{\partial p_H}{\partial \alpha_{ок}} + \frac{\partial p_O}{\partial \alpha_{ок}} + \frac{\partial p_{OH}}{\partial \alpha_{ок}} + \frac{\partial p_{HO_2}}{\partial \alpha_{ок}} + \frac{\partial p_{H_2O}}{\partial \alpha_{ок}} = 0.$$

Для решения систем уравнений, определяющих равновесный состав продуктов сгорания топлива кислород и водород и его частные производные по давлению, температуре и коэффициенту избытка окислителя, необходимо уметь определять значения констант равновесия химических реакций диссоциации различных газов и их производные по температуре. Константы равновесия реакций диссоциации интересующих нас газов  $H_2O$ ,  $HO_2$ ,  $OH$ ,  $H_2$ ,  $O_2$  рассчитывают по интерполяционным уравнениями вида

$$\ln K_p = \frac{1}{0,43429} (K_0 + K \ln x + K_{-2} x^{-2} + K_{-1} x^{-1} + K_1 x + K_2 x^2 + K_3 x^3 + K_4 x^4 + K_5 x^5 + K_6 x^6 + K_7 x^7),$$

где  $x = T \cdot 10^{-4}$  и  $293,15 \leq T \leq 6000 K$  а значения коэффициентов  $K$  берутся для соответствующих газов из справочника [2]. Тогда уравнения для определения производных констант равновесия реакций диссоциации по температуре запишутся

$$\frac{dK_p}{dT} = \frac{K_p \cdot 10^{-4}}{0,43429} (K_1 - 2K_{-2} x^{-3} + K_{-1} x^{-2} + K x^{-1} + 2K_2 x + 3K_3 x^2 + 4K_4 x^3 + 5K_5 x^4 + 6K_6 x^5 + 7K_7 x^6).$$

Приведенная выше совокупность смешанных уравнений представляет математическую модель ракетного двигателя малой тяги, работающего на газообразных кислороде и водороде, при коротком единичном включении, а также в импульсном режиме работы, когда такие короткие включения следуют с определенной частотой.

### Библиографический список

1. Егорычев, В.С. Метод расчета процессов в термодинамике тела переменных массы и состава / В.С. Егорычев // Вестник СГАУ: Специальный выпуск. Труды МНТК «Проблемы и перспективы развития двигателестроения». – Самара: СГАУ, 2003.

2. Термодинамические свойства индивидуальных веществ: Справочник в 4 т./ Под ред. акад. В.П. Глушко. – М.: Наука, 1978–1982.

3. Термодинамические и теплофизические свойства продуктов сгорания: Справочник в 10 т./ Под ред. акад. В.П. Глушко. – М.: ВИНТИ АН СССР, 1971–1979.

### References

1. Egorychev V.S. Calculation method of variable mass and composition medium thermodynamic processes // SSAU bulletin: special issue. Proceedings of ISTC “Problems and perspectives of propulsion engineering development”. – Samara: SSAU, 2003.

2. Thermodynamic properties of individual agents: Handbook in 4 volumes/ Edited by academician V.P. Glushko. – M.: Nauka, 1978–1982.

3. Thermodynamic and thermalphysic properties of combustion materials: Handbook in 10 volumes/ Edited by academician V.P. Glushko. – M.: VINITI, 1971–1979.

## MATHEMATICAL MODEL OF SMALL-THRUST ROCKET ENGINE WITH GASEOUS OXYGEN AND HYDROGEN IN PULSE OPERATION

©2009 V. S. Egorychev

Samara State Aerospace University

It is indicated that working substance in combustion chamber corresponds a variable-mass and variable-composition body. Its variation is described with calculation equations for variable-mass and variable-composition body thermodynamics. System of equations for calculation combustion products equilibrium composition is composed. Mathematical model of small-thrust rocket engine which allows to determine ideal engines parameters for pulse mode is designed.

*Engine, rocket thruster, simulator, fuel, propellant, oxidizer, oxygen, hydrogen, pulse operation*

### Информация об авторах

**Егорычев Виталий Сергеевич**, кандидат технических наук, доцент кафедры Теории двигателей летательных аппаратов Самарского государственного аэрокосмического университета. Тел. (846) 334-72-00. Область научных интересов: рабочие процессы ЖРДМТ, термодинамика тел переменных массы и состава, неравновесная термодинамика.

**Egorychev Vitaliy Sergeevich**, Candidate of Technical Science, associate professor of aircraft engines theory department of Samara State Aerospace University. Phone: (846) 334-72-00. Area of research: small-thrust liquid-propellant rocket engines operation, variable-mass and variable-composition body thermodynamics, nonequilibrium thermodynamics.