

## СПОСОБ И ТЕХНИЧЕСКИЕ СРЕДСТВА ОЦЕНКИ ДОСТОВЕРНОСТИ ЦИФРОВЫХ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ УГЛА

© 2011 В. М. Гречишников, А. А. Юдин

Самарский государственный аэрокосмический университет  
имени академика С. П. Королева (национальный исследовательский университет)

Рассмотрены новый способ контроля достоверности преобразования, основанный на формировании разностного сигнала поверяемого и эталонного преобразователей, и принципы построения устройств контроля достоверности на его основе. Показано, что во всех случаях ошибка контроля достоверности определяется, весом младшего разряда кода эталонного цифрового преобразователя угла. Установлена зависимость между допустимой погрешностью контроля, достоверностью эталонного цифрового преобразователя угла и соотношением количества разрядов эталонного и поверяемого преобразователей.

*Способ контроля достоверности преобразования, устройство контроля достоверности, цифровой преобразователь угла.*

### Введение

Достоверность аналого-цифрового преобразования относится к числу важнейших интегральных показателей точности цифровых преобразователей угла (ЦПУ), характеризующих степень соответствия метрологических характеристик реального  $n$ -разрядного преобразователя метрологическим характеристикам идеального  $n$ -разрядного квантователя. Задача оценки достоверности часто возникает как на этапе формирования прогнозных оценок достоверности вновь разрабатываемых конструкций ЦПУ, так и на этапе метрологической аттестации реальных преобразователей на различных стадиях их экспериментальной доводки: от макетных образцов до серийных изделий. С математической точки зрения под достоверностью преобразования понимается вероятность того, что суммарная погрешность преобразования не выходит за пределы  $\pm 0,5\Delta$  [1]:

$$P = \int_{-0,5\Delta}^{+0,5\Delta} f(\Delta_{\Sigma}) d\Delta_{\Sigma}, \quad (1)$$

где  $\Delta$  – расчётный шаг квантования ЦПУ,  $f(\Delta_{\Sigma})$  – плотность распределения суммарной погрешности на выходе преобразователя. В общем случае  $f(\Delta_{\Sigma}) = f(\Delta_{кв}) * f(\Delta_u)$  – композиция плотности распределения мето-

дической погрешности квантования  $\Delta_{кв}$  и инструментальной погрешности  $\Delta_u$ . Из (1) следует, что достоверность преобразования по существу определяет значение доверительной вероятности нахождения суммарной погрешности в доверительном интервале  $\pm\Delta$ .

Для идеального квантователя плотность распределения инструментальной погрешности можно представить в виде  $\delta$ -функции:

$$f(\Delta_u) = \begin{cases} 1 & \text{при } \Delta_u = 0, \\ 0 & \text{при } \Delta_u \neq 0, \end{cases} \quad (2)$$

поэтому  $f(\Delta_{\Sigma}) = f(\Delta_{кв})$ . Из теории аналого-цифрового преобразования известно [1, 3], что  $\Delta_{кв}$  подчинена равномерному закону на интервале  $\pm 0,5\Delta$ , откуда следует, что достоверность любого идеального квантователя равна 1. Поэтому основной задачей в процессе теоретической оценки достоверности является поиск и обоснование аналитического выражения для  $f(\Delta_u)$ . Ввиду сложности данной задачи обычно принимают закон распределения  $\Delta_u$  нормальным [3]. Его числовые характеристики устанавливаются на ос-

новании априорной информации, приводимой в справочной литературе [1]. Однако такой подход не отражает в должной мере особенностей внутренних механизмов формирования и случайного внешнего проявления инструментальной погрешности, что приводит к недостаточной надёжности получаемых оценок достоверности.

В связи с этим рассмотрим:

- новый подход к оценке достоверности (способ), основанный на использовании обобщённой математической модели аналого-цифрового преобразования;

- принцип построения (структурная схема) устройства контроля достоверности, позволяющего перейти (преобразовать) от рассмотрения многоразрядного цифрового сигнала на выходе ЦПУ к анализу аналогового квантованного сигнала с эквивалентными информационными и метрологическими свойствами.

