

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ МИНИМАКСНОГО АДАПТИВНОГО УПРАВЛЕНИЯ РАСХОДОМ ТОПЛИВА ЖИДКОСТНОЙ РАКЕТЫ-НОСИТЕЛЯ

© 2019

А. Ф. Шориков профессор, доктор физико-математических наук;
Уральский федеральный университет, г. Екатеринбург;
a.f.shorikov@urfu.ru

В. И. Калёв ведущий инженер-конструктор отдела управления движением;
НПО автоматики им. академика Н.А. Семихатова, г. Екатеринбург;
persona@npoa.ru

Предлагается математическая формализация и метод решения задачи минимаксного (гарантированного) адаптивного терминального управления расходом топлива двигательной установки (ДУ) жидкостной ракеты-носителя (ЖРН). Исходная дискретно-непрерывная нелинейная модель объекта управления линеаризуется вдоль заданной опорной фазовой траектории и аппроксимируется линейной дискретной многошаговой динамической системой, включающей в себя вектор состояния (фазовый вектор) системы, вектор управления и вектор внешнего возмущения, описывающий погрешность формирования аппроксимирующей модели. При заданных геометрических ограничениях на фазовый вектор, векторы управления и возмущения для аппроксимирующей системы формулируется основная задача минимаксного адаптивного терминального управления расходом топлива ДУ ЖРН, состоящая из решения ряда вспомогательных задач минимаксного программного терминального управления. При решении каждой из них используется аппарат построения и анализа обобщённых областей достижимости аппроксимирующей линейной дискретной динамической системы, который реализуется с помощью модификации общего рекуррентного алгебраического метода. Для рассматриваемой задачи минимаксного адаптивного терминального управления расходом топлива ДУ ЖРН предлагается метод её решения и соответствующий численный алгоритм, сводящийся к реализации конечной последовательности только одношаговых алгебраических и оптимизационных операций. Эффективность предлагаемого решения исследуемой задачи демонстрируется и подтверждается на примере компьютерного моделирования управления процессом расхода топлива ДУ третьей ступени ЖРН «Союз-2-1б».

Ракета-носитель; двигательная установка; управление расходом топлива; адаптивное управление; минимаксный результат; гарантированное управление; робастное управление.

Цитирование: Шориков А.Ф., Калёв В.И. Решение задачи минимаксного адаптивного управления расходом топлива жидкостной ракеты-носителя // Вестник Самарского университета. Аэрокосмическая техника, технологии и машиностроение. 2019. Т. 18, № 4. С. 129-145. DOI: 10.18287/2541-7533-2019-18-4-129-145

Введение

Одной из основных задач, решаемых системой управления отечественных ЖРН, является задача оптимизации терминального управления расходом топлива. В качестве объекта управления в ней рассматривается совокупность ДУ и топливных баков ЖРН. Перед системой управления ставится цель: полностью и синхронно израсходовать рабочие запасы компонентов топлива (окислителя и горючего) к заданному моменту времени. Достижение этой цели может быть формализовано как минимизация некоторого критерия качества, оценивающего отклонение фазовых координат объекта управления от их желаемых значений в финальный момент времени.

Известно, например [1–3], что при моделировании объектов управления ракетно-космической техники информация об априори неопределённых параметрах системы (начальном множестве фазовых состояний, реализации возмущающего воздействия), как правило, может задаваться в виде соответствующих ограниченных множеств возможных значений этих параметров.

В работе рассматривается исходная нелинейная дискретно-непрерывная математическая модель объекта управления, которая аппроксимируется с помощью линейной дискретной управляемой динамической системы, в которой учитывается возмущающее воздействие (возмущение), описывающее погрешность формирования аппроксимирующей модели или внешнее воздействие (помеху). Множества, ограничивающие возможные значения фазового вектора и вектора возмущения, рассматриваются как выпуклые, замкнутые и ограниченные многогранники (с конечным числом вершин) в соответствующих конечномерных векторных пространствах. Далее для краткости будем писать «многогранники», подразумевая все указанные выше свойства. Множество допустимых управляющих воздействий является конечным множеством соответствующего векторного пространства. Задача оптимизации управления расходом топлива ЖРН формулируется как задача минимаксного адаптивного (по принципу обратной связи) терминального управления, минимизирующего возможные наихудшие (максимальные) значения выбранного критерия качества, соответствующие наихудшим реализациям допустимых значений возмущения.

Основываясь на результатах работ [4;5], для исходной дискретно-непрерывной динамической системы решается задача минимаксного адаптивного терминального управления расходом топлива ЖРН в выбранном классе допустимых стратегий адаптивного управления посредством сведения её к последовательному решению вспомогательных задач минимаксного программного терминального управления сформированной линейной дискретной динамической системой. Решение каждой вспомогательной задачи предлагается осуществлять с помощью рекуррентного алгоритма, сводящего исходную многошаговую задачу к реализации конечной последовательности решения только одношаговых задач линейного и выпуклого математического программирования, конечных систем линейных алгебраических равенств и неравенств, а также к операциям над выпуклыми множествами. Для решения вспомогательных задач используется общий рекуррентный алгебраический метод построения и анализа областей достижимости (ОД) линейных дискретных управляемых динамических систем, разработанный в [4;5]. Для компьютерной реализации этого метода разработан и создан программный комплекс, описание и возможности которого представлены в [4;5]. Модификации алгоритмов численной реализации этого метода представлены в [6].

Математическая модель расхода топлива ДУ ЖРН

На промежутке времени $[\theta_0, \theta_f]$ рассматривается нелинейная дискретно-непрерывная математическая модель [7], описывающая динамику работы ДУ ЖРН. Полагается, что θ_0 – время начала управляемого режима работы ДУ, θ_f – время выключения ДУ. Управляющее воздействие (управление) в данной модели из-за особенностей конструкции тракта управления расходом топлива ДУ ЖРН реализуется в заданные дискретные моменты времени $\{\theta_0, \theta_1, \dots, \theta_{T-1}\} \subset [\theta_0, \theta_f]$, где $\theta_T = \theta_f$, в соответствие которым может быть поставлен целочисленный набор (целочисленный промежуток времени) $\overline{0, T-1} = \{0, 1, \dots, T-1\}$ ($T \in \mathbb{N}$). Здесь T – количество заданных моментов времени, в которые планируется осуществлять реализацию управления; \mathbb{N} – множество всех натуральных чисел [8]. За счёт управления $u(t)$ на целочисленном промежутке времени $\overline{0, T-1}$ регулируется угол поворота дросселя $\alpha_{th}(t)$ в соответствии с рекуррентным соотношением:

$$\alpha_{th}(t+1) = \alpha_{th}(t) + c_0 u(t), \quad t \in \overline{0, T-1}, \quad \alpha_{th}(0) = 0, \quad (1)$$

где c_0 – известный коэффициент привода дросселя. Важно отметить, что значение угла поворота дросселя $\alpha_{th}(\theta)$ при $\theta \in [\theta_t, \theta_{t+1}), t \in \overline{0, T-1}$ имеет фиксированное значение (не изменяется).

Поворот дросселя на угол $\alpha_{th}(\theta)$ изменяет значение коэффициента соотношения расходов окислителя и горючего [2] следующим образом:

$$K_m(\theta) = K + \Delta K + c_1 \alpha_{th}(\theta), \quad \theta \in [\theta_0, \theta_f], \quad (2)$$

где K – номинальное значение коэффициента соотношения расходов компонентов топлива; ΔK – известный параметр выставки дросселя в номинальное положение; c_1 – коэффициент эффективности дросселя.

