

## ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЙ ЭВОЛЮЦИИ В ЗАДАЧЕ АТМОСФЕРНОГО ПОВОРОТА ПЛОСКОСТИ ОРБИТЫ

© 2019

- Н. А. Елисов** аспирант кафедры космического машиностроения; Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва; [mr07th@gmail.com](mailto:mr07th@gmail.com)
- С. А. Ишков** доктор технических наук, профессор кафедры космического машиностроения; Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва; [ishkov@ssau.ru](mailto:ishkov@ssau.ru)
- А. А. Храмов** кандидат технических наук, доцент кафедры космического машиностроения; Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва; [khramov@ssau.ru](mailto:khramov@ssau.ru)

Исследуется применение метода дифференциальной эволюции при оптимизации атмосферного поворота плоскости орбиты аэрокосмического аппарата с большим аэродинамическим качеством с использованием трёхканального управления. Движение аппарата относительно Земли описывается системой дифференциальных уравнений в траекторной системе координат. Программы управления по углу атаки и скоростному углу крена представляются в виде ряда Фурье, а управление по тяге – в виде релейного закона. Критерием оптимальности управления является максимум конечной массы аппарата. Проведена апробация результатов решения задач без ограничений на фазовые параметры, полученных с использованием алгоритма дифференциальной эволюции, путём сравнения с решениями, полученными методом принципа максимума Понтрягина. На основе метода дифференциальной эволюции получено решение оптимизационной задачи с учётом ограничения на температуру в точке торможения.

*Аэрокосмический аппарат; атмосферный поворот плоскости орбиты; оптимальное управление; алгоритм дифференциальной эволюции; принцип максимума Понтрягина.*

---

**Цитирование:** Елисов Н.А., Ишков С.А., Храмов А.А. Применение метода дифференциальной эволюции в задаче атмосферного поворота плоскости орбиты // Вестник Самарского университета. Аэрокосмическая техника, технологии и машиностроение. 2019. Т. 18, № 4. С. 41-51. DOI: 10.18287/2541-7533-2019-18-4-41-51

---

### Введение

Значительное аэродинамическое качество аэрокосмических аппаратов (АэрКА) определяет перспективность их использования при проведении манёвров с траекториями, включающих полёт в атмосфере. Одним из таких манёвров является атмосферный поворот плоскости орбиты, позволяющий снизить энергетические затраты по сравнению с классическим ракетодинамическим манёвром. Траектория АэрКА в этом случае включает движение в плотных слоях атмосферы, и за счёт управления по углу атаки, скоростному углу крена и тяге двигателя на активных участках реализуется изменение наклона орбиты.

Впервые концепция рассматриваемого манёвра была предложена в [1]. АэрКА, имеющий аэродинамическое качество больше единицы, может осуществлять атмосферный поворот плоскости орбиты с затратами топлива меньшими, чем при ракетодинамическом манёвре [1]. Аналогичные результаты получены в [2]. Оптимальное двухканальное управление, полученное с помощью принципа максимума для задачи атмо-

сферного манёвра поворота плоскости орбиты, приведено в [3]. В дальнейшем была проведена оценка затрат топлива при атмосферном повороте плоскости орбиты, которые обратно пропорциональны аэродинамическому качеству и прямо пропорциональны изменению наклона орбиты [4]. В упомянутых исследованиях рассматривалось двухканальное управление по углу атаки и скоростному углу крена с импульсным приложением тяги.

Манёвр атмосферного поворота плоскости орбиты с протяжёнными активными участками с изменением наклона до  $5^\circ$  рассматривался в [4]. Была решена задача с тремя каналами управления: углом атаки, скоростным углом крена и тягой двигателя. Показано, что трёхканальное управление обеспечивает большее изменение наклона орбиты по сравнению с двухканальным управлением при равных затратах топлива. В [5] проведена оптимизация трёхканального управления при изменении наклона орбиты на  $15^\circ$ .

Для решения задач атмосферного поворота плоскости орбиты отечественными исследователями использовался принцип максимума Понтрягина [3; 5] и метод последовательной линеаризации [4].

Использование формализма принципа максимума сводит задачу оптимизации к краевой задаче для системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Принцип максимума обладает хорошей сходимостью, обеспечивает высокую точность вычислений. Недостатками метода являются ограниченная область сходимости, что приводит к необходимости выбора хорошего начального приближения для сопряжённых множителей, часто не имеющих физического смысла, а также высокая чувствительность траекторий движения к вариациям сопряжённых множителей.

