УДК 519.248:656.71

ВЕКТОРНАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ ПАРАМЕТРОВ СИСТЕМЫ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ С ЧАСТИЧНОЙ ВЗАИМОПОМОЩЬЮ МЕЖДУ КАНАЛАМИ

© 2011 В. А. Романенко

Самарский государственный аэрокосмический университет
имени академика С.П.Королёва (национальный исследовательский университет)

Сформулирована и решена задача векторной оптимизации параметров многоканальной системы массового обслуживания с ожиданием в очереди ограниченной длины и частичной взаимопомощью каналов, выражающейся в возможности одновременного обслуживания заявки двумя каналами. Приведены результаты оптимизации параметров производственных комплексов аэропорта как примера рассматриваемой системы.

Векторная оптимизация, система массового обслуживания, взаимопомощь между каналами, аэропорт.

Введение

Рассматривается задача оптимизации параметров системы массового обслуживания (СМО) с частичной взаимопомощью между каналами, которая выражается в возможности одновременного использования двух каналов для обслуживания одной заявки. Предполагается, что в СМО поступает стационарный пуассоновский поток заявок. Длительности обслуживания заявок одним каналом или группой из двух каналов представляют собой показательно распределённые случайные величины. Объединение усилий каналов приводит в общем случае к сокращению средней продолжительности обслуживания. В качестве примера СМО, обладающей перечисленными особенностями, рассматривается система обслуживания перевозок аэропорта на этапе выполнения выбранной технологической операции. Необходимость решения рассматриваемой задачи может возникнуть при проектировании нового аэропорта, реконструкции или модернизации действующего, оптимизации аэропортовых производственных процессов, выборе аэропортом новой бизнес-модели и т.п.

Формирование системы критериев оптимальности

Формирование совокупности критериев оптимальности рассматриваемой СМО производится с использованием несколько модифицированной модели эффективности сложной авиатранспортной системы, предложенной в работе [1]. Эффективность рассматривается как свойство системы выполнять заданные функции с заданными качеством и производительностью при минимальных затратах ресурсов. В формализованном виде модель записывается как

$$W = \left(W_П, W_Э, W_К\right),$$

где W – обобщённый показатель эффективности системы; $W_П$ - комплексный показатель производительности системы; $W_Э$ - комплексный показатель экономичности системы; $W_К$ - комплексный показатель качества работы системы.

Основное преимущество воздушной перевозки с точки зрения пользователей воздушного транспорта состоит в малых затратах времени на её выполнение. Важная роль в сокращении этих затрат принадлежит аэропорту. Аэропортовое предприятие, способное обеспечить наземное обслуживание пассажиров, грузов и воздушных судов (ВС) за сравнительно короткое время, обладает серьёзным преимуществом в конкурентной борьбе за привлечение клиентуры. Особое значение фактор затрат наземного времени имеет в случае узловых аэропортов, для которых малая величина гарантированного стыковочного времени является одним из главных критериев их привлекательности с точки зрения пассажиров, грузоотправителей и авиаперевозчиков. Сокращение затрат наземного времени в узловом аэропорту служит непосредственной причиной повышения числа отправок рейсов, уровня пассажиро- и грузопотоков, обеспечивающего рост доходов аэропорта от авиационной и неавиационной деятельности.

Таким образом, в рамках целей исследования СМО предполагается, что производительность системы на выбранном этапе обслуживания непосредственно связана с затратами времени на пребывание заявки в СМО, возрастая с уменьшением этих затрат:

$$W_П = f_П\left(\overline{T}_{преб}^{\,-1}\right),$$

где $\overline{T}_{преб} = M\left[T_{преб}\right]$ - среднее время пребывания заявки в СМО.

Время, в течение которого заявка находится в системе, включает время обслуживания заявки $T_{обсл}$ и время ожидания заявкой обслуживания $T_{ож}$:

$$T_{преб} = T_{обсл} + T_{ож}$$

и

$$\overline{T}_{преб} = \overline{T}_{обсл} + \overline{T}_{ож}\,, \qquad (1)$$

где $\overline{T}_{обсл} = M\left[T_{обсл}\right]$, $\overline{T}_{ож} = M\left[T_{ож}\right]$ - средние значения времени обслуживания и времени ожидания соответственно. Как показано в [2], перераспределение каналов между индивидуальным и групповым обслуживанием приводит к изменению соотношения между временем обслуживания и временем ожидания. Так, увеличение доли заявок, обслуживаемых парами каналов, приводит в общем случае к сокращению затрат времени на обслуживание и росту времени ожидания. Увеличение доли заявок, обслуживаемых индивидуальными каналами, приводит к противоположному эффекту.