Выражение для вычисления пустотной тяги ДУ ЖРН имеет вид

$$P_s(\theta) = P + c_2 (K_m(\theta) - K)^2 + c_3 (K_m(\theta) - K), \quad \theta \in [\theta_0, \theta_f], \quad (3)$$

где P – номинальное значение пустотной тяги ДУ; c_2, c_3 – коэффициенты рабочего режима ДУ ЖРН.

Удельный импульс тяги ДУ РН в пустоте вычисляется согласно формуле

$$I_s(\theta) = I + c_4 (K_m(\theta) - K)^2 + c_5 (K_m(\theta) - K), \quad \theta \in [\theta_0, \theta_f], \quad (4)$$

где I – номинальное значение удельного импульса в пустоте; c_4, c_5 – коэффициенты рабочего режима ДУ ЖРН.

Значения массовых расходов окислителя и горючего вычисляются посредством следующих соотношений:

$$\begin{aligned} m_o(\theta) &= \frac{P(\theta) K_m(\theta)}{I_s(\theta)(1 + K_m(\theta))}, \quad \theta \in [\theta_0, \theta_f], \\ m_f(\theta) &= \frac{P(\theta)}{I_s(\theta)(1 + K_m(\theta))}, \quad \theta \in [\theta_0, \theta_f]. \end{aligned} \quad (5)$$

Текущие массы компонентов топлива в баках, рассчитанные на выполнение полётной программы ЖРН, вычисляются по формулам:

$$\begin{aligned} M_o(\theta) &= M_{0,o} + \Delta M_o - \int_{\theta_0}^{\theta} m_o(\theta) d\theta, \\ M_f(\theta) &= M_{0,f} + \Delta M_f - \int_{\theta_0}^{\theta} m_f(\theta) d\theta, \end{aligned} \quad (6)$$

где $M_{0,o}, M_{0,f}$ – соответственно номинальные рабочие массы окислителя и горючего, заправляемые в топливные баки для реализации программного режима тяги; $\Delta M_o, \Delta M_f$ – погрешности заправки компонентов топлива в баки.

Расчётная опорная траектория движения ЖРН реализуется при известном режиме изменения тяги ДУ, которому соответствует заданная программа изменения рабочих масс компонентов топлива в баках:

$$\begin{aligned} M_o^{ref}(\theta) &= M_{0,o} - \theta m_o^{ref}, & m_o^{ref} &= \frac{PK}{I + IK}, \\ M_f^{ref}(\theta) &= M_{0,f} - \theta m_f^{ref}, & m_f^{ref} &= \frac{P}{I + IK}. \end{aligned} \quad (7)$$

В связи с порогово-дискретным принципом измерения уровней компонентов топлива в баках [1–3; 8] и, как следствие, управлением, формируемым в эти дискретные моменты времени $\{\theta_0, \theta_1, \dots, \theta_{T-1}\}$ в бортовой цифровой вычислительной машине, линеаризованная вдоль опорной траектории (7) непрерывная составляющая исходной модели дискретизируется. Процедура линеаризации и дискретизации исходной модели динамики расхода топлива ДУ ЖРН описана в работе [7].

Рассмотрим на целочисленном промежутке времени $\overline{0, T} = \{0, 1, \dots, T\}$ ($T \in \mathbf{N}$) линейную дискретную динамическую систему, аппроксимирующую исходную математическую модель. Следующие рекуррентные соотношения позволяют рассчитывать значения массовых расходов компонентов топлива в ДУ ЖРН:

$$\begin{aligned} m_o(t+1) &= m_o(t) + \alpha u(t) + \gamma_1 v_1(t), & m_o(0) &= m_o^{ref} + \alpha \Delta K, \\ m_f(t+1) &= m_f(t) + \beta u(t) + \gamma_2 v_2(t), & m_f(0) &= m_f^{ref} + \beta \Delta K, \end{aligned} \quad (8)$$

где $t \in \overline{0, T-1}$; α, β – коэффициенты, сформированные в результате разложения в ряд Тейлора уравнений исходной модели; $u(t)$ – скалярное управление; $v_1(t), v_2(t)$ – неконтролируемые возмущения, вызванные погрешностью формирования модели (аналогичным образом могут рассматриваться любые другие возникающие в данной системе возмущающие воздействия, например, изменение температуры компонентов топлива в полёте, нештатные ситуации в работе ДУ); γ_1, γ_2 – известные коэффициенты, оцениваемые на этапе моделирования.

Рекуррентные уравнения для вычисления значений масс окислителя и горючего в топливных баках ДУ ЖРН имеют вид:

$$\begin{aligned} M_o(t+1) &= M_o(t) - \Delta T(t) m_o(t), & M_o(0) &= M_{0,o} + \Delta M_o, \\ M_f(t+1) &= M_f(t) - \Delta T(t) m_f(t), & M_f(0) &= M_{0,f} + \Delta M_f, \end{aligned} \quad (9)$$

где $\Delta T(t) = \theta_{t+1} - \theta_t, t \in \overline{0, T-1}$ – шаг дискретизации исходной системы (время между двумя соседними управлениями).

Тогда динамика объекта управления (8), (9) описывается дискретной многошаговой управляемой системой в векторно-матричном виде

$$x(t+1) = Ax(t) + Bu(t) + Dv(t), \quad x(0) = x_0. \quad (10)$$

Здесь $x(t) \in \mathbb{R}^4$ – фазовый вектор системы (здесь и далее, для $n \in \mathbb{N}$, \mathbb{R}^n – n -мерное векторное пространство векторов-столбцов), на который наложено фазовое ограничение по безотказной работе ДУ вида:

$$x(t) \in \mathbf{X}_1(t) \subset \mathbb{R}^4, t \in \overline{0, T}, \quad (11)$$

где $\mathbf{X}_1(t)$ – многогранник в векторном пространстве \mathbb{R}^4 ;

$u(t) \in \mathbb{R}^1$ – управление, стеснённое заданным ограничением:

$$u(t) \in \mathbf{U}_1(t) \subset \mathbb{R}^1, t \in \overline{0, T-1}, \quad (12)$$

где $\mathbf{U}_1(t)$ – конечный набор векторов в \mathbb{R}^1 , определяющий все возможные значения управления в момент времени t ;

$v(t) \in \mathbb{R}^2$ – вектор неконтролируемых возмущений (помех), удовлетворяющий известному ограничению

$$v(t) \in \mathbf{V}_1(t) \subset \mathbb{R}^2, t \in \overline{0, T-1}, \quad (13)$$

где $\mathbf{V}_1(t)$ – многогранник в векторном пространстве \mathbb{R}^2 ;

$A \in \mathbb{R}^{4 \times 4}$, $B \in \mathbb{R}^{4 \times 1}$, $D \in \mathbb{R}^{4 \times 2}$ – матрицы состояния системы, управления и возмущения соответственно; $x(0) = x_0$ – заданное начальное значение фазового вектора.

Для фиксированного целочисленного промежутка времени $\overline{\tau, T} \subseteq \overline{0, T}$ ($\tau < T$) и ограничения (12) определим множество всех допустимых реализаций программных управлений $u(\cdot) = \{u(t)\}_{t \in \overline{\tau, T-1}}$ в виде следующего конечного множества:

$$\mathbf{U}(\overline{\tau, T}) = \left\{ u(\cdot) \mid u(\cdot) = \{u(t)\}_{t \in \overline{\tau, T-1}} \in \mathbb{R}^{1 \times (T-\tau)}, \forall t \in \overline{\tau, T-1}, u(t) \in \mathbf{U}_1(t) \right\}. \quad (14)$$

Аналогично для целочисленного промежутка времени $\overline{\tau, T}$ и ограничения (13) определим множество всех допустимых программных реализаций вектора возмущений $v(\cdot) = \{v(t)\}_{t \in \overline{\tau, T-1}}$ соотношением

$$\mathbf{V}(\overline{\tau, T}) = \left\{ v(\cdot) \mid v(\cdot) = \{v(t)\}_{t \in \overline{\tau, T-1}} \in \mathbb{R}^{2 \times (T-\tau)}, \forall t \in \overline{\tau, T-1}, v(t) \in \mathbf{V}_1(t) \right\}. \quad (15)$$

Набор $w(\tau) = \{\tau, x(\tau)\} \in \overline{0, T} \times \mathbf{X}_1(\tau)$ ($w(0) = w_0 = \{0, x_0\}$) назовём τ -позицией дискретной динамической системы (10) – (13), а множество $\mathbf{W}(\tau) = \{\tau\} \times \mathbf{X}_1(\tau)$ ($\mathbf{W}(0) = \{w(0) = w_0 \mid w_0 = \{0, x_0\}\}$) – множеством всех допустимых τ -позиций.