Метод последовательной линеаризации не требователен к выбору начального приближения, а также позволяет преодолеть трудности, связанные с введением ограничений на фазовые координаты. К недостаткам метода можно отнести большой объём вычислений, определяемый высокой размерностью задачи линейного программирования, и невысокую скорость сходимости. Результат оптимизации носит приближённый характер в связи с допущением о кусочно-линейных зависимостях управления и функциональных производных от времени.

В данной работе исследуется применение метода дифференциальной эволюции при оптимизации атмосферного поворота плоскости орбиты. Алгоритм дифференциальной эволюции был представлен в [6]. Дифференциальная эволюция является прямым методом оптимизации нулевого порядка. Достоинствами данного метода являются сравнительная простота реализации и простой учёт ограничений на фазовые переменные при решении краевых задач. С другой стороны, недостатком метода является необходимость в многократном обращении к целевой функции, что приводит к увеличению времени расчётов. Кроме того, требуется задать зависимость параметров управления от времени, что сужает область поиска оптимальных решений. Несмотря на эти известные недостатки, алгоритм дифференциальной эволюции нашёл широкое применение, в том числе и в авиакосмической области [7-10].

Целью данной работы является определение на основе алгоритма дифференциальной эволюции оптимальных программ управления при атмосферном повороте плоскости орбиты как без ограничений на фазовые параметры, так и с ограничением на температуру в точке торможения. В качестве критерия оптимальности управления принят максимум конечной массы АэрКА. Необходимо провести апробацию полученных результатов путём сравнения с результатами, полученными методом принципа максимума в [5].

### Математическая модель

Считается, что АэрКА движется над поверхностью Земли, имеющей форму сферы среднего радиуса  $R_{cp} = 6371$  км; поле притяжения принимается центральным. Движение центра масс АэрКА под действием гравитационных и аэродинамических сил, тяги двигателя, а также инерционных сил в траекторной системе координат описывается системой дифференциальных уравнений [5]:

$$\dot{V} = -\sigma_x \rho V^2 - g \sin \theta + \frac{P}{m} \cos \alpha + R \omega_3^2 \cos \varphi (\sin \theta \cos \varphi - \cos \theta \sin \varphi \sin \chi),$$

$$\begin{aligned} \dot{\theta} = & \sigma_y \rho V \cos \gamma_a + \left( \frac{V}{R} - \frac{g}{V} \right) \cos \theta + \frac{P}{Vm} \sin \alpha \cos \gamma_a + 2\omega_3 \cos \varphi \cos \chi + \\ & + \frac{R\omega_3^2}{V} \cos \varphi (\cos \theta \cos \varphi + \sin \theta \sin \varphi \sin \chi), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{\chi} = & -\frac{\sigma_y \rho V}{\cos \theta} \sin \gamma_a - \frac{V \cos \theta}{R} \operatorname{tg} \varphi \cos \chi - \frac{P}{Vm \cos \theta} \sin \alpha \sin \gamma_a - \\ & - 2\omega_3 (\sin \varphi - \cos \varphi \sin \chi \operatorname{tg} \theta) - \frac{R\omega_3^2}{V \cos \theta} \sin \varphi \cos \varphi \cos \chi, \end{aligned}$$

$$\dot{R} = V \sin \theta,$$

$$\dot{\varphi} = \frac{V \cos \theta}{R} \sin \chi,$$

$$\dot{m} = -\beta.$$

Здесь  $V$  – земная скорость;  $\theta$  – угол наклона траектории;  $\chi$  – угол пути;  $R$  – величина радиус-вектора центра масс;  $\varphi$  – геоцентрическая широта;  $\alpha$  – угол атаки;  $\gamma_a$  – скоростной угол крена;  $m$  – масса;  $\omega_3 \approx 7,292 \cdot 10^{-5} \text{ c}^{-1}$  – угловая скорость суточного вращения Земли;  $\rho$  – плотность атмосферы на высоте  $H$ ;  $g = \mu / R^2$  – гравитационное ускорение;  $\mu = 398600,44 \text{ км}^3 / \text{c}^2$  – гравитационная постоянная Земли;  $P$  – сила тяги двигателя;  $\beta$  – секундный расход топлива.

Плотность воздуха задана экспоненциальным законом в соответствии с [11]:

$$\rho = \rho_{45} e^{-\lambda(H-45)},$$

где  $\rho_{45}$  – плотность воздуха на высоте 45 км;  $\lambda$  – логарифмический градиент плотности воздуха по высоте.

