

## ИСПОЛЬЗОВАНИЕ СМЕСЕЙ ВЕРОЯТНОСТНЫХ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ В ИМИТАЦИОННОЙ МОДЕЛИ АЭРОПОРТА

© 2011 В. А. Романенко

Самарский государственный аэрокосмический университет  
имени академика С.П.Королёва (национальный исследовательский университет)

С целью формирования имитационной модели производственных процессов аэропорта, обладающей детальностью, точностью и быстродействием, достаточными для решения прикладных и исследовательских задач, предлагается использовать смеси вероятностных распределений для описания потоков рейсов и процесса их обслуживания в аэропорту. Описана методика формирования смесей распределений и примеры их использования в модели реального аэропорта.

*Аэропорт, имитационная модель, смесь законов распределения вероятностей.*

### Назначение и состав имитационной модели аэропорта

Решение широкого круга задач, связанных с оптимизацией производственной деятельности аэропорта и технологических параметров его комплексов, базируется на применении методов имитационного компьютерного моделирования, предполагающих формирование и использование для анализа и оптимизации характеристик исследуемой системы её вероятностной модели. Такая модель даёт возможность осуществить многократное воспроизведение (прогон) на ЭВМ процесса функционирования изучаемой системы с сохранением его логической структуры и последовательности протекания во времени и учётом воздействия случайных факторов. Получаемые в результате имитационных экспериментов статистические данные и служат для решения задач анализа и оптимизации исследуемой системы. Изложению принципов имитационного моделирования посвящена обширная литература, например, [1, 2].

Поскольку основная производственная деятельность аэропорта состоит в реализации технологических процессов обслуживания рейсов, включающих определённый набор операций, состав, длительность и трудоёмкость которых зависит от параметров рейса, то в качестве единичного прогона модели принимается процесс обслуживания

одного рейса. Упрощённо блок-схему имитационной модели аэропорта можно представить в составе двух блоков, один из которых отвечает за имитацию «появления» в аэропорту рейсов, которые необходимо обслуживать, а другой - за имитацию собственно процесса обслуживания этих рейсов. Поток рейсов аэропорта является первичным, определяющим свойства всех остальных поступающих в аэропорт потоков, таких, как потоки пассажиров, багажа, грузов, почты и др. Итак, имитационная модель аэропорта должна содержать два основных компонента:

1) вероятностную модель потока рейсов аэропорта;

2) вероятностную модель аэропортовых технологических процессов наземного обслуживания рейсов, в свою очередь включающую:

- универсальный алгоритм осуществления процесса, содержащий описание последовательности и взаимосвязи формирующих его операций;

- вероятностные модели отдельных технологических операций, содержащие статистические распределения ключевых параметров операций, таких, как временная продолжительность, численность привлекаемого персонала, количество используемых технических средств и т.п.

Имитационное моделирование, основывающееся на использовании вероятност-

ной модели исследуемых процессов или объектов, предполагает наличие статистических данных, описывающих эти процессы или объекты. В частности, статистические данные служат исходным «сырьём» для построения вероятностных распределений временных отклонений прилётов и вылетов рейсов от расписания, необходимых для формирования модели потока рейсов, а также распределений длительности технологических операций, используемых в их статистических моделях. Использование широко известных методов математической статистики позволяет, обработав имеющуюся выборку результатов наблюдений, получить сначала эмпирическое, а затем и сглаженное, теоретическое распределение случайных величин.

Обязательной необходимости в получении сглаженных распределений для решения задач имитационного моделирования нет. Современные компьютерные системы моделирования позволяют реализовать произвольное эмпирическое распределение сколь угодно сложного вида, для программного задания которого может быть использована, например, табличная форма. Однако получение сглаженных распределений очень желательно по следующим причинам:

1) функции эмпирического распределения могут содержать определённые «искажения», особенно если они получены на основе выборки малого объёма. Теоретическое распределение «сглаживает» данные и предоставляет информацию об общем распределении, лежащем в их основе;

2) изменение эмпирического распределения с целью изучения работы системы с изменившимися параметрами или в изменившихся условиях очень затруднительно. Трансформирование же теоретического распределения достигается изменением малого числа его параметров;

3) применение эмпирического распределения делает невозможным получение значений вне области данной выборки наблюдений;

4) использование достаточно простых сглаженных теоретических распределений значительно упрощает имитационную модель и заметно сокращает затраты машин-

ного времени на проведение имитационных экспериментов;

5) некоторые теоретические распределения широко используются в простых аналитических моделях теории массового обслуживания. Другие из них могут быть использованы ценой некоторого усложнения и доработки этих моделей. Всё это невозможно для эмпирических распределений.