**Способ оценки достоверности преобразования ЦПУ с использованием их обобщённой математической модели**

Предлагаемый способ заключается в последовательном выполнении следующих операций:

- 1) формирование функции преобразования идеального ЦПУ;
- 2) формирование функции преобразования реального ЦПУ;
- 3) нахождения модуля разности этих характеристик;
- 4) формирование числового массива инструментальных погрешностей;
- 5) вычисление достоверности преобразования как вероятности нахождения погрешности преобразования в пределах  $\pm\Delta$ .

Отметим, что реализация рассматриваемого способа оценки достоверности возможна как программными, так и аппаратными средствами.

При моделировании достоверности ЦПУ необходимо иметь в виду следующие обстоятельства.

В самом общем случае числовой эквивалент измеряемого сигнала на выходе любого АЦП равен:

$$N(x) = \sum_{i=1}^n a_i(x)q_i, \tag{3}$$

где  $a_i(x)$  - значения разрядных цифр выходного кода, представляющие собой логические функции непрерывного аргумента – измеряемой величины  $x$ ,  $a_i(x) = \overline{0, 1}$ ;  $q_i$  - значение весового коэффициента;  $n$  – число разрядов преобразователя.

В состав любого ЦПУ входят аналоговые, аналого-цифровые и логические функциональные элементы. В [2] показано, что обобщённая математическая модель реального ЦПУ может быть представлена в виде

$$N_p(x) = \sum_{i=1}^n F_i[V(x, c^0, \Delta c)]q_i, \tag{4}$$

где  $c^0$  - совокупность номинальных значений конструктивных параметров,  $\Delta c$  - совокупность отклонений конструктивных параметров (погрешностей) от номинальных значений,  $V$  - совокупность выходных сигналов реальных компараторов, которые в определённых сочетаниях используются в качестве аргументов функций  $F_i$ , отображающих логический алгоритм формирования  $i$ -го разряда выходного кода.

Для ЦПУ, вырабатывающих выходной сигнал в двоичном коде,  $q_i = 2^{i-1}$ . Полагая в

(4)  $\Delta c = 0$ ,  $V = V^0$ , получим модель идеального ЦПУ:

$$N_u(x) = \sum_{i=1}^n F_i[V^0(x, c_a^0)]q_i, \tag{5}$$

где  $V^0$  - выходные сигналы идеальных компараторов.

В нормальных условиях для каждого отдельного кванта инструментальная погрешность рассматривается как систематическая, а по всему множеству квантов (во всём диапазоне измерения) – как случайная величина. График функции преобразования идеального квантователя показан на рис. 1,  $a$  сплошной жирной линией, а функция преобразования реального ЦПУ, найденная по

(4) при  $\Delta c \neq 0$ , показана пунктиром. На рис. 1,б приведён график суммарной погрешности идеального преобразователя, найденный как

$$\Delta N_1 = N_u(x) - N(x), \quad (7)$$

где  $N(x) = \lim_{\Delta \rightarrow 0} N_u(x)$  - линейная функция.

Из графика видно, что она никогда не выходит за пределы  $\pm 0,5$  кванта. Для реального преобразователя значение суммарной погрешности:

$$\Delta N_2 = N_p(x) - x \quad (8)$$

может значительно превышать (для некоторых типов ЦПУ в несколько раз) значение методической погрешности идеального  $n$ -разрядного квантователя (рис. 1,в) [2, 3].

Если максимальное значение суммарной погрешности превышает значение шага квантования, то это приводит к недо-

стоности младшего разряда и потере одного бита информации на выходе ЦПУ. Поскольку суммарная погрешность является случайной величиной, то не все её значения выходят за границы интервала  $\pm 0,5$  кванта.

Числовой массив значений общей погрешности преобразования может быть найден путём вычисления разности

$$\Delta N_3 = N_p(x) - N_u(x), \quad \Delta N_3 \in \overline{0,1}. \quad (9)$$

Она представляет собой последовательность прямоугольных импульсов с амплитудой, равной единице, полярность которых определяет знак инструментальной погрешности, а «длительность» – абсолютную величину (рис. 1,г).