Под показателем экономичности системы понимается числовая характеристика расхода ресурсов на получение заданного конечного результата функционирования системы. Чтобы упростить задачу с целью обеспечения возможности её решения методами теории массового обслуживания, далее предполагается, что экономичность производственных комплексов аэропорта зависит только от их насыщенности техническими средствами обслуживания перевозок. Действительно, численность аэропортовых технических средств влияет на уровень расходов аэропорта по целому ряду основных статей [3], таких, как расходы на эксплуатацию и техническое обслуживание, в том числе на персонал и материалы; капитальные затраты, в том числе износ и/или амортизацию и др. Таким образом, правомерна следующая запись, означающая, что увеличение числа обслуживающих каналов на выбранном этапе обслуживания отрицательно влияет на степень экономичности СМО:

$$W_Э = f_Э\left(N^{-1}\right),$$

где N – численность средств обслуживания на выбранном этапе.

Показатель качества работы СМО должен учитывать два аспекта. Первый связан с необходимостью обеспечения заданного качества обслуживания клиентуры аэропорта - авиакомпаний, пассажиров, грузоотправителей и т.д.; второй – с качеством использования трудовых, материальных и финансовых ресурсов аэропортового предприятия. Поскольку очевидно, что качество обслуживания тем выше, чем меньшее время тратится клиентом аэропорта на непроизводительное ожидание, то количественный показатель качества обслуживания заявки в модели СМО должен быть определённым образом связан с временем ожидания обслуживания. Учитывая стохастичность как потока заявок, так и процесса обслуживания, невозможно полностью исключить вероятность образования очереди ни при каком уровне производительности системы, однако длительность ожидания начала обслуживания для большинства заявок должна быть достаточно мала. Таким образом, для описания качества обслуживания заявки введены два параметра, а именно: t_P - расчётное время ожидания заявкой обслуживания в очереди и P_P - вероятность превышения расчётного времени фактическим временем ожидания.

В рамках рассматриваемой модели СМО качество использования ресурсов выражает коэффициент загрузки системы

$$K_З = \frac{\overline{N}_З}{N}, \quad (2)$$

где $\overline{N}_З = M[N_З]$ - среднее число занятых обслуживанием каналов.

Перечисленные показатели качества обслуживания представляется целесообразным использовать в качестве ограничений при решении формулируемой задачи оптимизации. В этом случае, как следует из изложенного выше, «претендентами» на роль критериев оптимальности выступают минимальное число обслуживающих каналов и минимальные затраты времени на пребывание в системе. Выбор единственного глобального критерия, включающего оба названных критерия, или их свёртка весьма затруднительны. В качестве такого единственного критерия могут выступать экономические результаты работы аэропорта (например, прибыль), влияние на которые оказывают как численность аэропортовых средств, так и затраты времени на пребывание в аэропорту. Однако оценить такое влияние, особенно со стороны второго фактора, без существенного усложнения модели невозможно. Таким образом, задачу необходимо решать в многокритериальной постановке.

Постановка проблемы векторной оптимизации

Рассматривается задача оптимизации параметров полнодоступной СМО, содержащей N обслуживающих каналов. Исследуемая СМО описана в работе [2]. Для обслуживания одной заявки СМО могут быть выделены как 1, так и 2 канала. В случае наличия не менее двух свободных каналов поступившая заявка с заданной вероятностью v_1 занимает для обслуживания один канал и с вероятностью $v_2 = 1 - v_1$ - два канала. Если же в момент поступления на обслуживание заявки СМО располагает только одним свободным каналом, то эта заявка в любом случае занимает имеющийся единственный канал. Продолжительности обслуживания заявки одним каналом $T_{обсл1}$ и двумя каналами $T_{обсл2}$ распределены по показательному закону. В случае отсутствия незанятых каналов вновь поступившая заявка «становится в очередь» и ожидает обслуживания. Общее число обслуживаемых и ожидающих обслуживания заявок, находящихся в СМО, ограничено величиной K. Если число заявок, уже находящихся в очереди, составляет K-N, то вновь прибывшая заявка покидает СМО необслуженной – «теряется». В отличие от [2], здесь предполагается, что в СМО поступает стационарный пуассоновский поток заявок интенсивностью λ.

