

## СРАВНИТЕЛЬНОЕ ОЦЕНИВАНИЕ ТОЧНОСТИ МЕТОДОВ АВТОНОМНОЙ НАВИГАЦИИ МАЛЫХ КОСМИЧЕСКИХ АППАРАТОВ ПРИ ГРУППОВОМ ПОЛЁТЕ

© 2019

- А. Д. Голяков** доктор технических наук, профессор, профессор кафедры автономных систем управления;  
Военно-космическая академия имени А.Ф. Можайского, г. Санкт-Петербург;  
[algol1949@mail.ru](mailto:algol1949@mail.ru)
- А. М. Ричняк** кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры автономных систем управления;  
Военно-космическая академия имени А.Ф. Можайского, г. Санкт-Петербург;  
[arichnyak@mail.ru](mailto:arichnyak@mail.ru)
- П. В. Калабин** адъюнкт кафедры автономных систем управления;  
Военно-космическая академия имени А.Ф. Можайского, г. Санкт-Петербург;  
[kalabinpavel179@gmail.com](mailto:kalabinpavel179@gmail.com)

Представлены результаты сравнительного оценивания точности методов автономной навигации малых космических аппаратов, выполняющих групповой полёт. Для проведения исследований выбраны «зенитный» метод и метод навигации по орбитальным ориентирам, которые основаны на измерениях углового положения Земли и орбитального ориентира относительно навигационных звёзд. При исследованиях введены допущения о центральном гравитационном поле Земли, нормальном законе распределения погрешностей бортовых навигационных измерений с известными постоянными дисперсиями. Исследования выполнены с использованием теории аналитического оценивания точности методов автономной навигации космических аппаратов, с помощью которой удаётся получить ковариационную матрицу погрешностей искомого вектора навигационных параметров и оценить потенциальные (предельно достижимые) характеристики точности применяемых методов навигации. В качестве показателя точности метода навигации МКА выбран безразмерный коэффициент погрешностей навигации, который связан с элементами главной диагонали ковариационной матрицы, характеризует прецизионные свойства метода, носит интегральный характер, не зависит от объёма и погрешностей результатов навигационных измерений. Критерий целесообразности применения метода определения параметров движения центра масс космического аппарата основан на сравнении коэффициентов погрешностей навигации. Представленные результаты позволяют обоснованно подойти к выбору метода автономной навигации и состава бортового комплекса управления малых космических аппаратов, выполняющих групповой полёт.

*Групповой полёт космических аппаратов; автономная навигация; бортовые навигационные измерения; методы решения навигационных задач; погрешности метода навигации; методика аналитического оценивания точности навигации; коэффициент погрешности навигации.*

---

**Цитирование:** Голяков А.Д., Ричняк А.М., Калабин П.В. Сравнительное оценивание точности методов автономной навигации малых космических аппаратов при групповом полёте // Вестник Самарского университета. Аэро-космическая техника, технологии и машиностроение. 2019. Т. 18, № 4. С. 29-40. DOI: 10.18287/2541-7533-2019-18-4-29-40

### Введение

Одним из эффективных способов решения ряда народно-хозяйственных задач является применение малых космических аппаратов (МКА). В соответствии с принятой в работах [1; 2] классификацией к малым космическим аппаратам, масса которых не более 1000 кг, относят: мини-КА (массой от 100 до 500 кг), микро-КА (от 10 до 100 кг), нано-КА (от 1 до 10 кг), пико-КА (от 100 г до 1 кг) и фемто-КА (менее 100 г). Основными преимуществами МКА являются возможность значительно сократить сроки и стоимость разработки, изготовления и выведения, повысить качество решения задач за

счёт синергетического эффекта применения орбитальных группировок МКА и различных инновационных технологий [1].

Вопросам создания и применения МКА посвящён ряд работ [1-7]. В настоящее время повышенный интерес вызывают исследования, посвящённые групповому полёту МКА [8-13]. При групповом полёте раскрываются принципиально новые функциональные возможности космических систем и в большей степени проявляются такие их характеристики как надёжность при решении целевых задач группы МКА в условиях космического пространства и стойкость к различным возмущающим факторам.

К важнейшим задачам, решаемым при групповом полёте, относится навигационная задача, которая заключается в определении в заданный момент времени параметров движения центра масс (радиус-вектора и вектора скорости) МКА. При этом точность определения этих параметров зависит не только от точности бортовых измерительных средств МКА, но и от выбранного метода навигации [14-17].

В связи с ограниченной пропускной способностью наземного комплекса управления космическими аппаратами при реализации метода навигации, основанного на проведении измерений наземными радиотехническими и оптическими системами, для определения параметров движения МКА, выполняющих групповой полёт, возникает проблема оперативной передачи навигационной информации всем потребителям. Перспективным способом решения этой проблемы является применение метода спутниковой навигации [14; 17]. Однако в связи с возможностью появления ряда возмущающих факторов, которые достаточно сложно парировать, этот метод целесообразно использовать совместно с автономными методами, основанными на бортовых астрономических измерениях.