Тяга двигателя рассчитывается по формуле:

$$P = \beta I_{y0} g_0,$$

где  $I_{y0}$  – удельный импульс двигателя;  $g_0$  – среднее гравитационное ускорение у поверхности Земли.

Баллистические коэффициенты  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  определяются по соотношениям:

$$\sigma_x = \frac{C_{xa} S}{2m},$$

$$\sigma_y = \frac{C_{ya} S}{2m},$$

где  $C_{xa}$ ,  $C_{ya}$  – коэффициенты лобового сопротивления и подъёмной силы соответственно;  $S$  – площадь крыла.

При атмосферном манёвре поворота плоскости орбиты АэрКА движется с околокосмическими скоростями и его аэродинамические коэффициенты слабо зависят от числа Маха  $M$ . Тогда  $C_{xa}$  и  $C_{ya}$ , заданные табличными значениями, могут быть определены бикубической интерполяцией как функции угла атаки и высоты полёта:

$$C_{xa}(\alpha, H) = \sum_{i=0}^3 \sum_{j=0}^3 a_{ij} \alpha^i H^j, \quad C_{ya}(\alpha, H) = \sum_{i=0}^3 \sum_{j=0}^3 b_{ij} \alpha^i H^j,$$

где  $a_{ij}, b_{ij}$  – коэффициенты соответствующих бикубических полиномов.

Расчёт теплового потока  $q_T$  и температуры в точке торможения (в передней критической точке)  $T$  проводится по формулам [4]:

$$q_T = 1.27 \cdot 10^{-7} \sqrt{\frac{\rho}{r_{кр}}} V^{3.05},$$

$$T = \sqrt[4]{\frac{q_T}{\varepsilon \tilde{\sigma}}},$$

где  $r_{кр}$  – радиус кривизны носовой части;  $\varepsilon$  – коэффициент черноты обшивки;  $\tilde{\sigma}$  – постоянная Стефана-Больцмана.

Для перехода от относительных параметров движения АэрКА в траекторной системе координат  $V, \theta, \chi$  к параметрам абсолютного движения  $V_u, \theta_u, \chi_u$ , а также расчёта наклона  $i$  орбиты используются соотношения [5]:

$$V_u = \sqrt{V^2 + V_3^2 + 2VV_3 \cos \theta \cos \chi},$$

$$\theta_u = \arcsin\left(\frac{V}{V_u} \sin \theta\right),$$

$$\chi_u = \arcsin\left(\frac{V \cos \theta}{V_u \cos \theta_u} \sin \chi\right),$$

$$i = \arccos(\cos \varphi \cos \chi_u),$$

где  $V_3 = R\omega_3 \cos \varphi$  – переносная скорость, обусловленная суточным вращением Земли.

Граничными условиями для решения краевой задачи являются следующие параметры:

$$t_0 = 0, \quad V(t_0) = V_0, \quad \theta(t_0) = \theta_0, \quad \chi(t_0) = \chi_0, \quad R(t_0) = R_0, \quad \varphi(t_0) = \varphi_0, \quad m(t_0) = m_0,$$

$$t = t_k, \quad V(t_k) = V_k, \quad \theta(t_k) = \theta_k, \quad i(t_k) = i_k, \quad H(t_k) = H_k.$$

### Задача оптимизации

Задача оптимизации формулируется следующим образом: требуется сформировать трёхканальное управление по углу атаки  $\alpha(t)$ , скоростному углу крена  $\gamma_a(t)$  и тяге двигателя  $P(t)$ , обеспечивающее максимум конечной массы АэрКА. Краевые условия задачи приведены в табл. 1.

Таблица 1. Краевые условия

Параметр	Начальное условие	Конечное условие
Высота полёта $H$ , км	100	200
Наклонение орбиты $i$ , град	0	15
Масса $m$ , кг	8333	max
Скорость $V_u$ , км/с	7,837	7,788
Угол наклона траектории $\theta$ , град	-1	0

В работе рассматривается АэрКА, который геометрически близок к существующему аппарату Boeing X-37B (США). Однако в целях повышения аэродинамического качества при движении на околокосмических скоростях профиль крыла был выбран клиновидной формы. Кроме этого, для снижения волнового сопротивления также была изменена носовая часть аппарата. Рассматриваемый гипотетический АэрКА представлен на рис. 1.

Характеристики АэрКА, а также ограничения на температуру в передней критической точке и управление приведены в табл. 2.