Для решения задачи оптимизации параметров СМО должна иметься математическая модель, связывающая её входные переменные через переменные состояния с выходными переменными. Вектор входных переменных **x** в модели рассматриваемой СМО включает характеристики входящего потока заявок (λ) и процесса обслуживания ($T_{обсл1}$, $T_{обсл2}$, v_1), а также численность каналов N и мест K в СМО:

$$\mathbf{x} = \left(\lambda,\ \overline{T}_{обсл1},\ \overline{T}_{обсл2},\ v_1,\ N,\ K\right).$$

Компонентами вектора переменных состояний **P** являются вероятности состояний СМО $P_i,\ i = \overline{1,M}$, зависящие в общем случае от начального состояния СМО, её входных переменных и времени. Таким образом, сам **P** является вектор-функцией и может быть определён как

$$\mathbf{P}\left(\mathbf{P}^0,\mathbf{x},t\right) = \left(P_0\left(\mathbf{P}^0,\mathbf{x},t\right),\ P_1\left(\mathbf{P}^0,\mathbf{x},t\right),\ \ldots,\ P_M\left(\mathbf{P}^0,\mathbf{x},t\right)\right),$$

где M+1 – максимально возможное число состояний СМО; $\mathbf{P}^0 = \left(P_0^0, P_1^0, \ldots, P_M^0\right)$ - вектор вероятностей состояний СМО в начальный момент времени $t = 0$.

Вероятности, составляющие вектор-функцию $\mathbf{P}\left(\mathbf{P}^0,\mathbf{x},t\right)$, определяются путём численного интегрирования системы дифференциальных уравнений Колмогорова, полученной в [2] на базе алгоритмического подхода.

Число аргументов вектор-функции $\mathbf{P}\left(\mathbf{P}^0,\mathbf{x},t\right)$ может быть сокращено благодаря предположению о постоянстве величин всех входных переменных в течение работы СМО. В этом случае [4] по прошествии определённого времени в СМО устанавливается стационарный режим, характеризующийся постоянством во времени всех её вероятностных показателей. Кроме того, стационарное распределение вероятностей состояний СМО не зависит от исходного распределения вероятностей, т.е. от компонентов вектора $\mathbf{P}^0$. Таким образом, вектор-функция для стационарного режима, которую обозначим $\mathbf{P}_C$, имеет сравнительно простой вид:

$$\mathbf{P}_C\left(\mathbf{x}\right)=\left(P_0\left(\mathbf{x}\right),\ P_1\left(\mathbf{x}\right)\ ,...,\ P_M\left(\mathbf{x}\right)\right),$$

где $P_0\left(\mathbf{x}\right)=\lim\limits_{t\to\infty}P_0\left(\mathbf{P}^0,\mathbf{x},t\right)$,

$P_1\left(\mathbf{x}\right)=\lim\limits_{t\to\infty}P_1\left(\mathbf{P}^0,\mathbf{x},t\right)$, ...,

$P_M\left(\mathbf{x}\right)=\lim\limits_{t\to\infty}P_M\left(\mathbf{P}^0,\mathbf{x},t\right)$ - вероятности состояний системы в стационарном режиме, определяемые численным интегрированием системы уравнений Колмогорова [2].

В состав компонентов вектора выходных переменных $\mathbf{z}$ должны быть включены основные стационарные вероятностно-временные характеристики СМО, необходимые для решения формулируемой оптимизационной задачи:

$$\mathbf{z}=\left(\overline{T}_{обсл},\ \overline{T}_{ож},\ P\left(t_{ож}<\tau\right),\ \overline{N}_З,\ P_{отк}\right),$$

где $P\left(T_{ож}<\tau\right)$ - функция распределения времени ожидания (вероятность того, что время ожидания заявкой обслуживания $T_{ож}$ не превысит величины τ); $P_{отк}$ - вероятность отказа очередной заявке в обслуживании.