При этом возникает задача проведения сравнительного анализа точности методов автономной астронавигации, приемлемых для МКА, совершающих групповой полёт по геоцентрическим орбитам. К таким методам относятся методы, которые базируются на наблюдениях за поверхностью Земли или её горизонта [7; 15; 16], и методы навигации по орбитальным ориентирам [6; 13].

Целью настоящей статьи является обоснование областей применения методов автономной навигации при групповом полёте МКА на основе оценки характеристик точности определения параметров движения центра масс.

### **Постановка задачи**

Для достижения поставленной цели и выявления общих закономерностей навигационного процесса воспользуемся аналитическим методом оценивания точности навигации МКА, теоретические положения которого приведены в [15; 16].

Согласно этому методу точность определения шести параметров движения центра масс каждого МКА группировки оценивается ковариационной матрицей навигационных погрешностей размером  $6 \times 6$ :

$$K = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} & \dots & K_{16} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} & \dots & K_{26} \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} & \dots & K_{36} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ K_{61} & K_{62} & K_{63} & \dots & K_{66} \end{bmatrix}. \quad (1)$$

Элементы ковариационной матрицы (1) представляют собой аналитические выражения, вид которых зависит от формы и размеров орбиты МКА, выбранного состава

бортовых измерителей первичных навигационных параметров, продолжительности сеанса и принятой стратегии навигационных измерений. С помощью элементов, находящихся на главной диагонали этой матрицы, можно рассчитать оценки дисперсии погрешностей навигации, а с помощью недиагональных элементов – ковариационные моменты погрешностей оценок параметров движения центра масс МКА.

Исследования выполним при условии, что движение МКА происходит в центральном гравитационном поле сил. Параметры движения МКА зададим в подвижной орбитальной системе координат  $xuz$ . Начало системы координат  $xuz$  совпадает с центром масс МКА, ось  $x$  (радиальная ось) совмещена с продолжением радиуса-вектора МКА, ось  $y$  (трансверсальная ось) лежит в плоскости опорной орбиты МКА, ось  $z$  (нормальная ось) совпадает с нормалью к плоскости опорной орбиты МКА [6; 13]. Опорная орбита является круговой с известным радиусом  $R_0$ .

В качестве анализируемых методов автономной навигации МКА рассмотрим «зенитный» метод и метод навигации по орбитальным ориентирам. Первичными навигационными параметрами в «зенитном» методе выберем два угла  $\beta_1$  и  $\beta_2$  между направлениями на центр Земли и две навигационные звезды. Одна звезда находится в плоскости опорной орбиты МКА, а направление на вторую звезду совпадает с бинормалью этой орбиты.

Первичными навигационными параметрами в методе навигации по орбитальным ориентирам являются два угла:  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$ . Эти углы образованы направлениями на две навигационные звезды, координаты которых совпадают с координатами звёзд в «зенитном» методе, и на орбитальный ориентир, который смещён по аргументу широты  $\omega$  относительно МКА и роль которого может исполнять один из МКА группировки.

При проведении исследований будем полагать, что продолжительность навигационного режима равна одному витку МКА вокруг Земли. Измерения проводятся с постоянной частотой. Количество измерений в течение навигационного режима установлено равным  $N$ . Погрешности истинных измерений первичных навигационных параметров подчиняются нормальному закону распределения с нулевым математическим ожиданием и известным значением дисперсии  $\sigma_\beta^2$  и  $\sigma_\alpha^2$ .

Рассмотрим искомый шестимерный вектор параметров движения центра масс МКА, соответствующий начальному моменту времени  $t_0$ :

$$Q(t_0) = [x(t_0) y(t_0) z(t_0) \dot{x}(t_0) \dot{y}(t_0) \dot{z}(t_0)]^T, \quad (2)$$

где  $x(t_0) y(t_0) z(t_0)$  – координаты МКА;  $\dot{x}(t_0) \dot{y}(t_0) \dot{z}(t_0)$  – составляющие вектора скорости МКА.

Следуя методике формирования ковариационной матрицы (1), изложенной в [15], запишем вектор (2) в виде двух векторов:

$$Q(t_0) = \begin{bmatrix} Q_\Pi(t_0) \\ Q_B(t_0) \end{bmatrix}, \quad (3)$$

где  $Q_\Pi(t_0)$  – вектор параметров, характеризующих движение МКА в плоскости орбиты:  $Q_\Pi(t_0) = [x(t_0) y(t_0) \dot{x}(t_0) \dot{y}(t_0)]^T$ ;  $Q_B(t_0)$  – вектор параметров, характеризующих движение МКА относительно плоскости орбиты:  $Q_B(t_0) = [z(t_0) \dot{z}(t_0)]^T$ .