Качество рассматриваемого процесса управления на промежутке времени $\overline{\tau, T} \subseteq \overline{0, T}$ будем оценивать выпуклым терминальным функционалом

$\gamma_{\tau, T} : \mathbf{W}(\tau) \times \mathbf{U}(\overline{\tau, T}) \times \mathbf{V}(\overline{\tau, T}) \rightarrow \mathbb{R}^1$, значения которого на реализациях наборов $(w(\tau), u(\cdot), v(\cdot)) \in \mathbf{W}(\tau) \times \mathbf{U}(\overline{\tau, T}) \times \mathbf{V}(\overline{\tau, T})$ определяются следующим образом:

$$\gamma_{\tau, T}(w(\tau), u(\cdot), v(\cdot)) = \|x(T) - x_d\|_4 = \Phi(x(T)). \quad (16)$$

Здесь $u(\cdot) = \{u(t)\}_{t \in \overline{\tau, T-1}}$, $v(\cdot) = \{v(t)\}_{t \in \overline{\tau, T-1}}$; $x(T) = \bar{x}(T; \tau, T, x_0, u(\cdot), v(\cdot))$ – финальное фазовое состояние движения (фазовой траектории) динамической системы (10); $x_d \in \mathbb{R}^4$ – заданный вектор, определяющий желаемое финальное фазовое состояние рассматриваемой системы; $\|\cdot\|_4$ – евклидова норма в пространстве \mathbb{R}^4 ; $\Phi: \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^1$ – выпуклый функционал, определённый на финальных фазовых состояниях объекта управления.

Постановка задачи минимаксного адаптивного управления

Сформулируем вспомогательную задачу минимаксного программного терминального управления [4] аппроксимирующей системой (10) – (13), (16).

Задача 1. Для заданного целочисленного промежутка времени $\overline{\tau, T} \subseteq \overline{0, T}$ ($\tau < T$) и реализации τ -позиции $w(\tau) = \{\tau, x(\tau)\} \in \mathbf{W}(\tau)$ в управляемой динамической системе (10) – (13), (16) требуется найти множество $\mathbf{U}^{(e)}(\overline{\tau, T}, w(\tau)) \subseteq \mathbf{U}(\overline{\tau, T})$ программных управлений $u^{(e)}(\cdot) = \{u^{(e)}(t)\}_{t \in \overline{\tau, T-1}} \in \mathbf{U}(\overline{\tau, T})$, удовлетворяющих условию минимакса [4]:

$$\begin{aligned} \mathbf{U}^{(e)}(\overline{\tau, T}, w(\tau)) &= \left\{ u^{(e)}(\cdot) \mid u^{(e)}(\cdot) = \{u^{(e)}(t)\}_{t \in \overline{\tau, T-1}} \in \mathbf{U}(\overline{\tau, T}), \right. \\ c_\gamma^{(e)}(\overline{\tau, T}, w(\tau)) &= \gamma_{\tau, T}(w(\tau), u^{(e)}(\cdot), v^{(e)}(\cdot)) = \max_{v(\cdot) \in \mathbf{V}(\overline{\tau, T})} \gamma_{\tau, T}(w(\tau), u^{(e)}(\cdot), v(\cdot)) = \\ &= \min_{u(\cdot) \in \mathbf{U}(\overline{\tau, T})} \max_{v(\cdot) \in \mathbf{V}(\overline{\tau, T})} \gamma_{\tau, T}(w(\tau), u(\cdot), v(\cdot)) \left. \right\}, \end{aligned} \quad (17)$$

которое будем называть множеством минимаксных программных управлений, а число $c_\gamma^{(e)}(\overline{\tau, T}, w(\tau))$ будем называть минимаксным или оптимальным гарантированным результатом для этой задачи.

Сформулируем содержательно задачу минимаксного адаптивного терминального управления рассматриваемой динамической системой (10) – (13), (16).

На промежутке времени $\overline{0, T}$ необходимо сформировать управление $u(\cdot) = \{u(t) \in \mathbf{U}_1(t)\}_{t \in \overline{0, T-1}}$ системой (10) с ограничениями (11) – (13) как стратегию адаптивного (по принципу обратной связи) терминального управления, использующую полную информацию о её t -позиции $w(t) = \{t, x(t)\} \in \mathbf{W}(t)$ в каждый момент времени $t \in \overline{0, T-1}$ так, чтобы к концу процесса управления функционал $\gamma_{0, T}$, определяемый согласно (16), принимал наименьшее возможное значение при условии, что значения возмущения $v(\cdot) = \{v(t)\}_{t \in \overline{0, T-1}} \in \mathbf{V}(\overline{0, T})$ могут быть наихудшими, то есть максимизирующими данный функционал.

Для формализации приведённой цели адаптивного управления введём ряд определений. Допустимой стратегией адаптивного терминального управления расходом

топлива ДУ ЖРН U_a для дискретной динамической системы (10) – (13), (16) на промежутке времени $\overline{0, T}$ будем называть отображение $U_a : \mathbf{W}(\tau) \rightarrow U_1(\tau)$, которое каждому моменту времени $\tau \in \overline{0, T-1}$ и реализации τ -позиции $w(\tau) = \{\tau, x(\tau)\} \in \mathbf{W}(\tau)$ назначает множество $U_a(w(\tau)) \subseteq U_1(\tau)$ управлений $u(\tau) \in U_1(\tau)$. Множество всех допустимых стратегий адаптивного терминального управления расходом топлива ДУ ЖРН обозначим как U_a^* .

Стратегией минимаксного адаптивного терминального управления системой (10) – (13), (16) на промежутке времени $\overline{0, T}$ будем называть такую реализацию специфической стратегии $U_a^{(e)} = U_a^{(e)}(w(\tau)) \in U_a^*$, $w(\tau) = \{\tau, x(\tau)\} \in \mathbf{W}(\tau)$, $\tau \in \overline{0, T-1}$, из класса всех допустимых стратегий адаптивного терминального управления расходом топлива ДУ ЖРН U_a^* , которая определяется следующими соотношениями:

1) для всех $\tau \in \overline{0, T-1}$ и τ -позиций $w^{(e)}(\tau) = \{\tau, x^{(e)}(\tau)\} \in \mathbf{W}(\tau)$ ($w^{(e)}(0) = \{0, x_0\} = w_0$) пусть

$$U_a^{(e)}(w^{(e)}(\tau)) = U^{(e)}(w^{(e)}(\tau)), \quad (18)$$

где множество $U^{(e)}(w^{(e)}(\tau))$ определяется согласно (17) из решения Задачи 1, а именно:

$$U^{(e)}(w^{(e)}(\tau)) = \left\{ u^{(e)}(\tau) \mid u^{(e)}(\tau) \in U_1(\tau), u^{(e)}(\cdot) = \left\{ u^{(e)}(t) \right\}_{t \in \overline{\tau, T-1}} \in U^{(e)}(\overline{\tau, T}, w^{(e)}(\tau)) \right\};$$