Оценку достоверности  $\Delta N_3$  можно получить согласно [2, 3]:

$$P = 1 - \frac{\int_0^{360} |\Delta N_3(x)| dx}{360}. \quad (10)$$

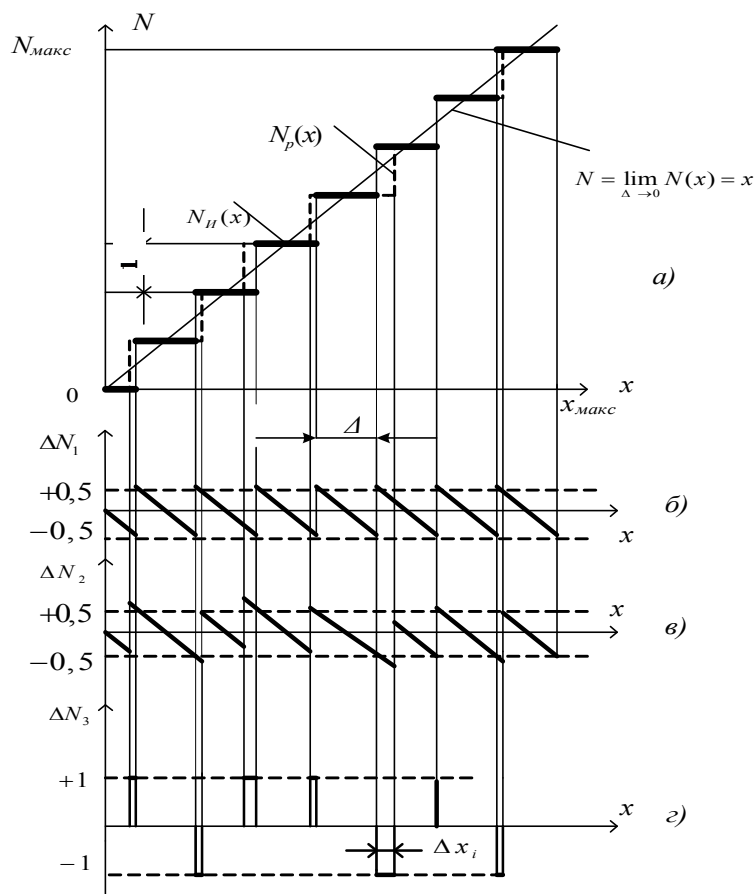


Рис. 1. Способ определения достоверности аналого-цифрового преобразования

Числитель выражения (10) представляет собой сумму поддиапазонов, в пределах которых, суммарная погрешность выходит за пределы  $\pm 0,5$  кванта.

Выражая интеграл через конечные приращения, получим

$$P = 1 - \frac{\sum_{i=1}^m |\Delta x_i|}{360}, \quad (11)$$

где  $|\Delta x_i|$  - модуль погрешности воспроизведения  $i$ -го уровня квантования;  $m$  - общее число уровней квантования во всем диапазоне преобразования. Полагая в (11)

$|\Delta x_i| = const = \Delta x_{cp}$  и учитывая, что

$$\Delta x_{cp} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m |\Delta x_i|,$$

получим  $360(1 - P) = m\Delta x_{cp}$ , откуда, с учетом  $m = 2^n$ , следует выражение:

$$\Delta x_{cp} = \frac{1 - P}{2^n} 360, \quad (12)$$

позволяющее определить допустимое среднее значение инструментальной погрешности  $\Delta x_{cp}$ , исходя из заданных значений  $n$  и  $P$ .

Графики, построенные по (12), приведены на рис. 2.

Представим  $\Delta x_{cp} = k_\alpha \Delta$ , где  $k_\alpha$  - коэффициент, устанавливающий соотношение между «средневыпрямленным» значением инструментальной погрешности и расчетным шагом квантования  $\Delta = \frac{360}{2^n}$ . Тогда с учётом (12) получим выражение для расчёта значения коэффициента  $k_\alpha$  при заданной достоверности преобразования:

$$k_\alpha = \frac{\Delta x_{cp}}{\Delta} = (1 - P). \quad (13)$$

Из последнего выражения видно, что чем выше требования к достоверности преобразования, тем меньше должна быть величина  $\Delta x_{cp}$ . В частности, при  $P = 1$  значение  $\Delta x_{cp}$  должно быть равно нулю, что соответствует идеальному квантователю.