Требования по работоспособности, предъявляемые к модели, обуславливают необходимость использования возможно более простых вероятностных распределений, таких, как, например, нормальное или логарифмически нормальное распределение, гамма-распределение или распределение Вейбулла. Однако сравнительная сложность аэропортовых процессов служит причиной значительных погрешностей, к которым приводят попытки использования в модели только простых теоретических распределений.

Повышает точность модели замена теоретических распределений на эмпирические в тех компонентах модели, где первые не обеспечивают удовлетворительной точности. Такой подход приводит к усложнению модели и, следовательно, к увеличению затрат машинного времени, которые могут стать неприемлемыми, особенно в случае моделирования на персональных компьютерах. Кроме того, все перечисленные выше недостатки непосредственного использования эмпирических распределений приводят лишь к ограниченному повышению точности модели.

Выход из описанной ситуации может состоять в использовании смесей вероятностных распределений. Методы теории вероятностей позволяют путём использования смесей нескольких простых теоретических распределений получить распределение, соответствующее едва ли не любому сколь угодно сложному эмпирическому распределению. Применение смесей распределений осложняет качественный анализ поведения рассматриваемых систем, но может быть оправдано, если простые теоретические законы не позволяют обеспечить удовлетворительного сглаживания, а эмпирические распределения – приемлемых затрат машинного времени на имитационное моделирование.

Ниже рассмотрены примеры использования комбинаций не более двух теоретических законов для сглаживания вероятностных распределений отклонений времени прибытия рейсов от расписания, используемых в модели потока рейсов и распределений длительности технологических операций в их статистических моделях.

### **Исходные данные для формирования имитационной модели аэропорта**

Точность модели аэропорта зависит от объёма накопленной статистики, используемой при её построении. Внедрение в ряде аэропортов автоматизированных информационных систем (ИС) управления их производственной деятельностью позволяет избежать длительных и трудоёмких процедур сбора статистики путём использования материалов, хранящихся в компьютерных базах данных (БД) этих систем.

В БД ИС накапливается информация, подробно и всесторонне описывающая технологические процессы аэропорта, а именно:

- характеристики обслуженных аэропортом рейсов – тип и модификация воздушного судна (ВС), выполнявшего рейс; вид воздушной перевозки (внутренняя, международная); категория рейса (начальный, конечный, обратный, транзитный) и т.п.;

- регулярность выполнения рейсов, определяемая плановыми, расчётными и фактическими значениями времён вылета и посадки ВС, выполнявших рейсы;

- параметры коммерческой загрузки ВС – число пассажиров и их распределение по категориям и классам обслуживания; вес зарегистрированного багажа и груза и т.п.;

- временные характеристики технологических операций по обслуживанию пассажиров, грузов и ВС – плановые и фактические значения времени начала и окончания операций;

- ресурсы аэропорта, задействованные в обслуживании рейса – численность персонала, число и виды средств механизации;

- количество запрашиваемого авиатоплива и спецжидкостей и другая информация.

В БД ИС фиксируется и сохраняется информация практически о каждом рейсе, обслуженном в аэропорту, что делает их цен-

ным источником исходных данных для формирования математических моделей движения рейсов и процессов их аэропортового обслуживания.

### **Смесь вероятностных распределений в имитационной модели потоков рейсов**

Как было сказано выше, один из компонентов имитационной модели аэропорта выполняет функции источника потоков рейсов, генерируя значения моментов времени прибытия или отправления и других параметров рейсов.

Моделирование работы аэропорта на длительных промежутках времени зачастую проводится при допущении о том, что интервалы времени между моментами поступления рейсов являются случайными величинами, подчиняющимися вероятностному распределению Пуассона. В этом случае для моделирования потока рейсов достаточно знания только одного параметра – его интенсивности. Причём, если поток является стационарным, то его интенсивность выражается одним числом, а если нестационарным, то интенсивность задаётся как функция времени. Использование пуассоновского потока рейсов существенно упрощает модель, однако особенности конкретного расписания аэропорта учитываются этой моделью лишь в самых общих чертах. Это не позволяет использовать её в исследованиях, предполагающих высокий уровень детализации процесса поступления рейсов.