для допустимых на промежутке $\overline{0, \tau}$ реализаций управления $u_\tau(\cdot) = \{u_\tau(t)\}_{t \in \overline{0, \tau-1}} \in U(\overline{0, \tau})$ и возмущения $v_\tau(\cdot) = \{v_\tau(t)\}_{t \in \overline{0, \tau-1}} \in V(\overline{0, \tau})$: $x^{(e)}(\tau) = \bar{x}(\tau; \overline{0, \tau}, x_0, u_\tau(\cdot), v_\tau(\cdot))$;

2) для всех $\tau \in \overline{0, T-1}$ и τ -позиций $w(\tau) \notin \mathbf{W}(\tau)$ пусть

$$U_a^{(e)}(w(\tau)) = U_1(\tau), \quad (19)$$

и пусть $u_a^{(e)}(\cdot) = \{u_a^{(e)}(\tau)\}_{\tau \in \overline{0, T-1}} \in U(\overline{0, T})$ и $v_a^{(e)}(\cdot) = \{v_a^{(e)}(\tau)\}_{\tau \in \overline{0, T-1}} \in V(\overline{0, T})$ есть реализации соответственно управления и возмущения на промежутке времени $\overline{0, T}$, которые сформированы в результате использования стратегии $U_a^{(e)} \in U_a^*$ на этом промежутке времени, причём значения $u_a^{(e)}(T-1)$ и $v_a^{(e)}(T-1)$ удовлетворяют соотношению (17) при $\tau = T-1$ и можно вычислить следующее число:

$$\begin{aligned} \gamma_{0,T}^{(e,a)} &= \gamma_{0,T} \left(w_0, u_a^{(e)}(\cdot), v_a^{(e)}(\cdot) \right) = \gamma_{T-1,T} \left(w^{(e)}(T-1), u_a^{(e)}(T-1), v_a^{(e)}(T-1) \right) = \\ &= \min_{u^{(T-1)} \in U_1(T-1)} \max_{v^{(T-1)} \in V_1(T-1)} \gamma_{T-1,T} \left(w^{(e)}(T-1), u(T-1), v(T-1) \right) = \Phi \left(x^{(e)}(T) \right) = \\ &= \Phi \left(\bar{x}(T; \bar{0}, T, x_0, u_a^{(e)}(\cdot), v_a^{(e)}(\cdot)) \right) = c_{a,\gamma}^{(e)}(\bar{0}, T, w_0), \end{aligned} \quad (20)$$

где $w^{(e)}(T-1) = \{T-1, x^{(e)}(T-1)\} \in \mathbf{W}(T-1)$, $x^{(e)}(T-1) = \bar{x}(T-1; \bar{0}, T, x_0, u_a^{(e)}(\cdot), v_a^{(e)}(\cdot))$.

Сформулируем следующую многошаговую задачу минимаксного адаптивного терминального управления расходом топлива ДУ ЖРН для аппроксимирующей дискретной управляемой динамической системы (10) – (13), (16).

Задача 2. Для заданного промежутка времени $\bar{0}, T$ и начальной позиции $w_0 = \{0, x_0\} \in \mathbf{W}(0)$ в дискретной динамической системе (10) – (13), (16) требуется найти стратегию минимаксного адаптивного терминального управления $U_a^{(e)} = U_a^{(e)}(w(t)) \in U_a^*$, $w(t) = \{t, x(t)\} \in \mathbf{W}(t)$, $t \in \bar{0}, T-1$, которая удовлетворяет соотношениям (18), (19), и число $c_{a,\gamma}^{(e)}(\bar{0}, T, w_0)$ – минимаксный (оптимальный гарантированный) результат, соответствующий реализации этой стратегии, путём реализации конечного числа только одношаговых операций.

Нетрудно убедиться, что оптимальный гарантированный результат, полученный в результате решения Задачи 2, будет, по крайней мере, не хуже оптимального гарантированного результата, обеспечиваемого посредством решения Задачи 1. Отметим, что хотя Задача 2 является основной, но её решение и формализация базируются на решении Задачи 1.

Алгоритмы решения Задачи 1 и Задачи 2

При решении сформулированной Задачи 1 используются результаты работ [4–7], а также аппарат построения и анализа ОД линейных управляемых динамических систем, широко применяемый в теоретических и прикладных задачах [4–6; 9–11].

Введём необходимое определение обобщённой ОД для системы (10) – (13) [4].

Определение 1. Обобщённой ОД линейной дискретной управляемой динамической системы (10) – (13) при фиксированном допустимом программном управлении $u^*(\cdot) = \{u^*(t)\}_{t \in \tau, T-1} \in U(\tau, T)$ на момент времени T , соответствующей набору $(X(\tau), u^*(\cdot))$, где $X(0) = \{x_0\}$, называется множество вида:

$$\begin{aligned} \mathbf{G}(\tau, X(\tau), u^*(\cdot); T) &= \{x(T) \mid x(T) \in \mathbb{R}^4, x(t+1) = A(t)x(t) + B(t)u^*(t) + D(t)v(t), \\ &t \in \tau, T-1, x(\tau) \in X(\tau), v(t) \in V_1(t)\}. \end{aligned} \quad (21)$$

В силу принятых предположений о том, что множества в ограничении (13) относятся к классу многогранников, в [4; 5] было показано, что множество, описывающее обобщённую ОД такой динамической системы, также будет принадлежать к этому классу.

Приведём описание общего рекуррентного алгебраического метода [4; 5] для построения обобщённых ОД рассматриваемой аппроксимирующей системы.

Алгоритм 1. (Общий рекуррентный алгебраический метод построения ОД).

1. Инициализация: $X(\tau) = \{x(\tau)\}$, $u^*(\cdot) = \{u^*(t)\}_{t \in \overline{\tau, T-1}} \in \mathbf{U}(\overline{\tau, T})$.

2. Для всех $t \in \overline{\tau, T-1}$ последовательно выполнить

$$V(t) = \mathbf{Vertex}(\mathbf{V}_1(t));$$

$$\bar{X}(t+1) = (A(t)X(t) \oplus B(t)u^*(t)) \oplus D(t)V(t);$$

$$X(t+1) = \mathbf{RemoveRedundancy}(\bar{X}(t+1)).$$

3. Закончить.

Операции **Vertex** и **RemoveRedundancy** в алгоритме обозначают соответственно выделение вершин приведённого внутри скобок многогранника и решение задачи нахождения крайних точек для приведённого внутри скобок множества точек (формирование избыточного вершинного описания многогранника), которая решается как задача линейного математического программирования способом, предложенным в [6]. Операция суммирования множеств в данном алгоритме понимается как геометрическая сумма этих множеств и обозначена знаком \oplus .

Учитывая сказанное выше и результаты работ [4–6], алгоритм решения Задачи 1 минимаксного программного терминального управления расходом топлива ДУ ЖРН можно свести к следующей алгоритмической последовательности.

Алгоритм 2. (Минимаксное программное терминальное управление).

1. Упорядочение по возрастанию натурального индекса j конечного множества $\mathbf{U}(\overline{\tau, T})$, состоящего из N допустимых программных управлений $u^{(j)}(\cdot) = \{u^{(j)}(t)\}_{t \in \overline{\tau, T}} \in \mathbf{U}(\overline{\tau, T})$ (формирование множества $\mathbf{U}(\overline{\tau, T}) = \{u^{(j)}(t)\}_{j \in \overline{1, N}}$).

