УДК 621.64 + 004.9

ТРАНСФОРМИРУЕМАЯ ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ТРУБОПРОВОДА

© 2011 В. Н. Гаврилов

Самарский государственный аэрокосмический университет
имени академика С. П. Королёва (национальный исследовательский университет)

Разработана геометрическая модель трубопровода для применения в автоматизированном проектировании топливных систем. Математическое описание построено на применении аппарата R-функций. Функции, описывающие геометрию трубопровода, включают ряд параметров, позволяющих изменять не только форму оси, но и форму сечения (при сохранении его площади).

Модель геометрическая трансформируемая, трубопровод.

В процессе проектирования агрегатных отсеков возникают ситуации, требующие установки новых элементов или перемещения уже размещённых. В автоматизированном проектировании это требует изменения геометрической модели системы. Трансформируемая модель рассчитывается автоматически. Варианты трансформированных моделей предлагаются конструктору для оценки. В его функции входит выбор подходящего варианта из предложенных системой.

Постановка задачи. Необходимость трансформации модели возникает в том случае, когда при перестановке или добавлении агрегата возникает пересечение элементов компоновки. В выбранной геометрической модели элементы описаны R-функциями [1], причём в точках, принадлежащих элементу, R-функция принимает отрицательное значение. Область пересечения элементов описывается R-конъюнкцией всех элементов компоновки. Если существуют точки, переводящие R-конъюнкцию в область отрицательных значений, то в компоновке есть пересекающиеся элементы (причём выбранные точки лежат в зоне пересечения). Таким образом, условие, определяющее необходимость трансформации, запишется в виде

$$min\left[\wedge_\alpha \vartheta_i\left(X,Y,Z\right)\right]^N < 0, \qquad (1)$$

где ϑ_i - R-функция элемента, i - номер элемента, X, Y, Z - координаты проверяемой точки, N - число элементов в отсеке, $\wedge_\alpha$ - операция R- конъюнкции.

Традиционная функция цели при проектировании летательного аппарата - масса конструкции. В рассматриваемом случае расчёт массы затруднён, но можно с достаточной уверенностью считать, что масса линейно зависит от длины трубопровода, которую легко рассчитать.

Примем функцию цели в следующем виде:

$$F = \sum_i^N l_i(U_j)\,, \qquad (2)$$

где l_i - длина элементарного участка трубопровода, U_j - вектор, определяющий длину участка трубопровода.

Переменными при выборе решения являются варианты участков трубопровода, удовлетворяющие условиям функционирования и непересечения. В общем виде задача формулируется следующим образом: найти

$$\min_{E \subset G} F\,, \qquad (3)$$

где G - множество вариантов прокладки трубопровода, E - варианты, удовлетворяющие условиям непересечения.

Число рациональных вариантов прокладки трубопровода невелико, и выбор оптимального может быть выполнен простым перебором.

Для пространственного описания геометрического тела использован аппарат R-функций.

Модель использует три вложенные системы координат:

- собственную систему изменяемого фрагмента - *xyz;*

- собственную систему геометрического элемента - $\xi\psi\zeta$;

- систему координат отсека - XYZ.

(Расположение фрагмента определяется положением его системы координат относительно элемента. В свою очередь, расположение геометрического элемента в отсеке определяется положением системы координат элемента относительно системы координат отсека).

Параметры, определяющие взаимное положение систем координат:

- координаты центра **U**oi *(Xi,Yi,Zi);*

- матрица направляющих косинусов осей:

$$\mathbf{L} = \begin{pmatrix} l_x & m_x & n_x \\ l_y & m_y & n_y \\ l_z & m_z & n_z \end{pmatrix} \text{ или орты } \mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}. \quad (4)$$

Расчёт R-функций проводится в собственной системе координат элемента. Все расчёты, связанные с определением положения элемента или получением его чертежа, проводятся в основной системе координат.

В процессе компонования отсека может возникнуть ситуация, когда проложенный трубопровод мешает размещению других элементов. Конструктору предоставляется два выхода: обойти препятствие или изменить форму сечения трубопровода.

Обход препятствия. Этот вариант трансформации кажется наиболее очевидным и простым в реализации. Возможны два способа реализации обхода (рис. 1):

- обход по границе препятствия (вариант 1а);

- обход с минимизацией длины трубопровода (вариант 1б).

Первый способ можно рассматривать как предельный частный случай второго. Он явно не оптимален по длине трубопровода, но его реализация требует меньшего числа участков трубопровода и позволяет экономить свободное пространство отсека.