При решении ряда задач анализа и оптимизации функционирования аэропорта нельзя ограничиваться предположением о пуассоновском характере потока рейсов. Следует принимать во внимание привязку моментов их поступления к расписанию движения самолётов рассматриваемого аэропорта. В этом случае под влиянием отклонений прилётов и вылетов от расписания поток также будет носить вероятностный характер. Расписание и распределение отклонений от него определяют эмпирическую модель потока требований. Отклонения вылетов обуславливаются отклонениями прилётов и продолжительностью обслуживания, поэтому анализ отклонения прилётов представляет большую значимость.

Исходными для статистического анализа служат накопленные данные о фактических отклонениях прилётов от расписания, которые могут считаться независимыми случайными величинами. Необходимо подобрать вероятностное распределение, хорошо сглаживающее эмпирические данные. При этом может быть использована стандартная методика проверки статистической гипотезы.

Проведённый анализ выявил значительные погрешности, к которым приводят попытки использования для сглаживания таких известных распределений, как гамма-распределение, логарифмически нормальное распределение и распределение Вейбулла.

Продуктивным оказался подход, описанный в одной из ранних работ, посвящённых рассматриваемой проблеме [3]. В ней предложено случайную величину отклонения от расписания  $Z$  аппроксимировать композицией нормального и логарифмически нормального законов, т.е. представлять в виде

$$Z = X + e^Y, \quad (1)$$

где  $X$  и  $Y$  – нормально распределённые случайные величины.

Распределение (1) хорошо согласуется со статистическими данными. Трудность его использования, состоящая в значительной трудоёмкости определения оценок параметров нормального и логарифмически нормального компонентов по статистическим данным, привела к тому, что авторами [4] было предложено в композиции (1) логарифмически нормальный закон заменить экспоненциальным. Такая замена позволила упростить процедуру сглаживания, однако привела к снижению его качества. В настоящее время, благодаря использованию персональных ЭВМ, описанная выше трудность снимается. Задача решается с помощью широко распространённого программного обеспечения, такого, как, например, табличный процессор Microsoft Excel.

Ниже для аппроксимации статистических данных использовано несколько модифицированное распределение (1). Композиция двух случайных величин, участвующих в распределении, может быть интерпретиро-

вана следующим образом. Самолёт, выполняющий данный рейс, фактически может прилететь как несколько раньше планового момента времени, указанного в расписании, так и позже. В большинстве случаев отклонения  $Z$  от расписания в ту или иную сторону невелики и обусловлены такими причинами, как колебания лётного времени, небольшие отклонения от момента вылета самолёта из аэропорта отправления и т.п. Таким отклонениям соответствует нормально распределённая случайная величина, которую обозначим  $Z^{(1)}$ .

Значительные отклонения от расписания, главным образом опоздания, выражаются логарифмически нормальной случайной величиной  $Z^{(2)}$ . Вероятность возникновения таких отклонений равна  $p_0$ .

Таким образом, отклонение прилёта

$$Z = \begin{cases} Z^{(1)} & \text{с вероятностью } 1-p_0, \\ Z^{(2)} & \text{с вероятностью } p_0, \end{cases}$$

где

$$\begin{aligned} P(Z^{(1)} \leq t) &= \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_1} \int_{-\infty}^t \exp\left\{-\frac{(t-m_1)^2}{2\sigma_1^2}\right\} dt = \\ &= \Phi\left(\frac{t-m_1}{\sigma_1}\right), \quad -\infty \leq t \leq +\infty, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(Z^{(2)} \leq t) &= \\ &= \begin{cases} 0, & s_2 \geq t, \\ \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_2} \int_{-\infty}^t \frac{1}{(t-s_2)} \exp\left[-\frac{[\ln(t-s_2)-m_2]^2}{2\sigma_2^2}\right] dt, & s_2 < t, \end{cases} \end{aligned}$$

$m_1, \sigma_1$  – математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение величины отклонения от времени прилёта  $Z^{(1)}$ , соответственно;  $m_2, \sigma_2$  – параметры масштаба и формы величины  $Z^{(2)}$ , соответственно;  $s_2$  – параметр положения, т.е. величина сдвига по оси абсцисс для определения местоположе-

ния логарифмически нормального распределения величины  $Z$  (2).