2. Построение обобщённых ОД $\mathbf{G}(\tau, X(\tau), u^{(j)}(\cdot); T)$ при фиксированных допустимых управлениях $u^{(j)}(\cdot)$ для всех $j \in \overline{1, N}$ (Алгоритм 1).

3. Формирование подмножества $\tilde{\mathbf{U}}(\overline{\tau, T}) \subset \mathbf{U}(\overline{\tau, T})$ разрешённых программных управлений $\tilde{u}^{(i)}(\cdot) = \{\tilde{u}^{(i)}(t)\}_{t \in \overline{\tau, T}} \in \tilde{\mathbf{U}}(\overline{\tau, T})$, $i \in \overline{1, M}$ посредством удаления из множества $\mathbf{U}(\overline{\tau, T})$ допустимых программных управлений $u^{(j)}(\cdot) = \{u^{(j)}(t)\}_{t \in \overline{\tau, T}} \in \mathbf{U}(\overline{\tau, T})$, обобщённые ОД которых нарушают ограничения (11) для любого $t \in \overline{\tau+1, T}$, и упорядочение по возрастанию натурального индекса i множества $\tilde{\mathbf{U}}(\overline{\tau, T})$.

4. Формирование фасетного описания (в виде систем линейных алгебраических равенств и неравенств) многогранников $\mathbf{G}(\tau, \{x(\tau)\}, \tilde{u}^{(i)}(\cdot); T)$, $i \in \overline{1, M}$, например, с помощью модификации метода двойного описания [12], предложенной в [4].

5. Оптимизация функционала (16) на множестве $\mathbf{G}(\tau, \{x(\tau)\}, \tilde{u}^{(i)}(\cdot); T)$ для всех $i \in \overline{1, M}$ методами выпуклого математического программирования, то есть нахождение следующего значения функционала:

$$\begin{aligned} \tilde{\gamma}_{\tau, T}^{(i)} &= \gamma_{\tau, T} \left(w(\tau), u^{(i)}(\cdot), v^{(e)}(\cdot) \right) = \max_{v(\cdot) \in \mathbf{V}(\overline{\tau, T})} \gamma_{\tau, T} \left(w(\tau), u^{(i)}(\cdot), v(\cdot) \right) = \\ &= \max_{x(T) \in \mathbf{G}(\tau, x(\tau), u^{(i)}(\cdot); T)} \|x(T) - x_d\|_4 = \|x^{(e)}(T) - x_d\|_4, \end{aligned} \quad (22)$$

где $x(T) = \bar{x}(T; \overline{\tau, T}, x(\tau), u^{(i)}(\cdot), v(\cdot))$; $x^{(e)}(T) = \bar{x}(T; \overline{\tau, T}, x(\tau), u^{(i)}(\cdot), v^{(e)}(\cdot))$ (решается, например, с помощью метода Зойтендейка [13]).

6. Нахождение множества $U^{(e)}(\overline{\tau, T}, w(\tau))$ минимаксных программных терминальных управлений и гарантированного результата управления $c_\gamma^{(e)}(\overline{\tau, T}, w(\tau))$ посредством решения следующей конечной задачи дискретной оптимизации:

$$U^{(e)}(\overline{\tau, T}, w(\tau)) = \{u^{(e)}(\cdot) \mid u^{(e)}(\cdot) \in U(\overline{\tau, T}),$$

$$\min_{\tilde{u}(\cdot) \in \tilde{U}(\overline{\tau, T})} \max_{v(\cdot) \in V(\overline{\tau, T})} \gamma_{\overline{\tau, T}}(w(\tau), \tilde{u}(\cdot), v(\cdot)) = \min_{i \in \{1, M\}} \tilde{\gamma}_{\overline{\tau, T}}^{(i)} = \gamma_{\overline{\tau, T}}^{(e)}\}. \quad (23)$$

Используя Алгоритм 2, опишем решение основной Задачи 2 также в виде алгоритма. Пусть в дискретной динамической системе (10) – (13), (16) на промежутке времени $\overline{0, \tau}$ реализовались управление $u_\tau(\cdot) = \{u_\tau(t)\}_{t \in \overline{0, \tau-1}} \in U(\overline{0, \tau})$ и возмущение $v_\tau(\cdot) = \{v_\tau(t)\}_{t \in \overline{0, \tau-1}} \in V(\overline{0, \tau})$. Тогда для $\tau \in \overline{0, T-1}$ минимаксная адаптивная терминальная стратегия $U_a^{(e)} \in U_a^*$ формируется путём реализации следующей конечной последовательности операций.

Алгоритм 3. (Минимаксное адаптивное терминальное управление).

1. Для допустимых на промежутке $\overline{0, \tau}$ реализаций управления $u_\tau(\cdot) = \{u_\tau(t)\}_{t \in \overline{0, \tau-1}} \in U(\overline{0, \tau})$ и возмущения $v_\tau(\cdot) = \{v_\tau(t)\}_{t \in \overline{0, \tau-1}} \in V(\overline{0, \tau})$ формирование τ -позиции $w^{(e)}(\tau) = \{\tau, x^{(e)}(\tau)\} \in W(\tau)$ ($w^{(e)}(0) = \{0, x_0\} = w_0$), где $x^{(e)}(\tau) = \bar{x}(\tau; \overline{0, \tau}, x_0, u_\tau(\cdot), v_\tau(\cdot))$.

2. Решение Задачи 1, то есть вычисление множества минимаксных программных терминальных управлений $U^{(e)}(\overline{\tau, T}, w^{(e)}(\tau))$ вида (22) и гарантированного результата $c_\gamma^{(e)}(\overline{\tau, T}, w^{(e)}(\tau)) = \gamma_{\overline{\tau, T}}^{(e)}$ на промежутке времени $\overline{\tau, T}$ (Алгоритм 2).

3. Вычисление множества $U_a^{(e)}(w^{(e)}(\tau)) = \tilde{U}_a^{(e)}(w^{(e)}(\tau)) \subseteq U_1(\tau)$ по формуле (18).

4. Выбор любого управления $u_a^{(e)}(\tau) \in U_a^{(e)}(w^{(e)}(\tau))$.

5. Вычисление по уравнениям нелинейной системы (1), (2) $(\tau+1)$ -позиции системы

$$w^{(e)}(\tau+1) = \{\tau+1, x^{(e)}(\tau+1)\}, x^{(e)}(\tau+1) = \bar{x}(\tau+1; \overline{\tau, \tau+1}, x_0, u_a^{(e)}(\tau), v_a(\tau)),$$

где $v_a(\tau) \in V_1(\tau)$ есть допустимая реализация возмущения в момент времени τ (либо формирование её любым другим доступным способом). Например, если процедура реализуется на реальной ЖРН, то информация о $(\tau+1)$ -позиции может быть получена путём обработки информации с датчиков уровней и расходомерных датчиков окислителя и горючего.

6. Осуществление перехода к пункту 1, если $\tau \leq T-2$, в противном случае – к пункту 7.

7. Вычисление согласно (20) оптимального гарантированного (минимаксного) результата решения Задачи 2 $c_{a,\gamma}^{(e)}(\overline{0, T}, w_0)$, соответствующего реализациям управления

$u_a^{(e)}(\cdot) = \{u_a^{(e)}(t)\}_{t \in \overline{0, T-1}} \in U(\overline{0, T})$ и возмущения $v_a(\cdot) = \{v_a(t)\}_{t \in \overline{0, T-1}} \in V(\overline{0, T})$, которые яв-

ляются результатом использования стратегии минимаксного адаптивного терминального управления $U_a^{(e)} = U_a^{(e)}(w(\tau)) \in U_a^*$ на промежутке времени $\overline{0, T}$, где $x^{(e)}(T) = \bar{x}(T; \overline{0, T}, x_0, u_a^{(e)}(\cdot), v_a(\cdot))$.