Связи перечисленных выходных переменных с переменными состояния представим в виде

$$\overline{T}_{обсл}=Z_{\overline{T}обсл}\left(\mathbf{P}_C\left(\mathbf{x}\right)\right),$$

$$\overline{T}_{ож}=Z_{\overline{T}ож}\left(\mathbf{P}_C\left(\mathbf{x}\right)\right),$$

$$P\left(t_{ож}<\tau\right)=Z_{Pож}\left(\mathbf{P}_C\left(\mathbf{x}\right),\tau\right), \qquad (3)$$

$$\overline{N}_З=Z_{\overline{N}з}\left(\mathbf{P}_C\left(\mathbf{x}\right)\right),$$

$$P_{отк}=Z_{Pотк}\left(\mathbf{P}_C\left(\mathbf{x}\right)\right),$$

где $Z_{\overline{T}обсл}\left(\mathbf{P}_C\left(\mathbf{x}\right)\right)$, $Z_{\overline{T}ож}\left(\mathbf{P}_C\left(\mathbf{x}\right)\right)$, $Z_{Pож}\left(\mathbf{P}_C\left(\mathbf{x}\right),\tau\right)$, $Z_{\overline{N}з}\left(\mathbf{P}_C\left(\mathbf{x}\right)\right)$, $Z_{Pотк}\left(\mathbf{P}_C\left(\mathbf{x}\right)\right)$ - функциональные зависимости соответствующих выходных переменных от переменных состояния. Расчётные формулы для определения перечисленных зависимостей, за исключением $\overline{T}_{ож}$, получены в [2]. Для последней переменной в стационарном режиме справедлива формула

$$\overline{T}_{ож}=\left(\frac{1}{1-P_{отк}}\lambda M_{ож}\right),$$

где $M_{ож}$ - средняя длина очереди, определяемая как функция $\mathbf{P}_C$ [2].

Считая зависимости (3) компонентами векторной функции $\mathbf{Z}\left(\mathbf{P}_C\left(\mathbf{x}\right)\right)$, выразим связь выходных и входных переменных в векторном виде:

$$\mathbf{z}=\mathbf{Z}\left(\mathbf{P}_C\left(\mathbf{x}\right)\right), \qquad (4)$$

где

$$\mathbf{Z}\left(\mathbf{P}_C\left(\mathbf{x}\right)\right)=\left(Z_{\overline{T}обсл}\left(\mathbf{P}_C\left(\mathbf{x}\right)\right),\ \ Z_{\overline{T}ож}\left(\mathbf{P}_C\left(\mathbf{x}\right)\right),\right.$$
$$\left.Z_{Pож}\left(\mathbf{P}_C\left(\mathbf{x}\right),\tau\right),\ \ Z_{\overline{N}з}\left(\mathbf{P}_C\left(\mathbf{x}\right)\right),\ \ Z_{Pотк}\left(\mathbf{P}_C\left(\mathbf{x}\right)\right)\right).$$

Наличие второго аргумента τ функции $Z_{Pож}\left(\mathbf{P}_C\left(\mathbf{x}\right),\tau\right)$, несущественное для формулировки задачи оптимизации, в обозначении вектор-функции $\mathbf{Z}\left(\mathbf{P}_C\left(\mathbf{x}\right)\right)$ не учтено, чтобы не усложнять запись.

Выделим из состава компонентов вектора **x** переменные, значения которых можно задавать по своему усмотрению, – управляемые переменные. К их числу отнесём v_1 и *N*. В рамках накладываемых на задачу ограничений можно задавать различные целые неотрицательные *N*. Величина v_1 может задаваться в пределах $0 \le v_1 \le 1$. Остальные компоненты **x** будем считать неуправляемыми независимыми переменными и объединим их в вектор $\mathbf{x}' = \left(\lambda, \bar{T}_{обсл1}, \bar{T}_{обсл2}, K\right)$. Вектор управляемых переменных обозначим как $\mathbf{x}'' = \left(v_1, N\right)$. В этом случае зависимость (4) запишем в виде

$$\mathbf{z} = \mathbf{Z}\left(\mathbf{P}_C\left(\mathbf{x}', \mathbf{x}''\right)\right).$$

Сформулируем ограничения на вектор управляемых переменных и критерий.

Задача решается при следующих ограничениях.