В процессе оценки достоверности погрешности воспроизведения уровней квантования значения  $\Delta x_i$  на ЭВМ (11) можно выразить по аналогии с классическим методом цифрового измерения временных интервалов через число  $t_i$  модельных шагов  $\Delta x_0$ , укладываемых на интервале  $\Delta x_i$ :  $\Delta x_i = \Delta x_0 t_i$ .

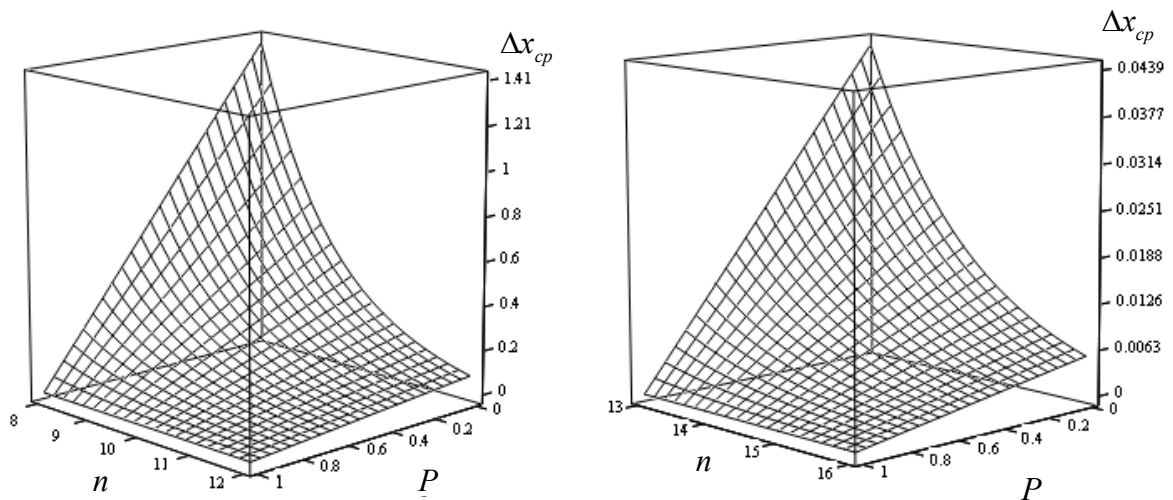


Рис. 2. Графики допустимой инструментальной погрешности в зависимости от заданного числа разрядов и достоверности преобразования

Тогда

$$P = 1 - \frac{\Delta x_0 \sum_{i=1}^m t_i}{360} \quad (14)$$

Выражение (14) определяет принципы построения технических средств инструментального контроля достоверности ЦПУ в ходе их метрологической аттестации.

### Устройства контроля достоверности ЦПУ

Микропроцессорное устройство контроля достоверности ЦПУ, использующее цифро-аналоговые преобразователи (ЦАП), представлено на рис. 3. Оно содержит оптическую делительную головку (ОДГ) со сквозным валом, торцы которого кинематически жёстко связаны с измерительными валами эталонного ЦПУ<sub>э</sub> и поверяемого ЦПУ<sub>п</sub>. Перед проверкой показания обоих датчиков выставляются на ноль. Выходной код ЦПУ<sub>п</sub> в виде *n*-разрядного параллельного двоичного кода подаётся на цифро-аналоговый преобразователь ЦАП 1. На ЦАП 2 подаются *k* старших разрядов *n*<sub>э</sub>-разрядного кода с ЦПУ<sub>э</sub> (*n*<sub>э</sub> > *n*). Выходные сигналы ЦАП вычитаются в дифференциальном усилителе (ДУ). В результате на выходе ДУ формируется последовательность разнополярных импульсов, длительности которых определяют абсолютную вели-