Отметим, что предложенный алгоритм решения Задачи 2 – минимаксного адаптивного терминального управления расходом топлива ДУ ЖРН – сводится к реализации только конечного числа операций – решения задач: конечной дискретной оптимизации, конечного числа систем линейных алгебраических равенств и неравенств, операций над выпуклыми многогранниками.

Модельный пример

Предлагаемый метод решения Задачи 1 и Задачи 2 апробирован на модельном примере, иллюстрирующем решение задачи минимаксного адаптивного терминального управления расходом топлива ДУ третьей степени ЖРН «Союз-2-1б».

Работа ДУ ЖРН рассматривается на отрезке времени $[\theta_0, \theta_1]$, где θ_0 – время начала установившегося режима функционирования ДУ, θ_1 – время выключения ДУ. В топливные баки окислителя и горючего заправлено нештатное количество топлива – $M_{0,o} + \Delta M_o$ и $M_{0,f} + \Delta M_f$ соответственно. Турбонасосный агрегат и дроссельная заслонка изначально выставлены на отклонённый от номинального коэффициент соотношения массовых расходов компонентов топлива $K + \Delta K$. Вал привода дросселя в каждый момент времени может занимать одно из девяти фиксированных положений, составляющих конечное множество в ограничении управляющего воздействия (12). Требуется к моменту времени θ_1 (терминальное управление) одновременно израсходовать окислитель и горючее в топливных баках. При этом для обеспечения безопасной работы ДУ запрещается отклонять коэффициент соотношения массовых расходов компонентов топлива больше чем на 7% от номинального значения K (ограничение (11)).

Для решения этой задачи используется исходная нелинейная дискретно-непрерывная математическая модель (1) – (6), достаточно точно описывающая динамику установившегося режима работы ДУ. Значения параметров данной модели приведены в табл. 1.

Таблица 1. Значения параметров нелинейной системы

I, c	$P, тс$	K	$M_{0,o}, кг$	$M_{0,f}, кг$	$\Delta M_o, кг$	$\Delta M_f, кг$	ΔK
360	30.24	2.5	18000	7200	100	-50	-0.075
c_0	c_1	c_2	c_3	c_4	c_5	θ_0, c	θ_1, c
10	0.01	-6700	900	-15	-12	0	300

В соответствие исходной нелинейной дискретно-непрерывной модели ставится новая модель, которая формируется путём линеаризации относительно опорной траектории (7) и дискретизации с шагом, равным заданному числу управляющих воздействий ($T = 4$). При этом предполагается, что моменты времени переключения управляющего воздействия в системе (1) – (6) совпадают с целочисленными значениями промежутка времени $\overline{0, T-1} = \overline{0, 3}$. Тогда сформированная аппроксимирующая модель (10) имеет следующий вид:

$$x(t+1) = Ax(t) + Bu(t) + Dv(t), \quad t \in \overline{0, 3}.$$

Здесь $x(t) = \{x_1(t), x_2(t), x_3(t), x_4(t)\} \in \mathbb{R}^4$; $x_1(t)$ – массовый расход окислителя; $x_2(t)$ – масса окислителя в баке; $x_3(t)$ – массовый расход горючего; $x_4(t)$ – масса горючего в баке; фазовый вектор системы с учётом условия безотказной работы ДУ (11) для всех $t \in \overline{0, 4}$ ограничен многогранником вида

$$X_1(t) = \{57.5 \leq x_1(t) \leq 62.5, -30 \leq x_2(t) \leq 20000, 23 \leq x_3(t) \leq 25, -30 \leq x_4(t) \leq 8000\};$$

$u(t)$ – скалярное управляющее воздействие, обозначающее фиксированные положения вала привода дроссельной заслонки, принимающее свои значения из конечного множества $U_1(t) = \{1; 0.75; 0.5; 0.25; 0; -0.25; -0.5; -0.75; -1\}, \forall t \in \overline{0, 3}$; $v(t)$ – погрешность формирования аппроксимирующей модели, принимающая свои значения из множества: $V_1(t) = \{v(t) | -0.06 \leq v_1(t) \leq 0.06, -0.06 \leq v_2(t) \leq 0.06\} \subset \mathbb{R}^2, \forall t \in \overline{0, 3}$; начальное фазовое состояние $x(0) = x_0 = (59.134; 18100; 24.385; 7150)^T$ (расчётная изначальная несинхронность $\Delta t_{кон} = 12.9$ с); матрицы A, B и D принимают значения:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -75 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -75 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1.064 \\ 0 \\ -0.534 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & -1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Качество процесса управления оценивается значениями выпуклого терминального функционала в финальный момент времени $T = 4$:

$$\Phi(x(T)) = \sqrt{(x_1(T) - 60)^2 + (x_2(T))^2 + (x_3(T) - 24)^2 + (x_4(T))^2 + (x_2(T) - Kx_3(T))^2},$$

в котором первые четыре слагаемые под квадратным корнем обозначают отклонение от номинального (желаемого) финального состояния $x_d = (60; 0; 24; 0)^T$, а пятое слагаемое отвечает за «одновременность» окончания компонентов топлива.

Сначала рассмотрим решение задачи в постановке минимаксного программного терминального управления для упрощённой системы (Задача 1), которое реализовано с помощью Алгоритма 2. В качестве решения сформировано множество минимаксных программных терминальных управлений $U^{(e)}(\overline{0, T}, w(0))$, состоящее из одного допустимого программного управления $u^{(e)}(\cdot) = \{u^{(e)}(t)\}_{t \in \overline{0, 3}} = \{1, 1, -0.75, -0.25\}$, с оптимальным гарантированным результатом решения Задачи 1 не хуже, чем $c_\gamma^{(e)}(\overline{0, T}, w_0) = 115.79$. При использовании найденного управления $u^{(e)}(\cdot)$ в исходной модели финальное фазовое состояние принимает значение $x(\theta_1) = (60.26; 22.6; 23.86; 5)^T$, в котором значение показателя качества равно $\Phi(x(\theta_1)) = 25.295$. Таким образом, если использовать минимаксное программное управление $u^{(e)}(\cdot)$, в баках окислителя и горючего останется по 22.6 кг и 5 кг соответственно, а несинхронность окончания компонентов топлива составит $\Delta t_{кон} = 0.17$ с.

Далее рассмотрим решение задачи в постановке адаптивного минимаксного терминального управления исходной системой (Задача 2), реализованное с помощью Алгоритма 3. Результатом применения минимаксной адаптивной стратегии $U_a^{(e)}$ стало множество управлений $U_a^{(e)}(w^{(e)}(t))$, состоящее из допустимого на промежутке времени $\overline{0,4}$ управления $u_a^{(e)}(\cdot) = \left\{ u_a^{(e)}(w(t)) \right\}_{t \in \overline{0,3}} = \{1, 0.5, 0.25, -1\}$, гарантирующего результат решения Задачи 2 не хуже, чем $c_{a,\gamma}^{(e)}(\overline{0,T}, w_0) = 22.658$. При подстановке найденного управления $u_a^{(e)}(\cdot)$ в исходную модель финальное фазовое состояние принимает значение $x(\theta_1) = (60; 20.3; 24; 4.5)^T$, в котором показатель качества равен $\Phi(x(\theta_1)) = 22.657$. Таким образом, при использовании стратегии минимаксного адаптивного управления в баках окислителя и горючего остаётся по 20.3 и 4.5 кг соответственно, а несинхронность составит $\Delta t_{кон} = 0.15$ с.