Тогда на основании исследований, приведённых в работах [6; 13; 15; 16], ковариационные матрицы погрешностей определения вектора (3) при использовании «зенитного» метода и метод навигации по орбитальным ориентирам принимают квазидиагональный вид

$$K = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} & K_{14} & 0 & 0 \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} & K_{24} & 0 & 0 \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} & K_{34} & 0 & 0 \\ K_{41} & K_{42} & K_{43} & K_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & K_{55} & K_{56} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & K_{65} & K_{66} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{\Pi} & 0 \\ 0 & K_B \end{bmatrix}, \quad (4)$$

где  $K_{\Pi}$  – ковариационная матрица погрешностей определения вектора параметров, характеризующих движение МКА в плоскости орбиты  $Q_{\Pi}(t_0)$ , размера  $4 \times 4$ ;  $K_B$  – ковариационная матрица погрешностей определения вектора параметров, характеризующих движение МКА относительно плоскости орбиты  $Q_B(t_0)$ , размера  $2 \times 2$ .

Требуется найти аналитические показатели, позволяющие оценить методические погрешности «зенитного» метода и метода навигации по орбитальным ориентирам в зависимости от условий их применения.

### Анализ скалярных показателей точности навигации

Ковариационная матрица погрешностей определения вектора параметров движения центра масс (4) является наиболее полной характеристикой вектора погрешностей навигации МКА. Однако использование матрицы для проведения сравнительной оценки точности методов навигации МКА представляет достаточно трудную задачу. Поэтому для этих целей целесообразно применять скалярные показатели точности.

К скалярным показателям точности погрешностей определения параметров движения центра масс МКА относятся дисперсии и среднеквадратические (или стандартные) отклонения радиуса  $R$  и модуля вектора скорости  $V$  при условии необходимости раздельного оценивания радиальной и скоростной составляющих параметров движения центра масс. При этом на практике преимущественное распространение получили среднеквадратические отклонения (СКО) в связи с тем, что размерности значений получаемых при этом характеристик совпадают с размерностью оцениваемых погрешностей. Это повышает наглядность и обоснованность выводов по результатам проведённого анализа.

Расчёт СКО радиуса  $R$  и модуля вектора скорости  $V$  ( $\sigma_R$  и  $\sigma_V$ ), которые представляют собой положительные квадратные корни из значений соответствующих дисперсий, выполняется с помощью элементов, находящихся на главной диагонали ковариационной матрицы (4):

$$\left. \begin{aligned} \sigma_R &= \sqrt{K_{11} + K_{22} + K_{55}} \\ \sigma_V &= \sqrt{K_{33} + K_{44} + K_{66}} \end{aligned} \right\}. \quad (5)$$

Сравнительная оценка методов навигации на основе показателей (5) сводится, по существу, к переходу от шестимерной задачи анализа к двухмерной задаче, что не все-

гда может найти применение. В большинстве практически важных случаев необходим скалярный безразмерный показатель точности метода навигации МКА.

Если опорная орбита МКА является круговой с радиусом  $r_0$ , то для получения скалярного безразмерного показателя точности метода навигации МКА используется относительное СКО погрешностей  $\sigma'_Q$ , которое рассчитывается с помощью соотношения

$$\sigma'_Q = \sqrt{\frac{K_{11} + K_{22} + K_{55}}{r_0^2} + \frac{K_{33} + K_{44} + K_{66}}{V_0^2}}, \quad (6)$$

где  $V_0$  – скорость полёта МКА по опорной орбите:  $V_0 = \sqrt{\mu(r_0)^{-1}}$ ;  $\mu$  – гравитационный параметр Земли ( $\mu = 3,986 \cdot 10^5 \text{ км}^3/\text{с}^2$ ).

Значения показателя (6) зависят не только от выбранного метода навигации, но и от ряда факторов, к которым относятся продолжительность и стратегия проведения навигационного режима, а также количество и погрешности результатов измерений первичных навигационных параметров. В процессе сравнительного анализа методов автономной навигации МКА, как правило, полагают, что значения этих факторов остаются постоянными.

Тогда в качестве показателя точности определения вектора параметров движения центра масс МКА выбирают коэффициент погрешностей (ошибок) метода навигации [15], который характеризует прецизионные свойства метода, носит интегральный характер, не зависит от объёма и погрешностей результатов навигационных измерений и определяется по выражению

$$k_Q = \frac{\sigma'_Q}{\sigma_\gamma} \sqrt{N}, \quad (7)$$

где  $\sigma_\gamma$  – СКО погрешности результатов измерений первичного навигационного параметра  $\gamma$ , который используется в методе, подвергаемом сравнительному анализу.

Определим зависимости коэффициентов погрешностей, характеризующих точность оценивания вектора (3), при «зенитном» методе и методе навигации по орбитальным ориентирам соответственно.