чину погрешностей воспроизведения *i*-х квантов, а полярность определяет знак этих погрешностей. После выпрямления разностного сигнала с помощью выпрямителя В формируется последовательность однополярных импульсов  $\{|\Delta_i|\}$ , длительности которых с помощью логического элемента 2И и счётчика импульсов (СЧИ) измеряются по числу заполняющих их периодов сигнала, формируемого в младшем разряде эталонного преобразователя. При повороте вала ОДГ на 360° в счётчике СЧИ формируется сумма

$$\sum_{i=1}^m |\Delta_i| = T_{Cч} \sum_{i=1}^m t_i, \quad (15)$$

где *T*<sub>Сч</sub> - пространственный период изменения сигнала в младшем разряде эталонного ЦПУ; *t*<sub>*i*</sub> - число импульсов младшего разряда эталонного ЦПУ, соответствующих длительности импульса  $\Delta_i$ .

Диапазон преобразования можно представить в виде  $360 = N \cdot T_{Cч}$ , где *N* - число периодов изменения сигнала в младшем разряде эталонного ЦПУ во всём диапазоне преобразования.

Вводя в микропроцессорное устройство (МПУ) полученные числовые значения

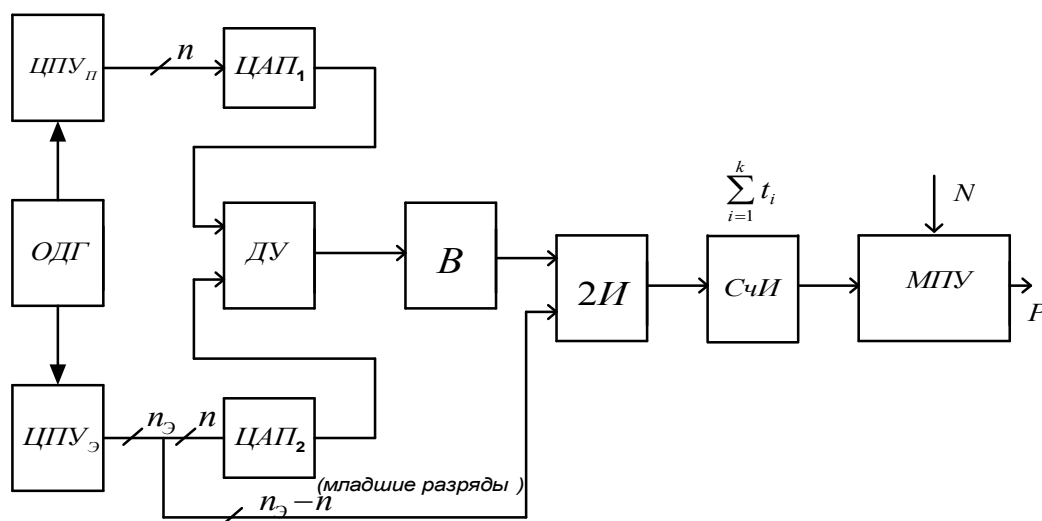


Рис. 3. Устройство контроля достоверности с использованием ЦАП

$T_{Cч} \cdot \sum_{i=1}^k t_i$  и  $N_{T_{Cч}}$ , вычисляют значение достоверности преобразователя ЦПУ<sub>п</sub> по формуле:

$$P = 1 - \frac{\sum_{i=1}^m t_i}{N} \quad (16)$$

Другой разновидностью микропроцессорных схем контроля достоверности является полностью цифровое устройство, показанное на рис. 4. Цифровые коды поверяемого и эталонного ЦПУ параллельно подаются на  $n$ -входовую схему сравнения кодов (ССК) и блок вычитания (БВ). К первой группе входов (верхней по схеме) подключаются в порядке возрастания веса разрядные шины поверяемого ЦПУ. К нижней группе входов в том же порядке подключаются  $n$  старших разрядов эталонного преобразователя. С помощью ССК в процессе вращения вала ОДГ выделяются моменты равенства кодов поверяемого и эталонного ЦПУ. На выходе БВ с помощью младших разрядов эталонного преобразователя формируется разность кодов эталонного и поверяемого ЦПУ, которая в момент прихода строба из ССК равна коду инструментальной ошибки в соответствующей точке диапазона преобразования. Знак этой разности определяет знак ошибки. Значение и знак погрешности по сигналу ССК записывается в регистр памяти (РП), после чего по запросу микропроцессора через интерфейс ввода (ИВв) передается в оператив-