Функция распределения величины отклонения  $Z$  определяется по формуле

$$F_Z(t) = P(Z \leq t) = \begin{cases} (1-p_0)\Phi\left(\frac{t-m_1}{\sigma_1}\right), & s_2 \geq t, \\ (1-p_0)\Phi\left(\frac{t-m_1}{\sigma_1}\right) + \frac{p_0}{\sqrt{2\pi\sigma_2^2}} \int_{-\infty}^t \frac{1}{(t-s_2)} e^{-\frac{[\ln(t-s_2)-m_2]^2}{2\sigma_2^2}} dt, & s_2 < t. \end{cases} \quad (2)$$

С целью определения оценок неизвестных параметров  $p_0, m_1, \sigma_1, m_2, \sigma_2$  и  $s_2$  по выборке из  $n$  зафиксированных значений отклонений прилётов  $Z_1, Z_2, \dots, Z_n$  используется алгоритм проверки статистической гипотезы по критерию согласия Пирсона  $\chi^2$ , включающий следующие этапы.

Весь временной диапазон, содержащий отклонения от расписания, разбивается на интервалы одинаковой ширины  $\Delta t$ . Для каждого ( $j$ -го) интервала подсчитывается эмпирическая частота  $a_j$ , представляющая собой зарегистрированное количество значений отклонений, попавших в  $j$ -ый интервал.

Для корректности использования критерия  $\chi^2$  необходимо, чтобы число наблюдений в интервале было не менее 7-10, поэтому ряд интервалов, как правило, объединяются.

Для заданных определённым образом значений параметров  $p_0, m_1, \sigma_1, m_2, \sigma_2, s_2$  по формуле (2) рассчитываются величины оценки функции сглаживающего распределения  $F^*(t)$ .

Определяются величины  $p^*(j)$  – оценки вероятности попадания случайной величины в  $j$ -ый интервал:

$$\begin{aligned} p^*(1) &= F^*(t_1); \\ p^*(j) &= F^*(t_j) - F^*(t_{j-1}), \quad 1 < j < m; \\ p^*(m) &= 1 - F^*(t_{m-1}), \end{aligned}$$

где  $m$  - число интервалов (с учётом объединения).

Находятся оценки ожидаемого числа наблюдений в соответствующих интервалах – выравнивающие (теоретические) частоты, при условии, что гипотеза о распределении (2) верна:

$$a^*(j) = np^*(j).$$

Производится подсчёт величин  $\delta(j)$ , используемых при определении значения критерия  $\chi^2$ :

$$\delta(j) = \frac{(a_j - a^*(j))^2}{a^*(j)}. \quad (3)$$

Величина статистики критерия  $\chi^2$  определяется как сумма:

$$\chi^2 = \sum_{j=1}^m \delta(j). \quad (4)$$

Неизвестные параметры сглаживающего распределения предлагается определять в ходе решения задачи математического программирования из условия обеспечения минимума целевой функции, в роли которой выступает  $\chi^2$ :

$$\begin{aligned} (p_0, m_1, \sigma_1, m_2, \sigma_2, s_2)' &= \\ &= \arg \min \chi^2(p_0, m_1, \sigma_1, m_2, \sigma_2, s_2), \end{aligned}$$

где  $(p_0, m_1, \sigma_1, m_2, \sigma_2, s_2)'$  - совокупность искомым параметров сглаживающего распределения.

Используются очевидные ограничения:

$$0 \leq p_0 < 1, \quad 0 < \sigma_1, \quad 0 < \sigma_2.$$

Решение осуществляется с использованием соответствующих функций стандартного табличного программного обеспечения для ПЭВМ.