### **Коэффициент погрешностей определения параметров движения при реализации «зенитного» метода**

Аналитические выражения элементов ковариационной матрицы погрешностей определения параметров движения при навигации МКА по «зенитному» методу имеют вид [15]:

$$K^\beta = \begin{bmatrix} K_\Pi^\beta & 0 \\ 0 & K_B^\beta \end{bmatrix}. \quad (8)$$

Здесь  $K_\Pi^\beta$  – ковариационная матрица погрешностей определения вектора  $Q_\Pi(t_0)$  по измерениям углов «звезда-вертикаль»:

$$K_{\Pi}^{\beta} = \frac{r_o^2 \sigma_{\beta}^2}{6(\pi^2 - 6)N} \begin{bmatrix} 3\pi^2 + 32 & 30\pi & -30\pi\lambda_o & -(3\pi^2 + 22)\lambda_o \\ 30\pi & 36(\pi^2 - 3) & -6(5\pi^2 - 12)\lambda_o & -24\pi\lambda_o \\ -30\pi\lambda_o & -6(5\pi^2 - 12)\lambda_o & 27(\pi^2 - 2)\lambda_o^2 & 24\pi\lambda_o^2 \\ -(3\pi^2 + 22)\lambda_o & -24\pi\lambda_o & 24\pi\lambda_o^2 & (3\pi^2 + 14)\lambda_o^2 \end{bmatrix};$$

$K_B^{\beta}$  – ковариационная матрица погрешностей определения вектора  $Q_B(t_0)$  по измерениям углов «звезда-вертикаль»:

$$K_B^{\beta} = \frac{2r_o^2 \sigma_{\beta}^2}{N} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \lambda_o^2 \end{bmatrix};$$

$\lambda_o = r_o^{-1} \sqrt{\mu(r_o)^{-1}}$  – угловая скорость полёта МКА по опорной орбите радиуса  $r_o$ .

Из аналитических выражений элементов ковариационной матрицы (8) следует, что с ростом радиуса опорной орбиты дисперсии погрешностей оценивания координат МКА возрастают, а дисперсии погрешностей оценивания составляющих вектора скорости уменьшаются. Между составляющими вектора погрешностей параметров, характеризующих движение МКА в плоскости орбиты, присутствуют корреляционные связи. Оценки параметров, характеризующих движение МКА относительно плоскости орбиты, являются некоррелированными.

Коэффициент погрешностей «зенитного» метода навигации, определённый по (7), (8), имеет значение:  $k_Q(\beta) \approx 5,33$ .

### Коэффициент погрешностей определения параметров движения при реализации метода навигации по орбитальным ориентирам

В соответствии с результатами аналитических исследований, приведёнными в [13], ковариационная матрица погрешностей определения параметров движения при навигации МКА по орбитальным ориентирам имеет вид:

$$K^{\alpha}(\omega) = \begin{bmatrix} K_{\Pi}^{\alpha}(\omega) & 0 \\ 0 & K_B^{\alpha}(\omega) \end{bmatrix}. \quad (9)$$

Здесь  $K_{\Pi}^{\alpha}(\omega)$  – ковариационная матрица погрешностей определения вектора  $Q_{\Pi}(t_0)$  по измерениям углов «звезда – орбитальный ориентир»:

$$K_{\Pi}^{\alpha}(\omega) = \frac{4r_o^2 \sigma_{\alpha}^2}{3(\pi^2 - 6)(1 - \cos \omega)(5 - 3 \cos \omega)^2 N} K'_{\Pi}(\omega);$$

$K'_{\Pi}(\omega)$  – симметрическая матрица размера  $4 \times 4$ , диагональные элементы которой определяются с помощью выражений, приведённых в [13];  $K_B^{\alpha}(\omega)$  – ковариационная матрица погрешностей определения вектора  $Q_B(t_0)$  по измерениям углов «звезда – орбитальный ориентир»:

$$K_B^\alpha(\omega) = \frac{4r_0^2(1 - \cos \omega)\sigma_\alpha^2}{N} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \lambda_0^2 \end{bmatrix}.$$

Анализ диагональных элементов ковариационной матрицы (9) показывает, что с ростом радиуса опорной орбиты дисперсии погрешностей определения координат МКА увеличиваются, при этом дисперсии погрешностей определения составляющих вектора скорости МКА уменьшаются. При групповом полёте МКА и навигации, основанной на визировании орбитальных ориентиров, дисперсии погрешностей определения параметров движения центра масс МКА имеют достаточно сложные зависимости от угла смещения по аргументу широты МКА относительно орбитального ориентира, графики которых приведены в [13].