На рис. 1 представлены проекции фазовых траекторий исходной модели, порождённые найденным минимаксным программным терминальным управлением $u^{(e)}(\cdot)$ и стратегией минимаксного адаптивного терминального управления $U_a^{(e)}$. В табл. 2 сведены результаты применения найденных минимаксных программного и адаптивного управлений к исходной модели (1) – (6), а также их результаты для наихудшего случая в упрощённой модели. На рис. 2 показаны графики изменения параметра несинхронности $\Delta t_{кон}$ при решении Задачи 1 и Задачи 2.

Из результатов моделирования можно сделать вывод, что стратегия минимаксного адаптивного терминального управления при её использовании для управления процессом расхода топлива ДУ третьей ступени ЖРН «Союз-2-1б» обеспечивает оптимальный гарантированный (минимаксный) результат не хуже, чем результат управления в соответствующей линейной дискретной системе при возможных наихудших реализациях возмущений (погрешностей аппроксимации модели).

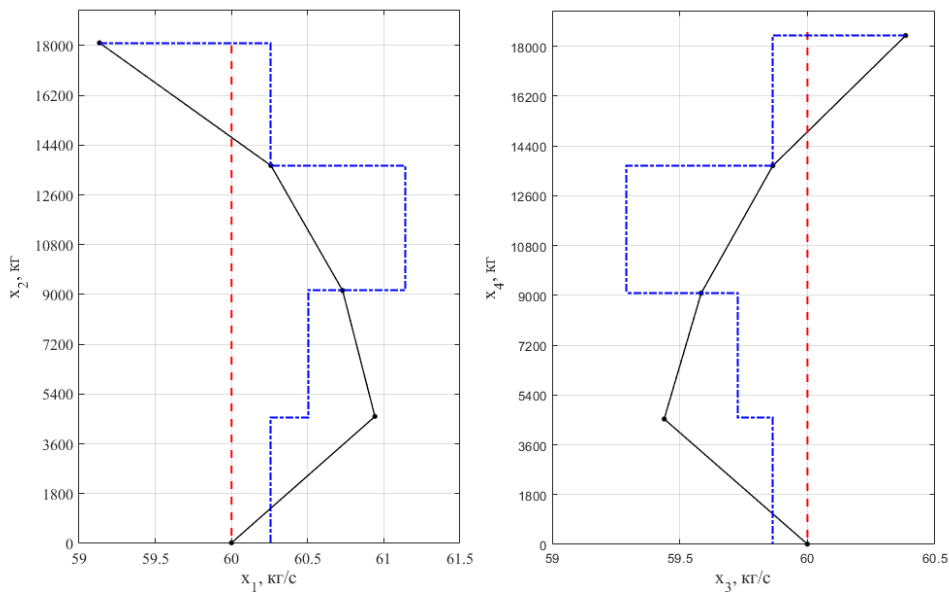


Рис. 1. Фазовые траектории (слева – бак окислителя, справа – горючего) при решении Задачи 1 и Задачи 2: штриховая линия – опорная траектория; штрихпунктирная линия – траектория исходной системы при минимаксном программном терминальном управлении; сплошная линия – траектория исходной системы при минимаксном адаптивном терминальном управлении

Таблица 2. Результаты моделирования

	Управление	$x_1(T)$, кг/с	$x_2(T)$, кг	$x_3(T)$, кг/с	$x_4(T)$, кг	$\Phi(x(T))$	$\Delta t_{кон}$
Опорная траектория	$u_{ref}(t) = 0$	60	0	24	0	0	0
Упрощённая модель	$u^{(e)}(\cdot)$	60.08	47.7	24.09	-22.2	115.79	1.71
	$u_a^{(e)}(\cdot)$	59.82	20.3	23.91	4.5	22.658	0.15
Исходная модель	$u^{(e)}(\cdot)$	60.26	22.6	23.86	5	25.295	0.17
	$u_a^{(e)}(\cdot)$	60	20.3	24	4.5	22.657	0.15

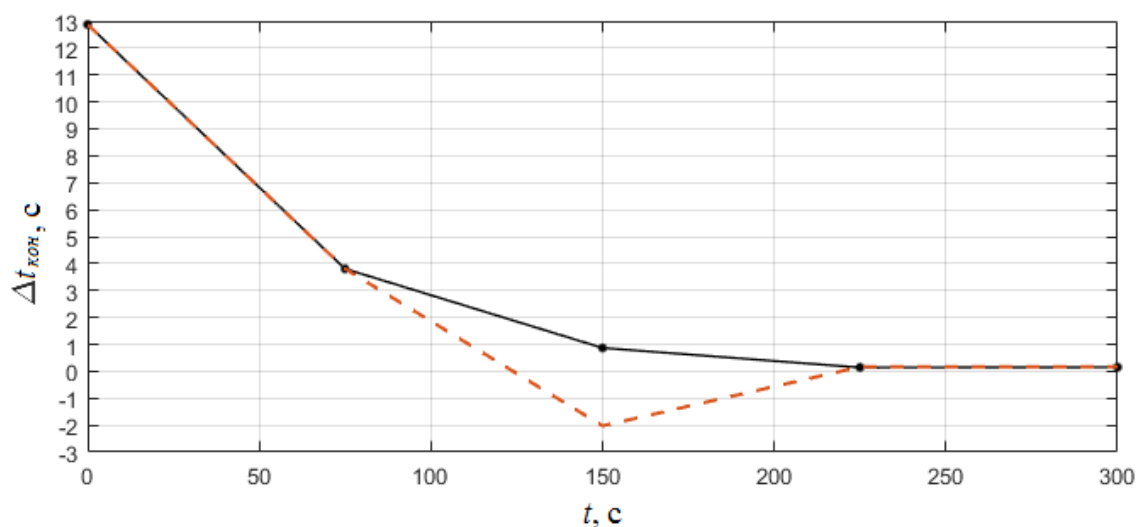


Рис. 2. Изменение параметра несинхронности $\Delta t_{кон}$:
штриховая линия — минимаксное программное управление;
сплошная линия — минимаксное адаптивное управление

Заключение

Исследована нелинейная дискретно-непрерывная управляемая система, описывающая динамику расхода топлива ДУ ЖРН, которая путём линеаризации относительно опорной траектории и дискретизации преобразована в соответствующую ей линейную дискретную управляемую динамическую систему. Задача оптимизации управления расходом топлива ДУ ЖРН сформулирована как задача минимаксного адаптивного терминального управления линейной дискретной динамической системой с выпуклым функционалом качества.

Сформулированная многошаговая задача минимаксного адаптивного терминального управления расходом топлива ДУ ЖРН решается путём реализации конечной последовательности решений только одношаговых задач линейного и выпуклого математического программирования, дискретной оптимизации, конечных систем линейных алгебраических равенств и неравенств, а также выполнения операций над выпуклыми множествами. На основе описанного метода решения рассматриваемой задачи разработан соответствующий численный алгоритм и получены результаты моделирования для задачи терминального управления расходом топлива ДУ третьей ступени ЖРН «Союз-2-1б».

Результаты моделирования демонстрируют как эффективность общего рекуррентного алгебраического метода построения ОД линейных дискретных управляемых динамических систем, используемого при решении вспомогательной задачи минимаксного программного терминального управления, так и предлагаемый численный алгоритм для решения задачи минимаксного адаптивного терминального управления. Результаты позволяют сделать вывод о возможности применения предлагаемой методики при разработке систем управления расходом топлива ДУ ЖРН.