Результаты описанных выше этапов алгоритма проверки статистической гипотезы не отвечают на вопрос, правомерно ли использование смеси распределений (2) с параметрами  $(p_0, m_1, \sigma_1, m_2, \sigma_2, s_2)'$  для сглаживания наблюдений. Ответ на данный вопрос даёт заключительный шаг алгоритма, состоящий в сравнении подсчитанной по формулам (3), (4) величины  $\chi^2$  с критическим значением  $\chi^2(\rho; \nu)$ , определяемым по таблице квантилей  $\chi^2$ -распределения Пирсона в зависимости от критического уровня значимости  $\rho$  и числа степеней свободы  $\nu$ . Табулированные значения  $\chi^2(\rho; \nu)$  широко доступны, содержатся в многочисленных источниках, например, [4], а также реализованы в виде статистической функции табличных процессоров. Величина  $\rho$ , как правило, задаётся в пределах 0.01-0.1. Число степеней свободы определяется по формуле:

$$\nu = m - r - 1,$$

где  $r$  – число оцениваемых параметров распределения. Если  $\chi^2 < \chi^2(\rho; \nu)$ , то гипотеза

за о возможности сглаживания эмпирического распределения смесью (2) с параметрами  $(p_0, m_1, \sigma_1, m_2, \sigma_2, s_2)'$  принимается, в противном случае отвергается.

В соответствии с описанной методикой был проведён анализ статистических данных по отклонениям прилётов рейсов в ряде аэропортов, подтвердивший правомерность использования распределения (2) для аппроксимации наблюдений. Наиболее детальное исследование выполнено для аэропорта Курумоч (г. Самара), работа которого характеризовалась самым полным набором имевшихся статистических данных. Первоначальный анализ проводился по отдельным (достаточно многочисленным) рейсам за определённые интервалы времени. Это позволило объединить рейсы в группы по направлениям. Результаты статистической обработки для одного из рейсов представлены на рис. 1 и в табл. 1.

По результатам расчётов, представленным в табл. 1,  $\chi^2 = 8.3$ . Для принятого критического уровня значимости  $\rho=0.05$ , количества интервалов (с учётом объединения)  $m = 12$  и числа параметров смеси распределений  $r = 6$  критическое значение квантили  $\chi^2$ -распределения составляет  $\chi^2(0.05; 6) = 11.1$ .

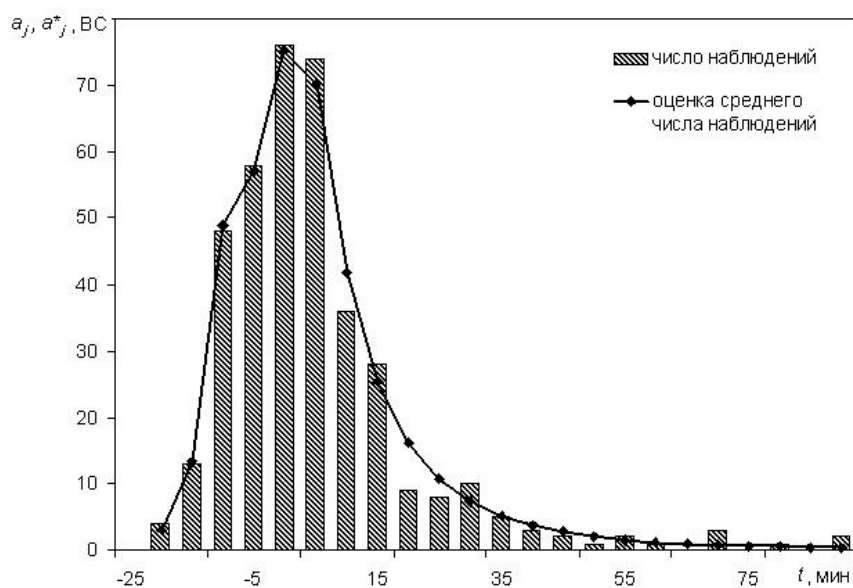


Рис. 1. Распределение величин отклонений времени прилёта рейсов Москва-Самара одной из авиакомпаний в аэропорту Курумоч за летний период 2008 г.

Таблица 1. Анализ статистических данных по отклонениям прилётов рейсов Москва-Самара одной из авиакомпаний в аэропорту Курумоч за летний период 2008 г.