С помощью матрицы (9) можно получить значения дисперсий и ковариационных моментов при выбранных углах  $\omega$ . Например, при  $\omega = 30^\circ$  ковариационная матрица (9) принимает вид:

$$K^\alpha(30^\circ) = \frac{r_0^2\sigma_\alpha^2}{N} \begin{bmatrix} 0,446K'_\Pi(30^\circ) & 0 \\ 0 & 0,536K'_B(30^\circ) \end{bmatrix}, \quad (10)$$

где  $K'_\Pi(30^\circ)$  – симметрическая матрица размера  $4 \times 4$ , главная диагональ которой равна:  $\text{diag}\{K'_\Pi(30^\circ)\} = [K'_x(30^\circ)K'_y(30^\circ)K'_x(30^\circ)K'_y(30^\circ)] = [6,51 \ 13,20 \ 10,36 \ 3,15]$ ;  $K'_B(30^\circ)$  – диагональная матрица размера  $2 \times 2$ :

$$K'_B(30^\circ) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \lambda_0^2 \end{bmatrix}.$$

Для определения коэффициента погрешностей по измерениям углов  $\alpha$  «звезда – орбитальный ориентир»  $k_Q(\alpha)$  при  $\omega = 30^\circ$  используем (7) и (10). В результате получим  $k_Q(\alpha) = 3,986$ . Откуда следует, что при выбранном значении угла  $\omega$  метод навигации МКА по орбитальным ориентирам имеет преимущество по точности решения навигационной задачи по сравнению с «зенитным» методом. Однако для подтверждения такого вывода при других баллистических характеристиках группировки МКА необходимо выполнить исследования зависимости коэффициента погрешностей навигации по орбитальным ориентирам  $k_Q(\alpha)$  от угла  $\omega$  и сравнить полученные результаты с полученным коэффициентом  $k_Q(\beta) \approx 5,33$ .

### Сравнительный анализ коэффициентов погрешностей навигации МКА «зенитным» методом и методом по орбитальным ориентирам

Поскольку аналитический способ сравнительного анализа коэффициентов погрешностей навигации МКА «зенитным» методом и методом навигации по орбитальным ориентирам, которые получены с помощью диагональных элементов ковариационных матриц (4), приведёт к достаточно громоздким выкладкам, обусловленным существованием зависимости коэффициента погрешностей навигации  $k_Q(\alpha)$  от угла  $\omega$ , воспользуемся численным способом.

Исследования проведём в диапазоне углов  $\omega$  от 10 до 60°. Выбор такого диапазона обусловлен тем, что при  $\omega < 20^\circ$  погрешности оценивания трансверсальной координаты и радиальной составляющей вектора скорости МКА возрастают с уменьшением угла  $\omega$ . Это обусловлено потерей наблюдаемости вектора  $Q_{II}(t_0)$  по измерениям углов визирования орбитального ориентира относительно поля навигационных звёзд при достаточно малых углах  $\omega$  [16]. В работе [13] показано, что при  $\omega > 40^\circ$  с ростом угла  $\omega$  дисперсии всех составляющих вектора  $Q_{II}(t_0)$  увеличиваются по закону, который достаточно близок к линейному.

При сравнении методических погрешностей автономной навигации МКА будем полагать, что измерения первичных навигационных параметров в каждом из методов являются равноточными и не зависят от радиуса орбиты и продолжительности навигационного режима.

Критерий целесообразности применения метода определения параметров движения центра масс МКА основан на сравнении коэффициентов погрешностей навигации  $k_Q(\beta)$  и  $k_Q(\alpha)$ , рассчитываемых по формуле (7).

Результаты расчётов коэффициентов погрешностей навигации МКА «зенитным» методом и методом по орбитальным ориентирам и полученные по выбранному критерию области применения сравниваемых методов приведены на рис. 1.