Реализация обхода требует определения узлов прокладки новых участков трубопровода (**U**$_{\text{н}}$ ... и т. д.). Число узлов и их координаты зависят от формы и размеров препятствия. Первый и последний узлы лежат на исходной оси трубопровода. Направление оси нового участка трубопровода совпадает с направлением исходной оси.

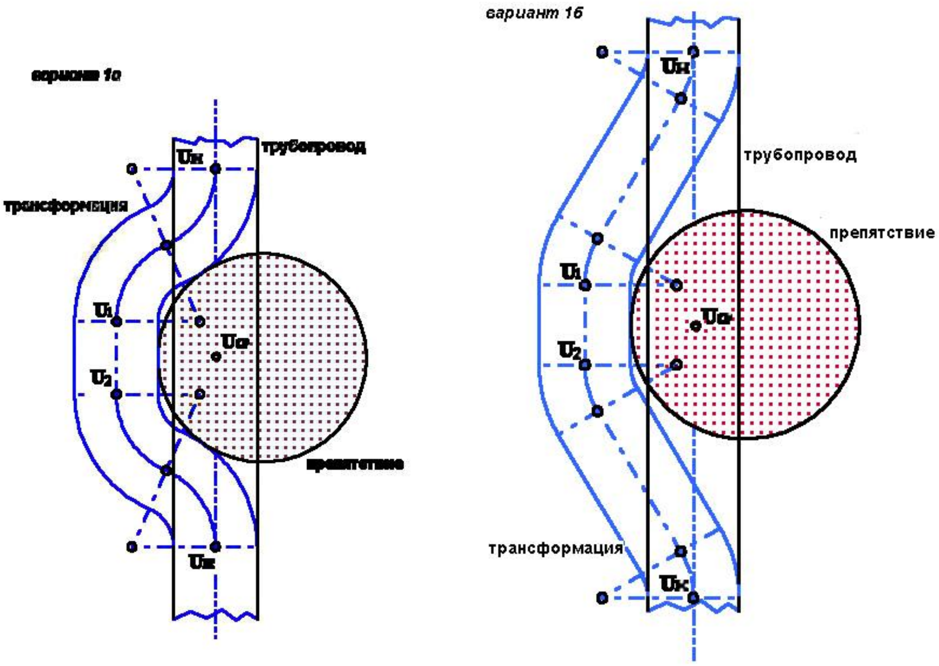

Рис. 1. Параметры трансформации при обходе препятствия

Изменение сечения трубопровода возможно, когда препятствие незначительно перекрывает сечение трубопровода (не более 0.2D). Цилиндрический участок трубопровода заменяется участком сложной формы, плавно переходящим от цилиндрического сечения к эллиптическому. Принцип трансформации с изменением сечения трубопровода (вариант 2) показан на рис. 2.

Параметры эллиптической вставки: координаты начального и конечного узлов, величина малой полуоси эллипса, угол, задающий направление оси эллипса. Положение участка с изменяемым сечением определяется вектором $\mathbf{U}_{пр}$ (радис-вектор препятствия в основной системе координат). Значение R-функции, полученной пересечением компонуемых тел, в точке, определяемой этим вектором, минимально. При этом агрегат пересекается с участком трубопровода:

$$\xi^2_{пр} + \psi^2_{пр} - D^2/4 < \delta^2 , \tag{5}$$

где δ - минимальное допустимое расстояние между элементами компоновки; $\xi_{пр}$, $\psi_{пр}$ - координаты препятствия в системе трубопровода ($\mathbf{\Omega} = (\xi,\psi,\zeta) = \mathbf{L}\cdot\mathbf{U}$; $\mathbf{L}$ - матрица направляющих косинусов трубопровода).

Площадь сечения трубопровода должна оставаться постоянной:

$$S = \pi D^2/4 = \pi ab, \tag{6}$$

где a, b - большая и малая полуоси эллипса. Следовательно, должно выполняться соотношение $a = D^2/4b$. Наименьшее значение малой полуоси (в районе препятствия) определяется расстоянием до препятствия:

$$b_{min} = \sqrt{\xi^2_{пр} + \psi^2_{пр} - \delta} = \Delta - \delta . \tag{7}$$

Направление малой полуоси определяется углом α:

$$\text{tg}\,\alpha = \xi_{пр} / \zeta_{пр} . \tag{8}$$

Положение изменяемого элемента в системе координат трубопровода определяется началом новой системы координат (xyz)

$$(\xi = 0,\ \psi = 0,\ \zeta = \zeta_{пр}) \tag{9}$$

и направляющими косинусами

$$l = \xi_{пр} / \psi_{пр} ,\ m = \psi_{пр} / \xi_{пр} ,\ n = 0 . \tag{10}$$

Общий алгоритм трансформации строится по следующей схеме:

- анализ пересечения трубопровода с агрегатами, размещёнными в отсеке;
- если обнаружено пересечение, то определение номера агрегата и номера элемента трубопровода, которые пересекаются;
- определение “критической” точки пересечения;
- анализ границ пересечения;

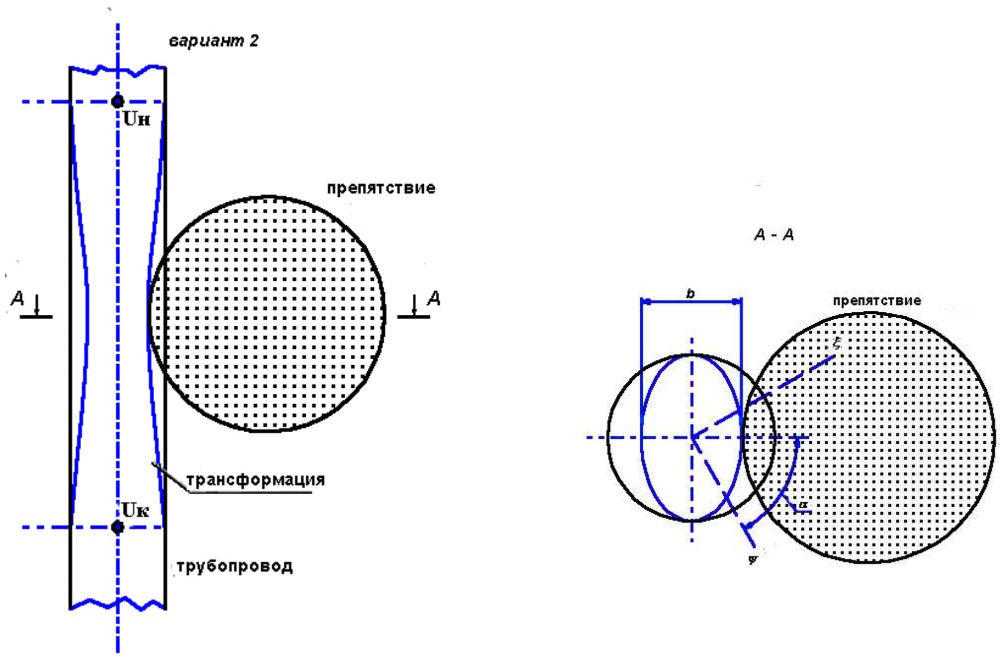

Рис. 2. Трансформация с изменением формы сечения трубопровода

- расчёт необходимого смещения оси трубопровода;

- расчёт минимальной длины перемещаемого участка трубопровода;

- расчёт дополнительных точек трассировки трубопровода;

- трассировка трансформируемого трубопровода и построение его модели.

Центральный алгоритм расчёта трансформируемой модели - анализ пересечения агрегата с трубопроводом. В общем виде алгоритм анализа пересечения можно реализовать в следующем виде:

- построить R-функцию области пересечения трубопровода с множеством (объединением) агрегатов в отсеке;

- найти минимальное значение R-функции в пределах отсека;

- проверить знак полученного значения.

Алгоритм проверки пересечения:

1) выбираем очередной агрегат (n);

2) выбираем участок трубопровода (i) ;

3) выбираем начальную точку участка трубопровода ($\boldsymbol{U}_j$);

4)рассчитываем R-функцию агрегата в выбранной точке ($\rho_i(\boldsymbol{U}_j)$). Если её значение больше расстояния до крайней точки участка трубопровода $\rho_i(\boldsymbol{U}_j)>\delta_i(\boldsymbol{U}_j)$ (где $\delta_i(\boldsymbol{U}_j)= =\sqrt{h_i^2 + D_i^2/4}$ - для цилиндрического участка и $(2r+D_i)\mathrm{Sin}(\alpha/2)$ - для торового участка), то переходим к п. 2;

5) если значение R-функции меньше радиуса трубопровода $\rho_i(\boldsymbol{U}_j) < D_i/2$, то агрегат пересекается с трубопроводом - запоминаем номера агрегата и участка трубопровода, а также координаты узла входа в область пересечения. Переходим к поиску точки на оси, в которой функция имеет наименьшее значение (это значение равно расстоянию от оси до поверхности агрегата);

6) делаем шаг по оси в направлении конечной точки участка трубопровода ($\zeta+\Delta\zeta$); если $\zeta > h_i$, то переходим к п. 2;

7) повторяем расчёт: если значение R-функции уменьшается, то идём дальше;

8) если значение функции увеличивается, то запоминаем значение R-функции и координаты соответствующего узла;

9) делаем шаг по оси в направлении конечной точки участка трубопровода ($\zeta+\Delta\zeta$) - если $\zeta > h_i$, то переходим к п. 2; повторяем расчёт, пока выполняется условие $\rho_i(\boldsymbol{U}_j) < D_i/2$; запоминаем координаты узла выхода из области пересечения; переходим к п. 11;

10) если все участки проверены, то переходим к п. 1; если все агрегаты проверены, то пересечения нет;

11) конец расчёта.