№ интервала, $j$	Границы интервала, $t_{j-1} - t_j$ , мин	Ширина интервала, $\Delta t_j$ , мин	Эмпирическая частота, $a_j$	Оценка функции распределения $F^*(t_j)$	Оценка вероятности попадания в интервал, $p_j^*$	Оценка среднего числа наблюдений, $a_j^*$	$\delta(j)$
1	-25 – -20	5	4	-	-	-	-
2	-20 – -15	5	13	0.0435	0.0435	17.04	0.0000
3	-15 – -10	5	48	0.1630	0.1195	46.85	0.0283
4	-10 – -5	5	58	0.3107	0.1477	57.89	0.0002
5	-5 – 0	5	76	0.5034	0.1928	75.57	0.0025
6	0 – 5	5	74	0.6823	0.1789	70.127	0.2139
7	5 – 10	5	36	0.7891	0.1068	41.87	0.8230
8	10 – 15	5	28	0.8548	0.0657	25.75	0.1964
9	15 – 20	5	11	0.8968	0.0420	16.46	1.8130
10	20 – 30	10	18	0.9247	0.0278	10.91	4.6137
11	30 – 45	15	10	0.9571	0.0324	12.71	0.5770
12	45 – 95	50	8	0.9791	0.0221	8.64	0.0480
13	95 – +∞		8	0.9965	0.0209	8.18	0.0040
Сумма			392		1	392	$\chi^2=8.3400$

Таким образом, условие  $\chi^2 < \chi^2(\rho; \nu)$  выполняется, что позволяет в рассматриваемом случае принять гипотезу о соответствии теоретического распределения (2) эмпирическому. Полученные оценки искомых параметров имеют величины:

$$p_0 = 0.60, m_1 = -13.85, \sigma_1 = 4.99, m_2 = 2.35, \sigma_2 = 0.91 \text{ и } s_2 = -9.85.$$

Результаты статистического анализа отклонений времени прилётов рейсов, сгруппированных по важнейшим для аэропорта Курумоч направлениям, сведены в табл. 2.

Как следует из табл. 2, предложенная смесь распределений даёт удовлетворительное сглаживание для всех выборок, поскольку во всех случаях условие  $\chi^2 < \chi^2(\rho; \nu)$  выполняется. Данные таблиц 1 и 2, а также не представленные в статье результаты обработки статистики ряда других аэропортов свидетельствуют об определённой универсальности рассмотренной смеси распределений, позволяющей использовать её в имитационных моделях различных аэропортов.

**Смесь вероятностных распределений в имитационной модели технологических операций наземного обслуживания перевозок**

Как показано в [5], распределения продолжительности большинства важнейших операций модельного технологического графика наземного обслуживания перевозок, таких, как посадка и высадка пассажиров, погрузка и разгрузка багажа, уборка салона и техническое обслуживание ВС, установка и уборка трапа и целого ряда других удовлетворительно сглаживаются одним из трёх простых асимметричных законов – гамма- и логарифмически нормального распределений, а также распределения Вейбулла, соответствующих особенностям исследуемых здесь процессов. Однако имеется несколько технологических операций, продолжительности которых не могут быть аппроксимированы одним простым законом. К таким операциям относятся, в первую очередь, регистрация и предполётный досмотр пассажиров. Их сглаживание требует использования смеси нескольких распределений.

Таблица 2. Аппроксимация данных об отклонениях прилётов рейсов в аэропорт Курумоч за летний период 2008 г.

Направление	Объем выборки, $n$	Оценки параметров						Число степеней свободы, $\nu$	Значение критерия $\chi^2$ -Пирсона	Критическое значение
		$p_0$	$m_1$	$\sigma_1$	$m_2$	$\sigma_2$	$s_2$			
Сибирь, Дальний Восток	374	0.726	-17.16	5.657	2.964	0.791	-16.518	6	7.6902	12.5915
Курорты Юга РФ	221	0.085	-9.05	11.913	1.868	1.288	17.216	5	2.8592	11.0705
Ср. Азия (СНГ)	283	0.488	-5.878	13.367	3.073	0.745	-2.895	8	7.7366	15.5073
Зарубежная Европа	898	0.256	-16.629	9.796	3.231	0.578	-13.548	10	11.8639	18.307
Москва, С.Петербург	951	0.253	-10.999	13.501	3.397	1.231	-9.076	12	20.3091	21.026
Прочие направления РФ	353	0.638	-9.597	8.787	2.937	0.962	-11.33	9	4.7165	16.9189

Ниже детально рассматривается операция регистрации пассажиров и оформления их багажа. Фактическая продолжительность регистрации пассажиров определённого рейса зависит от нормативной её длительности, установленной технологическим графиком обслуживания ВС, выполняющего рейс.