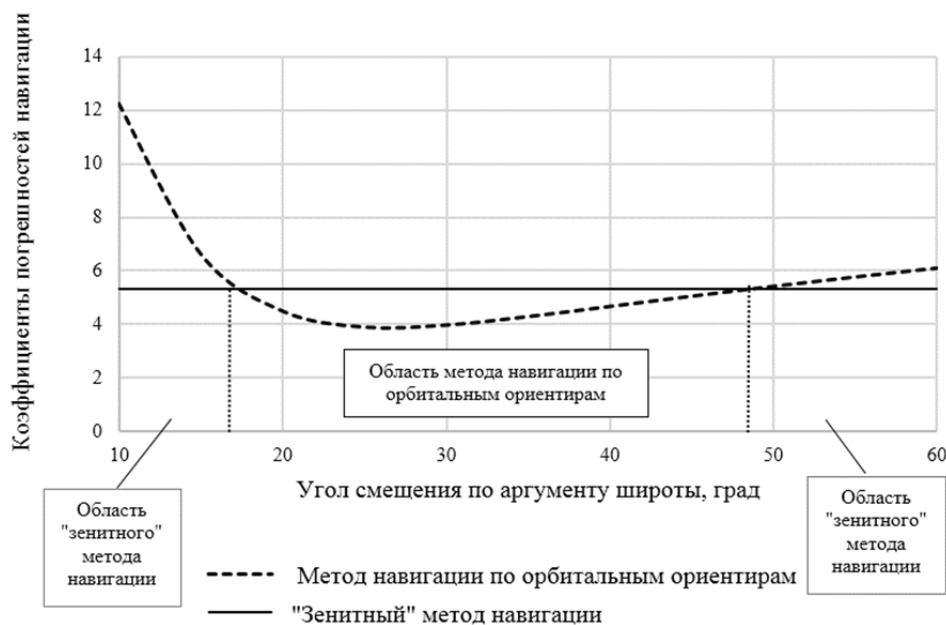


Рис. 1. Области применения «зенитного» метода и метода навигации по орбитальным ориентирам

Анализ результатов исследований, представленных на рис. 1, показывает, что существуют две области углов смещения орбитального ориентира в плоскости его орбиты, в которых целесообразно (по критерию точности) применять «зенитный» метод навигации МКА. Одна из таких областей определяется условием  $\omega < 17,4^\circ$ , а вторая — условием  $\omega > 48,5^\circ$ .

Метод навигации МКА по орбитальным ориентирам обладает преимуществом по точности решения навигационной задачи по сравнению с «зенитным» методом при условии смещения орбитального ориентира в плоскости его орбиты относительно МКА на угол  $\omega$ , который находится в диапазоне от 17,4 до 48,5°.



## Заключение

Представлены результаты исследования, которые проведены с целью обоснования областей применения методов автономной навигации при групповом полёте МКА на основе оценки характеристик точности определения параметров движения центра масс. В качестве методов навигации выбраны «зенитный» метод и метод навигации по орбитальным ориентирам, которые основаны на бортовых измерениях углового положения центра масс Земли и орбитального ориентира, смещённого относительно МКА на некоторый угол в плоскости его орбиты.

Исследования выполнены с использованием теории аналитического оценивания точности методов автономной навигации космических аппаратов. Получены в аналитическом виде ковариационные матрицы погрешностей определения параметров движения центра масс. В качестве показателя точности метода навигации МКА выбран безразмерный коэффициент погрешностей навигации, который характеризует прецизионные свойства метода, носит интегральный характер, не зависит от объёма и погрешностей результатов навигационных измерений.

Сравнительный анализ коэффициентов погрешностей навигации рассматриваемых методов показал, что существуют области, ограниченные диапазонами углов смещения МКА относительно орбитального ориентира, в которых преимущество в точности решения навигационной задачи имеет «зенитный» метод.

Представленные результаты могут найти применение при необходимости обоснования метода автономной навигации и состава бортового комплекса управления МКА, совершающих групповой полёт.

## Библиографический список

1. Макриденко Л.А., Волков С.Н., Ходненко В.П., Золотой С.А. Концептуальные вопросы создания и применения малых космических аппаратов // Вопросы электромеханики. Труды Всероссийского научно-исследовательского института электромеханики. 2010. Т. 114, № 1. С. 15-26.
2. Данилкин А.П., Козлов В.А. Мировые тенденции развития малых спутников // Экономические стратегии. 2016. Т. 18, № 6 (140). С. 136-149.
3. Петрукович А.А., Никифоров О.В. Малые спутники для космических исследований // Ракетно-космическое приборостроение и информационные системы. 2016. Т. 3, № 4. С. 22-31.
4. Севастьянов Н.Н., Бранец В.Н., Панченко В.А., Казинский Н.В., Кондранин Т.В., Негодяев С.С. Анализ современных возможностей для создания малых космических аппаратов для дистанционного зондирования Земли // Труды Московского физико-технического института. 2009. Т. 1, № 3. С. 14-22.
5. Алифанов О.М., Медведев А.А., Соколов В.П. Подходы к созданию и направлению применения малых космических аппаратов в космической деятельности // Труды Московского авиационного института. 2011. № 49. <http://trudymai.ru/published.php?ID=28039>
6. Голяков А.Д., Шевченко П.В. Аналитические оценки точности автономной астронавигации малого космического аппарата по орбитальным ориентирам // Известия высших учебных заведений. Приборостроение. 2004. Т. 47, № 3. С. 53-59.
7. Аверьянов А.В., Эсаулов К.А., Молчанов О.Е., Белая Т.И. Система автономной навигации малого космического аппарата // Известия высших учебных заведений. Приборостроение. 2015. Т. 58, № 1. С. 14-17.
8. Палкин М.В. Баллистико-навигационное обеспечение группового полёта космических аппаратов // Вестник Московского государственного технического

университета им. Н.Э. Баумана. Серия: Машиностроение. 2015. № 6 (105). С. 22-32. DOI: 10.18698/0236-3941-2015-6-22-32

9. Потюпкин А.Ю., Данилин Н.С., Селиванов А.С. Кластеры малоразмерных космических аппаратов как новый тип космических объектов // Ракетно-космическое приборостроение и информационные системы. 2017. Т. 4, № 4. С. 45-56. DOI: 10.17238/issn2409-0239.2017.4.45

10. Фоминов И.В., Хлебников С.Г. Анализ технологических проблем построения роя малых космических аппаратов // Оборонный комплекс – научно-техническому прогрессу России. 2019. № 1 (141). С. 24-28.