Библиографический список

1. Петров Б.Н. Избранные труды. Т. 2. Управление авиационными и космическими аппаратами. М.: Наука, 1983. 328 с.
2. Челомей В.Н. Пневмогидравлические системы двигательных установок с жидкостными ракетными двигателями. М.: Машиностроение, 1978. 289 с.
3. Завадский В.К., Иванов В.П., Каблова Е.Б., Кленовая Л.Г. Системы управления расходом топлива (назначение, принципы построения, алгоритмы управления) // Сборник трудов Всероссийской конференции «Актуальные проблемы ракетно-космической техники (V Козловские чтения)» (11-15 сентября 2017 г., Самара). Т. 1. Самара: СамНЦ РАН, 2017. С. 243-254.
4. Шориков А.Ф. Минимаксное оценивание и управление в дискретных динамических системах. Екатеринбург: Уральский университет, 1997. 242 с.
5. Тюлюкин В.А., Шориков А.Ф. Об одном алгоритме построения области достижимости линейной управляемой системы // В сб.: «Негладкие задачи оптимизации и управление». Свердловск: УрО АН СССР, 1988. С. 55-61.
6. Шориков А.Ф., Булаев В.В., Горанов А.Ю., Калёв В.И. Аппроксимация областей достижимости нелинейных дискретных управляемых динамических систем // Вестник Бурятского государственного университета. Математика, информатика. 2018. № 1. С. 52-65. DOI: 10.18101/2304-5728-2018-1-52-65
7. Шориков А.Ф., Калёв В.И. Формирование линейной дискретной динамической модели для решения задачи оптимального терминального управления расходом топлива ракеты-носителя // Труды Пятой Международной научной конференции «Информационные технологии и системы» (24-28 февраля 2016 г., Банное). Челябинск: Челябинский государственный университет, 2016. С. 61-66.
8. Бобровников Г.Н., Катков А.Г. Методы измерения уровня. М.: Машиностроение, 1977. 168 с.
9. Брайсон А., Хо Ю-Ши. Прикладная теория оптимального управления. М.: Мир, 1972. 544 с.
10. Красовский Н.Н. Теория управления движением. М.: Наука, 1968. 476 с.
11. Красовский Н.Н., Субботин А.И. Позиционные дифференциальные игры. М.: Наука, 1974. 456 с.
12. Черников С.Н. Линейные неравенства. М.: Наука, 1968. 488 с.
13. Зойтендейк Г. Методы возможных направлений. М.: Изд-во иностранной литературы, 1963. 176 с.

SOLVING THE PROBLEM OF MINIMAX CLOSED-LOOP CONTROL OF LIQUID-PROPELLANT LAUNCH VEHICLE FUEL CONSUMPTION CONTROL

© 2019

A. F. Shorikov Professor, Doctor of Science (Phys. & Math.);
Ural Federal University, Yekaterinburg, Russian Federation;
a.f.shorikov@urfu.ru

V. I. Kalev Leading Engineer of the Department of Motion Control;
Scientific and Production Association of Automatics named after Academician
N.A. Semikhatov, Yekaterinburg, Russian Federation;
persona@npoa.ru

The paper provides mathematical formalization and a method of solving the problem of minimax (guaranteed) closed-loop terminal control of fuel consumption of a liquid-propellant launch vehicle power plant. The initial discrete-continuous nonlinear model of the controlled object is linearized along the given reference phase path and is approximated by a linear discrete-time multistep dynamical system. The approximated system includes the state vector, the control vector and the disturbance vector that defines the error of formation of the approximated model. Taking into account the geometrical constraints of control and disturbance vectors in the approximated system, we formulate the main problem of minimax closed-loop terminal control of propellant consumption of the launch vehicle's propulsion system. This problem consists in solving a number of auxiliary tasks of minimax open-loop terminal control. To solve each of these tasks we use an instrument of development and analysis of generalized attainability domains of the approximated linear discrete dynamical system. These techniques are implemented by modifying the general recurrent algebraic method. To solve the problems under consideration we propose an approach and an appropriate numerical algorithm that is reduced to the implementation of a finite sequence of only one-step algebraic and optimization operations. The efficiency of the proposed approach to solving the problem under consideration is demonstrated and verified by a computer simulation example. This simulation example consists in controlling the process of propellant consumption for "Soyuz-2.1b" launch vehicle's third stage propulsion system.

Launch vehicle; propulsion system; closed-loop control; propellant consumption control; minimax; guaranteed control; robust control.

Citation: Shorikov A.F., Kalev V.I. Solving the problem of minimax closed-loop control of liquid-propellant launch vehicle fuel consumption control. *Vestnik of Samara University. Aerospace and Mechanical Engineering*. 2019. V. 18, no. 4. P. 129-145. DOI: 10.18287/2541-7533-2019-18-4-129-145

References

1. Petrov B.N. *Izbrannye trudy. T. 2. Upravlenie aviatsionnymi i kosmicheskimi apparatami* [Selectas. Vol. 2. Air- and spacecraft control]. Moscow: Nauka Publ., 1983. 328 p.
2. Chelomey V.N. *Pnevmogidravlicheskie sistemy dvigatel'nykh ustanovok s zhidkostnymi raketnymi dvigatelyami* [Pneumatic / hydraulic systems of liquid-propellant engine power plants]. Moscow: Mashinostroenie Publ., 1978. 289 p.
3. Zavadskiy V.K., Ivanov V.P., Kablova E.B., Klenovaya L.G. Propellant-consumption control systems (mission, design concept, algorithms for systems). *Sbornik trudov Vserossiyskoy konferentsii «Aktual'nye problemy raketno-kosmicheskoy tekhniki (V Kozlovskie chteniya)» (September, 11-15, 2017, Samara)*. Samara: Samarskiy Nauchnyy Tsentr RAN Publ., 2017. P. 243-254. (In Russ.)
4. Shorikov A.F. *Minimaksnoe otsenivanie i upravlenie v diskretnykh dinamicheskikh sistemakh* [Minimax estimation and control in discrete dynamical systems]. Ekaterinburg: Ural University Publ., 1997. 242 p.

5. Tyulyukin V.A., Shorikov A.F. Ob odnom algoritme postroeniya oblasti dostizhimosti lineynoy upravlyaemoy sistemy. *V sb.: «Negladkie Zadachi Optimizatsii i Upravlenie»*. Sverdlovsk: UrO AN SSSR Publ., 1988. P. 55-61. (In Russ.)
6. Shorikov A.F., Bulaev V.V., Goranov A.Yu., Kalev V.I. Approximation of attainability domains of nonlinear discrete-time controlled dynamical systems. *BSU Bulletin. Mathematics, Informatics*. 2018. No. 1. P. 52-65. DOI: 10.18101/2304-5728-2018-1-52-65. (In Russ.)
7. Shorikov A.F., Kalev V.I. Linear discrete-time dynamical model forming for solving optimal terminal fuel consumption problem of launch vehicle. *Proceedings of the Fifth International Scientific Conference «Information Technologies and Systems» (February, 24-28, 2016, Bannoe)*. Chelyabinsk: Chelyabinsk State University Publ., 2016. P. 61-66. (In Russ.)
8. Bobrovnikov G.N., Katkov A.G. *Metody izmereniya urovnya* [Methods of level measurement]. Moscow: Mashinostroenie Publ., 1977. 168 p.
9. Bryson A.E., Ho Yu-Chi. *Applied optimal control*. New York: Routledge Publ., 1975. 496 p.
10. Krasovskiy N.N. *Teoriya upravleniya dvizheniem* [Motion control theory]. Moscow: Nauka Publ., 1968. 476 p.
11. Krasovskiy N.N., Subbotin A.I. *Pozitsionnye differentsial'nye igry* [Positional differential games]. Moscow: Nauka Publ., 1974. 456 p.
12. Chernikov S.N. *Lineynye neravenstva* [Linear inequalities]. Moscow: Nauka Publ., 1968. 488 p.
13. Zoutendijk G. *Methods of feasible directions: a study in linear and non-linear programming*. Amsterdam: Elsevier Publ., 1960. 126 p.