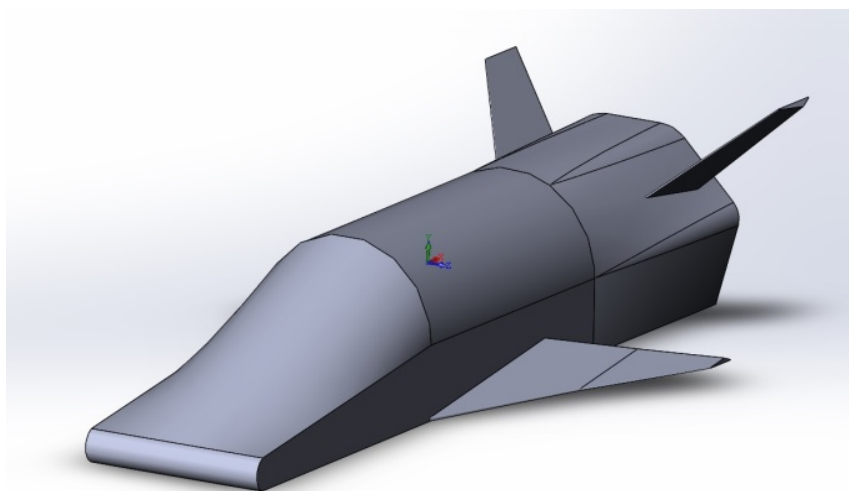


Рис. 1. Геометрическая модель АэрКА

Таблица 2. Характеристики АэрКА и ограничения

Параметр	Значение
Тяга двигателя $P$ , кН	19,6
Радиус закругления $r_{кр}$ , м	0,5
Площадь крыла $S$ , м <sup>2</sup>	18,47
Максимально допустимый угол атаки $\alpha$ , град	40
Максимально допустимая температура в точке торможения $T_{lim}$ , °C	1600

Так как алгоритм дифференциальной эволюции требует заранее заданного вида закона управления, а вид программ управления при осуществлении атмосферного манёвра плоскости орбиты может быть довольно сложным, то целесообразно представить каналы управления углом атаки и углом скоростного крена в виде рядов Фурье:

$$\alpha(t) = \frac{\alpha_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} A_k \cos\left(k \frac{2\pi}{\tau} t + \theta_k\right),$$

$$\gamma(t) = \frac{\gamma_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} G_k \cos\left(k \frac{2\pi}{\tau} t + \vartheta_k\right),$$

где  $\alpha_0, \gamma_0$  – средние линии;  $A_k, G_k$  – амплитуды колебаний;  $k$  – количество членов ряда Фурье;  $\theta_k, \vartheta_k$  – фазы.

Данный вид функций управления позволяет описывать довольно сложные зависимости параметров (путём ввода дополнительных членов ряда), а также имеет масштабируемость по времени. Количество членов ряда Фурье  $k$  изначально равно трём. Управление двигательной установкой осуществляется релейным законом:

$$P(t) = \begin{cases} P_{\max}, & t \in [t_{\text{вкл}}; t_{\text{вкл}} + t_{\text{раб}}], \\ 0, & t \notin [t_{\text{вкл}}; t_{\text{вкл}} + t_{\text{раб}}], \end{cases}$$

где  $t_{\text{вкл}}$  – время включения двигателя;  $t_{\text{раб}}$  – время работы двигателя.

Оптимальная траектория в конечный момент времени должна удовлетворять условию:

$$f(t_k) = \begin{pmatrix} V_u - V_{\text{ук}} \\ \theta_{\kappa} - \theta_{\text{ук}} \\ i - i_{\kappa} \\ R - R_{\kappa} \end{pmatrix} = 0.$$

Функционал, максимизирующий конечную массу АэрКА, определяется как

$$f_1(t_k) = \frac{m_0 - m_{\kappa}}{m_0} \rightarrow \min.$$

Общий функционал метода дифференциальной эволюции в задаче атмосферного поворота плоскости орбиты представляет функцию:

$$F(t_k) = f(t_k) + f_1(t_k) \rightarrow \min.$$

При превышении допустимого значения температуры в передней критической точке на функцию  $F(t_k)$  накладывается штраф:

$$F(t_k) = f(t_k) + f_1(t_k) + Q \frac{T_{\max}}{T_{\text{lim}}} \rightarrow \min,$$

где  $Q$  – целое положительное число;  $T_{\max}$  – максимальное значение температуры.

Запишем алгоритм для получения оптимального управления, основанный на методе дифференциальной эволюции.