1. Ограничение на нижнюю границу уровня качества обслуживания заявок. При заданных расчётном времени ожидания заявкой обслуживания в очереди t_P и вероятности превышения расчётного времени фактическим временем ожидания P_P это ограничение формулируется как

$$P\left(t_{ож} < t_P\right) = Z_{Pож}\left(\mathbf{P}_C\left(\mathbf{x}', \mathbf{x}''\right), t_P\right) > P_P. \qquad (5)$$

2. Ограничение на нижнюю границу уровня качества использования ресурсов с учетом (2) записывается в виде

$$K_З = \frac{\bar{N}_З}{N} = Z_{\bar{N}З}\left(\mathbf{P}_C\left(\mathbf{x}', \mathbf{x}''\right)\right) / N > K_{ЗP}, \qquad (6)$$

где $K_{ЗP}$ - расчётный коэффициент занятости системы, задаваемый таким образом, чтобы непроизводительные простои каналов обслуживания были достаточно малыми.

3. Ограничение на верхнюю границу вероятности отказов в обслуживании заявки

$$P_{отк} = Z_{Pотк}\left(\mathbf{P}_C\left(\mathbf{x}', \mathbf{x}''\right)\right) < P_{откP}, \qquad (7)$$

где $P_{откP}$ - расчётная вероятность отказа, которая с учётом специфики объекта оптимизации должна задаваться весьма малой.

Кроме перечисленных используются естественные ограничения на значения управляемых переменных:

$$N - \text{целое},\ N > 0 \text{ и } 0 \le v_1 \le 1. \qquad (8)$$

Соотношения (5)-(8) определяют допустимую область значения управляемых переменных - *X*.

Введём векторную целевую функцию, компонентами которой являются два показателя: *N* и $\bar{T}_{преб}$. Принимая во внимание сумму (1), второй показатель определим как функцию входных переменных:

$$\bar{T}_{преб} = Z_{\bar{T}обсл}\left(\mathbf{P}_C\left(\mathbf{x}', \mathbf{x}''\right)\right) + Z_{\bar{T}ож}\left(\mathbf{P}_C\left(\mathbf{x}', \mathbf{x}''\right)\right)$$

или в сокращённом виде

$$\bar{T}_{преб} = \bar{T}_{преб}\left(\mathbf{x}', \mathbf{x}''\right).$$

Учитывая последнее выражение, векторную целевую функцию запишем в виде

$$F\left(\mathbf{x}', \mathbf{x}''\right) = \left(N,\ \bar{T}_{преб}\left(\mathbf{x}', \mathbf{x}''\right)\right).$$

Ставится следующая задача оптимизации: при фиксированных $\mathbf{x}' = fix$ найти множество $X_П \subset X$ Парето-оптимальных точек $\mathbf{x}''_П \in X_П$ по векторному критерию

$$opt\ F\left(\mathbf{x}', \mathbf{x}''\right) = \begin{pmatrix} N_П = min\ N, \\ \bar{T}_{පребП} = min\ \bar{T}_{преб}\left(\mathbf{x}', \mathbf{x}''\right) \end{pmatrix}.$$

При решении сформулированной задачи координаты Парето-оптимальных точек ($v_{1П}$, $N_П$) определяются традиционным способом, предполагающим решение для заданного $N_П = 1, 2, ...$ с учётом ограничений (5)-(8) однокритериальной задачи оптимизации

$$\nu_{1П} = \arg \min_{0 \le \nu_1 \le 1} \overline{T}_{преб}\left(\mathbf{x}', \nu_1, N_П\right).$$

Целочисленность параметра $N_П$ существенно упрощает процедуру решения.

Пример результатов оптимизации

Рассмотрим пример результатов решения векторной задачи оптимизации параметров СМО со следующими временными характеристиками обслуживания, соответствующими ряду наземных технологических операций аэропорта:

$$\overline{T}_{обсл1} = 0.25 \text{ ч}; \ \overline{T}_{обсл2} = \frac{1}{1.9} \cdot \overline{T}_{обсл1} = 0.13 \text{ ч}. \quad (9)$$

Коэффициент при $\overline{T}_{обсл1}$ в последней формуле учитывает снижение среднего времени обслуживания заявки благодаря параллельному использованию двух каналов.