ную память МПУ. При повороте вала на  $360^\circ$  в памяти МПУ формируется числовой массив погрешностей, после обработки которого определяется искомое значение достоверности по формуле:

$$P = 1 - \frac{\sum_{i=1}^m \left( \sum_{j=0}^{n_3-n-1} a_j 2^j \right) t_i}{N} \quad (17)$$

Таким образом, рассмотренные устройства позволяют реализовать способ контроля оценки достоверности преобразования реальных ЦПУ.

### Анализ погрешности контроля достоверности ЦПУ

Проанализируем погрешность измерения достоверности на примере устройства, показанного на рис. 3. В соответствии с [3] для расчёта абсолютной погрешности можно воспользоваться формулой для погрешности косвенных измерений. Тогда с учётом (16) получим:

$$\Delta P = \sum_{i=1}^m \frac{\partial P}{\partial t_i} \Delta t_i + \frac{\partial P}{\partial N} \Delta N \quad (18)$$

Нетрудно заметить, что первый член выражения (18) равен  $\sum_{i=1}^m \frac{\partial P}{\partial t_i} \Delta t_i = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^m \Delta_i$ , где  $\Delta_i$  - методическая погрешность дискретизации, вызванная возможностью потери одного импульса на измеряемом интервале

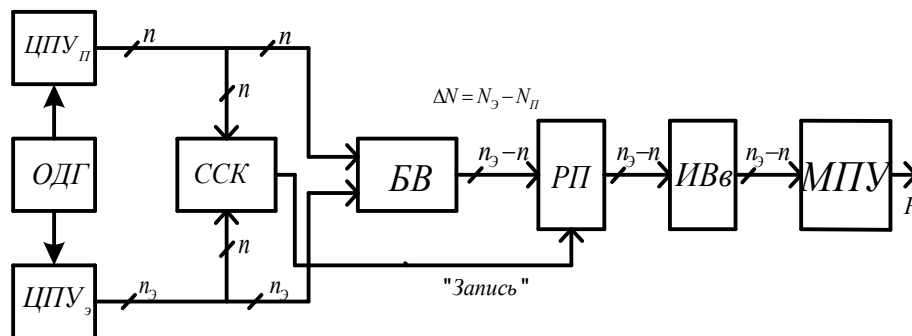


Рис. 4. Устройство контроля достоверности на основе схемы сравнения кодов

$\Delta_i$ . Поэтому естественно предположить, что все  $\Delta_i = 1$ . Отсюда следует, что

$$\frac{1}{N} \sum_{i=1}^m \Delta t_i = \frac{m}{N}, \quad (19)$$

где  $m = 2^{n_{II}}$  – число уровней квантования поверяемого преобразователя,  $n_{II}$  – информационная ёмкость поверяемого преобразователя.

Второй член выражения (18) равен:

$$\frac{\partial P}{\partial N} \Delta N = -\frac{1}{N^2} \sum_{i=1}^m t_i. \quad (20)$$

После преобразований получим:

$$\frac{\partial P}{\partial N} \Delta N = -\frac{1}{N} \left( \frac{1}{N} \sum_{i=1}^m t_i + 1 - 1 \right) = \frac{1}{N} (1 - P). \quad (21)$$