11. Калабин П.В., Сасункевич А.А., Фоминов И.В. Анализ влияния ошибок формирования начальных относительных параметров движения сервисного космического робота на траекторию пассивного периодического облёта некооперируемого космического аппарата // Труды Военно-космической академии им. А.Ф. Можайского. 2019. № 666. С. 208-217.

12. Привалов А.Е., Фоминов И.В. Ключевые проблемы развития группового управления малыми космическими аппаратами дистанционного зондирования Земли // Космонавтика и ракетостроение. 2019. № 1 (106). С. 31-35.

13. Голяков А.Д., Ричняк А.М. Точность автономной навигации взаимным методом при групповом полете малых космических аппаратов // Вестник Самарского университета. Аэрокосмическая техника, технологии и машиностроение. 2018. Т. 17, № 2. С. 47-57. DOI: 10.18287/2541-7533-2018-17-2-47-57

14. Михайлов М.В., Ларьков И.И. Решение задачи относительной навигации по измерениям глобальной спутниковой навигационной системы при сближении космических аппаратов // Труды Московского физико-технического института. 2011. Т. 3, № 3 (11). С. 79-87.

15. Порфирьев Л.Ф., Смирнов В.В., Кузнецов В.И. Аналитические оценки точности автономных методов определения орбит. М.: Машиностроение, 1987. 280 с.

16. Аншаков Г.П., Голяков А.Д., Петрищев В.Ф., Фурсов В.А. Автономная навигация космических аппаратов. Самара: Государственный научно-производственный ракетно-космический центр «ЦСКБ-Прогресс», 2011. 486 с.

17. Голяков А.Д., Ананенко В.М. Системы навигации космических аппаратов. СПб: Военно-космическая академия имени А. Ф. Можайского, 2017. 269 с.

## COMPARATIVE ESTIMATION OF THE ACCURACY OF METHODS OF AUTONOMOUS NAVIGATION OF SMALL SPACECRAFT IN FORMATION FLYING

© 2019

**A. D. Golyakov** Doctor of Science (Engineering), Professor, Professor of the Department of Autonomous Control Systems; Mozhaisky Military Space Academy, Saint-Petersburg, Russian Federation; [algol1949@mail.ru](mailto:algol1949@mail.ru)

**A. M. Richnyak** Candidate of Science (Engineering), Associate Professor, Associate Professor of the Department of Autonomous Control Systems; Mozhaisky Military Space Academy, Saint-Petersburg, Russian Federation; [arichnyak@mail.ru](mailto:arichnyak@mail.ru)

**P. V. Kalabin** Assistant Professor of the Department of Autonomous Control Systems; Mozhaisky Military Space Academy, Saint-Petersburg, Russian Federation; [kalabinpavel179@gmail.com](mailto:kalabinpavel179@gmail.com)

The results of comparative estimation of the accuracy of autonomous navigation of small spacecraft in formation flying are presented. To carry out the research, the “zenith” method and the method of navigation by orbital references were chosen. These methods are based on measurements of the angular position of the Earth and an orbital reference point relative to navigational stars. Assumptions concerning the central terrestrial gravitational field and the normality of errors of the on-board navigation measurements with known constant variability were introduced in the studies. The studies were carried out using the theory of analytical estimation of the accuracy of spacecraft autonomous navigation methods. The use of this theory makes it possible to obtain the covariance error matrix of the required vector of navigation parameters and to estimate the potential (maximum achievable) characteristics of the accuracy of the navigation methods used. A dimensionless navigation error coefficient was chosen as an indicator of the accuracy of small spacecraft navigation method. The coefficient is associated with the elements of the main diagonal of the covariance matrix, it characterizes the precision properties of the method, is integrated by nature and does not depend on the volume and accuracy of the results of navigation measurements. The criterion of expediency of applying the method of determining the parameters of motion of the spacecraft center of mass is based on the comparison of navigation error rates. The presented results allow us to make reasonable choice of the method of autonomous navigation and of the composition of the onboard control of small spacecraft in formation flying.