1. Формируется исходная матрица  $J$  случайных чисел в заданном диапазоне, строки которой состоят из параметров  $\alpha_0, \gamma_0, A_k, G_k, \theta_k, \vartheta_k, t_{вкл}$  и  $t_{раб}$ . Количество строк матрицы рекомендуется использовать равным 100 [6], но для повышения точности оптимизации в работе используется 200 строк.

2. Отбираются три случайные строки из исходной матрицы  $J$  и рассчитывается вектор-строка  $D$  в соответствии с соотношением

$$D = C - F(B - A),$$

где  $A, B, C$  – случайные строки исходной матрицы  $J$ ;  $F$  – весовой коэффициент, регулирующий чувствительность к локальным экстремумам.

3. Проводится операция скрещивания, то есть вектор-строка  $D$  с определённой вероятностью может замениться случайной строкой исходной матрицы  $J$ . Результатом данной процедуры является пробный вектор  $J'$ .

4. Производится расчёт функционала  $F(t_k)$  со сравнением результата, полученного при подстановке строк исходной матрицы  $J$  и строки пробного вектора  $J'$ . Если его значение получается меньше при подстановке пробного вектора  $J'$  (в случае минимизации), чем при подстановке строки исходной матрицы  $J$ , то данная строка исходной матрицы  $J$  заменяется пробным вектором  $J'$ .

Если изменение функционала не превышает заданной малой величины, то задача оптимизации считается решённой. В противном случае осуществляется переход ко второму пункту алгоритма.

## Результаты

Апробация алгоритма дифференциальной эволюции проводилась для двух случаев: минимизация времени выполнения манёвра при постоянно включённой тяге и максимизация конечной массы при переменной тяге. В представленных результатах (рис. 1, 2) используются следующие типы линии: сплошная – результат, полученный принципом максимума; пунктирная – результат, полученный методом дифференциальной эволюции.

При решении задачи минимизации времени манёвра с использованием метода дифференциальной эволюции для получения результата трёх членов ряда Фурье оказалось недостаточно и поэтому их количество было увеличено до семи. Траектории полёта, полученные двумя методами, оказались близки (рис. 2). Программы управления, сформированные двумя методами, также оказались близкими. Для быстрого погружения АэрКА в начальный момент времени движется с углом скоростного крена, равным  $180^\circ$ , и с углом атаки, равным  $40^\circ$ . Затраты топлива составили 41,2% и 41,85% от начальной массы при использовании принципа максимума и алгоритма дифференциальной эволюции соответственно.

При решении задачи на максимизацию конечной массы для алгоритма дифференциальной эволюции трёх членов ряда Фурье оказалось достаточно. Траектории полёта, полученные двумя методами, заметно отличаются (рис. 3). Высота полёта при использовании алгоритма дифференциальной эволюции после рикошета меньше, что объясняется более поздним временем первого включения двигательной установки. Поворот до требуемого угла наклона плоскости орбиты происходит позднее. Это связано с тем, что программа управления, сформированная алгоритмом дифференциальной эволюции,

определяет меньшие значения скоростного угла крена. Несмотря на разницу в программах управления, оба метода сформировали изменение углом атаки таким образом, чтобы он соответствовал максимальному аэродинамическому качеству.

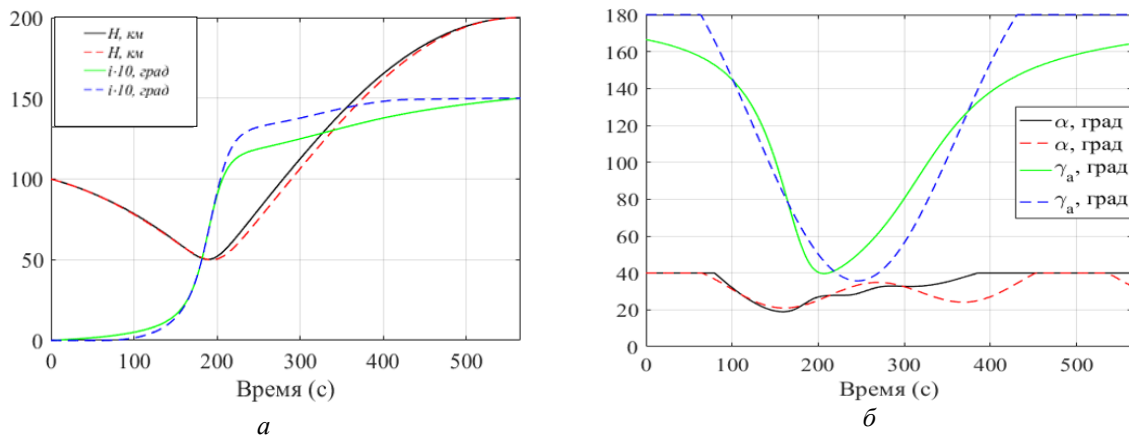


Рис. 2. Результаты атмосферного поворота плоскости орбиты при минимизации времени манёвра:

а – изменение высоты и наклона;  
 б – изменение угла атаки и скоростного угла крена

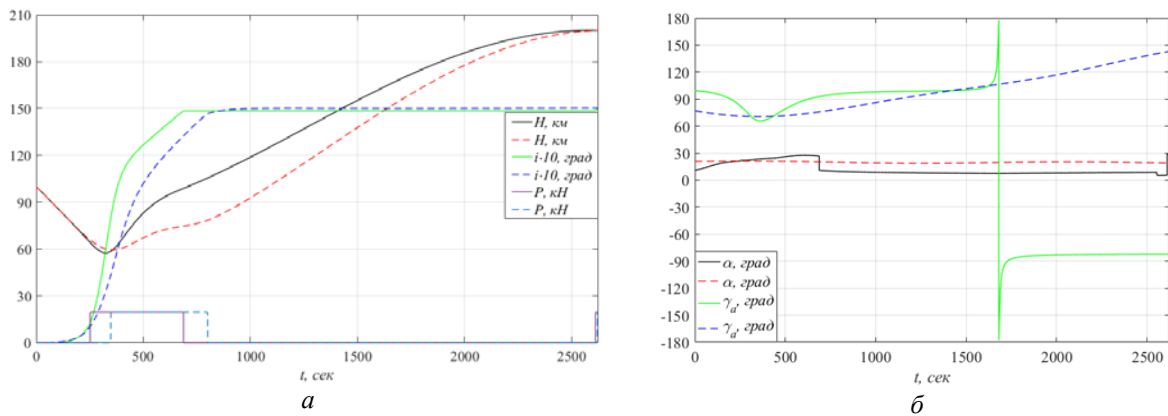


Рис. 3. Результаты атмосферного поворота плоскости орбиты при максимизации конечной массы:

а – изменение высоты, наклона и тяги;  
 б – изменение угла атаки и скоростного угла крена

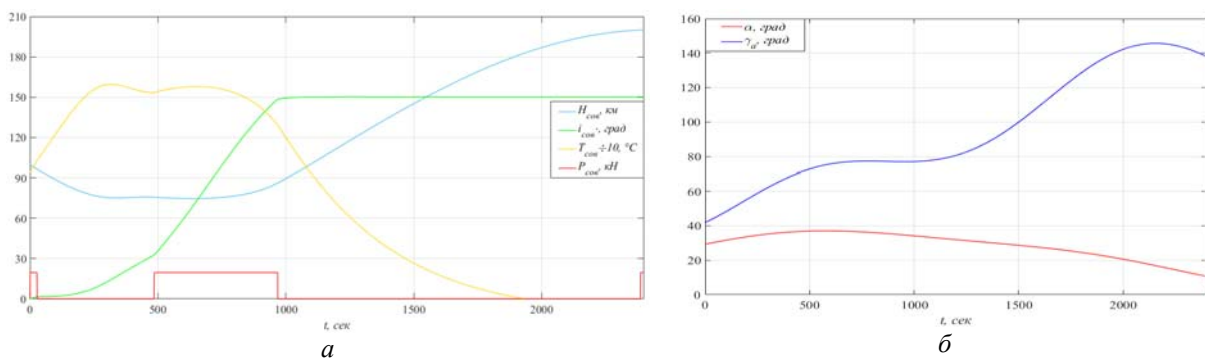


Рис. 4. Результаты атмосферного поворота плоскости орбиты при температурном ограничении:

а – изменение высоты, наклона, тяги и температуры;  
 б – изменение угла атаки и скоростного угла крена



Несмотря на некоторую разницу в траекториях и программах управления, затраты топлива оказались близкими, а именно 32,7% и 33% от начальной массы при использовании принципа максимума и алгоритма дифференциальной эволюции соответственно.

Решение задачи на максимизацию конечной массы с учётом температурного ограничения проводилось с использованием алгоритма дифференциальной эволюции. Минимальная высота полёта АэрКА увеличилась на 17 км по сравнению с задачей без ограничения (рис. 4). На участке траектории с температурой в точке торможения, близкой к максимально допустимой, высота полёта практически постоянна. Учёт ограничения привёл к появлению третьего участка включения двигателя при входе АэрКА в плотные слои атмосферы. Значение угла атаки при движении на минимальной высоте полёта находится близко к ограничению и после прохождения данного участка начинает уменьшаться. Значение скоростного угла крена в начальный момент времени уменьшилось для увеличения высоты погружения. Значение угла атаки увеличилось для более интенсивного снижения скорости, что определяет снижение теплового потока. Затраты топлива составили 38,61% от начальной массы АэрКА.