Величина  $(1-P)$  изменяется в диапазоне 0...1, поэтому при достаточно больших значениях  $N$  данная погрешность пренебрежимо мала. Поэтому выражение для погрешности можно представить простым соотношением  $\Delta P = \frac{m}{N}$  или

$$\Delta P = \frac{m}{N} \quad \text{или}$$

$$\Delta P = \frac{2^{n_{II}}}{2^{n_{\text{Э}}}} = 2^{-\Delta n}, \quad (22)$$

где  $\Delta n = n_{\text{Э}} - n_{II}$ . Отсюда видно, что погрешность контроля достоверности тем меньше, чем меньше погрешность эталонного преобразователя. Если задано допустимое значение  $\Delta P$ , то необходимое значение  $\Delta n$  может вычислено по соотношению:

$$\Delta n = \log_2 \left( \frac{1}{\Delta P_{\text{дон}}} \right). \quad (23)$$

С учётом достоверности эталонного преобразователя  $P_{\text{Э}}$  выражение для абсолютной погрешности можно записать в виде [1]

$$\Delta P = \frac{k}{P_{\text{Э}} N}, \quad \text{откуда}$$

$$\Delta^* n = \log_2 \left( \frac{1}{P_{\text{Э}} \Delta P_{\text{дон}}} \right). \quad (24)$$

Последнее выражение определяет необходимое соотношение между информационными характеристиками эталонного и поверяемого преобразователей исходя из требуемой погрешности контроля достоверности с учётом достоверности выходного кода эталонного преобразователя. Графики зависимости (24) для различных значений  $P_{\text{Э}}$  приведены на рис. 5.

### Выводы

1. Предложен и теоретически обоснован способ контроля достоверности преобразования, основанный на вычислении значения достоверности с использованием функции разности идеального и реального ЦПУ.

2. Рассмотрены принципы построения двух вариантов микропроцессорных устройств контроля достоверности, основанных на формировании разностных сигналов с использованием цифро-аналоговых преобразователей и схем сравнения кодов.

3. Показано, что во всех случаях ошибка контроля достоверности определяется, в основном, весом младшего разряда кода эталонного ЦПУ.

4. Установлены зависимости между допустимой погрешностью контроля достоверности и соотношением количества разрядов эталонного и поверяемого ЦПУ.

Данная статья подготовлена по результатам проведения поисковой научно-исследовательской работы в рамках реализации Федеральной целевой программы «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2000 – 2013 годы.