*Spacecraft formation flying; autonomous navigation; on-board navigation measurements; methods of navigation management; errors of the navigation method; methods of analytical estimation of navigation accuracy; navigation error index.*

*Citation:* Golyakov A.D., Richnyak A.M., Kalabin P.V. Comparative estimation of the accuracy of methods of autonomous navigation of small spacecraft in formation flying. *Vestnik of Samara University. Aerospace and Mechanical Engineering*. 2019. V. 18, no. 4. P. 29-40. DOI: 10.18287/2541-7533-2019-18-4-29-40

## References

1. Makridenko L.A., Volkov S.N., Khodnenko V.P., Zolotoy S.A. Conceptual problems on creation and application of small spacecraft. *Electromechanical Matters. VNIEM Studies*. 2010. V. 114, no. 1. P. 15-26. (In Russ.)
2. Danilkin A.P., Kozlov V.A. Global trends in the development of small satellites. *Economic Strategies*. 2016. V. 18, no. 6 (140). P. 136-149. (In Russ.)
3. Petrukovich A.A., Nikiforov O.V. Small satellites for scientific research. *Rocket-Space Device Engineering and Information Systems*. 2016. V. 3, no. 4. P. 22-31. (In Russ.)
4. Sevastiyarov N.N., Branets V.N., Panchenko V.A., Kazinskiy N.V., Kondranin T.V., Negodyayev S.S. Advanced approaches to Earth observation small satellite development. *Proceedings of Moscow Institute of Physics and Technology*. 2009. V. 1, no. 3. P. 14-22. (In Russ.)
5. Alifanov O.M., Medvedev A.A., Sokolov V.P. Approaches to creation and directions for application of small-scale space vehicles in space activity. *Trudy MAI*. 2011. No. 49. Available at: <http://trudymai.ru/eng/published.php?ID=28039>. (In Russ.)
6. Goljakov A.D., Shevchenko P.V. Analytical precision estimates of autonomous navigation of small spacecraft according to orbital orientation. *Journal of Instrument Engineering*. 2004. V. 47, no. 3. P. 53-59. (In Russ.)
7. Averyanov A.V., Esaulov K.A., Molchanov O.E., Belaya T.I. Autonomous navigation system of small spacecraft. *Journal of Instrument Engineering*. 2015. V. 58, no. 1. P. 14-17. (In Russ.)
8. Palkin M.V. Ballistic and navigation issues for satellite formation flying design. *Herald of the Bauman Moscow State Technical University. Series Mechanical Engineering*. 2015. No. 6 (105). P. 22-32. DOI: 10.18698/0236-3941-2015-6-22-32. (In Russ.)
9. Potyupkin A.Yu., Danilin N.S., Selivanov A.S. Small satellites clusters - a new type of space objects. *Rocket-Space Device Engineering and Information Systems*. 2017. V. 4, no. 4. P. 45-56. DOI: 10.17238/issn2409-0239.2017.4.45. (In Russ.)

10. Phominov I.V., Khlebnikov S.G. Analysis technological problems of construction a small spacecraft swarm. *Oboronnyy Kompleks – Nauchno-tekhnicheskomu Progressu Rossii*. 2019. No. 1 (141). P. 24-28. (In Russ.)

11. Kalabin P.V., Sasunkevich A.A., Fominov I.V. Analysis of the influence of errors in the formation of the initial relative parameters of the motion of a service space robot on the trajectory of a passive periodic flight of a non-cooperative satellite. *Proceedings of the Mozhaisky Military Space Academy*. 2019. No. 666. P. 208-217. (In Russ.)

12. Privalov A.E., Fominov I.V. Key problems of development of group control of earth remote sensing small satellites clusters. *Cosmonautics and Rocket Engineering*. 2019. No. 1 (106). P. 31-35. (In Russ.)

13. Golyakov A.D., Richnyak A.M. Accuracy of autonomous navigation by the mutual method in the case of a group flight of space vehicles. *Vestnik of Samara University. Aerospace and Mechanical Engineering*. 2018. V. 17, no. 2. P. 47-57. DOI: 10.18287/2541-7533-2018-17-2-47-57. (In Russ.)

14. Mikhalov M.V., Larkov I.I. Solution of the relative navigation problem with use of ASN measurements. *Proceedings of Moscow Institute of Physics and Technology*. 2011. V. 3, no. 3 (11). P. 79-87. (In Russ.)

15. Porfir'ev L.F., Smirnov V.V., Kuznetsov V.I. *Analiticheskie otsenki tochnosti avtonomnykh metodov opredeleniya orbit* [Analytical assessment of the accuracy of autonomous orbit determination methods]. Moscow: Mashinostroenie Publ., 1987. 280 p.

16. Anshakov G.P., Golyakov A.D., Petrishchev V.F., Fursov V.A. *Avtonomnaya navigatsiya kosmicheskikh apparatov* [Spacecraft autonomous navigation]. Samara: Space Rocket Center «Progress» Publ., 2011. 486 p.

17. Golyakov A.D., Ananenko V.M. *Sistemy navigatsii kosmicheskikh apparatov* [Spacecraft navigation systems]. SPb: Mozhaisky Military Space Academy Publ., 2017. 269 p.