### Заключение

Результаты решения задач оптимизации атмосферного поворота плоскости орбиты АэрКА с помощью метода дифференциальной эволюции показали следующее.

При решении задачи на минимизацию времени выполнения манёвра при двухканальном управлении метод дифференциальной эволюции показал результат по функционалу, близкий к полученному методом принципа максимума. Полученные этими методами управления оказались близкими.

При решении задачи на максимизацию конечной массы при трёхканальном управлении без ограничения на температуру оба метода показали близкий результат по функционалу. Однако управления, полученные этими методами, имеют заметную разницу по тяге и скоростному углу крена.

Поскольку апробация метода дифференциальной эволюции для указанных выше задач показала хорошую согласованность результатов с методом принципа максимума, то была решена задача на максимизацию конечной массы с учётом ограничения на температуру, которая ранее не решалась принципом максимума. Затраты топлива увеличились на 5,6% по сравнению с затратами топлива без ограничения на температуру, что косвенно подтверждает достоверность полученного решения.

### Библиографический список

1. London H.S. Change of satellite orbit plane by aerodynamic maneuvering // Journal of Aerospace Science. 1962. V. 29, Iss. 3. P. 323-332. DOI: 10.2514/8.9416
2. Гурман В.И., Салмин В.В., Шершнёв В.М. Аналитическая оценка приближённо-оптимальных комбинированных разворотов // Космические исследования. 1969. Т. 7, № 6. С. 819-826.
3. Шкадов Л.М., Буханова Р.С., Илларионов В.Ф., Плохих В.П. Механика оптимального пространственного движения летательных аппаратов в атмосфере. М.: Машиностроение, 1972. 240 с.
4. Лазарев Ю.Н. Управление траекториями аэрокосмических аппаратов. Самара: Самарский научный центр РАН, 2007. 274 с.
5. Храмов А.А. Оптимизация комбинированного поворота плоскости орбиты аэрокосмического аппарата методом принципа максимума Понтрягина // Вестник

Самарского университета. Аэрокосмическая техника, технологии и машиностроение. 2019. Т. 18, № 1. С. 140-153. DOI: 10.18287/2541-7533-2019-18-1-140-153.

6. Storn R., Price K. Differential evolution – a simple and efficient adaptive scheme for global optimization over continuous spaces. Technical report. Berkeley: International Computer Science Institute, 1995. 15 p.

7. Thangeda P., Bhattacharya A.K., Gopal R., Kumar R.G.A. Synthesis of optimal trajectories in aerial engagements using differential evolution // IFAC-PapersOnLine. 2018. V. 51, Iss. 1. P. 90-97. DOI: 10.1016/j.ifacol.2018.05.016

8. Белоконов И.В., Крамлих А.В., Ломака И.А., Николаев П.Н. Восстановление углового движения космического аппарата по данным о токосъеме с панелей солнечных батарей // Известия РАН. Теория и системы управления. 2019. № 2. С. 133-144. DOI: 10.1134/S0002338819020045

9. Wu C., Xu R., Zhu S., Cui P. Time-optimal spacecraft attitude maneuver path planning under boundary and pointing constraints // Acta Astronautica. 2017. V. 137. P. 128-137. DOI: 10.1016/j.actaastro.2017.04.004

10. Wang M., Luo J., Fang J., Yuan J. Optimal trajectory planning of free-floating space manipulator using differential evolution algorithm // Advances in Space Research. 2018. V. 61, Iss. 6. P. 1525-1536. DOI: 10.1016/j.asr.2018.01.011

11. Ярошевский В.А. Вход в атмосферу космических летательных аппаратов. М.: Наука, 1988. 336 с.