Чтобы продемонстрировать влияние на Парето-оптимальное решение ограничений по качеству обслуживания и использования ресурсов, рассмотрены два набора ограничений. Первый набор (набор А) предусматривает довольно жёсткие требования как к качеству обслуживания заявок, так и степени использования ресурсов. Так, ожидать в очереди дольше 5 мин. должны менее 5 % заявок. Загрузка каналов должна быть достаточно высокой – в любой произвольно выбранный момент времени должны быть заняты более 50 % из имеющихся в системе каналов. Для второго набора (набор Б) требования и к качеству обслуживания, и к занятости каналов значительно ослаблены. В данном случае находиться в очереди дольше 5 мин. могут до 30 % заявок. При этом должны быть заняты более 20 % каналов. Таким образом, в формализованном виде параметры наборов запишутся в виде:

набор А: $t_P = 5$ мин; $P_P = 0.95$; $K_{3P} = 0.5$;

набор Б: $t_P = 5$ мин; $P_P = 0.7$; $K_{3P} = 0.2$.

Для обоих наборов расчётная вероятность отказа в обслуживании задана сравнительно малой: $P_{откP} = 0.005$.

Результаты оптимизации в виде ряда множеств Парето-оптимальных точек в координатах $\left(N, \ \overline{T}_{преб}\right)$ представлены на рис. 1, 2. Для придания результатам большей наглядности Парето-оптимальные точки, составляющие одно множество, соединены на