При порейсовом методе, используемом в большинстве аэропортов РФ, на нормативную продолжительность регистрации оказывает влияние ряд факторов, среди которых наиболее значимыми являются следующие:

- пассажировместимость ВС. Рекомендуется устанавливать время начала регистрации для ВС 1 и 2 класса не менее чем за 1 ч., время окончания – за 40 мин. до времени отправления, указанного в билете. Для ВС 3 и 4 класса – соответственно за 35 и 20 мин. до времени отправления. Для Ил-86 и Ил-96 регистрация должна начинаться за 1 ч. 40 мин. и заканчиваться за 40 мин. до отправления самолета;

- категория перевозки (внутренняя или международная). Регистрация пассажиров международных рейсов требует больших затрат времени по сравнению с внутрироссийскими рейсами;

- категория рейса. Нормативная продолжительность регистрации пассажиров, вылетающих транзитным рейсом, может быть меньше, чем для рейсов других категорий;

- требования авиакомпании-перевозчика, устанавливающей индивидуальные параметры для процедуры регистрации на собственные рейсы и др.

Фактические параметры регистрации могут существенно отличаться от плановых в силу широкого ряда причин, таких, как:

- задержка отправления ВС. При переносе расчётного времени отправления ВС смещаются и деформируются временные рамки операций технологического графика подготовки ВС к вылету, в том числе регистрации;

- наличие опаздывающих пассажиров. В общем случае, пассажиры, опоздавшие на регистрацию, принимаются к перевозке при наличии свободных ресурсов аэропорта, если их оформление не приведёт к длительной задержке вылета. Тем не менее, авиакомпании-перевозчики зачастую намеренно идут на задержку вылета и продление регистрации, чтобы дать возможность опаздываю-



щим пассажирам прибыть на рейс. Это имеет место при наличии на вылетающем рейсе «особо важных персон», либо большого числа трансферных пассажиров, прибытие которых ожидается опаздывающим стыковочным рейсом, и в ряде других случаев;

- продление регистрации по причине допосадки пассажиров, приобретших билет непосредственно перед вылетом самолета;

- особенности контингента пассажиров. Регистрация, как правило, требует меньших затрат времени на авиалиниях, где пассажиры следуют без большого количества багажа и др.

Влияние описанных выше факторов вызывает значительные отклонения времени регистрации от плана как в меньшую, так и в большую сторону, хотя для большинства рейсов фактическая продолжительность регистрации близка к плановой.

Ниже в качестве примера рассмотрены результаты сглаживания вероятностного распределения продолжительности регистрации пассажиров и оформления багажа в Международном аэропорту Курумоч. Гистограмма эмпирического и полигон сглаженного распределений с сохранением введённых ранее обозначений приведены на рис. 2. В примере использованы данные о 599 внутрироссийских начальных рейсах, выполненных

самолётами Ту-154, Як-42 и Boeing-737 различных модификаций в январе-июне 2007 г.

Учитывая сложный характер фактического распределения, для его сглаживания используется смесь из двух распределений, которые подбирались таким образом, чтобы обеспечить минимум значению критерия  $\chi^2$ . Рассматривались различные сочетания нормального, логарифмически нормального распределений, распределения Вейбулла, а также гамма-распределения. В каждом сочетании распределения могли повторяться. Например, неплохое сглаживание обеспечила смесь двух распределений Вейбулла с различными параметрами.

Как и в предыдущем случае, наименьшую величину  $\chi^2 = 14.05$  доставила смесь нормального и логарифмически нормального распределений с оценками параметров  $p_0 = 0.50$ ,  $m_1 = 59.00$ ,  $\sigma_1 = 18.72$ ,  $m_2 = 3.93$ ,  $\sigma_2 = 0.06$  и  $s_2 = 0.00$ . Для принятого критического уровня значимости  $\rho = 0.05$ , количества интервалов  $m = 15$  и числа параметров распределения  $r = 6$  критическое значение квантили  $\chi^2$ -распределения составляет  $\chi^2(0.05; 8) = 15.51$ , что позволяет принять гипотезу о соответствии теоретического распределения эмпирическому.