## APPLICATION OF DIFFERENTIAL EVOLUTION ALGORITHM IN THE PROBLEM OF AEROASSISTED ORBITAL PLANE CHANGE MANEUVER

© 2019

**N. A. Elisov** Postgraduate Student of the Department of Space Engineering;  
Samara National Research University, Samara, Russian Federation;  
[mr07th@gmail.com](mailto:mr07th@gmail.com)

**S. A. Ishkov** Doctor of Science (Engineering), Professor of the Department of Space  
Engineering;  
Samara National Research University, Samara, Russian Federation;  
[ishkov@ssau.ru](mailto:ishkov@ssau.ru)

**A. A. Khramov** Candidate of Science (Engineering), Associate Professor of the Department  
of Space Engineering;  
Samara National Research University, Samara, Russian Federation;  
[khramov@ssau.ru](mailto:khramov@ssau.ru)

The paper deals with application of the differential evolution method in optimizing aeroassisted orbital plane change maneuver performed by an aerospace vehicle with a high lift-to-drag ratio. The vehicle's motion relative to the Earth is described by a system of differential equations in the flight path axis system. The angle-of-attack and the air path bank angle control programs are presented in the form of Fourier series and thrust control has the form of flip-flop control. The results of solving problems without phase parameter constraints obtained by the differential evolution algorithm were compared with the results obtained using Pontryagin's maximum principle. The solution of the optimization problem taking into account temperature limitations at the stagnation point was obtained on the basis of the differential evolution algorithm.

*Aerospace vehicle; aeroassisted orbital plane change maneuver; optimal control; differential evolution algorithm; Pontryagin's maximum principle.*

---

**Citation:** Elisov N.A., Ishkov S.A., Khramov A.A. Application of differential evolution algorithm in the problem of aeroassisted orbital plane change maneuver. *Vestnik of Samara University. Aerospace and Mechanical Engineering*. 2019. V. 18, no. 4. P. 41-51. DOI: 10.18287/2541-7533-2019-18-4-41-51

## References

1. London H.S. Change of satellite orbit plane by aerodynamic maneuvering. *Journal of Aerospace Science*. 1962. V. 29, Iss. 3. P. 323-332. DOI: 10.2514/8.9416
2. Gurman V.I., Salmin V.V., Shershnev V.M. Analytical estimation of approximately-optimal combined turns. *Kosmicheskie Issledovaniya*. 1969. V. 7, no. 6. P. 819-826. (In Russ.)
3. Shkadov L.M., Bukhanova R.S., Illarionov V.F., Plokhikh V.P. *Mekhanika optimal'nogo prostranstvennogo dvizheniya letatel'nykh apparatov v atmosfere* [Mechanics of optimal spatial motion of flying vehicles in the atmosphere]. Moscow: Mashinostroenie Publ., 1972. 240 p.
4. Lazarev Yu.N. *Upravleniye trayektoriyami aerokosmicheskikh apparatov* [Space trajectory control]. Samara: Samarskiy Nauchnyy Tsentr RAN Publ., 2007. 274 p.
5. Khramov A.A. Optimization of space vehicle combined orbital plane change maneuver on the basis of Pontryagin's maximum principle. *Vestnik of Samara University. Aerospace and Mechanical Engineering*. 2019. V. 18, no. 1. P. 140-153. DOI: 10.18287/2541-7533-2019-18-1-140-153. (In Russ.)
6. Storn R., Price K. Differential evolution – a simple and efficient adaptive scheme for global optimization over continuous spaces. Technical report. Berkeley: International Computer Science Institute, 1995. 15 p.
7. Thangeda P., Bhattacharya A.K., Gopal R., Kumar R.G.A. Synthesis of optimal trajectories in aerial engagements using differential evolution. *IFAC-PapersOnLine*. 2018. V. 51, Iss. 1. P. 90-97. DOI: 10.1016/j.ifacol.2018.05.016
8. Belokonov I.V., Kramlikh A.V., Lomaka I.A., Nikolaev P.N. Reconstruction of a spacecraft's attitude motion using the data on the current collected from solar panels. *Journal of Computer and Systems Sciences International*. 2019. V. 58, Iss. 2. P. 286-296. DOI: 10.1134/S1064230719020047
9. Wu C., Xu R., Zhu S., Cui P. Time-optimal spacecraft attitude maneuver path planning under boundary and pointing constraints. *Acta Astronautica*. 2017. V. 137. P. 128-137. DOI: 10.1016/j.actaastro.2017.04.004
10. Wang M., Luo J., Fang J., Yuan J. Optimal trajectory planning of free-floating space manipulator using differential evolution algorithm. *Advances in Space Research*. 2018. V. 61, Iss. 6. P. 1525-1536. DOI: 10.1016/j.asr.2018.01.011
11. Yaroshevskiy V.A. *Vkhod v atmosferu kosmicheskikh letatel'nykh apparatov* [Spacecraft atmospheric re-entry]. Moscow: Nauka Publ., 1988. 336 p.