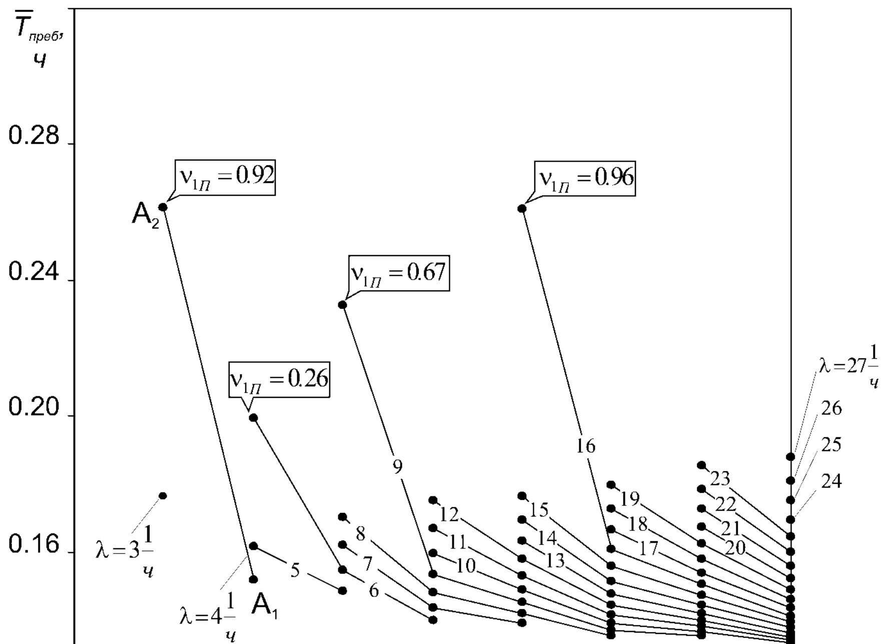

Рис. 1. Результаты оптимизации для набора ограничений А

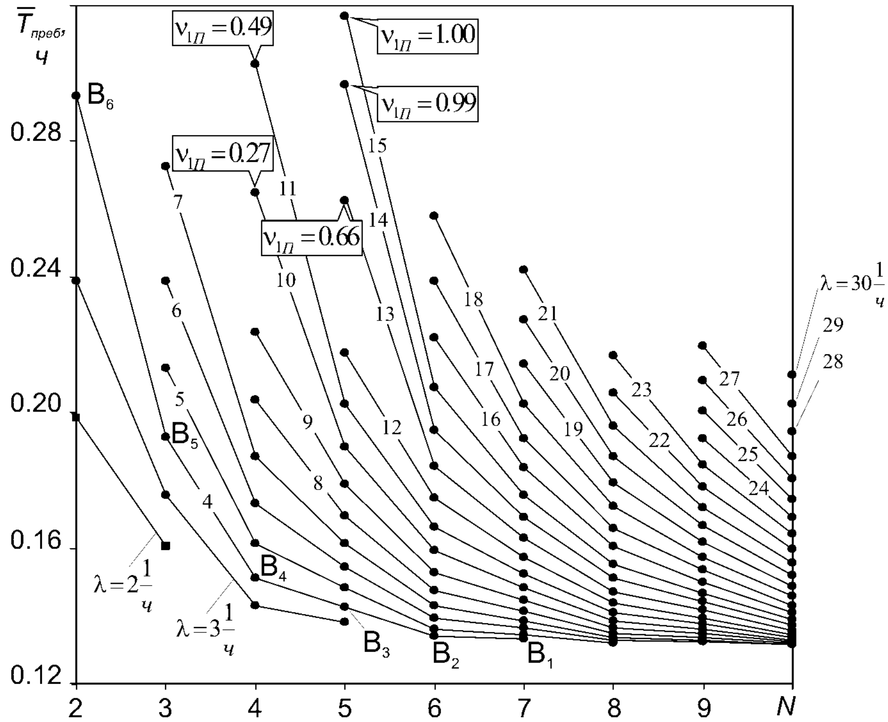

Рис. 2. Результаты оптимизации для набора ограничений Б

рисунках линиями. Каждое множество получено для фиксированной величины интенсивности потока заявок λ. Расчёт произведён для целых величин λ в пределах от $1\ \frac{1}{ч}$ до $30\frac{1}{ч}$.

В тех случаях, когда оптимальному решению отвечает отличная от нуля величина $\nu_{1П}$, она указывается на рисунках рядом с соответствующей точкой в рамке. Всем остальным точкам соответствует $\nu_{1П} = 0$, которая на рисунках не приведена.

Рис. 1, 2 могут использоваться в качестве номограмм для определения неулучшаемых значений потребного числа аэропортовых средств обслуживания перевозок и среднего времени пребывания заявки в системе. Если рассматривать в качестве заявки ВС, требующее технического или коммерческого обслуживания, то время пребывания заявки в системе будет соответствовать времени простоя ВС на обслуживании, которое складывается из времени ожидания и времени обслуживания. Проиллюстрируем методику использования номограмм следующим примером.

Пусть на обслуживание с временными характеристиками (9) поступает пуассоновский поток ВС, имеющий интенсивность $\lambda = 4\frac{1}{ч}$. Как следует из рис. 1, в случае жёстких требований к качеству обслуживания и загрузке средств, соответствующих набору ограничений А, аэропорту доступны два варианта неулучшаемых решений.

Первый вариант (точка $А_1$ на рис. 1) предусматривает использование четырёх средств, которые должны выделяться попарно для обслуживания каждого ВС. В этом случае среднее время простоя ВС на обслуживании составляет $\overline{T}_{преб} = 0.15$ ч. Дальнейшее сокращение времени простоя невозможно даже ценой привлечения дополнительных обслуживающих средств, поскольку в этом случае нарушается ограничение по занятости каналов – загрузка становится ниже допустимых 50 %.

Второй вариант решения (точка $А_2$ на рис. 1) приемлем, если аэропорт в ходе выполнения технологической операции допускает возможность существенного увеличения времени простоя (до $\overline{T}_{преб} = 0.26$ ч). Компенсацией за длительный простой является сокращение до трёх единиц числа обслуживающих средств. Как следует из рис. 1, для обслуживания большинства (92 %) ВС средства должны использоваться индивидуально. Последующее сокращение числа средств невозможно из-за нарушения ограничения по длительности ожидания в очереди – доля ВС, ожидающих обслуживания более 5 мин., в этом случае превысит 5 %.

В случае принятия менее «жёсткого» набора ограничений Б совокупность неулучшаемых решений значительно расширяется. В рассматриваемом примере для $\lambda = 4\frac{1}{ч}$ она включает шесть решений (точки B_1-B_6 на рис. 2) с числом средств, возрастающим от двух до семи единиц, и временем простоя, соответственно снижающимся с $\overline{T}_{преб} = 0.29$ ч до $\overline{T}_{преб} = 0.14$ ч . При уже имеющемся большом числе обслуживающих средств добавление дополнительных средств слабо сказывается на Парето-оптимальном времени простоя. В рассматриваемом примере неулучшаемые значения $\overline{T}_{преб}$ при $N = 6$ (точка B_2) и $N = 7$ (точка B_1) различаются менее, чем на 0.7%. Дальнейшее наращивание числа средств, если бы оно не было ограничено требованием к загрузке каналов, привело бы к тому, что все заявки обслуживались парами каналов, очередь отсутствовала и, следовательно, время пребывания заявки в системе совпало бы с $\overline{T}_{обсл2} = 0.13$ ч. Уместно отметить, что в этом состоит объяснение «асимптотического» приближения множества Парето-оптимальных точек к значению 0.13 ч, особенно заметного на рис. 2.