R-функции агрегата рассчитываются в собственной системе координат. Для перехода от одной системы координат к другой используются следующие соотношения в векторной форме:

$$\boldsymbol{\Omega} = \mathbf{L}\cdot(\mathbf{U} - \mathbf{U}_{\text{н}}),\ \mathbf{U} = \boldsymbol{\Omega}\cdot\mathbf{L}^{\text{т}} + \mathbf{U}_{\text{н}}\ , \qquad (11)$$

где $\boldsymbol{\Omega} = (\xi,\psi,\zeta)$ - вектор в собственной системе координат; $\mathbf{L}^{\text{т}}$ - транспонированная матрица.

Анализ границ пересечения. В том случае, когда агрегат пересекает трубопровод, необходимо определить направление обхода.

Алгоритм проверки пересечения определяет следующие параметры:

- координату “узкого” места по оси трубопровода (ζ_k);

- расстояние до поверхности пересекающего агрегата (ρ_k);

- номер пересекающего агрегата n.

Вводим полярную систему координат в плоскости, перпендикулярной оси трубопровода с центром в точке (ζ_k). Выбираем точку с полярными координатами (α_0,ρ_k) и рассчитываем значение R-функции агрегата n в этой точке. Вращая точку с постоянным радиусом ρ_k , находим положение α, при котором абсолютное значение функции минимально. Это положение определяет направление обхода агрегата.

Положение “критической” точки в системе координат трубопровода определяется соотношениями

$$\zeta=\zeta_k,\ \psi=\rho_k\mathrm{Cos}\,\alpha,\ \xi=\rho_k\mathrm{Sin}\,\alpha. \qquad (12)$$

Вариант трансформации зависит от величины ρ_k. При $\mathrm{D}/2 > \rho_k > \mathrm{D}/6$ возможны любые варианты. В других случаях - только обход препятствия. Координаты центральной точки прокладки трубопровода при обходе:

$$\zeta=\zeta_k,\ \psi=(\rho_k + \mathrm{D}/2 + \varepsilon)\ \mathrm{Cos}\,\alpha,$$
$$\xi=(\rho_k + \mathrm{D}/2 + \varepsilon)\ \mathrm{Sin}\,\alpha, \qquad (13)$$

где ε - допустимый зазор между агрегатами.

Для определения граничных точек прокладки трубопровода при обходе применим следующий алгоритм:

- дадим центральной точке прокладки приращение $\zeta_в = \zeta_k + \Delta\zeta$ и рассчитаем R-функцию агрегата n в этой точке;

- если значение R-функции отрицательное, то повторим операцию;

- если значение R-функции положительное, то увеличим полученное значение координаты $\zeta_в$ на D и примем его как значение верхней границы;

- значение нижней границы получим аналогично, используя отрицательное приращение координаты ζ.

Введение трансформируемых участков в заранее сформированную модель трубопровода проводится в автоматическом или диалоговом режиме и позволяет исключить непроизводительные затраты времени конструктора при внесении изменений в проект.

Учёт особенностей объекта проектирования позволил свести пространственную задачу к одномерному поиску.

Библиографический список

1. Гаврилов, В. Н. Автоматизированная компоновка приборных отсеков летательных аппаратов [Текст]/ В. Н. Гаврилов. - М.: Машиностроение, 1988. – 136 с.

FLEXIBLE GEOMETRICAL MODEL OF PIPELINE

Samara State Aerospace University
named after academician S. P. Korolyov (National Research University)

A geometric model of a pipeline has been developed for use in automated design of fuel systems. The mathematical description is based on the use of R-function apparatus. The functions that describe the pipeline geometry include a number of parameters which make it possible to change not only the form of the shaft but also that of the section (while retaining its area).

Flexible geometrical model, pipeline.

Информация об авторе

Гаврилов Валерий Николаевич, доктор технических наук, профессор кафедры инженерной графики, Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С. П. Королёва (национальный исследовательский университет). E-mail: vgavr39@mail.ru. Область научных интересов: геометрическое моделирование в машиностроении.

Gavrilov Valeriy Nikolaevich, doctor, professor, department of engineering graphics, Samara State Aerospace University named after academician S. P. Korolyov (National Research University). E-mail: vgavr39@mail.ru. Area of research: geometric modeling in mechanical engineering.