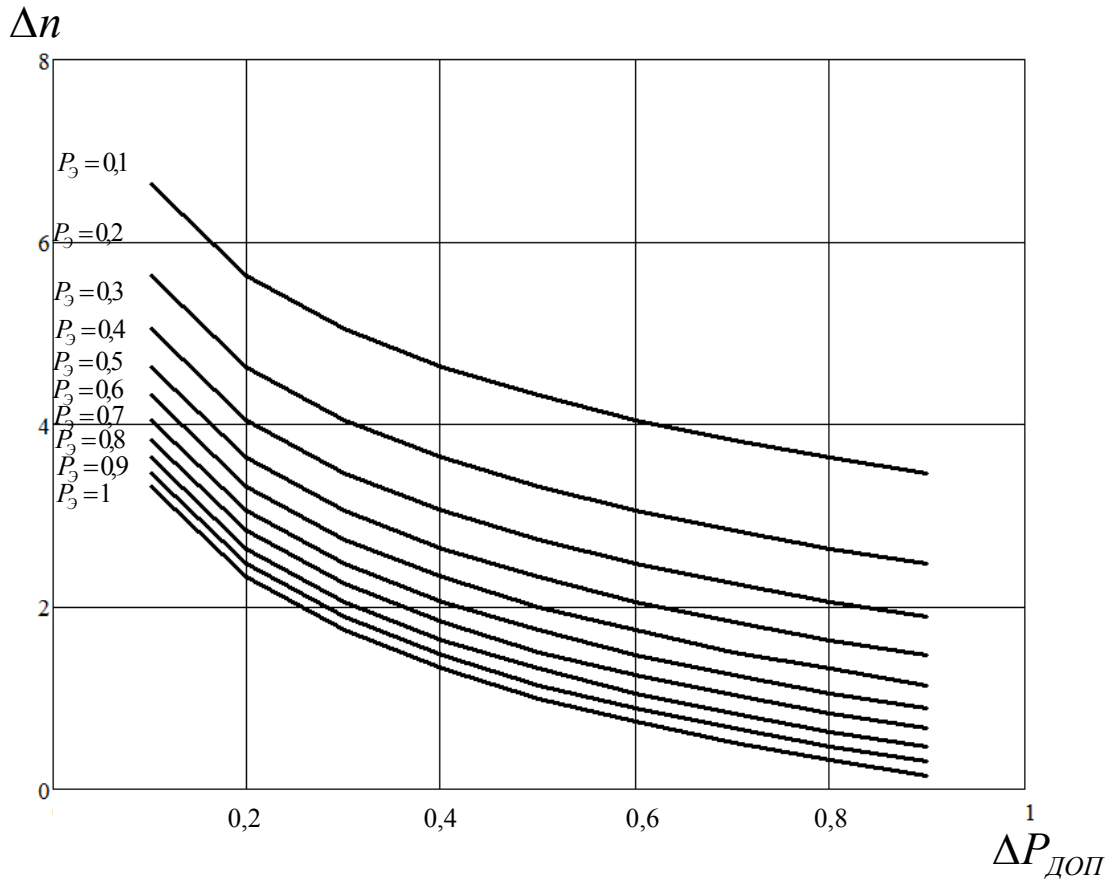


Рис. 5. Зависимость разности между числами разрядов эталонного и поверяемого преобразователей от требуемой точности оценки достоверности

**Библиографический список**

1. Домрачев, В. Г. Цифровые преобразователи угла. Принципы построения, теория точности, методы контроля [Текст]:/ В. Г. Домрачев, Б. С. Мейко. – М.: Энергоатомиздат, 1984. – 328 с.  
 2. Гречишников, В. М. Обобщенная математическая модель цифровых преобразователей перемещений и методы ее анали-

за [Текст]/ В. М. Гречишников, С. В. Гречишников// Вестник Самарского государственного технического университета. Серия «Физико-математические науки» Самара: изд-во СамГТУ. – 1998. – вып.6. – С .11-119.  
 3. Гречишников, В. М. Метрология и радиоизмерения [Текст]/В. М. Гречишников: учеб. пособие. – Самара: Изд-во Самар. гос. аэрокосм. ун-та, 2007. - 160 с.

**METHOD AND TECHNICAL TOOLS OF ASSESSING THE RELIABILITY OF DIGITAL ANGLE CONVERTERS**

© 2011 V. M. Grechishnikov, A. A. Yudin

Samara State Aerospace University  
 named after academician S. P. Korolyov (National Research University)

The paper presents a new method to control the reliability of conversion based on the formation of a difference signal of the converter being verified and the reference converter. The principles of producing reliability control devices on its basis are also discussed. It is shown that in all cases the reliability control error is determined by the weight of the least significant digit of the reference digital angle converter. The relation between the permissible control error, the reliability of the reference digital angle converter and the ratio of the number of digits of the reference converter and the one being verified is established.

*Method of controlling conversion reliability, reliability control device digital angle converter.*



### Информация об авторах

**Гречишников Владимир Михайлович**, доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой электротехники, Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С. П. Королёва (национальный исследовательский университет). E-mail: gv@ssau.ru. Область научных интересов: оптоэлектронные и волоконно-оптические преобразователи информации для систем управления и контроля.

**Юдин Артём Анатольевич**, аспирант кафедры электротехники, Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва (национальный исследовательский университет). E-mail: vip\_6k\_bkl@mail.ru. Область научных интересов: оптоэлектронные и волоконно-оптические преобразователи информации для систем управления и контроля.

**Grechishnikov Vladimir Mikhailovich**, doctor of technical science, professor, head of the department of electrical engineering, Samara State Aerospace University named after academician S. P. Korolyov (National Research University). E-mail: gv@ssau.ru. Area of research: optoelectronic and fiber-optical data converters for control systems.

**Yudin Artyom Anatolyevitch**, post-graduate student of the department of electrical engineering, Samara State Aerospace University named after academician S. P. Korolyov (National Research University). E-mail: vip\_6k\_bkl@mail.ru. Area of research: optoelectronic and fiber-optical data converters for control systems.