Анализ множеств Парето-оптимальных решений для набора значений λ, представленных на рис. 1 и 2, позволяет сделать следующие выводы. Большинство Парето-оптимальных решений достигается в случае парного использования каналов ($v_{1П} = 0$). Применение схем обслуживания с большой долей индивидуальных каналов позволяет расширить множество Парето-оптимальных решений, включив в него точки, соответствующие заметно меньшему числу каналов при больших временных потерях.

Параллельное ужесточение ограничений как по качеству обслуживания, так и по качеству использования ресурсов приводит к тому, что для некоторых малых значений λ множество Парето-оптимальных решений становится пустым. Так, например, ни при каком сочетании $N_П$, $\overline{T}_{пребП}$ не может быть обеспечен набор ограничений А, если $\lambda = 1\ \frac{1}{ч}$ и $\lambda = 2\frac{1}{ч}$ (рис. 1). Набор ограничений Б невыполним при $\lambda = 1\ \frac{1}{ч}$ (рис. 2). В целом необходимость обеспечения жёстких требований по качеству обслуживания приводит к относительно низкой загрузке каналов.

Благодаря целочисленности параметра N в исключительных случаях возможно сокращение Парето-оптимального множества до единственного решения. Такому случаю соответствует решение $N_П = 3$, $\overline{T}_{пребП} = 0.18$ ч для $\lambda = 3\frac{1}{ч}$ и набора ограничений Б (рис. 1).

Приведённые результаты подтверждают правомерность постановки сформулированной оптимизационной задачи и работоспособность алгоритма её решения. Получение набора результатов в широком диапазоне исходных данных, таких как интенсивность потока ВС, продолжительность их обслуживания, параметры качества обслуживания и загрузки обслуживающих средств, позволит сформировать серию номограмм, пригодных для использования в условиях производственного процесса аэропорта. Такого рода материалы, позволяющие оперативно оценивать оптимальные параметры аэропортовых технологических процессов, особенно важны для крупных, в частности узловых, аэропортов, насыщаемых техническими средствами с целью сокращения наземного времени авиаперевозки.

Отметим, что рассмотренная задача может решаться и в несколько изменённых постановках. Так, например, если с точки зрения аэропорта длительность пребывания в нём менее важна по сравнению с качеством обслуживания, то одним из критериев может стать время ожидания в очереди, и тогда общая длительность может быть задана как ограничение.

Библиографический список

1. Голубев, И.С. Эффективность воздушного транспорта [Текст] / И.С. Голубев. – М.: Транспорт, 1982.

2. Романенко, В.А. Модель системы массового обслуживания с нестационарными потоками и частичной взаимопомощью между каналами [Текст] / В.А. Романенко // Вестник СГАУ. – 2011. – № 6 (30). – С.241-251 .

3. Руководство по экономике аэропортов. Документ ИКАО 9562. Второе издание. - Монреаль, 2006.

4. Бочаров, П.П. Теория массового обслуживания [Текст] / П.П. Бочаров, А.В. Печинкин. – М.: Изд-во РУДН, 1995.

VECTOR OPTIMIZATION OF THE PARAMETERS OF A QUEUEING SYSTEM WITH PARTIAL MUTUAL ASSISTANCE BETWEEN CHANNELS

© 2011 V. A. Romanenko

Samara State Aerospace University
named after academician S. P. Korolyov (National Research University)

The problem of vector optimization of the parameters of a multichannel queueing system with waiting in a limited-length queue and partial mutual assistance of channels manifested in the opportunity of simultaneous service of a customer by two channels is formulated and solved. The results of optimization of the parameters of airport industrial complexes as an example of the system under consideration are presented.

Vector optimization, queueing system, mutual assistance between channels, airport.

Информация об авторе

Романенко Владимир Алексеевич, кандидат технических наук, доцент, докторант кафедры организации и управления перевозками на транспорте, Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С. П. Королёва (национальный исследовательский университет). E-mail: vla_rom@mail.ru. Область научных интересов: оптимизация и моделирование системы обслуживания перевозок узлового аэропорта.

Romanenko Vladimir Alexeevitch, candidate of technical sciences, associate professor, doctor's degree at the department of transportation organization and management, Samara State Aerospace University named after academician S. P. Korolyov (National Research University). E-mail: vla_rom@mail.ru. Area of research: optimization and simulation of a hub airport transportation service system.