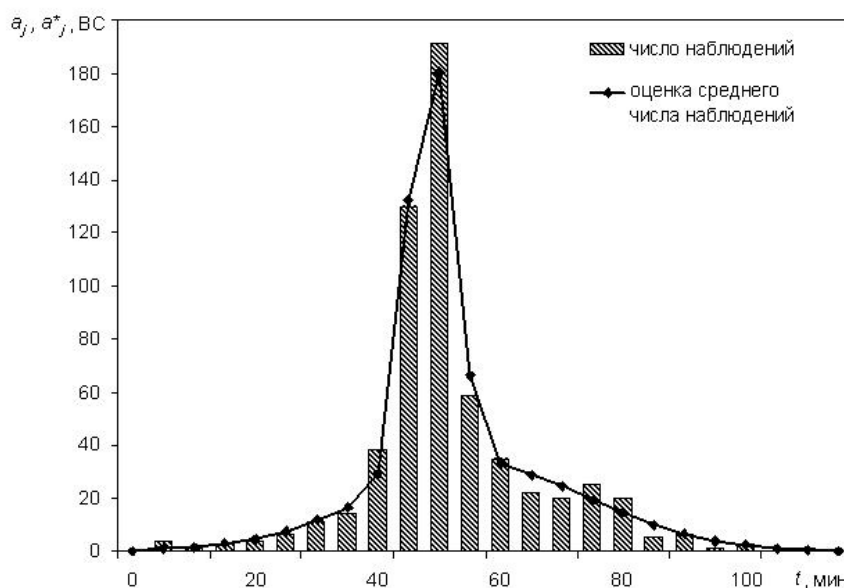


Рис. 2. Распределение длительности регистрации пассажиров в аэропорту Курумоч

### Заключение

Использование в имитационной модели аэропорта лишь широко известных простых теоретических вероятностных распределений повышает её работоспособность, но негативно сказывается на точности результатов моделирования. Замена сглаживающих распределений на эмпирические в тех блоках модели, где первые дают высокую погрешность, приводит к усложнению модели при ограниченном повышении точности. Компромисс состоит в использовании в модели вместо эмпирических распределений смесей теоретических законов, позволяющих сохранить лучшие качества первых двух имитационных моделей.

Эффективным инструментом формирования смесей является стандартное программное обеспечение персональных компьютеров, расширенное специализированной функцией решения задач математического программирования.

Сформированные стохастические модели учёта отклонений моментов прилёта самолётов от расписания и продолжительностей технологических операций в настоящее

время включены в состав общей имитационной модели функционирования узлового аэропорта, реализованной на базе системы имитационного моделирования GPSS World.

### Библиографический список

1. Бусленко, Н.П. Моделирование сложных систем [Текст] / Н. П. Бусленко. - М.: Наука, 1978.
2. Кельтон, В. Имитационное моделирование. Классика CS / В. Кельтон, А. Лоу. - СПб.: Питер, 2004.
3. Friend J.K. Two Studies in Airport Congestion. Operat. Res. Quart., 1958, Vol. 9, No. 3.
4. Андронов, А. М. Математические методы планирования и управления производственно-хозяйственной деятельностью предприятий гражданской авиации [Текст] / А. М. Андронов, А. Н. Хижняк. - М., «Транспорт», 1977.
5. Романенко, В.А. Математические модели функционирования узловых аэропортов в условиях современного авиатранспортного рынка: монография [Текст] / В. А. Романенко. - Самара: «Ас Гард», 2010.

## USE OF PROBABILITY DISTRIBUTION MIXES IN AIRPORT SIMULATION MODEL

© 2011 V. A. Romanenko

Samara State Aerospace University  
named after academician S. P. Korolyov (National Research University)

The paper suggests using probability distribution mixes to describe flight flows and the process of their servicing at an airport in order to construct a simulation model of airport production processes. The model is to be detailed, accurate and fast enough to solve applied and research tasks. A procedure for forming distribution mixes is described and examples of using them in a real airport model are given.

*Airport, simulation model, probability distributions mixes.*

**Информация об авторе**

**Романенко Владимир Алексеевич**, кандидат технических наук, доцент, докторант кафедры организации и управления перевозками на транспорте, Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С. П. Королёва (национальный исследовательский университет). E-mail: vla\_rom@mail.ru. Область научных интересов: оптимизация и моделирование системы обслуживания перевозок узлового аэропорта.

**Romanenko Vladimir Alexeevitch**, candidate of technical sciences, associate professor, doctor's degree at the department of transportation organization and management, Samara State Aerospace University named after academician S. P. Korolyov (National Research University). E-mail: vla\_rom@mail.ru. Area of research: optimization and simulation of a hub airport transportation service system.